

ERRORES COMETIDOS EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS DE ENUNCIADO VERBAL

MARIA FRONTERA SANCHO

RESUMEN

Mediante una investigación cualitativa llevada a cabo con niños de Preescolar y 1º y 2º cursos de EGB (de 4 a 8 años), se intenta comprender el pensamiento matemático en la etapa de transición entre el conocimiento informal y el primer aprendizaje escolar, a través del examen de los errores cometidos en la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal. Se describen los errores y se analiza su presencia según cursos y niveles de rendimiento.

ABSTRACT

Trough a qualitative type of research applied to Preschool and first and second grades (4 to 8 years of age), this paper tries to get an insight of the mathematical thinking in the transition stage between the informal knowledge and the first formal learning of children by examining the errors incurred while trying to solve arithmetic word problems. A description of the errors is given and its occurrence is analyzed in terms of school grades and proficiency levels.

PALABRAS CLAVE

Pensamiento matemático, Aprendizaje de la aritmética, Conceptos de adición y sustracción, Resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal, Errores cometidos en el proceso de solución.

KEYWORDS

Mathematical thinking, Learning of arithmetic, Acquisition of addition and subtraction concepts, Arithmetical wordproblem solving, Errors committed in the process of solution.

1. OBJETO DEL ESTUDIO

Para comprender el pensamiento matemático de los niños tiene un gran interés, no sólo conocer el porcentaje de éxito y las estrategias que utilizan en la resolución de las tareas matemáticas presentadas, sino también la naturaleza de los errores que cometen. Es bien sabido el papel que éstos desempeñan en el aprendizaje, desde una perspectiva cognitiva. Pensamos que algunas de las dificultades que surgen en la adquisición de las nociones matemáticas a lo largo de la escolaridad, tienen su raíz en los primeros pasos de la instrucción, y concretamente en el tránsito de un conocimiento espontáneo a un conocimiento formal, elaborado en la escuela. Es por ello por lo que el objeto de nuestro análisis va a ser, precisamente esta etapa crítica.

Así, en este trabajo se estudia el desarrollo del pensamiento matemático de los niños entre 1º de Preescolar y 2º de EGB, delimitando y tratando de explicar las principales dificultades con las que se encuentran.

2. METODOLOGIA UTILIZADA

El estudio es esencialmente cualitativo. La metodología básica ha consistido en entrevistas clínicas practicadas, individualmente, a 48 niños, 24 de 1º y 2º de preescolar y 24 de primer ciclo de E.G.B., seleccionados según su nivel de rendimiento académico valorado por el profesor, de modo que en cada grupo de edad se incluyen 4 alumnos de nivel alto, 4 de nivel medio y 4 de nivel bajo. Las entrevistas fueron grabadas en vídeo para permitir su posterior análisis.

El trabajo se centra en el estudio de la resolución, por parte de los niños, de problemas aritméticos de enunciado verbal. En concreto, se trata de un total de diecisiete tipos distintos de problemas (tablas 1 y 2), siguiendo la clasificación de Carpenter y Moser (1.982), que atiende a la estructura semántica de los mismos, y que corresponde al esquema común adoptado en la investigación sobre el tema (Briars, 1.982; Briars y Larkin, 1.984; Carpenter, 1.980, 1.981, 1.986; Carpenter, Blume y otros, 1.982; Carpenter, Hiebert y Moser, 1.979, 1.981, 1.983; Carpenter y Moser, 1.979, 1.982, 1.983, 1.984; De Corte y Verschaffel, 1.981, 1.984, 1.985, 1.987; Hudson, 1.980; Ibarra y Lindvall, 1.979, 1.982; Lindvall e Ibarra, 1.980; Riley, Greeno y Heller, 1.983; Tamburino, 1.980...). Tal esquema propone cuatro extensas clases de problemas de adición y sustracción: Cambio, Combinación, Comparación e Igualación, en los que se varía sistemáticamente la posición de la incógnita. Cada tipo de problema fué presentado bajo dos condiciones diferentes teniendo en cuenta la variable "tamaño del número", que incluía dos conjuntos de números: para el conjunto de "números pequeños", su suma se encuentra entre 5 y 9, y para el conjunto de "números grandes" la suma está entre 11 y 16.

TABLA 1: Tipos de problemas verbales (números pequeños)

Problemas de Cambio-Juntar

1. Juan tenía 3 ptas. Su padre le da 5 ptas, ¿cuántas tiene ahora?
2. Marta tiene 2 lápices. ¿Cuántos le faltan para tener 7?
3. Isabel tenía una caja con canicas. Ganó 5 canicas más. Ahora tiene en total 7 canicas. ¿Cuántas tenía al principio?

Problemas de Cambio-Separar

4. Inés tenía 6 caramelos. Dió 2 a su hermana. ¿Cuántos le quedan?.
5. Inés tenía 6 caramelos. Se le perdieron algunos. Ahora le quedan 4. ¿Cuántos perdió?.
6. Guillermo tenía una caja con cromos. Se le perdieron 3 cromos. Ahora le quedan 2. ¿Cuántos tenía al principio en la caja?.

Problemas de Combinación

1. Andrés tiene 3 donuts de azúcar y 4 donuts de chocolate. ¿Cuántos donuts tiene en total?
2. Hay 6 niños en el jardín. Cuatro son chicos y lo demás son chicas. ¿Cuántas chicas hay en el jardín?

