

CÓMO SE “CULTIVAN” OS MATEMÁTICOS EN RUSIA

*Elena Melikhova**

Instituto de Seguridade Atómica
da Academia de Ciencias
Rusia

INTRODUCCIÓN

Os que nunca estiveron en Rusia e saben do que alí está a ocorrer só polas noticias da televisión e as publicacións nos xornais poden facerse unha pregunta: ¿terá Rusia agora o mesmo tempo e forzas para pensar no “cultivo” dos matemáticos? Estas dúbidas están xustificadas, pero só en parte.

Rusia sufriu unha masiva fuga de cerebros a principios dos anos noventa. Como consecuencia dunha crise económica crónica produciuse unha continua redución do orzamento destinado á ciencia, ó ensino e mais ós miserentos salarios dos científicos e do profesorado. Desde logo, todo isto causou graves danos no sistema de ensino estatal. En primeiro lugar, viuse prexudicado o prestixio das ciencias exactas, que resultaron absolutamente inútiles como fontes de recadación de capital primario durante a época da transición cara á economía de mercado. Moitos científicos que ficaron en Rusia víronse obrigados a cambiar de profesión.

* Programadora de sistemas expertos.

A escola matemática era quizais a máis viable, sobre todo por razóns obxectivas: a matemática case non require investimento de capital. O sistema de ensino matemático sobreviviu logo de pasar momentos moi difíciles e, conservando as súas mellores tradicións, adaptouse ás novas condicións. Velaquí algúns dos exemplos máis rechamantes deste dato.



Agosto de 1998. Alemaña. O alumno dunha escola matemática de Moscova, Maxim Kontsévích, un dos catro laureados coa medalla Fields, a condecoración máis prestixiosa no eido da matemática que se outorga unha vez cada catro anos no Congreso Internacional de Matemáticas (o premio Nobel non inclúe as matemáticas entre as súas candidaturas).



En 1924 o matemático canadense J. D. Fields, daquela presidente do Congreso de Matemáticas en Toronto, propuxo empregar 2500 dólares canadenses, aforrados polos organizadores do Congreso, para conceder dous premios, e despois do Congreso en Moscova en 1966, para premiar perante a comunidade matemática de todo o mundo a catro persoas novas (de menos de corenta anos) polos seus méritos; a medalla de ouro mostraba nunha face a imaxe de Arquímedes e a frase “supera-la súa limitación humana e conquistar todo o universo”; no reverso lese outra frase en latín: “matemáticos de todo o mundo celebran a súa especial contribución ó coñecemento”.

1. O SISTEMA ALTERNATIVO DE ENSINO

O principal lugar de preparación dos matemáticos é, desde logo, a escola secundaria. Na universidade entra xente que xa sabe reflexionar, polo menos no sentido de poder e querer resolver-los problemas. A universidade só pule e orienta na elección dos problemas actuais da matemática moderna; tamén dá a coñecer un amplo abano de métodos. Por iso imos falar en xeral sobre a escola secundaria.

En Rusia os nenos empezan a estudar ós seis ou sete anos (antes de iren á escola a maioría deles acostuman ir á gardería). Os primeiros nove cursos son obrigatorios. Ó décimo e mais ó undécimo van normalmente os alumnos que pensan ingresar na universidade. O ensino estatal é gratuíto; para

entrar na universidade hai que aprobar uns exames de ingreso. A duración media dos estudos é de cinco anos. Hai que dicir que as reformas políticas do país trouxeron algúns cambios positivos, en particular, apareceron escolas e universidades non estatais, manuais e edicións científicas que son mellores cós oficiais. Ademais, xa hai certa liberalización na dirección do sistema de ensino estatal (aparición de colexios, liceos, escolas-laboratorios, introducción dos estudantes nos consellos das universidades, prórroga do servicio militar para os estudantes e liberación do servicio para os doutorandos). Despois da caída da cortina de aceiro, tamén se ampliaron considerablemente as posibilidades de contactos internacionais.

Malia a todo isto, na maioría das escolas domina o sistema tradicional das leccións na aula. Persiste este

método aínda que os pedagogos se decatan perfectamente de que é historicamente arcaico e de que cómpre unha transformación radical. Precisamente, ese sistema tradicional provoca opinións como que a escola é un lugar onde se priva da liberdade artística e da iniciativa (os detalles, na película *Pink Floyd "The Wall"*). Sen embargo, moito depende das calidades persoais dos mestres. Contrastando co sistema oficial sempre existiron formas de ensino extraescolar; aplicándoas, os matemáticos rusos souberon crear para os nenos con talento un sistema alternativo de ensino matemático que, polas súas dimensións, é único e realmente viable.

Certamente fai falta algo máis có entusiasmo do mestre; outros factores tiveron aquí o seu papel. Nos tempos da Unión Soviética, debido ó desenvolvemento prioritario da industria da defensa, o prestixio da Matemática, a Física e maila Enxeñería acadou un nivel superior; así que os bos resultados nestas materias case se converteron no único criterio para valora-lo éxito persoal do alumno e da escola en xeral¹. Pódese dicir que a creación deste sistema foi o cumprimento dunha especie de encargo social por parte do Estado.

O sistema alternativo consta de dous elementos: facultativos de todo tipo e clases especiais para o estudo profundo da matemática. Aínda que o esquema organizativo das clases e do

profesorado está baseado no da escola oficial, polo seu espírito é todo o contrario. Aquí o alumno non é un mero espectador, senón alguén que se fai a si mesmo, que vai ás clases cos seus propios problemas e preguntas. Na aula, os nenos, mediante o intercambio dos seus logros persoais, proporciónanse uns ós outros novos coñecementos.

No sistema alternativo pode entrar quen queira a través das olimpíadas escolares, os contactos persoais cos mestres ou cos compañeiros da clase. Logo selecciónanse de xeito natural os máis dotados, xa que o futuro ensino se basea no interese particular do alumno.

O sistema está pensado de tal forma que de toda a multitude de matemáticos con talento que pasa pola escola só quedan nela para traballar coas futuras xeracións os que realmente saben ensinar e senten un gran cariño pola súa profesión.

O respecto á personalidade e un interese auténtico son as características clave nas relacións entre o alumno e o profesor. Isto favorece o propio sistema. O que non se fixo nin matemático profesional nin profesor, conserva durante toda a vida unha actitude especial fronte á disciplina. Ben a miúdo esta actitude hérdana os fillos; moitísimos alumnos das escolas especializadas en matemática teñen algún parente que sentiu esta paixón na súa vida.

