



ARTICULOS

LA HIPOTESIS DEL REALISMO Y LAS DESIGUALDADES DE BELL

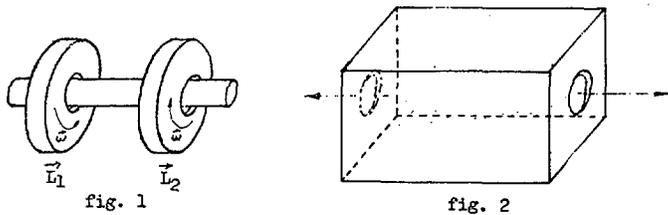
MIGUEL FERRERO
Oviedo

I



Supongamos un sistema formado por una gran cantidad de parejas de ruedas rígidas, iguales, de la misma masa, que giran sin trasladarse una en sentido contrario respecto de la otra con la misma velocidad angular $\vec{\omega}$ (ver fig. 1) y que están contenidas en una caja provista de sendos agujeros laterales —de tamaño muy superior al de las ruedas— según muestra la figura 2.

terales —de tamaño muy superior al de las ruedas— según muestra la figura 2.



En estas condiciones es evidente que el momento angular total de cada pareja asociada es: $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0$ ya que $\vec{L}_1 = -\vec{L}_2$.

Además, cada uno de estos sistemas compuestos está provisto de un mecanismo explosivo que en determinados instantes escinde al sistema en sus dos componentes (1 y 2). A partir de ese momento, las dos ruedas, que inicialmente formaban cada uno de los sistemas individuales, se separan y comienzan a moverse en sentidos contrarios con la misma velocidad. En efecto, como $\vec{p}_{in} = 0$, la conservación del momento lineal nos dice que $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ lo cual implica que $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ y como las dos ruedas son iguales —tienen la

misma masa, el mismo momento de inercia, etc...— esto supone que $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ (ver fig. 3).

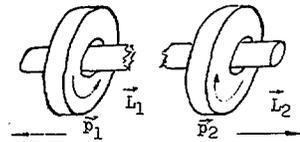


fig. 3

Cada subsistema se aleja entonces del centro de la caja y aquellos que alcancen las aberturas laterales saldrán al exterior. Allí, en el exterior de la caja, hay montado otro dispositivo que consta de dos aparatos de medida situados uno en la región A del espacio y el otro en la B, lo suficientemente alejados (en principio tanto como queramos). En cada una de estas zonas hay un observador encargado de determinar —mediante el mecanismo adecuado— los valores, por ejemplo, de los momentos angulares de todas y cada una de las ruedas que alcancen su lugar de observación (ver fig. 4).

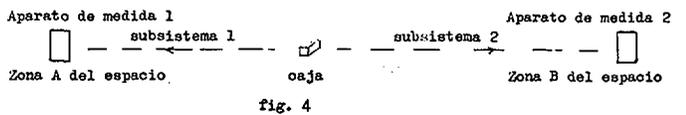


fig. 4

Cada observador realiza sus medidas y después —dado que ignoran la existencia de la caja y de todo el montaje «oculto» para ellos— se reúnen para contrastar los resultados obtenidos. Sin duda, no tardarán mucho tiempo en percibir la existencia de una fuerte correlación negativa entre los valores hallados. Así, notarán que cuando el observador

1 situado en el aparato 1 encontró el valor —digamos para simplificar— +1, el observador 2 en el aparato 2 midió -1. Y recíprocamente, cuando el 1 obtuvo el resultado -1, el 2 obtuvo el +1. Y esto siempre.

Partiendo de la constatación evidente de la correlación negativa observada —el único dato que poseen *de hecho*— es fácil que saquen la siguiente conclusión: en el pasado debió haber una interacción entre las ruedas que alcanzan ahora simultáneamente cada aparato de medición. Las dos formaban, sin duda, un sistema de momento angular total nulo, que se escindió a continuación dejando «impreso» —y completamente determinado— el valor del momento que más tarde se va a obtener. No hay pues ningún misterio para ellos en esas correlaciones. Y por lo tanto ya no será preciso, en lo sucesivo, volver a contrastar los resultados, ni poner dos observadores: la aplicación del principio de inducción les dice que cuando el aparato 1 obtenga el valor +1, el 2 obtendrá -1, aunque las medidas estén separadas por un intervalo de tipo espacial. El conocimiento de lo que ocurre en 1 les basta para saber lo que sucede en 2. Y ello con certeza absoluta.