Problemas de Comparación

1. Jaime tiene 3 globos. Su hermano Juan tiene 5 globos. ¿Cuántos globos más tiene Juan que Jaime?
2. Luis ha pescado 3 peces. Jorge ha pescado 2 peces más que Luis. ¿Cuántos peces ha pescado Jorge?
3. Luis ha pescado 6 peces. Luis ha pescado 2 peces más que Carla. ¿Cuántos peces ha pescado Carla?

Problemas de Igualar-Añadiendo

1. En el coche se han montado 2 niños y 4 niñas. ¿Cuántos niños se tienen que montar para que haya el mismo número de niños que de niñas?
2. Había 3 gallos en el corral y después se han metido 2 más. Ahora hay el mismo número de gallos que de gallinas. ¿Cuántas gallinas hay en el jardín?
3. Carmen tiene 7 cromos. Si Juan se compra 2 cromos, tendrá el mismo número de cromos que Carmen. ¿Cuántos cromos tiene Juan?

Problemas de Igualar-Quitando

4. Hay 3 tazas y 7 platos en la mesa. ¿Cuántos platos tengo que quitar para tener el mismo número de tazas que de platos?
5. En la mesa hay varios tenedores. Quito 4 para que haya el mismo número de tenedores que de cuchillos. Hay 3 cuchillos en la mesa. ¿Cuántos tenedores había al principio?
6. Hay 8 vasos en la mesa. Quito 3 para que haya el mismo número de vasos que de platos. ¿Cuántos platos había en la mesa?

TABLA 2: Tipos de problemas verbales (números grandes)**Problemas de Cambio-Juntar**

1. Jaime tenía 8 canicas. Un amigo suyo le dió 6. ¿Cuántas tiene ahora?
2. Miguel tiene 5 canicas. ¿Cuántas necesita para tener en total 13 canicas?
3. José tenía una caja con canicas. Luego ganó 8 canicas. Ahora tiene 12 canicas. ¿Cuántas tenía al principio?

Problemas de Cambio-Separar

4. Francisco tenía 11 piruletas. Dió 7 a su hermana. ¿Cuántas le quedan?
5. Francisco tenía 11 piruletas. Perdió algunas. Ahora le quedan 4 piruletas. ¿Cuántas perdió?
6. Pablo tenía una bolsa con caramelos. Dió 7 caramelos a su hermano. Ahora le quedan 4 caramelos. ¿Cuántos caramelos tenía al principio?

Problemas de Combinación

1. En un jarrón hay 6 margaritas amarillas y 9 margaritas blancas. ¿Cuántas margaritas hay en el jarrón?
2. Cecilia tiene 14 flores : 8 son rojas y las demás son amarillas. ¿Cuántas flores amarillas tiene Cecilia?

Problemas de Comparación

1. Hay 6 chicos y 11 chicas en el jardín. ¿Cuántas chicas hay más que chicos en el jardín?
2. Pedro tiene 7 libros de cuentos. Jaime tiene 9 libros más que Pedro. ¿Cuántos libros de cuentos tiene Jaime?
3. Luis ha pescado 16 peces. Luis ha pescado 9 peces más que Carla. ¿Cuántos peces ha pescado Carla?

Problemas de Igualar-Añadiendo

1. En la terraza hay 6 niños y 8 niñas. ¿Cuántos niños tienen que ir a la terraza para que haya el mismo número de niños que de niñas?
2. Había 9 chicos en el jardín y después han ido 7 chicos más. Ahora hay en el jardín el mismo número de chicos que de niñas. ¿Cuántas niñas hay en el jardín?
3. María tiene 14 chicle. Si Cristina se compra 6 chicle, tendrá el mismo número de chicle que María. ¿Cuántos chicle tiene ahora Cristina?

Problemas de Igualar-Quitando

4. Hay 7 tazas y 11 platos en la mesa. ¿Cuántos platos tengo que quitar para tener el mismo número de tazas que de platos?
5. Hay un montón de tenedores en la mesa. Quito 4 para que haya el mismo número de tenedores que de cuchillos. Hay 12 cuchillos en la mesa. ¿Cuántos tenedores había al principio?
6. Hay 16 vasos en la mesa. Quito 4 para que haya el mismo número de vasos que de platos. ¿Cuántos platos había en la mesa?

Por medio de la observación de la conducta abierta de los niños y de las preguntas que les formulamos, tratamos de aclarar el tipo de obstáculos que encuentran en su resolución.

A partir de los vídeos grabados con las entrevistas a los niños hemos elaborado una clasificación de los errores. El resultado han sido 15 categorías de error, en las que se incluyen prácticamente la totalidad de los fallos y dificultades halladas por los niños en su proceso de solución de los problemas planteados.

El deseo de simplificar nos ha llevado a considerar únicamente las respuestas infantiles a los problemas en uno sólo de los tamaños del número. En el caso de los preescolares elegimos los problemas con números pequeños, debido a que nuestro propósito es averiguar las dificultades de los niños en la solución de los diversos tipos de problemas, al margen de sus limitaciones en el conteo.

En el grupo de EGB, sin embargo, encontramos razonable investigar los fallos en los problemas con números grandes, ya que a estas edades los niños están lo suficientemente familiarizados con la serie numérica hasta el 16 como para que las dificultades en el conteo no constituyan un obstáculo insalvable para su resolución.

La reducción del tamaño de los números simplifica en gran medida la tarea y una gran parte de los alumnos que yerran con números grandes, no encuentran dificultad en hallar la solución con números pequeños. Por ello, el hecho de haber tenido en cuenta distinto grupo de problemas (por lo que a la magnitud del número se refiere) en Preescolar y EGB, hace que los resultados cuantitativos no sean comparables, lo que no constituye un obstáculo porque lo que aquí nos interesa es efectuar una valoración cualitativa de los errores.