¹ Hai que mencionar que o lóxico resultado dese proceso foi a excesiva produción de científicos de ciencias exactas na URSS. Na Rusia posterior á Perestroika xa non se observa este fenómeno.

O principio do sistema é o ensino continuo que afecta a tódolos niveis. Durante as vacacións hai escolas que se desprazan fóra da cidade, organizan olimpíadas e campamentos matemáticos de verán. O problema do paso da escola á universidade case non existe, pois nos cursos superiores son os propios estudantes das facultades de Matemáticas os que dan as clases, que deste xeito participan na vida escolar de modo moi activo.

Por distintas razóns, en Rusia é moi característica a extrema centralización das ciencias. A maioría dos institutos científicos e das universidades están en Moscova e nos seus arredores, en San Petersburgo e na cidade dos científicos, Novosibirsk. O sistema de ensino alternativo está ligado ós centros científicos do país. Por iso para os nenos das rexións periféricas o camiño para ser matemático preséntase moito máis complicado; para eles existe en Moscova un internado especial.

No sistema priorízanse as clases de colectivos: os nenos máis capaces dunha mesma idade estudian xuntos. O trato individual conséguese gracias á ampla participación no proceso de ensino dos estudantes das universidades matemáticas.

Quédanos por último a parte material. Ata o de agora o ensino segue a ser gratuíto; así aumentan as posibili-

dades de atraer ó sistema os nenos con máis talento. Por outra banda, se nos Estados Unidos o Estado convoca bolsas para o apoio de clases por medio dos programas individuais dalgúns alumnos considerados os máis dotados, en Rusia non se dispón de ningún apoio financeiro, se non se contan os premios para os vencedores das olimpíadas (que moitas veces son simbólicos).

Vexamos agora polo miúdo cómo vive este organismo tan grande e complexo.

2. CLASES EXTRAESCOLARES COS ALUMNOS

2.1 CÍRCULOS E FACULTATIVOS

Os círculos² de matemática representan o método máis tradicional de traballo con escolares de idades comprendidas entre os once e os catorce anos. O xefe do círculo pode ser un profesor de Matemáticas ou un matemático profesional. A través do contacto non formal, da lectura en común de libros interesantes, da resolución de problemas curiosos, a un bo mestre non lle ha custar moito interesar á maioría dos nenos na súa materia. Neste eido hai medios ben experimentados; por exemplo, un maravilloso libro de V. Lióvshina e E. Alexándrova, *Viaxes polo país dos liliputienses e o país de*

² O círculo é unha actividade extraescolar que non ten análogo no sistema escolar español. Trátase de grupos de alumnos (de distintos cursos) que se reúnen fóra do horario escolar baixo a dirección dun profesor. Os círculos poden te-la máis diversa orientación, por exemplo, círculo dramático, literario, círculo de debuxo, de matemática, etc. Non é unha actividade obrigatoria.

*Al-Dzebra*³, que pasa dunha xeración a outra. Dun xeito moi divertido trátanse as características da división, dos números perfectos, cómo escribían os números os pobos antigos, o triángulo de Pascal, as fraccións decimais infinitas, os números negativos e imaxinarios, ecuacións, extracción de raíces... A trama está construída en forma de diálogo entre tres nenos: Tania, Seva e Oleg, viaxeiros por un país que simboliza a Matemática. Durante esta viaxe coñecen o traveso Cero e maila nai deste, a Oito, a imaxinaria Unha e a Máscara Negra, e os grandes matemáticos Arquímedes, Leibnitz e Sofía Kovalévskaya.

Cando os nenos se fan un pouco maiores, empezan a participar na súa formación outros matemáticos. Para os escolares dos cursos superiores isto pode significar unhas clases facultativas máis serias noutra escola, ensino a distancia ou en directo por programas da universidade pero destinados á escola secundaria. Falaremos máis adiante destes últimos. Ben a miúdo o propio mestre de Matemáticas recoméndalles ós nenos dotados unha ou outra variante.

A partir de 1970 édítase a revista de divulgación científica *Kvant*, destinada a escolares e estudantes. Aquí publícanse artigos moi accesibles e asemade substanciosos. Ademais informa sobre as olimpíadas, sobre as escolas matemáticas de verán, publícanse pro-

blemas de tipo olimpíada moi interesantes, outros de xadrez..., e tamén problemas de ingreso nas clases de Matemáticas e nas escolas matemáticas e físicas a distancia, problemas de preparación para os exames de acceso á universidade, etc. Esta revista axudou a máis dunha xeración de escolares a achegarse ó ensino matemático alternativo. Velaquí só algúns dos títulos que publicou: “Cadrados máxicos”, “Outra vez sobre tetris”, “Se Aristóteles estivese no certo”, “A lóxica e o parlamento”, “Pirámides”...

Outra posibilidade que ten o escolar para informarse do sistema alternativo é participar nas olimpíadas matemáticas.

2.2 OLIMPIADAS

Os nenos, o mesmo cós pedagogos, amosan actitudes diferentes verbo das olimpíadas. Uns tómanas coma un deporte onde hai que aspirar á victoria; outros, seguindo o principio olímpico de que o máis importante é a participación e non a victoria, gozan nas olimpíadas anuais dun ambiente de comunicación e creatividade.

Os problemas que se propoñen nas olimpíadas son algo distintos dos da escola ou a universidade. “Os problemas da olimpíada están entre os problemas da escola e os problemas científicos”⁴. A esixencia complementaria para este tipo de problemas

3 V. Lióvshina e E. Alexándrova, *Viaxes polo país dos Illiputienses e o país de Al-Dzebra*, Moscova, 1967.

4 A. Ya. Kanel-Belov e A. K. Kovaldzi, *Cómo se resolven os problemas non estándar*, Moscova, MTsNMO, 1997.



A 39ª Olimpíada Internacional de Matemática tivo lugar do 10 ó 21 de xullo de 1999 en Taipei (Taiwán). Cada país contou cunha representación de non máis de seis persoas. Houbo equipos de setenta e seis países. En total, catrocentos dezanove escolares. O equipo ruso, formado segundo os resultados da Olimpíada de Rusia e de varias etapas de selección, recibiu dúas medallas de ouro, tres de prata e unha de bronce.

consiste en que “a busca do camiño cara á solución” ten que ser “a dificultade máis grande, pero a forma de soluciónalo” non ha requirir moitos esforzos. Do mesmo xeito se trata tamén a formulación do problema. Os problemas das olimpíadas distínguense de moitos outros polo feito de que a súa formulación é curta e clara. Cabe mencionar que a invención de problemas novos hai moitos anos que se considera como unha arte. Por exemplo, os que se propoñen para a Olimpíada Nacional de Rusia envíanos profesionais e afeccionados ás matemáticas de todo o país, e teñen que superar un concurso.

