

Diferencias en la información proporcionada por el número de pasos y el tiempo por movimiento en la resolución del problema de la Torre de Hanoi

MARIA DEL CARMEN AYUSO

Universidad de Granada



Resumen

Se realizó un experimento que pretendía alcanzar un triple objetivo: (1) demostrar que cuando se selecciona la forma de presentar un problema a los sujetos se puede estar influyendo en la clase de representación mental que éstos generan (espacio del problema); (2) demostrar que no es equivalente la información proporcionada por los aspectos de la conducta seleccionados como variables dependientes y (3) demostrar que las distintas formas de presentar un problema también influyen diferencialmente en la conducta de resolución.

Para ello se pidió a cuatro grupos de sujetos que resolvieran dos veces el problema de la Torre de Hanoi con cinco discos, combinando dos formas de presentación: en unos casos disponía de los discos que debían mover para alcanzar la meta que se les señalaba (Manipulación) y en otros debían representar sus movimientos mediante papel y lápiz (Representación). Las conductas analizadas fueron el Número de Pasos o movimientos producidos hasta llegar a la solución y el Tiempo medio invertido en ejecutar cada movimiento.

Los resultados permiten mantener la afirmación de que la Forma de Presentación influye en la construcción del espacio del problema y en el proceso de resolución.

Palabras clave: Resolución de problemas, procesamiento de información en seres humanos.

Abstract

The purpose of the experiment reported in this article was threefold: (1) to demonstrate that the form of presentation of a problem may influence the type of mental representation generated by the subjects (problem space); (2) to demonstrate that selecting different aspects of the problem-solving behaviour as dependent variables may lead to different results and conclusions; (3) to demonstrate that the manners of presenting a problem may result in different problem-solving behaviours.

In the experiment, four groups of subjects were asked to solve the five disk Tower of Hanoi problem. The form of presenting the problem was manipulated so that sometimes the actual disks were available, and their subjects could manipulate them in order to achieve the goal (Manipulation condition). Some other times the disks were not available and subjects were provided with paper and pencils to represent their moves (Representation condition). The behaviours selected for analysis were number of moves to achieve each subgoal and the time needed to perform each move.

Results supported the hypothesis that the form of presentation influences the problem solving process and the way in which the problem space is constructed.

Dirección de la autora: María del Carmen Ayuso. Departamento de Psicología Experimental y Fisiología del comportamiento. Universidad de Granada. Campus de Cartuja. 18071 Granada.

INTRODUCCION

Las variables dependientes utilizadas con mayor frecuencia en las investigaciones que siguen el enfoque del procesamiento de información son el tiempo de reacción (o la latencia de respuesta), el número o porcentaje de aciertos y, con menos frecuencia, el número o porcentaje de errores. Pero, como Simon (1978) apunta, los experimentos de resolución de problemas son habitualmente diferentes a otra clase de investigaciones: desde que se presenta el estímulo (instrucciones), hasta que se da la respuesta final (solución), transcurre un intervalo de tiempo que puede ser muy breve pero que, también con mucha frecuencia, puede prolongarse durante minutos e, incluso, durante una hora o más. Ese intervalo temporal es utilizado por el sujeto en la producción de distintas actividades de procesamiento y es tarea del investigador inferir cuáles son esas actividades; es obvio que precisa partir de algún aspecto observable de la conducta y es aquí donde se manifiestan insuficientes, o al menos no tan útiles, las variables dependientes utilizadas en otro tipo de tareas.

La literatura ofrece una amplia variedad de opciones tomadas por los investigadores, opciones que dependen del tipo de problema seleccionado; teniendo en cuenta que este trabajo utiliza como tarea el problema de la Torre de Hanoi, que es un *problema de transformación* (Greeno, 1978) los comentarios que siguen se ceñirán a este tipo de problemas; en ellos hay una situación inicial, una meta y un conjunto de operadores legales que producen cambios en la situación. La tarea del sujeto es encontrar la secuencia de operaciones que transformen la situación inicial en la de meta. Ejemplos de estos problemas son los de Misioneros y Caníbales (Simon y Reed, 1976), Esposos Celosos (Reed, Ernst y Banerji, 1974), Torre de Hanoi (Gagné y Smith, 1962; Egan, 1973; Simon, 1975; Luger, 1976), Monstruos Extraterrestres (Simon y Hayes, 1976; Hayes y Simon, 1977; Kotovsky, Hayes y Simon, 1985), Ceremonia del Té (Hayes y Simón, 1974), Jarras de Luchins (Luchins y Luchins, 1950), Acróbatas y Acróbatas Invertido (Kotovski, Hayes y Simon, 1985), etcétera.

En su versión estándar, la Torre de Hanoi es un problema «bien estructurado» (Simon, 1978); los elementos físicos que lo componen son una serie de n discos numerados, graduados en función de su tamaño (cinco en este experimento y siendo el «1» el más pequeño), y tres postes, denominados «A», «B» y «C». En el estado inicial, los n discos están colocados en el poste «A» por orden de tamaño, con el disco mayor en la base y el menor en la parte superior. La meta del problema es colocar todos los discos en «C», debiendo quedar en la misma posición del estado inicial. Las reglas u operaciones permitidas son que sólo se puede mover un disco cada vez, sólo el que está en la parte superior de un montón, y que no puede colocarse un disco mayor encima de otro más pequeño. Los sujetos deben intentar llegar a la meta en el menor número de movimientos; no es necesaria ninguna experiencia previa y el número mínimo de pasos para alcanzar la solución es igual a 2^{n-1} , donde n es el número de discos. Dado que en este tra-

bajo se utiliza una torre de cinco discos, el número mínimo de pasos sería 31.

Cuando el sujeto trata de resolver estos problemas suele invertir, como mínimo, varios minutos; para obtener información sobre lo que hace a lo largo de la ejecución se han utilizado como datos el número de pasos y operaciones hechas por el sujeto, el tiempo total, el tiempo invertido en alcanzar distintas submetas, el número de errores, el número de intentos hasta conseguir una ejecución perfecta, las verbalizaciones, etc. Los autores llegan a sus conclusiones a partir de la variable dependiente seleccionada, pero no se han producido excesivas discusiones acerca de las ventajas de un tipo de variable sobre otra, ni sobre las relaciones que pueden establecerse entre ellas.

Con mayor interés se ha discutido el papel que desempeñan distintas variables independientes, como por ejemplo la influencia que la cantidad y clase de instrucciones recibidas pueden tener en la dificultad de la tarea y en las representaciones mentales generadas por las mismas, aunque se ha descuidado hasta hace poco (Kotovski, Hayes y Simón, 1985) la influencia que puede tener el material de que dispone el sujeto en la construcción del «espacio del problema». Los experimentos solían comparar conductas que, o bien exigían siempre trabajar con material manipulable, o bien se resolvían siempre con papel y lápiz, y no se hacían alusiones a la influencia que sobre la ejecución pudiera tener optar por una forma de presentación o por otra.

Un apretado resumen de las conclusiones extraídas de estos trabajos podría ser el siguiente:

En problemas con muchos discos (más de cuatro), si se deja a los sujetos libertad de movimiento, puede apreciarse en gran número de casos que inicialmente se produce un comportamiento errático pero, a partir de un momento determinado (con grandes diferencias individuales en cuanto a su aparición) comienzan a organizar su conducta en torno a la consecución de submetas; si bien éstas pueden ser peculiares a cada individuo, la estructura de la tarea impone semejanzas compartidas (colocar primero el disco mayor en el espacio objetivo), lo cual significa que cuanto mayor sea el número de discos, mayor será el número de submetas; si a esto se añade que la consecución de cada una de esas submetas suele exigir que se planteen otras intermedias, enseguida se observa que el número de discos afecta fundamentalmente a la cantidad de información (submetas) que debe estar disponible para el sujeto en cualquier momento. Este número de submetas (o su asociado, número de discos) es una fuente de dificultad importante (Cook, 1937).

Una vez que se ha seleccionado la submeta a alcanzar, surge el problema de elegir la secuencia de operadores necesarios para conseguirla; se ha comprobado que la dificultad de elección está relacionada con la cantidad de movimientos que debieran hacerse para alcanzarla (Egan, 1973; Egan y Greeno, 1974). De esta afirmación podría deducirse que el primer mo-

vimiento es el más difícil pero, al parecer, su procesamiento no sigue los cauces habituales (Egan, 1973; Egan y Greeno, 1974; Karat, 1982).

Las afirmaciones anteriores no son completas: a partir de ellas podría deducirse que la dificultad depende exclusivamente del tamaño del espacio de estados, pero hay toda una línea de investigación reciente (Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Larkin, McDermott, Simon y Simon, 1980; Simón y Hayes, 1976; Kotovsky, Hayes y Simon, 1985) que ha cambiado el foco de interés desde la estructura de la tarea a su representación, pues ésta también tiene implicaciones que influyen en el nivel de dificultad. Dentro de esta línea, el trabajo de Kotovsky, Hayes y Simon (1985), continuación del de Hayes y Simón (1977) es, quizás, el que explora de forma más sistemática las causas de la dificultad de los problemas; algunos de sus resultados quizás sean excesivamente específicos para generalizarlos a situaciones experimentales algo diferentes. Pero sí parece claro que si en dos problemas aparentemente semejantes hay diferencias en el tiempo de lectura y aprendizaje de las instrucciones, se puede anticipar que esos dos problemas resultarán con distinta dificultad para los sujetos. También parece probable que cuanto más difícil sea un problema, más veces volverán los sujetos a las reglas para decidir la legalidad de un movimiento, incluso después de haber iniciado la ejecución. Por otra parte, no parece que la dificultad relativa pueda cuantificarse por el número de errores o movimientos ilegales (que apenas se producen) sino más bien por el tiempo de ejecución y, aunque con menos frecuencia, por el número de pasos. Los sujetos incorporan su conocimiento sobre el mundo a su representación del problema y cuanto mayor sea la cantidad de información aplicable, más fácil resultará. Los problemas que inducen representaciones espaciales permiten manejar simultáneamente mayor cantidad de información y, por último, el disponer de objetos externos que representen los elementos del problema, que puedan ser «manipulados» más que imaginados, suele ser otro elemento importante por su incidencia en la dificultad de la tarea.

Los intentos para inducir un tipo concreto de aprendizaje (aprender a trabajar con submetas, con patrón de movimientos, etc.) han tenido poco éxito. Son necesarias condiciones experimentales muy extremas para forzar a los sujetos a adquirir la estrategia de patrón de movimiento (Egan, 1973; Egan y Greeno, 1974; Sweller, 1983) y las diferencias en aplicación del análisis medios fines no parecen estar provocadas por las manipulaciones experimentales. Los sujetos necesitan explorar el espacio del problema y hasta que no lo hacen son incapaces de sacar provecho a los indicios que pretenden facilitarles la solución (Kotovsky, Hayes y Simon, 1985) aunque, si se les dice por anticipado lo que deben hacer, mejoran su rendimiento (Ewert y Lambert, 1932).

