

CONEXIÓNS MATEMÁTICAS: A TEA DE ARAÑA

Rafael Losada Liste

Instituto de Bacharelato, Os Rosais. Vigo

PROPÓSITO

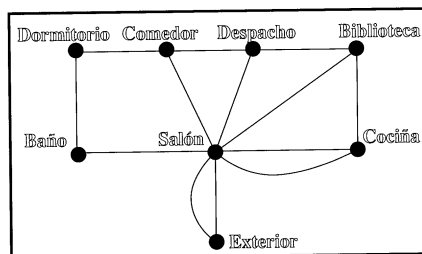
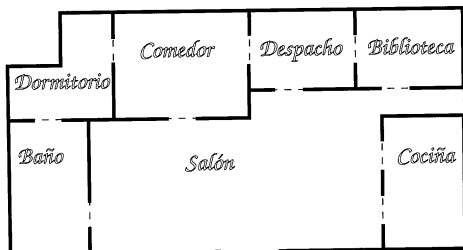
A idea que quixemos desenvolver nesta unidade é a de facerlles ver ós alumnos e alumnas que as matemáticas (coma o resto das disciplinas) tamén forman unha tupida rede (o que explica o título) na que non é fácil clasificar temas diferenciados. En realidade, tódalas clasificacións existentes son artificiais (non dicimos inútiles), por causa dunha suposta maior claridade dos conceptos. Isto leva ó perigo da aprendizaxe lineal, encadeada, na que a carencia ou debilidadade dun elo produce frecuentemente, por desgracia, a rotura da cadea.

MÉTODO

Para conseguir este propósito preséntanse unha serie de actividades, reco-

llidas en fotocopias, que se reparten individualmente. A primeira actividade que se presenta ó alumno ou alumna é a de percorrer distintas habitacións nun pazo, intentando cruzar, só unha vez, cada unha das portas que vai atopando. Unha cousa aparentemente moi doada, mais que formula xa algunhas interesantes (e non triviais) cuestións. Suxerimos, xa desde esta primeira actividade e ó longo de todas elas, que se expoñan conxecturas que resolvan as distintas cuestións que van xurdindo. Por outra banda, de maneira natural conséguese trasladalo problema desde un debuxo figurativo a unha abstracción de puntos (habitacións) e liñas (portas). (Debuxo 1)

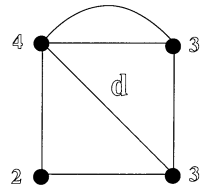
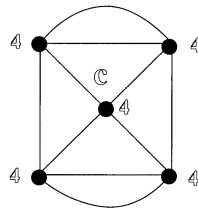
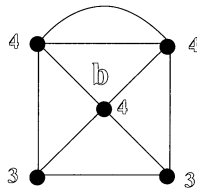
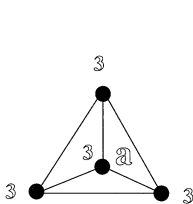
As seguintes actividades son de consolidación dos procedementos xurdidos: a través de viaxes polas vías férreas españolas, ou polas estradas de Galicia



Debuxo 1

ou Europa, achegámonos á diferenciación entre distintos tipos de percorridos (posibles con retorno, posibles sen retorno, ou imposibles) e aproximámonos á importancia dos vértices (puntos) e ó seu grao (liñas que inciden nun vértice). Analizando as distintas situacións presentadas, e contabilizando os graos dos vértices en cada caso, os alumnos e alumnas chegan sinxelamente -indución- á clasificación dos tipos de percorridos, segundo os graos. Decátanse tamén da aparición dunha dualidade fundamental: vértices de grao **par** e **impar**, e, sen case darse conta, establecen o seu primeiro **criterio de paridade**. De maneira que cando máis adiante se atopan co famoso problema das pontes de Königsberg, para a maioría resulta “chupao”, e incluso algún se permite dúbida da xenialidade de Euler. Pero o máis importante é que se conseguiu o primeiro obxectivo: a primeira relación entre a topoloxía (grafos) e a combinatoria (que non é máis, nin menos, ca aprender a contar). (Debuxo 2)

