

«Evaluación del Parlamento Vasco (1990-1994): Una Aplicación de la Teoría de Juegos» *

En este trabajo se analizan distintos índices de poder y se aplican al Parlamento y a las Diputaciones Vascas para medir el poder de cada partido representado en estas instituciones. Poder que no es proporcional al número de escaños de cada partido sino función de su capacidad para lograr que una decisión sea adoptada, la cual depende de cómo se distribuyen los escaños entre los restantes partidos políticos. Mediante estas aplicaciones se intentará explicar la racionalidad del primer Gobierno Vasco de coalición tras las elecciones de 1990 y el porqué de su ruptura tras las elecciones de 1991 a Juntas Generales; ruptura que supuso la constitución del actual gobierno. Finalmente, se contrastan los índices de poder obtenidos para cada uno de ellos con el poder económico real de los partidos miembros de estos dos gobiernos, medido en función de las dotaciones presupuestarias manejadas por cada partido en sus respectivos Departamentos.

Lan honetan botere-indize desberdinak aztertzen dira Eusko Legebiltzarrari eta euskal Diputazioei aplikatuz, alderdi politiko bakoitzak erakunde horietan duen ordezkaritza neurtzearen. Eta gertatzen da botere hori ez dela alderdi bakoitzak dituen aulkien proportziokoa, baizik eta erabaki bat harrarazteko duen ahalmenaren araberkoa, eta hori, jakina, aulkiak gainerako alderdi politikoen artean nola banatuak dauden, horren pentsutan dago. Aplikazio hauen bitartez, 1990eko hauteskundeen ondorioz sortu den koalizioko lehen euskal gobernuaren razionalitatea eta 1991ko Batzar Nagusietarako hauteskundeen ondorengo haustura zergatik eman zen esplikatzeko saiaturako gara. Haustura horren ondorioz gaur egungo Gobernua eratu baitzen. Eta azkenik, horietako bakoitzak lortutako botere-indizeak kontrastatuko dira, lehengo Gobernua osatzen zuten eta oraingoa eratzen duten alderdien benetako botere ekonomikoa neurtuz, eta horretarako alderdi bakoitzak bere Sail egokien bidez manejatutako aurrekontu-zuzkiduretan oinarrituz.

Several are the indexes of power which are analysed in this paper, which are subsequently applied to the Basque Parliament and to the Basque Provincial Administrations (Diputaciones) so as to measure the power wielded by each party in these institutions. This power is not proportional to the number of seats each party has. It depends rather more on the capacity of each party to have a decision adopted, which depends much more on how parliamentary seats are distributed amongst the remaining political parties. By means of such reasoning, I shall try to explain the rationality of the first coalition Basque Government which was set up after the 1990 elections and the reasons behind its break up after the 1991 Provincial Parliament (Juntas Generales) elections. This break up was the origin of the present Government. Finally the power indexes obtained for each of these Governments is contrasted with the real economical power of the various political parties which made up these governments in terms of budgetary allowances for the various government Departments administered by each of the parties.

(*) Tesina de Doctorado realizada bajo la dirección de E. Iñarra.

1. **Introducción.**
 2. **Resultados preliminares y definiciones.**
 3. **Algunos índices de poder.**
 4. **Estructura política en el País Vasco.**
 5. **Evaluación del poder en el País Vasco.**
 6. **Relación entre índices de poder y poder económico real.**
 7. **Conclusiones.**
 8. **Apéndices.**
- Referencias bibliográficas.**

Palabras clave: poder político, poder económico, teoría de juegos
Nº de clasificación JEL: C7, D7

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo primordial de este trabajo consiste, en primer lugar, en evaluar el actual Parlamento Vasco con el fin de explicar el por qué de la formación del primer Gobierno Vasco entre PNV, EA y EE, y de su posterior ruptura tras las elecciones de 1991 a Juntas Generales; ruptura que dio lugar al actual Gobierno Vasco entre PNV, PSE y EE. En este sentido, aplicaré distintos índices de poder tanto al Parlamento como a las Diputaciones Vascas para explicar el cambio gubernamental que se produjo en 1991. En segundo lugar, se pretende contrastar la relación entre los índices de poder obtenidos para ambos Gobiernos Vascos con las dotaciones presupuestarias que manejaron y manejan los partidos miembros de estos dos

Gobiernos en sus respectivas Consejerías.

