Boletín de Matemáticas
Nueva Serie, Volumen XII No. 1 (2005), pp. 29–43

LÓGICA BÁSICA PARACONSISTENTE Y PARACOMPLETA SIN NEGACIÓN CLÁSICA Y ALGUNAS DE SUS EXTENSIONES

MANUEL SIERRA A. (∗)

Resumen. Se caracterizan los sistemas Lógica Básica Paraconsistente y Lógica Básica Paracompleta sin recurrir a la negación clásica. Un trabajo similar se hace para otras extensiones del sistema Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta sin negación clásica.

Abstract. The systems Paraconsistent Basic Logic and Paracomplete Basic Logic are characterized without appealing to the classic negation. A similar work is made for other extensions of the systems Paraconsistent and Paracomplete Basic Logic without classic negation.

Palabras claves. Lógica Básica Paraconsistente, Lógica Básica Paracompleta, negación clásica.

Key words and phrases. Paraconsistent Basic Logic, Paracomplete Basic Logic, classic negation.

2000 MSC: 03B60.

0. Introducción

La negación clásica está caracterizada desde el punto de vista semántico por dos propiedades, la primera prohibe que un enunciado y su negación sean ambos aceptados, es decir, prohibe que un enunciado sea compatible con su negación; la segunda prohibe que un enunciado y su negación sean ambos no aceptados, es decir, se prohiben las indeterminaciones respecto a la negación. Se tiene así que la negación clásica prohibe la compatibilidad de un enunciado con su negación

(∗) Manuel Sierra A. Universidad EAFIT. Medellín. Colombia.
E-mail: msierra@eafit.edu.co

.

y las indeterminaciones respecto a la negación. El sistema Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta LBPcoC, es una generalización de la lógica clásica, en él se tiene un operador de negación alterna, el cual tiene la característica de no prohibir la compatibilidad de un enunciado con su negación alterna, ni las indeterminaciones respecto a la negación alterna. El sistema Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta sin negación clásica LBPco, es una generalización de la lógica positiva, pero no de la lógica clásica. En el sistema LBPco la negación clásica puede ser recuperada al definirla en términos de la negación alterna, como consecuencia se tiene que ambos sistemas LBPcoC y LBPco son equivalentes. Los sistemas Lógica Básica Paraconsistente LBPcC y Lógica Básica Paracompleta LBPoC son casos particulares de LBPcoC, en el primero se prohiben las indeterminaciones y se permite la compatibilidad, en el segundo, se prohibe la compatibilidad y se permiten las indeterminaciones. Estos dos últimos sistemas también son caracterizados sin recurrir a la negación clásica. Un trabajo similar se hace para otras extensiones de LBPco. Todos los sistemas son presentados axiomáticamente y son caracterizados semánticamente.

1. Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta como extensión de la Lógica Clásica, LBPcoC

El sistema deductivo para la *Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta como extensión de la Lógica Clásica,* LBPcoC, se obtiene agregando a los axiomas de la Lógica Clásica, axiomas para el nuevo operador de negación básica paraconsistente y paracompleta. Este sistema y los demás presentados en este trabajo se diferencian esencialmente de los sistemas desarrollados por Da Costa, Carnielli, Batens y otros, por la forma como es enfocado el llamado "buen comportamiento" o "comportamiento clásico" de las fórmulas. En este trabajo, A^I significa que la fórmula A es "incompatible con su negación", en el sentido $\sim$(A$\wedge\neg$A), no en el sentido $\neg$(A$\wedge\neg$A), intuitivamente significa que no es el caso que A y $\neg$A sean ambas verdaderas, A^C significa que la fórmula A es "completa con su negación", en el sentido $\sim(\sim A\wedge \sim\neg A)$, intuitivamente significa que no es el caso que A y $\neg$A sean ambas falsas. Puesto que las nociones de verdadero y falso están capturadas por la negación clásica, se presentan en principio los sistemas con dos negaciones, también se muestra la equivalencia con sistemas que tienen una sola negación.

1.1. Axiomas para la lógica positiva clásica. [1]

Ax 1. A$\rightarrow$(B$\rightarrow$A).

[1]El lenguaje consta de los conectivos binarios {$\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$}; los conectivos unarios {$\sim$, $\neg$, I, C}; los símbolos de puntuación {), (}; el conjunto de Fórmulas (enunciados) es generado recursivamente con los conectivos a partir del conjunto de enunciados atómicos {p1, p2, ...}. Se escribirá A^I en vez de I(A), y A^C en vez de C(A).

Ax 2. $[A\to(B\to C)]\to[(A\to B)\to(A\to C)]$.
Ax 3. $[(A\to B)\to A]\to A$.
Ax 4. $A\to(A\vee B)$.
Ax 5. $A\to(B\vee A)$.
Ax 6. $(B\to A)\to[(C\to A)\to\{(B\vee C)\to A\}]$.
Ax 7. $(A\wedge B)\to A$.
Ax 8. $(A\wedge B)\to B$.
Ax 9. $(A\to B)\to[(A\to C)\to\{A\to(B\wedge C)\}]$.

1.2. Axiomas para la negación clásica ($\sim$):

Ax 10. $A\to(\sim A\to B)$.
Ax 11. $A\vee\sim A$.

1.3. Axiomas para la negación básica paraconsistente y paracompleta ($\neg$):

Ax 12C. $A^I\to(\neg A\to\sim A)$.
Ax 13C. $\sim A^I\to(\neg A\wedge A)$.
Ax 14C. $A^C\to(\sim A\to\neg A)$.
Ax 15C. $\sim A^C\to(\sim\neg A\wedge\sim A)$.

