

UN PLANTEAMIENTO DIDÁCTICO DE LA DESCARGA DE UN CONDENSADOR

Antonio J. Barbero,
Antonio García Cifuentes y
Fernando Picazo

*Departamento de Física Aplicada. Escuela Universitaria
Politécnica. Albacete.*

1. INTRODUCCIÓN

EL estudio del proceso de descarga de un condensador a través de una resistencia óhmica constituye la primera oportunidad del proceso formativo en que los estudiantes de física abordan el tema de diferencias de potencial variables con el tiempo. Sin duda, el tópico es adecuado para introducir por primera vez los flujos de carga no constantes por dos razones: i) su tratamiento matemático sencillo, al alcance de cualquier estudiante medio de COU (y aún más, del primer curso universitario); y ii) la relativa facilidad de preparación de prácticas que permiten ilustrar el fenómeno y que, con ligeras variaciones, son ubi-cuas en la bibliografía de física general, de laboratorio y de simulaciones por ordenador que aparecen cada vez en mayor número. Por tanto, la descarga del condensador ofrece una excelente ocasión para llevar a la práctica el ideal didáctico de ilustrar con un experimento cada fenómeno físico que se estudie dentro del aula.

Sin embargo, en ocasiones ocurre que los experimentos más sofisticados y de mejor calidad desde el punto de vista técnico no son los más adecuados para la enseñanza en los primeros niveles (ver sección 3). En este trabajo presentamos un enfoque didáctico del experimento de descarga del condensador que creemos el más adecuado para alumnos en un primer curso universitario de física.

2. TEORÍA

Consideramos un condensador bien aislado de capacidad C que se encuentra cargado inicialmente con una carga Q_0 . Si se le conecta a un circuito que le permita descargarse a través de una resistencia óhmica R^* , la intensidad que circula por esta resistencia en función del tiempo está definida como:

$$I = - \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

El signo negativo se debe a la disminución de la carga con el tiempo, puesto que las cargas de distinto signo que el condensador aislado mantenía separadas se van recombinando durante el proceso de descarga. Es evidente que al disminuir la carga del condensador, la diferencia de potencial entre sus armaduras también disminuye. Esta diferencia de potencial es en cada instante el cociente entre la carga remanente y la capacidad. La ley de Kirchhoff del voltaje [Edminister 1991] se escribe entonces:

$$\frac{Q}{C} - IR^* = 0 \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en (2) se obtiene:

$$\frac{Q}{C} + R^* \frac{dQ}{dt} = 0 \quad (3)$$

Esta es una ecuación diferencial de primer orden dependiente del tiempo que puede integrarse entre las condiciones iniciales $Q = Q_0$ en $t = 0$ y unas condiciones finales dadas por una carga Q a determinar en un instante arbitrario t :

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = - \int_0^t \frac{dt}{R^* C} \quad (4)$$

La solución inmediata es:

$$Q = Q_0 \exp(-t/R^* C) = Q_0 \exp(-t/\tau^*) \quad (5)$$

En la ecuación (5), $\tau^* = R^* C$ es la *constante de tiempo* del problema. El producto de resistencia por capacidad tiene dimensiones de tiempo, y el significado físico de τ^* es el tiempo que la carga del condensador tarda en decaer hasta $1/e$ veces su valor original. Nótese que cuando el tiempo transcurrido sea un orden de magnitud superior a τ^* , la carga remanente sobre las placas es tan pequeña que a efectos prácticos podemos considerar que el condensador se ha descargado por completo [Roller y Blum 1986, Tipler 1992].

