

## MODELO MATEMÁTICO PARA LA ENFERMEDAD DEL DENGUE

LUIS A. MOSQUERA (\*)

MILTON H. PEREA (\*\*)

---

RESUMEN. En este artículo describimos la dinámica de transmisión de un serotipo de virus del dengue, incluyendo el control biológico del vector hembra adulto (de *Aedes Aegypti*) mediante un predador acuático.

PALABRAS CLAVES. Modelos S-I-R, puntos de equilibrio, estabilidad.

2000 MATHEMATICS SUBJECT CLASSIFICATION: 34A05, 34A30

ABSTRACT. In this article we describe the dynamic of transmission of one dengue virus serotype, including the biological control of adult female vector (of *Aedes Aegypti*) by means of an aquatic predator.

KEY WORDS AND PHRASES. Models S-I-R, balance point, stability.

### 1. INTRODUCCIÓN

El dengue es una enfermedad infecciosa producida por un virus RNA al cual se le reconocen cuatro serotipos (I, II, III y IV), transmitidos especialmente por el mosquito *Aedes Aegypti*. En su forma clínica la enfermedad se manifiesta por fiebre, dolores osteomioarticulares, adinamia y anorexia. Esta forma tiene grandes repercusiones económicas y sociales puesto que afecta la actividad laboral, escolar y en general produce grandes molestias a la población.

---

(\*) Luis A. Mosquera. Departamento de Matemáticas y Física, Universidad Tecnológica del Chocó, Colombia.

(\*\*) Milton H. Perea. Departamento de Matemáticas y Física, Universidad Tecnológica del Chocó, Colombia. E-mail: milhepeco@hotmail.com.

En Colombia entre 1978 y 1991, circularon los serotipos de dengue I, II y IV; el tipo III fue aislado en 1977. Entre los años 1988 y 1992 Colombia fue el país de América que más casos de dengue reportó con 118.249 casos. Si bien en la actualidad los casos reportados han disminuido gracias a los controles ejercidos por las autoridades de salud, aún en zonas como la Costa Pacífica, Atlántica y los Llanos Orientales se sigue presentando la enfermedad.

Ante los graves problemas que representa esta enfermedad, los métodos de estudio son bienvenidos sean estos clínicos, epidemiológicos, biológicos e incluso matemáticos. Interesantes investigaciones en las cuales se analiza el comportamiento de la enfermedad del dengue desde un punto de vista matemático, han sido desarrolladas, entre otras destacamos: el estudio realizado por Newton y Reiter [5] quienes obtuvieron un modelo **determinístico** que describe la transmisión de un serotipo de virus - dengue entre una población hospedera que incluye ambos sexos y de todas las edades, además de la población de mosquitos hembras adultos, el realizado por Márquez De Acevedo Cristiano en [4] y la investigación de Esteva Peralta Ma. [3] quien estudia la dinámica de la enfermedad del dengue usando modelos de comportamiento en los cuales las poblaciones involucradas se dividen en clases epidemiológicas ajenas entre sí y se describen los flujos de una clase a otra de acuerdo a las suposiciones epidemiológicas y demográficas.

En este artículo hacemos una descripción matemática de la dinámica de transmisión de un serotipo de virus del dengue. El sistema de ecuaciones que interpreta la dinámica global está dividido en tres subsistemas. En la dinámica global interviene la población humana (hospedera), la población de vectores, una población de predadores larvívoros acuáticos y el estado larval del vector.

## 2. LOS MODELOS.

Consideramos modelos del tipo S-I-R y tipo S-I para describir la dinámica de transmisión del dengue.

La población humana incluye personas de todas las edades y sexos y está dividida en tres subpoblaciones: **Susceptibles** (individuos que pueden ser infectados), **infecciosos y removidos** (resistentes temporales), los cuales consideramos no constantes con respecto al tiempo.

La población del vector está constituida por los mosquitos hembras adultos (*Aedes Aegypti*) y su estado larval y está dividida en **susceptibles** e **infecciosos**. Estos mosquitos una vez se han infectado, nunca se recuperan de la enfermedad.

Asumimos que el predador acuático ataca el estado larval del mosquito y que el número de larvas crece cuando los predadores acuáticos no las mantienen bajo control.

