

Cálculo de tiempo óptimo de finalización de un proyecto de obras: Construcción de buques; implantación de sistemas de telecomunicación(*)

DIEGO PAZOS

Profesor de Economía de la Empresa
de la Universidad Politécnica de Madrid

INTRODUCCION

Si una obra se termina antes del tiempo pactado (edificio, buque, sist. de telec.), antes podrá empezar su vida productiva, y el empresario que lo recibe se sentirá motivado a gratificar con una cantidad por día de adelanto sobre la fecha de terminación prevista, igual o menor a los beneficios esperados por día de explotación.

De modo paralelo no es difícil entender la cláusula de penalización que aparece en casi todos los contratos de construcción. Esta cláusula consiste en penalizar con una cantidad, a veces importante, por cada día de retraso en la entrega de llaves.

Por otra parte, un modo de acelerar las obras es motivar a los obreros con una prima por día de adelanto sobre la fecha pactada. Por esta prima, aun sin cambiar la técnica, las obras tenderán a acelerarse, no sólo por el mayor interés que ponen, sino también porque tenderán a hacer horas extraordinarias, caso de que las obras tiendan a retrasarse.

El constructor está sufriendo por día de obra un coste de oportunidad, mientras la obra dure, ya que alguna parte de su tiempo, alguno de sus directivos, algún equipo de obreros, está trabajando en el proyecto; por otra parte, estos costes de oportunidad se in-

(*) Con el título «Compromiso óptimo en la ejecución de proyectos» aparece un apartado en la obra del profesor ROMERO: *Técnicas de programación y control de proyectos*, Ed. Pirámide, pág. 81. Pero como puede ver el lector, tanto el punto de partida como la fórmula a que se llega son fundamentalmente distintas. O bien: *Revista de Economía Política*, núm. 74, 1977, páginas 47-56.

crementan, ya que es normal que una parte importante del pago se aplase hasta la entrega de llaves.

Vistas así las cosas, al constructor le interesará convencer al contratista que la fecha para la entrega de llaves tiene que ser de t días desde el inicio de las obras.

En este artículo vamos a tratar de determinar cuál debe ser esa fecha, optimizándola desde el punto de vista del constructor, a través de maximizar la esperanza de beneficio.

HIPOTESIS

H_1 =Existe sólo un camino crítico.

H_2 =El proyecto se realiza a técnica constante y no hay cambio de técnica en el modo de llevar a cabo cada una de las actividades. La técnica queda definida al definir las calidades, formas, costes, primas, etc.

H_3 =La duración del proyecto viene determinada por una variable aleatoria de distribución de probabilidad conocida. En la práctica, la variable se distribuye normalmente de media suma de las duraciones medias de las actividades que componen el camino crítico y varianza suma de las varianzas.

H_4 =Por cada día que adelanta la terminación del proyecto, sobre la fecha pactada, el constructor recibe una cantidad g en concepto de gratificación, y obtiene una economía c' .

H_5 =Por cada día que se alarga la finalización del proyecto sobre la fecha pactada, el empresario sufre una penalización p y un coste de oportunidad por día c .

H_6 =Por cada día de adelanto sobre la fecha pactada, el empresario ha de pagar una prima de z pesetas a los obreros que intervienen en la realización de las obras.

NOTACION

- z = gratificación que los obreros reciben del empresario por cada día de adelanto sobre la fecha prevista.
- p = pesetas día que paga el contratista por día de retraso en finalizar la obra sobre la fecha pactada, en concepto de penalización.
- g = gratificación que recibe el constructor por día de adelanto en la terminación de la obra sobre la fecha pactada.
- α = variable aleatoria que mide la duración del proyecto.
- $f(\alpha)$ = función de densidad de dicha variable aleatoria.
- h = fecha pactada para la terminación del proyecto.
- $c' + g - z = m$ = margen que obtiene el constructor por día de adelanto sobre la fecha pactada.
- c = coste de oportunidad por día de retraso.
- c' = economía por poder utilizar los equipos en otra parte.