Si una tarea o tareas similares se hacen sucesivamente, suele producirse una mejora en el rendimiento (Hayes y Simon, 1977; Luger y Bauer, 1978; Kotovsky, Hayes y Simon, 1985) pero, una vez planteado ese principio general es necesario hacer una serie de matizaciones que se derivan, en muchos casos, de cómo se manipulan las variables. Por ejemplo, el tiempo de ejecución suele ser una medida más sensible que el número de movimientos (Cook, 1937); en muchos casos parece que se aprenden aspectos más generales que específicos (Egan, 1973) y en otros, los aspectos concretos de aprendizaje previos pueden deteriorar el rendimiento posterior (Sweller, 1983); cuanto más similares sean las reglas que rigen la selección de operadores, más fácil es que se aumente la transferencia, pero diferencias aparentemente nimias pueden producir efectos negativos (Kotovsky, Hayes y Simon, 1985); la repetición va posibilitando la adquisición de nuevos aprendizajes que se manifiestan en la ejecución de los movimientos y en las verbalizaciones de los sujetos (Anzai y Simon, 1979).

La pregunta, ¿qué es mejor, empezar por lo fácil o por lo difícil? no parece tener una respuesta clara. En ocasiones resulta más efectiva la secuencia difícil-fácil (Cook, 1937; Hayes y Simon, 1977; Reed, Ernst y Banerji, 1974, con problemas de cruces de ríos también encontraron el mismo resultado con alguna de las variables dependientes) y, en otras, resulta más efectiva la secuencia inversa (Froufe, 1985; Hayes y Simon, 1977; Kotovsky, Hayes y Simon, 1985; Luger y Bauer, 1978) sin que parezca posible encontrar un criterio que permita anticipar cuándo va a aparecer cada una de las relaciones.

OBJETIVOS

Este trabajo tiene un triple objetivo:

- 1) Comprobar con un nuevo material que cuando se selecciona una forma de presentar un problema a los sujetos se puede estar influyendo en la clase de representación mental que éstos generan. Según Newell y Simon (1972), para resolver un problema los sujetos deben generar una representación mental del mismo (*espacio del problema*). Esta representación se genera a partir de las instrucciones (Hayes y Simon, 1977) y del material disponible (Kotovsky, Hayes y Simon, 1985).

En el presente trabajo el problema podía presentarse en dos formas diferentes: en una de ellas, el sujeto tenía acceso directo a un material (discos) que podía asir y cambiar de posición (*Manipulación*); en la otra debía representar esos cambios mediante papel y lápiz (*Representación*). Las instrucciones eran equivalentes en ambos casos, pero se propone que el material disponible y el contexto influirán de forma que costará más esfuerzo construir el espacio del problema cuando haya que trabajar con papel y lápiz. La causa puede residir no en

que haya mayor o menor cantidad de información, ni tan siquiera en la utilización de distintas palabras en las instrucciones correspondientes, sino probablemente en que éstas adquieren connotaciones diferentes por el contexto general. Por ejemplo, con la presentación física de los discos, «encima» y «debajo» tienen un significado inequívoco en el sentido de que lo que está encima se apoya en lo que permanece debajo, y de que el desplazamiento de un objeto que está debajo implica necesariamente el movimiento de uno que permanece sobre él; pero en las fichas utilizadas en la versión de papel y lápiz (*Representación*) no existe continuidad entre los discos, ya que las líneas que los representan están separadas por un espacio y ello pudiera dificultar la utilización de todos esos conocimientos.

Otro ejemplo de término que puede generar representaciones diferentes es «espacio»; en *M* los espacios («postes» en la versión habitual) están definidos por la hendidura en un tablero que los delimitan claramente del resto de la superficie, e identificados por letras. En *R* el espacio es una sola dimensión o, mejor dicho, ni eso, porque no hay ningún contorno que delimite la diferencia entre los lugares en que el sujeto debe dibujar la posición de los discos y el resto de la superficie de la ficha: sólo hay una indicación indirecta basada en las letras (A, B o C) que aparecen a distancias equidistantes y se supone que el sujeto «ve» como espacio una parte de la ficha total.

Los anteriores argumentos se verían apoyados si el tiempo transcurrido hasta que el sujeto manifieste haber entendido las instrucciones fuera mayor en la condición *R* (*Representación*).

2) Demostrar que las distintas formas de presentar un problema influyen no sólo en la construcción del espacio sino también a lo largo de todo el proceso de resolución. Se propone que *M* y *R* imponen procesamientos diferentes, por las demandas perceptivas y de memoria que exigen las diferentes representaciones generadas por ambas formas de presentación.

Demandas perceptivas en Manipulación

Se puede identificar de forma inmediata cuál de dos discos es mayor, aún cuando estén separados (y además están identificados por un número, con lo que la información es redundante). Los espacios también son fácilmente distinguibles, tanto porque presentan contornos diferenciales como porque están identificados por letras.

Demandas perceptivas en Representación

Resulta más difícil identificar cuál de las dos rayas es mayor por múltiples razones: (a) aunque el dibujo realizado por los propios sujetos fuera perfecto, las diferencias en tamaño son menores entre dos rayas que entre dos discos; éstos tienen una «corona de circunferencia» de dos centímetros más en cada tamaño sucesivo, en tanto que la diferencia entre dos «rayas» sucesivas es de cuatro milímetros en una

sola dimensión; (b) en *R* las rayas no iban apoyadas por dígitos, cosa que sí sucedía en *M*, y (c) los discos en *M* eran objetos en tres dimensiones, de las cuales dos (longitud y anchura) variaban siempre de forma redundante de un ejemplo a otro, lo que facilita la identificación de cada uno (Bourne y Haygood, 1959; Bourne, 1961; Keele y Archer, 1967; Ayuso, Santa Cruz y del Pino, 1977), en tanto que en *R* había una única dimensión, con lo que era imposible que se dieran redundancias. Dado que para hacer un movimiento hay que verificar previamente que éste sea legal, y dado que las pruebas de legalidad exigen comparar el tamaño relativo de los discos, las anteriores características suponen que la ejecución de un movimiento *R* necesita más cantidad de procesamiento perceptivo que uno de *M*.

Demandas de memoria en Manipulación

El sujeto debe mantener activas las submetas a conseguir, debe anticipar los movimientos para alcanzar alguna de esas submetas antes de ejecutarlos realmente; cuanto mayor sea el número de pasos anticipados mayor será la carga de memoria y mayores probabilidades de error habrá, pero la representación mental de un estado imaginado es relativamente fácil porque el dispositivo físico ha generado previamente una representación adecuada de naturaleza espacial («Hipótesis sobre la ayuda de Memoria Externa», de Kotovsky y asociados, 1985).

Demandas de memoria en Representación

Todas las propuestas para *M* son igualmente aplicables a *R*, pero además habría que añadir otras nuevas. En *M*, cuando el sujeto ha elegido el movimiento, o la secuencia de movimientos, puede pasar inmediatamente a la ejecución, pero en *R* debe empezar por reproducir la configuración resultante en la ficha. Esta acción no resulta tan fácil como pudiera parecer, exige focalizar la atención durante un cierto tiempo en otro contenido distinto del movimiento seleccionado y, como consecuencia, hay que volver a recuperarlo en algún momento, intento que puede no tener siempre éxito. En otras palabras, hay más interferencias de memoria. Por último, el hecho de que la representación de *M* tenga más componentes espaciales, influye en la facilidad con que se generan las anticipaciones, en palabras de Kotovsky, Hayes y Simon (1985):

Esta «Hipótesis sobre la carga de Memoria Espacial» debe dar cuenta de las diferencias en dificultad aún cuando los sujetos utilicen ayudas externas de memoria. Una posibilidad es que los sujetos utilicen tales representaciones externas para hacer los movimientos realmente, *pero tengan que basarse en su representación interna para planificar los movimientos*, (pág. 253; la cursiva no aparece en el texto original)

lo que indica que el tener delante la ficha o los discos no produce efectos equivalentes en la anticipación; en ambos casos hay ayudas exter-

nas, pero la planificación se hace sobre la representación interna y ésta es distinta para M y R .

Si todas las diferencias comentadas fueran reales, debieran manifestarse sus efectos en las distintas medidas dependientes.

3) Demostrar que la información proporcionada por los aspectos de la conducta seleccionados como variables dependientes no es equivalente. Si se utilizan distintas variables dependientes se comprobará que no son igualmente sensibles a las manipulaciones experimentales y que, en consecuencia, no se extraen conclusiones equivalentes de ellas.

Como objetivos secundarios, fácilmente compatibles con los originales, se pretende:

4) Comprobar qué beneficios proporciona analizar una ejecución compleja dividiéndola en segmentos representativos (submetas). Se propone que esta segmentación debiera permitir verificar la falta de homogeneidad, a lo largo de la ejecución, en la influencia de las variables manipuladas y detectar qué partes de la tarea son especialmente sensibles a ellas; más concretamente, los segmentos más difíciles, que exigen mayor cantidad de procesamiento (anticipación de mayor número de movimientos para alcanzar una submeta) serán las más afectadas; por ello se afirma que las mayores influencias se producirán en las primeras submetas.

5) Comprobar hasta dónde se modifica la ejecución cuando se repite un problema. Se propone que la repetición de la tarea mejora el rendimiento en líneas generales, pero que esta mejora debe ser mayor en unos segmentos (primeras submetas) que en otros. La naturaleza recursiva del problema hace que éste pueda descomponerse en subproblemas que varían en grado de dificultad por incluir distinto número de discos. Las tres últimas submetas (que corresponderían a problemas con tres, dos o un disco) resultarían fáciles de alcanzar ya desde la primera ejecución y, en consecuencia, podría esperarse poca mejora en ejecuciones posteriores.

6) Por último, también se pretende comprobar si la mejora esperada en la segunda ejecución es mayor cuando va precedida por una primera en la que el sujeto ha trabajado con la misma clase de material, frente a las condiciones en las que el material cambia en las dos ejecuciones.

METODO

1. Sujetos

Los sujetos fueron 20 mujeres y 20 varones, con una edad media de 21,9 años (rango 20-26) y una desviación típica de 1,36, estudiantes de tercero y cuarto de Psicología en la Universidad de Granada, sin experiencia previa con el problema que debían resolver. Fueron distribuidos aleatoriamente en cuatro grupos de tratamiento, manteniendo igualada la variable sexo.

2. Diseño

Se manipularon dos variables independientes:

Forma de Presentación

El problema podía presentarse de dos maneras: o bien en forma de *Manipulación (M)*, con discos reales, o bien en la forma llamada *Representación (R)*, con papel y lápiz.

Repetición de la tarea

Cada sujeto hacía el problema dos veces.

Para poder comprobar las diferencias predichas entre las distintas partes de la ejecución, ésta se analizó tanto globalmente como por *submetas*: un segmento de la ejecución era el que terminaba con la colocación del disco 5 en el espacio C, y se denominó a esta primera parte 5C; el siguiente, cuando se colocaba el disco 4 sobre el 5 en el espacio C (4C); la conducta comprendida entre este momento y la colocación del disco 3 sobre el 4 se denominó 3C, etcétera.