La idea para la realización de este trabajo surgió tras examinar un artículo de Francesc Carreras y Guillermo Owen (1988) en el que evaluaban, a través de la modificación de Owen (Owen, 1977) del valor de Shapley para juegos con uniones a priori, la racionalidad de la coalición de gobierno que se dio en el Parlamento Catalán durante la legislatura 1980-84. Asimismo, me ha servido de referencia un artículo de Luis C. Tomás Buisán (1990) en el que contrastaba la relación entre el poder político de las CC.AA. en España y la asignación territorial de los fondos públicos.

En este sentido, y siguiendo a Josep M. Colomer (1990), hay que señalar que,

en general, no se forman coaliciones con un número superfluo de miembros. Es decir, que los partidos tienden a constituir mayorías parlamentarias ajustadas, de modo que el reparto de tareas legislativas, actividad política, cargos y otras recompensas sea lo más favorable posible a cada uno de ellos.

Esto permite prever al menos dos cosas con cierta probabilidad. Primera, que cuando un partido obtenga una mayoría parlamentaria absoluta no formará coalición con ningún otro partido y gobernará en solitario. Segunda, que en los casos en que ningún partido tenga la mayoría absoluta en un Parlamento, se formará una «coalición vencedora mínima», definible como aquella coalición en la que la deserción de un partido la convertiría en minoritaria.

Este criterio del tamaño de la coalición debe ser complementado con otros. Uno de estos criterios es la distancia política entre los partidos susceptibles de llegar a un acuerdo, ya que una coalición entre partidos próximos en una dimensión ideológica determinada, requiere menos concesiones de cada uno de ellos para alcanzar un compromiso que una coalición entre partidos más alejados ideológica o políticamente. Otro criterio es el número de partidos, por el que es presumible que, en igualdad de condiciones, los partidos prefieran un reparto del poder entre un menor número de ellos que una coalición más plural.

Por otra parte, la amplitud de la coalición también depende de las expectativas de mantenimiento de la disciplina interna entre los miembros de los partidos implicados, de manera que el temor al transfuguismo individual puede hacer que se prefieran coaliciones algo más amplias de lo necesario desde

un estricto punto de vista aritmético.

Señalar finalmente que el reparto de poder entre los partidos coaligados no tiene que ser necesariamente proporcional al apoyo electoral obtenido por cada uno de ellos ni al número de parlamentarios con que cuenta, sino que suele depender de la fuerza que proporciona a un partido sus posibilidades de participación en coaliciones vencedoras.

El trabajo se organiza como sigue: La sección 2 introduce ciertos resultados preliminares de juegos cooperativos. En la sección 3 se analizan los distintos índices de poder que voy a utilizar. En la sección 4 se describe la estructura política en el País Vasco. En la sección 5 se muestra y comentan los resultados de las aplicaciones de estos índices al Parlamento y a las Diputaciones Vascas. En la sección 6, y según los Presupuestos Generales de la CA del País Vasco, se contrasta la relación entre los índices de poder calculados y el poder económico real de cada partido integrante del primer y segundo Gobierno Vasco. La sección 7 recoge las conclusiones del trabajo, la sección 8 recoge dos apéndices donde se tratan axiomáticamente los índices de poder utilizados, y, finalmente, se recogen las referencias bibliográficas en las que se ha basado este trabajo.

2. RESULTADOS PRELIMINARES Y DEFINICIONES

Definición 1.-Un juego cooperativo en forma característica clásica con pagos laterales es un par (N,v) donde $N = \{1,2,\dots,n\}$ es el conjunto de los n jugadores, y $v; 2_n \rightarrow R$ es una función, denominada función característica del juego, tal que:

- (i) $v(\emptyset)=0$
 (ii) $\forall S, T \subseteq N: S \cap T = \emptyset;$
 $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$

donde (ii) es la condición de superaditividad, es decir, la que nos asegura los incentivos a formar coaliciones de mayor cardinal.

En todo juego (N, v) , $v(S)$ será interpretado, para cada $S (\neq \emptyset) \subseteq N$, como el mayor pago agregado que la coalición S puede garantizarse por sus propios medios.

Definición 2.-Un juego simple es un juego (N, v) donde v toma sólo valores 0 ó 1. Una coalición s se dice ganadora si $v(S) = 1$, y perdedora si $v(S) = 0$.

