

LA PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES POR EL MÉTODO DEL SEMÁFORO

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J.

RESUME

Depuis déjà plus de trois décennies, les techniques de programmation d'activités selon les méthodes appelées P.E.R.T ont fait de gros progrès, afin de mieux s'adapter à tous les besoins.

La mutation permanente des phénomènes économiques rend très difficile l'estimation de magnitudes en termes de certitude et il est même risqué de le faire en tenant compte des éléments aléatoires. Il est, de ce fait, recommandé d'avoir recours à l'opinion d'experts en la matière. Cependant, afin de mitiger la charge subjective que comporte toute opinion individuelle, on établira un système de contre-expertise permettant d'obtenir des résultats vraiment fiables. Il s'agit, en définitive, d'une modèle unissant la simplicité et d'amples possibilités d'utilisation en situation réelle.

los datos relativos a las fechas a estimar resultan cada vez más inciertos, no sólo porque estos proyectos son frecuentemente nuevos sino, y en mayor medida, porque el entorno que los enmarca es cada vez más complejo y cargado de incertidumbre. En estas condiciones la probabilidad resulta altamente dudosa.

Con este trabajo deseamos presentar una nueva variante basada en la teoría borrosa de la incertidumbre. El método propuesto no proporciona un sólo camino crítico y unas holguras para las tareas que se hallan fuera de este camino, sino unas advertencias mediante lo que llamamos semáforo con tres luces: verde, no existe retraso previsto; ámbar, retraso posible; rojo, retraso cierto en las hipótesis pesimistas.

Este método se puede acompañar, si fuera necesario, de contraexpertizajes y comparación de la opinión de expertos con la necesidad de utilizar a veces diversos tipos de parametrización.

Nuestra intención es realizar modelos lo más representativos posible de las opiniones subjetivas de los expertos. Dado que los proyectos objeto de estudio son generalmente poco conocidos en sus respectivas duraciones, es necesario recurrir a hipótesis subjetivas de uno o varios expertos y, si es posible, de muchos expertos.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos P.E.R.T. y C.P.M. son perfectamente conocidos desde hace más de 30 años y han prestado importantes servicios en la realización de proyectos de naturaleza diversa. Pero con el tiempo y la experiencia, así como por la utilización de una multitud de variantes, nos hemos dado cuenta que, en estos proyectos

2. DESARROLLO DEL MODELO PROPUESTO

Vamos a presentar nuestro método, mejor dicho, nuestra familia de métodos, a partir de un ejemplo didáctico.

Se considera la red de la figura 1. Supongamos que los datos (actividades) sean inciertos y definidos por los siguientes intervalos de confianza:

- (1)
- | | |
|--------------|--------------|
| AB: [5,7], | AC: [3,5], |
| AD: [4,4], | BE: [8,10] |
| BG: [3,5], | CE: [4,5], |
| CJ: [9,9], | DE: [8,15] |
| DF: [11,13], | DI: [16,19], |
| EG: [11,14], | FH: [10,11] |
| FI: [3,8], | FL: [4,5], |
| GJ: [2, 3], | HJ: [2,5] |
| IK: [4,7], | JL: [8,9], |
| KL: [12,12] | |

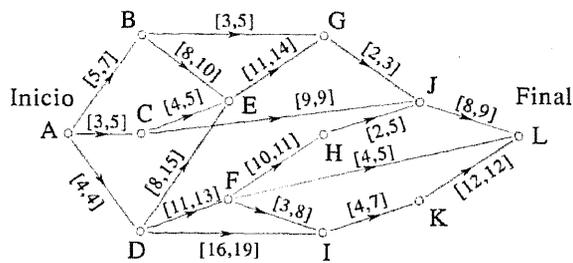


Figura 1

Se calcula en primer lugar la fecha en que más tarde puede ocurrir L (fecha que será expresada mediante un intervalo de confianza).