3. ANALISIS DE CADA UNO DE LOS ERRORES COMETIDOS

Hemos agrupado los errores hallados en las siguientes categorías:

Proporcionar un dato del problema: Los niños contestan con una de las dos cifras incluidas en el enunciado del problema. El significado de este error es diferente según el problema en el que se presenta y según cuál de los dos datos es el que da el niño como solución.

Este error se encuentra en *todos los cursos y niveles de rendimiento excepto en el grupo alto de 2º de EGB*; aumenta ligeramente desde 1º de Preescolar a 1º de EGB, para descender de forma brusca al pasar a 2º curso. Es decir, el fallo lo encontramos ante todo en 1º de EGB, siendo pequeña la diferencia con los cursos anteriores. Alcanza el porcentaje más elevado en los *problemas comparativos* y en aquéllos en los que *se desconoce el punto de partida*. En Preescolar hay que resaltar el peso de este error en el problema de Combinación en el que se desconoce una parte (Combinación 2) y en el problema de Cambio-Juntar con la incógnita en la magnitud del cambio (Cambio 3).

Confundir la operación (acción) a realizar: Consiste en efectuar una operación (o acción) distinta a la necesaria para resolver el problema. Es el segundo error en importancia si nos atenemos a los porcentajes obtenidos en el conjunto de los problemas por la muestra global. Llama la atención el que tanto su frecuencia absoluta como su porcentaje en relación con los errores cometidos en cada curso, aumente a medida que avanzamos en la escolaridad.

La mayor frecuencia se presenta en el nivel medio de 2º de EGB, y cabe destacar que *la totalidad de los fallos cometidos por los niños del nivel alto de 2º de EGB y la mayor parte de los de nivel medio* consisten precisamente en confundir la operación. *Su mayor peso lo hallamos, por lo tanto, entre los niños mayores de nivel alto.*

Se presenta en todos los cursos en los *problemas sustractivos de Comparación* en los que, probablemente, el término comparativo "más que" se interpreta sencillamente como "más" y lleva a aplicar la operación de la suma (o la acción de juntar y contar todo), así como en el problema de *Combinación en el que se desconoce una parte* (Combinación 2), que se interpreta como si el dato desconocido fuera el total. En EGB el error se extiende a los *problemas que implican una acción que no concuerda con la que es preciso realizar para hallar la solución*: problemas sustractivos en los que se describe una acción de juntar (Cambio 5 e Igualación 5) o *problemas de adición en los que se describe una acción de separar* (Cambio 6). En algunos problemas el error surge, también en EGB, por *asimilarlos a un problema planteado con anterioridad.*

Falta de respuesta: Hemos contabilizado en esta categoría aquellos casos en los que los niños no hacen nada, no intentan nada para conseguir solucionar el problema, y, al mismo tiempo quedan callados, sin dar muestras de incompreensión ni solicitar ninguna aclaración. Distinguimos, por tanto, esta categoría de la que hemos denominado "Expresar su desconocimiento", que comentaremos más adelante. Se presenta ante todo entre los *niños más pequeños y de rendimiento bajo*, apareciendo en *todos los problemas*, incluso entre los más fáciles; tales bloqueos aparecen asimismo en el *nivel bajo de rendimiento en EGB*, en los problemas que ofrecen mayor dificultad. El hecho de que esta categoría de error no siga, a partir de 1º de Preescolar, una trayectoria evolutiva, sino que se muestre vinculada al nivel de rendimiento bajo en todos los cursos, nos hace pensar (más allá de la evidencia empírica) en un modo de reaccionar relacionado con un autoconcepto negativo, derivado de situaciones repetidas de fracaso.

Respuesta cualitativa: Quedan incluidas aquí las contestaciones en las que los niños no intentan cuantificar de forma exacta, sino que se limitan a hacer una valoración subjetiva: "muchos", "bastantes", "unos pocos"...constituyen un ejemplo de las mismas. A veces llegan a dar un dato numérico pero con la misma función que las expresiones precedentes; así, por ejemplo, un niño puede dar como respuesta "1", indicando "pocos" o "menos". De Corte y Verschaffel (1.985, 4), quienes han descrito este fallo en los niños que comienzan 1º grado escolar, indican que expresa una limitación en el conocimiento de lo que ellos denominan "esquema del problema verbal" (WPS), esto es, la comprensión de "la estructura, el papel y el propósito de los problemas verbales". Es, según ellos, la falta de familiaridad con este particular tipo de texto, lo que lleva a los niños a dificultades y errores como el que comentamos.

Es un error que se da, casi exclusivamente, entre los *preescolares* y sobre todo entre los *más pequeños*, sin que el nivel de rendimiento valorado por el profesor sea una variable influyente. El problema que les conduce en mayor medida a este tipo de fallo es el de comparación en el que se desconoce la diferencia entre las dos cantidades presentadas (Comparación 1), debido a que entienden que la cuestión planteada pide una apreciación de la cantidad relativa, no una cuantificación de la diferencia. Así, cuando en el mencionado problema se pregunta "¿Cuántos globos tiene más Juan que Jaime?", una proporción importante de preescolares (25%) responde simplemente que "Juan tiene más", sin intentar cuantificar la diferencia.

Expresar su desconocimiento: Consideramos aquí las respuestas que consisten en indicar la falta de comprensión del enunciado, el no saber cómo resolver el problema...pidiendo a veces información adicional. Se trata, por lo tanto, de un error muy diferente del que acabamos de describir.