Os seus creadores son remunerados. Cada ano aparecen novas obras mestras e ese sistema sostén o alto nivel establecido na Olimpíada Nacional.

Cada problema é interesante en por si e para resolvelo o alumno ten que elaborar algo semellante a unha teoría científica pechada. Os resultados das olimpíadas permítenlles ós pedagogos destaca-los alumnos máis válidos, capaces de discurrir as pequenas teorías.

A máis importante é a Olimpíada Nacional. Divídese en cinco etapas que se realizan por todo o territorio do

país e en cada unha crece o nivel de dificultade dos problemas. A primeira quenda é para tódolos que queiran participar, son olimpíadas escolares.

Nas olimpíadas normais participan alumnos a partir de 5º a 7º grao e na Olimpíada Nacional a partir do 8º. Para a segunda quenda tamén se aceptan tódolos aspirantes; son as chamadas Olimpíadas Municipais.

A miúdo as Olimpíadas Municipais van acompañadas de sesións de cine, conferencias divulgativas sobre matemáticas e ás veces organízanse “festas matemáticas” para os escolares máis novos. Os vencedores son invitados ás Olimpíadas Rexionais, nas que o nivel de dificultade é considerablemente máis alto. Por último, a quinta etapa é a Olimpíada Nacional.

Dos vencedores da derradeira etapa da Olimpíada Nacional selecciónase un equipo que representará o país na Olimpíada Internacional. Para os escolares que superan as últimas fases e a selección para a Olimpíada Nacional, organízanse unhas reunións especiais nas que os rapaces se adestrán resolvendo problemas do tipo dos da olimpíada. Deste xeito éntrase tamén de paso no club informal da sociedade matemática.

Ademais da Olimpíada Nacional, celébrase dúas veces ó ano, na primavera e mais no outono, o Torneo das Cidades. Os torneos realízanse simultaneamente en moitas cidades do planeta, incluíndo tódalas grandes urbes

rusas. Para os gañadores convócanse voltas complementarias.

Nos últimos anos están sendo moi populares as olimpíadas de Soros, organizadas pola fundación Sociedade Aberta do mecenas americano George Soros. Esta olimpíada consta dunha fase de selección a distancia, a primeira oficial (na cal se admiten a maior parte dos participantes da volta de selección a distancia e por veces tódolos aspirantes) e dunha segunda fase oficial. Ós gañadores da derradeira entréganselles valiosos regalos e premios en metálico. Este feito distingue as olimpíadas de Soros doutras nas que os regalos son adoito simbólicos (pero non obstante útiles: a miúdo son libros de divulgación sobre matemática destinados ós escolares). Hai que mencionar que os organizadores da Olimpíada Nacional non confían moito no nivel dos problemas das de Soros, que non teñen gran tradición.

Citamos outras olimpíadas e torneos famosos:

— Torneo de Lomonósov (competicións multidisciplinares de Matemática, xogos matemáticos, Física e outras ciencias exactas na Universidade Estatal de Moscova, para os alumnos dos graos 7º-11º).

— Torneo matemático para os alumnos de graos superiores, “Copa na memoria de A. N. Kolmogórov”.

— Torneo xuvenil de matemáticos dos Urais (competición en equipo para os graos 6º-8º).

— Festival Internacional (de Odessa) xuvenil de matemáticos e físicos.

— Concurso Internacional de Matemática “Canguru”.

— Torneo de Arquímedes. É un ciclo de competicións de Matemática a distancia, persoais e en equipo, para os alumnos dos graos 5^o-11^o.

— Olimpíada de Kurchátov de Física e Matemática (graos 8^o-11^o).

— Olimpíada de Matemática e Criptografía (graos 9^o-11^o).

As olimpíadas teñen particularidades específicas relacionadas co seu carácter competitivo. Para acadala victoria non se esixen aquí só capacidades matemáticas, senón tamén saber concentrarse e reflexionar. Non é obrigatorio que un bo matemático pense rápido; na historia da Matemática hai moitos exemplos de matemáticos que pensaban lentamente e sen embargo obtíñan bos resultados nos seus campos. Coma en calquera outra materia, na Matemática hai velocistas e fondistas.

2.3 BATALLAS MATEMÁTICAS

Para os velocistas, a forma máis interesante de competir é unha batalla matemática. A batalla matemática é unha competición en equipo que se asemella moito ós torneos dos matemáticos da Europa medieval. Daquela tratábanse cuestións do tipo da trisección do ángulo e a cuadratura do círculo, que levaban normalmente a filosóficas discusións sen resultado e ata se

proferían insultos que aparecían despois nas páxinas dos tratados contemporáneos. ¿Non nacerían precisamente daquelas disputas moitas verdades científicas e a mesma noción de discusión científica?

As regras das batallas poden ser un pouco distintas, pero a súa esencia non cambia. Dous, por veces tres, equipos (por exemplo, de distintas clases, escolas ou cidades, ou formados ó choucos participantes doutra competición matemática) reciben unha lista con problemas e resólvenos durante unha hora e media ou dúas e media. Despois empeza a batalla.

Os equipos arróldanse na discusión do problema. Un representante dun equipo, o que expón, trata de demostrarla solución, e un representante do outro equipo, o opoñente, fai preguntas insidiosas. O xurado decide cáles son as preguntas esenciais; outras non se discuten. O que defende pode negarse por algún tempo a responder-las preguntas e terminar explicando a solución. O tempo deste informe é moi restrinxido, pero despois vén a etapa da discusión, e o defensor, segundo as esixencias do opoñente, explica o que non se comprendeu. Por cada informe e cada oposición os equipos reciben puntos que ó remata-la batalla determinan o equipo gañador.

