

# Replanteamiento del problema de la formación del precio en el mercado negro

JUAN R. QUINTAS

Boulding (R. 1, pág. 241) señala acertadamente que una "consecuencia casi inevitable del control de precios y del racionamiento es la aparición del llamado mercado negro, es decir, un mercado ilegal en el que se realizan transacciones a precios superiores al legal", lo cual está plenamente identificado con lo que al respecto dice Lipsey (R. 5, pág. 130): "nunca ha existido un caso documentado en el que precios-tope efectivos no fuesen acompañados por el desarrollo de un mercado negro".

Dado que la imposición de precios máximos se observa no sólo en situaciones generales de emergencia (guerra, bloqueo económico, etc.), sino también en condiciones económicas ordinarias (v. g.: la "contraespeculación" en el monopolio, política social en la vivienda, etc.), es evidente la importancia de disponer de una teoría correcta del mercado negro. Además, tal teoría puede mejorar sensiblemente el análisis de mercados con un sector de oferta sujeto a control de precios y otro que no lo está (v. g.: existencia simultánea de viviendas de renta controlada y de renta libre), pues en este campo se incurre con frecuencia en errores tan notables como el de que, "cuando se discute el efecto sobre el precio no controlado, los efectos derivados de desplazamientos en la oferta no son mencionados, y el exceso de demanda en el sector controlado parece ser tomado como provocador de un efecto neto en el sector no controlado" (Gould y Henry: R. 4, pág. 43).

Resulta así que el campo de aplicación de la Teoría del mercado negro es notablemente amplio, siendo por ello muy de lamentar que su actual estado obligue a considerarla como insatisfactoria, pues, como muy bien dice Gonensay (R. 3, pág. 219), "el análisis aceptado respecto de la formación del precio en los mercados negros es defectuoso" y, por tanto, "las conclusiones sobre el mismo basadas, incorrectas". Por ello, y como quiera que la reformulación de Gonensay nos parece también poco convin-

cente (por razones que se exponen en la última parte de este trabajo), pasamos seguidamente a desarrollar un nuevo planteamiento del problema, con la pretensión de no incurrir en los errores que invalidan los que le precedieron.

Iniciaremos esta tarea considerando primero el caso en el que el control de precios se introduce en un mercado competitivo, estudiando posteriormente el problema bajo los supuestos del monopolio de oferta. Consideraremos siempre que es el mismo productor el que actúa en el mercado negro, ya que, cuando éste se encuentra estrictamente controlado y son los revendedores los que consiguen evadir la vigilancia gubernamental, el planteamiento del problema es tan simple que podemos omitirlo.

## I. COMPETENCIA PERFECTA

### a) *La demanda.*

Sea

$$(1) \quad u_i = f^i(q_i^1, \dots, q_i^n)$$

la función índice de utilidad del  $i$ -ésimo consumidor, satisfaciendo las clásicas propiedades de ser diferenciable y seccionalmente cóncava. Naturalmente,  $q_i^j$  designa la cantidad que del bien  $Q^j$  es adquirida por el  $i$ -ésimo sujeto.

Para simplificar el análisis supondremos en él que: a) sólo el bien  $Q^1$  está sujeto a control de precios; b) el sujeto carece de principios morales que limiten su actuación en el mercado negro, y c) para el comprador son insignificantes los gastos y riesgos asociados con su actuación en aquel mercado.

Los supuestos b) y c) tienen validez descriptiva para muchos países en los que el control de precios es o ha sido practicado, y en este sentido cabe recordar la práctica habitual de perseguir y sancionar principalmente a los vendedores, más fácilmente controlables que los compradores. No obstante, repetimos, la finalidad perseguida con dichos supuestos es la de dotar de la máxima sencillez a nuestro análisis, cuyas conclusiones fundamentales no resultan modificadas por la eliminación de cualquiera de los tres mencionados supuestos.

La existencia de un mercado negro implica que una parte de  $q_i^1$ , a la que llamaremos  $x_i$ , podrá ser adquirida al "precio oficial"  $p_0$ , en tanto que otra,  $z_i$ , podrá serlo al "precio de mercado negro"  $p_n$  ( $p_n > p_0$ ).

Si  $a_i$  es la cantidad máxima que el  $i$ -ésimo consumidor puede adquirir en el mercado oficial, tendremos que:

$$x_i = \min (q_i^1, a_i); \quad z_i = \max (0, q_i^1 - a_i); \quad q_i^1 = x_i + z_i$$

Adviértase que si bien  $a_i$  puede ser correctamente considerada como variable exógena en el curso del análisis del comportamiento de un consumidor, no ocurre otro tanto cuando el conjunto del mercado sea el objeto de estudio, pues el nivel de  $a_i$  es el resultado de la distribución de la oferta al precio oficial  $S$  entre los distintos demandantes, razón por la que, cuando  $S$  se trata como una variable más del problema, será preciso tener presente que de su valor dependen directamente los de las  $a_i$ :

$$(2) \quad a_i = a_i(S); \quad \frac{da_i}{dS} > 0 \quad i = 1, 2, \dots$$

A fin de acortar en todo lo posible la extensión del presente artículo, no analizaremos los diferentes sistemas de determinación de las  $a_i$  (racionamiento formal, asignación según las preferencias del vendedor, etc.). En todo caso, la relación expuesta en (2) sigue siendo bastante adecuada en el contexto de este trabajo. Con idéntica finalidad, supondremos que no existe un mercado en el que los consumidores puedan comprar y vender sus derechos a las adquisiciones de  $Q^1$  en el mercado oficial.