Las tres variables anteriores se combinaron en la forma representada en la figura 1, lo que llevó a utilizar un diseño $4 \times 2 \times 5$ con los dos últimos factores de medidas repetidas, identificándose éstos con las siguientes denominaciones:

Factor 1 *Grupos de tratamiento*. Factor entre grupos con cuatro niveles, constituidos cada uno de ellos por una combinación diferente de la Forma de Presentación: el *GRUPO 1 (M-R)* hizo la primera vez Manipulación y la segunda Representación; el *GRUPO 2 (R-M)* hizo la primera vez Representación y la segunda Manipulación; el *GRUPO 3 (M-M)* hizo las dos veces Manipulación y el *GRUPO 4 (R-R)* hizo las dos veces Representación.

Factor 2 *Orden*. Factor de medidas repetidas, con dos niveles: *Primera Ejecución* y *Segunda Ejecución*.

Factor 3 *Submetas*. Factor de medidas repetidas, con cinco niveles, correspondientes a cada una de las submetas seleccionadas: 5C, 4C, 3C, 2C y 1C.

Este diseño, con la aplicación del Análisis de Varianza correspondiente y las comparaciones que más adelante se describen, permitía cubrir los seis objetivos previamente enumerados.

3. Materiales y aparatos

En los ensayos de *Manipulación (M)* se presentaba un tablero blanco con tres hendiduras circulares, denominadas A, B y C y cinco dis-

cos; éstos eran de madera plastificada, de color blanco, de 1,5 cm de grosor, e identificados por un número que llevaban impreso en las dos caras. El disco 5 tenía 12,5 cm. de diámetro; el disco 4, 10,5 cm.; el disco 3 8,5 cm.; el disco 2, 6,5 cm. y el disco 1, 5 cm.

En los ensayos de *Representación (R)*, se ofrecía al sujeto un monón de fichas en papel cuadriculado, en las que aparecían tres letras impresas (A, B y C) a distancias equidistantes; estas letras servían para identificar los espacios sobre los que debían dibujarse los discos.

También se utilizaron Hojas de Respuesta en las que la experimentadora iba apuntando, a la vista del sujeto, los movimientos que hacía.

Por último, encima de la mesa había un magnetófono en el que se iban registrando todas las verbalizaciones producidas, tanto por el sujeto como por la experimentadora, a lo largo de toda la sesión experimental.

4. Procedimiento

El desarrollo de las sesiones experimentales era siempre igual: el sujeto era citado a una hora determinada en un laboratorio y el trabajo se realizaba sobre una mesa en la que se encontraba ya dispuesto todo el material necesario para el tipo de ensayo que correspondiera. Se tomaban los datos de identificación personal, se informaba al sujeto de que se iba a grabar todo lo que dijera y se le entregaban las instrucciones con el ruego de que las leyera en voz alta.

En ellas se hacía hincapié en que el objetivo del experimento no era valorar la capacidad intelectual, sino «descubrir qué métodos utiliza Vd. para resolver el problema que se explica a continuación». Se comunicaba al sujeto que disponía de tiempo ilimitado y se le rogaba que dijera «en voz alta» todo lo que se le pasara por la cabeza mientras trataba de resolver el problema. A continuación se describían los elementos del problema, el estado inicial y el de meta, junto con las condiciones que debían reunir los movimientos para que fueran legales. En los ensayos *M*, al tiempo que el sujeto leía las instrucciones, la experimentadora iba moviendo los discos para que reprodujeran los ejemplos que se mencionaban. En los ensayos *R* se reproducían en las mismas instrucciones fichas en las que se había dibujado cada uno de los ejemplos explicativos. Estas instrucciones incluían información sobre cómo representar los discos sobre el papel: el sujeto debía dibujar una línea de cinco cuadrados para identificar el disco 5, una de cuatro cuadrados para identificar el disco 4, y así sucesivamente.

En los ensayos *M*, cada vez que el sujeto cambiaba un disco de sitio desaparecía la posición inmediatamente anterior, con lo que sólo tenía acceso directo al último estado alcanzado. Para mantener esta condición en los ensayos *R*, el sujeto sólo tenía a la vista la última ficha dibujada por él y la que estaba utilizando para reflejar su siguiente movimiento.

Cuando el sujeto intentaba hacer algún movimiento que contraviñera las reglas establecidas, se le indicaba que era incorrecto y se le

recordaba la regla en cuestión. En ningún caso podía volver a comenzar, salvo que ejecutara los movimientos que devolvían los discos a la posición inicial.

Finalizada la Primera Ejecución, se remarcaba el éxito en la tarea y se le preguntaba si creía que al hacerlo otra vez le resultaría más sencillo. A continuación se entregaban las nuevas instrucciones si la Segunda Ejecución era diferente de la Primera, o se le preguntaba si las recordaba cuando las dos eran de igual Forma de Presentación.

Finalizada la Segunda Ejecución, y continuando con el registro magnetofónico, se pasaba a hablar del problema con el sujeto, tratando de ver qué imagen tenía del mismo y de su rendimiento *a posteriori*.

Durante toda la sesión, la experimentadora iba tomando nota en las Hojas de Respuesta de los movimientos producidos, y registraba el tiempo global que invertía en cada ejecución, pero casi todo el análisis de datos (como se verá posteriormente), se hizo a partir de los registros en cinta magnetofónica. Su contenido fue mecanografiado para cada sujeto y cada ejecución, con varios controles sucesivos para verificar la fiabilidad de las transcripciones. A partir de este material se cuantificaron las variables dependientes utilizadas en el trabajo.

5. Variables dependientes

Se seleccionaron dos variables dependientes: el Número de Pasos y el Tiempo de Movimiento.

El *Número de Pasos* es una medida de utilización frecuente en problemas de transformación, por lo que fue la primera analizada. La tarea de la Torre de Hanoi exige una secuencia de movimientos mínima para alcanzar el Estado Final o solución. Esta *secuencia óptima* es de 31 movimientos pero, si bien el *ambiente de la tarea* (Newell y Simon, 1972) impone un número mínimo de pasos, no sucede lo mismo con el número máximo. Los movimientos que hace un sujeto están relacionados con lo que Nilsson (1971) llama el *espacio de los estados*, que está constituido por todas las posiciones que pueden ocupar los discos sin que se contravenga la regla «*nunca se puede colocar un disco grande encima de otro más pequeño*»; de lo anterior se deduce que aún cuando los sujetos no utilicen todos esos estados, es posible alcanzar cualquiera de ellos. Dado que en la bibliografía sobre la Torre de Hanoi no aparece una reproducción completa de espacio de estados, la primera tarea consistió en construirlo: está formado por 243 estados (incluyendo el inicial y el de meta); no debe suponerse que el número máximo de pasos es de 243, pues un sujeto podría superar esa cifra si visitara varias veces alguno de los estados. En este experimento, el número real máximo fue de 113 pasos, no hubo ningún sujeto que lo hiciera con el mínimo en la Primera Ejecución (el que menos dio hizo 34) y hubo dos que lo consiguieron en la Segunda Ejecución.

Los comentarios anteriores hacen referencia a la ejecución global pero, como se vio en la introducción, en este análisis se subdividió la tarea en cinco Submetas o puntos por los que necesariamente deben pasar todos los sujetos para llegar a la solución final. Alcanzar la Sub-

meta 5C exige un mínimo de 16 pasos; llegar a 4C precisa dar, al menos, ocho pasos más; 3C se alcanza con cuatro pasos, 2C con dos pasos y 1C con un solo movimiento. Estas submetas fueron identificadas como tales por los propios sujetos porque, una vez alcanzada alguna de ellas, no volvían a quitar los discos implicados de esa posición (Luger, 1976); dicho de otra forma: cuando un sujeto lograba colocar el disco 5 en el espacio C no volvía a quitarlo de ahí; si posteriormente lograba poner el 4 encima del 5, no movía ninguno de los dos discos, y así sucesivamente.

Este hecho de alcanzar submetas y no abandonarlas, restringe el número de estados que un sujeto puede visitar a medida que avanza en la ejecución de la tarea. Evidentemente, estas consideraciones eran ignoradas por los sujetos mientras trabajaban, pero queremos dejar constancia de ellas porque, como postula el modelo de Newell y Simon (1972), el número de pasos por submeta que dieron los sujetos estaba influido, aún sin ellos saberlo, por esta estructura del problema.

Como se deduce de los comentarios anteriores, se registró el Número de Pasos dado por cada sujeto en cada Submeta y en cada Ejecución.

La segunda variable analizada era de naturaleza temporal y, según se desprende de las instrucciones, debiera ser especialmente sensible a la variable Submetas y a la Forma de Presentación del problema, aunque por distintas razones:

Si los sujetos tienen que hacer más movimientos para alcanzar la Submeta 5C que para llegar a la 4C, es lógico suponer que invertirán más tiempo en la primera parte de la tarea; lo que ya no resulta tan evidente es que necesariamente deban darse diferencias en el tiempo invertido en hacer cada movimiento, por eso se consideró conveniente utilizar esta segunda medida (*Tiempo de Movimiento*).

Por lo que se refiere a la Forma de Presentación, el problema es de naturaleza diferente: cuando los sujetos tienen que utilizar el material denominado *M* invierten poco tiempo en la ejecución de cada movimiento, en tanto que con la forma *R* deben representar en un papel, mediante líneas trazadas por ellos mismos, la posición en que quedan los discos después de cada movimiento. Ello hace esperar necesariamente unas diferencias en tiempo de ejecución muy grandes, pero el objetivo de este análisis era ver si las diferencias reales obtenidas eran atribuibles exclusivamente a la naturaleza mecánica de la tarea o si intervenían otros factores distintos.

La estimación del tiempo medio por movimiento exigió un nuevo tratamiento de los datos: (1) Una vez transcritos los protocolos, se señalaba en los mismos el momento en que el sujeto verbalizaba un movimiento. (2) Se creó un programa de ordenador que trabajaba con un reloj de tiempo real, con una precisión de centésimas de segundo. El programa paraba el cronómetro cada vez que se apretaba una tecla, registraba en un fichero el valor de la variable y continuaba cro-

nometrando. También registraba tiempos acumulados pulsando otra tecla diferente. (3) Con este programa y con los protocolos se pasó a registrar el tiempo que había tardado cada sujeto en hacer cada movimiento y el tiempo acumulado por submetas. (4) El programa también identificaba el tiempo que había invertido cada sujeto en decidir que había entendido las instrucciones. (5) Concluida la cuantificación informática de los datos, se registraron los valores de tiempo invertido por cada sujeto en alcanzar cada submeta en cada ejecución. (6) El último paso consistió en dividir el tiempo total por submetas entre el Número de Pasos; este cálculo se hizo para cada sujeto en cada Submeta y en cada Ejecución, y a esto es a lo que denominamos Tiempo por Movimiento.

RESULTADOS

Se aplicó el ANOVA correspondiente al diseño actual (figura 1) y sus resultados se complementaron con las comparaciones necesarias para verificar si se cumplían las predicciones (análisis de la triple interacción).

Por ejemplo, en cada Grupo se comparaban las dos ejecuciones, tanto globalmente (por ejemplo, Grupo 1, Primera frente a Segunda vez) para observar si la influencia del Orden era homogénea en todos los grupos, como por Submetas (por ejemplo, Grupo 1, 5C de la Primera Ejecución frente a 5C de la Segunda Ejecución; 4C frente a 4C, etc.) lo que permitía observar si la influencia del orden en cada grupo era homogénea a lo largo de todas las submetas.