Definición 3.-Un juego de mayoría ponderada es un juego simple (N, v) que puede representarse por el vector $[q, W_1, W_n]$, donde W_i denota el número de votos de que dispone el jugador i , y q denota el mínimo de votos necesarios para que una coalición sea ganadora. En el caso de decisión por mayoría simple, el valor de q es igual a la mitad más uno de la suma de los pesos.

En general, la mayoría q debe cumplir la siguiente restricción:

$$\frac{1}{2} \sum_i W_i < q \leq \sum_i W_i$$

donde W_i indica el número de votos (o escaños) de que dispone el jugador i .

En los juegos de poder, la función característica se convierte en una función binaria que asigna a cada coalición un valor 0 ó 1, según la siguiente definición:

donde v es simple y superaditivo.

$$v(S) = 0 \text{ si } \sum_{i \in S} W_i < q$$

$$v(S) = 1 \text{ si } \sum_{i \in S} W_i \geq q$$

3. ALGUNOS ÍNDICES DE PODER

Un índice de poder es un instrumento para medir el poder de cada jugador dentro de estos juegos de mayoría ponderada.

Siguiendo a Owen (1977, 1982) distinguiré entre los siguientes índices de poder:

3.1 Valor de Shapley

El poder o valor de Shapley para el jugador i en el juego de poder (N, v) viene dado por la siguiente expresión:

$$\phi_i[v] = \sum_{T \subset N, i \in T} \frac{(t-1)!(n-t)!}{n!} \cdot [v(T) - v(T - \{i\})]$$

Siguiendo a Valenciano (1988) veamos la interpretación de este índice de poder. Imaginemos que de un modo aleatorio se elige un jugador, y a partir de él, hasta completar la coalición N , se van añadiendo, siempre de modo aleatorio, jugadores de uno en uno, recibiendo cada jugador su contribución marginal al valor de la coalición que se forma al entrar él; es decir, si al unirse i a la coalición $T - \{i\}$ se forma T , i recibe $v(T) - v(T - \{i\})$. Si t es la cardinalidad de T , $(t-1)!(n-t)!$ es el número de formas posibles en que este proceso puede darse de modo que sea $T - \{i\}$ la coalición formada inmediatamente antes de incorporarse i , recibiendo entonces $v(T) - v(T - \{i\})$, y siendo $n!$ el número total de formas posibles del proceso, $(t-1)!(n-t)!/n!$ es la probabilidad de que el pago de i sea $v(T) - v(T - \{i\})$, y por tanto, el valor de Shapley para el jugador i es el pago esperado de dicho jugador si los pagos se realizasen de la forma descrita.

Notar que $v(T) - v(T - \{i\})$ tomará únicamente valor 0 ó 1. Tomará valor 1

cuando la coalición $T-\{i\}$ necesita los votos de i para superar la cuota q . Tomará valor 0 cuando, o bien la coalición T no alcance la cuota q , y por tanto no pueda aceptar o rechazar una resolución, o bien cuando pueda hacerlo (supere q) con independencia de que el jugador i participe o no. En ambos casos, la presencia de dicho jugador es irrelevante.

Por tanto, esta diferencia $v(T)-v(T-\{i\})$ nos da una idea del poder real del jugador i , en el sentido de que cuantas más coaliciones existan a las que dicho jugador haga ganadoras, mayor será su poder.

3.2. Valor coalicional de Owen

Este índice de poder permite, a diferencia del valor de Shapley, tener en cuenta la posibilidad de que algunos partidos (jugadores), a causa de afinidades personales o políticas, pueden actuar juntos más probablemente que otros. Este índice es por tanto una generalización del valor de Shapley.