Supondremos inicialmente que sólo existen dos bienes en el horizonte del consumidor, ocupándonos más adelante del caso general. De este modo nuestros primeros pasos podrán ser acompañados por los correspondientes análisis gráficos que aquí, como siempre, serán muy útiles en orden a la mayor claridad de la exposición.

La (1) se convierte así en la

$$(3) \quad u_i = f^1(q_i^1, q_i^2) = f^1(x_i + z_i, q_i^2)$$

y su maximización, condicionada por la ecuación de balance

$$(4) \quad y_i = p_o x_i + p_n z_i + p^2 q_i^2 \quad (p^2 = \text{precio de } Q^2)$$

y por las desigualdades

$$a_i - x_i \geq 0; \quad x_i \geq 0; \quad z_i \geq 0; \quad q_i^2 \geq 0,$$

determina, según el teorema de Kuhn-Tucker, la posición de "equilibrio" del sujeto. Suponiendo que la cantidad adquirida de  $Q^2$  es positiva y

que el consumidor actúa efectivamente en el mercado negro, la combinación óptima de bienes vendrá definida por el sistema de ecuaciones:

$$(5) \quad \frac{f'_1}{p_n} = \frac{f'_2}{p^2} \text{ donde } f'_j = \frac{\partial u_1}{\partial q_j}$$

$$(6) \quad y_1 = p_o a_1 + p_n z_1 + p^2 q_1^2$$

Examinemos ahora el problema utilizando el análisis gráfico. En la figura 1 hemos representado en el plano  $(q_1^1, q_1^2)$  la ecuación de balance (4) por la línea ABC, obviamente definida por los siguientes datos:

a) Puntos de intersección con los ejes de coordenadas

$$\left( a_1 + \frac{y_1 - a_1 p_o}{p_n}, 0 \right) \qquad \left( 0, \frac{y_1}{p^2} \right)$$

b) Pendiente

$$-\frac{dq_1^2}{dq_1^1} = \begin{cases} \frac{p_o}{p^2} & \text{si } q_1^1 < a_1 \\ \frac{p_n}{p^2} & \text{si } q_1^1 > a_1 \end{cases}$$

c) Coordenadas del "punto de acodamiento"

$$\left( a_1, \frac{y_1 - a_1 p_o}{p^2} \right)$$

Dibujando en la misma figura el mapa de las curvas de indiferencia del sujeto, por razonamientos sobradamente conocidos se concluye que el punto D tiene por coordenadas la combinación de equilibrio, la cual satisface, evidentemente, las condiciones (5) y (6).

Tanto por simple examen de la figura 1 como por el del sistema compuesto por las ecuaciones (5) y (6), es posible comprobar que el nivel de  $q_1^1$  depende de los alcanzados por  $p_o$ ,  $p_n$ ,  $a_1$ ,  $p^2$  e  $y_1$ :

$$q_1^1 = g_1(p_o, p_n, a_1, p^2, y_1)$$

expresión ésta en la que, como siempre, la característica funcional  $g_1$  incorpora los "gustos" del consumidor. Por definición

$$(7) \quad z_i^1 = q_i - a_i = g_i(p_o, P_n, a_i, p^2, y_i) - a_i$$

y, por tanto,

$$(8) \quad z_i = d_i(p_o, P_n, a_i, p^2, y_i)$$

Obsérvese que, si  $Q^1$  no es un bien inferior, la disminución de  $p_n$  ocasiona un aumento en  $q_i^1$ , pues sucesivos descensos de este precio provocan las correspondientes transformaciones de la línea de balance ABC, transformándola en las ABE, ABF, etc., generadoras de las nuevas posiciones de equilibrio G, H, etc., cuya abscisa es cada vez más elevada. Es decir, no siendo inferior el bien, se cumple,

$$(9) \quad \frac{\partial q_i^1}{\partial p_n} < 0; \quad \frac{\partial z_i}{\partial p_n} < 0$$

También es posible demostrar que un aumento de  $a_i$  provoca, bajo condiciones bastante generales, la disminución de  $z_i$ . Con el fin de valernos nuevamente del análisis gráfico, utilizaremos incrementos no infinitesimales. Sea  $\Delta a_i > 0$  la variación experimentada por  $a_i$ . Si con ella la restricción  $a_i - x_i \geq 0$  deja de ser efectiva en la posición de equilibrio,  $z_i$  no sólo disminuirá, sino que se anulará. En caso contrario, su variación vendrá dada, según la (7), por:

$$(10) \quad \Delta z_i = \Delta q_i^1 - \Delta a_i$$

En la figura 2 hemos representado nuevamente la línea de balance ABC, ya explicada anteriormente. Con el incremento de  $a_i$  a  $a'_i$  (siendo  $a'_i - a_i = \Delta a_i$ ), su "punto de acodamiento" se traslada a B', con lo que la línea de balance es ahora la AB'C', estando C' situado

$\frac{\Delta a_i (p_n - p_o)}{P_n}$  unidades más lejos del origen que C. Como quiera que

las pendientes de los segmentos AB' y B'C' han de ser las mismas que las definidas anteriormente para los AB y BC, el desplazamiento de BC hacia la derecha es en todo similar al que correspondería a un incremento de la renta del sujeto en  $\Delta a_i (p_n - p_o)$  unidades monetarias.