Antes da batalla, o capitán analiza polo miúdo os resultados do equipo e traza a estratexia de combate. El planifica con qué problemas pode enfrontarse ó inimigo e conseguir puntos da

oposición, cáles son convenientes para a exposición propia e en qué orde se pode chama-lo equipo inimigo. Nun equipo ben organizado cada un dos seus membros coñece o que poden facer os demais. Por iso primeiro todos solucionan os problemas fáciles e despois reúnen para resolve-los difíciles que queden. Se alguén ten unha idea compártea cos outros e compróbana. O capitán controla que non se fagan os mesmos cálculos por distintas persoas. Todo isto non ten moita relación coa matemática, é o lado competitivo da batalla.

¿Que teñen de particular as batallas matemáticas? Durante as batallas fanse preguntas que non lles xorden ós alumnos en condicións normais. Sucede que unha pregunta sinxela a primeira vista resulta moi difícil e o alumno non atopa saída. Isto serve para que se preste máis atención ás demostracións. O que parece evidente en principio pode ser simplemente incorrecto e viceversa, cando non se presta atención a algo; este algo semella unha evidencia absurda. Por exemplo, a principios de século os matemáticos souberon dividi-la bóla en cinco partes (segundo a teoría de conxuntos) e despois facer destas cinco partes dúas bólas do mesmo tamaño ca antes (trátase do chamado axioma de elección, que por intuición parece non menos correcta có axioma de Euclides das rectas paralelas) ¿Absurdo? Non, é un teorema.

2.4 ESCOLAS DE VERÁN

Esta forma de ensino dá a posibilidade de mostra-las súas capacidades, non só ós velocistas senón tamén ós fondistas. A escola de verán é unha simbiose entre a escola, os círculos e o campamento de verán. Do campamento, a EMV (Escola Matemática de Verán) ten o descanso, o río, as excursións ó bosque e o deporte. Pero é unha escola, xa que en primeiro lugar os alumnos veñen aquí para estudar. Para conseguir unha praza na EMV hai que pasar por unha olimpíada de ingreso. Os profesores chegan a este lugar porque lles gusta o seu traballo e os nenos, e estes respóndenlles reciprocamente.

Hai clases obrigatorias e non obrigatorias. Tódalas clases obrigatorias son de Matemáticas e as non obrigatorias poden tratar de calquera tema que poidan e queiran desenvolver os profesores diante dos alumnos. A miúdo estas actividades reciben o nome de clubs.

Nas clases de Matemática da EMV préstase moita atención á fundamentación para que o alumno, pola súa propia conta, chegue á necesidade de fundamenta-lo método e sinta toda a súa forza. Os profesores con experiencia saben que para os alumnos é moito máis interesante demostrar un teorema do que xa coñecen o funcionamento que demostrar un teorema abstracto.

Nas clases complementarias discútense temas que se saen dos límites das clases obrigatorias e incluso

algunhas cuestións científicas. Moitos coñecidos problemas matemáticos pódense explicar facilmente a un escolar. Así é, por exemplo, o gran teorema de Fermat⁵, formulado hai trescentos anos pero demostrado hai pouco. Este teorema de doada formulación é complicado, aínda que na súa demostración hai uns corolarios relativamente sinxelos que poden entender os alumnos.

2.5 A FACULTADE MENOR DE MECÁNICA E MATEMÁTICA

É comprensible que non se atopen en cada escola entusiastas profesores ansiosos de ensinar matemáticas despois das clases ós alumnos dotados. Para axuda-los nenos a que se interesen por problemas fóra do programa escolar, na Facultade de Mecánica e Matemática (FMM) da Universidade Estatal de Moscova creouse hai unhas décadas a Facultade Menor.

Na Facultade Menor de Mecánica e Matemática poden ingresar os alumnos que non están na primaria. O ingreso é a vontade de cada un. As persoas que asisten a ela xa teñen interese de seu polas matemáticas, as súas propias preguntas e aprecian a beleza dalgún problema matemático, pero precisan axuda. A maioría dos profesores da Facultade Menor son estudantes de Matemática que aínda onte eran escolares. Nas súas clases ensinan o máis interesante, segundo o seu punto de vista. É dicir, aquí revélanse os temas

que non entran no programa escolar, vense as particularidades matemáticas.

Outro trazo que distingue a Facultade Menor da escola é o ambiente non oficial das clases. Na escola o alumno ten que asistir ás clases e facelos deberes; aquí nos os hai. Os que asisten unha vez e non lles gusta xa non aparecen a segunda e non molestan os demais. Por iso, tódolos alumnos que frecuentan a Facultade Menor Mecánica e Matemática van ás aulas con gusto e gran desexo de estudar. O mesmo se pode dicir sobre os estudantes que ensinan na facultade; para eles é un traballo gratuíto (se somos máis precisos, desde hai algún tempo os estudantes prémianos cunha chokolatina), por iso o único estímulo é a propia clase, o encontro cos alumnos.

Non hai restricción ningunha con respecto á estrutura das clases. Os profesores son libres de elixir o estilo de conversa cos escolares que sexa máis cómodo para eles e para o temario. Habitualmente o profesor planifica a explicación dalgún método da seguinte maneira: primeiro propón algúns problemas sinxelos dun tema determinado. Os alumnos ven as coincidencias que aparecen nos problemas e así, logo de discutilo todos xuntos, fórmulase de modo máis preciso o método. A reacción dos rapaces despois de resolveren un problema que parecía tan complicado a primeira vista é a esperada: a alegría e a admiración

⁵ Para todo enteiro $n > 2$, calquera ecuación $x^n + y^n = z^n$ ten solución distinta de cero. Noutras palabras, para calquera enteiro x, y, z, n tal que $n > 2$ y (x, y, z) non sexa igual a $(0, 0, 0)$, o enteiro $x^n + y^n$ non é igual ó enteiro z^n .

por esta ciencia é difícil de ocultar. Estas emocións incitan os nenos a seguir adiante. O mesmo se pode dicir dos profesores.

Cabe mencionar que unha porcentaxe bastante elevada de alumnos da Facultade Menor de Mecánica e Matemáticas, despois de remata-los seus estudos secundarios, ingre-

san nas facultades de especialidades físico-matemáticas, incluída a Facultade Maior de Mecánica e Matemática. Con todo iso pódese afirmar que a lóxica e a mentalidade que se desenvolve na Facultade Menor sen dúbida ningunha influirán na realización do estudante na ciencia moderna.



