

Procesos de argumentación y demostración en un grupo de alumnos de ingeniería

Carlos Javier Rojas Álvarez

zona próxima

Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte

nº 7, diciembre, 2006
ISSN 1657-2416

zona próxima



Rosario Heins. Quieres fruta mi amor. 1994. Acrílico y lápiz sobre lienzo, 100 x 70 cms

CARLOS JAVIER ROJAS ÁLVAREZ

MAGÍSTER EN EDUCACIÓN. UNIVERSIDAD DEL NORTE.

ESPECIALISTA EN DOCENCIA UNIVERSITARIA. UNIVERSIDAD DEL NORTE.

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA. UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO.

DOCENTE TIEMPO COMPLETO DE LA UNIVERSIDAD DEL NORTE.

crojas@uninorte.edu.co

RESUMEN

El objeto de este estudio es determinar la evolución de los alumnos en el proceso de la argumentación deductiva, a través de la geometría, y compararla con los procesos de demostración. La metodología consistió en aplicar dos reglas de inferencia: afirmación del antecedente y negación del consecuente, en la argumentación de las respuestas a los problemas de respuesta corta, como alternativa a la demostración deductiva. La estrategia se aplicó a 37 alumnos nuevos de ingenierías en el primer período académico del 2006.

El proceso se utilizó durante 10 semanas de tres horas cada una. Se escogió como instrumento de evaluación el primero y segundo parciales y como modelo de decisión estadística la comparación de proporciones o porcentajes. Los resultados indican que: hubo una mejoría en la argumentación entre el primero y el segundo parciales con un nivel de significancia de $\alpha = 0.07$; en el segundo parcial, a los alumnos les cuesta más aplicar la regla de la negación del consecuente que la afirmación del antecedente con un nivel de significancia de $\alpha = 0.01$ y, por último, en el segundo parcial se encontró que a los alumnos les cuesta más demostrar que argumentar con un nivel de significancia de $\alpha = 0.01$.

PALABRAS CLAVE: Argumentación deductiva, geometría.

ABSTRACT

This study aimed at determining the evolution of students in the process of deductive argumentation, by using Geometry, and comparing it with demonstration processes. The methodology consisted of applying two inference rules: affirmation of the antecedent and negation of the consequent in the argumentation of answers to short-answer problems, as an alternative to deductive argumentation. The strategy was applied to 37 students of first semester of Engineering in the first academic semester of 2006. The process was applied in a period of 10 weeks, 3 hours per week. The first and second partial exams were chosen as evaluation instrument, and the comparison of proportions or percentages as model of statistical decision. Findings show that there was an improvement in the argumentation in the second partial exam compared to the first one, with a significance level of $\alpha = 0.07$; in the second partial exam, students have more problem in applying the rule of negation of the consequent than the affirmation of the antecedent with a significance level of $\alpha = 0.01$. It also was found that in the second partial exam students have more problem for demonstrating than for arguing with a significance level of $\alpha = 0.01$.

KEY WORDS: Deductive argumentation, geometry.

1. Justificación

El abandono de la geometría, por parte de los colegios, ha ocasionado una deficiencia en la capacidad de los alumnos para demostrar deductivamente, además de negarles la oportunidad de desarrollar el pensamiento formal, ya que el aprendizaje de la geometría se valora como iniciación al pensamiento formal.

La anterior situación se refleja en el bajo nivel de pensamiento deductivo que tiene un gran porcentaje de alumnos que ingresan a estudiar ingenierías.

Por otro lado, el estudio de la geometría se asocia con la demostración deductiva. Pero, ¿si no se enseña a demostrar en geometría, se está enseñando geometría? Se tiene la tendencia a pensar que la demostración desarrolla el pensamiento, pero si el alumno no tiene el nivel adecuado para construirla (nivel 4 de Van Hiele) será complicado que la pueda hacer. La instrucción, el tiempo y la motivación son factores indispensables en la consecución de este objetivo.