Sin embargo, y a pesar de la claridad —o precisamente por ella— con la que han explicado las correlaciones, los observadores no quedan del todo satisfechos. Porque saben muy bien que para poder proporcionar semejante descripción del fenómeno han tenido que admitir de manera implícita algunas hipótesis. Por ejemplo, que cada rueda tiene determinadas «propiedades intrínsecas» que *se presentan* a nuestros instrumentos *como son*, o que la influencia externa sobre un subsistema no tiene influencia sobre el otro espacialmente separado (separabilidad). Les incomoda admitir sin más esas hipótesis y son conscientes de la dificultad que encierra hablar de «propiedades intrínsecas» sin especificar el *montaje total* dispuesto para determinarlas. ¿Qué es, piensan, un electrón con independencia de tubos de descarga, cámaras de niebla, aceleradores, aparatos de Stern-Gerlach, etc...? ¿Debemos creer, como se apunta en la explicación de las correlaciones, que la propia física como ciencia con sus aparatos, organización, etc., no influye, ni actúa para nada, sobre el objeto y sobre lo que éste manifiesta? ¿No resulta ya ingenuo pensar que el objeto se presenta a la ciencia como *lo que es* y que aquélla es algo meramente pasivo, inoperante, sin estructura? Además, incluso se podría suponer que la «realidad» fuese independiente de la ciencia y sus preparaciones pero, aún en este caso, la *descripción* de esa realidad ¿no dependería de dicha ciencia? Esto genera en los observadores la incómoda impresión de que caben otras explicaciones posibles y de que han optado por la solución más fácil, más intuitiva: aquella que evita precisamente los problemas. En efecto, no es difícil esbozar una descripción del fenómeno de correlación que prescindiera de las hipótesis implícitas antes señaladas, y que ahora se recubrirán, en general, con la letra R (realista). Dicha descripción sería: cuando se efectúa la medida sobre el sistema 1 en la región A y se obtiene el valor, digamos, +1, «instantáneamente», éste «le hace saber» al 2 el resultado para que «no se equivoque nunca» y tome, en consecuencia, el valor -1. De esta forma se puede dar cuenta de la correlación negativa encontrada sin necesidad de la hipótesis R, sin necesidad de atribuir «un valor» a una magnitud con independencia del montaje experimental capaz de determinar el valor de esa magnitud. Para ello el sistema a considerar aquí tendría que estar constituido por el *conjunto* formado, no

sólo por las dos ruedas, sino también por los dos aparatos de medida. Y este *todo* no tiene por qué ser separado por el espíritu en subsistemas provistos de realidades físicas independientes (*no-separabilidad*). De algún modo esto equivale, como más arriba se señaló, a postular una incómoda acción instantánea a distancia, lo cual supone —insistimos— que una acción que se realice en un lugar M del espacio *puede* tener efectos de manera drástica e instantánea en otro lugar N arbitrariamente alejado.

Ahora bien, ¿qué ciencia se podría construir en esas condiciones? ¿Qué ciencia puede aceptar que una perturbación que tiene lugar aquí es la consecuencia instantánea de un proceso que ocurre, digamos, en una estrella de la constelación de Orión?