Como es usual, la única regla de inferencia es Mp (Modus Ponens): $A, A\to B \vdash B$

1.4. Algunos teoremas de LBPcoC.

1.4.1 Principio de no-contradicción: $\vdash\sim(A\wedge\sim A)$, $\vdash[(A\wedge\neg A)^C\wedge A^I]\to\neg(A\wedge\neg A)$, $\vdash A^I\leftrightarrow\sim(A\wedge\neg A)$.
1.4.2 Principio del tercero excluido: $\vdash A\vee\sim A$, $\vdash A^C\leftrightarrow(A\vee\neg A)$, $\vdash\sim A^C\leftrightarrow(\sim A\wedge\sim\neg A)$, $\vdash A^I\vee A^C$.
1.4.3 Principio de trivialización: $\vdash A\to(\sim A\to B)$, $\vdash A^I\to[A\to(\neg A\to B)]$, $\vdash\sim A^C\to[A\to(\neg A\to B)]$, $\vdash(\sim A^C\wedge\sim A^I)\to B$.
1.4.4 Principio de reducción al absurdo débil: $\vdash(A\to B)\to[(A\to\sim B)\to\sim A]$, $\vdash[A^C\wedge B^I]\to\{(A\to B)\to[(A\to\neg B)\to\neg A]\}$, $\vdash B^I\to\{(A\to B)\to[(A\to\neg B)\to\sim A]\}$.
1.4.5 Principio de reducción al absurdo fuerte: $|(\sim A\to B)\to[(\sim A\to\sim B)\to A]$, $\vdash[A^C\wedge B^I]\to\{(\neg A\to B)\to[(\neg A\to\neg B)\to A]\}$, $\vdash B^I\to\{(\sim A\to B)\to[(\sim A\to\neg B)\to A]\}$.
1.4.6 Negación de la conjunción: $\vdash\sim(A\wedge B)\to(\sim A\vee\sim B)$, $\vdash[A^C\wedge B^C\wedge(A\wedge B)^I]\to[\neg(A\wedge B)\to(\neg A\vee\neg B)]$, $\vdash(A\wedge B)^I\to[\neg(A\wedge B)\to(\sim A\vee\sim B)]$.
1.4.7 Disyunción de negaciones: $\vdash(\sim A\vee\sim B)\to\sim(A\wedge B)$, $\vdash[A^I\wedge B^I\wedge(A\wedge B)^C]\to[(\neg A\vee\neg B)\to\neg(A\wedge B)]$, $\vdash[A^I\wedge B^I]\to[(\neg A\vee\neg B)\to\sim(A\wedge B)]$.
1.4.8 Negación de la disyunción: $\vdash\sim(A\vee B)\to(\sim A\wedge\sim B)$, $\vdash[A^C\wedge B^C\wedge(A\vee B)^I]\to[\neg(A\vee B)\to(\neg A\wedge\neg B)]$, $\vdash(A\vee B)^I\to[\neg(A\vee B)\to(\sim A\wedge\sim B)]$.
1.4.9 Conjunción de negaciones: $\vdash(\sim A\wedge\sim B)\to\sim(A\vee B)$, $\vdash[A^I\wedge B^I\wedge(A\vee B)^C]\to[(\neg A\wedge\neg B)\to\neg(A\vee B)]$, $\vdash[A^I\wedge B^I]\to[(\neg A\wedge\neg B)\to\sim(A\vee B)]$.

1.4.10 Negación del condicional: $\vdash \sim(A \to B) \to (A\wedge \sim B)$, $\vdash [(A \to B)^I \wedge B^C] \to [\neg(A \to B) \to (A\wedge\neg B)]$, $\vdash (A \to B)^I \to [\neg(A \to B) \to (A\wedge \sim B)]$.
1.4.11 Afirmación del antecedente y negación del consecuente: $\vdash (A\wedge \sim B) \to \sim(A \to B)$, $\vdash [(A \to B)^C \wedge B^I] \to [(A\wedge\neg B) \to \neg(A \to B)]$, $\vdash B^I \to [(A\wedge \neg B) \to \sim(A \to B)]$.
1.4.12 Eliminación de la doble negación: $\vdash \sim\sim A \to A$, $\vdash [A^C \wedge (\neg A)^I] \to [\neg\neg A \to A]$, $\vdash A^C \to [\sim \neg A \to A]$.
1.4.13 Introducción de la doble negación: $\vdash A \to \sim\sim A$, $\vdash [A^I \wedge (\neg A)^C] \to [A \to \neg\neg A]$, $\vdash A^I \to [A \to \sim \neg A]$.
1.4.14 Contrarrecíproca débil: $\vdash (A \to B) \to (\sim B \to \sim A)$, $\vdash [A^C \wedge B^I] \to [(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)]$, $\vdash B^I \to [(A \to B) \to (\neg B \to \sim A)]$.
1.4.15 Contrarrecíproca fuerte: $\vdash (\sim B \to \sim A) \to (A \to B)$, $\vdash [A^I \wedge B^C] \to [(\neg B \to \neg A) \to (A \to B)]$, $\vdash A^I \to [(\sim B \to \neg A) \to (A \to B)]$, $\vdash B^C \to [(\neg B \to \sim A) \to (A \to B)]$.
1.4.16 Implicación material: $\vdash (A \to B) \to (\sim A\vee B)$, $\vdash A^C \to [(A \to B) \to (\neg A\vee B)]$.
1.4.17 De disyunción a implicación: $\vdash (\sim A\vee B) \to (A \to B)$, $\vdash A^I \to [(\neg A\vee B) \to (A \to B)]$, $\vdash A^I \to [(A\vee B) \to (\neg A \to B)]$.
1.4.18 Silogismo disyuntivo y Modus tollens: $\vdash (A\vee B)$ y $\vdash \sim A \Rightarrow \vdash B$, $\vdash (A\vee B)$ y $\vdash \neg A$ y $\vdash A^I \Rightarrow \vdash B$, $\vdash (A \to B)$ y $\vdash \sim B \Rightarrow \vdash \sim A$, $\vdash (A \to B)$ y $\vdash \neg B$ y $\vdash A^C$ y $\vdash B^I \Rightarrow \vdash \neg A$, $\vdash (A \to B)$ y $\vdash \neg B$ y $\vdash B^I \Rightarrow \vdash \sim A$.
1.4.19 Preservación de la incompatiblidad: $\vdash [\neg(A\wedge B) \to (\neg A\vee\neg B)] \to [(A^I \wedge B^I) \to (A\wedge B)^I]$, $\vdash [\neg(A\vee B) \to (\neg A\wedge\neg B)] \to [(A^I \wedge B^I) \to (A\vee B)^I]$, $\vdash [\neg(A \to B) \to (A\wedge\neg B)] \to [B^I \to (A \to B)^I]$, $\vdash (\neg\neg A \to A) \to [A^I \to (\neg A)^I]$, $\vdash (\neg \sim A \to A) \to \{[A^I \to (\sim A)^I] \wedge (\sim A)^I\}$.
1.4.20 Preservación de la completez: $\vdash [(\neg A\vee\neg B) \to \neg(A\wedge B)] \to [(A^C \wedge B^C) \to (A\wedge B)^C]$, $\vdash [(\neg A\wedge\neg B) \to \neg(A\vee B)] \to [(A^C \wedge B^C) \to (A\vee B)^C]$, $\vdash [(A\wedge\neg B) \to \neg(A \to B)] \to [B^C \to (A \to B)^C]$, $\vdash (A \to \neg \sim A) \to \{[A^C \to (\sim A)^C] \wedge (\sim A)^C\}$, $\vdash (A \to \neg\neg A) \to [A^C \to (\neg A)^C]$.
1.4.21 $\vdash (A\wedge\neg A)\vee A^I$, $\vdash A^C \to (A\vee(A^I \wedge\neg A))$, $\vdash (A\vee\neg A) \to A^C$, $\vdash (A\wedge\neg A\wedge A^I) \to B$, $\vdash \sim A \leftrightarrow (A^C \to (A^I \wedge \neg A))$.