Es por ello que este estudio presenta una alternativa a la demostración deductiva: la argumentación deductiva y comparar ambos procesos en un grupo de alumnos de primer semestre de ingenierías.

Objetivos

Objetivo general

Determinar la evolución de los alumnos en el proceso de la argumentación deductiva y compararla con los procesos de demostración.

Objetivos específicos

- Solucionar problemas de respuesta corta y argumentarlos deductivamente.
- Analizar la evolución de los alumnos y el desarrollo del curso con respecto de los procesos de argumentación.
- Presentar una alternativa a la demostración deductiva como recurso para desarrollar el pensamiento condicional.

2. Marco Teórico

La argumentación deductiva

La argumentación, en términos generales, es según Calderón y León:

Argumentar es hacer uso del lenguaje verbal para formar un discurso que dé cuenta de nuestras convicciones acerca de un asunto. Este discurso tiene como función fundamental convencer o persuadir, en forma razonada, a otros de las creencias personales; exige, entonces, realizar, a partir de la premisa que se tiene por cierta, construcciones que expliquen, justifiquen, relacionen y concluyan convincentemente la tesis supuesta (1996, 12-13).

La argumentación deductiva, que se empleó en la metodología, utiliza el argumento deductivo. En él, la verdad de las premisas utilizadas por el hablante garantizan la verdad de sus conclusiones,

Si **A** es verdad entonces **B** es verdad
(donde **A** es *razón* y **B** *conclusión*)

La utilización de este tipo de argumento se hace más compleja de acuerdo con la ubicación y la modalidad usada para establecer el enunciado (CORREA J, DIMATÉ C Y MARTÍNEZ N., 1999, 62). Así, se identifican:

- Modus Ponendo Ponens (afirmar afirmando) o ley de afirmación de la hipótesis:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \frac{p}{q} \end{array}$$

Por ejemplo:

Si Juan obtiene la máxima calificación en el examen final, entonces pasará el curso.

$$p \rightarrow q$$

Juan obtiene la máxima calificación en el examen final.

$$\frac{p}{q}$$

Por tanto, Juan pasa el curso.

- Modus Tollendo Tollens (negar - negando) o negación del consecuente:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \frac{\neg q}{\neg p} \end{array}$$

Por ejemplo:

Si la zorra veloz salta sobre el perro lento, entonces se tropieza.

$$p \rightarrow q$$

La zorra veloz no se tropieza.

$$\frac{\neg q}{\neg p}$$

Por tanto, la zorra veloz no salta sobre el perro lento.

$$\neg p$$

3. Procedimiento

1. El primer día de clases se les realizó a los alumnos una prueba diagnóstica sobre los niveles de razonamiento geométrico, según Van Hiele. Los resultados arrojaron que, hipotéticamente, ningún estudiante estaba en capacidad de comprender y realizar una demostración por sí mismo.
2. En la unidad 1, el profesor explica cómo se aplican las reglas de inferencia pertinentes a la solución de problemas de respuesta corta y cómo se argumenta explicitando dichas reglas.
3. Posteriormente, el profesor les propone que resuelvan problemas del mismo tipo cuyas respuestas deben ser argumentadas

deductivamente. La evaluación de dichos problemas es en el tablero.

4. A medida que se avanza en el curso, se les siguen planteando problemas a los alumnos, hasta la unidad 3. En la unidad 2 se explicó el proceso de la demostración deductiva.
5. En cada parcial se instaló uno o dos problemas de respuesta corta, las cuales deben ser argumentadas deductivamente.
6. En el segundo parcial se colocó un punto de demostración para observar el desempeño de los alumnos en este aspecto.

4. Estrategias de evaluación empleadas

La evaluación se hizo en el tablero, escogiendo alumnos al azar, y en los respectivos parciales por escrito. Se

asume que el problema está bien resuelto si el alumno:

- Responde bien la pregunta.
- Escribe el enunciado del teorema que aplicó.
- Copia el nombre de la regla de inferencia aplicada.
- Escribe la fórmula de la respectiva regla de inferencia con letras escogidas por él.
- Señala en el enunciado del teorema las premisas del argumento con las letras escogidas por él en la fórmula de la regla de inferencia.