Continúanse as actividades con cuestións sobre o número de rexións que aparecen en cada grafo. De camiño obsérvase outra dualidade importante: re-



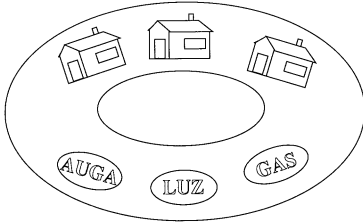
Debuxo 2

xión **interior** e **exterior**. Aplicando o mesmo método inductivo, chegamos sen demasiada dificultade a unha famosa relación matemática (no plano): **rexións + vértices = liñas + 2**.

DISPERSIDADE

Ó longo destas actividades, tíñanse dispostas cuestións suplementarias para evitar que ningún se aburrisse, considerando a diversidade do alumnado. Neste punto, ós alumnos ou alumnas “con fame” propónselles, con axuda, como demostra-la imposibilidade de resolver no plano o coñecido problema de conectar tres casas con tres fontes de subministracións. Ante o interese que desperta esta cuestión noutros alumnos (a maioría trata de facer posible o imposible), invítanse a face-la devandita conexión noutra superficie que non gusta ós peixes: o **toro**. (Debuxo 3)

Isto propicia unha boa oportunidade para mostrar como, ás veces, nas matemáticas podemos manipular un obxecto aínda sen dispoñer del (aínda que isto ocorre con demasiada frecuencia por falta de material). Un par de tesoiradas

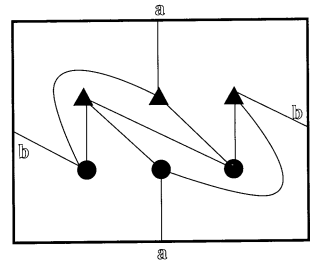


Debuxo 3

no toro, e convertémolo nun sinxelo rec-tángulo, no que os lados que son parale-los se identifican punto a punto. Nunha proba de procedementos acadados que se fixo ó final da unidade, este, que foi un deles, chegou ó cento por cento de acer-tos.

CONEXIÓN

As bases do xogo xa están senta-das: sabemos cales son as regras deste xogo de puntos e liñas. A partir de aquí, as novas actividades desenvólvense con máis fluidez. Sen coñecer sequera os no-mes das diferentes áreas das matemáti-cas onde se internan, rapaces e rapazas descubren, como cómpre, a relación de Euler nos poliedros ($\text{caras} + \text{vértices} = \text{arestas} + 2$); séntense satisfeitos de poder aconsellar a unha formiga que quere pasear polas arestas dun poliedro que é preferible que elixa un octaedro a un cubo; aprenden a facerlles radiografías ós poliedros (grafo equivalente); rivali-zan por ser campións no xogo das “coles de Bruxelas” (tamén chamado “liñas e



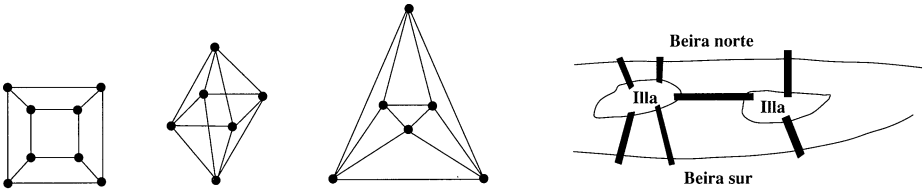
puntos”); atopan sistemas para contar cantos camiños de mínimo percorrido hai entre dous puntos dunha malla; abráianse cando eu lles presento o trián-gulo de Tartaglia, e recoñecen os mes-mos números que atoparan (números combinatorios); sorpréndense aínda máis cando volven atopalos nas potencias dunha suma (binomio de Newton); raian na incredulidade cando lles comento que dificilmente existirían os actuais orde-nadores se non se dispuxese dos grafos para representar toma de decisións; aprenden a representar mediante grafos orientados decisións de todo tipo (lin-güísticos, aritméticos, físicos, parentais, biolóxicos...); descubren como o grafo permite contar rapidamente as follas dunha árbore (!pero se basta multipli-car!) e como resolver con estas “árbores” algúns dos problemas do seu libro de texto; atopan que existen diferentes for-mas de contar, todas válidas, aínda que unhas máis inxeniosas ca outras; decá-tanse de que poden dicirlle a un compa-ñeiro ou compañeira que grafo debuxaron sen mostrarllo, só empregan-do números (táboas de dobre entrada,