1.5. Semántica para la LBPcoC. Sea At el conjunto de las fórmulas atómicas, F el conjunto de fórmulas, $\neg F=\{\neg A: A\in F\}$. Una valuación-LBPcoC, v, se define como una función v: $At \cup\neg F \to \{0, 1\}$, la cual puede ser extendida a una función V del conjunto de fórmulas, V: $F \to \{0, 1\}$, de la siguiente forma:

1.5.1 $V(p) = v(p)$ si p es atómica.
1.5.2 $V(\neg A) = v(\neg A)$.
1.5.3 $V(A\wedge B) = 1 \Leftrightarrow V(A) = 1$ y $V(B) = 1$.
1.5.4 $V(A\vee B) = 0 \Leftrightarrow V(A) = 0$ y $V(B) = 0$.
1.5.5 $V(A \to B) = 0 \Leftrightarrow V(A) = 1$ y $V(B) = 0$.
1.5.6 $V(A^C) = 0 \Leftrightarrow V(A) = 0$ y $V(\neg A) = 0$.
1.5.7 $V(A^I) = 0 \Leftrightarrow V(A) = 1$ y $V(\neg A) = 1$.

1.5.8 $V(\sim A) = 1 \Leftrightarrow V(A) = 0$.

La validez se define de la manera usual: $\models A \Leftrightarrow V(A) = 1$ para cada valuación-LBPcoC v, y V la extensión de v.

1.6. Algunas consecuencias semánticas de LBPcoC.

1.6.1 Principio de no-contradicción: no $\models \sim(A\wedge\neg A)$, no $\models \neg(A\wedge\neg A)$, no $\models \neg(A\wedge\neg A) \rightarrow A^I$, no $\models A^I \rightarrow \neg(A \wedge\neg A)$.

16.2 Principio del tercero excluido: no $\models A\vee\neg A$, no $\models A^I \rightarrow(A\vee\neg A)$, no $\models (A\vee\neg A) \rightarrow A^I$, no $\models A^C \rightarrow A^I$, no $\models A^I \rightarrow A^C$.

1.6.3 Principio de trivialización: no $\models A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$, no $\models A^C \rightarrow[A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)]$.

1.6.4 Principio de reducción al absurdo débil: no $\models (A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$.

1.6.5 Principio de reducción al absurdo fuerte: no $\models (\neg A \rightarrow B) \rightarrow[(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A]$.

1.6.6 Negación de la conjunción: no $\models \neg(A\wedge B) \rightarrow (\neg A\vee\neg B)$.

1.6.7 Disyunción de negaciones: no $\models (\neg A\vee\neg B) \rightarrow \neg(A\wedge B)$.

1.6.8 Negación de la disyunción: no $\models \neg(A\vee B) \rightarrow (\neg A\wedge\neg B)$.

1.6.9 Conjunción de negaciones: no $\models (\neg A\wedge\neg B) \rightarrow \neg(A\vee B)$.

1.6.10 Negación del condicional: no $\models \neg(A \rightarrow B) \rightarrow(A\wedge\neg B)$.

1.6.11 Afirmación del antecedente y negación del consecuente: no $\models (A\wedge\neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.

1.6.12 Eliminación de la doble negación: no $\models \neg\neg A \rightarrow A$.

1.6.13 Introducción de la doble negación: no $\models A \rightarrow \neg\neg A$.

1.6.14 Contrarrecíproca débil: no $\models (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$.

1.6.15 Contrarrecíproca fuerte: no $\models (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow(A \rightarrow B)$.

1.6.16 Implicación material: no $\models (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A\vee B)$, no $\models A^I \rightarrow[(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A\vee B)]$.

1.6.17 De disyunción a implicación: no $\models (\neg A\vee B) \rightarrow(A \rightarrow B)$, no $\models A^C \rightarrow [(A\vee B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)]$.

1.6.18 Silogismo disyuntivo y Modus tollens: $\models (A\vee B)$ y$\models \neg A$ no $\Rightarrow\models B$, $\models (A \rightarrow B)$ y$\models \neg B$ no $\Rightarrow\models \neg A$. 1.6.19 Preservación de la incompatiblidad: no $\models (A^I\wedge B^I) \rightarrow(A\wedge B)^I$, no $\models (A^I\wedge B^I) \rightarrow(A\vee B)^I$, no $\models (A^I\wedge B^I) \rightarrow (A \rightarrow B)^I$, no $\models A^I \rightarrow (\neg A)^I$, no $\models A^I \rightarrow (\sim A)^I$.

1.6.20 Preservación de la completez: no $\models (A^C\wedge B^C) \rightarrow(A\wedge B)^C$, no $\models (A^C\wedge B^C) \rightarrow(A\vee B)^C$, no $\models (A^C\wedge B^C) \rightarrow (A \rightarrow B)^C$, no $\models A^C \rightarrow (\neg A)^C$, no $\models A^C \rightarrow (\sim A)^C$.

1.6.21 $\models A \rightarrow(B \rightarrow A)$, $\models [A \rightarrow(B \rightarrow C)] \rightarrow[(A \rightarrow B) \rightarrow(A \rightarrow C)]$, $\models [(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$, $\models A \rightarrow(A\vee B)$, $\models A \rightarrow (B\vee A)$, $\models (B \rightarrow A) \rightarrow[(C \rightarrow A) \rightarrow\{(B\vee C) \rightarrow A\}]$, $\models (A\wedge B) \rightarrow A$, $\models (A\wedge B) \rightarrow B$, $\models (A \rightarrow B) \rightarrow[(A \rightarrow C) \rightarrow\{A \rightarrow(B \wedge C)\}]$, $\models A \rightarrow (\sim A \rightarrow B)$, $\models A\vee \sim A$, $\models A^I \rightarrow (\neg A \rightarrow\sim A)$,

$\models$ $\sim$A^I $\rightarrow$ ($\neg$A$\wedge$A), $\models$ A^C $\rightarrow$ ($\sim$A $\rightarrow$ $\neg$A), $\models$ $\sim$A^C $\rightarrow$ ($\sim$ $\neg$A $\wedge$ $\sim$A).