Es un tipo de respuesta que, en este estudio, *tiende a desaparecer con la edad/curso de los niños*. Aparece en *todos los niveles de rendimiento* y se halla *repartido en una gran parte de los problemas* pero en una *proporción muy pequeña* si nos atenemos al número total de respuestas (en la mayor parte encontramos un sólo caso). Se da con una mayor frecuencia en problemas en los que *los niños se desconciertan*, bien por *desconocer el punto de partida* (Cambio 5, Igualación 4 e Igualación 5), bien porque en el enunciado se incluyen *señales conflictivas* con la operación a realizar (Comparación 3).

Responder por aproximación: Los niños buscan, a la vista de los datos que da el problema, una respuesta que encaje con ellos, pero sin realizar ningún cálculo, fallando en la cuantía exacta. Se trata, por lo tanto, de un fracaso en el intento de responder de forma intuitiva, generalmente por no saber cómo modelar el enunciado del problema.

Los errores de este tipo se sitúan fundamentalmente en el nivel de rendimiento medio de 2º de Preescolar y de 1º de EGB.

Respuesta ciega: Es una respuesta dada totalmente al azar: el niño dice la primera cifra que se le ocurre, sin que medie un proceso de reflexión. Parece estar provocada por una falta de comprensión del problema y, al mismo tiempo, por la necesidad de dar una contestación. Corresponde a uno de los cinco tipos de reacción observables en el examen clínico que Piaget (1.973 en la traducción castellana, 18-25) describe en la introducción de su obra "La representación del mundo en el niño": el "no importaquismo" ("el niño contesta no importa qué y no importa cómo") y tiene lugar cuando "...no provoca ningún trabajo de adaptación". Como indica el autor, el niño ("débil o demasiado joven") "...sabe callarse raramente, y prefiere inventar una respuesta que permanecer callado"

La incidencia de este error como primera respuesta, es muy baja y se localiza ante todo en 1º de Preescolar (niveles de rendimiento medio y bajo) y repartido en problemas de Igualación.

Olvidar la dimensión comparativa: Es un error específico de problemas de Comparación y de Igualación, que son asimilados a uno de Cambio.

La mayor proporción de este tipo de error lo hallamos en el problema Igualación 3 y cometido por alumnos de 1º de Preescolar (aunque no desaparece hasta llegar a 2º de EGB).

Partir de un montón de fichas: Se trata de un error específico de problemas cuya incógnita se encuentra en el punto de partida. Consiste en salvar este escollo, calcando literalmente el enunciado del problema: el niño coge un montón de fichas y representa paso a paso las acciones descritas en el mismo.

Su incidencia en el conjunto de errores es escasa. De los 5 casos hallados, tres aparecen en 2º de EGB (rendimiento medio y bajo), concentrándose en el problema Igualación 4. Llama la atención el que un error que refleja la imposibilidad de representarse

mentalmente la estructura del problema y la consiguiente necesidad de seguir literalmente el enunciado, no haya desaparecido ya en este curso.

Expresar una cantidad indeterminada: Es un error que encontramos únicamente en el problema Cambio 5. Consiste en indicar que el dato que se pide en el problema puede ser cualquier número. Si "Guillermo tenía una caja con cromos", en ella "podría tener 1 ó 2 ó 3 ó 4...", nos indica un niño del nivel alto de 2º de Preescolar, siendo éste el único caso recogido en toda la muestra.

Nos encontramos de nuevo con un fallo provocado por la ubicación de la incógnita en el punto de partida. Podemos relacionarlo con el que acabamos de describir ("Partir de un montón de fichas") o con los de "Expresar su desconocimiento" y "Respuesta ciega"... Todos ellos expresan el desconcierto experimentado por los niños cuyo proceso de solución consiste en "calcar" la estructura del problema.

Dificultad en el manejo de los números: Este error lo hemos tenido en cuenta sólo en 1º de EGB, puesto que en Preescolar hemos contado sólo los errores habidos en los problemas con números pequeños. Todavía hay niños de 1º de EGB (nivel bajo) que no dominan la serie numérica por encima de la decena (la suma de los datos proporcionados en algunos problemas llega a 16).

Esto es causa de fracaso en la solución de problemas en algunos niños de este curso que son capaces de estructurar adecuadamente el problema pero les falla el conteo; con números pequeños lo resuelven sin dificultad.

Centración en el color: El hecho de que el apoyo manipulativo para resolver los problemas sean fichas de distintos colores constituye un obstáculo para algunos niños, que se fijan en esta dimensión, desatendiendo el aspecto numérico.

Encontramos tres casos claros, que tienen lugar como primer error (se dan otros como segundo o tercero), y lo más llamativo es que no quedan limitados a los cursos de Preescolar, sino que dos de ellos se dan en EGB (uno en 1º y otro en 2º). Así, por ejemplo, en el problema Combinación 2, en el que se pregunta por número de "flores amarillas que tiene Cecilia", una niña del nivel medio de 1º de EGB y un niño del nivel bajo de 2º de EGB, responden contando simplemente las fichas de color amarillo que tienen delante.

Centración en un solo dato numérico: Los niños tienen en cuenta una sólo de las cifras dadas en el problema para hallar la solución.

Los cuatro errores incluidos en esta categoría se reparten entre 2º de Preescolar y 1º de EGB (niveles de rendimiento medio y bajo).