Si  $Q^2$  no se comporta como bien inferior en la zona relevante, es indudable que

$$\Delta q_i^1 \leq DD'$$

y siendo

$$\Delta a_i = EB' > FB' = DD'$$

tenemos que

$$\Delta a_i > \Delta q_i'$$

por lo cual, según se deduce directamente de (10)

$$\Delta z_i < 0$$

como queríamos demostrar.

Por medio de razonamientos análogos se llega a la conclusión de que a un  $\Delta a_i < 0$  corresponde un  $\Delta z_i > 0$ .

Atendiendo a estos resultados y a los expuestos en (9), podemos suponer que la (8) está sujeta a las condiciones:

$$(11) \quad \frac{\delta z_i}{\delta p_n} < 0 \qquad \frac{\delta z_i}{\delta a_i} < 0$$

que, si bien han sido deducidas bajo el supuesto de la "no inferioridad" de  $Q^1$  y  $Q^2$ , podrían haber sido también bajo supuestos aún más generales (aunque con una expresión más compleja).

Antes de pasar a la generalización de estos resultados, aprovecharemos nuestro análisis de los efectos de una variación  $a_i$  para examinar una afirmación de Boulding (R. 1, pág. 242): "si suponemos que no existen ningunas sanciones, ni legales ni morales, para el caso de comprar en el mercado negro, la curva de demanda en este mercado será la misma que la curva de demanda normal". Observemos que en este razonamiento se prescinde del hecho de que, existiendo control de precios, el sujeto puede adquirir  $a_i$  unidades al precio  $p_o$ , inferior al  $p_n$ , por lo que su capacidad de compra es superior en  $a_i (p_n - p_o)$  unidades monetarias respecto de la que se poseería, "ceteris paribus", en ausencia del control. Por tal motivo, el valor de  $q_i' = a_i + z_i$  sólo para casos realmente excepcionales coincidirá con la cantidad que adquiriría en mercado libre y al mismo precio  $p_n$ . Difiriendo las curvas de demanda individuales de uno y otro caso, otro tanto deberá suceder respecto de las curvas agregadas de demanda, suma horizontal de aquéllas. Por ello cabe considerar las citadas observaciones de Boulding como incorrectas.

La generalización al caso de  $n$  bienes se obtiene directamente por maximización de la función (1), sujeta a las restricciones

$$y_i = p_0 x_i + p_n z_i + \sum_{j=2}^n q_i^j p^j$$

$$a_i - x_i \geq 0; \quad x_i \geq 0; \quad z_i \geq 0; \quad q_i^j \geq 0, \quad j = 2 \dots, n$$

Se obtienen así, para un consumidor que adquiere cantidades positivas de todos los bienes y actúa efectivamente en el mercado negro, las siguientes condiciones de equilibrio:

$$\frac{f_1^i}{p_n} = \frac{f_2^i}{p^2} = \dots = \frac{f_n^i}{p^n}$$

$$y_i = p_0 a_i + p_n z_i + \sum_{j=2}^n q_i^j p^j$$

de las que es posible deducir la dependencia de  $z_i$  respecto de los valores de  $p_0, p_n, a_i, p^2, \dots, p^n$  e  $y_i$ :

$$z_i = d_i(p_0, p_n, a_i, p^2, \dots, p^n, y_i)$$

sujeta, por analogía con la (8) y bajo supuestos similares, a las condiciones:

$$\frac{\delta z_i}{\delta p_n} < 0 \qquad \frac{\delta z_i}{\delta a_i} < 0$$

Siendo nuestro objetivo fundamental estudiar la formación del precio en el mercado negro para valores dados de los restantes precios y de las rentas, tales variables son exógenas al modelo y no precisan, por tanto, ser consideradas en el mismo de modo explícito. Por otra parte,  $a_i$  puede ser sustituida por su valor según (2), resultando de todo ello, como posible expresión alternativa de la demanda del  $i$ -ésimo consumidor en el mercado negro, la

$$(12) \quad z_i = D_i(S, p_n), \text{ sujeta a } \frac{\delta z_i}{\delta p_n} < 0, \quad \frac{\delta z_i}{\delta S} < 0$$

obteniéndose inmediatamente como función de demanda agregada en dicho mercado.

$$(13) \quad D = D(S, p_n), \text{ sujeta a } \frac{\delta D}{\delta p_n} < 0, \frac{\delta D}{\delta S} < 0$$