El postulado que introduce este segundo punto de vista, que en lo sucesivo se recubrirá con la letra C (Copenhague), postulado de no-separabilidad, ciega de algún modo el camino que Galileo abrió al «aislar», al «separar» mentalmente, una parte para someterla a estudio y para llegar, por esa vía, trascendiendo al propio fenómeno, a un conocimiento más profundo de las cosas. ¿Cómo percibir lo que hoy llamamos «principio de la inercia» sin la idea de localidad, sin admitir explícitamente que lo que se hace aquí y ahora —tirar bolas por un plano inclinado— no está sujeto a una perturbación incontrolada e instantánea ejercida a distancia por la acción de otro experimentador situado en el polo opuesto de la Tierra? «Si se pregunta qué es lo que caracteriza... el mundo de ideas de la física, lo primero que sorprende es lo siguiente: los conceptos de la física se refieren a un mundo exterior real, es decir, se establecen ideas relativas a cosas (cuerpos, campos, etc...) a las que se atribuye una «existencia real», independiente del sujeto que las percibe, ideas que, por otra parte, han sido puestas en relación —lo más segura posible— con los datos que proporcionan los sentidos. Caracteriza además a estos objetos físicos el ser pensados como dispuestos en un continuo espacio-tiempo. Un aspecto esencial de esta ordenación de las cosas en la física es que en un determinado momento esas cosas pueden pretender una existencia independiente unas de otras, con tal que «estén situadas en diferentes partes del espacio». Sin aceptar esta independencia de existencia de los objetos (este *ser así*) apartados unos de otros en el espacio... no sería posible el pensamiento físico en el sentido usual. Sin efectuar esta límpida distinción sería muy difícil hallar un medio de formular y probar las leyes físicas... De la relativa independencia de objetos distantes en el espacio (M y N) es característica la siguiente idea: «*la influencia externa sobre M no tiene influencia directa sobre N... la abolición total de este axioma haría imposible... la postulación de leyes empíricamente comprobables en el sentido aceptado*» (1).

No es, como vemos, fácil aceptar la posición C. Y no sólo porque va, en principio, contra la corriente de la tradición científica sino porque, como Einstein señala, amenaza con imposibilitar la construcción de la propia ciencia.

(1) A. Einstein. «*Quantenmechanik und Wirklichkeit*», *Dialéctica*, vol. 2, pg. 320 (1948). Incluida en una carta a M. Born en M. Born éd.: «*Born-Einstein: correspondencia*» Siglo XXI México 1973, pg. 215. El subrayado de la cita es mío (M.F.)

Resumiendo: la hipótesis R explica la correlación recurriendo a una causa común en el pasado y a la atribución de determinadas propiedades intrínsecas a los subsistemas. Los valores L_1 y L_2 de cada par de ruedas estaban «impresos» en ellas y la correlación se originó, nació, cuando se escindió el sistema original. Así no se necesita prescindir del principio de localidad: la influencia externa sobre M no tiene influencia directa sobre N.

Para la posición C la correlación pone de manifiesto que ciertos sistemas actualmente separados deben considerarse como formando parte de uno solo. O lo que puede ser lo mismo: entre dos sistemas alejados existen influencias más rápidas que la luz. (2) (3).

II

Consideremos ahora otra experiencia de pensamiento (*gedankenexperiment*) paralela a la anterior: sean una serie de parejas de partículas de espín $1/2$, por ejemplo electrones, parcialmente separadas y que han sido producidas en estado singlete, es decir de espín total nulo. Mediante aparatos de Stern-Gerlach pueden medirse, independientemente y a elección del experimentador, las diferentes componentes del espín de cada una de esas partículas.

La función de onda para un sistema de estas características (espín total igual a cero) es la siguiente:

$$\psi = 1/\sqrt{2} (\psi_c - \psi_d) = 1/\sqrt{2} [u_+(1) u_-(2) - u_-(1) u_+(2)]$$

donde u_+ y u_- son las funciones de onda de cada partícula y representan respectivamente un espín $\hbar/2$ y $-\hbar/2$. El argumento (1) ó (2) hace referencia a la partícula que tiene este espín (4).

Supongamos que se mide el espín de las partículas a lo largo de determinada dirección, la misma para cada uno de los miembros de un par. En esas condiciones el resultado no está predeterminado por ψ pero a partir del vector de estado se puede predecir que si la partícula 1 tiene de espín $+\hbar/2$ entonces la 2 tendrá $-\hbar/2$. Y de nuevo con certeza absoluta. Esta situación en la mecánica cuántica imita bien, se asemeja, a la que vimos con anterioridad en el caso de sistemas clásicos: el experimentador puede predecir el valor de una componente del espín de la partícula 1 presumiblemente sin interactuar con ella.

Generalicemos algo más la experiencia: sea A_a el resultado de medir la componente del espín de la partícula 1 a lo largo de la dirección a y sea B_b el resultado de medir la componente del espín de la partícula 2 a lo largo de la dirección b . En beneficio de la simplicidad tomaremos aquí también

(2) B. d'Espagnat. «A la Recherche du réel» en «Les implications Conceptuelles de la Physique Quantique. Supplément au Journal de Physique C-2, 1981, pg. 104.