Establecer una correspondencia óptica, no numérica, entre los dos conjuntos que tratan de igualarse. Aparece este error en dos problemas de Igualación (Igualación 2 e Igualación 5), cometidos por un mismo niño, situado en el nivel bajo de 1º de EGB. El niño conoce la estrategia de "Emparejar", sabe que le sirve para resolver estos problemas y la aplica correctamente cuando los problemas se plantean con números pequeños. Sin embargo, con números grandes, al formar las dos hileras paralelas de fichas que representan los datos del problema, quedan de distinta densidad, de modo que la diferencia visual no coincide con la numérica, haciendo caso omiso de esta última

Fracaso en la operación aritmética formal: El error se sitúa aquí no en la interpretación del problema sino en el algoritmo matemático. Lo encontramos sólo en el problema Cambio 5 y en un niño de *rendimiento alto de 1º de EGB*, que comprende de inmediato la situación descrita en el problema y la traduce a lenguaje matemático (12-8). La dificultad sobreviene al intentar resolver la operación aritmética colocando correctamente los datos uno encima de otro; no sabe la mecánica de la resta llevando, por lo que se encuentra en un atolladero: al no poderle quitar 8 al 2, sustrae 2 al 8 de modo que obtiene como resultado 16 y lo da satisfecho como solución sin pararse a pensar en lo irracional del resultado.

A continuación, en las tablas 3 y 4 y en el gráfico 1 presentamos la distribución de los errores según curso y nivel de rendimiento dentro de cada curso.

TABLA 3: *Distribución de los errores en los distintos cursos escolares y en la muestra global*

<i>Errores</i>	<i>1º Preesc.</i>	<i>2º Preesc.</i>	<i>1º EGB</i>	<i>2º EGB</i>	<i>Total</i>	<i>%</i>
Dato problema	39	44	47	9	139	44.98
Expresar desconocimiento	10	5	4	-	19	6.15
Respuesta cualitativa	19	5	1	-	25	8.09
Falta de respuesta	31	1	4	4	40	12.98
Respuesta por aproximación	1	4	3	-	8	2.59
Confusión de la operación	6	6	12	17	41	13.27
Centración en el color	1	-	1	1	3	0.97
Respuesta ciega	4	1	2	-	7	2.27
Olvidar dimensión comparativa	4	1	2	1	8	2.59
Partir de un montón de fichas	1	-	1	3	5	1.62
Centración en un solo dato	-	2	2	-	4	1.29
Expresar cantidad indeterminada	-	1	-	-	1	0.32
Dificultad manejo números	-	-	4	-	4	1.29
Fracaso aritmética formal	-	-	1	-	1	0.32
Correspondencia óptica	-	-	2	-	2	0.65
Sin determinar	-	-	2	-	2	0.65
TOTAL ERRORES	116	70	88	35	307	

GRAFICO 1: Representación del total de errores cometidos en el conjunto de los problemas por la muestra global

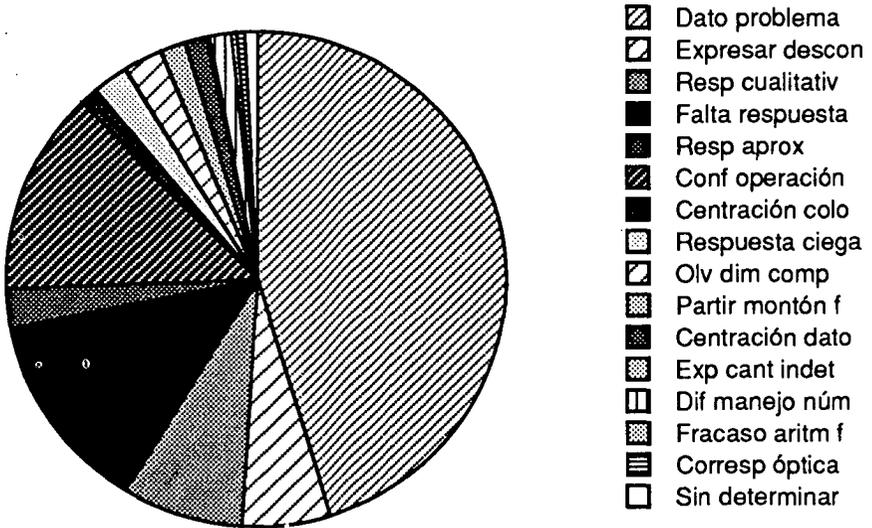


TABLA 4: Distribución de los errores según niveles de rendimiento dentro de cada curso

1º de Preescolar

<i>Errores</i>	<i>Nivel alto</i>	<i>Nivel medio</i>	<i>Nivel bajo</i>
Dato problema	10 (52,63%)	15 (37,5%)	14 (24,56%)
Expresar desconocimiento	3 (15,79%)	2 (5%)	5 (8,77%)
Respuesta cualitativa	4 (21,05%)	8 (20%)	7 (12,28%)
Falta de respuesta	0	6 (15%)	25 (43,86%)
Respuesta por aproximación	0	0	1 (1,75%)
Confundir la operación	1 (5,26%)	3 (7,5%)	2 (3,51%)
Centración en el color	1 (5,26%)	0	0
Respuesta ciega	0	2 (5%)	2 (3,64%)
Olvidar dimens. comparativa	0	3 (7,5%)	1 (1,75%)
Partir de un montón de fichas	0	1 (2,5%)	0
TOTAL ERRORES	19	40	57