Es esta una relación tan evidente que no nos habríamos molestado en deducirla de no mediar la circunstancia de que autores de la talla de un Brofenbrenner (Cf. R. 2) han construido modelos, considerados hoy día como clásicos, en los que se prescindie del efecto de las variaciones en la cantidad disponible al precio oficial sobre la demanda en el mercado negro, al expresar a ésta como función solamente de  $p_n$  y omitir los correspondientes desplazamientos que deberían producirse como resultado de la modificación del nivel de la oferta en el mercado oficial.

b) *La oferta de la empresa*

La introducción del control de precios en un mercado de competencia, con la creación de dos mercados (el "oficial" y el "negro"), enfrenta a cada oferente con la posibilidad de vender el mismo producto a dos precios diferentes,  $p_o$  y  $p_n$ , independientes ambos de su propio comportamiento. Al igual que en el análisis de la demanda, mantendremos el supuesto simplificador de que el empresario carece de escrúpulos morales que impidan o limiten su actuación en el mercado negro.

Los costos de la  $i$ -ésima empresa serán expresados por

$$(14) \quad C_i = C_i(q_i); \quad \frac{dC_i}{dq} = C_i'(q_i) > 0; \quad \frac{d^2C_i}{dq^2} = C_i''(q_i) > 0;$$

donde  $q_i$  representa su producción total, suma de lo que ofrece al precio oficial ( $S_i$ ) más lo que vende en el mercado negro ( $Z_i$ ):

$$(15) \quad q_i = S_i + Z_i; \quad S_i \geq 0, \quad Z_i \geq 0$$

Su actuación en el mercado negro le origina un costo adicional ( $V_i$ ) cuyo nivel depende del de sus operaciones en aquel mercado (Cf. R. 6, página 527):

$$(16) \quad V_i = V_i(Z_i)$$

Parece apropiado suponer que esta función, reflejo de los gastos y



riesgos derivados de la clandestinidad de la actividad que los origina, satisface las siguientes propiedades:

$$(17) \quad V_i(0) = 0; \quad \frac{dV_i}{dZ_i} = V_i'(Z_i) > 0; \quad \frac{d^2V_i}{dZ_i^2} = V_i''(Z_i) > 0$$

La maximización de la función de beneficios

$$(18) \quad B_i = S_i p_o + Z_i p_n - C_i(S_i + Z_i) - V_i(Z_i)$$

condicionada solamente por la nonegatividad de sus variables, conduce a las siguientes condiciones de equilibrio

$$(19) \quad p_o - C_i'(q_i) \leq 0, \quad S_i \geq 0; \\ \text{si } p_o < C_i'(q_i) \quad \text{entonces } S_i = 0$$

$$(20) \quad p_n - C_i'(q_i) - V_i'(Z_i) \leq 0, \quad Z_i \geq 0; \\ \text{si } p_n < C_i'(q_i) + V_i'(Z_i) \quad \text{entonces } Z_i = 0$$

La expresión (19) pone de manifiesto que un precio oficial suficientemente bajo impediría la actuación en el mercado oficial de algunas empresas. Para aquellas que concurren a ambos mercados ( $S_i > 0$ ,  $Z_i > 0$ ) las condiciones (19) y (20) se convierten en las

$$(21) \quad p_o = C_i'(q_i)$$

(22)  $P_n = C_i'(q_i) + V_i'(Z_i)$   
determinando la primera la producción total de la empresa ( $q_i^*$ ) y la segunda la cantidad ofrecida en el mercado negro ( $Z_i^*$ ). Por diferencia ( $q_i^* - Z_i^* = S_i^*$ ) se obtiene el volumen vendido al precio oficial.

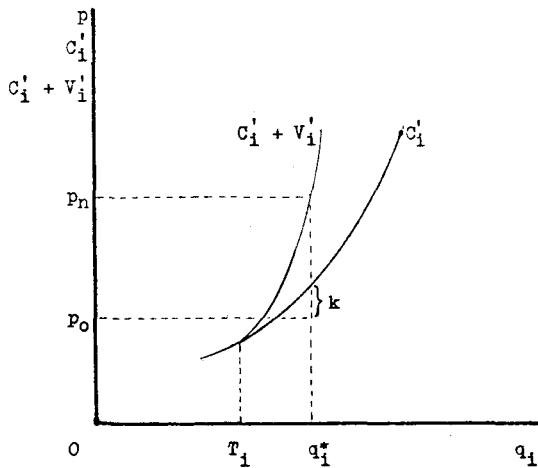
Las (21) y (22) pueden resumirse en una única condición:

$$(23) \quad C_i'(q_i) = p_o = p_n - V_i'(Z_i)$$

cuya justificación es evidente si se considera que la empresa opera en dos mercados distintos, el primero con una curva de demanda infinitamente elástica, con ingreso medio y marginal constantemente iguales a  $p_o$  y el segundo ("mercado negro") con ingreso medio "neto" igual a  $p_n - V_i'(Z_i)$

y marginal de  $p_n - V'_i(Z_i)$  (Cf. R. 2, págs. 112, 113 y R. 6, pág. 527). Naturalmente, según ya es conocido por el modelo del monopolista discriminador de precios, la maximización del beneficio exige que el beneficio marginal sea nulo en ambos mercados o, lo que es lo mismo, que el costo marginal coincida con el ingreso marginal obtenido en cada uno de aquellos, lo cual es precisamente el significado de la expresión (23).

