

RIESGO DE TIPOS; CONTRASTE DEL MODELO BASADO EN TRES FACTORES.

Pablo de Llano Monelos pdellano@udc.es Universidad de A Coruña.

Carlos Piñeiro Sánchez carpi@udc.es Universidad de A Coruña.

ABSTRACT

El comportamiento de las series de tipos puede ser entendido y explicado a través de la existencia de factores ocultos que explican el comportamiento de la serie, y que son suficientes como para comprender y explicar la mayor parte de las variaciones en ambos análisis. En el presente trabajo hemos puesto en práctica un modelo simple de explicación de las series de tipos (deuda y euríbor) analizando empíricamente la naturaleza de los factores, y su inclusión como modelo descriptivo y provisional.

1. INTRODUCCIÓN

Se define el riesgo de tipo de interés, como el riesgo del valor de mercado de una empresa que puede verse afectado por las fluctuaciones en los tipos de interés. Evidentemente, el punto de atención se centra en la determinación, o la capacidad de anticipación e inmunización, respecto de los posibles impactos que tienen los cambios no esperados respecto del valor de la empresa. En los últimos años se han implantado múltiples instrumentos para la gestión del tipo de interés de activos de renta fija. La herramienta clásica de medida para la gestión del mencionado riesgo era la duración, medida que refleja cuán sensible es el precio de un título de referencia ante cambios exclusivamente paralelos (desplazamientos) de la curva de tipos.

Por razones de simplicidad, la utilización de un único factor se ha generalizado con el fin de determinación del precio y rendimiento de un título. La utilización de un modelo de factor único es el equivalente estocástico de cobertura del modelo determinista de inmunización de cobertura de riesgo que implica que los cambios en los rendimientos tengan una correlación perfecta. Obviamente para modelos simples de determinación de precios, un único factor es suficiente para determinar un modelo de arbitraje libre de riesgo. La inclusión de un mayor número de factores mediante la utilización de modelos multifactoriales favorecen la aparición de mejores modelos de aplicación práctica, si bien con una complejidad mayor. Pero la imperfección en la correlación hace que el modelo basado en un único factor sea insuficiente, lo que hace necesaria la inclusión de un mayor número de factores ya que la curva de tipos se explica mejor incluyendo un número mayor de elementos.

De esta manera se han desarrollado nuevas medidas de duración que permiten cuantificar de forma más precisa la sensibilidad del precio de un título ante cambios en el tiempo. La evolución de los estudios sobre los factores que intervienen en la medida del riesgo de la tasa de rendimiento en el mercado de bonos ha proliferado en todo el mundo. Todos los estudios coinciden en el conjunto de similitudes y diferencias en los mercados son comunes. De tal modo que han dado pie a la utilización de un modelo multifactorial que explica la mayor parte del comportamiento de la curva de tipos, y la importancia relativa de cada uno de esos factores para los distintos mercados. La ventaja competitiva de los modelos basados en los componentes principales (factores ocultos) es

su fácil implantación. Además tiene la ventaja adicional de observar directamente las variables explicativas del modelo, las cuantifica y por tanto, facilita su utilización de cara a la inmunización directa ante el riesgo de interés.

El propósito del trabajo es el contraste mediante la utilización de componentes principales de la serie, o factores, un número de ellos que expliquen los cambios en los tipos de rendimiento de la deuda o del euribor, tomando como base la serie temporal desde el año 1988 hasta febrero 2007, con cadencia mensual, de los bonos y obligaciones con horizontes temporales distintos, y del euribor, con carácter diario, desde 1988 hasta enero 2007, y con vencimientos diferentes.

2. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

El Análisis Factorial y el Análisis de Componentes Principales están muy relacionados. Algunos autores consideran el segundo como una etapa del primero y otros los consideran como técnicas diferentes. El Análisis de Componentes Principales trata de hallar componentes (factores) que sucesivamente expliquen la mayor parte de la varianza total. Por su parte el Análisis Factorial busca factores que expliquen la mayor parte de la varianza común. En el Análisis Factorial se distingue entre varianza común y varianza única. La varianza común es la parte de la variación de la variable que es compartida con las otras variables. La varianza única es la parte de la variación de la variable que es propia de esa variable. El Análisis de Componentes Principales no hace esa distinción entre los dos tipos de varianza, se centra en la varianza total. Mientras que el Análisis de Componentes Principales busca hallar combinaciones lineales de las variables originales que expliquen la mayor parte de la variación total, el Análisis Factorial pretende hallar un nuevo conjunto de variables, menor en número que las variables originales, que exprese lo que es común a esas variables.

El Análisis Factorial supone que existe un factor común subyacente a todas las variables, el Análisis de Componentes Principales no hace tal asunción. En el Análisis de Componentes Principales, el primer factor o componente sería aquel que explica una mayor parte de la varianza total, el segundo factor sería aquel que explica la mayor parte de la varianza restante, es decir, de la que no explicaba el primero y así sucesivamente. De este modo sería posible obtener tantos componentes como variables originales aunque esto en la práctica no tiene sentido. En resumen tenemos dos grandes tendencias:

- a. Análisis de Componentes Principales.
- b. Análisis factorial, dentro del cual existen diferentes métodos.

En este sentido el primer método es el que aporta un mayor valor de varianza explicada, por lo que los resultados con base en esta técnica tienen una mejor aproximación inicial que tiene el investigador sobre los datos que desea analizar.

3. DEUDA PÚBLICA ESPAÑOLA

El¹ Banco de España, es el responsable directo de la emisión y gestión de la deuda pública española. En este sentido la información disponible en esta entidad explica las características de esta operativa. Cualquier persona física o jurídica residente en España puede suscribir Deuda del Estado en el Banco de España abriendo en él una "cuenta directa" de Deuda del Estado, sin que esto signifique la apertura de una cuenta de efectivo. Las cuentas directas son cuentas de custodia de Deuda del Estado. Para facilitar la gestión de las mismas -nuevas