El diseño experimental no permitía hacer un análisis global de los efectos de la Forma de Presentación (objetivos 1 y 2), por lo que las predicciones tuvieron que verificarse por partes:

— En primer lugar se compararon las dos Formas de Presentación en cada Ejecución por separado (globalmente y por

FIGURA I

Descripción del diseño experimental
(*Experimental desing description*)

Grupos (Groups)	ORDEN: 1. ^a ejecución (ORDER: 1 st trial)						ORDEN: 2. ^a ejecución (ORDER: 2 nd trial)					
	Submetas (Subgoals)						Submetas (Subgoals)					
	5C	4C	3C	2C	1C	Total	5C	4C	3C	2C	1C	Total
Grupo 1	Manipulación						Representación					
Grupo 2	Representación						Manipulación					
Grupo 3	Manipulación						Manipulación					
Grupo 4	Representación						Representación					

Submetas): se unían, con datos de la *Primera Ejecución*, los Grupos 1 y 3 (*M*) y se comparaban con los grupos 2 y 4 (*R*); el mismo proceso se seguía con la *Segunda Ejecución*, uniendo los Grupos 2 y 3 (*M*) frente a los grupos 1 y 4 (*R*) y,

— en segundo lugar, se combinaron dos ejecuciones en los casos en que era metodológicamente posible: se comparaba el Grupo 3 (*M-M*) con el Grupo 4 (*R-R*) globalmente y por Submetas.

Para observar la influencia combinada de Forma de Presentación y de Orden (objetivo 6) se hicieron dos clases de comparaciones:

La primera se realizó entre los grupos que habían tenido distinta Forma de Presentación en cada ejecución (Grupo 1, *M-R*, frente a Grupo 2, *R-M*).

La segunda entre los grupos que habían tenido la misma Forma de Presentación en la Segunda Ejecución (Grupo 2, *M*, frente a Grupo 3, *M*; lo mismo se hizo entre los otros dos Grupos, 1 y 4, que realizaron la Segunda Ejecución en la forma *R*).

Los resultados de estas comparaciones (18 por cada variable dependiente) no se comentan posteriormente porque apenas aparecieron diferencias significativas, ni en los análisis globales ni por submetas.

En todas estas comparaciones se utilizaron términos de error específicos, siguiendo la metodología de análisis propuesta por Keppel (1973).

A continuación se describen los resultados de estos análisis en cada una de las variables dependientes.

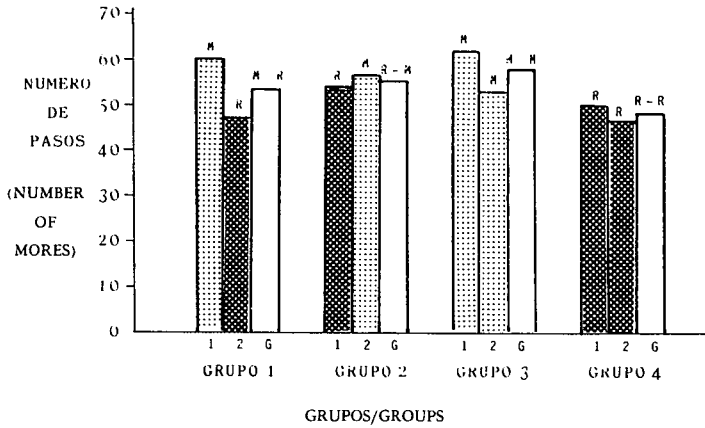
1. Número de pasos

En la figura 2 se reproduce el Número medio de Pasos de los cuatro Grupos (barra G, en blanco) y el Número medio de Pasos por Grupo y Ejecución (barras 1 y 2, sombreadas), al tiempo que se identifica la Forma de Presentación correspondiente a cada una de las ejecuciones (*M* o *R*) en la parte superior de las barras. Como complemento, en la tabla I, se presentan los valores medios en Número de Pasos incluyendo además la variable Submetas.

Resultados generales

El único efecto principal del ANOVA que resultó significativo fue el de *SUBMETAS* pero, como se justificaba al describir las Variables Dependientes, era un resultado impuesto por el *ambiente de la tarea* (Newell y Simon, 1972). La estructura del problema impone un nú-

FIGURA II



mero mínimo de pasos para alcanzar cada una de las submetas, lo que significa que, salvo en condiciones extremadamente anómalas, esta variable debe producir un efecto significativo, así como sucedió ($F_{(4, 144)} = 182,569$, $p < .001$). Según los resultados obtenidos, las diferencias entre cada dos Submetas consecutivas eran significativas (en todos los casos con una $p < .001$). Pero a partir de este dato no se tienen criterios suficientes para decidir si la eficiencia de los sujetos fue equivalente en todas las submetas; Hayes, Michie, Pole y Schofield (1965) y Erisson (1974) ofrecen un coeficiente de eficiencia, e , que es una medida utilizada con frecuencia en inteligencia artificial para evaluar la adecuación de distintos procedimientos de búsqueda en la génesis de las soluciones. El coeficiente,

$$e = n_{\min}/n$$

se obtiene dividiendo el número mínimo de pasos entre el número real de pasos; la máxima eficiencia se alcanza, pues, cuando $e = 1$ y la mínima cuando más próximo esté a cero el valor.

Según los resultados de este experimento, la eficiencia media lograda por los sujetos en cada submeta no fue homogénea:

$$e_{5c} = 0,497$$

$$e_{4c} = 0,559$$

$$e_{3c} = 0,889$$

$$e_{2c} = 1$$

$$e_{1c} = 1$$

Ninguna de las interacciones, ya fuera de primero o segundo orden, resultó significativa.

Número de pasos dado por cada grupo en función del orden y de las submetas

Ya anticipábamos que algunos de los objetivos de este experimento exigen analizar la triple interacción; dado que en esta variable no

resultó significativa, nos limitaremos a describir la tendencia manifestada por los datos: en general puede decirse que siempre fueron más los pasos dados en la Primera Ejecución que en la Segunda, con la única excepción del Grupo 2 (54,6 pasos Primera Vez y 57,1, Segunda Vez). Sin embargo estas diferencias sólo alcanzaron significación estadística en el Grupo 1, $M-R$ ($F_{(1,9)} = 11,62, p < .01$).

Manipulación frente a representación

Como resumen de los resultados aparecidos tras la realización de las comparaciones correspondientes en esta variable podría decirse que:

A pesar de que siempre era superior el Número de Pasos dado en las ejecuciones M que el producido en las ejecuciones R , no aparecían diferencias significativas cuando se comparaban ejecuciones globales (figura 2).

Por Submetas, 5C, 4C y 3C siguieron la pauta de ejecuciones globales: siempre fue mayor el Número de Pasos; las últimas Submetas, 2C y 1C eran exactamente iguales en lo que a la mencionada variable se refiere, aunque aparecían pocas diferencias significativas en comparaciones entre submetas.

Como conclusión global se podría decir que si nos atenemos sólo a los datos con significación estadística, y tal como ocurría en otros experimentos que utilizaban esta misma medida, no parece que el Número de Movimientos sea especialmente sensible a estas manipulaciones experimentales, pero si se presta atención a las tendencias que señalan los datos (mayor número de pasos en M que en R) se debería concluir que el comportamiento en esta variable es opuesto al manifestado en la variable que se comenta a continuación.

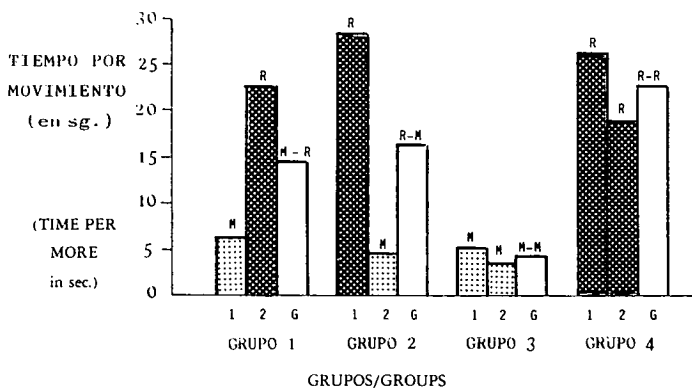
2. Tiempo por Movimiento

En la figura 3 se representa el Tiempo medio por Movimiento de los cuatro Grupos (barra G, en blanco) y el Tiempo medio por Movimiento en cada Grupo y en cada Ejecución (barras 1 y 2, sombreadas), al tiempo que se identifica la Forma de Presentación (M o R , en la parte superior de cada barra) correspondiente a cada una de las ejecuciones. El Tiempo medio por Movimiento, en función ya de las tres variables (Grupo de Tratamiento, Orden de Ejecución y Submetas) se presenta en la tabla II.

Resultados generales

Los Tiempos por Movimiento fueron significativamente diferentes (figura 3, barras blancas) para los cuatro Grupos experimentales

FIGURA III



($F_{(3,36)} = 33,060, p < .001$). Los extremos correspondían a los dos Grupos que habían hecho el problema igual las dos veces: el mayor fue el Grupo 4, *R-R* (Tiempo por Movimiento = 22,62 sg.) y el menor el Grupo 3, *M-M* (4,31 sg.). Cuando se combinaban las dos Formas de Presentación en un grupo se veía que se tardaba menos en hacer un movimiento cuando la secuencia era *M-R*, Grupo 1 (14,47 sg.) que cuando era *R-M*, Grupo 2 (16,48 sg.).

El efecto principal del factor *ORDEN* (Primera y Segunda vez) fue significativo ($F_{(1,36)} = p < .001$): los sujetos tardaron, como media, más tiempo en hacer un movimiento en la Primera Ejecución (16,60 sg.) que en la Segunda (12,34 sg.).

También fue significativo el efecto principal del factor *SUBMETAS* ($F_{(4,144)} = 120,036, p < .001$). El Tiempo por Movimiento en las distintas Submetas seguía un orden decreciente, resultando significativas las diferencias entre Submetas consecutivas ($p < .001$) excepto entre 2C y 1C. Si se piensa que el hecho material de mover un disco o hacer cinco rayas en las fichas se mantiene constante a lo largo de toda la ejecución, pero se observa que se tarda tres veces menos en hacerlo en la parte final de la tarea, habrá que concluir que estas diferencias no están provocadas únicamente por la ejecución material del movimiento, sino que intervienen otra serie de factores que deberán ser analizados. Conviene recordar, sin embargo, que entre las dos últimas Submetas (2C y 1C) no aparecían diferencias.

Resultaron igualmente significativas todas las interacciones, pero destacaremos la de *GRUPOS* \times *ORDEN* \times *SUBMETAS* ($F_{(12,144)} = 12,488, p < .001$) por ser la de principal interés teórico.

Tiempo por movimiento en cada grupo en función del orden y de las submetas

Las tres variables interactuaban entre sí, de forma que el *ORDEN* y las *SUBMETAS* influían de manera diferente en cada *GRUPO*. Digamos, por ejemplo, que las diferencias entre Primera y Segunda Ejecución eran siempre significativas, pero no siempre igual de intensas.