2º de Preescolar

<i>Errores</i>	<i>Nivel alto</i>	<i>Nivel medio</i>	<i>Nivel bajo</i>
Dato problema	4 (40%)	17 (68%)	23 (65,71%)
Expresar desconocimiento	2 (20%)	3 (12%)	0
Respuesta cualitativa	0	1 (4%)	4 (11,43%)
Falta de respuesta	0	0	1 (2,86%)
Respuesta por aproximación	1 (10%)	3 (12%)	0
Confusión de la operación	1 (10%)	0	5 (14,29%)
Respuesta ciega	1 (10%)	0	0
Olvidar dimens comparativa	0	0	1 (2,86%)0
Centración en un solo dato	0	1 (4%)	1 (2,86%)
Expresar cantid indetermin.	1 (10%)	0	0
TOTAL ERRORES	10	25	35

1º de EGB

<i>Errores</i>	<i>Nivel Alto</i>	<i>Nivel medio</i>	<i>Nivel bajo</i>
Dato problema	10 (66,67%)	12 (42,86%)	25 (55,55%)
Expresar desconocimiento	1 (6,67%)	2 (7,14%)	1 (2,22%)
Respuesta cualitativa	0	1 (3,57%)	0
Falta de respuesta	0	1 (3,57%)	3 (6,67%)
Respuesta por aproximación	0	3 (10,71%)	0
Confundir la operación	3 (20%)	3 (10,71%)	6 (13,64%)
Centración en el color	0	1 (3,57%)	0
Respuesta ciega	0	0	2 (4,44%)
Olvidar dimensión comparativa	0	1 (3,57%)	1 (2,22%)
Partir de un montón de fichas	0	1 (3,57%)	0
Centración en un solo dato	0	1 (3,57%)	1 (2,22%)
Dificultad manejo números	0	0	4 (8,88%)
Fracaso aritmética formal	1 (6,67%)	0	0
Correspondencia óptica	0	0	2 (4,44%)
Sin determinar	0	2 (7,14%)	0
TOTAL ERRORES	15	28	45

2º de EGB

<i>Errores</i>	<i>Nivel alto</i>	<i>Nivel medio</i>	<i>Nivel bajo</i>
Dato problema	0	4 (28,57%)	5 (27,78%)
Falta de respuesta	0	0	4 (22,22%)
Confusión de la operación	3 (100%)	9 (69,23%)	5 (27,78%)
Centración en el color	0	0	1 (5,55%)
Olvidar dimens.comparativa	0	0	1 (5,55%)
Partir de un montón de fichas	0	1 (7,14%)	2 (11,11%)
TOTAL	3	14	18

4. ESTUDIO DE LOS ERRORES EN SU CONJUNTO

Puede apreciarse que de las quince clases de error que hemos encontrado en nuestro análisis, el más frecuente en el conjunto de la muestra, con mucha diferencia en relación con los demás, ha consistido en "*Proporcionar un dato del problema*", situándose a continuación y por este orden, los de "*Confundir la operación (acción) a realizar*", "*Falta de respuesta*" y "*Respuesta cualitativa*". En lo sucesivo me referiré sólo a ellos.

5. EN RELACION CON EL CURSO

El *curso* es una variable que influye en el conjunto de errores cometido. Teniéndola en cuenta, es posible resaltar que:

- El error consistente en "*Proporcionar un dato del problema*" no sólo ha sido el *más frecuente* en el conjunto de la muestra, sino también *en cada curso por separado, excepto en 2º de EGB*, donde disminuye cediendo paso al error "*Confundir la operación (acción) a realizar*".

- En *1º de Preescolar* alcanzan también importancia los errores "*Falta de respuesta*" y "*Respuesta cualitativa*" (en este orden y en todo caso mucho menos frecuentes que el anterior.)

- En *2º de Preescolar* es donde "*Proporcionar un dato del problema*" alcanza su *punto más elevado*, llegando a constituir más de la mitad de los errores cometidos en ese curso.

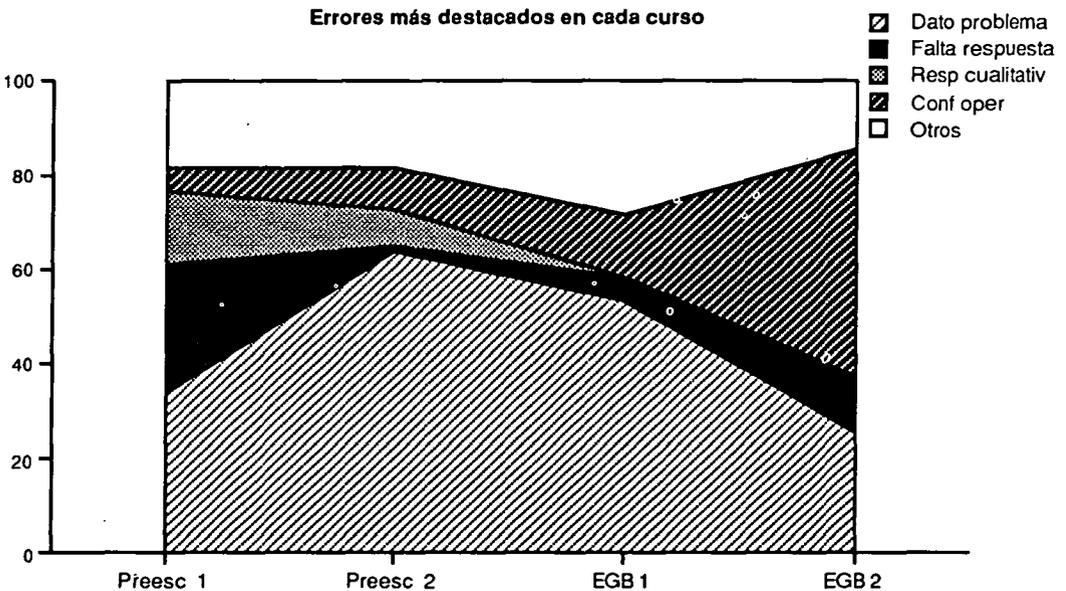
- En *1º de EGB*, manteniéndose "*Proporcionar un dato del problema*" como primer error, comienza a destacarse el de "*Confundir la operación (acción) a realizar*".