La supervivencia de los predadores acuáticos depende en parte de la presencia de larvas. No consideramos la transmisión transovarial en los mosquitos y la protección materna en los humanos, se asume un medio ambiente constante y mezcla homogénea de las poblaciones.

Denotamos por  $S_H(t)$ ,  $I_H(t)$  y  $R_H(t)$  el número de humanos susceptibles, infecciosos y removidos (resistentes temporales) respectivamente, en el tiempo  $t$  y por  $S_m(t)$  e  $I_m(t)$  el número de susceptibles e infecciosos en la población vector. El número de larvas del mosquito (*Aedes Aegypti*) en un tiempo  $t$  se denotará por  $N_L(t)$  y el de predadores acuáticos por  $N_P(t)$ .

La población humana en un tiempo  $t$  viene dada por  $S_H(t) + I_H(t) + R_H(t)$  y la de mosquitos adultos por  $S_M(t) + I_M(t)$ .

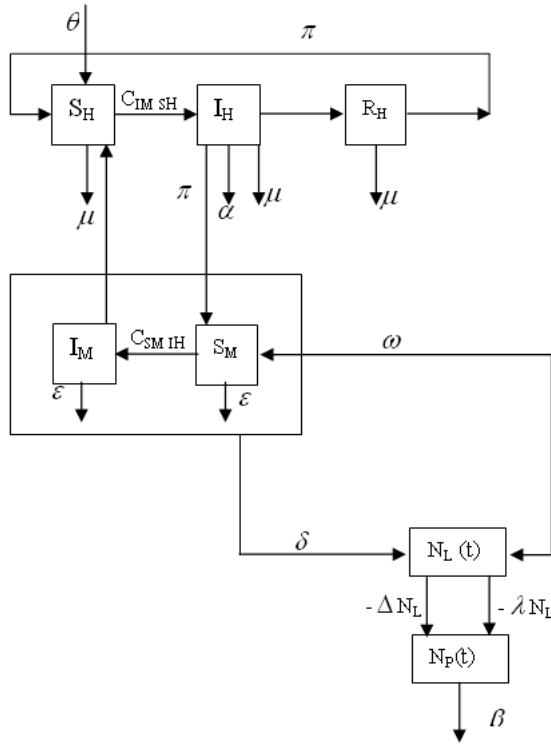
La tasa de natalidad anual, de mortalidad natural en cada una de las subpoblaciones de la población humana, la de mortalidad por la infección, de recuperación de las personas infecciosas y la tasa de pérdida de resistencia a la infección serán denotadas por  $\theta$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ , y  $\pi$  respectivamente. Se asume que  $\theta > \mu + \alpha$ ,  $\mu > \alpha$  y  $\theta > \mu$ .

La tasa de mortalidad de mosquitos susceptibles e infecciosos, de reproducción neta de los que llegan al estado larval en ausencia de predadores acuáticos, de desarrollo de las larvas que llegan al estado adulto, la de mortalidad neta de predadores acuáticos en ausencia de larvas y las tasas de cambio debido a la interacción presa (larvas) - predador, las denotaremos por  $\epsilon$ ,  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $\Delta$  y  $\lambda$  respectivamente.

Además de lo anterior, denotaremos la probabilidad de transmisión de los mosquitos infecciosos a las personas susceptibles por  $P(I_M S_H)$  y la probabilidad de transmisión de los mosquitos susceptibles a las personas infecciosas por  $P(S_M I_H)$ .

El número promedio de picadas de un mosquito infeccioso por día se simboliza por  $\bar{\Psi}_{I_M}$ , el de un mosquito susceptible por día  $\bar{\Psi}_{S_M}$ , la tasa de contacto efectiva entre los mosquitos infecciosos y las personas susceptibles por  $C_{I_M S_H}$  y la tasa de contactos efectivos entre los mosquitos susceptibles y las personas infecciosas será denotada por  $C_{S_M I_H}$ . Las ecuaciones a continuación son válidas  $C_{I_M S_H} = P(I_M S_H) \cdot \bar{\Psi}_{I_M}$ ,  $C_{S_M I_H} = P(S_M I_H) \cdot \bar{\Psi}_{S_M}$ .