Grupo 1 (M-R)

Fueron significativas las diferencias entre Primera y Segunda Ejecución ($F_{(1,9)} = 194,32$, $p < .001$, figura 3, barras sombreadas), con un Tiempo por Movimiento menor la Primera Vez (6,30 sg.) que la Segunda (22,63 sg.), lo que indica que en este Grupo predominaba el efecto de Forma de Presentación sobre el efecto de Orden, efecto este último que nos haría esperar un tiempo de ejecución menor la segunda vez.

Comparadas las dos ejecuciones en cada Submeta (tabla II), se observó que siempre eran inferiores los Tiempos por Movimiento de la

TABLA I

Valores de medias y desviaciones típicas de la variable Número de pasos en función del grupo de tratamiento, del orden de ejecución y de las submetas
(Means and standard deviations of number of moves as a function of groups, order of performance and subgoals)

Grupos (Groups)	Primera vez (First trial)					Segunda vez (Second trial)				
	5C	4C	3C	2C	1C	5C	4C	3C	2C	1C
Grupo 1 x (M - R) DT	30,90 15,34	21,50 12,80	5,10 2,13	2,-- 0,--	1,-- 0,--	27,70 15,02	12,10 4,12	4,10 0,32	2,-- 0,--	1,-- 0,--
Grupo 2 x (R - M) DT	35,30 20,60	12,30 2,75	4,-- 0,--	2,-- 0,--	1,-- 0,--	36,-- 20,11	13,90 4,36	4,20 0,63	2,-- 0,--	1,-- 0,--
Grupo 3 x (M - M) DT	40,-- 21,99	15,70 9,36	5,-- 1,41	2,-- 0,--	1,-- 0,--	29,60 19,58	13,90 5,28	5,70 2,31	2,-- 0,--	1,-- 0,--
Grupo 4 x (R - R) DT	32,90 17,35	10,60 3,34	4,10 0,32	2,-- 0,--	1,-- 0,--	25,20 5,75	14,20 8,52	4,10 0,32	2,-- 0,--	1,-- 0,--

NOTAS:

(M-R): Primera vez Manipulación y Segunda vez Representación. (R-M): Primera vez Representación y Segunda vez Manipulación. (M-M): Primera y segunda vez Manipulación. (R-R): Primera y Segunda vez Representación.

5C: Número medio de movimientos hasta colocar el disco 5 en el espacio C. 4C: Número medio de movimientos desde la consecución de la submeta 5C hasta que se coloca el disco 4 en el espacio C. 3C: Número medio de movimientos desde la consecución de la submeta 4C hasta que se coloca el disco 3 en el espacio C. 2C: Número medio de movimientos desde la consecución de la submeta 3C hasta que se coloca el disco 2 en el espacio C. 1C: Número medio de movimientos desde la consecución de la submeta 2C hasta que se coloca el disco 1 en el espacio C.

NOTES:

(M-R): First trial = Manipulation and second trial = Representation. (R-M): First trial = Representation and second trial = Manipulation. (M-M): First and second trial = Manipulation. (R-R): First and second trial = Representation.

5C: Mean Number of Moves until placing the disk 5 on the space C. 4C: Mean Number of Moves from the achievement of 5C subgoal to the placing of disk 4 on the space C. 3C: Mean Number of Moves from the achievement of 4C subgoal to the placing of disk 3 on the space C. 2C: Mean Number of Moves from the achievement of 3C subgoal to the placing of disk 2 on the space C. 1C: Mean Number of Moves from the achievement of 2C subgoal to the placing of disk 1 on the space C.

TABLA II

Valores de medias y desviaciones típicas de la variable Tiempo por movimiento (en segundos) en función del grupo de tratamiento, del orden de ejecución y de las submetas

(Means and standard deviations of move-time [sec] as a function of groups, order of performance and subgoals)

Grupos (Groups)	Primera vez (First trial)					Segunda vez (Second trial)				
	5C	4C	3C	2C	1C	5C	4C	3C	2C	1C
Grupo 1 x (M - R) DT	13,29 6,91	8,90 3,74	5,06 2,07	2,49 0,66	1,77 0,69	32,89 7,02	30,06 9,44	22,79 8,--	13,71 2,13	13,72 3,52
Grupo 2 x (R - M) DT	56,04 19,--	34,20 12,77	20,83 5,61	15,90 4,86	15,68 4,27	7,77 3,80	5,62 2,75	4,23 3,01	2,37 0,82	2,09 0,78
Grupo 3 x (M - M) DT	11,56 3,79	6,46 3,42	3,92 1,66	1,87 0,73	1,82 0,50	5,55 1,96	4,70 2,11	3,48 0,98	1,90 0,74	1,80 0,71
Grupo 4 x (R - R) DT	51,90 20,92	34,31 14,49	20,91 8,11	14,08 4,86	11,-- 4,45	29,78 12,38	25,88 11,--	16,79 3,82	11,29 3,08	10,31 3,37

NOTAS:

(M-R): Primera vez Manipulación y Segunda vez Representación. (R-M): Primera vez Representación y Segunda vez Manipulación. (M-M): Primera y segunda vez Manipulación. (R-R): Primera y Segunda vez Representación.

5C: Tiempo medio de los movimientos hasta colocar el disco 5 en el espacio C. 4C: Tiempo medio de movimientos desde la consecución de la submeta 5C hasta que se coloca el disco 4 en el espacio C. 3C: Tiempo medio de movimientos desde la consecución de la submeta 4C hasta que se coloca el disco 3 en el espacio C. 2C: Tiempo medio de movimientos desde la consecución de la submeta 3C hasta que se coloca el disco 2 en el espacio C. 1C: Tiempo medio de movimientos desde la consecución de la submeta 2C hasta que se coloca el disco 1 en el espacio C.

NOTES:

(M-R): First trial = Manipulation and second trial = Representation. (R-M): First trial = Representation and second trial = Manipulation. (M-M): First and second trial = Manipulation. (R-R): First and second trial = Representation.

5C: Mean Time of Moves made by the subjects until placing the disk 5 on the space C. 4C: Mean Time of Moves from the achievement of 5C subgoal to the placing of disk 4 on the space C. 3C: Mean Time of Moves from the achievement of 4C subgoal to the placing of disk 3 on the space C. 2C: Mean Time of Moves made from the achievement of 3C subgoal to the placing of disk 2 on the space C. 1C: Mean Time of Moves made from the achievement of 2C subgoal to the placing of disk 1 on the space C.

Primera Ejecución, siendo las diferencias entre las dos ejecuciones significativas ($p < .001$ en todos los casos) aunque no de la misma magnitud; por ejemplo, los movimientos de la Submeta 5C exigían dos veces y media más tiempo en R, pero los de 1C exigían casi ocho veces más tiempo.

Grupo 2 (R-M)

También resultó significativa la diferencia global entre Primera y Segunda Ejecución ($F_{(1,9)} = 112,23$, $p < .001$). El Tiempo por Movi-

miento (figura 3, barras sombreadas) la Primera vez fue de 28,53 sg. y la Segunda de 4,42 sg. El resultado, pues, sigue el efecto principal de Orden, pero potenciado por la interacción con Forma de Presentación. Se tardaba seis veces y media más tiempo en hacer un movimiento la Primera Vez que en hacerlo la Segunda.

El factor Submetas también produjo los resultados esperados: el Tiempo por Movimiento de la Primera Ejecución, salvo en 3C, fue, en general, unas siete veces mayor que su equivalente en la Segunda (tabla II); y estas diferencias eran siempre significativas ($p < .001$).

Grupo 3 (M-M)

En este grupo (figura 3, barras sombreadas) la diferencia entre Primera y Segunda Ejecución se debía sólo al efecto de la variable Orden, sin interacción con Forma de Presentación, puesto que ésta era igual en las dos ejecuciones. La diferencia fue también significativa ($F_{(1,9)} = 14,57$, $p < .01$), aunque el valor de la misma fue bastante inferior al de los grupos anteriores (Tiempo por Movimiento $_{1.ª\text{ vez}} = 5,13$ sg. y Tiempo por Movimiento $_{2.ª\text{ vez}} = 3,49$ sg.).

En las comparaciones correspondientes por Submetas (tabla II) se rompió el patrón de los grupos anteriores: en las Submetas 3C, 2C y 1C el Tiempo por Movimiento fue prácticamente igual entre Primera y Segunda ejecución; la diferencia fue algo mayor en la Submeta 4C, pero no llegó a alcanzar nivel de significación estadística; sí fue significativa la diferencia en 5C ($p < .001$) y se podría decir que esta Submeta era la que producía las diferencias globales entre las dos ejecuciones.

Grupo 4 (R-R)

La diferencia entre la Primera Ejecución (26,44 sg. por movimiento) y la Segunda (18,81 sg.) fue significativa ($F_{(1,9)} = 18,88$, $p < .01$), siendo mayor el Tiempo por Movimiento de la Primera (figura 3, barras sombreadas).

Cuando se hicieron las correspondientes comparaciones por Submetas entre las dos ejecuciones en este grupo, pudo observarse que sólo aparecían diferencias significativas en 5C ($p < .001$) y en 2C ($p < .05$), si bien en todos los casos, como puede verse en la tabla II fueron mayores los tiempos de la Primera Ejecución. Al igual que en el Grupo anterior, la disminución en el Tiempo por Movimiento debe atribuirse a la repetición de la tarea, dado que en las dos ocasiones se dio la misma Forma de Presentación.

En resumen:

Salvo en el grupo 1 (MR) siempre fueron mayores los Tiempos por Movimiento de la Primera Ejecución que los de la Segunda (análisis global por ejecuciones).

La cuantía de las diferencias no era constante, pues se veía afectada por la variable Forma de Presentación.

Por último, el patrón de las distintas Submetas fue, en líneas generales, igual que el de las ejecuciones globales, aunque las diferencias no siempre alcanzaron niveles de significación estadística.

Manipulación frente a representación

Las comparaciones efectuadas en este apartado fueron las siguientes:

COMPRESION DE INSTRUCCIONES. Como se recordará, se registró el tiempo que los sujetos invertían en leer las instrucciones y en decidir que las habían entendido. Esta decisión era bastante subjetiva porque, aún creyendo que ya lo comprendían, posteriormente intentaban hacer movimientos que contravenían las reglas. Se tardaba más en entender las instrucciones de *R* (media por sujeto = 304,53 sg.) que las de la Forma *M* (232,99 sg.) en la Primera Ejecución y la diferencia entre ambas medias era significativa (para muestras independientes $t_{(38)} = 3,65, p < .001$).

COMPARACIONES *M* FRENTE A *R* EN CADA EJECUCION. El Tiempo de los Grupos *M* en la *Primera Ejecución* fue de 5,71 sg. por movimiento, y el de los Grupos *R* fue de 27,48 sg., lo que indica que se tardó casi cinco veces más tiempo en hacer un movimiento en la Forma *R* que en la Forma *M*. Como era de esperar, la diferencia entre los Grupos 1 y 3 (*M*) por una parte, y los Grupos 2 y 4 (*R*) por la otra, fue significativa ($F_{(1,36)} = 146,062, p < .001$). Cuando se hicieron las comparaciones correspondientes por niveles de la variable Submetas se mantuvieron las diferencias en la misma línea ($p < .001$ en todos los casos).