1.6.22 Preservación de la validez con Mp: Si $\models$ A y $\models$ A $\rightarrow$B $\Rightarrow\models$ B.

1.7. Validez, Consistencia y no-Trivialidad de LBPcoC. Como consecuencia de 1.6.21 y 1.6.22 se tiene validez, $\vdash$ A $\Rightarrow$ $\models$ A. Puesto que existen fórmulas no válidas se tiene no trivialidad, y por lo tanto, gracias al axioma 10 se tiene consistencia respecto a la negación clásica.

1.8. Completitud de LBPcoC. Tratando las fórmulas de $\neg$F como atómicas y aplicando el método de Henkin, el sistema LBPcoC puede ser extendido a un sistema LBPcoC* consistente y completo respecto a la negación clásica. Se verifica que la función v: At $\cup$ $\neg$F $\rightarrow$ {0, 1}, extendida a V: F $\rightarrow$ {0, 1}, tal que: $\vdash_{LBPcoC*}$ A $\Rightarrow$ V(A) = 1 y $\vdash_{LBPcoC*}$ $\sim$A $\Rightarrow$ V(A) = 0, es una valuación-LBPcoC, y como consecuencia se tiene completitud, $\models$ A $\Rightarrow$ $\vdash$ A. Se tiene así que el sistema LBPcoC está caracterizado por la semántica presentada en 1.5.

2. Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta sin Negación Clásica. LBPco

El sistema deductivo para la *Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta sin Negación Clásica,* LBPco, se obtiene cambiando los axiomas para la negación clásica por unos axiomas más débiles.

2.1. Axiomas para la lógica positiva clásica. [2]
Como en la sección 1.1.

2.2. Axiomas para la negación básica paraconsistente y paracompleta ($\neg$):

Ax 12. (A$\wedge\neg$A)$\vee$A^I.
Ax 13. A^C $\rightarrow$(A$\vee$(A^I $\wedge$ $\neg$A)).
Ax 14. (A$\vee\neg$A) $\rightarrow$A^C.
Ax 15. (A$\wedge\neg$A$\wedge$A^I) $\rightarrow$B.

Mp. A, A $\rightarrow$B $\vdash$ B.
La negación clásica se define: $\sim$A = A^C $\rightarrow$(A^I $\wedge$ $\neg$A)

[2] El lenguaje consta de los conectivos binarios { $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$}; los conectivos unarios {$\neg$, I, C}; los símbolos de puntuación {), (}; el conjunto de Fórmulas (enunciados) es generado recursivamente con los conectivos a partir del conjunto de enunciados atómicos {p1, p2, ...}. Se escribirá A^I en vez de I(A), y A^C en vez de C(A).

2.3. Algunos teoremas en LBPco. En el sistema LBPco se tienen como teoremas los axiomas del sistema LBPcoC: $\vdash$ A $\rightarrow$ ($\sim$A $\rightarrow$B), $\vdash$ A$\vee$ $\sim$A, $\vdash$ A^I $\rightarrow$ ($\neg$A $\rightarrow$$\sim$A), $\vdash$ $\sim$A^I $\rightarrow$ ($\neg$A$\wedge$A), $\vdash$ A^C $\rightarrow$ ($\sim$A $\rightarrow$ $\neg$A), $\vdash$ $\sim$A^C $\rightarrow$ ($\sim$ $\neg$A$\wedge$ $\sim$A).

2.4. Semántica para la LBPco. Una valuación-LBPco se define como en 1.5 sin 1.5.8, la cual se tiene como derivada. Como consecuencia de 1.4.21 y 1.7 se tiene que esta semántica valida los axiomas del sistema LBPco, además por 1.6.22, se preserva la validez con Mp, se tiene entonces validez, $\vdash$ A $\Rightarrow$ $\models$ A.

2.5. Equivalencia de LBPcoC y LBPco. En 1.4.21 se muestra que los axiomas del sistema LBPco son teoremas en el sistema LBPcoC. También se tiene en 2.3 que los axiomas del sistema LBPcoC son teoremas en el sistema LBPco. Resulta así que ambos sistemas tienen el mismo conjunto de teoremas y por lo tanto son equivalentes.

3. Lógica Básica Paraconsistente

El sistema *Lógica Básica paraconsistente como extensión de la lógica clásica,* LBPcC, se obtiene del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta,* LBPcoC, introduciendo como nuevo axioma, A^C, o de forma equivalente cambiando los axiomas para la negación débil en LBPcoC por:

Ax 12Cc. A^I $\rightarrow$ ($\neg$A $\rightarrow$$\sim$A).
Ax 13Cc. $\sim$A^I $\rightarrow$ ($\neg$A$\wedge$A).
Ax 14Cc. $\sim$A $\rightarrow$ $\neg$A. (A^C)[3]

Semánticamente el sistema LBPcC está caracterizado como en 1.5 cambiando 1.5.6 por V($\neg$A)=0 $\Rightarrow$ V(A)=1.
El sistema *Lógica Básica paraconsistente sin negación clásica,* LBPc, se obtiene del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta,* LBPco, introduciendo como nuevo axioma, A^C, o de forma equivalente cambiando los axiomas para la negación débil en LBPco por:

Ax 12c. (A$\wedge$$\neg$A)$\vee$A^I.
Ax 13c. A$\vee$(A^I $\wedge$ $\neg$A).
Ax 14c. (A$\wedge$$\neg$A$\wedge$A^I) $\rightarrow$B.

La negación clásica se define: $\sim$A = A^I $\wedge$ $\neg$A.
Como es de esperarse, los sistemas LBPcC y LBPc son equivalentes.

[3]Esto es lo que significa el Ax 14.

4. Lógica Básica Paracompleta

El sistema *Lógica Básica paracompleta como extensión de la lógica clásica*, LBPoC, se obtiene del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta,* LBPcoC, introduciendo como nuevo axioma, A^I, o de forma equivalente cambiando los axiomas para la negación débil en LBPcoC por:

Ax 12Co: $\neg A \rightarrow \sim A$. A^I.
Ax 13Co: $A^C \rightarrow (\sim A \rightarrow \neg A)$.
Ax 14Co: $\sim A^C \rightarrow (\sim \neg A \wedge \sim A)$.

Semánticamente el sistema LBPoC está caracterizado como en 1.5 cambiando 1.5.7 por $V(\neg A)=1 \Rightarrow V(A)=0$.