Edificio principal da Universidade Estatal de Moscova. A Facultade de Mecánica e Matemática está situada no décimo sétimo andar.

2.6 O ENSINO MATEMÁTICO CONTINUO

A principios dos anos noventa, en Moscova, dentro do sistema do ensino matemático alternativo, apareceu un elemento novo: o Centro de Ensino Matemático Continuo de Moscova. Este centro encargouse da organización e funcionamento de practicamente tódalas olimpíadas matemáticas de Moscova e da coordinación do traballo de numerosos círculos para os escolares. Por exemplo, cada ano o centro celebra torneos de Matemática para os alumnos de 8º a 11º.

Aquí tamén existen cursos de capacitación profesional para os profesores que dan Matemáticas na escola, debido a que o centro colabora con moitas grandes universidades e sociedades matemáticas de Rusia.

É sumamente importante a actividade editorial do centro, porque agora o Estado non dá financiado no nivel axeitado as edicións científicas e de divulgación, que non son rendibles economicamente. Neste campo xa se sente un certo déficit. Da editorial do centro saen coleccións de problemas de olimpíada coas solucións ó final, coleccións da serie "Instrucción matemática" que tratan as cuestións da Matemática moderna, conferencias divulgativas para os escolares e estudantes, materiais de historia e metodoloxía das matemáticas, problemas do ensino

matemático, informes científico-metódicos, crónica da vida matemática, olimpíadas e outras competicións matemáticas.

3. AS CLASES ESPECIALIZADAS EN MATEMÁTICAS

O traballo cos escolares fóra da clase, os círculos, as leccións facultativas, as olimpíadas, etc., desenvólvense paralelamente ó ensino na escola. Estas clases non afrouxan os postulados do sistema tradicional senón que o complementan, o que representa un desafío tanto para os nenos coma para os pedagogos.

Pero resultou que nalgúns casos particulares o sistema oficial podía ser mellorado considerablemente implantando métodos de ensino facultativos. Así, nos anos sesenta e setenta apareceron dentro da escola oficial clases especializadas no estudio profundo das Matemáticas. A miúdo entraban alí os nenos máis dotados de tódolos grupos dun curso da mesma escola e os demais continuaban os seus estudos co ritmo normal. Para os nenos máis capacitados abríronse en Moscova dúas ou tres escolas especializadas e un internado para os moscovitas⁶.

O grao de distanciamento dos métodos estándar pode variar. Nas clases de Matemáticas non sempre reina

⁶ Unha das posibilidades de estudar a fondo Matemáticas para os nenos que viven lonxe das capitais científicas son as escolas matemáticas a distancia, formadas na Facultade de Mecánica e Matemática e noutras universidades. As escolas a distancia ocupan un lugar intermedio entre as clases especializadas e as facultativas: os seus problemas parécense ós dos círculos, das olimpíadas e das escolas de Matemática, pero a comunicación entre o profesor e o alumno establecece por correo.

aquela atmosfera informal e o diálogo entre o profesor e o alumno (sen pensar nas notas, o que distrae ámbalas partes do contido matemático) que existen nas clases facultativas. Pero para un profesor de Matemáticas é unha oportunidade de traballar cun programa máis interesante cun continxente máis ou menos homoxéneo de alumnos dotados.

Alí, onde se empregan amplamente métodos de ensino máis democráticos, en comparación cos círculos, os coñecementos danse dun xeito máis sistemático, sen falta de argumentacións, o que ademais permite conseguir a solución daquelas partes difíciles que non se resolven nos círculos.

Para formar unha clase de Matemáticas na época soviética, cumprían serios esforzos non só por parte do profesor de Matemáticas ou Física, senón tamén da administración da escola. Había que ter como mínimo un colectivo de partidarios da idea. Pero nin sequera isto garantía o éxito. Moitas escolas liberais con clases de Matemáticas foron aniquiladas durante as limpezas ideolóxicas do Partido.

Desde aqueles tempos cambiaron moitas cousas. Agora, en Rusia, a carreira de Matemáticas non ten prestixio, por iso nos últimos anos, a pesar da democratización global da vida do país, practicamente non aumentou o número de clases desta materia. En Moscova hai máis de mil cincocentas escolas secundarias e delas polo menos vinte teñen clases de Matemáticas e

Físico-matemáticas para os cursos superiores (é dicir, menos do 1,5 %). A miúdo nas escolas, onde xa hai clases de Matemáticas especializadas, baixo o mesmo teito organízanse tamén as clases doutra especialidade, por exemplo de Bioloxía ou de letras. Polo de agora a maior parte destas escolas son estatais.

Non hai que pensar que as materias comúns se exclúen ou se poñen máis fáciles nos grupos de Matemáticas. Ó revés, as disciplinas soben o seu nivel con respecto á escola secundaria normal.

Falaremos só dunha destas escolas de antigas tradicións e de prestixio internacional.

3.1 A ESCOLA ESTATAL DE MOSCOVA NÚMERO 57

Hai máis de cento vinte anos, un célebre activista da instrución rusa, que logo foi chamado “o avó das facultades obreiras”, Karl Mázing, fundou



Escola Estatal de Moscova número 57.

un colexio privado que despois da Revolución de Outubro (1917) foi transformado nunha escola famosa polo seu alto nivel de ensino. Nesta Escola de Ensino Estético, ata as dúas da tarde cursábanse as materias comúns, despois comían, descansaban un pouco e empezaban as clases doutro carácter: ximnasia rítmica, arte dramática, escultura, canto, etc. Na actual escola número 57, logrouse en moitos aspectos conserva-lo ambiente informal daqueles tempos e o interese mutuo do profesor e o alumno no proceso educativo.

Ó longo dos últimos trinta anos, esta escola ocupa unha das primeiras posicións e nalgúns períodos foi, sen dúbida, a máis forte das escolas de Matemáticas de Moscova. Como proba disto poden servir, por exemplo, as victorias dos seus alumnos nas olimpíadas (aínda que as clases, segundo os seus principios, non se dedican a preparas) e o ingreso da maioría dos graduados nos mellores departamentos das universidades de Moscova; gracias ós éxitos destes, a escola ten sona nos círculos científicos non só rusos, senón tamén de moitos países do mundo.