¹ www.bde.es

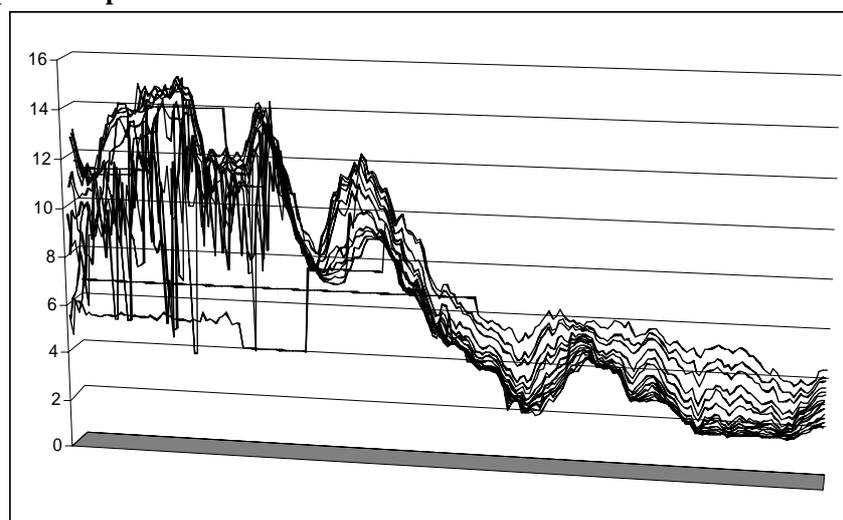
suscripciones, órdenes de traspaso, reinversiones- los titulares pueden cumplimentar, ante el Banco de España, un acuerdo de disponibilidad a favor de uno o varios de los titulares e incluso de terceras personas. Los particulares no pueden abrir cuentas corrientes en el Banco de España. Esta actividad está reservada para las administraciones públicas y el sistema bancario para los que el Banco actúa como proveedor de servicios de pagos. El normal discurrir de la práctica bancaria española hace que seamos insensibles a esta operativa ya que normalmente se realizan las operaciones a través de intermediarios financieros que llevan a cabo las operaciones en nuestro nombre.

La información obtenida de la base de datos del Banco de España, es la referente a los títulos de deuda pública emitida desde el año 1988 hasta enero de 2007, en la que se incluye información referente a; fecha de emisión (que hemos agrupado a nivel mensual), tipo de activo, vencimiento, número de operaciones, nominal emitido, efectivo contratado, tipo de interés medio (ponderado), tipo de interés máximo, y tipo de interés mínimo. De los datos anteriores hemos reducido el ámbito de estudio a la serie de tipos medios ponderados.

En cuanto al horizonte temporal de las emisiones, y por tanto de agrupamiento de las series hemos contemplado las siguientes: Hasta 1 mes, De 1 a 3 meses, De 3 a 6 meses, A 6 meses, De 6 a 12 meses, A 12 meses, De 12 a 18 meses, De 12 a 24 meses, De 24 a 36 meses, De 36 a 48 meses, De 48 a 72 meses, De 72 a 120 meses, De 120 a 240 meses y, Más de 240 meses.

Con lo anterior tenemos un horizonte horizontal suficientemente amplio como para tener una visión de los tipos que rigen este mercado, así como una visión temporal desde 1988 hasta enero 2007, que con carácter mensual o anual nos explican el comportamiento de los tipos en este período de tiempo.

Ilustración 1 tipo medio ponderado deuda enero 1988 a febrero 2007.

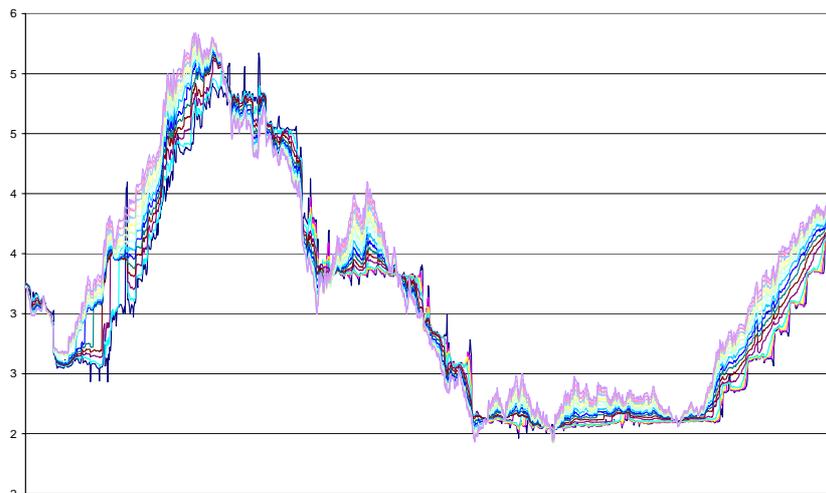


Elaboración propia.

4. EURIBOR

Análogamente al análisis de la serie de deuda pública hemos tomado el euribor desde diciembre de 1998 hasta enero 2007, con carácter diario. Los vencimientos que estudiamos han sido; 7días, 14días, 21días, 30días, 60días, 90días, 120días, 150días, 180días, 210días, 240días, 270días, 300días, 330días y 360días.

Ilustración 2 euribor diario diciembre 1998 a enero 2007.



Elaboración propia.

5. OBJETIVO DEL TRABAJO

Tratamos de determinar el número de factores que explican los cambios en la curva de tipos de rendimiento, y de llevar a cabo su contraste. La correlación entre los cambios en los tipos de rendimiento con diferentes vencimientos facilita información importante de estos factores. En este sentido, si los cambios en los tipos de rendimiento tuviesen correlación perfecta, entonces un único factor explicaría los cambios en la curva de tipos. Si no hubiese correlación entre los distintos tipos de rendimiento para distintos vencimientos, necesitaríamos tantos factores como relaciones entre vencimientos existiesen. Utilizando un factor por cada uno de los vencimientos se asume la correspondencia de un análisis multivariante, y la utilización de rendimientos para diferentes vencimientos como factores subyacentes en los modelos de tipos de interés. Los estadísticos de las series del tipo de interés de la deuda pública son:

Tabla 1 estadísticos deuda

	N meses	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típica
Tabla 1					
1 m	229	1,9464	14,647	6,2724	3,5956
1*3m	230	1,9482	13,629	6,1598	3,4318
3*6m	230	1,9544	13,531	6,1652	3,3683
6m	208	1,93	14,309	6,4241	3,41
6a12m	228	1,8882	15,308	7,0414	4,3551
12m	230	1,844	14,456	6,7507	3,9851
12a18m	186	1,8879	9,691	4,2781	1,5469
12a24m	230	1,9362	15,302	7,2882	4,3988
24a36m	230	2,1504	15,175	7,3827	4,2555
36a48m	224	2,3646	14,961	7,3161	4,0753
48a72m	227	2,5498	14,612	7,4911	3,9136
72a120m	211	3	14,051	7,3379	3,4136
120a240m	180	3,2042	13,938	6,6414	2,8462
240m	111	3,608	6,5925	5,0633	0,7263

Elaboración propia.