El sistema *Lógica Básica paracompleta sin negación clásica,* LBPo, se obtiene del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta,* LBPco, introduciendo como nuevo axioma, A^I, o de forma equivalente cambiando los axiomas para la negación débil en LBPco por:

Ax 12o. $A^C \rightarrow (A \vee \neg A)$.
Ax 13o. $(A \vee \neg A) \rightarrow A^C$.
Ax 14o. $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$.

La negación clásica se define: $\sim A = A^C \rightarrow \neg A$.

Como es de esperarse, los sistemas LBPoC y LBPo son equivalentes.

5. Lógica Positiva Paraconsistente y Paracompleta

El sistema *lógica positiva paraconsistente y paracompleta como extensión de la lógica clásica,* LPPcoC, se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta* LBPcoC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos positivos (condicional, conjunción y disyunción), la incompatibilidad de un enunciado con su negación así como la completez[4], tal como lo sugieren los resultados 1.4.19 y 1.4.20.

Ax 16C. $\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$.
Ax 17C. $\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$.
Ax 18C. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \wedge \neg B)$.
Ax 19C. $(\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$.
Ax 20C. $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$.
Ax 21C. $(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.

[4]Los resultados esperados, preservación de la incompatibilidad y de la completez, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica positiva paraconsistente y paracompleta débil como extensión de la lógica clásica,* LPPcoCD, es decir, LPPcoCD se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta* LBPcoC, agregándole: Ax 16Cd. $(A^I \wedge B^I) \rightarrow (A \wedge B)^I$, Ax 17Cd. $(A^I \wedge B^I) \rightarrow (A \vee B)^I$, Ax 18Cd. $(A^I \wedge B^I) \rightarrow (A \rightarrow B)^I$, Ax 19Cd. $(A^C \wedge B^C) \rightarrow (A \wedge B)^C$, Ax 20Cd. $(A^C \wedge B^C) \rightarrow (A \vee B)^C$, Ax 21Cd. $(A^C \wedge B^C) \rightarrow (A \rightarrow B)^C$.

Semánticamente el sistema LPPcoC está caracterizado como en 1.5 agregando: $V(\neg(A\wedge B)) = V(\neg A\vee\neg B)$, $V(\neg(A\vee B)) = V(\neg A\wedge\neg B)$ y $V(\neg(A \rightarrow B)) = V(A\wedge\neg B)$.

El sistema *lógica positiva paraconsistente y paracompleta sin negación clásica,* LPPco, se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paraconsistente y paracompleta* LBPco, agregándole los mismos axiomas. Los sistemas LPPcoC y LPPco son equivalentes.

El sistema *lógica positiva paraconsistente como extensión de la lógica clásica,* LPPcC, se obtiene del sistema *Lógica Básica paraconsistente,* LBPcC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos positivos (condicional, conjunción y disyunción), la incompatibilidad[5] de un enunciado con su negación.

Ax 15Cc. $\neg(A\wedge B) \rightarrow (\neg A\vee\neg B)$.
Ax 16Cc. $\neg(A\vee B) \rightarrow (\neg A\wedge\neg B)$.
Ax 17Cc. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow(A\wedge\neg B)$.

Semánticamente el sistema LPPcC está caracterizado como en 1.5 agregando: $V(\neg(A\wedge B))=1 \Rightarrow V(\neg A\vee \neg B)=1$, $V(\neg(A\vee B))=1 \Rightarrow V(\neg A\wedge\neg B)=1$ y $V(\neg(A \rightarrow B))=1 \Rightarrow V(A\wedge\neg B)=1$.

El sistema *lógica positiva paraconsistente sin negación clásica,* LPPc, se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paraconsistente* LBPc, agregándole los mismos axiomas. Los sistemas LPPcC y LPPc son equivalentes.

El sistema *lógica positiva paracompleta como extensión de la lógica clásica,* LPPoC, se obtiene del sistema *Lógica Básica paracompleta* LBPoC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos positivos (condicional, conjunción y disyunción), la completez[6] de un enunciado con su negación.

Ax 15Co. $(\neg A\vee\neg B) \rightarrow \neg(A\wedge B)$.
Ax 16Co. $(\neg A\wedge\neg B) \rightarrow \neg(A\vee B)$.
Ax 17Co. $(A\wedge\neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.

Semánticamente el sistema LPPoC está caracterizado como en 1.5 agregando: $V(\neg A\vee\neg B)=1 \Rightarrow V(\neg(A \wedge B))=1$, $V(\neg A\wedge\neg B)=1 \Rightarrow V(\neg(A\vee B))=1$ y $V(A\wedge\neg B) =1 \Rightarrow V(\neg(A \rightarrow B))=1$.

[5] Los resultados esperados, preservación de la incompatibilidad, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica positiva paraconsistente débil como extensión de la lógica clásica,* LPPcCD, es decir, LPPcCD se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paraconsistente* LBPcC, agregándole: Ax 15Ccd. $(A^I\wedge B^I) \rightarrow(A\wedge B)^I$, Ax 16Ccd. $(A^I\wedge B^I) \rightarrow(A\vee B)^I$, Ax 17Ccd. $(A^I\wedge B^I) \rightarrow(A \rightarrow B)^I$.

[6] Los resultados esperados, preservación de la completez, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica positiva paracompleta débil como extensión de la lógica clásica,* LPPoCD, es decir, LPPoCD se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paracompleta* LBPoC, agregándole: Ax 15Cod. $(A^C\wedge B^C) \rightarrow(A\wedge B)^C$, Ax 16Cod. $(A^C\wedge B^C) \rightarrow(A\vee B)^C$, Ax 17Cod. $(A^C\wedge B^C) \rightarrow (A \rightarrow B)^C$.

El sistema *lógica positiva paracompleta sin negación clásica,* LPPo, se obtiene a partir del sistema *Lógica Básica paracompleta* LBPo, agregándole los mismos axiomas. Los sistemas LPPoC y LPPo son equivalentes.

6. Lógica Paraconsistente y Paracompleta

El sistema *lógica paraconsistente y paracompleta como extensión de la lógica clásica,* LPcoC se obtiene a partir del sistema *lógica positiva paraconsistente y paracompleta* LPPcoC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos negación (débil y fuerte), la incompatibilidad de un enunciado con su negación así como la completez[7].

Ax 22C. $\neg\neg A \to A$.
Ax 23C. $\neg\sim A \to A$.
Ax 24C. $A \to \neg\neg A$.
Ax 25C. $A \to \neg\sim A$.

Semánticamente el sistema LPcoC está caracterizado como LPPcoC agregando: $V(\neg\neg A) = V(A)$ y $V(\neg\sim A) = V(A)$.