Nas clases de Matemáticas da escola (entre catro e dez por semana) úsase o chamado sistema dos boletíns, implantado por primeira vez nos anos sesenta por un famoso profesor e organizador das olimpíadas matemáticas, N. N. Konstantínov, en varias escolas moscovitas. A esencia deste sistema, que representa unha alternativa á instrucción con manual, é a seguinte: a tódolos alumnos, de cando en vez,

entréganselles uns boletíns (de unha a tres páxinas) cos problemas e tódalas definicións necesarias; a explicación do novo material no encerado dáse en casos excepcionais. Nos boletíns hai problemas de distintos tipos: algúns son exercicios de comprensión das definicións e prácticas técnicas; outros poden ser bastante difíciles e esixir para a súa resolución a invención dun método novo por parte do alumno. No seu tempo, nestes problemas podían considerarse importantes resultados científicos, como, por exemplo, moitos teoremas do curso de análise matemática. É moi importante o feito de que o alumno se ve obrigado a pasar de novo por algunhas etapas do desenvolvemento da Matemática. En comparación cun estudante que está nun curso universitario coa mesma análise matemática e que, usando os resultados dos matemáticos dos séculos pasados só ten que entende-las formulacións e demostracións de tódolos teoremas do curso, un escolar, estudiando polo sistema dos boletíns, guíase unicamente polos problemas-teoremas, pero o camiño ata a solución búscalo polo a súa conta.

Cada alumno ten que presentar persoalmente as solucións dos seus traballos diante dun profesor invitado especialmente para isto. Normalmente non son profesores da escola, senón un grupo de matemáticos profesionais formado xeralmente por estudantes e doutorandos da Facultade de Mecánica e Matemática da Universidade de Moscova (estes entusiastas traballan na

escola voluntariamente, sen cobrar ou recibindo moi pouco diñeiro). Os profesores invitados son tantos que cada estudante traballa nun grupo de non máis de tres ou catro alumnos.

Na maioría dos casos, pídeselle ó alumno que escriba a solución e que a explique oralmente. Isto permítelles ós profesores indicarlles tódolos seus erros e conseguí-la comprensión oral total, así como controla-la forma correcta da argumentación das afirmacións que semellan evidentes. Todo isto é moi importante para o desenvolvemento da mentalidade lóxica e o sentimento da rixidez matemática dos escolares que pensan relaciona-la súa vida coa ciencia: el é que a miúdo as afirmacións evidentes non resultan tan triviais ou simplemente incorrectas, e non só nas clases dunha escola. Basta con lembra-lo gran Teorema de Fermat, que foi demostrado por el mesmo hai tres séculos, pero outros matemáticos, despois de moitos fracasos, lograron demostralo nos últimos dez anos e en centenaes de páxinas.

Ás veces os docentes, para non interrompe-lo proceso natural das cousas, permiten que dous alumnos resolvan xuntos un ou dous problemas, feito que sen embargo non rompe o ambiente xeral dunha competición honrada.

O trato co profesor nun clima informal permite que o propio transcorrer das clases se faga interesante e consiga apaixonar-los nenos. A miúdo, ana-

lizando as solucións, conta ós rapaces algúns datos interesantes da aplicación das Matemáticas comprensibles para un escolar, pero que non aparecen nos boletíns. Tamén fai preguntas complementarias que en seguida son obxecto de acaloradas discusións. Pola súa forma, este diálogo entre profesor e alumno semella máis ben unha conversa de dous colegas. Moitas veces as discusións matemáticas seguen durante as excursións ó bosque. Organízanse saídas turísticas ás montañas ás que se unen outros matemáticos, físicos profesionais, estudantes e doutorandos da Facultade de Mecánica e Matemática e da Universidade de Física e Técnica de Moscova⁷.

Os boletíns divídense en obrigatorios (con posibilidade dalgúns problemas non obrigatorios) e complementarios, é dicir, non obrigatorios. Durante tres ou catro anos de ensino acumúlanse uns sesenta boletíns ós que non se lles poñen notas. Os prazos para entregalos son individuais. En xeral, o propio ambiente e o sentimento de que o profesor vén á clase para traballar especificamente contigo non deixa posibilidade á mala aplicación.

Os profesores da escola número 57 destacan como principios pedagóxicos fundamentais do sistema “o enfoque individual dirixido a cada alumno dentro da instrución en grupo, as altas esixencias do nivel profesional e as capacidades pedagóxicas dos profesores, a formación de alta motivación dos

7 A Universidade de Física e Técnica de Moscova foi fundada a mediados do século XX.

alumnos polo estudio da Matemática, formación dun ambiente psicoloxicamente benévolo que propicia o máximo desenvolvemento das capacidades do escolar”⁸.

O programa que se implanta deste modo inclúe normalmente unha introducción á teoría de conxuntos, á teoría elemental de números e á ampliación de álgebra (por exemplo, o teorema menor de Fermat e o teorema chinés de residuais; números de Fibonacci; introducción á teoría de grupos; unha estricte definición e calidades dos campos de números racionais, reais e complexos; calidades dos polinomios; números de Bernoulli), introducción á álgebra lineal, unha parte considerable do curso universitario da análise matemática, teoría de grafos (e ás veces introducción á topoloxía). Sen embargo, como sinalan os mesmos autores, “o contido dos boletíns é só unha parte exterior do proceso de ensino. A súa esencia está nunha estricte relación entre o profesor, que pode ensinar, e o alumno, que quere aprender”.

Mencionamos de novo que o obxectivo máis importante, conseguido cos boletíns de problemas, non é a consolidación do material nin o control dos coñecementos, nin a preparación dos escolares para as olimpíadas e os exames de acceso. O obxectivo consiste en darlle ó alumno a posibilidade de buscar ideas pola súa conta e inventar métodos; concibi-la estrutura das reflexións matemáticas, nocións de

demostración e de corrección, desenvolvemento histórico da Matemática mundial; desenvolve-la intuición (método inductivo), a lóxica (método deductivo), o razoamento espacial e a mentalidade algorítmica. As clases segundo o sistema de boletíns, con algunhas restriccións (por exemplo, un escolar non aprende practicamente a formular un problema, senón que resolve os propostos), parecen un traballo de investigación científica: achéganse a algúns aspectos e preparan o terreo para a posible futura actividade científica do graduado escolar. Son coñecidos casos nos que nos boletíns foron incluídos como problemas cuestións aínda non resoltas e os alumnos puideron sentir eles mesmos que non para tódalas preguntas hai preparadas contestacións.