- En 2º de EGB, "Confundir la operación (acción) a realizar" pasa a ser el error predominante, de modo que casi la mitad de las respuestas incorrectas pueden incluirse en tal categoría, mientras que el de "Proporcionar un dato del problema" continúa en su descenso. Es decir, es en 2º de EGB donde tiene lugar el *principal cambio cualitativo* en relación con los errores cometidos.

Es preciso subrayar que los dos errores más frecuentes en el conjunto de la muestra ("Proporcionar un dato del problema" y "Confundir la operación (acción) a realizar") están muy influidos por la escolaridad, y siguen una *evolución opuesta*: mientras que el primero tiende a disminuir a partir de 2º de Preescolar, el segundo tiende a incrementarse, siendo los cambios especialmente acentuados al pasar a 2º de EGB.

Creemos que es muy destacable que un determinado tipo de error -"Confundir la operación (acción) a realizar"- aumente, en lugar de disminuir, a medida que el niño va iniciándose en la aritmética formal.

En el siguiente gráfico puede contrastarse el peso relativo de los principales errores cometidos en cada uno de los cursos:



6. EN RELACION CON EL NIVEL DE RENDIMIENTO ESCOLAR DE LOS NIÑOS

El nivel de rendimiento ha resultado ser una variable muy influyente en la clase de errores que encontramos en los niños de un mismo curso:

- En 1º de Preescolar, la diferencia fundamental reside en el error "*Falta de respuesta*", que siendo el de mayor peso entre los de *rendimiento bajo*, no está presente en el grupo de *rendimiento alto*, en el que el error predominante ha sido el de "*Proporcionar un dato del problema*".

- En 2º de Preescolar el error de "*Proporcionar un dato del problema*" pasa a ser el más relevante en *todos los niveles de 2º* (adquiriendo un mayor peso en el nivel de *rendimiento bajo*). El de "*Respuesta cualitativa*", que lo encontrábamos en los niveles alto y bajo de 1º de Preescolar, en una proporción semejante, pasa ahora a ser característico del *nivel bajo de 2º*. En este mismo nivel es donde se concentran en este curso los casos de "*Confundir la operación (acción) a realizar*".

- En 1º de EGB, la mayor parte de los errores que encontramos en uno y otro nivel son *del mismo tipo*. La diferencia se sitúa en las minorías, concretamente en los errores consistentes en la "*Falta de respuesta*" y en la "*Dificultad en el manejo de los números*", que sólo surgen en el *nivel bajo*.

- En 2º de EGB, todos los fallos del grupo de *rendimiento alto* son del mismo tipo y consisten en "*Confundir la operación (acción) a realizar*", mientras que en el de *rendimiento bajo* se reparten sobre todo en tres categorías: "*Proporcionar un dato del problema*", "*Confundir la operación (acción) a realizar*" y "*Falta de respuesta*".

7. INTERACCION DEL CURSO Y NIVEL DE RENDIMIENTO

Considerando al mismo tiempo la tendencia marcada por las dos variables mencionadas (curso y nivel de rendimiento), podemos *ordenar evolutivamente* los principales errores del siguiente modo:

- El primer error importante que se supera es "*Respuesta cualitativa*" (que expresa un desconocimiento de lo que son los problemas aritméticos); en efecto, tiene una escasa vida: lo encontramos en una proporción importante en 1º de Preescolar independientemente del nivel de rendimiento considerado. Pero al pasar a 2º de Preescolar queda ya relegado al *grupo de rendimiento bajo*.

- A continuación se sitúa el de "*Proporcionar un dato del problema*" (que expresa una representación mental incorrecta de la situación descrita en el problema); este error comienza predominando en el *nivel alto de 1º de Preescolar*, se extiende después a *todos los niveles de rendimiento en 2º de Preescolar y 1º de EGB* y se limita únicamente al grupo de *rendimiento bajo en 2º de EGB* (podemos decir que queda superado en este curso).

- En tercer lugar, el de "*Confundir la operación (acción) a realizar*" sigue un orden inverso: alcanza su máximo en frecuencia absoluta y relativa en 2º de EGB, siendo el único error que aparece en el nivel alto; *el proceso queda todavía abierto*, ya que no se observa declive en los cursos estudiados. Se ha observado en niños en los que no se puede sospechar un déficit en la habilidad para construir una representación adecuada del problema; la dificultad parece radicar, en estos casos, simplemente en la selección adecuada y, al parecer, es un efecto de la escolarización.

El aprendizaje de la aritmética formal parece conducir a algunos niños a cuestionarse si el problema planteado es de sumar o de restar, en detrimento de su comprensión. Creemos que el hecho de que "Confundir la operación" se concentre en los cursos en los que el niño se inicia en la aritmética formal, revela la preocupación de éste por ajustarse a lo aprendido en la escuela, en lugar de fiarse de su propio razonamiento. Así, habiendo comenzado a sumar y restar, la cuestión primordial pasa a ser, en algunos casos, el acertar con la operación adecuada, en lugar de comprender la estructura semántica del problema que se le presenta.

Cuando este tipo de error aparece -muy esporádicamente- entre los preescolares (generalmente de bajo rendimiento) le atribuimos un significado muy distinto: creemos que en la mayor parte de las ocasiones, ante una situación que no comprenden, los pequeños se limitarían a representar las dos cantidades dadas, juntarlas y contarlas todo, de una forma mecánica.