Las correlaciones existentes entre las catorce series analizadas de deuda pública española entre enero de 1988 y

febrero de 2007, son:

Tabla 2 matriz de correlaciones

Tabla 2	1 m	1a3m	3a6m	6m	6a12m	12m	12a18m	12a24m	24a36m	36a48m	48a72m	72a120m	120a240m	240m
1 m	1													
1a3m	0,992	1												
3a6m	0,977	0,993	1											
6m	0,963	0,984	0,996	1										
6a12m	0,94	0,969	0,988	0,995	1									
12m	0,917	0,951	0,976	0,988	0,995	1								
12a18m	0,891	0,93	0,959	0,974	0,987	0,996	1							
12a24m	0,89	0,929	0,958	0,973	0,986	0,995	0,996	1						
24a36m	0,84	0,884	0,916	0,935	0,952	0,969	0,982	0,986	1					
36a48m	0,824	0,867	0,897	0,915	0,932	0,951	0,967	0,972	0,995	1				
48a72m	0,787	0,83	0,856	0,873	0,89	0,91	0,931	0,937	0,977	0,99	1			
72a120m	0,726	0,766	0,78	0,792	0,804	0,82	0,844	0,853	0,911	0,94	0,972	1		
120a240m	0,705	0,74	0,744	0,751	0,758	0,77	0,792	0,802	0,865	0,9	0,942	0,992	1	
240m	0,643	0,669	0,662	0,66	0,661	0,662	0,679	0,691	0,758	0,798	0,852	0,941	0,965	1

Elaboración propia.

Como se puede observar, la correlación es más alta cuanto menor es la diferencia temporal entre los vencimientos. Alta correlación a corto plazo, media a media, y baja a largo plazo.

6. ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE LOS RENDIMIENTOS

Utilizando técnicas de análisis factorial multivariante, podremos determinar el número de factores necesarios para explicar los cambios en la curva de rendimientos de los distintos títulos. El análisis de componentes principales de la curva de rendimientos de los títulos nos permite determinar los factores para cada uno de los distintos vencimientos:

Tabla 3 matriz de componentes principales

Matriz de componentes														
Tabla 3	Componente													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1 m	0,91596	-0,2728	0,26081	-0,0766	0,03324	0,01785	0,01391	0,00533	0,01006	0,00154				
1 ^o 3m	0,94703	-0,244	0,20394	-0,0227	-0,0101	0,00913	-0,0207	-0,0087	-0,0183	0,00218				
3 ^o 6m	0,96233	-0,244	0,11049	0,01086	-0,0117	-0,0347	-0,011	-0,0087	-0,007	-0,0026				
6m	0,97007	-0,233	0,04735	0,02402	-0,0145	-0,0268	0,01301	0,01215	0,01347	0,0125				
6a12m	0,97461	-0,2122	-0,0221	0,05635	-0,0098	0,01214	-0,003	-0,0143	0,00699	-0,0259				
12m	0,97804	-0,182	-0,0907	0,03236	-0,0124	0,00399	0,01911	0,01144	-0,0025	0,00297				
12a18m	0,97995	-0,1298	-0,1426	0,02977	-0,01	0,02111	0,01939	0,00222	-0,0167	0,0027				
12a24m	0,98276	-0,113	-0,1398	0,02198	-0,0033	0,00882	-0,0163	0,00216	0,01595	0,00552				
24a36m	0,98142	0,03433	-0,1819	-0,0075	0,03218	0,0058	-0,023	-0,0041	0,01452	0,0109				
36a48m	0,97877	0,10976	-0,164	-0,0322	0,02475	-0,0074	-0,011	0,01764	-0,0232	7,3E-05				
48a72m	0,96214	0,22511	-0,1343	-0,0591	0,02735	-0,0182	0,01769	-0,0107	0,00305	-0,0184				
72a120m	0,91354	0,40303	-0,0087	-0,0273	-0,0281	0,00323	0,01081	-0,0277	-0,0016	0,0187				
120a240m	0,88118	0,46028	0,07852	-0,043	-0,0534	0,00583	-0,0097	0,02038	0,00781	-0,011				
240m	0,79723	0,54344	0,24049	0,09913	0,03742	0,00028	0,00133	0,00366	-0,0023	0,00096				
Tabla 3b	1 m	1a3m	3a6m	6m	6a12m	12m	12a18	12a24	<36	<48	<72	<120	<240	>240
1	0,916	0,947	0,962	0,97	0,975	0,978	0,98	0,983	0,981	0,979	0,962	0,914	0,881	0,797
2	-0,273	-0,244	-0,244	-0,233	-0,212	-0,182	-0,13	-0,113	0,034	0,11	0,225	0,403	0,46	0,543
3	0,281	0,204	0,11	0,047	-0,022	-0,091	-0,143	-0,14	-0,182	-0,164	-0,134	-0,009	0,079	0,24

Elaboración propia.

La significación de los componentes extraídos, a través de la varianza explicada de cada uno de los factores se detalla:

Tabla 4 significación de cada factor.

Tabla 4 Varianza total explicada Autovalores iniciales	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Total	12,529	1,089	0,3256	0,0297	0,0094	0,0035	0,0031	0,0023	0,0021
% de la varianza	89,493	7,7788	2,3255	0,2119	0,0669	0,0248	0,0222	0,0165	0,0149	0,013
% acumulado	89,493	97,272	99,597	99,809	99,876	99,901	99,923	99,939	99,954	99,967

Elaboración propia.

Donde se puede observar como con tres de ellos se logra explicar el 99'597% de la varianza: tabla 4b

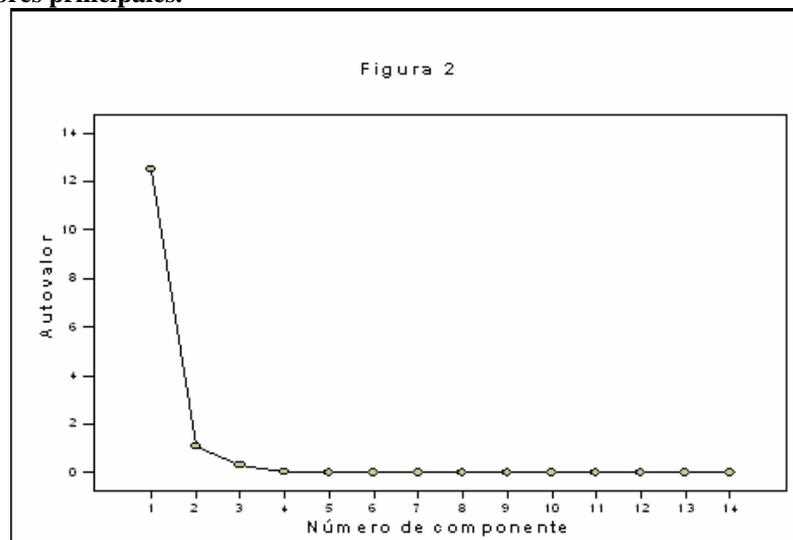
Tabla 5 varianza explicada.