Deste modo, o obxectivo principal é ensinar a pensar (polo menos no sentido que supón o traballo dun matemático profesional) e en segundo lugar dar coñecementos básicos na preparación matemática. Algunhas modificacións deste sistema empezaron a utilizarse tamén nas clases de Física e Informática. Por outra parte, nos mesmos grupos dáse a Xeometría mediante un sistema parecido ó tradicional –seguido un manual, con explicacións do profesor no encerado, tarefas para a casa e controis–. No último curso (11^o) a intensidade das clases do sistema de boletíns diminúe, xa que se dedica máis tempo á solución de problemas de

⁸ B. M. Davidovich, P. E. Pushkar e Yu. V. Chekánov, *Análise matemática na escola número 57*, Moscova, MTsNMO, 1998.

concurso para o exame de ingreso na universidade.

Naturalmente, son moitos os aspirantes a estudar na escola número 57. ¿Como se realiza a selección? Nas clases de Matemática entran nenos a partir do 8º ou 9º curso (nos cursos máis baixos estudian nenos ‘normais’ polo sistema tradicional). Para ingresar nestas clases hai que pasar por exames de acceso que poden chegar a ter seis niveis. Con todo isto elimínase o noventa por cento dos aspirantes.

Os que pasan o concurso ‘pagan’ pola posibilidade de recibir unha magnífica preparación cun aumento de dedicación ás clases; pero tamén han deixar outras afeccións serias (a música, o deporte, a informática...), apartarse en certo modo da familia e mais dos amigos. Pode xurdir ademais un problema psicolóxico relacionado coa autoestima, debido a que tralo traslado a esta escola moitos nenos teñen que revaloriza-las súas capacidades en compañía doutros nenos prodixio coma eles.

A aqueles que superen tódolos problemas e rematen a escola, espéranlles a miúdo un gran futuro. Non posúen só excelentes capacidades e moi boa preparación, senón tamén unha gran forza de vontade, seguridade e aspiración na busca científica. A maioría dos graduados da escola número 57

entran sen problema na Facultade de Mecánica e Matemática da Universidade de Moscova, outros na Facultade de Física e o resto nas universidades físicas e na recentemente formada Universidade Independente de Moscova. Moitos dos célebres rapaces matemáticos rusos saíron precisamente das clases de Matemática; por exemplo, na xa mencionada Olimpíada Internacional de Taiwán, a graduada da escola número 57, Irina Anno, recibiu a medalla de prata.

3.2 INTERNADO KOLMOGÓROV

Un dos exemplos máis curiosos na organización do ensino matemático alternativo é o Internado Kolmogórov da Universidade Estatal de Moscova, chamado oficialmente Centro Especializado de Ensino Científico. O internado foi fundado en 1963 por Andrey Nikoláevch Kolmogórov⁹ e compañeiros que compartían as súas ideas. O obxectivo era atraer-los escolares



Internado Kolmogórov.

⁹ A. N. Kolmogórov, académico da Academia de Ciencias Rusa, é un dos matemáticos soviéticos máis famosos e fixo a súa destacable contribución nos campos máis diversos das matemáticas. Foi o fundador da teoría axiomática de posibilidades e xunto cos seus colegas occidentais creou a teoría matemática da información e a entropía.

de provincias á Matemática e á vida universitaria, populariza-la propia profesión do matemático mostrándolles ós alumnos dos últimos anos, cunha linguaxe comprensible, os interesantes resultados da Matemática contemporánea.

No internado viven e estudian normalmente os escolares dos últimos dous anos da escola que superaron os exames de acceso organizados en distintas cidades de Rusia. Proveñen de todo o país e a maioría deles, tras cursalos seus estudos no internado, ingresan nas universidades de Moscova. Hoxe en día non só se dán clases especializadas de Matemáticas senón tamén de Física, Química, Informática, Bioloxía e outras disciplinas, en total máis de dez. Os alumnos obteñen algúns dos mellores resultados nas olimpíadas, os seus graduados destacan pola súa capacidade de traballo, polos hábitos técnicos e o seu alto potencial científico. Entre eles hai moitos matemáticos profesionais novos.

A forma de ensino está moi próxima ó ensino universitario. Hai clases teóricas e seminarios prácticos e unha gran cantidade de cursos especiais optativos, nos que se lles explican ós alumnos as teorías matemáticas máis variadas e as súas aplicacións, os últimos logros dos matemáticos rusos e estranxeiros, e ás veces mesmo se lles propoñen problemas de certo valor científico. Como norma, a dificultade destes problemas está condicionada por razóns técnicas (por exemplo, cando hai que face-la selección de casos

e investigar cada un deles). Este sistema permite xa antes de ingresar na universidade ter unha idea sobre algúns problemas e métodos da ciencia contemporánea, elixir con motivación unha universidade ou facultade para estudar e contactar cos seus representantes.

Os alumnos expoñen os seus resultados científicos nas clases do internado, nas conferencias científicas escolares que se organizan de vez en cando en distintas cidades de Rusia e tamén nos seminarios científicos na Universidade de Moscova. Os alumnos do internado van de excursión turística con seus profesores e participan activamente nas escolas e olimpíadas de verán.

As clases no internado son sumamente intensas e dinámicas. Cada día empeza cunha ximnasia matinal nun campo que forma parte do territorio escolar. Case a cotío hai un ou varios controis; as tarefas para a casa son voluminosas e constan de cálculos que teñen que facerse coidadosamente, de problemas difíciles, e para solucionarlos un ten que se orientar moi ben nos métodos estudiados nas clases e seminarios. Nas clases teóricas e nos seminarios, os profesores sempre tratan de conseguila completa comprensión, abrindo o lado cualitativo da cuestión, dando exemplos ilustrativos e implantando unha nova noción só despois de que algúns casos particulares dela xa están ben estudiados. Por exemplo, antes de empezar coa noción de conxunto e de correspondencia estúdiense

durante un longo período as figuras planas e multidimensionais, movementos e transformacións de similitude, etc. A definición de grupo abstracto aparece de modo natural ó ve-los grupos de transformacións, en particular, grupos de simetría de figuras e grupos de substitución, etc.