En general, supongamos que tenemos un determinado juego (N,u) con una estructura de coaliciones a priori, $\tau=\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$. Definimos entonces un cociente «impropio» (M,v) , donde $M=\{1, 2, \dots, m\}$ y donde $v=U/\tau$ está dado por:

$$v(S)=u(U_{j \in S} S_j) \text{ para cualquier } S \subset M$$

Para cada $i \in N$, escribamos $\hat{y}_i[u; \tau]$ para denotar la esperanza a priori del jugador i en el juego u , suponiendo la estructura de coaliciones τ .

$$\hat{y}_i[u; \tau] = \sum_{T \subset M, i \notin T} \sum_{K \subset S_j, i \in K} \frac{k!(s_j-k-1)!t!(m-t-1)!}{s_j!m!} \cdot [u(\text{QUKU}\{i\})-u(\text{QUK})]$$

El valor y_i es una media ponderada de términos $u(\text{QUKU}\{i\})-u(\text{QUK})$, donde, sin embargo, sólo consideramos conjuntos de la forma $Q=U_{q \in T} S_q$, y $K \subset S_j$. De hecho, y siguiendo a Owen (1977), el coeficiente de un determinado sumando puede interpretarse como la probabilidad de que, en una determinada permutación del conjunto N , el jugador i sea precedido por exactamente el conjunto QK , si las únicas permutaciones consideradas son aquellas en las que los miembros de cada conjunto S_q aparecen juntos, y si todas esas permutaciones tienen la misma probabilidad. Puesto que, en este caso, los miembros de S_j deben ser precedidos por aquellos de los conjuntos S_q , con $q \in T$, y este evento tiene la probabilidad $t!(m-t-1)!/m!$; y además, el jugador i debe ser precedido, dentro de S_j , por los miembros de K , y esto tiene la probabilidad

$$\frac{k!(s_j-k-1)!}{s_j!}$$

Una extensión del valor coalicional es aquella que permite considerar también «estructuras jerárquicas de uniones», es decir, la posibilidad de que dentro de cada unión, pueda haber algunos elementos más próximos entre sí que los restantes miembros de la unión. (Así, cada unión puede ser dividida en «clanes», cada clan en «familias», etc., con el único límite de que los conjuntos con un único jugador no pueden ser a su vez subdivididos). Es entonces bastante fácil generalizar el valor coalicional usando la interpretación de contribución marginal esperada. La idea es considerar sólo aquellas permutaciones que mantienen juntos a cada conjunto de jugadores señalados (unión, clan, familia, etc.).

Siguiendo a Carreras y Owen (1988), ilustremos esto último mediante el

siguiente ejemplo. Consideremos un juego con un conjunto de jugadores $N=\{1,2,3,4,5,6\}$. Supongamos las uniones:

$$\{\{1,2,3\},\{4\},\{5,6\}\}$$

y supongamos además que $\{1,2\}$ forman un clan dentro de la unión $\{1,2,3\}$. La representación estructura es entonces:

$$\{\{\{1,2\},\{3\}\},\{4\},\{5,6\}\}$$

Para calcular el valor coalicional consideraríamos sólo aquellas permutaciones que:

- (a) mantienen juntos a 1 y 2
- (b) colocan a 3 inmediatamente antes o inmediatamente después de ambos, 1 y 2
- (c) mantienen juntos a 5 y 6

Para un tratamiento axiomático del valor de Shapley y del valor coalicional ver los Apéndices 1 y 2 respectivamente de la sección 8.

4. ESTRUCTURA POLÍTICA EN EL PAÍS VASCO

Como es bien conocido, el Estado español se configura como un estado descentralizado a partir de la Constitución del 78, que abre dos vías para que un grupo de Provincias se constituyan en CC.AA. a través de los artículos 151 y 143. El País Vasco, al igual que otras Comunidades históricas que en el pasado habían estado alguna vez constituidas como CC.AA., se constituyó en CA acogiéndose al artículo 151; pero al haber tenido en el pasado algún privilegio foral (al igual que Navarra), no sólo alcanzó un techo competencial elevado sino que además logró un sistema de financiación de sus competencias asumidas distinto del de las denominadas CC.AA. de régimen común.

En 1981, una vez aprobado el concierto económico, se inició el proceso de transferencias a la CA del País Vasco. A diferencia de lo ocurrido en otras CC.AA., las competencias de gasto transferidas a la CA del País Vasco fueron asumidas en parte por el Gobierno Vasco y en parte por alguna de las tres Diputaciones Forales. Una vez descontado el cupo que paga la CA del País Vasco al Estado español para financiar las competencias no asumidas por la Comunidad, la capacidad financiera con que cuenta el País Vasco para financiar las competencias asumidas viene dada, además del posible endeudamiento, por los ingresos propios del Gobierno y de las Diputaciones Vascas, respectivamente, y por los denominados tributos concertados que pasan a ser competencia, no del Gobierno Vasco, sino de las Diputaciones Forales (todos los vigentes en 1981, con excepción de la renta de aduanas y los monopolios fiscales; además de los nuevos impuestos que se creen, a tenor de lo que diga el concierto económico).