La determinación gráfica de la posición de equilibrio puede, por ello,



realizarse según es habitual en el análisis del monopolista discriminador. Siguiendo otro procedimiento se determina en primer lugar, valiéndose de la condición (21), el valor de  $q_i^*$ , como abscisa del punto de corte de la curva de costos marginales con una perpendicular al eje de ordenadas a la altura de  $p_o$  (véase figura). La consideración conjunta de (21) y (22) pone de relieve que la cantidad ofrecida en el mercado negro  $Z_i$  ha de satisfacer la ecuación

$$(24) \quad p_n - p_o = V'_i(Z_i)$$

por lo que, representada en la figura 4 la función  $V'_i = V'_i(Z_i)$ , inmediatamente podrá ser hallado el valor de  $Z_i^*$ , según se ha hecho en tal gráfico. Conocidos  $q_i^*$   $Z_i^*$ , por diferencia,  $S_n^*$ , podemos analizar gráficamente las dos condiciones (21) y (22) en un solo diagrama, tal y como se hace en la figura 3.

De (24) se deduce inmediatamente la existencia de una relación directa entre  $p_n$  y  $Z_i$ :

$$(25) \quad Z_i = Z_i(p_n) \quad \frac{dZ_i}{dp_n} > 0$$

que constituye la función de oferta de la *i*-ésima empresa en el mercado negro.

Tratando siempre a  $p_o$  como variable predeterminada, la expresión (21) nos muestra a  $q_i$  (cantidad total producida por la empresa) como constante, es decir, independiente respecto de los valores de  $p_n$ . Siendo por definición,

$$S_i = q_i - Z_i = q_i - Z_i(p_n)$$

la cantidad ofrecida en el precio oficial dependerá inversamente de  $p_n$ :

$$(26) \quad S_i = S_i(p_n), \quad \frac{dS_i}{dp_n} < 0$$

Hasta el momento hemos supuesto que la empresa puede fijar libremente el nivel de  $S_i$  y  $Z_i$ , con la única condición de considerar el costo adicional que su actuación en el mercado negro le reporta. Pero frecuentemente el empresario ha de aceptar que  $S_i$  no puede ser inferior a determinado valor  $T_i$  ( $T_i > 0$ ), bien por tratarse tal cifra de un cupo de producción impuesto más o menos directamente por la Administración, o por considerar que si sus ventas al precio oficial son menores que  $T_i$  su actividad en el mercado negro sería evidente a las Autoridades. En cualquier caso, las  $T_i$  pueden suponerse exógenas respecto del modelo de determinación de  $p_n$ .

La maximización de la función de beneficios (18) está ahora sujeta a las restricciones

$$(27) \quad S_i - T_i \geq 0; \quad Z_i \geq 0$$

siendo

$$L = S_i p_o + Z_i p_n - C_i(S_i + Z_i) - V_i(Z_i) + k(S_i - T_i)$$

la correspondiente función de Lagrange, en la que  $k$  es un "multiplicador". Partiendo de ella se obtienen, como condiciones de equilibrio:

$$(28) \quad \frac{\delta L}{\delta S_i} = p_o - C'_i(q_i) + k = 0, \quad S_i > 0$$

$$(29) \quad \frac{\delta L}{\delta Z_i} = p_n - C'_i(q_i) - V'_i(Z_i) \leq 0; \quad Z_i \geq 0;$$

$$\text{si } \frac{\delta L}{\delta Z_i} < 0 \quad \text{entonces } Z_i = 0;$$

$$(30) \quad \frac{\delta L}{\delta k} = S_i - T_i \geq 0; \quad k \geq 0;$$

$$\text{si } S_i > T_i \quad \text{entonces } k = 0;$$

Para una empresa que concurre efectivamente al mercado negro  $Z_i$  es positiva, por lo que la expresión (29) se convierte en la

$$(31) \quad p_n - C'_i(q_i) - V'_i(Z_i) = 0; \quad Z_i > 0$$

Cuando la primera de las restricciones expresadas en la (27) no es efectiva en la posición de equilibrio, ésta coincide con la definida por las (21) y (22) ya analizadas, razón por la que sólo consideraremos ahora el caso contrario en el que

$$(32) \quad S_i - T_i = 0$$

para el cual las condiciones (28) y (31) pueden ser formuladas, respectivamente, como:

$$(33) \quad p_o = C'_i(T_i + Z_i) - k$$

$$(34) \quad p_n = C'_i(T_i + Z_i) + V'_i(Z_i)$$

La figura 5 ilustra gráficamente estas condiciones al indicar cómo, para valores dados de los parámetros y variables exógenas, se determinan los de equilibrio,  $q_i^*$  y  $Z_i^*$  para las variables  $q_i^*$  y  $Z_i^*$ . De (34) se deduce inmediatamente la existencia de una relación directa entre  $Z_i$  y  $p_n$

$$(35) \quad Z_i = Z_i(p_n) \quad \frac{dZ_i}{dp_n} > 0$$

que constituye la función de oferta de la empresa en el mercado negro.