El sistema *lógica paraconsistente como extensión de la lógica clásica,* LPcC, se obtiene del sistema *lógica positiva paraconsistente* LPPcC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos negación débil y negación fuerte, la incompatibilidad[8] de un enunciado con su negación.

Ax 18Cc: $\neg\neg A \to A$.
Ax 19Cc: $\neg\sim A \to A$.

Semánticamente el sistema LPcC está caracterizado como LPPcC agregando: $V(\neg\neg A)=1 \Rightarrow V(A)=1$ y $V(\neg\sim A)=1 \Rightarrow V(A)=1$.

El sistema *lógica paracompleta como extensión de la lógica clásica,* LPoC, se obtiene del sistema *lógica positiva paracompleta* LPPoC, agregándole axiomas que permitan preservar, con los conectivos negación débil y negación fuerte, la completez[9] de un enunciado con su negación.

---

[7] Los resultados esperados, preservación de la incompatibilidad y de la completez, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica paraconsistente y paracompleta débil como extensión de la lógica clásica,* LPcoCD, es decir, LPcoCD se obtiene a partir del sistema *lógica positiva paraconsistente y paracompleta* LPPcoC, agregándole: Ax 22Cd. $A^I \to (\neg A)^I$, Ax 23Cd. $A^I \to (\sim A)^I$, Ax 24Cd. $A^C \to (\neg A)^C$, Ax 25Cd. $A^C \to (\sim A)^C$.

[8] Los resultados esperados, preservación de la incompatibilidad con las negaciones, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica paraconsistente débil como extensión de la lógica clásica,* LPcCD, es decir, LPcCD se obtiene a partir del sistema *lógica positiva paraconsistente* LPPcC, agregándole: Ax 18Ccd. $A^I \to (\neg A)^I$, Ax 19Ccd. $A^I \to (\sim A)^I$.

[9] Los resultados esperados, preservación de la completez con las negaciones, pueden ser pedidos axiomáticamente obteniéndose así el sistema *lógica paracompleta débil como extensión*

Ax 18Co: $A \rightarrow \neg\neg A$.
Ax 19Co: $A \rightarrow \neg \sim A$.

Semánticamente el sistema LPoC está caracterizado como LPPoC agregando: $V(A)=1 \Rightarrow V(\neg\neg A)=1$ y $V(A)=1 \Rightarrow V(\neg \sim A)=1$.

7. Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta Débil a nivel Atómico

La *Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta Débil a nivel Atómico como extensión de la lógica clásica,* LBPcoCDA, se obtiene a partir[10] de la *Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta* LBPcoC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son incompatibles con su negación y completas con su negación. En Ax 12Cda, Ax 13Cda, Ax 14Cda y Ax 15Cda, la fórmula P es atómica.

Ax 12Cda. $P^I \rightarrow (\neg P \rightarrow \sim P)$.
Ax 13Cda. $\sim P^I \rightarrow (\neg P \wedge P)$.
Ax 14Cda. $P^C \rightarrow (\sim P \rightarrow \neg P)$.
Ax 15Cda. $\sim P^C \rightarrow (\sim \neg P \wedge \sim P)$.
Ax 16Cda. $(A\wedge B)^I$. $\neg(A\wedge B) \rightarrow \ \sim(A\wedge B)$.[11]
Ax 17Cda. $(A\vee B)^I$. $\neg(A\vee B) \rightarrow\sim(A\vee B)$.
Ax 18Cda. $(A \rightarrow B)^I$. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow\sim(A \rightarrow B)$.
Ax 19Cda. $(\neg A)^I$. $\neg(\neg A) \rightarrow\sim (\neg A)$.
Ax 20Cda. $(\sim A)^I$. $\neg(\sim A) \rightarrow\sim (\sim A)$.
Ax 21Cda. $(A\wedge B)^C$. $\sim(A\wedge B) \rightarrow \neg(A\wedge B)$.
Ax 22Cda. $(A\vee B)^C$. $\sim(A\vee B) \rightarrow \neg(A\vee B)$.
Ax 23Cda. $(A \rightarrow B)^C$. $\sim(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.
Ax 24Cda. $(\neg A)^C$. $\sim (\neg A) \rightarrow \neg(\neg A)$.
Ax 25Cda. $(\sim A)^C$. $\sim (\sim A) \rightarrow \neg(\sim A)$.

Semánticamente el sistema LBPcoCDA está caracterizado por 1.5.1, ..., 1.5.5, 1.5.8 agregando: Si P es una fórmula atómica, $V(P^I)=V(\neg P \rightarrow\sim P)$, $V(P^C)= V(\sim P \rightarrow \neg P)$. Para A y B fórmulas arbitrarias, $V(\neg(A\wedge B))=1 \Leftrightarrow V(A\wedge B)=0$, $V(\neg(A\vee B))=1 \Leftrightarrow V(A\vee B)=0$, $V(\neg(A \rightarrow B))=1 \Leftrightarrow V(A \rightarrow B)=0$, $V(\neg\neg A)=1 \Leftrightarrow V(\neg A)=0$, $V(\neg \sim A) =1 \Leftrightarrow V(A)=1$

---

de la lógica clásica, LPoCD, es decir, LPoCD se obtiene a partir del sistema *lógica positiva paracompleta* LPPoC, agregándole: Ax 18Cod. $A^C \rightarrow (\neg A)^C$, Ax 19Cod. $A^C \rightarrow (\sim A)^C$.

[10] O a partir de LPPcoCD, o a partir de LPcoCD, en los tres casos resulta la misma lógica. Lo anterior significa que LBPcoCDA, LPPcoCDA y LPcoCDA coinciden.

[11] Los axiomas 16Cda, ..., 25Cda son presentados como parejas, observar que si en los axiomas 12Cda, ..., 15Cda se omite la palabra "atómico" entonces ambos componentes de las parejas mencionadas son equivalentes. La axiomática presentada pretende enfatizar que la diferencia entre la negación fuerte y la débil se da solo al nivel atómico.

La *Lógica Básica Paraconsistente débil a nivel Atómico como extensión de la lógica clásica,* LBPcCDA, se obtiene a partir[12] de la *Lógica Básica Paraconsistente,* LBPcC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son incompatibles con su negación. Este sistema también se obtiene a partir de LBPcoCDA pidiendo completez a los enunciados atómicos. En Ax 12Ccda y Ax 13Ccda, la fórmula P es atómica.