El diagrama de la dinámica de transmisión y control del vector es el siguiente:



Los sistemas de ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica son:

Primer subsistema

$$\frac{dS_H}{dt} = \theta + \pi R_H - \mu S_H - C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot I_M, \quad (1)$$

$$\frac{dI_H}{dt} = C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot I_M - (\gamma + \alpha + \mu) \cdot I_H, \quad (2)$$

$$\frac{dR_H}{dt} = \gamma \cdot I_H - (\mu + \pi) \cdot R_H. \quad (3)$$

Segundo subsistema

$$\frac{dS_M}{dt} = \omega \cdot N_L - C_{S_M I_H} \cdot S_M \cdot I_H - \epsilon \cdot S_M, \quad (4)$$

$$\frac{dI_M}{dt} = C_{S_M I_H} \cdot S_M \cdot I_H - \epsilon \cdot I_M. \quad (5)$$

Tercer subsistema

$$\frac{dN_L}{dt} = \delta - \omega \cdot N_L - \Delta \cdot N_L \cdot N_P, \quad (6)$$

$$\frac{dN_P}{dt} = \lambda \cdot N_L \cdot N_P - \beta \cdot N_P. \quad (7)$$

Puesto que  $R_H = 1 - S_H - I_H$  y  $S_M = 1 - I_M$  se tiene que

$$\frac{dS_H}{dt} = \theta + \pi(1 - S_H - I_H) - \mu S_H - C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot I_M, \quad (8)$$

$$\frac{dI_M}{dt} = C_{S_M I_H} \cdot (1 - I_M) \cdot I_H - \epsilon \cdot I_M. \quad (9)$$

Las ecuaciones (1) y (2) interpretan la transmisión de la infección por la picada de los mosquitos infecciosos a las personas susceptibles, la (3) interpreta la recuperación y la pérdida de la resistencia, la (4) y (5) la transmisión del serotipo de virus del dengue a la población de mosquitos susceptibles por la picada a personas infecciosas, las (6) y (7) interpretan una dinámica clásica de control biológico presa - predador entre el estado larval del mosquito como presa y un predador acuático. En (6) y (7) respectivamente  $\Delta \cdot N_L \cdot N_P$  es la tasa de cambio de crecimiento de la población de larvas (presas) debido a la presencia de una población de predadores acuáticos que se alimentan de dicha población y  $\lambda \cdot N_L \cdot N_P$  indica la tasa de cambio del crecimiento de la población de predadores acuáticos debido a la presencia de una población de larvas, de las cuales los predadores se alimentan. La mortalidad, recuperación y pérdida de resistencia son procesos de Poisson con tasas  $\mu, \epsilon, \beta, \gamma$  y  $\pi$  respectivamente. El número reproductivo básico ( $R_0$ ) se deduce de las ecuaciones (2) y (5) teniendo presente que en ausencia de la enfermedad  $S_H^* = \frac{\theta + \pi}{\mu + \pi}$  y  $S_M^* = \frac{\delta}{\epsilon}$ , de (5) se despeja  $I_M$  haciendo  $\frac{dI_M}{dt} = 0$  y se sustituye  $I_M$  en la ecuación (2), así:

$$\frac{dI_H}{dt} = C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot \frac{C_{S_M I_H} \cdot S_M}{\epsilon} - (\gamma + \alpha + \mu) \cdot I_H.$$

Además  $I_H > 0$  y crece cuando  $\frac{dI_H}{dt} > 0$ .

Por lo tanto  $\left[ \frac{C_{I_M S_H} \cdot C_{S_M I_H} \cdot \delta(\theta + \pi)}{\epsilon^2(\mu + \pi)} - (\gamma + \alpha + \mu) \right] > 0$ . Así

$$R_0 = \frac{C_{I_M S_H} \cdot C_{S_M I_H} \cdot \delta(\theta + \pi)}{\epsilon^2(\mu + \pi)(\gamma + \alpha + \mu)}.$$

El comportamiento de la enfermedad a través del tiempo depende de la naturaleza de  $R_0$  : si  $R_0 > 1$  se presenta epidemia, si  $R_0 = 1$  existe un estado endémico y si  $R_0 < 1$  la enfermedad se extingue.