8. CONCLUSION

En relación con la naturaleza de los errores cometidos por los niños en la solución de problemas aritméticos de enunciado verbal, podemos afirmar que la dificultad fundamental en la solución de problemas aritméticos de enunciado verbal se encuentra, para la mayor parte de Preescolares y alumnos de 1º de EGB, en la representación mental idónea de la situación planteada en el problema. En una proporción importante los niños cometen errores al construirse un modelo incorrecto a partir del enunciado. En 2º de EGB y sobre todo en los de nivel de rendimiento alto, el obstáculo crucial comienza a estar en la selección de la operación adecuada.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BRIARS, D. J. - LARKIN, J. H. (1984): "An integrated model of skills in solving elementary word problems". *Cognition and Instruction*, 1, 245-296.
- BRIARS, D.J. (1982): *Alternative models of skills in solving elementary addition and subtraction word problems*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Nueva York
- CARPENTER, T. P. (1980): "Cognitive development and mathematics learning". In R. Shumway (ed.): *Research in mathematics education*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston
- CARPENTER, T. P. (1980): "Heuristic strategies used to solve addition and subtraction problems". In *Proceedings of the Fourth International Congress for the Psychology of Mathematics Education*. Berkeley
- CARPENTER, T. P. (1980): *The effect of instruction on first-grade children's initial solution processes for basic addition and subtraction problems*. Comunicación presentada a la reunión de la American Educational Research Association. Boston
- CARPENTER, T. P. (1981): *Initial instruction in addition and subtraction: A target of opportunity for curriculum development*. En *Proceedings of the National Science Foundation Directors Meeting*. Washington
- CARPENTER, T. P. (1986): "Conceptual knowledge: Implications from research on the initial learning of arithmetic". In J. Hiebert (ed.): *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, 113-132. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale.
- CARPENTER, T. P.; BLUME, G.; HIEBERT, J.; ANICK, C. M.; PIMM, D. (1982): *A review of research on addition and subtraction*. Working paper nº 330. Wisconsin Center for Education Research. Madison

- CARPENTER, T. P.; HIEBERT, J.; MOSER, J. M. (1979): *The effect of problem structure on first-grader's initial solution processes for simple addition and subtraction problems*. Wisconsin Research and Development Center for Individualized Schooling (Tech. Rep. 516). Madison
- CARPENTER, T. P.; HIEBERT, J.; MOSER, J. M. (1981): "Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems". *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 27-39.
- CARPENTER, T. P.; HIEBERT, J.; MOSER, J. M. (1983): "The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems". *Educational Studies in Mathematics*, 14, 55-72.
- CARPENTER, T.P.; MOSER, J. M. (1983): "Acquisition of addition and subtraction concepts". In R. Lesh y M. Landau (eds.): *Acquisition of mathematic on concepts and processes*. Academic Press. Nueva York.
- CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M. (1982): "The development of addition and subtraction problem - solving skills". In T. P. Carpenter - J. M. Moser y T.A. Romberg (Eds.): *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*. Erlbaum, Hillsdale, N.J.
- CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M. (1979): "An investigation of the learning of addition and subtraction. Wisconsin Research and Development Center for Individualized Schooling". *Theoretical Paper n° 79*. Madison.
- CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M. (1984): "The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three". *Journal of Research in Mathematics Education*, 15, 179 - 202.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. (1984): "First graders' solution strategies of addition and subtraction word problems". In J. Moser (Ed.): *Proceedings of the sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 15-20. Madison: Wisconsin Center for Education Research.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. (1981): "Children's solution processes in elementary arithmetic problems: Analysis and improvement". *Journal of Educational Psychology*, 73, 765-779.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. (1985): "Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems". *The Journal of Mathematical Behavior* 4, 3-21.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. (1987): "Using retelling data to study young children's word problem solving". In J.A. Sloboda - D. Rogers (Eds.): *Cognitive processes in mathematics*, 42-59. Nueva York: Oxford University Press.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. (1987): "The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems". *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L.- DE WIN, L. (1985): "Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions". *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.
- HUDSON, T. (1980): Young children's difficulty with "How many more...than...are there" questions (doctoral dissertation). Dissertation Abstracts International, Indiana University, n° 1.
- IBARRA, C.G.; LINDVALL, C.M. (1982): "Factors associated with the ability of kindergarten children to solve simple arithmetic story problems". *Journal of Educational Research*, 75, 149-155.
- IBARRA, C.G.; LINDVALL, C.M. (1979): "An investigation of factors associated with children's comprehension of simple story problems involving addition and subtraction prior to formal instruction on these operations". The Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics. Boston.
- LINDVALL, C.M.; IBARRA, C.G. (1980): "The development of problem-solving capabilities in kindergarten and first grade children". Comunicación presentada en el encuentro anual del National Council of Teachers of Mathematics. Seattle.
- PIAGET, J. (1926): *La representación del mundo chez l'enfant*. Presses Universitaires de France. París. Trad. Morata, 1973.
- RILEY, M.S.; GREENO J.G.; HELLER, J.I. (1982): "Development of children's problem-solving ability in arithmetic". In H. Ginsburg (ed.): *The development of mathematical thinking*. Academic Press. Nueva York
- TAMBURINO, J.L. (1980): "An analysis of the modelling processes used by kindergarten children in solving simple addition and subtraction story problems". Tesis doctoral sin publicar. University of Pittsburgh.