Siendo constante el valor de  $S_i$ , la oferta total

$$q_i = S_i + Z_i = T_i + Z_i(p_n)$$

es función creciente de  $p_n$ .

Volvamos nuevamente sobre la exposición en la que Boulding (R. 1, páginas 241 a 243) ofrece una síntesis de la teoría generalmente aceptada de la formación del precio en un mercado negro bajo condiciones competitivas, a fin de compararla, en lo que al tratamiento de la oferta se refiere, con los desarrollos que hemos ofrecido en las páginas anteriores.

Boulding supone implícitamente que la cantidad ofrecida por cada empresa en el mercado legal es aquella para la cual  $p_o = C'_i$ . Nuestro análisis ha demostrado que no es este el comportamiento que permite maximizar los beneficios a la empresa, sino el definido por las condiciones (21) y (22), siempre que no existan o no sean efectivas en la posición de equilibrio restricciones del tipo  $S_i \geq T_i$ , y por la (32) en caso contrario. Sólo bajo circunstancias muy especiales podría cumplirse la condición supuesta por Boulding. Dada la interrelación existente entre  $S_i$  y  $Z_i$  resulta innecesario comentar que su defectuoso estudio de la determinación de  $S_i$  invalida también el que realiza sobre la de  $Z_i$ .

c) *La determinación del precio en el mercado negro*

Hemos visto que la oferta individual en el mercado negro depende directamente en todo caso de  $p_n$ —véase (25) y (35)—. Por ello, la oferta total en tal mercado puede ser definida por

$$(36) \quad Z = Z(p_n), \quad \frac{dZ}{dp_n} > 0$$

En el mercado oficial, por el contrario, las ofertas individuales son independientes de  $p_n$  en un caso—véase (32)— y dependen inversamente de esta variable en los restantes—según se indica en la (26)—. Por ello la oferta total en dicho mercado será

$$(37) \quad S = S(p_n), \quad \frac{dS}{dp_n} < 0$$

salvo si todas y cada una de las empresas oferentes consideran la existencia de un mínimo para  $S_i$  y tal restricción es efectiva en la posición que maximiza sus beneficios bajo tal condición. De ser así, la (37) debe ser sustituida por la

$$(38) \quad S = T \quad (T = \text{constante dada})$$

que muestra el valor de  $S$  como predeterminado por el de las  $T_i$ .

Añadiendo la demanda de mercado que, según (13), viene dada por

$$(39) \quad D = D(S, p_n), \quad \frac{\delta D}{\delta p_n} < 0, \quad \frac{\delta D}{\delta S} < 0$$

y la condición de equilibrio en el mercado negro

$$(40) \quad D = Z$$

hemos completado la formulación de nuestro modelo.

Obsérvese que sólo bajo los supuestos que permiten definir a  $S$  como constante, según se hace en la (38), puede reducirse el modelo a una mera contraposición de oferta y demanda en el mercado negro:

$$\begin{aligned} Z &= Z(p_n) \\ D &= D(p_n, T) \\ Z &= D \end{aligned}$$

En cualquier otro caso sería preciso utilizar el sistema formado por las ecuaciones (36), (37), (39) y (40) para determinar simultáneamente todas las variables.

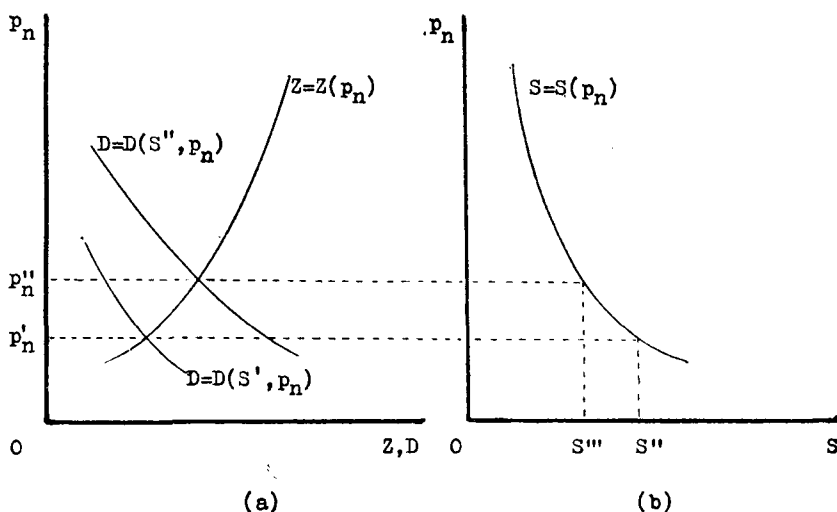
Antes de proceder a un elemental análisis del proceso de formación del precio en el mercado negro, permítasenos algunas consideraciones acerca de las relaciones funcionales (37) y (39), que pondrán explícitamente de manifiesto algunas propiedades de las mismas, complementando así las ya incorporadas en la definición de los signos de sus derivadas.