- En B: $[0,0] (+) [5,7] = [5,7] < \dots$
- C: $[0,0] (+) [3,5] = [3,5] < \dots$
- D: $[0,0] (+) [4,4] = [4,4] < \dots$
- E: $[5,7] (+) [8,10] = [13,17]$
 $[3,5] (+) [4,5] = [7,10]$
 $[4,4] (+) [8,15] = [12,19]$
 $[13,17] (\vee) [7,10] (\vee) [12,19] = [13,19] < \dots$
- F: $[4,4] (+) [11,13] = [15,17] < \dots$
- G: $[5,7] (+) [3,5] = [8,12]$
 $[13, 19] (+) [11, 14] = [24, 33]$
 $[8,12] (\vee) [24,33] = [24,33] < \dots$
- (2) H: $[15, 17] (+) [10, 11] = [25,28]$

$$[4,4] (+) [16,19] = [20,23]$$

$$[18,25] (\vee) [20,23] = [20,25] < \dots$$

J: $[24,33] (+) [2, 3] = [26,36]$
 $[3,5] (+) [9,9] = [12,14]$
 $[25,28] (+) [2,5] = [27,33]$
 $[26,36] (\vee) [12,14] (\vee) [27,33] = [27,36] < \dots$

K: $[20,25] (+) [4,7] = [24,32]$

L: $[27,36] (+) [8,9] = [35,45]$
 $[15,17] (+) [4,5] = [19,22]$
 $[24,32] (+) [12,12] = [36, 44]$
 $[35,45] (\vee) [19,22] (\vee) [36,44] = [36,45] < \dots$

En general, existen caminos críticos diferentes para los extremos inferiores por una parte y para los extremos superiores por otra.

En la figura 2 se presenta el camino crítico y las holguras para los extremos inferiores y en la figura 3 el camino crítico para los extremos superiores.

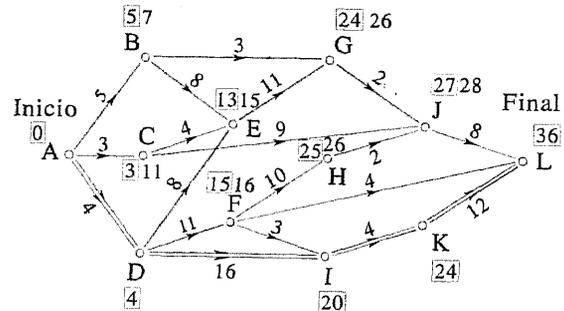


Figura 2

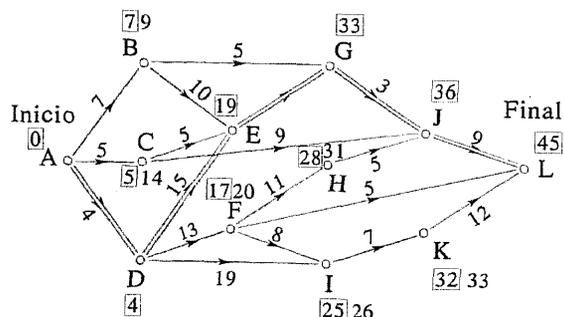


Figura 3

Como puede observarse los dos caminos críticos son diferentes (aunque en ciertos casos particulares podrían coincidir).

Vamos a comparar las holguras en los dos casos.

(a)	(b)	(c)
Vértices	Holguras extremos inferiores	Holguras extremos superiores
A	[0,0]	[0,0]
B	[5,7]	[7,9]
C	[3,11]	[5,14]
D	[4,4]	[4,4]
E	[13,15]	[19,19]
F	[15,16]	[17,20]
G	[24,26]	[33,33]
H	[25,26]	[28,31]
I	[20,20]	[25,26]
J	[27,28]	[36,36]
K	[24,24]	[32,32]
L	[36,36]	[45,45]

Se deducen las señales de alerta:

- * Extremo inferior de la holgura (b): luz verde
- * Extremo superior de la holgura (b): luz ámbar
- * Extremo superior de la holgura (c): luz roja que proporcionan la tabla siguiente (Tabla 2).