	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	12,5290113	89,4929	89,4929	12,5290	89,4929	89,4929
2	1,08902946	7,7788	97,2717	1,0890	7,7788	97,2717
3	0,32556382	2,3255	99,5972	0,3256	2,3255	99,5972
4	0,02966166	0,2119	99,8090	0,0297	0,2119	99,8090
5	0,00935947	0,0669	99,8759	0,0094	0,0669	99,8759
6	0,00347091	0,0248	99,9007			
7	0,0031019	0,0222	99,9228			
8	0,00231299	0,0165	99,9394			
9	0,00208338	0,0149	99,9542			
10	0,0018173	0,0130	99,9672			
11	0,00169488	0,0121	99,9793			
12	0,00130836	0,0093	99,9887			
13	0,00101181	0,0072	99,9959			
14	0,00057276	0,0041	100,0000			

Elaboración propia.

El gráfico, representa la importancia relativa de cada uno de los factores a la hora de explicar como afectan los cambios a la curva de tipos.

Ilustración 3 factores principales.



Elaboración propia.

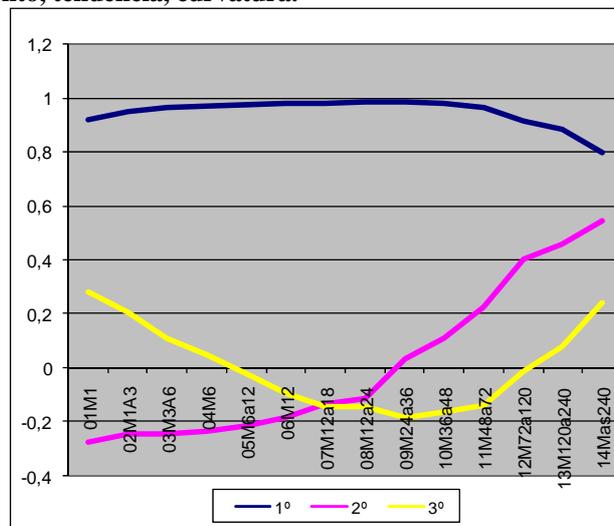
De lo anterior podemos desprender la existencia de un número de factores que explican los cambios en la curva de rendimientos. El excesivo número de los mismos hace que tengamos que reducir el mismo a un entorno que sea de utilidad para la explicación de los cambios en la curva de tipos, de tal manera que sea de utilidad a la hora de determinar duración y convexidad. En este sentido una fórmula general teniendo en cuenta n factores queda²:

$$\Delta R_{vt} = \sum_{j=1}^n \beta_{jv} F_{jt} + \varepsilon_{vt} \text{ donde } \Delta R_{vt} \text{ representa la variación del rendimiento de vencimiento } v \text{ en el momento } t,$$

β_{jv} representa el valor del factor de carga j a vencimiento v , F_{jt} representa el valor de rendimiento aleatorio para el factor j en el momento t , y ε_{jt} representa el error en términos del porcentaje de varianza no explicada por el factor j en el momento t . Reduciendo la anterior expresión a la utilización de solamente tres componentes queda: $\Delta R_{vt} = \beta_{1v} F_{1t} + \beta_{2v} F_{2t} + \beta_{3v} F_{3t} + \varepsilon_{vt}$ que representa el rendimiento de un título a plazo v en el momento t , relacionándolo con tres únicos factores que supuestamente explican el comportamiento de los cambios en la curva de tipos.

Estos factores desconocidos son de importancia capital pues explican el 99'597% de los cambios existentes en la curva de tipos. De tal modo podemos resumir tres de ellos en la la tabla 3b, que se puede observar gráficamente:

Ilustración 4 desplazamiento, tendencia, curvatura.



Elaboración propia.

El primero de los componentes afecta a todos los vencimientos en el mismo sentido, y suele interpretarse³ como la sensibilidad, su **desplazamiento** horizontal, de los cambios, explicado de forma paralela a la curva de tipos. Los cambios en la curva de tipos no son exactamente paralelos ya que tiene una pequeña curvatura, siendo menor a corto y largo plazo, y mayor a plazos medios. De acuerdo a la Tabla 4b explica el 89,493% de los cambios en la curva de rendimientos en los períodos analizados.

² Sherris, M. 1995; "Interest Rate Risk Factors In The Australian Bond Market" *Actuarial Studies an Demography Research Papers*, n° 004/95.

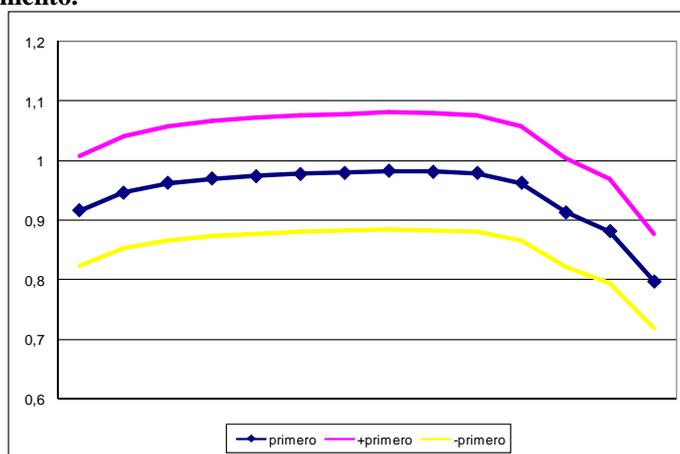
³ Litterman, R., and J. Scheinkman, 1991, "Common Factors Affecting Bond Returns," *Journal of Fixed Income*, June, 54-61.

El segundo, no afecta de igual manera a los distintos vencimientos. Es negativo y creciente desde el corto plazo hasta medio plazo (aproximadamente a 30 meses se hace nulo), a partir de este horizonte temporal es positivo y creciente hasta largo plazo. Se puede interpretar como el factor que cuantifica la sensibilidad de los cambios motivada por la **tendencia** de la curva de tipos, su pendiente. Al igual que en el caso anterior, explica el 7,7788% de los cambios. Con los dos factores antes descritos seríamos capaces de explicar el 97,272% de los cambios soportados por la curva de tipos en los períodos analizados.