La oferta total  $S$  en el mercado oficial no puede llegar a anularse, como fácilmente puede deducirse de la existencia de las restricciones expresadas por (27) y de la misma incongruencia del supuesto de que la autoridad puede admitir que en el mercado oficial la oferta sea nula. Así,

pues, dado el nivel mínimo para  $S$ , en él la curva representativa de (37) sería perfectamente rígida.

En relación con la (39), conviene observar que los aumentos en la demanda del mercado negro, provocados por reducciones en el nivel de  $S$ , tienen un límite superior estrechamente relacionado con la función de demanda que existiría para el mismo bien en ausencia del control de precios.

Examinemos ahora, a grandes rasgos, y en términos muy simples, cómo podría explicarse el proceso de ajuste a la posición de equilibrio en el mercado negro, omitiendo la simultaneidad supuesta en las ecuaciones del sistema teórico. En las figuras (a) y (b) hemos representado, respectivamente, las funciones de oferta en el mercado negro y en el oficial. La imposición de un precio máximo, inferior al de equilibrio, es motivo de que la oferta a dicho precio sea insuficiente para abastecer la demanda, creando así una demanda insatisfecha, que procura obtener el producto en el mercado negro. Representémosla por  $D = D(S', p_n)$  en la figura (a), en la que puede apreciarse cómo el ajuste de la oferta y la demanda determinarían  $p'_n$  como valor de  $p_n$ . Pero, según indica la figura (b), a  $p'_n (> p_o)$ , naturalmente, la oferta legal en el mercado ha



ciones del sistema teórico. En las figuras (a) y (b) hemos representado, respectivamente, las funciones de oferta en el mercado negro y en el oficial. La imposición de un precio máximo, inferior al de equilibrio, es motivo de que la oferta a dicho precio sea insuficiente para abastecer la demanda, creando así una demanda insatisfecha, que procura obtener el producto en el mercado negro. Representémosla por  $D = D(S', p_n)$  en la figura (a), en la que puede apreciarse cómo el ajuste de la oferta y la demanda determinarían  $p'_n$  como valor de  $p_n$ . Pero, según indica la figura (b), a  $p'_n (> p_o)$ , naturalmente, la oferta legal en el mercado ha

de ser  $S''$  (inferior a  $S'$ , cantidad aportada en ausencia del mercado negro). La naturaleza de la dependencia de  $D$  respecto de  $S$  hace que, como resultado de la disminución de esta variable, la curva de demanda de la figura 6-a se desplace hacia la derecha, a la posición  $D = D(S'', p_n)$ , con lo que  $p_n$  se elevará hasta  $p_n''$  y con ello se provocará una nueva reducción de  $S$  (ahora al nivel  $S''$ ), que pondría nuevamente en marcha el mecanismo. El proceso solamente se detendrá cuando los desplazamientos de la demanda la hayan llevado hasta los límites cuya existencia hemos mencionado en el párrafo anterior, o bien cuando  $p_n$  haya alcanzado un valor para el cual  $S = S(p_n)$  sea perfectamente rígida. Esta sería la posición de equilibrio, satisfaciéndose en ella todas las ecuaciones del modelo. Indudablemente, este análisis del comportamiento del sistema en desequilibrio sería sensiblemente mejorado si lo completásemos con un tratamiento verdaderamente dinámico del problema. Sin embargo, no nos detendremos más en este punto, a fin de evitar que la extensión de este trabajo rebese los límites convenientes a su naturaleza.

De hecho, la interpretación anterior del proceso de ajuste parece consistente con la experiencia de quienes han vivido los tiempos en que el control de precios y el racionamiento constituían el nada grato denominador común de muchos mercados. Lamentamos, sin embargo, que la abundante documentación empírica que debió acumularse en España a lo largo de toda una década nunca haya sido publicada, privándonos así de una oportunidad excepcional de contrastar, al menos "a grosso modo", nuestras proposiciones.

## II. MONOPOLIO

El monopolista de oferta, lejos de considerar al precio del mercado negro como independiente de su propia actuación, percibe claramente que su nivel depende de las cantidades  $S$  y  $Z$  que ofrece, respectivamente, en el mercado oficial y en el negro. En efecto, como directamente resulta de la expresión (13):

$$(41) \quad p_n = p_n(S, Z)$$

La función de beneficios es

$$(42) \quad B = S \cdot p_o + Z \cdot p_n(S, Z) - C(q) - V(Z)$$



en donde  $q = S + Z$ , y siendo  $C(q)$  y  $V(Z)$  funciones análogas a las  $C_i(q_i)$  y  $V_i(Z_i)$  utilizadas en las páginas anteriores.

Las condiciones de "equilibrio" serán obtenidas por la maximización de (42) bajo las restricciones  $Z > 0$  ("existe un mercado negro") y  $S \geq T$  ("las ventas en el mercado oficial no pueden ser nulas").