(3) W. Heisenberg. «The Physical principles of the Quantum Theory». Dover, 1949, pg. 39.

(4) D. Bohm. «Quantum Theory». Prentice-Hall, 1951, pg. 616.

los valores de A_a y B_b iguales a ± 1 . Así cuando $a = b$ recontramos la situación que un poco más arriba se apuntó: si el observador situado en el aparato 1 tiene el valor $+1$ el que esta situado en 2 obtendrá, con certeza absoluta, el valor -1 .

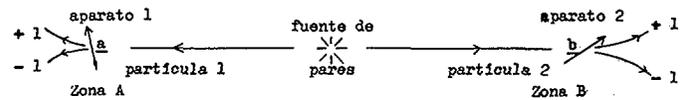


fig.5

Si al igual que en el caso clásico los observadores llevan a cabo toda una serie de medidas, en las condiciones reseñadas, y se reúnen luego para contrastar sus datos, de nuevo constatarán la existencia de una fuerte correlación negativa y en principio, sólo en principio, pueden dar cuenta de ella por medio, bien de la hipótesis R, bien de la postura C.

Sin embargo, y a pesar de las apariencias, la situación ahora es «ligeramente» diferente. En la experiencia de pensamiento que se expuso en I no había ningún fenómeno que nos indicase la necesidad de renunciar a la idea de que «la influencia externa sobre M no tiene influencia directa sobre N». Y ante la ausencia de un veredicto experimental fueron razones de tipo constructivo, de naturaleza gnoseológica, las que empujaron en favor de la atribución de propiedades a los sistemas, de la localidad de las acciones, de la separabilidad, de la no existencia —en fin— de acciones instantáneas a distancia. La hipótesis R se imponía en definitiva por su sencillez. Pero la física, en el proceso mismo de organizar los términos de su campo, ha llegado a un punto en el que —a través de una experiencia del tipo expuesto aquí en II— está en condiciones de someter a verificación experimental esa hipótesis (R), lo que significa que dicho experimento, más que confirmar o refutar determinada teoría, se mueve casi por completo dentro del campo filosófico, lo cual no deja de ser —en cierto sentido— una curiosa paradoja. A través de él (del experimento), como a continuación veremos, se alcanzan conclusiones que son tanto más significativas gnoseológicamente cuanto que —si bien no nos dice nada de la posición C— nos indica, de forma negativa, las debilidades de R.

A este significativo punto de la filosofía de la ciencia —y por supuesto de la propia ciencia— puede llegarse por los pasos siguientes:

1º. Se reduce la hipótesis R a dos proposiciones básicas:

α) En el caso de la experiencia de pensamiento expuesta aquí en II —partículas con espín $1/2$ — el resultado A_a (B_b) medido por el primer experimentador (o por el segundo) depende sólo de las condiciones «impresas» en las partículas (causa común en el pasado), del estado interno de los aparatos de medida, etc... variables que llamaremos $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ y que serán recubiertas con la letra λ .

β) El resultado A_a depende también de la dirección a elegida por el primer experimentador para medir la componente del espín a lo largo de dicha dirección en la partícula 1, pero no depende en modo alguno de la dirección b que el segundo experimentador —separadas las medidas por un in-

tervalo de tipo espacial— ha elegido para medir el spín de la partícula 2. Es decir supondremos que el funcionamiento de los aparatos es *local*. Por lo mismo, el resultado B_b dependerá sólo de λ y de b , pero no de a .

$$\text{Esto puede resumirse así } \begin{cases} A_a = A(a, \lambda) \\ B_b = B(b, \lambda) \end{cases}$$

2º. Si $\rho(\lambda)$ es la función de distribución de las variables λ —independiente de a y de b — entonces (5):

$$\begin{aligned} \alpha') \int d\lambda \rho(\lambda) &= 1 & (i) \\ \beta') E(a, b) &= \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) & (ii) \end{aligned}$$

donde (ii) es la expresión de la correlación o del valor esperado para el producto $A_a \cdot B_b$ (que aquí vale 1) y que incluye la condición de localia señalada en el punto anterior, dado que supone que $(A_a \cdot B_b)(\lambda) = A(a, \lambda) B(b, \lambda)$.