A continuación, y utilizando sólo los datos correspondientes a la *Segunda Ejecución*, se compararon los Grupos 2 y 3 (*M*) por una parte (Tiempo por Movimiento = 3,95 sg.), frente al 1 y el 4 (*R*) por la otra (Tiempo por Movimiento = 20,72 sg.). La diferencia global entre ellos fue significativa ($F_{(1,36)} = 189,080, p < .001$). En este caso, los Grupos *M* tardaron cinco veces y media menos en hacer un movimiento que los Grupos *R*. En las comparaciones por Submetas aparecieron diferencias significativas en todos los casos ($p < .001$).

COMPARACIONES *M* FRENTE A *R* COMBINANDO DOS EJECUCIONES. El Tiempo por Movimiento en las dos ejecuciones del Grupo 3 (*M-M*) fue de 4,31 sg. y el del Grupo 4 (*R-R*) fue de 22,62 sg. La diferencia entre estos dos grupos fue significativa ($F_{(1,36)} = 95,741, p < .001$), siendo cinco veces y media mayor el Tiempo por Movimiento *R* que el *M*. Cuando se compararon los dos grupos en cada Submeta se mantuvo la misma tendencia (siempre con $p < .001$).

Cuando se describió esta variable dependiente se comentaba que el hecho de tener que dibujar en un papel la configuración de discos exige indudablemente más tiempo de ejecución, y los resultados anteriores lo confirman, pero convendría ir considerando si las diferencias aparecidas pueden ser sólo debidas a eso. Si lo anterior fuera cierto, y suponiendo una cierta semejanza en el tiempo invertido en dibujar las líneas a lo largo de toda la ejecución (siempre hay que hacer cinco rayas aunque en distintas posiciones), debieran aparecer diferencias constantes en términos absolutos en los Tiempos por Movimiento de las Submetas correspondientes entre M y R (si se tardan « x » segundos en hacer las rayas, el Tiempo por Movimiento R tenderá a ser « x » segundos mayor que el Tiempo por Movimiento M). El primer paso, pues, sería comprobar cuáles eran los datos reales, y en la tabla III pueden verse las diferencias absolutas por Submeta y Ejecución entre Tiempos por Movimiento M y R .

A partir de estos datos, o bien se tarda, por ejemplo, un 40% menos en hacer las rayas de 4C que las de 5C en la Primera Ejecución, o las diferencias en Tiempo por Movimiento pueden ser, además, debidas a otras causas que discutiremos posteriormente.

DISCUSION

Al comienzo del trabajo se propusieron tres clases de manipulaciones experimentales para estudiar cómo afectaban a distintas medidas dependientes. La discusión se organizará, pues, en torno a esta es-

TABLA III

Diferencias absolutas entre Tiempos por movimiento M y R , por submetas y orden de ejecución

(Differences between M and R Move-time as a function of order of performance and subgoals)

	Primera ejecución (First trial)	Segunda ejecución (Second trial)
$TM_R - TM_M$ en 5C	41,55 sg.	24,68 sg.
$TM_R - TM_M$ en 4C	26,58 sg.	22,81 sg.
$TM_R - TM_M$ en 3C	16,38 sg.	15,94 sg.
$TM_R - TM_M$ en 2C	12,81 sg.	10,37 sg.
$TM_R - TM_M$ en 1C	11,55 sg.	10,07 sg.

NOTAS:

TM_R = Promedio de los Tiempos por Movimiento de las ejecuciones R .
 TM_M = Promedio de los Tiempos por Movimiento de las ejecuciones M .

NOTES:

MT_R = Average Move-Time in the R Performances.
 MT_M = Average Move-Time in the M Performances.

estructura: describir y comentar los efectos de cada una de las manipulaciones (Submetas, Forma de Presentación y Repetición de la Tarea) sobre los aspectos de la conducta observada.

1. Influencia de las Submetas

En la Introducción se proponía que la tarea no era homogénea en dificultad. Esta propuesta estaba basada en el hecho de que la estructura recursiva del problema permite descomponerlo en partes diferentes, cada una de las cuales es el mismo problema inicial con un disco menos. Los puntos de separación entre uno y otro subproblema coinciden con la consecución de las Submetas consistentes en la colocación sucesiva de cada uno de los discos en el espacio objetivo. La evidencia empírica publicada demuestra que el problema de la Torre de Hanoi con sólo tres discos resulta muy fácil para sujetos adultos normales, por lo que se podía suponer que, cualquiera que fuera la manipulación experimental producida, los mayores efectos se detectarían en 5C y 4C.

En este apartado sólo se comentarán los efectos de la variable Submetas sobre las medidas dependientes utilizadas.

Número de pasos

Como era de esperar, se comprobó que había diferencias significativas en el número de pasos dados para alcanzar submetas sucesivas, pero, a partir del coeficiente de eficiencia (e), se demostraba que estas diferencias no estaban producidas sólo por la estructura de la tarea, sino que la conducta de los sujetos potenciaba los efectos de esa estructura: sólo lograron el máximo nivel de eficiencia en las dos últimas submetas, cercana estuvo su ejecución en 3C y bastante inferior fue en 4C y 5C, de donde se deduce que, por lo que se refiere al Número de Pasos, se producía el comportamiento diferencial predicho para las dos primeras Submetas con respecto al resto de la tarea.

Tiempo por Movimientos

Con esta variable ya se puede comprobar que las diferencias (que aparecían) en tiempo de ejecución global entre 5C y 4C, por ejemplo, no se deben sólo a que 5C tenga más pasos, sino que también se debe a que cada movimiento en 5C va acompañado de más tiempo de procesamiento que en 4C. La pregunta siguiente debiera ser si se tarda más tiempo porque el procesamiento es más lento, porque hay mayor cantidad de procesamiento o, incluso, si es que los procesos son distintos en un caso y en otro; pero la respuesta no puede darse a partir de estos datos, por lo que habría que acudir a nueva información, como pueden ser las verbalizaciones de los sujetos, por ejemplo (en preparación).

2. Influencia de la Forma de Presentación

Espacio del problema

Como se proponía al comienzo del trabajo, la Forma de Presentación debiera producir influencias notables tanto en la construcción del espacio del problema como en el proceso de resolución.

Por lo que se refiere al primer aspecto, significaría que las instrucciones de la Forma de Presentación *R* resultarían más difíciles de entender que las de la Forma *M*, lo que indicaría que la construcción del espacio del problema resultaría más fácil en un caso (*M*) que en el otro (*R*). Se anticipaba que el dato objetivo que apoyaría esta idea sería la diferencia en tiempo que cada grupo de sujetos invertiría en decidir que estaba en situación de empezar a trabajar sobre el problema. Los resultados obtenidos (recogidos en el apartado de *Tiempo por Movimientos*) permiten seguir manteniendo la hipótesis, aunque conviene aclarar por qué se ha desechado otra explicación aparentemente más sencilla: la diferencia en longitud de ambas clases de instrucciones (una página para *M* y tres para *R*). La diferencia en páginas no supone diferencia en contenido: en *M* cada vez que se hacía referencia a una configuración de los discos, la experimentadora los colocaba y el sujeto los miraba; esa acción está incluida en *R* dentro de las hojas de instrucciones. La única diferencia cuantitativa real es que en *R* aparece un párrafo que no figura en *M*: «*Para que represente sus sucesivos movimientos tiene una serie de fichas en papel cuadrado; represente el disco mayor por una línea de cinco cuadros, el siguiente por una de cuatro y así sucesivamente*»; cuesta trabajo creer que la lectura de estas líneas haya aumentado el tiempo de *R* en un 30%.

Una confirmación de la sugerencia, propuesta en los objetivos, sobre el significado de los términos «arriba» y «abajo» en cada Forma de Presentación proviene de los intentos hechos por algunos sujetos al comienzo de la tarea de dibujar la raya que representa un disco bastante por encima de su «base», como si pudiera sostenerse en el aire, cosa que no fue sugerida por ninguno de los sujetos que recibieron la forma *M*.

Igualmente, la facilidad para discriminar el tamaño de dos discos en la Forma *M* se ve apoyada por la ausencia de verbalizaciones de los sujetos referidas a confusiones sobre el tamaño relativo de dos discos, confusiones que sí aparecieron en la Forma *R*: hubo bastantes ocasiones en las que, cuando las rayas estaban distribuidas por los tres espacios, los sujetos se preguntaban cuál era cada una de ellas, y tenían que acudir, a veces, a contar los cuadros para poder identificarlas con seguridad.

Número de pasos

Las diversas manipulaciones experimentales ofrecidas por la literatura sobre la Torre de Hanoi no parecen afectar excesivamente al Número de Movimientos producido por los sujetos. En el experimen-

to actual se reprodujo esta tendencia: no hubo diferencias significativas, ni globales ni por submetas (salvo en contadas ocasiones), entre las ejecuciones *M* y *R*.

Pero sí aparecía una tendencia que, inicialmente, pudiera parecer opuesta a la manifestada en el resto de las medidas dependientes: sin alcanzar significación estadística, se hacían más movimientos en *M* que en *R*, tanto globalmente como por submetas (con la única excepción de 2C y 1C que siempre coincidían con el número mínimo de pasos). Si se asocian más movimientos con mayor dificultad, habría que concluir que parece algo más difícil la ejecución con la Forma *M*; en contra de esta posibilidad están los comentarios retrospectivos de los sujetos que habían resuelto el problema cada vez de una Forma: en la totalidad de los casos manifestaban que les había sido más fácil *M* que *R*; como curiosidad quizás resulte interesante decir que no tenían tan claro si una ejecución había sido mejor que otra, que no solían recordar con precisión cuándo habían hecho una especie de baremo para cuantificar el esfuerzo que habían hecho. En otras palabras, no medían la dificultad por la eficacia en número de pasos, sino por la intensidad del esfuerzo mental o por el tiempo de ejecución.

Pero, volviendo a la cuestión anterior, si realmente no era más difícil *M* que *R*, ¿por qué tendía a ser mayor el número de pasos? Visto desde la perspectiva del observador que contempla a los sujetos enfrentados con la tarea, daba la impresión de que para hacer un movimiento en *R* lo pensaban mucho, en tanto que para hacerlo en *M* parecían no pensar. Una explicación motivacional pudiera ser que no les gustaba hacer rayas (confirmado por sus comentarios retrospectivos) por lo que preferían pensar antes de actuar, pero, en cambio, preferían cambiar el disco en vez de imaginar cómo quedaría la configuración si lo hicieran. Otra explicación, causa o efecto del factor motivacional, pudiera ser el esfuerzo cognitivo que generan las anticipaciones frente a las ejecuciones reales: en *M* es mucho menos costoso hacer un movimiento que anticiparlo, en tanto que en *R* ese esfuerzo puede resultar equivalente por las razones aducidas en el epígrafe precedente. Si a todo esto se añade que las instrucciones no enfatizaban la conveniencia de hacer pocos movimientos, se tendrá un conjunto de razones que podría justificar la tendencia manifestada por los datos.

De cualquier forma, dado que las diferencias no eran significativas casi nunca, es difícil encontrar razones sistemáticas para los resultados.