Si los eventos de vida, mortalidad en la población humana y del mosquito y la recuperación en los humanos, son procesos de Poisson con tasa  $\mu, \delta, \epsilon$ , y  $\gamma$  respectivamente, entonces se deduce que el tiempo promedio de la infección es  $\frac{1}{\gamma + \delta + \mu}$  y el tiempo promedio de vida del mosquito adulto es  $\frac{1}{\epsilon}$ ; interpretando además la tasa de reproducción básica de la enfermedad como el número promedio de casos secundarios asignado por un caso infeccioso (mosquito infeccioso en una población total de susceptibles) durante el tiempo promedio de vida del mosquito infeccioso.

### 3. EQUILIBRIOS Y ESTABILIDAD.

El sistema tiene dos estados de equilibrio: uno en ausencia de la enfermedad  $E_0 = (S_H^*, I_H^*, I_M^*, N_L^*, N_P^*)$  y el otro en coexistencia con la enfermedad  $E_1 = (S_{H_1}^*, I_{H_1}^*, I_{M_1}^*, N_{L_1}^*, N_{P_1}^*)$ . Estos estados se obtienen haciendo  $\frac{dS_H}{dt} = \frac{dI_H}{dt} = \frac{dI_M}{dt} = \frac{dN_L}{dt} = \frac{dN_P}{dt} = 0$ .

De la ecuación (7) se tiene que  $(\lambda \cdot N_L - \beta) = 0$ , de donde  $N_P^* = 0$  y  $N_{L_1}^* = \frac{\beta}{\lambda}$ . Para  $N_P^* = 0$  y por sustituciones sucesivas en las ecuaciones (8) y (9) se obtienen las componentes del estado de equilibrio trivial (punto de equilibrio  $E_0$ ).

$S_H^* = \frac{\theta + \pi}{\mu + \pi}$ ,  $I_H^* = 0$ ,  $I_M^* = 0$ ,  $N_L^* = \frac{\delta}{\omega}$ . Así

$$E_0 = \left( \frac{\theta + \pi}{\mu + \pi}, 0, 0, \frac{\delta}{\omega}, 0 \right).$$

Las componentes del estado de equilibrio no trivial  $E_1$ , se obtienen utilizando  $N_{L_1}^* = \frac{\beta}{\lambda}$ . Sustituyendo en la ecuación (6) obtenemos  $\delta - \frac{\omega \cdot \beta}{\lambda} - \frac{\Delta \cdot \beta \cdot N_P}{\lambda} = 0$ , de donde  $N_{P_1}^* = \frac{\delta \cdot \lambda - \omega \cdot \beta}{\Delta \cdot \beta}$ .

Es decir, la población de predadores en equilibrio tiene sentido biológico cuando  $\frac{\delta}{\epsilon} > \frac{\beta}{\lambda}$  o bien  $N_{L_1}^* < N_L^*$ , la población de larvas en equilibrio y presencia de la enfermedad debe ser menor que la población de larvas en equilibrio y ausencia de la enfermedad.

Despejando  $I_M$  de la ecuación (5) y sustituyendo en las ecuaciones (1) y (2), se obtiene el sistema de dos ecuaciones en las variables  $S_H$  e  $I_H$

$$\theta + \pi(1 - S_H - I_H) - \mu \cdot S_H - C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot \frac{C_{S_M I_H} \cdot I_H}{C_{S_M I_H} \cdot I_H + \epsilon} = 0,$$

$$C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot C_{S_M I_H} - (\gamma + \alpha + \mu) \cdot (C_{S_M I_H} \cdot I_H + \epsilon) = 0.$$

Resolviendo este sistema tenemos:

$$I_{H_1}^* = \frac{\frac{\epsilon^2}{\delta}(\pi + \mu) \cdot (\gamma + \alpha + \mu) \cdot (R_0 - \frac{\delta}{\epsilon})}{C_{I_M S_H} \cdot C_{S_M I_H}(\pi + \gamma + \alpha + \mu) + (\pi + \mu)(\gamma + \alpha + \mu) \cdot C_{S_M I_H}},$$

$$S_{H_1}^* = \frac{(\gamma + \alpha + \mu) \cdot (C_{S_M I_H} \cdot I_{H_1}^* + \epsilon)}{C_{I_M S_H} \cdot C_{S_M I_H}},$$

$$I_{M_1}^* = \frac{C_{S_M I_H} \cdot I_{H_1}^*}{C_{S_M I_H} \cdot I_{H_1}^* + \epsilon}.$$

Estas poblaciones en equilibrio tienen sentido biológico cuando  $R_0 > \frac{\delta}{\epsilon}$ .