Es por lo demás evidente que tanto el aparato 1 —situado en la región A del espacio— como el 2 —situado en la B— pueden ser girados a voluntad de los experimentadores que los controlan. Así, por ejemplo, si el aparato 1 mantiene la dirección inicial a y el 2 es girado hasta la c (ver fig. 6) la expresión de la correlación será:

$$E(a, c) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(c, \lambda) \quad (iii)$$

Si, en fin, giramos el aparato 1 hasta la posición dada por b y mantenemos el 2 en la c el valor esperado para el producto $A_b \cdot B_c$ será ahora

$$E(b, c) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(b, \lambda) B(c, \lambda) \quad (iv)$$



fig. 6

3º. Seguimos exigiendo que la correlación sea del tipo señalado aquí, es decir que si un aparato detecta +1 el otro tiene que detectar -1. Eso puede escribirse:

$$A(a, \lambda) = -B(a, \lambda) \text{ para todo } \lambda \quad (v)$$

4º. Partiendo de (i), (ii), (iii), (iv) y (v) es fácil deducir lo siguiente:

$$\begin{aligned} E(a, b) - E(a, c) &= \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) - \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(c, \lambda) \\ &\text{como } -A(b, \lambda) = B(b, \lambda) \text{ y } -A(c, \lambda) = B(c, \lambda) \text{ se sigue:} \\ &= - \int d\lambda \rho(\lambda) [A(a, \lambda) A(b, \lambda) - A(a, \lambda) A(c, \lambda)] \\ &= - \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) A(b, \lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] \end{aligned} \quad (vi)$$

(5) J.S. Bell. «Draft Lectures notes on Hidden Variables». International School of Physics «Enrico Fermi». II Course Foundations of Quantum Mechanics. 1970.

(6) Si se desea eliminar esa condición, es decir, si deseamos ahora que el valor A_a dependa de la dirección que elija el otro experimentador entonces, $(A_a \cdot B_b)(\lambda) \neq A(a, \lambda) \cdot B(b, \lambda)$ y en este caso habría que escribir: $(A_a \cdot B_b)(\lambda) = A(a, b, \lambda) \cdot B(a, b, \lambda)$.



en virtud de que $A(a, \lambda) A(c, \lambda) = A(a, \lambda) A(b, \lambda) A(b, \lambda) A(c, \lambda)$ ya que $A(b, \lambda) A(b, \lambda) = +1$

Como insistimos, los valores de A y B sólo pueden ser +1 ó -1 la expresión (vi) puede ponerse

$$\begin{aligned} |E(a, b) - E(a, c)| &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] \\ |E(a, b) - E(a, c)| &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) - \int d\lambda \rho(\lambda) A(b, \lambda) A(c, \lambda) \\ &\text{y ya que } A(c, \lambda) = -B(c, \lambda) \\ |E(a, b) - E(a, c)| &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) + \int d\lambda \rho(\lambda) A(b, \lambda) B(c, \lambda) \\ &\text{y según (i) y (iv)} \end{aligned}$$

$$|E(a, b) - E(a, c)| \leq 1 + E(b, c)$$

Esta desigualdad es la primera de una ya amplia familia de desigualdades conocidas, de forma colectiva, bajo la denominación de «desigualdades de Bell» (7).

Resumamos los cuatro últimos pasos: partiendo de α) las partículas tiene determinadas propiedades intrínsecas y β) la influencia externa sobre M no tiene influencia directa sobre N, se deducen las desigualdades de Bell. Y estas desigualdades (aquí está precisamente su trascendencia) pueden someterse a una prueba experimental. Si el resultado fuese positivo, es decir, si los resultados de los experimentos concordasen con las predicciones de las desigualdades, entonces la hipótesis R habría encontrado un fuerte sostén. Si, por el contrario, el resultado fuese negativo, si se violasen de algún modo las predicciones de las desigualdades, es claro que el realismo se enfrentaría a una difícil situación y tendría que —al menos— o bien desprenderse de α) «las