Se observa que la exigencia de estos requisitos están en el ítem 1 del primer parcial (ver anexo No. 1) y en el ítem 2 del segundo parcial (ver anexo No. 2).

5. Resultados

En el cuadro 1 se presentan los resultados de la argumentación deductiva y la demostración, evaluados en el primero y segundo parciales:

Cuadro 1: Resultados de la argumentación y la demostración

Sujeto	1 ^{er} Parcial		2 ^o Parcial	
	A. A.	A. A.	N. C.	Dms
1	0	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	1	1	1	0
6	1	1	0	0

7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	1	1	0	0
11	0	1	0	0
12	0	0	0	0
13	0	0	0	1
14	1	1	0	0
15	0	0	0	0
16	0	1	0	0
17	1	0	0	0
18	1	1	0	0
19	1	1	1	0
20	1	1	0	0
21	0	1	1	0
22	0	1	0	0
23	1	0	0	0
24	1	1	1	0
25	0	1	0	0
26	0	1	0	0
27	1	1	1	1
28	0	0	0	0
29	0	1	0	0
30	1	0	1	0
31	0	1	0	0
32	1	1	0	0
33	1	1	0	1
34	0	0	0	0
35	1	1	1	1
36	1	1	1	1
37	0	0	0	0

A.A.: Afirmación del antecedente

N.C.: Negación del consecuente

Dms.: Demostración 0 significa que no hizo el ítem

1 significa que hizo correctamente el ítem

Del cuadro 1 se observa que, a excepción del sujeto 13, todo el que hizo la demostración directa, sabe aplicar la regla de la afirmación del

antecedente.

Comparación de la afirmación del antecedente entre el primero y el segundo parciales:

En el primer parcial, 16 alumnos, de 37, realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente; mientras que en el segundo parcial, 23 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor p de 0,0517487. Dado que el p valor es menor que 0,075, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 93 por ciento. Se concluye que los alumnos mejoraron significativamente en la aplicación de la regla de la afirmación del antecedente con un nivel de confianza del 93 por ciento.

Comparación entre la afirmación del antecedente y la negación del consecuente en el segundo parcial:

En el segundo parcial, 23 alumnos, de 37, realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente; mientras que el de la negación del consecuente 10 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor p de 0,00119276. Dado que el p valor es menor que 0,01, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 99 por ciento. Se concluye que, significativamente, los alumnos, tienen más dificultad en la aplicación de la regla de la negación del consecuente que la afirmación del antecedente, con un nivel de confianza del 99 por ciento.

Comparación entre la afirmación del antecedente y la demostración en el segundo parcial:

En el segundo parcial, 23 alumnos, de 37, realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente;

mientras que el de la demostración (corta, de cinco o seis pasos), 5 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor p de 0,0000162614. Dado que el p valor es menor que 0,01, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 99 por ciento. Se concluye que, significativamente, los alumnos tienen más dificultad en la realización de demostraciones que la aplicación de la afirmación del antecedente, con un nivel de confianza del 99 por ciento.

En el curso se aplicó una metodología que se denominó "metodología integral", la cual consta de cuatro componentes: diagramas conceptuales, procedimiento para resolver problemas, argumentación con reglas de inferencia y la construcción de figuras. Con el objetivo de averiguar la importancia que los alumnos le atribuyeron a la argumentación deductiva, al final del curso se les aplicó una entrevista en donde una de las preguntas era que clasificaran, según su criterio, el orden de importancia de los componentes de la "metodología integral", encontrando los siguientes resultados con respecto de la argumentación:

- 6 de 20 consideran que la argumentación es el componente más importante de la "metodología integral".
- 7 de 20 creen que la argumentación ocupa el segundo lugar en importancia.