Ax 12Ccda. $P^I \rightarrow (\neg P \rightarrow\sim P)$.
Ax 13Ccda. $\sim P^I \rightarrow (\neg P \wedge P)$.
Ax 14Ccda. $\sim A \rightarrow \neg A$. Completez: A^C.
Ax 15Ccda. $(A\wedge B)^I$, $\neg(A\wedge B) \rightarrow\sim(A\wedge B)$.
Ax 16Ccda. $(A\vee B)^I$, $\neg(A\vee B) \rightarrow\sim(A\vee B)$.
Ax 17Ccda. $(A \rightarrow B)^I$, $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow\sim(A \rightarrow B)$.
Ax 18Ccda. $(\neg A)^I$, $\neg(\neg A) \rightarrow\sim (\neg A)$.
Ax 19Ccda. $(\sim A)^I$, $\neg(\sim A) \rightarrow\sim (\sim A)$.

Semánticamente el sistema LBPcCDA está caracterizado por 1.5.1, ... , 1.5.5, 1.5.8 agregando: Si P es una fórmula atómica, $V(P^I)=V(\neg P \rightarrow\sim P)$. Para A y B fórmulas arbitrarias, $V(\neg A)=0 \Rightarrow V(A)=1$, $V(\neg(A\wedge B))=1 \Rightarrow V(A\wedge B)=0$, $V(\neg(A\vee B))=1 \Rightarrow V(A\vee B)=0$, $V(\neg(A \rightarrow B))=1 \Rightarrow V(A \rightarrow B)=0$, $V(\neg(\neg A))=1 \Rightarrow V(\neg A)=0$, $V(\neg(\sim A))=1 \Rightarrow V(A)=1$

La *Lógica Básica Paracompleta Débil a nivel Atómico como extensión de la lógica clásica,* LBPoCDA, se obtiene a partir[13] de la *Lógica Básica Paracompleta,* LBPoC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son completas con su negación. Este sistema también se obtiene a partir de LBPcoCDA pidiendo incompatibilidad a los enunciados atómicos. En Ax 13Coda y Ax 14Coda, la fórmula P es atómica.

Ax 12Coda. $\neg A \rightarrow\sim A$. Incompatibilidad: A^I.
Ax 13Coda. $P^C \rightarrow (\sim P \rightarrow \neg P)$.
Ax 14Coda. $\sim P^C \rightarrow (\sim \neg P\wedge \sim P)$.
Ax 15Coda. $(A\wedge B)^C$, $\sim(A\wedge B) \rightarrow \neg(A\wedge B)$.
Ax 16Coda. $(A\vee B)^C$, $\sim(A\vee B) \rightarrow \neg(A\vee B)$.
Ax 17Coda. $(A \rightarrow B)^C$, $\sim(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$.
Ax 18Coda. $(\neg A)^C$, $\sim (\neg A) \rightarrow \neg(\neg A)$.
Ax 19Coda. $(\sim A)^C$, $\sim (\sim A) \rightarrow \neg(\sim A)$.

Semánticamente el sistema LBPoCDA está caracterizado por 1.5.1, ..., 1.5.5, 1.5.8 agregando: Si P es una fórmula atómica, $V(P^C)=V(\sim P \rightarrow \neg P)$. Para A y B fórmulas arbitrarias, $V(\neg A)=1 \Rightarrow V(A)=0$, $V(\neg(A\wedge B))=0 \Rightarrow V(A\wedge B)=1$,

[12] O a partir de LPPcCD, o a partir de LPcCD, en los tres casos resulta la misma lógica. Lo anterior significa que LBPcCDA, LPPcCDA y LPcCDA coinciden.

[13] O a partir de LPPoCD, o a partir de LPoCD, en los tres casos resulta la misma lógica. Lo anterior significa que LBPoCDA, LPPoCDA y LPoCDA coinciden.

$V(\neg(A\vee B))=0 \Rightarrow V(A\vee B)=1$, $V(\neg(A \to B))=0 \Rightarrow V(A \to B)=1$, $V(\neg\neg A)=0 \Rightarrow V(\neg A)=1$, $V(\neg \sim A) =0 \Rightarrow V(A)=1$

8. Lógica Paraconsistente y Paracompleta a nivel Atómico

El sistema *lógica paraconsistente y paracompleta a nivel atómico como extensión de la lógica clásica,* LPcoCA se obtiene a partir del sistema *lógica paraconsistente y paracompleta,* LPcoC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son incompatibles con su negación y completas con su negación.

Ax 26Ca. $(A\wedge B)^I$. $\neg(A\wedge B) \to\sim(A\wedge B)$.
Ax 27Ca. $(A\vee B)^I$. $\neg(A\vee B) \to\sim(A\vee B)$.
Ax 28Ca. $(A \to B)^I$. $\neg(A \to B) \to\sim(A \to B)$.
Ax 29Ca. $(\neg A)^I$. $\neg(\neg A) \to\sim (\neg A)$.
Ax 30Ca. $(\sim A)^I$. $\neg(\sim A) \to\sim (\sim A)$.
Ax 31Ca. $(A\wedge B)^C$. $\sim(A\wedge B) \to \neg(A\wedge B)$.
Ax 32Ca. $(A\vee B)^C$. $\sim(A\vee B) \to \neg(A\vee B)$.
Ax 33Ca. $(A \to B)^C$. $\sim(A \to B) \to \neg(A \to B)$.
Ax 34Ca. $(\neg A)^C$. $\sim (\neg A) \to \neg(\neg A)$.
Ax 35Ca. $(\sim A)^C$. $\sim (\sim A) \to \neg(\sim A)$.

Semánticamente el sistema LPcoCA está caracterizado como LPcoC agregando: $V(\neg(A\wedge B))=1 \Leftrightarrow V(A\wedge B) =0$, $V(\neg(A\vee B))=1 \Leftrightarrow V(A\vee B)=0$, $V(\neg(A \to B))=1 \Leftrightarrow V(A \to B)=0$, $V(\neg\neg A)=1 \Leftrightarrow V(\neg A)=0$, $V(\neg \sim A)=1 \Leftrightarrow V(A)=1$.

El sistema *lógica paraconsistente a nivel atómico como extensión de la lógica clásica,* LPcCA se obtiene a partir del sistema *lógica* LPcC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son incompatibles con su negación.

Ax 20Cca. $(A\wedge B)^I$, $\neg(A\wedge B) \to\sim(A\wedge B)$.
Ax 21Cca. $(A\vee B)^I$, $\neg(A\vee B) \to\sim(A\vee B)$.
Ax 22Cca. $(A \to B)^I$, $\neg(A \to B) \to\sim(A \to B)$.
Ax 23Cca. $(\neg A)^I$, $\neg(\neg A) \to\sim (\neg A)$.
Ax 24Cca. $(\sim A)^I$, $\neg(\sim A) \to\sim (\sim A)$.