El tercero tampoco es idéntico para todos los vencimientos, es decreciente teniendo un mínimo a medio plazo, a partir de este punto empieza a crecer hasta hacerse positivo y seguir creciendo largo plazo. Se puede interpretar como el factor que explica la **curvatura**. Esta última tiene una representatividad del 2,3255% de los cambios explicados, por lo que con los tres factores explicaríamos el 99,597% de los cambios en la curva de tipos.

Lo anteriormente expuesto se explica ya que si realizamos una modificación en un punto (crecimiento o decrecimiento) de cualquiera de los factores en la misma proporción todos ellos, se produce lo siguiente: si el cambio se produce en el primer componente principal (Figura 5, Figura 567), se provoca un desplazamiento paralelo en la curva original.

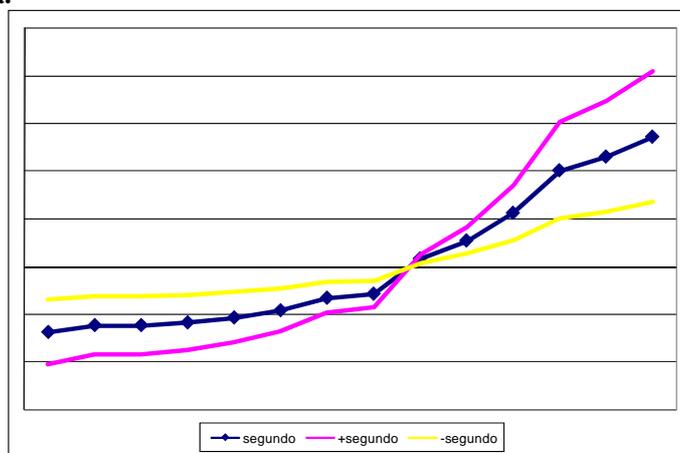
Ilustración 5 desplazamiento.



Elaboración propia.

Análogamente para el segundo componente, se provoca un cambio en la pendiente, gira sobre un punto.

Ilustración 6 tendencia.

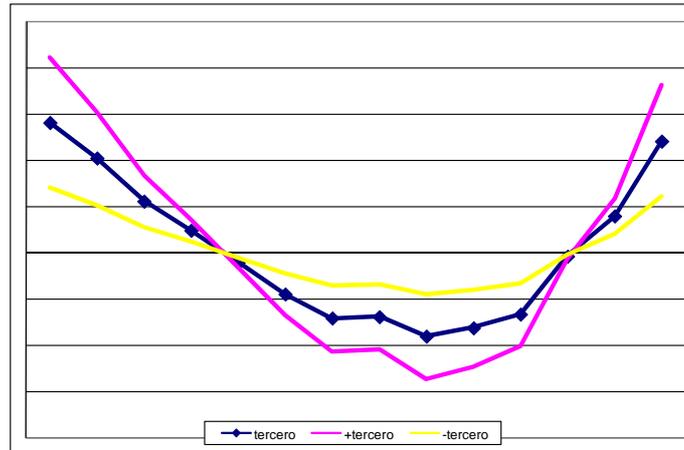


Elaboración propia.

Y del mismo modo en el tercer componente, se provoca una modificación, agravándose o degradándose su

curvatura.

Ilustración 7 curvatura.



Elaboración propia.

7. VALIDACIÓN PARA EL CASO DE LA DEUDA PÚBLICA ESPAÑOLA

En nuestro caso hemos tratado de reproducir la posición de Diebold-Ji-Li, de acuerdo a la siguiente ecuación modificada de los anteriores autores⁴:

$$y_t(\tau) = f_{1t} + f_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + f_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \varepsilon f_{1t}$$

De hecho hemos contemplado un modelo de forma tri-factor, con la inclusión de un cuarto elemento que mejore la base de conocimiento que permita obtener mejores previsiones, si es que esto es posible. En nuestro caso hemos determinado que el valor del tipo de interés medio ponderado a los plazos analizados (14) de deuda pública es: $V_{t+1}^{estimado} = V_t^{cierto} + y_t$ por lo que el valor del tipo medio será para cada serie el real en t más el factor de crecimiento obtenido mediante la ecuación de DJL.

Donde:

$y_t(\tau)$ representa la variación de rendimiento para el título de vencimiento t para el siguiente período de tiempo, o momento τ , que para nuestro análisis hemos supuesto 1.

f_{1t} representa el primer factor oculto que explica el comportamiento de la ETTI, como primer componente principal obtenido para el título de plazo t . Se presupone que el primer componente tiene un factor de corrección 1.

$f_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right)$ representa el segundo factor oculto de la ETTI del título de plazo t , multiplicado por un factor

de corrección de este segundo componente, para valores de $\lambda=0,0609$ y $\tau=1$.

$f_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$ representa el tercer factor oculto de la ETTI de t , para $\lambda=0,0609$ y $\tau=1$.

⁴ Diebold, F.X., Ji, L. And Li, C. (2006), "A Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, And Generalized Duration," In L.R. Klein (Ed.), *Macroeconomics, Finance And Econometrics: Essays In Memory Of Albert Ando*, 240-274, 2006. Cheltenham, U.K.: Edward Elgar.

\mathcal{E}_{1t}^f es un elemento de corrección, obtenido por simulación, sobre el primer factor, con el que tratamos de ajustar la previsión a corto plazo de la serie y obtener un mejor ajuste a la serie real. En nuestro caso hemos supuesto dos vías de aplicación:

1. procedimos a dar valores a ε , idénticos a la varianza no explicada por los tres primeros factores, en función de la base de conocimiento para la que se está haciendo la previsión. Esto es, para el caso de la previsión del valor del rendimiento para el mes 08 del año 2006, hemos tenido en cuenta, para todos los vencimientos, el mismo valor de varianza no explicada ($100 - 99,58955648 = 0,41044352$), y de forma idéntica para el resto de las previsiones. Con ello hemos obtenido una serie de previsiones, ajuste de los ocho últimos valores conocidos de la serie, con un grado de coincidencia alto.

Tabla 6 ajuste del modelo previsional media mensual.