Además, como la diferencia de potencial entre las armaduras es proporcional a la carga, la ecuación (5) puede sustituirse por su equivalente en función del voltaje de carga inicial:

$$V = V_0 \exp(-t/R^* C) = V_0 \exp(-t/\tau^*) \quad (6)$$

3. CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

En el proceso de aprendizaje de una materia como la física es muy conveniente reforzar los conceptos impartidos en el aula con las experiencias de laboratorio tan pronto como sea posible. Puesto que la observación de la realidad indica que los alumnos «pierden el hilo» de la materia con mucha facilidad, no debe dilatarse excesivamente en el tiempo el momento en que las prácticas de laboratorio pasen a sustentar y verificar de una manera directa las abstracciones teóricas. Por eso es aconsejable repartir las prácticas a lo largo del curso, en lugar de concentrarlas intensivamente. (Aunque sin duda la disponibilidad de medios en centros con muchos alumnos no siempre permite que la planificación de sesiones de laboratorio se atenga a este criterio). De acuerdo con esta forma de ver las cosas, creemos que la práctica de descarga del condensador debe realizarse durante la primera mitad del curso, cuando ordinariamente se alcanza el tema correspondiente.

La verificación experimental de la ecuación (6) no requiere más que medidas de voltaje entre las armaduras del condensador. Cualquier sistema que permita medir la d.d.p. en función del tiempo es en principio adecuado, y solamente hay que tener en cuenta que la escala de tiempo en que se debe medir es del orden del tiempo característico τ^* . Puesto que los condensadores de uso ordinario en el laboratorio de alumnos tienen capacidades de unos pocos microfaradios y las resistencias usuales tienen un valor típico de algunos kiloohmios, el orden de magnitud de τ^* es de milisegundos. Este rango es perfectamente alcanzable con un osciloscopio de mediana calidad y la curva de descarga se obtiene sin dificultad alguna.

Pero el uso del osciloscopio presenta un inconveniente didáctico en el momento del curso (a mediados) en que tiene lugar la sesión de prácticas correspondiente: aunque por diversas circunstancias algunos alumnos (pocos) son diestros en su manejo, la mayoría no adquiere en una sola sesión la soltura necesaria y, lo más importante, no alcanzan a comprender del todo que el osciloscopio es sólo un instrumento de medida que en la práctica en cuestión está desempeñando un papel análogo al de un voltímetro. Esto oscurece la comprensión del fenómeno físico de descarga del condensador, y por eso proponemos el diseño de la práctica como se explica a continuación.

4. DISEÑO DE LA PRÁCTICA

Para permitir que los alumnos midan directamente con aparatos conocidos las magnitudes tiempo y voltaje, solamente se empleará un cronómetro y un voltímetro. El uso del cronómetro implica que los tiempos característicos de descarga habrán de ser del orden de un minuto, para que se puedan tomar al menos diez o doce puntos de la curva de descarga (un ejemplo de curva de descarga, cuyos parámetros son los del apartado 6, aparece en la figura 2). Para esto emplearemos un condensador de algunos microfaradios y una resistencia externa de $10\text{ M}\Omega$. Para medir la diferencia de potencial usaremos un voltímetro digital del laboratorio de alumnos, cuya resistencia interna también es del orden de unos $10\text{ M}\Omega$. Puesto que ambas resistencias internas son similares, no se puede despreciar la contribución del propio voltímetro a la descarga.

Como disponemos de un solo voltímetro, podemos medir directamente la R antes de iniciar la descarga, pero de la resistencia interna R_0 sólo sabemos su orden de magnitud. El problema práctico puede plantearse del modo siguiente:

Obtener la curva de descarga de un condensador de capacidad C desconocida en función del tiempo, y determinar dicha capacidad a partir de datos de las constantes de tiempo medidas experimentalmente. Se utilizará un cronómetro, un voltímetro, una resistencia externa conocida R y una fuente de alimentación en continua (para cargar el dispositivo).