matrices); e incluso poden aproximarse ó concepto de función como unha alxebrización dun tipo de grafos numéricos orientados.

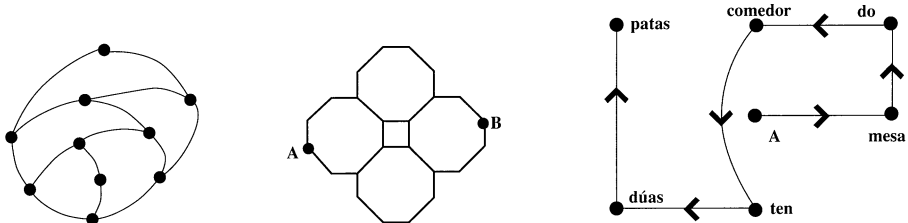
AVALIACIÓN

Unha viaxe por terreos que nós chamamos topoloxía, números, xeometría, álgebra, análise, combinatoria..., pero que elas e eles non consideran diferenciados. Unha viaxe realizada ó longo de tres semanas e na que participaron cursos de 4º de ESO do I.E.S.P. "Baiona" e de 1º de BUP do I.B. Os Rosais 2. Os resultados foron máis ca satisfactorios. Nunha proba feita a 60 alumnos sobre os contidos procedementais desenvolvidos, o 85 por cento do

alumnado acadou máis dun 60 por cento de resposta correctas, e só un 5 por cento respondeu incorrectamente máis da metade das cuestións. Ademais, un de cada catro alcanzou o 90 por cento de respostas correctas. Por outra banda, cando máis adiante fixemos o experimento de ver como respondían a outros problemas na área da combinatoria, os resultados foron excelentes, tanto na súa comprensión coma no pouco tempo necesario para conseguila. Pero o máis importante é que en todo este tempo a actitude dos rapaces e rapazas cara á matemática mellorou considerablemente, no só porque a atoparon máis lúdica e atractiva, se non tamén porque viron algo que moitos dubidaban: que servía para algo máis ca para intentar aprobalas.

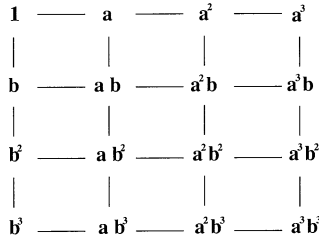


IDEAS QUE CONTAN Á HORA DE CONTAR



¿En cantos números naturais, entre 000 e o 999, aparece a cifra 7?

A ●	1	1	1
1	2	3	4
1	3	6	5
1	4	10	15
1	5	15	30 ● B



→	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	0	0	0	1
C	2	1	0	1
D	0	0	0	1

- España ● → ● Madrid
- Francia ● → ● París
- Portugal ● → ● Lisboa
- Italia ● → ● Roma
- Bélxica ● → ● Bruxelas

- 1 ● → ● 1
- 2 ● → ● 4
- 3 ● → ● 9
- 4 ● → ● 16
- 5 ● → ● 25

BIBLIOGRAFÍA

Grafos e paseos e liñas que se cruzan:

Bolt, Brian: *Divertimentos matemáticos*, Labor, Barcelona, 1988.

Bolt, Brian: *Más actividades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Coriat, M., e outros: *Nudos y nexos. Redes en la escuela*, Síntesis, Madrid, 1989.

Dudeny, Henry E.: *El Acertijo del Mandarín y otras diversiones matemáticas*, Zugarto, Madrid, 1992.

Gardner, Martin: *Juegos y enigmas de otros mundos*, Gedisa, Barcelona, 1987.