Valor cierto	01M1_T Int med	02M1A3_T Int med	03M3A6_T Int med	04M6_T Int med	05M6a12_T Int med	06M12_T Int med	07M12a18_T Int med
200606	2,5484	2,7185	2,8212	2,9794	3,1307	3,2523	3,3288
200607	2,7522	2,8372	2,9892		3,2389	3,3416	3,4646
200608	3,3040	3,0013	3,1319	3,2620	3,3505	3,4295	3,4929
200609	3,0950	3,1706	3,3059	3,2360	3,4849	3,4290	3,5560
200610	3,2078	3,2333	3,3742	3,4623	3,5566	3,5903	3,6486
200611	3,2655	3,3997	3,5339		3,6373	3,6650	3,7015
200612	3,4487	3,5042	3,5745	3,6314	3,6899	3,7488	3,7567
200701	3,5314	3,5082	3,6878		3,8066	3,8065	3,8844
200702	3,5117	3,6030	3,7434	3,7946	3,8545	3,8772	3,9528
Previsiones	01M1_T Int med	02M1A3_T Int med	03M3A6_T Int med	04M6_T Int med	05M6a12_T Int med	06M12_T Int med	07M12a18_T Int med
200607	2,673363776	2,838503053	2,947770639	3,1178747	3,227445061	3,332022603	3,401209436
200608	2,877163776	2,95714591	3,115790689	0,138446129	3,335574931	3,421260699	3,53707911
200609	3,427256611	3,11712541	3,253666682	3,396429598	3,444385995	3,509095572	3,568231999
200610	3,215688832	3,282713041	3,423427966	3,364492739	3,576827447	3,506597262	3,634734933
200611	3,326467883	3,341849155	3,487379538	3,586742415	3,645734583	3,667183921	3,729682712
200612	3,38413455	3,508265822	3,647166087	0,124475748	3,726496487	3,741876229	3,782603765
200701	3,565356812	3,609745084	3,683723568	3,751955851	3,775898643	3,824925682	3,838981028
200702	3,648134589	3,613765917	3,797062504	0,120539184	3,89266834	3,882675682	3,966702619
Error	01M1_T Int med	02M1A3_T Int med	03M3A6_T Int med	04M6_T Int med	05M6a12_T Int med	06M12_T Int med	07M12a18_T Int med
200607	-2,864%	0,047%	-1,386%		-0,352%	-0,286%	-1,831%
200608	-12,919%	-1,471%	-0,514%	-95,756%	-0,445%	-0,239%	1,266%
200609	10,735%	-1,686%	-1,579%	4,958%	-1,161%	2,336%	0,344%
200610	0,245%	1,530%	1,460%	-2,824%	0,570%	-2,332%	-0,379%
200611	1,867%	-1,701%	-1,318%		0,231%	0,060%	0,761%
200612	-1,871%	0,117%	2,034%	-96,572%	0,993%	-0,183%	0,690%
200701	0,960%	2,895%	-0,111%		-0,807%	0,484%	-1,169%
200702	3,886%	0,299%	1,435%	-96,823%	0,990%	0,141%	0,351%
Valor VNE	0,5885	0,6755	0,7506	0,8	0,9245	1,0265	1,0837
Media error	4,89265E-05	3,69066E-05	2,67423E-05	-0,574035487	2,10315E-05	-2,422E-05	4,13355E-05
Varianza error	0,004477388	0,00026751	0,000210745	0,285671293	6,6672E-05	0,000161752	0,000110897

Tabla 7 ajuste del modelo previsional media mensual (continuación).

Valor cierto	08M12a24_T Int med	09M24a36_T Int med	10M36a48_T Int med	11M48a72_T Int med	12M72a120_T Int med	13M120a240_T Int med	14Mas240_T Int med
200606	3,3628	3,5227	3,6081	3,7399	3,9477	4,0552	4,3390
200607	3,5053	3,6489	3,7245	3,8370	3,9977	4,0619	4,3511
200608	3,5335	3,6031	3,6780	3,7524	3,8558	3,9354	4,2066
200609	3,6298	3,6122	3,6320	3,6793	3,7392	3,8081	4,0441
200610	3,6693	3,6619	3,6954	3,7518	3,7875	3,8537	4,0215
200611	3,7113	3,6696	3,6753	3,6930	3,7245	3,7979	3,9239
200612	3,7600	3,7400	3,7418	3,6648	3,7774	3,8272	3,9667
200701	3,9289	3,9243	3,9443	3,9932	4,0138	4,0919	4,0000
200702	3,9771	3,9525	3,9918	4,0473	4,0883	4,1742	4,2688
Previsiones	08M12a24_T Int med	09M24a36_T Int med	10M36a48_T Int med	11M48a72_T Int med	12M72a120_T Int med	13M120a240_T Int med	14Mas240_T Int med
200607	3,435891025	3,563323736	3,643038125	3,762194698	3,953837209	4,060580074	4,315601215
200608	3,578354967	3,689573736	3,759489977	3,859307252	4,00381364	4,067302296	4,327697989
200609	3,608179474	3,649811606	3,719161479	3,781418642	3,865565423	3,942720558	4,187852662
200610	3,707665221	3,665730608	3,67902372	3,715119928	3,753721435	3,819051276	4,0322971
200611	3,747907718	3,720279469	3,747375126	3,79413851	3,807057271	3,869024518	4,016212629
200612	3,7898701	3,727963535	3,727264015	3,735346638	3,744021557	3,813250708	3,918681161
200701	3,838281154	3,802078035	3,797328018	3,70931885	3,80142338	3,846935019	3,968321304
200702	4,007209725	3,986411368	3,999751931	4,037747969	4,037817646	4,111623238	4,00166913
Error	08M12a24_T Int med	09M24a36_T Int med	10M36a48_T Int med	11M48a72_T Int med	12M72a120_T Int med	13M120a240_T Int med	14Mas240_T Int med
200607	-1,980%	-2,346%	-2,188%	-1,949%	-1,097%	-0,034%	-0,816%
200608	1,270%	2,401%	2,216%	2,849%	3,838%	3,352%	2,878%
200609	-0,596%	1,042%	2,401%	2,775%	3,378%	3,534%	3,555%
200610	1,045%	0,104%	-0,443%	-0,978%	-0,893%	-0,898%	0,270%
200611	0,987%	1,381%	1,961%	2,738%	2,217%	1,873%	2,352%
200612	0,794%	-0,322%	-0,389%	1,926%	-0,885%	-0,365%	-1,209%
200701	-2,307%	-3,115%	-3,725%	-7,109%	-5,292%	-5,987%	-0,792%
200702	0,756%	0,857%	0,200%	-0,235%	-1,234%	-1,499%	-6,258%
Valor VNE	1,0835	1,1335	1,1056	1,071	0,9762	0,92	0,8384
Media error	-3,85627E-05	2,81356E-06	4,0673E-05	1,92923E-05	4,03314E-05	-2,79947E-05	-2,71013E-05
Varianza error	0,000206903	0,000354485	0,000479555	0,001176699	0,000905293	0,000946567	0,000977781

Elaboración propia.