Para estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio estudiaremos los valores propios del Jacobiano del campo vectorial  $f = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)$ , donde los  $f_i$  con  $1 \leq i \leq 5$  son las siguientes funciones definidas sobre un subconjunto de  $\mathbb{R}^5$ .

$$f_1(S_H, I_H, I_M, N_L, N_P) = \theta + \pi(1 - S_H - I_H) - \mu S_H - C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot I_M,$$

$$f_2(S_H, I_H, I_M, N_L, N_P) = C_{I_M S_H} \cdot S_H \cdot I_M - (\gamma + \delta + \mu)I_H,$$

$$f_3(S_H, I_H, I_M, N_L, N_P) = C_{S_M I_H}(1 - I_m)I_H - \epsilon \cdot I_M,$$

$$f_4(S_H, I_H, I_M, N_L, N_P) = \delta - \omega \cdot N_L - \Delta \cdot N_L \cdot N_P,$$

$$f_5(S_H, I_H, I_M, N_L, N_P) = \lambda \cdot N_L \cdot N_P - \beta \cdot N_P.$$

En este caso el Jacobiano viene dado por

$$J = \begin{pmatrix} -\pi - \mu - C_{I_M S_H} \cdot I_M^* & -\pi & -C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ C_{I_M S_H} \cdot I_M^* & -(\gamma + \delta + \mu) & C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ 0 & C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) & -C_{S_M I_H} \cdot I_H^* - \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega - \Delta \cdot N_P^* & -\Delta \cdot N_L^* \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \cdot N_P^* & \lambda \cdot N_L^* - \beta \end{pmatrix}$$

Para el equilibrio libre de la enfermedad  $E_0$  tenemos que

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -\pi - \mu & -\pi & -C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ 0 & -(\gamma + \delta + \mu) & C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ 0 & C_{S_M I_H} & -\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & -\Delta \cdot N_L^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \cdot N_L^* - \beta \end{pmatrix}$$

Los valores propios están dados por  $-(\pi + \mu) < 0$ ,  $\lambda \cdot N_L^* - \beta < 0$  cuando  $N_L^* < \frac{\beta}{\lambda}$ ,  $-\omega < 0$ ,  $\frac{-(\gamma + \alpha + \mu) \pm \sqrt{(\gamma + \alpha + \mu)^2 + 4\epsilon(\gamma + \alpha + \mu)(R_0 - 1)}}{2} < 0$ ,  $R_0 > 1$ . El equilibrio endémico  $\epsilon_0$  es estable si  $N_L^* < \frac{\beta}{\lambda}$  y  $R_0 > 1$ .

Para el equilibrio endémico  $E_1$  tenemos que  $J(E_1)$  es

$$\begin{pmatrix} -\pi - \mu - C_{I_M S_H} \cdot I_M^* & -\pi & -C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ C_{I_M S_H} \cdot I_M^* & -(\gamma + \delta + \mu) & C_{I_M S_H} \cdot S_H^* & 0 & 0 \\ 0 & C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) & -C_{S_M I_H} \cdot I_H^* - \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega - \Delta \cdot N_P^* & -\Delta \cdot N_L^* \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \cdot N_P^* & \lambda \cdot N_L^* - \beta \end{pmatrix}$$