Las ventajas de este método sobre el P.E.R.T. clásico son las siguientes:

1) Se pueden introducir los datos en intervalos de confianza (para un proyecto nuevo resulta difícil conocer la duración exacta de las actividades).

2) Las 3 luces del semáforo constituyen un proceso de alerta más progresivo. Más adelante veremos la intervención de contraexpertos.

Se observa, en el ejemplo de las figuras 2 y 3, la existencia de un vértice crítico común a los dos grafos: el vértice D. Pueden también existir varios vértices críticos.

Vértices	luz verde	luz ámbar	luz roja
A	0	0	0
B	5	7	9
C	3	11	14
D	4	4	4
E	13	15	19
F	15	16	20
G	24	26	33
H	25	26	31
I	20	20	26
J	27	28	36
K	24	24	33
L	36	36	45

3. INCORPORACIÓN DE CONTRAEXPERTOS

Volvamos a tomar de nuevo este ejemplo para introducir la opinión que tienen unos contraexpertos sobre los intervalos que constituyen los datos del problema, es decir la duración de las actividades. Para cada actividad, un experto ha proporcionado un intervalo de confianza en R^+ . Pues bien, vamos a pedir a otros expertos (1, o bien 2, o bien 3, ..., o bien n) que realicen un contraexpertizaje. Si $[A_*, A^*]$ es la opinión inicial del experto, se solicita a n contraexpertos que den su opinión en $[0,1]$ mediante la correspondencia semántica siguiente:

- 0 para A_*
- 0.1 para prácticamente A_*
- 0.2 para casi A_*
- 0.3 para cercano a A_*
- 0.4 para más cerca de A_* que de A^*
- (5) 0.5 para tan cerca de A_* como de A^*
- 0.6 para más cerca de A^* que de A_*
- 0.7 para cercano a A^*
- 0.8 para casi A^*
- 0.9 para prácticamente A^*
- 1 para A^*

El parametraje realizado por los contraexpertos viene dado por:

$$(6) [a_{i1}, a_{i2}] = A_*(+)(A^* - A_*) (.) [\alpha_{i1}, \alpha_{i2}]$$

intervalo de R^+ que corresponde a la elección del contraexperto i intervalo de $[0, 1]$ decidido por el contraexperto i

Si un contraexperto considera que el intervalo que se le propone $[A_*, A^*]$ no lo considera correcto, puede proponer otros extremos $[A^*, A^{**}] \supset [A_*, A^*]$, siendo el nuevo intervalo de la correspondiente actividad, el que se propone a la consideración de todos los contraexpertos. Eventualmente pueden ser varios de ellos que soliciten la ampliación del intervalo, en cuyo caso se toma como extremo inferior A^* , la cifra más baja y como extremo superior A^{**} la más alta. Hay que dar la mayor libertad posible a los contraexpertos.

Vamos a considerar, de nuevo, datos numéricos para hacer más pedagógica la exposición.

Actividad AB. 3 contraexpertos que aceptan $[5,7]$. Los resultados de su contraexpertizaje, según la semántica numérica 5, son los siguientes:

- Contraexperto 1 : $[.3, .4]$
 (7) Contraexperto 2 : $[0, .1]$
 Contraexperto 3 : 0.5

Se van a utilizar las medias¹

- (8) $1/3 ([.3, .4] + [0, .1] + [.5, .5]) = [.266, .333]$ obteniéndose según (6):
 (9) $5(+)((7-5)(.)[.266, .333]) = [5.533, 5.666]$

Actividad AC. 4 contraexpertos de los cuales 3 aceptan $[3,5]$, sin embargo el cuarto propone $[3,9]$. Se toma, pues, $[3,9]$. Posición de los contraexpertos:

- 1: $[.2, .3]$; 2: 1; 3: $[.2, .3]$; 4: 0.1
 (10) $1/4 ([.2, .3](+)[1,1](+)[.2, .3](+)[.1, .1]) = [.375, .425]$

Se utiliza (6):

- (11) $3(+)((9-3)(.)[.375, .425]) = [5.25, 5.55]$

Actividad AD. No intervienen ni experto ni

contraexpertos, dado que la tarea tiene una duración perfectamente conocida.