- En este caso hemos procedido a dar valores a ϵ constantes obtenidos mediante simulación tratando de lograr que el error sea lo menor posible, de acuerdo a los valores de la tabla 6, de tal modo que hemos obtenido los siguientes ajustes: Se ha partido de la varianza no explicada para el tipo medio a 1mes, y por simulación se han obtenido los valores que hace que el error en cada previsión sea menor, logrando una media de 0'00% de error con una varianza de 0,004477388 para el caso de la serie a 1mes, y similares para el resto. En nuestro caso el comportamiento del factor de corrección sobre el primer componente, tiene una forma idéntica para cada serie temporal, pero distinta en función del plazo de vencimiento del título.

3. VALIDACIÓN PARA EL CASO DEL EURIBOR

Siguiendo el planteamiento DJL, y utilizando el mismo criterio que el anterior pero aplicado al caso del euribor

diario desde 1988 hasta 2007, para los vencimientos comentados, podemos concluir que el modelo ajustado logra que el error medio de las previsiones para las ocho últimas fechas de la serie, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 25 y 26 de enero de 2007, es nulo (0'00%) y con una varianza de 0,000001. Para lograrlo hemos realizado una modificación a la ecuación general DJL, suponiendo que el coeficiente que post multiplica al primer factor no es unitario, por tanto, haciendo;

$$y_t(\tau) = f_{1t}\beta + f_{2t}\left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}\right) + f_{3t}\left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right) + \mathcal{E}f_{1t}$$

siendo el valor de $\beta = -0,206758765; -0,188216148; -0,167932988; -0,143290209; -0,075276725; -0,024212954; 0,025919303; 0,070010155; 0,109802091; 0,141192125; 0,169520555; 0,19582945; 0,217804148; 0,235776845; 0,252218958$, respectivamente para los plazos 7, 14, 20, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330 y 360 días.

Tabla 8 modelo previsional euribor valor diario.

Valor cierto	7d	14d	21d	30d	60d	90d	120d	150d
20070116	3,5930	3,6010	3,6040	3,6140	3,6550	3,7460	3,7920	3,8340
20070117	3,5940	3,6030	3,6050	3,6150	3,6550	3,7470	3,7950	3,8370
20070118	3,5920	3,6020	3,6040	3,6120	3,6580	3,7540	3,7970	3,8380
20070119	3,5920	3,6000	3,6030	3,6130	3,6580	3,7540	3,7960	3,8400
20070122	3,5920	3,6000	3,6030	3,6130	3,6690	3,7550	3,8040	3,8460
20070123	3,5930	3,6000	3,6020	3,6130	3,6730	3,7570	3,8050	3,8480
20070124	3,5940	3,6000	3,6020	3,6130	3,6730	3,7560	3,8130	3,8570
20070125	3,5950	3,6010	3,6030	3,6130	3,6810	3,7690	3,8150	3,8660
20070126	3,5940	3,6000	3,6040	3,6140	3,6840	3,7720	3,8160	3,8660
Previsiones	7d	14d	21d	30d	60d	90d	120d	150d
20070117	3,5939	3,6016	3,6046	3,6145	3,6589	3,7495	3,7950	3,8378
20070118	3,5947	3,6034	3,6054	3,6154	3,6588	3,7504	3,7980	3,8409
20070119	3,5925	3,6022	3,6043	3,6122	3,6617	3,7573	3,8000	3,8419
20070122	3,5922	3,6000	3,6031	3,6131	3,6617	3,7573	3,7990	3,8440
20070123	3,5920	3,5998	3,6029	3,6129	3,6726	3,7582	3,8070	3,8500
20070124	3,5928	3,5996	3,6017	3,6128	3,6765	3,7602	3,8080	3,8521
20070125	3,5936	3,5994	3,6016	3,6126	3,6764	3,7591	3,8160	3,8611
20070126	3,5943	3,6002	3,6024	3,6125	3,6843	3,7720	3,8180	3,8702
Error	7d	14d	21d	30d	60d	90d	120d	150d
20070117	-0,0021%	-0,0387%	-0,0103%	-0,0133%	0,1068%	0,0659%	0,0002%	0,0208%
20070118	0,0747%	0,0384%	0,0399%	0,0929%	0,0224%	-0,0959%	0,0264%	0,0743%
20070119	0,0127%	0,0604%	0,0349%	-0,0218%	0,1024%	0,0889%	0,1055%	0,0498%
20070122	0,0063%	-0,0009%	0,0022%	0,0017%	-0,1999%	0,0605%	-0,1313%	-0,0528%
20070123	-0,0275%	-0,0062%	0,0254%	-0,0020%	-0,0112%	0,0324%	0,0528%	0,0528%
20070124	-0,0335%	-0,0117%	-0,0070%	-0,0058%	0,0955%	0,1107%	-0,1308%	-0,1272%
20070125	-0,0400%	-0,0452%	-0,0397%	-0,0099%	-0,1246%	-0,2629%	0,0261%	-0,1258%
20070126	0,0093%	0,0046%	-0,0446%	-0,0417%	0,0085%	0,0003%	0,0519%	0,1080%
Varianza Nex/100	7d	14d	21d	30d	60d	90d	120d	150d
20070117	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592
20070118	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241
20070119	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009
20070122	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658
20070123	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331
20070124	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006
20070125	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374
20070126	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978
Media error	3,69427E-14	1E-06	1E-06	5,36793E-14	4,15779E-14	-3,47083E-14	1E-06	-3,23075E-14
Varianza error	0,0000001	0,0000001	0,0000001	0,0000002	0,0000012	0,0000015	0,0000007	0,0000008

Tabla 9 modelo previsional euribor valor diario (continuación).