Tiempo por Movimiento

Los Tiempos por Movimiento *R* eran siempre mayores que los de *M*, fueren cuales fueren los grupos comparados y se hiciera globalmente o por Submetas. Se observa, por una parte, que hay diferencias globales y por Submetas que en todos los casos alcanzan niveles de significación muy altos ($p < .001$) y, por otra, que esas diferencias no son constantes.

Lo que se quiere decir con esta última afirmación es que si, salvo en lo que se refiere a la realización material de las rayas, el procesa-

miento fuera igual para ambas formas de Presentación, el Tiempo por Movimiento_m, sería aproximadamente «x» segundos inferior al de R (siendo «x» el tiempo invertido en hacer las rayas) pero, como se vio en la tabla III, esta constancia no aparecía.

El análisis del Tiempo por Movimiento, pues, no entra en contradicción con el supuesto de que las demandas perceptivas y de memoria de cada Forma de Presentación son diferentes pero, por sí solo, tampoco las confirma. Una vez más las verbalizaciones producidas por el sujeto podrán aportar información útil para comprobar si existen diferencias en la cuantía o tipo de procesos ejecutados.

3. Influencia de la repetición de la tarea

Dice el sentido común y lo confirman los resultados experimentales publicados, que cuando alguien resuelve un problema y tiene que enfrentarse de nuevo a él, le suele resultar más fácil en la segunda ocasión. En este epígrafe se van a discutir los márgenes dentro de los cuales esa afirmación es cierta para la tarea utilizada en este experimento.

Número de Pasos

No había diferencias significativas en Número de Pasos entre las dos ejecuciones, aún cuando la tendencia manifestada por los datos era la esperada: hubo 57,4 pasos por sujeto la primera vez y 50,7 la segunda. Como tampoco era significativa la interacción con Submetas, hay que afirmar que la influencia (o no influencia, para ser más precisos) del Orden era homogénea a lo largo de toda la ejecución. Sin embargo, conviene recordar que en 2C y 1C todos los sujetos dieron los pasos mínimos en las dos ejecuciones, con lo que las pocas diferencias se producían, una vez más, en las dos primeras submetas.

Por lo que se refiere a si los sujetos alcanzaron la ejecución óptima, es evidente, por los datos anteriores, que no fue así; sólo dos sujetos resolvieron el problema en 31 movimientos en su segundo intento.

De nuevo se comprueba, pues, que el Número de Pasos que da un sujeto es difícil de modificar, al menos con una única repetición.

Tiempo por Movimiento

En la Segunda Ejecución los sujetos, como media, invirtieron aproximadamente la mitad de tiempo que en la Primera. Por lo que se refiere al Tiempo por Movimiento, cada uno de la Segunda ejecución se efectuó un 25% más rápido que los de la Primera, aunque, matizada por Submetas esta norma global, de nuevo la mayor ganancia se había producido en 5C (42,7%), seguida por 4C (21%), 2C (15%), 1C (8%) y 3C (7%).

Quizás la única conclusión válida que se pueda sacar de estos datos

3. Influencia de la repetición de la tarea

Dice el sentido común y lo confirman los resultados experimentales publicados, que cuando alguien resuelve un problema y tiene que enfrentarse de nuevo a él, le suele resultar más fácil en la segunda ocasión. En este epígrafe se van a discutir los márgenes dentro de los cuales esa afirmación es cierta para la tarea utilizada en este experimento.

Número de Pasos

No había diferencias significativas en Número de Pasos entre las dos ejecuciones, aún cuando la tendencia manifestada por los datos era la esperada: hubo 57,4 pasos por sujeto la primera vez y 50,7 la segunda. Como tampoco era significativa la interacción con Submetas, hay que afirmar que la influencia (o no influencia, para ser más precisos) del Orden era homogénea a lo largo de toda la ejecución. Sin embargo, conviene recordar que en 2C y 1C todos los sujetos dieron los pasos mínimos en las dos ejecuciones, con lo que las pocas diferencias se producían, una vez más, en las dos primeras submetas.

Por lo que se refiere a si los sujetos alcanzaron la ejecución óptima, es evidente, por los datos anteriores, que no fue así; sólo dos sujetos resolvieron el problema en 31 movimientos en su segundo intento.

De nuevo se comprueba, pues, que el Número de Pasos que da un sujeto es difícil de modificar, al menos con una única repetición.

Tiempo por Movimiento

En la Segunda Ejecución los sujetos, como media, invirtieron aproximadamente la mitad de tiempo que en la Primera. Por lo que se refiere al Tiempo por Movimiento, cada uno de la Segunda ejecución se efectuó un 25% más rápido que los de la Primera, aunque, matizada por Submetas esta norma global, de nuevo la mayor ganancia se había producido en 5C (42,7%), seguida por 4C (21%), 2C (15%), 1C (8%) y 3C (7%).

Quizás la única conclusión válida que se pueda sacar de estos datos es que resulta más fácil aumentar la eficacia cuando el nivel inicial es bajo, pero también se observa que aunque se mantengan los mismos pasos, cuesta menos trabajo darlos (se mantiene el mismo nivel de eficacia pero con menos «esfuerzo»). Quizás hubiera sido posible, de haber continuado repitiendo la tarea, que la mejora posterior se manifestara ya en el número de movimientos.

Una última palabra sobre la influencia combinada de Forma de Presentación y Orden de Ejecución: la ganancia, al menos en velocidad, que parece detectarse en la Segunda Ejecución no tiene nada que ver con que el sujeto haya hecho la Primera con la misma Forma de Presentación o con una diferente; tampoco se diferencian el Grupo que empieza con *M* y continúa con *R* y el que hace la secuencia opuesta;

es que resulta más fácil aumentar la eficacia cuando el nivel inicial es bajo, pero también se observa que aunque se mantengan los mismos pasos, cuesta menos trabajo darlos (se mantiene el mismo nivel de eficacia pero con menos «esfuerzo»). Quizás hubiera sido posible, de haber continuado repitiendo la tarea, que la mejora posterior se manifestara ya en el número de movimientos.

Una última palabra sobre la influencia combinada de Forma de Presentación y Orden de Ejecución: la ganancia, al menos en velocidad, que parece detectarse en la Segunda Ejecución no tiene nada que ver con que el sujeto haya hecho la Primera con la misma Forma de Presentación o con una diferente; tampoco se diferencian el Grupo que empieza con *M* y continúa con *R* y el que hace la secuencia opuesta; ello podría significar que los sujetos aprenden algo al resolver el problema una vez, pero ese aprendizaje no está relacionado con aspectos concretos asociados a la Forma de Presentación.

CONCLUSIONES

El presente trabajo ha alcanzado los objetivos metodológicos y teóricos que planteaba.

La principal aportación metodológica reside en la utilización simultánea de varios índices comportamentales. Por supuesto, no es la primera vez que eso se hace en resolución de problemas, pero en raras ocasiones se utiliza de forma acumulativa el conocimiento proporcionado por cada uno de ellos. Como se ha visto en la discusión anterior, la información extraída de una de las medidas dependientes se apoya en la obtenida a partir de la anterior y la amplía hasta donde es posible pero, a su vez, deja nuevas interrogantes que podrían ser retomadas por alguna otra variable (por ejemplo, las verbalizaciones). La descripción del tipo de información que proporciona cada uno de los índices podría resumirse de la siguiente manera:

El Número de Pasos es una medida de eficacia fácilmente utilizable, pero que es más insensible a las manipulaciones experimentales que, por ejemplo, el tiempo de procesamiento. En esta investigación ha sucedido lo mismo que en muchas otras: a partir del Número de Pasos hubiera sido necesario concluir que las dos Formas de Presentación eran iguales, y que los sujetos no mejoraban su ejecución cuando repetían la tarea.

El Tiempo es, sin embargo, mucho más utilizado. Dado que el enfoque de procesamiento de información supone que la ejecución de un proceso se produce en el tiempo, es una medida reina en muchas áreas de la psicología cognitiva; es posible detectar diferencias en Tiempo con mayor facilidad que en Número de Pasos y, de hecho, en este trabajo así sucedió. En tareas en las que se registra el Tiempo de Reacción y éste es pequeño (no muy superior a un segundo), es relativamente fácil inferir en qué clase de procesamiento se ha utilizado, o qué diferencias produce una manipulación en la tarea experimental; pero cuando la ejecución dura minutos, o la diferencia entre dos tareas es de esa misma magnitud, se convierte en un indicador de la existen-

cia de diferencias, pero no permite inferir, por sí solo, la naturaleza de las mismas. No hay que olvidar que el Tiempo por Movimiento es una medida promedio, no un registro directo, y que la dispersión de los datos era muy grande. No obstante, a pesar de todas esas «impurezas», resultaba ser un indicador mucho más potente que el anterior, pues ayudaba a precisar los momentos en los que las diferencias podían tener significados distintos. Se podía observar que los Tiempos por Movimiento no eran constantes a lo largo de toda la ejecución, pues estaban influidos por el factor Submetas: cada movimiento de una Submeta llevaba más tiempo de procesamiento que el de la siguiente (excepto con las dos últimas). Si se añadía la influencia de la Forma de Presentación, se comprobaba además que las magnitudes de las diferencias (que siempre aparecían) entre M y R variaban en función de las Submetas y, por último, que la ganancia en tiempo producida por la repetición era atribuible esencialmente a las primeras submetas. A través de estos resultados se intuye que los sujetos no ponen en juego los mismos procesos a lo largo de toda la ejecución ni, tampoco, en ambas Formas de Presentación. Se puede llegar a la conclusión de que los procesos son distintos, pero la cualidad de las diferencias no puede apresarse con las variables dependientes utilizadas en esta investigación.

El otro objetivo perseguido en el trabajo, el teórico, consistía en demostrar que el material de que dispone un sujeto cuando debe resolver un problema influye notablemente en la cantidad y en la clase de procesamiento que aquél realiza. Antes del análisis de los datos se anticiparon algunas posibles diferencias entre las dos Formas de Presentación, y los resultados obtenidos no contradicen los planteamientos previos, pero fue la observación de la conducta de los sujetos mientras resolvían el problema la mayor fuente de hipótesis para futuros trabajos.

La conclusión que se propone, desde los datos presentados, es que las características a partir de las cuales se generan todas las diferencias entre Manipulación y Representación son las distintas demandas perceptivas y motoras de cada una de ellas. El material manipulativo pone a disposición del sujeto mayor cantidad de información y, como consecuencia, exige menos elaboración por parte del sistema para realizar con una cierta eficacia la tarea. Ello implica que los juicios sobre el tamaño relativo de dos discos que hay que realizar constantemente para comprobar la legalidad de los movimientos), son más fáciles en M que en R . La evidencia directa de la anterior afirmación no se puede alcanzar con los datos disponibles: sería necesario diseñar un experimento en que sólo hubiera que realizar juicios perceptivos sobre los dos materiales, sin que estuvieran implicados los componentes motores y de resolución del problema; así se podría verificar no sólo la existencia del efecto, sino también su magnitud. Pero sí sería posible, con la tarea actual, buscar, de nuevo, otros índices comportamentales que apoyaran esta interpretación.

En general podría decirse que los análisis realizados proporcionan importantes indicios sobre dónde deben localizarse las diferencias en procesamiento, pero para conocer la cualidad de los procesos es nece-

sario utilizar otro tipo de datos, como pueden ser las verbalizaciones de los sujetos durante la ejecución, y ése será el próximo análisis que se presentará.