- 5 de 20 consideran que está en el tercer lugar, y
- 2 de 20 que es el componente menos importante de la "metodología integral".

En conclusión, 13 de 20 (65%) consideran que la argumentación es un proceso importante en el aprendizaje de las ciencias.

Conclusiones

La realización de este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten elaborar las siguientes conclusiones:

- El análisis estadístico inferencial indica que los alumnos vienen con serias dificultades para hacer demostraciones deductivas.
- Los alumnos mejoraron significativamente del primero al segundo parciales en la aplicación de la afirmación del antecedente.
- Los alumnos tienen más dificultad en aplicar la negación del consecuente que la afirmación del antecedente.
- La aplicación de la afirmación del antecedente y la negación del consecuente es una buena alternativa a la demostración, además de que la comprensión de dichas reglas es el paso previo en la comprensión y construcción de demostraciones.

- A excepción de un alumno, todos los que realizaron bien la demostración en el segundo parcial, también argumentaron correctamente la afirmación del antecedente. En otras palabras: si un alumno aplica bien la afirmación del antecedente, entonces sabrá hacer una demostración por el método directo.
- 13 de 20 alumnos encuestados consideran el proceso de argumentar como un aspecto relevante en las ciencias.

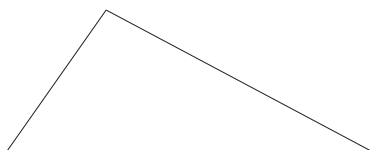
Bibliografía

- CALDERÓN, D.I. y LEÓN, O.L. (1996)
La argumentación en matemáticas en el aula: una oportunidad para la diversidad. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- CORREA, J.I.; DIMATÉ, C. y MARTÍNEZ, N. (1999)
Saber y saberlo demostrar: Hacia una didáctica de la argumentación. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.

Anexo 1

Primer parcial

1. El $\triangle ABC$ es rectángulo en C, con $AB = 15 \text{ cm}$ y $BC = x \text{ cm}$. Calcule el valor de x . Al plantear la ecuación, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología en la fórmula.
2. Construya la circunferencia inscrita al $\triangle ABC$.



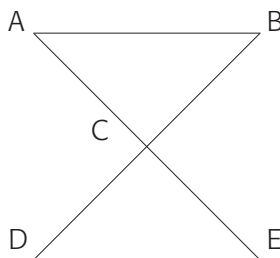
3.
 - a. Construya el diagrama conceptual completo del rectángulo.
 - b. Determine si la siguiente proposición es verdadera o falsa. Si es verdadera, cite el teorema o el postulado que la valida; si es falsa, construya un contraejemplo: "Si dos ángulos son suplementarios, entonces forman un par lineal"

Anexo 2

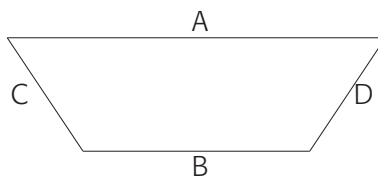
Segundo parcial

1. En la figura de la derecha:
 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ y $AC = CD$

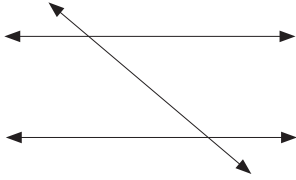
Demuestre que $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.



2. Para **a.** y **b.:** responda la pregunta, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.
 - a. En ABCD, $m\angle A = 11^\circ$, $m\angle D = 70^\circ$ y $m\angle B = 125^\circ$.
 ¿Es $\overline{DA} \parallel \overline{CB}$?



- b. En la figura de la derecha, $\angle 1 \cong \angle 2$
 ¿Es $l \parallel m$?



3. Construya dos triángulos, cada uno con lados de 4cm, 7cm y 9cm. Asígnele nombre a cada uno. ¿Son congruentes los triángulos? Si su respuesta es afirmativa, escriba la relación de congruencia de tres maneras diferentes y el enunciado del criterio de congruencia. Si su respuesta es negativa, explique el porqué.