BETA	0,109802091	0,141192125	0,169520555	0,19582945	0,217804148	0,235776845	0,252218958
Valor cierto	180d	210d	240d	270d	300d	330d	360d
20070116	3,8830	3,9240	3,9580	3,9890	4,0140	4,0350	4,0620
20070117	3,8830	3,9210	3,9550	3,9860	4,0100	4,0280	4,0580
20070118	3,8880	3,9280	3,9620	3,9960	4,0250	4,0460	4,0750
20070119	3,8880	3,9290	3,9620	3,9950	4,0220	4,0410	4,0720
20070122	3,8930	3,9330	3,9670	4,0030	4,0310	4,0500	4,0800
20070123	3,8960	3,9360	3,9700	3,9990	4,0280	4,0500	4,0740
20070124	3,9060	3,9440	3,9750	4,0030	4,0380	4,0550	4,0760
20070125	3,9140	3,9460	3,9760	4,0080	4,0370	4,0540	4,0790
20070126	3,9160	3,9520	3,9830	4,0140	4,0450	4,0650	4,0900
Previsiones	180d	210d	240d	270d	300d	330d	360d
20070117	3,8867	3,9269	3,9604	3,9913	4,0169	4,0376	4,0643
20070118	3,8868	3,9241	3,9576	3,9885	4,0132	4,0310	4,0606
20070119	3,8920	3,9313	3,9648	3,9988	4,0284	4,0493	4,0780
20070122	3,8921	3,9324	3,9650	3,9980	4,0257	4,0446	4,0753
20070123	3,8972	3,9366	3,9702	4,0063	4,0350	4,0539	4,0837
20070124	3,9003	3,9397	3,9734	4,0025	4,0323	4,0542	4,0780
20070125	3,9104	3,9479	3,9786	4,0067	4,0426	4,0595	4,0803
20070126	3,9185	3,9500	3,9798	4,0120	4,0418	4,0588	4,0837
Error	180d	210d	240d	270d	300d	330d	360d
20070117	0,0963%	0,1516%	0,1368%	0,1320%	0,1716%	0,2395%	0,1553%
20070118	-0,0297%	-0,0993%	-0,1107%	-0,1875%	-0,2941%	-0,3717%	-0,3524%
20070119	0,1019%	0,0575%	0,0712%	0,0940%	0,1603%	0,2048%	0,1469%
20070122	-0,0239%	-0,0148%	-0,0498%	-0,1249%	-0,1308%	-0,1336%	-0,1147%
20070123	0,0305%	0,0148%	0,0059%	0,1814%	0,1742%	0,0965%	0,2373%
20070124	-0,1459%	-0,1080%	-0,0392%	-0,0124%	-0,1412%	-0,0192%	0,0493%
20070125	-0,0920%	0,0479%	0,0663%	-0,0314%	0,1380%	0,1363%	0,0329%
20070126	0,0637%	-0,0497%	-0,0796%	-0,0503%	-0,0780%	-0,1517%	-0,1546%
Varianza Nex/100	180d	210d	240d	270d	300d	330d	360d
20070117	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592	0,039563592
20070118	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241	0,03951241
20070119	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009	0,039453009
20070122	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658	0,039396658
20070123	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331	0,039331331
20070124	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006	0,03927006
20070125	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374	0,039220374
20070126	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978	0,039172978
Media error	1E-06	6,28664E-15	1E-06	1E-06	-1,8846E-14	1E-06	1,08247E-14
Varianza error	0,0000008	0,0000008	0,0000007	0,0000016	0,0000033	0,0000044	0,0000038

Elaboración propia.

4. CONCLUSIONES

Normalmente se utilizan modelos basados en un único factor para la determinación del precio de un título y en esencia de su rendimiento, como una aproximación a la determinación de los rendimientos ligados a rendimientos monetarios futuros, ya sea en forma de cupones, o e general flujos de caja. Los modelos multifactor aportan, mediante la simulación, una herramienta muy útil a la hora de solucionar problemas de tipo complejo. Se ajustan modelos a la curva de rendimiento, pero la escasa perfección de los ajustes por el bajo número de factores obliga a incrementar los mismos en aras de una mejor estimación de valores futuros. Sin embargo parece que aun siendo válido para determinar precios, los resultados apuntan a que no es suficiente como para crear una barrera que inmunice los rendimientos dependientes.

El uso de un único factor (del primer factor) sirve para la inmunización de una cartera a través de la formulación

del problema en términos de programación lineal. La utilización de un único factor es similar a la determinación de la duración. Lo que subyace es la idea de una aproximación a la inmunización a través de un modelo multifactor, ya que es capaz de explicar, o reflejar, un alto porcentaje de los cambios a los que esta sujeta la serie (89% en nuestro análisis, explicado por el primer factor).

Con el segundo y tercer factor logramos explicar un porcentaje adicional (10%, en nuestro caso), por lo que la inmunización frente a las posibles pérdidas se reduce y por tanto podríamos construir una cartera más eficiente, al menos una nueva cartera en la que la probabilidad de pérdida fuese más reducida o incluso sujeta a límites aceptables por el inversor.

De acuerdo a los datos simulados para el caso de los tipos medios ponderados de los rendimientos de la deuda pública española y del euribor, utilizando la formulación DJL, hemos obtenido para el caso de un coeficiente de corrección basado en la varianza no explicada y el primer factor, un error de estimación bajo, pero significativo. Caso de utilizar un modelo de ajuste constante para todo el horizonte de previsión y variable para cada plazo, hemos obtenido un mejor ajuste de las previsiones, si bien observamos que en determinados casos el error es inevitable (series 01 y 03).

5. BIBLIOGRAFÍA

- Chen, J., Fu, M.C. 2002; *Hedging Beyond Duration And Convexity*, Proceedings Of The 2002 Winter Simulation Conference, E. Yücesan, C.-H. Chen, J. L. Snowdon, And J. M. Charnes, Eds.
- Deutsche Bundesbank Monthly Report April 2006, *Determinants Of The Term Structure Of Interest Rates—Approaches To Combining Arbitrage-Free Models And Monetary Macroeconomics*.
- Diebold F.X., Piaseis, M., Rudebush, G.D., 2005, *Modeling Bond Yield in Finance an Macroeconomics*, Federeal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper Series.
- Diebold, F.X., Ji, L. And Li, C. (2006), "A *Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, And Generalized Duration*," In L.R. Klein (Ed.), *Macroeconomics, Finance And Econometrics: Essays In Memory Of Albert Ando*, 240-274, 2006. Cheltenham, U.K.: Edward Elgar.
- Diebold, F.X., Li, C. 2005; *Forecasting The Term Structure Of Government Bond Yields*, Journal Of Econometrics, N° 130, 2006.
- Dóldán Tíe, F.R. 2003, *Dirección Financiera De La Empresa*, Ediciones Tórculo, Santiago De Compostela.
- Dóldán Tíe, F.R., De Llano Monelos, P., 2002, *Evaluación De Títulos De Renta Fija*, Actas XVI Congreso Nacional De AEDEM Y XII Congreso Hispano Francés, Alicante.
- Gong, F.F., Remolona, E.M., 1996; *A Three-Factor Econometric Model Of The US Term Structure*, Federal Reserve Bank Of New York, Research Paper N° 9619.
- Litterman, R., And J. Scheinkman, 1991, "*Common Factors Affecting Bond Returns*," Journal Of Fixed Income, June, 54-61.
- Piñeiro Sánchez, C., 2003, *Técnicas Y Modelos Para La Gestión Financiera De La Empresa*, Ediciones Tórculo, Santiago De Compostela.
- Sherris, M. 1995; "*Interest Rate Risk Factors In The Australian Bond Market*" Actuarial Studies An Demography Research Papers, N° 004/95.