Gracias a estas clases tan intensivas, con un ou dous anos no internado conséguense un bo nivel estable de Matemática e altos resultados nas solucións dos problemas de olimpíadas e concursos. Estes resultados non son peores cós dos graduados da escola número 57 que pasan alí tres ou catro anos. Ademais, os alumnos do internado, ó que rematan, son capaces de desenvolver unha intensiva actividade matemática independente.

Para concluír, hai que mencionar que en San Petersburgo tamén hai magníficas escolas de Matemática; en primeiro lugar destaca o liceo número 239, que polos éxitos dos seus alumnos nas olimpíadas rusas e internacionais pode compararse coa escola número 57 de Moscova e co internado. Na olimpíada de Taiwán, en 1998, os alumnos deste liceo Nikolai Dúrov e Antón Rózenberg recibiron medallas de prata.

4. A ESCOLA SUPERIOR DE MATEMÁTICA

Onde primeiramente se dirixen os novos talentos matemáticos de Moscova é á Facultade de Mecánica e Matemática (FMM) da Universidade



Escola Superior de Matemática.

Estatal de Moscova e á Universidade Independente.

A FMM é unha escola con tradicións seculares. Desde o principio houbo na Universidade Estatal de Moscova –fundada en 1755– clases teóricas de Matemática. A Facultade de Física e Matemática creouse en 1804 e o seu desenvolvemento levou á formación de cátedras de Matemática pura e aplicada (1804) e de Mecánica (1863). A Facultade de Mecánica e Matemática naceu en 1933 e tiña tres departamentos: Matemática, Mecánica e Astronomía. Máis tarde, o Departamento de Astronomía foi trasladado á Facultade de Física. En 1970 algunhas cátedras leváronse á recente Facultade de Matemática de Cálculos e Cibernética. As investigacións teóricas e aplicadas de matemática na Universidade foron dirixidas por famosos catedráticos como P. L. Chébishev, N. E. Zukóvski, S. A. Chaplugin, N. N. Lúzin, P. S. Alezándrov, A. N. Kolmogórov, S. S. Sóbolev, I. G. Petróvski, M. A. Lavréntiev e M. V. Kéldish.

Hoxe en día a FMM é un dos centros máis grandes do mundo no campo da mecánica e as matemáticas. Arredor de trescentos cincuenta catedráticos, doutores, asistentes e colaboradores científicos ensinan a máis de dous mil estudantes. O Departamento de Matemática consta de quince cátedras (entre elas existen, por razóns históricas, tres cátedras de Xeometría e Topoloxía) e o de Mecánica de oito.

A diferenza da FMM da Universidade Estatal de Moscova, a Universidade Independente de Moscova (UIM) foi fundada hai pouco, en 1991, por iniciativa dun grupo de famosos matemáticos, formado por membros da Academia de Ciencias de Rusia: V. I. Arnold, S. P. Nóvikov, Ya. G. Sinai, L. D. Fadéev, N. N. Konstantínov e moitos outros. A UIM apareceu como un centro non estatal de ensino superior para a preparación de matemáticos profesionais. Agora a UIM está no edificio do Centro de Instrucción Matemática Continua de Moscova e a ela veñen dar clases moitos matemáticos rusos que de momento traballan en Europa ou nos Estados Unidos.

En moitos aspectos esta Universidade foi formada á imaxe da elitista Escola Normal Superior de París, onde o acceso ós estudos de dous anos do Departamento de Matemática concédesse só a corenta ou corenta e cinco persoas por ano. O concurso para ingresar nesta escola supera as tres mil persoas por praza. Isto divide a tódolos franceses en dous bandos: os que ingresaron e os que non o conseguiron. O 'selo' de

non ingresado resulta a miúdo máis significativo ca tódalas categorías científicas. Afortunadamente, a UIM ten unha variante máis democrática de ingreso. Sen embargo, nótase o método abstracto-formal e alxébrico-estructural no ensino dos estudantes e na actividade científica, tan característico para a Escola Normal Superior de París e para toda a matemática francesa en xeral. De aquí provén este artificial toque de elite. Dito doutro xeito, na UIM a construción de teorías xerais prevalece adoito sobre a solución de problemas concretos.

A pesar de que algúns profesores da Universidade Estatal de Moscova traballan tamén na UIM e os alumnos da última estudian tamén na FMM, os métodos de ensino e a actitude cara á profesión do matemático nestas dúas universidades son distintos.

Na UIM estudian relativamente poucos estudantes: só corenta ou corenta e cinco por curso (de Matemática), e ademais o número de alumnos é menor nos cursos superiores. Na FMM entran cada ano uns catrocentos alumnos. En cada cátedra hai tradicións que poden ser moi distintas. Aquí tamén se estudia Estatística, Matemática e Informática. Na FMM as esixencias son máis formais e o estudante poden expulsalo por faltar ás clases. Na UIM non prestan tanta atención á asistencia e tratan de face-los exames por escrito para que a nota sexa máis obxectiva.

A xente que está na UIM valora sobre todo a Matemática e non pensa nos beneficios económicos do seu futuro laboral, aínda que hoxe en día moitos estudantes teñen unha actitude pragmática en relación coa profesión. Aquí temos unha desas opinións: “Quizais non estea mal a Matemática pura pero gustaríame ó mesmo tempo recibir algúns coñecementos prácticos para a miña futura profesión. Din que existe a Matemática de finanzas, moi útil nos bancos, e a Matemática aplicada. Nun futuro gustaríame face-lo doutoramento nos Estados Unidos e despois buscar alí traballo, recibi-la carta verde...” Na UIM respóndenlle o seguinte: “Claro que moitos dos nosos

alumnos continúan os seus estudos no estranxeiro. Pero se a Matemática non lles interesa por si mesma, senón como un medio para busca-la vida, de alí non sairá nada bo”. (“Respostas non oficiais a preguntas non oficiais”)¹⁰.

A supervivencia desta visión maximalista na Rusia contemporánea verase co tempo, pero polo de agora os matemáticos novos teñen ónde elixir.

Os meus agradecementos ós estudantes de cuarto curso da FMM da Universidade de Moscova, Rustam Sadíkov, Román Mijáilov e Serguei Mélikhov por axudarme na busca de informacións tan valiosas.



¹⁰ <http://www.mccme.ru/iuim/FAQ.html>, só en ruso.