- (12) $[4, 4]$

Actividad BE. 5 contraexpertos que aceptan $[8,10]$ como intervalo básico. Posición de los C.E.

- (13) 1: $[.1, .3]$; 2: 0; 3: $[.7, .8]$; 4: 0.2; 5: $[.9, 1]$
 (14) $1/5 ([.1, .3](+)[0,0](+)[.7, .8](+)[.2, .3](+)[.9, 1]) = [.38, .46]$

Se utiliza (6):

- (15) $8(+)((10-8)(.)[.38, .46]) = [8.76, 8.92]$

Actividad BG. 2 C.E.

- (16) 1: 1; 2: $[.7, .8]$
 (17) $1/2 ([1,1](+)[.7, .8]) = [.85, .90]$
 (18) $3(+)((5-3)(.)[.85, .90]) = [4.7, 4.8]$

Actividad CE. 2 C.E.

- (19) 1: $[0, 1]$; 2: $[0, 1]$
 El intervalo $[0, 1]$ expresa aquí, que los dos expertos aceptan $[4,5]$.
 (20) $1/2 ([0, 1] + [0, 1]) = [0, 1]$
 (21) $4(+)((5-4)(.)[0, 1]) = [4, 5]$

Actividad CJ. 3 C.E.. La duración 9 no es aceptada por ninguno de los 3 C.E. El primero propone $[8,10]$, el segundo $[11, 11]$ y el tercero $[7,9]$. Se descarta la duración 9 y se toma $[7, 11]$. Los 3 C.E. proporcionan, entonces, sus opiniones.

- (22) 1: $[.3, .8]$; 2: 1; 3: $[0, .5]$
 (23) $1/3 ([.3, .8](+)[1, 1](+)[0, .5]) = [.433, .766]$

En este ejemplo se presentan, intencionalmente, situaciones muy diversas, con objeto de cubrir el mayor abanico posible de problemas susceptibles de aparecer en la realidad.

Actividad DE. 2 C.E.

- (25) 1: 0.4; 2: 0.9
 (26) $1/2(0.4 + 0.9) = 0.65$
 (27) $8(+)((15-8)(.)[.65, .65]) = [12.55, 12.55]$

Actividad DF. 4 C.E.

- (28) 1: $[0, 1]$; 2: $[.9, 1]$; 3: $[.3, .4]$; 4: 0.7
 (29) $1/4 ([0, 1](+)[.9, 1](+)[.3, .4](+)[.7, .7]) = [.475, .775]$
 (30) $11(+)((13-11)(.)[.475, .775]) = [11.95, 12.55]$

Actividad DI. 1 C.E.

(31) 1: [.2,1]

(32) 1 ([.2,1]) = [.2,1]

(33) $16(+)((19-16)(.)[.2,.1])=[16.6,19]$

Actividad EG. 2 C.E.

(34) 1: [1,1]; 2:0

En este caso un C.E. elige el extremo inferior y el otro el extremo superior.

(35) $1/2 ([1,1](+)[0,0])=[.5,.5]$

(36) $11(+)((14-11)(.)[.5,.5])=[12.5,12.5]$

Señalemos que la utilización de [.5,.5] y [.5,.5] también habría proporcionado [.5,.5]. Ya hemos puesto de manifiesto que el empleo de medias presenta ciertos inconvenientes, como consecuencia de su excesiva simplicidad. Sin embargo ya nos hemos acostumbrado a aceptar ciertas paradojas resultantes del empleo de medias. Si se desean evitar, sobretodo cuando ello resulta útil, se puede recurrir a la adjunción de las desviaciones tipo, o mejor todavía a la teoría de los expertos. Se seguiría así para todas las demás actividades.

Finalmente, cabe señalar que el grafo continúa siendo el mismo con las nuevas duraciones de las actividades contraexpertizadas.