Gardner, Martin: *Mosaicos de Penrose y escotillas cifradas*, Labor, Barcelona, 1990.

Gardner, Martin: *Rosquillas anudadas*, Labor, Barcelona, 1985.

Gardner, Martin: *Ruedas, Vida y otras diversiones matemáticas*, Labor, Barcelona, 1987.

Guzmán, Miguel de: *Cuentos con cuentas*, Labor, Barcelona, 3ª ed., 1987.

Holt, Michael: *Matemáticas recreativas 2*, Martínez Roca, Barcelona, 1986.

Holt, Michael: *Matemáticas recreativas 3*, Martínez Roca, Barcelona, 1988.

Loyd, Sam: *Los acertijos de Sam Loyd*, Zugarto, Madrid, 1992.

Maley, A., e F. Grellet: *Acertijos de la Universidad de Cambridge*, Selector, México D.F., 1989.

Shell Centre of Mathematical Education: *Problemas con pautas y números*, M.E.C. (Univ. País Vasco), Bilbao, 1993.

Vives, P.: *Juegos de ingenio*, Martínez Roca, Barcelona, 1989.

As coles de Bruxelas:

Ferrero, Luis: *El juego y la matemática*, La muralla, Madrid, 1991.

Gardner, Martin: *Carnaval matemático*, Alianza, Madrid, 2ª ed., 1982.

Koch, Karl H.: *Juegos para dos*, Selector, México D.F., 1990.

Poliedros e a fórmula de Euler:

Alsina, C., C. Burgués, e J.M. Fortuny: *Materiales para construir la geometría*, Síntesis, Madrid, 1991.

Bolt, Brian: *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Bolt, Brian: *Aún más actividades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1989.

Dunn, Ángela: *El concurso de belleza y otros desafíos matemáticos*, Zugarto, Madrid, 1992.

García, J., e C. Bertrán: *Geometría y experiencias*, Alhambra, Madrid, 1988.

Guzmán, Miguel de: *Cuentos con cuentas*, Labor, Barcelona, 3ª ed., 1987.

O toro:

Bolt Brian: *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Gardner, Martin: *Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Gardner Martin: *¡Ajá! Paradojas*, Labor, Barcelona, 4ª ed., 1989.

O triángulo de Tartaglia e o binomio de Newton:

Bolt, Brian: *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Árbores, combinatoria e grafos orientados:

Gardner, Martin: *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos*, Alianza, Madrid, 1991.

Gardner, Martin: *Festival mágico-matemático*, Alianza, Madrid, 1984.

Gardner, Martin: *Inspiración ¡ajá!*, Labor, Barcelona, 1981.

Gardner, Martin: *Ruedas, Vida y otras diversiones matemáticas*, Labor, Barcelona, 1985.

Guzmán, Miguel de: *Aventuras matemáticas*, Labor, Barcelona, 1988.

Guzmán, M., J. Colera, e A. Salvador: *Matemáticas 1º BUP*, Anaya, Madrid, 1991.

Mason, J., L. Burton, e K. Stacey: *Pensar matemáticamente*, Labor, Barcelona, 1992.

Socas, M.M., e outros: *Iniciación al álgebra*, Síntesis, Madrid, 1989.

Matrices de grafos:

Coriat, M., e outros: *Nudos y nexos. Redes en la escuela*, Síntesis, Madrid, 1989.

Funcións:

Azcárate, C., e J. Deulofeu: *Funciones y gráficas*, Síntesis, Madrid, 1990.

Shell Centre of Mathematical Education: *El lenguaje de funciones y gráficas*, M.E.C. (Univ. País Vasco), Bilbao, 1990.

Didáctica:

Hernán, Francisco: *Retrato de una profesión imaginada*, Proyecto Sur, Granada, 1991.

Hernán, F., e E. Carrillo: *Recursos en el aula de matemáticas*, Síntesis, Madrid, 1989.

Resnieck, L.B., e W.W. Ford: *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*, M.E.C., Madrid, 1990.