El problema planteado por este proceso de transferencias es que, mientras el gasto es, en una gran parte, competencia del Gobierno Vasco, los ingresos son, en su mayor parte, competencia de las Diputaciones Forales. Para dar solución a este problema se aprobó la Ley de Territorios Históricos (LTH), que determina cómo se deben repartir esos tributos concertados (una vez recaudados por las Diputaciones) entre el Gobierno y las Diputaciones Vascas. El encargado de fijar el reparto es el Consejo Vasco de Finanzas Públicas, formado por tres representantes del Gobierno Vasco y por otros tres de las Diputaciones Vascas. Como en este Consejo se decide por mayoría, (sin voto de calidad), es necesario el acuerdo de los tres representantes del Gobierno

Vasco con alguno de los representantes de las tres Diputaciones. Este hecho hace que, en el País Vasco, no sólo sea importante conseguir una mayoría suficiente para formar el Gobierno Vasco, sino que también es importante el lograr una mayoría suficiente para gobernar en las tres Diputaciones.

Por lo tanto, y como paso previo a la sección siguiente, puede ser interesante estudiar brevemente la composición actual tanto del Parlamento Vasco como de las Diputaciones Vascas.

El Parlamento Vasco tiene en la actualidad 75 miembros; las votaciones se rigen por un reglamento mayoritario, por lo que cualquier coalición de 38 o más miembros logrará una mayoría parlamentaria que le permitirá adoptar las resoluciones deseadas. En las pasadas elecciones de 1990, 7 partidos obtuvieron representación parlamentaria (cuadro n.º 1).

El Partido Nacionalista Vasco (PNV) es una coalición nacionalista de centro-derecha. Eusko Alkartasuna (EA) es un partido nacionalista surgido de la escisión del PNV. Herri Bastasuna (HB) es una coalición nacionalista de izquierda radical e independentista.

El Partido Socialista de Euskadi (PSE) está integrado en el Partido Socialista Obrero Español (PSOE); partido que gobierna actualmente el país, de ideología socialdemócrata.

El Partido Popular (PP) es el principal partido de la oposición en el Parlamento español, de ideología cristiano-demócrata.

Unidad Alavesa (UA) es un partido regionalista de centro-derecha que se circunscribe solamente a Álava, y cuyos miembros pertenecieron antes al PP.

Euskadiko Ezkerra (EE) es un partido nacionalista de ideología socialdemócrata con fuertes tensiones en este momento (1990), que culminaron en 1991 con la división de EE en dos partidos: Euskal Ezkerra (EUE), formado por el sector más nacionalista, y EE formado por el sector menos nacionalista y próximo al PSE.

La peculiaridad que ofrece el Parlamento Vasco es que de los 7 partidos con representación parlamentaria, HB no acude de forma habitual al Parlamento, por lo que el Parlamento Vasco es como si estuviera formado por 62 parlamentarios, en lugar de los 75 elegidos. Esto significa que,

Cuadro n.º 1. **Resultados electorales en el Parlamento Vasco (1990)**

Partidos	N,º de escaños	% s/el total (75)	% s/el total (62)
PNV	22	29,33	35,484
PSE	16	21,33	25,806
HB	13	17,33	0,000
EA	9	12,00	14,516
PP	6	8,00	9,677
EE	6	8,00	9,677
UA	3	4,00	4,839

Cuadro n.º 2. **Resultados electorales en las tres Diputaciones Vascas (1991)**

	ÁLAVA		BIZKAIA		GIPUZKOA	
	Escaños	% escaños s/total (51)	Escaños	% escaños s/total (51)	Escaños	% escaños s/total (51)
PNV	14	27,45	21	41,18	12	23,53
PSE	11	21,57	12	23,53	9	17,65
HB	7	13,73	8	15,69	12	23,53
EA	3	5,88	4	7,84	12	23,53
PP	3	5,88	4	7,84	2	3,92
EE	2	3,92	2	3,92	4	7,84
UA	11	21,57	0	0	0	0

en la realidad, al no acudir HB al Parlamento, cualquier coalición de 32 o más miembros tendrá una mayoría parlamentaria suficiente para dominar las votaciones.