Notas

1 = Primera Ejecución; 2 = Segunda Ejecución; G = Promedio de las dos Ejecuciones; M = Manipulación; R = Representación.

1 = Primera Ejecución; 2 = Segunda Ejecución; G = Promedio de las dos Ejecuciones; M = Manipulación; R = Representación.

(M-R): Primera vez Manipulación y Segunda vez Representación, (R-M): Primera vez Representación y Segunda vez Manipulación, (M-M): Primera y Segunda vez Manipulación (R-R): Primera y Segunda vez Representación.

5C: Número medio de movimientos hasta colocar el disco 5 en el espacio C. 4C: Número medio del movimiento desde la consecución de la Submeta 5C hasta que se coloca el disco 4 en el espacio C. 3C: Número medio de movimientos desde la consecución de la Submeta 4C hasta que se coloca el disco 3 en el espacio C. 2C: Número medio de movimientos desde la consecución de la submeta 3C hasta que se coloca el disco 2 en el espacio C. 1C: Número medio de movimientos desde la consecución de la Submeta 2C hasta que se coloca el disco 1 en el espacio C.

(M-R): Primera vez Manipulación y Segunda vez Representación. (R-M): Primera vez Representación y Segunda vez Manipulación. (M-M): Primera y Segunda vez Manipulación. (R-R): Primera y Segunda vez Representación.

5C: Tiempo medio de los movimientos realizados para colocar el disco 5 en el espacio C. 4C: Tiempo medio de los movimientos realizados desde la consecución de la Submeta 5C hasta que se coloca el disco 4 en el espacio C. 3C: Tiempo medio de los movimientos realizados desde la consecución de la Submeta 4C hasta que se coloca el disco 3 en el espacio C. 2C: Tiempo medio de los movimientos realizados desde la consecución de la submeta 3C hasta que se coloca el disco 2 en el espacio C. 1C: Tiempo medio de los movimientos realizados desde la consecución de la Submeta 2C hasta que se coloca el disco 1 en el espacio C.

TM_R = Promedio de los Tiempos de Movimiento de las ejecuciones R

TM_M = Promedio de los Tiempos por Movimiento de las ejecuciones M

Referencias

- ANZAI, Y. y SIMON, H.A. (1979). The theory of learning by doing, *Psychological Review*, 86, 124-140.
- AYUSO, M.C.; SANTA CRUZ, J. y del PINO, A. (1976). Grados empíricos de dificultad en la C.M.M.S. (Columbia Mental Maturity Scale). Análisis de la relevancia de distintas variables de tarea (II). *Comunicación libre en el V Congreso Nacional de Psicología*.
- BOURNE, L.E. Jr. (1961). Supplementary report: effects of redundant relevant information upon the identification of concepts. *Journal of Experimental Psychology*, 61, 259-260.
- BOURNE, L.E. Jr. y HAYGOOD, R.C. (1959). The role of stimulus redundancy in the identification of concepts. *Journal of Experimental Psychology*, 58, 232-238.
- COOK, T.W. (1937). Amount of material and difficulty of problem solving. II. The disc transfer problem. *Journal of Experimental Psychology*, 20, 288-296.
- CHI, M.T.; FELTOVICH, P.J. y GLASER, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, 121-152.
- EGAN, D.E. (1973). *The structure of experience acquired while learning to solve a class of problems*. University Microfilms. University of Michigan.
- EGAN, D.E. y GREENO, J.G. (1974). Theory of rule-induction: knowledge acquired in concept learning, serial pattern learning and problem solving, en L.W. GREGG (Ed.): *Knowledge and cognition*, LEA.
- ERICSSON, K.A. (1974). Problem-solving behavior with the 8-puzzle. I. Time to solution, en *Reports from the Psychological Laboratories. The University of Stockholm* núm 431
- EWERT, P.H. y LAMBERT, J.F. (1932). Part II: The effect of verbal instructions upon the formation of a concept. *Journal of General Psychology*, 6, 400-413.
- FROUFE, M. (1985). Efectos diferenciales de la gradación fácil-difícil vs. difícil-fácil en la resolución de problemas isomórficos. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 40 (1), 117-126.
- GAGNÉ, R.M. y SMITH, E.C. Jr. (1962) A study of the effects of verbalization on problem solving. *Journal of Experimental Psychology*, 63, 12-18.
- GREENO, J.G. (1978). Natures of problem solving abilities, en W.K. Estes (Ed.): *Handbook of learning and cognitive processes*, Vol. V, LEA.

- HAYES, J.E.; MICHIE, D.; POLE, K.E. y SCHOFIELD, P.D.A. (1965). A quantitative study of problem-solving using sliding block puzzles. *Experimental Programming Reports: núm. 7. Experimental Programming Unit*. University of Edinburg.
- HAYES, J.R. y SIMON, H.A. (1979). Understanding written problem instructions, en L.W. Gregg (Ed.). *Knowledge and cognition*, LEA. Reproducido en H.A. Simon (1979): *Models of thought*. New Haven and London Yale Univ. Press.
- HAYES, J.R. y SIMON, H.A. (1977). Psychological differences among problem isomorphs, en N.J. Castellan Jr.; D.B. Pisoni y G.R. Potts (Eds.). *Cognitive theory, vol. 2*, LEA. Reproducido en H.A. Simon (1979): *Models of thought*, New Haven and London Yale Univ. Press.
- KARAT, J. (1982). A model of problem solving with incomplete constraint knowledge. *Cognitive Psychology*, 14, 538-559.
- KEELE, S.W. y ARCHER, E.J. (1967). A comparison of two types of information in concept identification. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 6, 185-192.
- KEPPEL, G. (1973). *Design and analysis. A researcher's handbook*. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs.
- KOTOVSKY, K.; HAYES, J.R. y SIMON, H.A. (1985). Why are some problems hard? Evidence from Tower of Hanoi. *Cognitive Psychology*, 17 (2), 248-294.
- LARKING, J.H.; MCDERMOTT, J.; SIMON, D.P. y SIMON, H.A. (1980). Expert and novice performance in solving physics problems. *Science*, 208 (4450), 1335-1342.
- LUCHINS, A.S. y LUCHINS, E.H. (1950). New experimental attempts at preventing mechanization in problem solving. *Journal of General Psychology*, 42, 279-297.
- LUGER, G.P. (1976) (Jul). The use of the state space to record the behavioral effects of subproblems and symmetries in the Tower of Hanoi problem. *International Journal of Man-Machine Studies*, 8 (4), 411-421.
- LUGER, F. y BAUER, M.A. (1978). Transfer effects in isomorphic problem situations. *Acta Psychologica*, 42, 121-131.
- NEWELL, A. y SIMON, H.A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall.
- NILSSON, N.J. (1971). *Problem-solving methods in artificial intelligence*. McGraw-Hill.
- REED, S.K.; ERNEST, G.W. y BANERJI, R. (1974). The role of analogy in transfer between similar problem states. *Cognitive Psychology*, 6, 436-450.
- SIMON, H.A. (1975) The functional equivalence of problem solving skills. *Cognitive Psychology*, 7, 268-288. Reproducido en H.A. Simon (1979): *Models of thought*, New Haven and London Yale Univ. Press.
- SIMON, H.A. (1978). Information-processing theory of human problem solving, en W.K. Estes (Ed.). *Handbook of learning and cognitive processes. Vol. 5. Human information processing*. LEA. Traducción al español: La teoría del procesamiento de la información sobre la solución de problemas, en M. Carretero (Rec.): *Lecturas de psicología del pensamiento*, Alianza Ed. 1984
- SIMON, H.A. y HAYES, J.R. (1976). The understanding processes: problems isomorphs. *Cognitive Psychology*, 8, 165-190. Reproducido en H.A. Simon (1979): *Models of thought*, New Haven and London Yale Univ. Press, 1979.
- SIMON, H.A. y REED, S.K. (1976). Modeling strategy shifts in a problem solving task. *Cognitive Psychology*, 8, 165-190. Reproducido en H.A. Simon (1979): *Models of thought*, New Haven and London Yale Univ. Press.
- SWELLER, J. (1983). Control mechanisms in problem solving. *Memory & Cognition*, 11, (1), 32-40.

Extended summary

This paper reports an experiment on problem solving using as task a five disk Tower of Hanoi problem. Each subject solved the problem twice. The problem could be presented to the subjects in two different forms.

The aims of the experiment were the following ones:

1) To confirm that the form a problem is presented to the subjects affects their mental representation (problem space). The problem could be presented in the *M* Form (Manipulation condition: the actual disks were available to the subjects and they could manipulate them in order to achieve the goal) or in the *R* Form (Representation condition: the disks were not available and subjects were provided with paper and pencils to represent their moves). Our intention was to show that, while the instructions were syntactically equivalent, they were more difficult to understand in the *R* Form be-

cause, due to the context, the same words generated different mental representations in the subjects. Evidence in support of this hypothesis would be that the time spent in understanding the instructions would be larger under the *R* than Form under the *M* Form.

2) To prove that the form of presentation also influences the problem solving processes. It was assumed that the *M* and *R* Forms require different processings, because the perceptual and memory demands of each form of presentation are different, the *R* demands being always greater than the *M* demands. This means that the legality tests should be more complex in the *R* than in the *M* moves.

3) To show that different dependent variables are not equally sensible to the experimental manipulations and, therefore, that the choice of the dependent variables is a crucial factor for interpreting the results. Two dependent variables —Number of Moves and Move-time— were selected. We propose that the conclusions from one or other variable, although complementary, are not equivalent.

4) To demonstrate that task performance is not homogeneous across the different subgoals in which it can be partitioned. To this end, the task was divided into five different subgoals; the first (5C) was achieved when the subject managed to place the largest disk (disk 5) in the goal space (space C); the second (4C) was achieved when the second largest disk was placed on top of largest, and so forth. It was hypothesized that the differences in performance produced by the experimental conditions would be greater for the first subgoals than for the latest due to the complexity of early stages of the task.

5) Finally it was assumed that task performance would improve with practice, but the amount of improvement would not be the same for every subgoal. It was expected to be greater for the first subgoals than for the latest due to the greater difficulty of the first ones.

An experiment was run in which 40 subjects were randomly assigned to four experimental groups. Every group went through the task twice and was identified by the form in which the problem was presented (Manipulation vs. Representation) each time the task was executed. For example, the group *M-R* performed the task the first time under the Manipulation condition and the second time under the representation condition. The four groups were: *M-R*, *R-M*, *M-M*, *R-R*. In addition, performance on the five subgoals was analyzed as a within subjects factor.

The main findings can be summarized as follows:

a) The time to understand the instructions was greater when the groups performed under the *R* Form than when they performed under the *M* Form.

b) The form of presentation did not influence the number of moves during task execution but it did influence the Move-Time which was greater for the *R* than for the *M* Form of presentation. This difference cannot be accounted for only by the difference in the type of response employed.

c) Task repetition did not influence number of moves, but affected Move-Time, which was faster the second time than the first.

d) The analysis of subgoal performance showed that the Move-Time presented a linear tendency to decrease from 5C to 1C, indicating that either the amount of processes, their relative speed or both, changed from the first to the latest subgoals.