El polinomio característico de  $J(E_1)$  es

$$X^5 + a_4 X^4 + a_3 X^3 + a_2 X^2 + a_1 X + a_0 = 0,$$

donde  $a_4 = G + B + A + F - D$ ,

$$a_3 = C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot \pi + AF + GB + \frac{E}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*} - C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) \cdot C_{I_M S_H} \cdot S_H^* - DG - DB - (A + F)(D - G - B),$$

$$a_2 = \left[ A \cdot C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) \cdot C_{I_M S_H} \cdot S_H^* + C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) \cdot (C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot B - C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot D) + C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot \pi(D - G - B) + (BDG - \frac{EG}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) + AF(D - G - B) - C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot C_{S_M I_H} (1 - I_M^*) \cdot C_{I_M S_H} \cdot S_H^* + (A + F)(DG + DB - GB - \frac{EG}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) \right],$$



$$a_1 = - \left\{ AC(C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot B - C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot D) + C_{S_M I_H}(1 - I_M^*) \cdot (E - C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot BD) + (D - B)C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot C_{S_M I_H}(1 - I_M^*) + C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot \pi(DG + DB - GB - \frac{E}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) + \left[ (DG + DB - GB - \frac{E}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*})EF + (A + F)(BDG - \frac{EG}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) \right] \right\},$$

$$a_0 = - \left\{ AC(E - C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot BD) + C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot \pi(BDG - \frac{EG}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) + C_{I_M S_H} \cdot I_M^* \cdot C_{S_M I_H}(1 - I_M^*) \cdot C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot BD + AF(BDG - \frac{EG}{C_{I_M S_H} \cdot S_H^*}) \right\},$$

con  $A = \pi + \mu + C_{I_M S_H} \cdot I_M^*$ ,  $B = \omega + \Delta \cdot N_p^*$ ,  $D = \sphericalangle \cdot N_L^* - \beta$ ,  $E = C_{I_M S_H} \cdot S_H^* \cdot \lambda \cdot N_p^* \cdot \Delta \cdot N_L^*$ ,  $F = \gamma + \alpha + \mu$ ,  $G = C_{S_M I_H} \cdot I_H + \epsilon$ .

La estabilidad del estado en coexistencia con la infección depende de los valores que reciban los parámetros relacionados en las desigualdades exigidas por el criterio de Routh-Harwitz  $a_i > 0$ ,  $1 \leq i \leq 5$ .  $a_4 \cdot a_3 \cdot a_2 > a_2^2 + a_4^2 \cdot a_1$ ,  $(a_4 \cdot a_1 - a_0)(a_4 \cdot a_3 \cdot a_2 - a_2^2 - a_4^2 a_1) > a_0(a_4 \cdot a_3 - a_2)^2 + a_5 \cdot a_0^2$  y del tamaño de las poblaciones iniciales.

#### 4. CONCLUSIONES

Este trabajo brinda la oportunidad de realizar estudios de campo y de laboratorio que permitan estimar los parámetros tenidos en cuenta, con el propósito de realizar la simulaciones y el análisis de sensibilidad.

En este estudio se modela un fenómeno ecológico que influye sobre un fenómeno epidemiológico.

La naturaleza de la estabilidad de los puntos de equilibrio está relacionada con el valor dado a los parámetros; pero cuando haya bifurcaciones hacia atrás para un conjunto fijo de condiciones epidemiológicas (parámetro) dependiendo de los valores que tomen las subpoblaciones iniciales, la dinámica puede tender a un equilibrio estable o inestable.

#### REFERENCIAS

- [1] Brauer F. and Castillo-Chávez C., *Mathematical models in population biology and epidemiology*. Texts in applied mathematics, 40. Springer - Verlag, New York, 2001.
- [2] Castillo-Chávez C., Cooke K. L. and Vargas C., *Mathematical model for dengue*, SIAM conference on dynamical systems, Orlando Florida, 1990.

- [3] Esteva L., *Dinámica de la enfermedad del dengue*. Tesis, México, agosto de 1996.
- [4] Márquez de Acevedo C. C., *Modelo matemático aplicado a la epidemiología de enfermedades transmitidas por vectores*. Universidad de Sao Paulo, 1994 .
- [5] Newton C., Elizabeth A. and Reiter P., *A model of the transmission of dengue fever with an evaluation of the impact of ultra - low volumen (ulv) insecticide applications on dengue epidemics*. Am. J. Trop. Med 47 (6), (1992), pp 709 - 720.

RECIBIDO: Febrero de 2006. ACEPTADO PARA PUBLICACIÓN: Octubre de 2006