Analicemos a continuación la composición de las tres Diputaciones Vascas. Cada uno de los órganos legislativos, Juntas Generales, está formada por 51 diputados (51 procuradores en Álava, 51 apoderados en Bizkaia, y 51 procuradores junteros en Gipuzkoa). Las votaciones se rigen en todas ellas por un reglamento mayoritario, por lo que cualquier coalición de 26 o más miembros conseguirá dominar en las votaciones. El cuadro n.º 2 muestra los resultados obtenidos por los distintos partidos políticos en las pasadas elecciones a Juntas Generales de 1991.

Al igual que ocurría en el Parlamento Vasco, HB no acude de forma habitual a las 3 Diputaciones. Esto significa que, en realidad,

- La Diputación de Álava es como si estuviera formada por 44 procuradores (51-7); y por tanto

cualquier coalición de 23 o más miembros dominará las votaciones.

La Diputación de Bizkaia es como si estuviera formada por 43 apoderados (51-8), por lo que cualquier coalición de 22 o más miembros dominará las votaciones.

La Diputación de Gipuzkoa es como si estuviera formada por 39 procuradores junteros (51-12), y así, cualquier coalición de 20 o más miembros dominará las votaciones.

5. EVALUACIÓN DEL PODER EN EL PAÍS VASCO

A la hora de aplicar los distintos índices de poder descritos en la sección 3 he tenido en cuenta, tanto en el Parlamento como en las Diputaciones, que la estructura formal de estas cuatro instituciones y la forma de construir la función característica cambia según se considere que HB acude o no a ellas.

Cuadro n.º 3. **Indices de poder aplicados al Parlamento Vasco (sin HB)**

Partidos	Valor de Shapley	Valor coalicional				
		{PNV,PSE}	{PNV,EA,EE}	{PNV,PSE,EE}	{{PNV,EE},EA}	{{PNV,EE},PSE}
PNV	0,4000	0,5917	0,5555	0,56945	0,5625	0,6042
PSE	0,2167	0,4083	0	0,3611	0	0,2917
EA	0,1667	0	0,3055	0	0,2917	0
PP	0,0833	0	0	0	0	0
EE	0,0833	0	0,1390	0,06945	0,1458	0,1042
UA	0,0500	0	0	0	0	0

Señalar asimismo que, a la hora de considerar las posibles coaliciones entre partidos que pudieran darse, se supone implícitamente que no existe ningún tipo de incompatibilidad política entre los partidos representados en las cuatro instituciones que impida la formación de determinadas coaliciones.

Los resultados obtenidos al aplicar los dos índices de poder descritos al

Parlamento Vasco están reflejados en los cuadros n.ºs 3 y 4.

Tratemos de examinar, a la luz de estas tablas, el por qué de la formación del primer Gobierno Vasco entre PNV, EA y EE. Para ello, recordemos previamente que tras las elecciones de 1990 al Parlamento Vasco, el PNV (partido mayoritario) inició un periodo de negociaciones con los distintos partidos

Cuadro n.º 4. **Indices de poder aplicados al Parlamento Vasco (con HB)**

Partidos	Valor de Shapley	Valor coalicional				
		{PNV,PSE}	{PNV,EA,EE}	{PNV,PSE,EE}	{{PNV,EE},EA}	{{PNV,EE},PSE}
PNV	0,3476	0,5500	0,4000	0,5389	0,3917	0,5583
PSE	0,2476	0,4500	0,1000	0,4222	0,1000	0,3833
HB	0,1810	0	0,1000	0	0,1000	0
EA	0,0810	0	0,1167	0	0,1333	0
PP	0,0476	0	0,1000	0	0,1000	0
EE	0,0476	0	0,0833	0,0389	0,0750	0,0583
UA	0,0476	0	0,1000	0	0,1000	0

políticos que habían obtenido representación, con el propósito de lograr una coalición estable de gobierno. Aunque en un principio se creyó que se uniría con el PSE (partido con el que había compartido el Gobierno Vasco en la anterior legislatura), sorprendió a todos al llegar a un acuerdo, primero con EE, y luego, ambos, con EA. Tratemos de explicar, por tanto, la racionalidad de esta coalición de gobierno a través de estos índices de poder calculados.