DESARROLLO

Si el valor de α es menor que la fecha pactada, la esperanza de ganancias por este concepto será:

$$\int_0^h (c' + g - z)(h - \alpha)f(\alpha)d\alpha \tag{1}$$

Si α es más tardía que la fecha pactada, la pérdida en concepto de penalización será:

$$p \int_h^\infty (\alpha - h)f(\alpha)d\alpha + c \int_h^\infty (\alpha - h)f(\alpha)d\alpha = (p + c) \int_h^\infty (\alpha - h)f(\alpha)d\alpha \tag{2}$$

La esperanza de ganancia neta será la diferencia entre [1] y [2]:

$$\int_0^h (c' + g - z)(h - \alpha)f(\alpha)d\alpha - (p + c) \int_h^\infty (\alpha - h)f(\alpha)d\alpha \tag{3}$$

Derivando [3] con objeto de calcular el óptimo, después de sustituir $c' + g - z$ por m , tenemos:

$$0 = \int_0^h m f(\alpha) d\alpha + (p+c) \int_h^\infty f(\alpha) d\alpha \quad [4]$$

como:

$$\int_0^\infty f(\alpha) d\alpha = 1 - \int_0^\infty f(\alpha) d\alpha \quad [5]$$

Sustituyendo [5] en [4]:

$$0 = \int_0^h m f(\alpha) d\alpha - (c+p) \int_0^h f(\alpha) d\alpha + (p+c) = 0 \quad [6]$$

despejando $\int_0^h f(\alpha) d\alpha$ y sustituyendo m por $c' + g - z$:

$$\int_0^h f(\alpha) d\alpha = \frac{p+c}{(-c'-g+z) + p+c} = P(\alpha \leq h) \quad [7]$$

fórmula que nos da la fecha óptima en función de la penalización, el premio y la prima pagada a los obreros. Esta fórmula tiene sentido cuando:

$$z - c' - g > 0$$

APLICACION NUMERICA

Un país trata de instalar un sistema de telecomunicaciones entre una isla y el continente. La realización material de la obra acuerda en principio adjudicársela a una empresa de conocida solvencia técnica.

Las autoridades del país en cuestión quieren protegerse contra un excesivo plazo en la entrega de llaves, ya que el tendido del cable está contemplado en un plan encaminado a dotar de infraestructura a la isla y que ha de terminarse antes de un año y medio.

La empresa subcontrata con empresas la realización del tendido. El consorcio de empresas recibirá una prima por día de adelanto sobre la fecha fijada de finalización de 1.400.000 pesetas/día, que pagará la empresa adjudicataria.

La duración media de la obra la estima la empresa adjudicataria en 330 días, con una desviación típica de 25.

La empresa adjudicataria sabe que las autoridades estarían dispuestas a primar con 1.000.000 de pesetas por día de adelanto y exigen que la penalización sea de 1.600.000 pesetas. El quebranto sufrido (por retraso lo evalúa en 100.000 pesetas/día) y la economía es inexistente.

La empresa adjudicataria quiere determinar la fecha óptima de entrega de llaves.

Sustituyendo los valores en la fórmula [7] tenemos:

$$P(\alpha \leq h) = \frac{1.600.000 + 100.000}{-1.000.000 + 1.400.000 + 1.600.000 + 100.000} = 0,809$$

tipificando α tenemos:

$$P\left(r \leq \frac{\alpha - 330}{25}\right) = 0,809$$

utilizando la tabla de la $N(0,1)$

$$0,84 = \frac{\alpha - 330}{25}$$

$$\alpha = 351 \text{ días}$$

La empresa adjudicataria planteará las negociaciones para que las autoridades acepten una fecha de entrega de llaves de 351 días laborables después del comienzo de las obras.

DIEGO PAZOS

BIBLIOGRAFIA

- ACKOFF SASIENI: *Fundamento de investigación de operaciones*, Ed. Limusa-Wiley, S. A., México, 1971.
- BALLESTERO, E.: *Principios de economía de la Empresa*, Alianza Textos 10, 5.ª edición, Madrid, 1980.
- CHURCHMAN, ACKOFF y ARNOFF: *Operations research*, Ed. Wiley.
- DESBAZEILLE, G.: *Ejercicios y problemas de investigación de operativa*, Ed. ICE, 1969.
- ROMERO, C.: *Programación y control de proyectos*, Ediciones Pirámide, S. A., Madrid, 1979.
- SASIENI, M.; YASPAN, A., y FRIEDMAN, L.: *Investigación de operaciones*, Ed. Limusa-Wiley, S. A., México, 1967.