El proceso será, pues, el mismo que el utilizado con los datos (1). Se obtiene un camino crítico para los extremos inferiores, otro (a veces el mismo) para los extremos superiores y se establece la relación de luces verdes, luces ámbar y luces rojas, de la misma manera que se ha hecho en (4). En estudios realizados para la solución de casos reales se pone de manifiesto que, en general, el contraexpertizaje produce un efecto reductor tanto en las fechas más tardías como en las holguras. La utilización de contraexpertos constituye un buen elemento para obtener una mejor subjetividad. Una variante de este método consistiría en reunir experto y contraexperto para entonces utilizar las medias y mejor todavía los expertos (a causa de la no linealidad).

Recordemos que con los expertos se utilizan las funciones acumuladas complementarias las cuales permiten, sin problema alguno, la utilización correcta de los operadores min (\vee) y max (\wedge).

Sin embargo, lo que creemos más impor-

tante en los procesos de programación cuyas actividades son nuevas, como sucede a menudo, es la libertad de que se dispone de poder realizar un tratamiento con datos expresados mediante intervalos de confianza de R^+ , en lugar de hacerlo con datos formales en los que la certeza se aleja de una realidad cada vez más incierta. La programación en economía precisa, sobre todo, de realismo.

4. PLANTEAMIENTO DE UNA APLICACIÓN INDUSTRIAL

En aras a este realismo, vamos a proponer el desarrollo de un supuesto, extraído de la realidad, relativo a la programación de un proceso de inversión en un equipo industrial.

Evidentemente hemos reagrupado las actividades elementales en otras más complejas con objeto de no hacer excesivamente larga esta exposición.

Al mismo tiempo se ha procedido a modificar las estimaciones del experto y contraexpertos para salvaguardar el secreto profesional.

Realizadas estas consideraciones, pasemos a la enumeración de las actividades con los tiempos asignados por el experto y construcción del correspondiente grafo.

Actividad AB. Petición y recepción de catálogos de los equipos [6,8].

Actividad BC, BD y BE. Petición de ofertas a los eventuales proveedores de los equipos X, Y y Z [5,5].

Actividad CF, DF y EF. Plazo de recepción de las ofertas. Para X: [10,12], para Y: [8,11] y para Z: [12,15].

Actividad FG. Selección de personal que trabajará con el equipo [8,12].

Actividad FH. Estudio de las obras para el anclaje del equipo [4,5].

Actividad FI. Estudio de economicidad para la selección del equipo y pedido del mismo [2,2].

Actividad GK. Preparación del personal en vista a su labor con el nuevo equipo [15,18].

Actividad HJ. Realización de las obras e instalaciones previas a la conexión con el equipo [20,25]

Actividad IJ. Plazo de entrega del equipo [60,70].

Actividad JK. Instalación, anclaje y conexión del equipo con sus fuentes de energía [8,14].

Con esta información se puede construir el siguiente grafo:

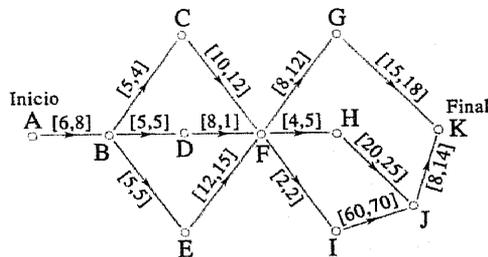


Figura 4

Se procede, seguidamente, a la obtención de las fechas en que pueden tener lugar cada uno de los sucesos representados por los vértices del grafo. A efectos de una mayor claridad y brevedad colocamos los resultados directamente sobre la figura 5.

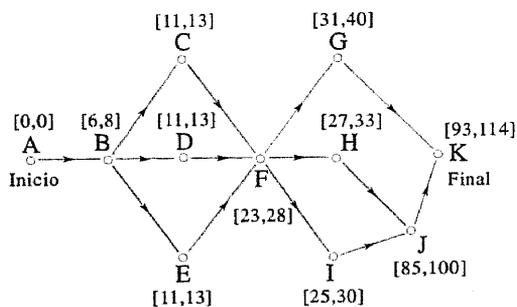


Figura 5

Veamos, ahora, en la figura 6, por qué vértices pasa el camino crítico así como las holguras de cada una de las actividades para los

extremos inferiores.