— Si analizamos la segunda columna de ambas tablas, que muestra el valor coalicional si consideramos a PNV y PSE como una unión a priori (que fue la que efectivamente se dio en la legislatura anterior), vemos que ambos partidos hubieran logrado su objetivo de formar una coalición vencedora, acaparando así el 100 % del poder, tanto si HB acudía como si no al Parlamento. Por tanto puede concluirse que esta coalición es una coalición estable para este índice de poder.

— Examinemos ahora la tercera y cuarta columnas de ambas tablas, que muestran el valor coalicional si consideramos al primer y segundo Gobierno Vasco, respectivamente, como uniones a priori. Se observa que, mientras PNV, PSE y EE se reparten el 100 % del poder tanto si HB acude como si no al Parlamento, PNV, EA y EE se reparten el 100 % del poder sólo si HB no acude al Parlamento, pues si HB acudiera, sólo se repartirían el 60 % del poder. Por tanto, para este valor coalicional, la coalición {PNV.EA.EE} es menos estable que la coalición {PNV.PSE.EE}.

— Esta última conclusión se mantiene también tras el cálculo de este valor coalicional considerando que PNV y EE

constituyen un «clan» dentro de ambas coaliciones de gobierno (columnas quinta y sexta), pues, tanto sin HB como con HB en el Parlamento, PNV, PSE y EE se reparten el 100 % del poder. Por el contrario, PNV, EA y EE sólo se reparten el 100 % del poder si HB no acude al Parlamento.

De todo esto se deduce que, si el objetivo del PNV era lograr una coalición de gobierno estable (con el 100 % del poder), su objetivo podía verse cumplido si se coaligaba con el PSE (partido con el que ya había compartido el anterior Gobierno Vasco), o si se coaligaba, tras el acuerdo previo con EE, con PSE y EE. En este sentido, sólo considerando la postura mantenida por HB de no acudir al Parlamento Vasco, puede explicarse el por qué de la decisión del PNV de coaligarse con EA y EE para gobernar, en lugar de coaligarse con el PSE (o con PSE y EE).

Pero, como es bien conocido, la vida de este primer Gobierno Vasco de coalición fue muy corta. Una vez pasadas las elecciones de 1991 a las Juntas Generales y municipales, el PNV llega a un acuerdo con el PSE para gobernar en las tres Diputaciones y en los Ayuntamientos de las tres capitales vascas. EA, que había sido el partido más votado en Guipúzcoa, pierde así la Diputación Guipuzcoana, en la que había gobernado los cuatro años anteriores, y abandona el Gobierno Vasco de coalición. Tras esta ruptura, se forma el segundo Gobierno Vasco de coalición entre PNV, PSE y EE.

Con el fin de explicar esta ruptura del primer Gobierno Vasco, analicemos los resultados obtenidos de la aplicación del valor de Shapley y del valor coalicional a las tres Diputaciones Vascas, reflejados en los cuadros n.^{os} 5, 6, 7, 8, 9 y 10.

Cuadro n.º 5. **ÁLAVA: Valores de Shapley y valores coalicionales (sin HB)**

Partidos	Escaños s/total (44)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,3182	0,3500	0,525	0,3611
PSE	0,2500	0,3000	0,475	0,2500
EA	0,0682	0,0167	0	0,0278
PP	0,0682	0,0167	0	0,0833
EE	0,0454	0,0167	0	0,0278
UA	0,2500	0,3000	0	0,2500

— Si examinamos la tercera y cuarta columnas de los cuadros n.ºs 5 y 6, que muestran el valor coalicional de los partidos representados en la Diputación de Álava, considerando como uniones a priori a {PNV.PSE} y {PNV.EA.EE}, respectivamente, se observa que, mientras el poder conjunto de PNV y PSE

es del 100 % y del 66,66 % sin HB y con HB, respectivamente, el poder conjunto de PNV, EA y EE es, como máximo, del 50 %. Por tanto, parece lógica la decisión del PNV de coaligarse con el PSE para gobernar esta Diputación, dada la postura de HB de no acudir a las instituciones.