Semánticamente el sistema LPcCA está caracterizado como LPcC agregando: $V(\neg(A\wedge B))=1 \Rightarrow V(A\wedge B) =0$, $V(\neg(A\vee B))=1 \Rightarrow V(A\vee B)=0$, $V(\neg(A \to B))=1 \Rightarrow V(A \to B)=0$, $V(\neg\neg A)=1 \Rightarrow V(\neg A)=0$, $V(\neg \sim A)=1 \Rightarrow V(A)=1$.

El sistema *lógica paracompleta a nivel atómico como extensión de la lógica clásica,* LPoCA se obtiene a partir del sistema *lógica paracompleta* LPoC, agregando axiomas que garantizan que todas las fórmulas no atómicas son completas con su negación.

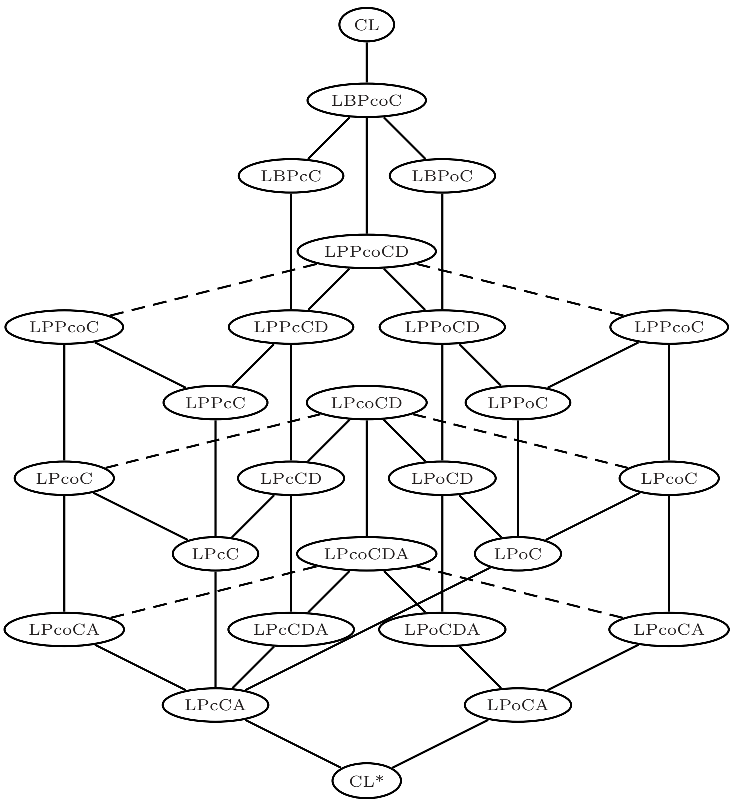
Ax 20Coa. $(A\wedge B)^C$, $\sim(A\wedge B) \to \neg(A\wedge B)$.
Ax 21Coa. $(A\vee B)^C$, $\sim(A\vee B) \to \neg(A\vee B)$.
Ax 22Coa. $(A \to B)^C$, $\sim(A \to B) \to \neg(A \to B)$.

Ax 23Coa. $(\neg A)^C, \sim(\neg A) \to \neg(\neg A)$.
Ax 24Coa. $(\sim A)^C, \sim(\sim A) \to \neg(\sim A)$.

Semánticamente el sistema LPoCA está caracterizado como LPoC agregando: $V(\neg(A\wedge B))=0 \Rightarrow V(A\wedge B)=1$, $V(\neg(A\vee B))=0 \Rightarrow V(A\vee B)=1$, $V(\neg(A \to B))=0 \Rightarrow V(A \to B)=1$, $V(\neg\neg A)=0 \Rightarrow V(\neg A)=1$, $V(\neg \sim A)=0 \Rightarrow V(A)=0$.

9. Retículo de contenencias

Los sistemas presentados en las secciones anteriores están organizados por la relación de inclusión, entre los conjuntos de sus teoremas, de la siguiente manera (si una línea une dos nodos entonces, el conjunto de consecuencias del nodo superior está incluido en el conjunto de consecuencias del nodo inferior, no vale la inclusión recíproca, CL es la lógica clásica, CL* es el caso límite de LBPcoC en el cual ¬A↔∼A):



Retículo de Contenencias

10. Conclusiones

El sistema Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta, desde el punto de vista de la negación clásica captura todos los teoremas de la lógica clásica. Por otro lado, la negación débil puede verse como una generalización de la negación clásica, con la característica de detectar los requerimientos mínimos de completez e incompatibilidad, para las subfórmulas de un enunciado que, desde el punto de vista de la lógica clásica sería válido, se tiene así que el análisis de las inferencias que involucran el operador negación débil es más fino. La construcción de sistemas deductivos más fuertes que LBPco, es bastante natural. Si se admite que no existen sistemas deductivos privilegiados, entonces la construcción de un sistema depende realmente de la aplicación que se tenga en mente.

Referencias

[1] D. Batens, *A survey of inconsistency-adaptive logics*. In: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest, and J.-P. van Bendegem, editors, *Frontiers in Paraconsistent Logic:* Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency, Ghent, 1998. Baldock: Research Studies Press, King's College Publications, 2000.

[2] W. Carnielli, y J. Marcos, *A Taxonomy of C-Systems, in Paraconsistency - the Logical Way to the Inconsistent.* Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, **228** (2002), pp. 01–94. (Eds. Walter A. Carnielli, Marcelo E. Coniglio and Itala M. Loffredo D'Ottaviano. New York, Marcel Dekker). ftp://logica.cle.unicamp.br /pub/e-prints/Taxonomy.pdf

[3] N. Da Costa, *Inconsistent Formal Systems*, Thesis, Universidade Federal do Paraná, 1963. Curitiba: Editora UFPR, 1993, 68p.

[4] M. Sierra, *Lógica Básica Paraconsistente y Paracompleta con Negación Clásica*. Revista Universidad EAFIT No 126, Medellín, 2002. http://www.eafit.edu.co/revista/126/rev_126.pdf.

[5] M. Sierra, *Inferencia Visual para los Sistemas Deductivos LBPco, LBPc y LBPo*, Cuadernos de Investigación Universidad EAFIT, Medellín, septiembre de 2002. Documento 5-092002. http://www.eafit.edu.co/inv estigacion/inferenciavisual.pdf.

Recibido: Agosto de 2004. Aceptado para publicación: Junio de 2005.