Es necesario hacer dos medidas para determinar C , porque también hay que encontrar el valor de R_0 . En la figura 1 se ha representado es-

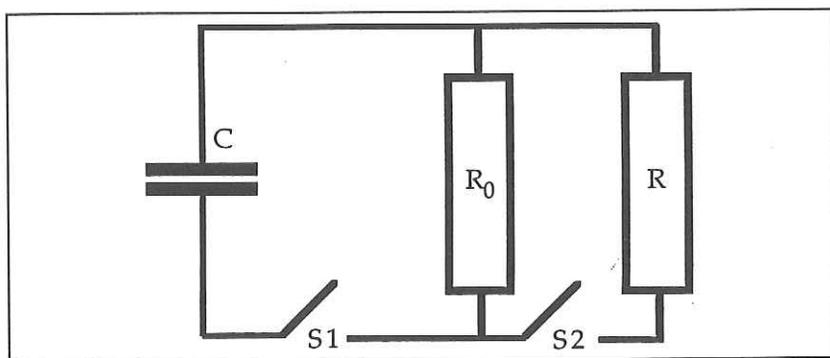


FIGURA 1.

Circuito de descarga del condensador. R es la resistencia óhmica externa, y R_0 es la resistencia interna del voltímetro. S_1 y S_2 son interruptores: i) con S_1 cerrado y S_2 abierto, el condensador se descarga exclusivamente a través del voltímetro; ii) cuando S_1 y S_2 están ambos cerrados, la descarga se produce a través del paralelo $R \parallel R_0$. En el dibujo se ha omitido el circuito de carga.

quemáticamente el circuito, donde R es la resistencia externa y R_0 es la resistencia interna del voltímetro. Suponemos que la figura 1 representa el condensador cargado y aislado (véase que los dos interruptores están abiertos). El protocolo a seguir es el siguiente:

- 1 Se carga el condensador, se aísla y luego se cierra $S1$ al mismo tiempo que se pone el cronómetro en marcha y se empieza a tomar lecturas de voltaje cada cinco segundos. Llamaremos V_1 a los voltajes medidos, y V_{10} al valor inicial. ($S2$ se ha mantenido abierto, y la descarga ha tenido lugar exclusivamente a través del voltímetro).
- 2 Se carga de nuevo el condensador, se aísla y luego se cierran simultáneamente $S1$ y $S2$, tomando medidas de voltaje como en el caso anterior. V_2 son los voltajes medidos, y V_{20} el valor inicial. Ahora el condensador se ha descargado a través del paralelo $R \parallel R_0$.

5. TRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES

Es conveniente tomar logaritmos neperianos en los dos miembros de (6) para realizar un ajuste de mínimos cuadrados. Representando en abscisas los tiempos obtenidos y en ordenadas el logaritmo neperiano de los cocientes V/V_0 , se obtiene la ecuación de una recta de pendiente $1/\tau^*$. la ecuación (6) debe particularizarse para las dos series de datos experimentales obtenidas:

$$\ln \frac{V_1}{V_{10}} = - \frac{t}{R_0 C} = - \frac{t}{\tau_1} \quad (7a)$$

$$\ln \frac{V_2}{V_{20}} = - \frac{t}{(R \parallel R_0) C} = - \frac{t}{\tau_2} \quad (7b)$$

Donde $R \parallel R_0$ representa ambas resistencias en paralelo. A partir de aquí, es inmediato que:

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = - \frac{(R \parallel R_0)}{R_0} \quad (8)$$

y esto nos permite determinar R_0 y C :

$$R_0 = R \left[\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right] \quad (9)$$

$$C = \frac{\tau_1}{R_0} \quad (10)$$

6. EJEMPLO

Hemos realizado un montaje experimental usando una resistencia $R = 9.64 \text{ M}\Omega$ y un condensador $C = 3.3 \text{ }\mu\text{F}$. Para medir tiempos hemos empleado un reloj analógico con segundero, y para los voltajes un voltímetro digital. La representación semilogarítmica de los valores de los voltajes en función del tiempo aparece en la figura 3. Las ecuaciones de las rectas de mínimos cuadrados obtenidas son:

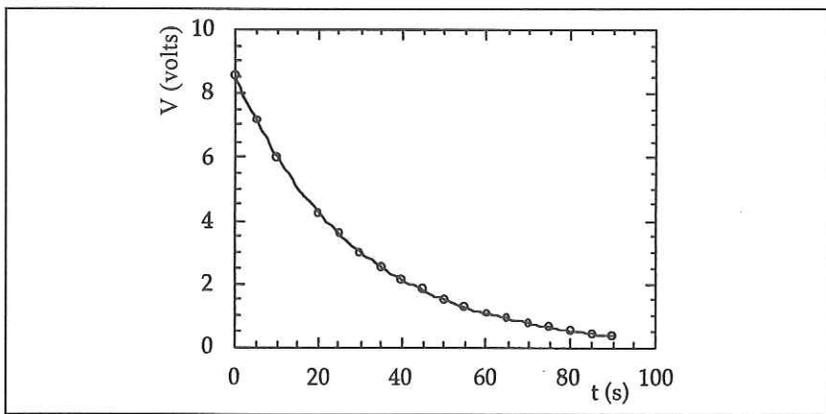


FIGURA 2.

Curva de descarga para el caso a) de la figura 3. Los círculos corresponden a los puntos experimentales, y la línea continua es un ajuste exponencial.

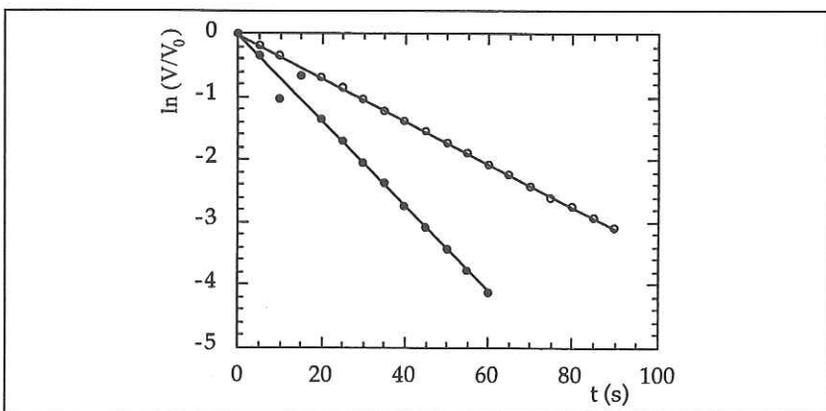


FIGURA 3.

Representación semilogarítmica de los datos experimentales de las curvas de descarga $-t$ frente a $\ln(V/V_0)$ para: a) $V_{10} = 8.55 \text{ V}$ (○) y b) $V_{20} = 7.49 \text{ V}$ (●). En trazo continuo aparecen las rectas de ajuste de mínimos cuadrados (ver ecuaciones en el texto).

$$\ln \frac{V_1}{V_{10}} = -10^{-3} (9.4 + 34.5 t) \quad (11a)$$

$$\ln \frac{V_2}{V_{20}} = -10^{-3} (9.9 + 68.4 t) \quad (11b)$$

Los coeficientes de correlación respectivos son $r_1 = 0.99996$ y $r_2 = 0.99429$, y los tiempos característicos resultan $\tau_1 = 29 \pm 1$ s y $\tau_2 = 15 \pm 1$ s. Hemos tomado como error absoluto el del reloj. Llevando estas determinaciones experimentales a las ecuaciones (9) y (10), el resultado de la medida es: $R_0 = 8.7 \pm 0.9$ M Ω y $C = 3.3 \pm 0.4$ μ F.

BIBLIOGRAFÍA

- EDMINISTER, J. A. (1991): *Circuitos Eléctricos*. 2ª edición. McGraw-Hill.
- ROLLER, D. E. y BLUM, R. (1986): *Física: Electricidad, Magnetismo y Óptica*. (Vol. 2). Reverté.
- TIPLER, P. A. (1992): *Física*. (Vol. 2). 3ª edición. Reverté.