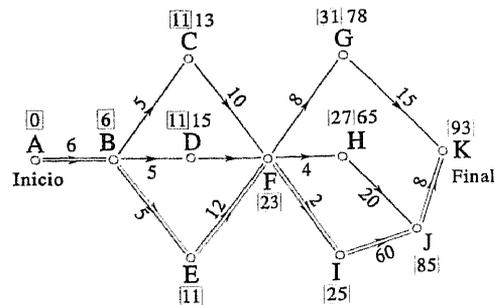


Figura 6

En la figura 7 quedan reflejados los mismos elementos referidos a los extremos superiores.

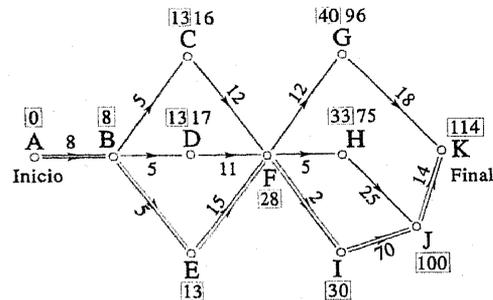


Figura 7

Se puede observar que, en este supuesto simplificado, los caminos críticos correspondientes a los extremos inferiores y a los extremos superiores coinciden. Se trata pues de un caso particular. Ahora bien, si cada una de las actividades se desgajara en otras más elementales, como se hizo en el supuesto planteado en la realidad, se producirían subcamino críticos distintos pertenecientes, evidentemente, todos ellos al camino crítico de las figuras 6 y 7. Pasemos finalmente a poner en evidencia las señales de alerta (Ver Tabla 3). La incorporación del contraexpertizaje al proceso, tal como se ha realizado anteriormente, no plantea dificultad alguna, por lo que hacemos gracia a los lectores de su desarrollo que, por otra parte, no aportaría novedad alguna dado que se han expuesto en los ejemplos del epígrafe anterior, una amplia gama de posibles situaciones que cubren la práctica totalidad de casos susceptibles de aparecer en la realidad.

Tabla 3 (44)			
Vértices	luz verde	luz ámbar	luz roja
A	0	0	0
B	6	6	8
C	11	13	16
D	11	15	17
E	11	11	13
F	23	23	28
G	31	78	96
H	27	65	75
I	25	25	300
J	85	85	100
K	93	93	114

Los autores, de manera individual o conjuntamente, han realizado numerosos trabajos y publicado un elevado número de artículos y libros en los que tratan los problemas de programación, sobre todo utilizando la teoría de grafos.

En una obra reciente² se introdujo un capítulo en el que se incorporaba la incertidum-

bre a las técnicas P.E.R.T. El trabajo que presentamos en esta ocasión, constituye una continuación que abre un poco más las puertas a nuevas orientaciones que cada vez se están consolidando con mayor firmeza en el intento de tratar esta realidad actual, la cual, por sufrir constantes mutaciones, se ha convertido en incierta.

NOTAS

1. Un método más riguroso consiste en utilizar expertos ya que en la optimización que se busca interviene el operador (\vee) (máximo) que no es lineal.
2. Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1987). *Técnicas Operativas de Gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Ed. Hispano Europea.

BIBLIOGRAFÍA

- GIL ALUJA, J. (1991). *La Gestión del Inmovilizado. Un modelo de entretenimiento preventivo en la incertidumbre*. Málaga.
- KAUFMANN, A.; DESBAZEILLE, G. (1965). *Método del Camino Crítico*. Barcelona: Sagitario.
- KAUFMANN, A.; GIL ALUJA, J. (1987). *Técnicas Operativas de Gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Ed. Hispano Europea.
- KAUFMANN, A.; GIL ALUJA, J. (1991). *Nuevas Técnicas para la Dirección Estratégica*. Barcelona: Universidad de Barcelona.