Si la última restricción no es efectiva en la posición de equilibrio, ésta viene definida por el siguiente sistema simultáneo de ecuaciones:

$$(43) \quad p_0 + Z \frac{\delta p_n}{\delta S} - C'(S + Z) = 0$$

$$(44) \quad p_n(S, Z) + Z \frac{\delta p_n}{\delta Z} - C'(S + Z) - V'(Z) = 0$$

siéndolo, en caso contrario, por la ecuación

$$(45) \quad p_n(T, Z) + Z \frac{\delta p_n}{\delta Z} - C'(T + Z) - V'(Z) = 0$$

pues, siendo  $T$  predeterminada, contiene a  $Z$  como única incógnita, permitiendo así conocer su valor óptimo  $Z^*$  a partir del cual (siendo  $S^* = T$ ) es inmediato el de  $q$  ( $q^* = T + Z^*$ ).

En un reciente trabajo, Gonensay (R. 3) trata de construir una teoría de la formación del precio en mercado negro bajo condiciones de monopolio de oferta, por considerar que el análisis tradicional es incorrecto. El contenido de las páginas anteriores hace innecesario que manifiestemos nuestro apoyo a sus críticas fundamentales: La producción total del monopolista no es aquella para la cual el costo marginal se iguala a  $p_0$  y tampoco es válido el supuesto de que el precio del mercado negro es función solamente de la cantidad de bien ofrecida en él y, por tanto, independiente respectò del nivel de ventas al precio oficial.

Pero si para nosotros sus juicios críticos son acertados, no opinamos lo mismo respecto a su propia aportación que, además de construirse sobre supuestos excesivamente restrictivos en el tratamiento de la demanda, no incorpora sino ambiguamente los costos y riesgos asociados con la actuación en el mercado negro, lo cual es causa de graves defectos en tal artículo.

Gonensay no ignora la importancia fundamental de estos costos para explicar el comportamiento del monopolista, pues llega incluso a recono-

cerla claramente (R. 3, pág. 221). Su error ha sido el no incorporarlos explícitamente a su análisis.

Tal equivocación dará lugar a otras, que vicarán casi toda la construcción. Veamos una de ellas. Antes un modelo en el que, por los supuestos en que se basa, el precio del mercado negro es independiente de la parte que de la producción total (considerada constante) se ofrecen en aquél, llega a la conclusión de que el monopolista no tiene la posibilidad de igualar su costo marginal a los ingresos marginales en los dos mercados, por ser ambos constantes e iguales a los respectivos precios. Por ello considera imposible utilizar en tal caso el criterio de equilibrio válido para el monopolio, con discriminación de precios. Sus propias conclusiones son tan ambiguas *que deja sin determinar claramente cuál será la distribución óptima de la producción total entre ambos mercados*: "la constancia del precio de mercado negro significa que el monopolista maximiza sus beneficios vendiendo tanto como se atreva en el mercado negro. Lo mejor para él sería vender todo en tal mercado..., no lo hace así a causa del riesgo, que puede ser relativamente considerado tanto mayor cuanto más pequeña es la cantidad entregada al mercado oficial" (R. 3, pág. 221).

Ahora bien, la simple consideración de tal riesgo como un costo derivado de su actuación en el mercado negro, y por tanto como una reducción de los ingresos brutos en él obtenidos, haría decreciente el correspondiente ingreso marginal "neto", obteniéndose entonces como criterio de distribución de la producción total justamente el que él había negado por imposible: la igualación del costo marginal con los ingresos marginales de ambos mercados.

Consideremos ahora una muestra de otro tipo de error: la consideración como dato de lo que debe ser una variable en el modelo. La primera de las dos modalidades de "enforcement" que propone es una en la que el monopolista cree arriesgado vender una cantidad *inferior* a cierto mínimo en el mercado oficial, cuyo significado coincide con el atribuido por nosotros a T. Bajo tales circunstancias, Gonensay considera que la oferta en aquel mercado será *igual* a ese mínimo, siendo la realizada en el mercado negro aquella para la cual coinciden el ingreso marginal correspondiente con el costo marginal (R. 3, págs. 221-223). Elimina así de su análisis el costo y riesgo crecientes correspondientes a la venta ilícita, cuya influencia sobre el comportamiento del monopolista no puede ser ignorada. Pero la simple introducción de una función como la nuestra

$V = V(Z)$  no bastaría para aceptar su análisis, pues en él se supone que el monopolista siempre iguala  $S$  (venta en el mercado oficial) a  $T$ , cuando esto sólo sucedería en el caso de que la restricción fuese efectiva. Cuando no lo fuere, sus ventas al precio oficial excederán del mínimo obligado.

#### REFERENCIAS

- R. 1.—BOULDING, Kenneth: *Análisis Económico*. Madrid, 1967.
- R. 2.—BROFENBRENNER, M.: *Price Control Under Imperfect Competition*, American Economic Review, marzo 1947, págs. 107-120.
- R. 3.—GONENSAY, Emre: *The Theory of Black Market Prices*, Económica, mayo 1966, págs. 219-225.
- R. 4.—GOULD, J. R., y HENRY, S. G. B.: *The Effects of Price Control on a Related Market*, Económica, febrero 1967, págs. 42-49.
- R. 5.—LIPSEY, Richard G.: *An Introduction to Positive Economics*, Londres, 1966.
- R. 6.—MACHLUP, Fritz: *Marginal Analysis and Empirical Research*, American Economic Review, septiembre 1946.