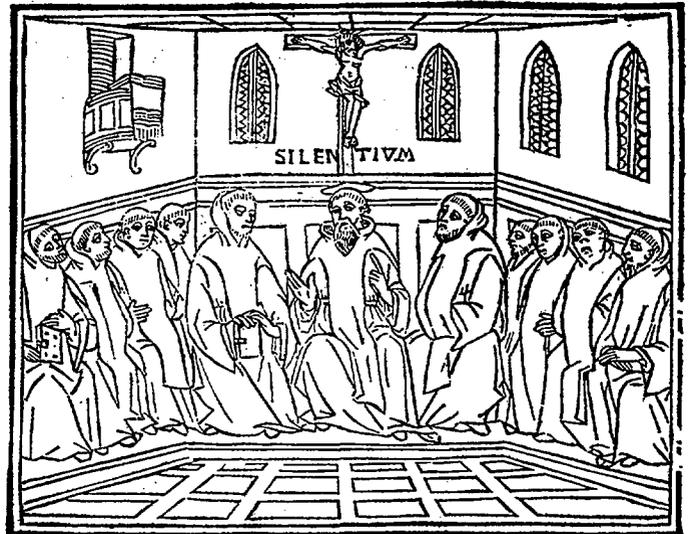
(7) J.S. Bell. Physics (N.Y.), 1, 195, (1965).

partículas tienen determinadas propiedades» o bien de β) la realidad es separable.

Un somero análisis de las alternativas indica que desprenderse de α) supone, en cierta medida, renunciar a β). Lo cual implica que el menor precio a pagar para poder mantener la hipótesis realista sería sin duda la renuncia a la localidad. De este modo, sea lo que sea esa realidad y tenga la estructuración que tenga, sabríamos cuando menos que es *no-separable* (8).

III

El cuadro I resume los resultados de los experimentos efectivamente llevados a cabo hasta ahora con el fin de averiguar si las desigualdades de Bell se violan o no en la práctica.



Cuadro I

Fecha	tipo de experimento	realizado por	resultado
1972	fotones de baja energía (transiciones en átomos de Ca)	Freedman & Clauser U. California. Berkeley	Violaciones de las desigualdades de Bell
1973	fotones de baja energía (transiciones en átomos de Hg)	Holt & Pipkin U. de Harvard	No violacion de las desigualdades de Bell
1974	fotones de alta energía (aniquilación de pares e^+ , e^-)	Faraci, Gutkowski y otros U. de Catania	No violación de las desigualdades de Bell
1975	fotones de alta energía (aniquilación de pares e^+ , e^-)	Kasday, Ullman, Wu Columbia U.	Violación de las desigualdades de Bell
1976	fotones de baja energía (transiciones en Hg 202)	Clauser U. California. Berkeley	Violación de las desigualdades de Bell
1976	fotones de baja energía (transiciones en Hg 200)	Fry & Thompson Texas U.	Violación de las desigualdades de Bell
1976	protones en estado singlete	Lamehi-Rachti & Mittig Saclay	Violación de las desigualdades de Bell
1981	fotones de baja energía (transiciones en átomos de Ca)	Aspect, Grangier, Roger U. París-Sud. Orsay	Violación de las desigualdades de Bell

(8) Debe hacerse notar que todo el razonamiento anterior—desarrollado a lo largo del apartado II—no afecta, en modo alguno, a lo que hemos llamado en el apartado I posición C, que de esta manera, y a pesar de las dificultades filosóficas que plantea, ve fuertemente reforzada su posición.

(9) El lector que desee más detalles sobre la parte experimental puede encontrarlos, junto con una referencia bibliográfica más amplia, en J. Clauser and A. Shimony: «Bell's theorem: experimental tests and implications». Rep. Prog. Phys. vol. 41, 1881, 1978. Los resultados de la última experiencia en: Aspect, Grangier and Roger «Experimental tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. Phy. Rev. Letters, vol. 47, 460-563, 1981.

Los resultados son tan abrumadoramente favorables a la violación de las desigualdades que en este momento dentro de la comunidad científica ya nadie duda de que, en efecto, esa violación se produce. En consecuencia los supuestos filosóficos del realismo—con los cuales trabajan la mayor parte de los científicos—deben ser drásticamente modificados (9).