Cuadro n.º 6. **ÁLAVA: Valores de Shapley y valores coalicionales (con HB)**

Partidos	Escaños s/total (51)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,2745	0,3000	0,3833	0,3444
PSE	0,2157	0,2000	0,2833	0,1667
HB	0,1373	0,1000	0,0667	0,1667
EA	0,0588	0,0667	0,0667	0,0778
PP	0,0588	0,0667	0,0667	0
EE	0,0392	0,0667	0,0667	0,0778
UA	0,2157	0,2000	0,0667	0,1667

Cuadro n.º 7. **BIZKAIA: Valores de Shapley y valores coalicionales (sin HB)**

Partidos	Escaños s/total (43)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,4884	0,6000	0,75	0,7778
PSE	0,2791	0,1000	0,25	0
EA	0,0930	0,1000	0	0 0,1111
PP	0,0930	0,1000	0	0
EE	0,0465	0,1000	0	0 0,1111

— Si analizamos la tercera y cuarta columnas de los cuadros n.ºs 7 y 8, que muestran el valor coalicional de los partidos con representación en la Diputación de Bizkaia, considerando como uniones a priori a {PNV.PSE} y {PNV.EA.EE}, respectivamente, vemos

que el poder conjunto de PNV y PSE, por un lado, y el poder conjunto de PNV, EA y EE, por otro, es del 100 %, tanto si HB acude como si no a la Diputación de Bizkaia, por lo que cualquiera de ambas coaliciones sería estable.

Cuadro n.º 8. **BIZKAIA: Valores de Shapley y valores coalicionales (con HB)**

Partidos	Escaños s/total (51)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,4118	0,4667	0,6500	0,6111
PSE	0,2353	0,1667	0,3500	0
HB	0,1569	0,1667	0	0
EA	0,0784	0,0667	0	0,1944
PP	0,0784	0,0667	0	0
EE	0,0392	0,0667	0	0,1944

Cuadro n.º 9. **GIPUZKOA: Valores de Shapley y valores coalicionales (sin HB)**

Partidos	Escaños s/total (39)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,3077	0,3333	0,5000	0,5000
PSE	0,2308	0,3333	0,5000	0
EA	0,3077	0,3333	0	0,5000
PP	0,0513	0	0	0
EE	0,1025	0	0	0

— Si observamos la tercera y cuarta columnas de los cuadros n.ºs 9 y 10, que muestran el valor coalicional de los partidos representados en la Diputación Guipuzcoana, considerando como uniones a priori a {PNV.PSE} y {PNV.EA.EE}, respectivamente, tenemos que, si bien el poder conjunto de PNV, EA

y EE es del 100 % tanto si HB acude como si no a la Diputación, el poder conjunto de PNV y PSE sólo es del 100% si HB no acude a la Diputación, por lo que sólo suponiendo la no asistencia de HB a la Diputación, es lógica la decisión del PNV de unirse con el PSE para gobernarla.

Cuadro n.º 10. **GIPUZKOA: Valores de Shapley y valores coalicionales (con HB)**

Partidos	Escaños s/total (51)	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV,EA,EE}
PNV	0,2353	0,2333	0,2667	0,3889
PSE	0,1765	0,1000	0,1333	0
HB	0,2353	0,2333	0,2333	0
EA	0,2353	0,2333	0,2333	0,3889
PP	0,0392	0,1000	0,0667	0
EE	0,0784	0,1000	0,0667	0,2222

De todo esto podemos concluir que la decisión que tomó el PNV de unirse con el PSE para gobernar en las tres Diputaciones, la tomó teniendo en cuenta que HB no acudía a ellas; pues si hubiera contado con la presencia de HB, su elección de socios de gobierno no sería tan clara ya que, gobernando con el PSE sólo obtendrían el 100 % del poder en Bizkaia, y gobernando con EA y EE sólo obtendrían el 100 % del poder en Bizkaia y Gipuzkoa.

En este sentido, y como ya señalé en la sección 4, hay que tener en cuenta que para dominar el Consejo Vasco de Finanzas Públicas parece suficiente, para quien ocupe el Gobierno Vasco, con dominar al mismo tiempo alguna Diputación, y ésto le ocurría tanto a la coalición original entre PNV, EA y EE (dominaban Bizkaia y Gipuzkoa, con y sin HB) como a la coalición de PNV y PSE (y por tanto a PNV, PSE y EE) que domina Bizkaia tanto con HB como sin HB en ella. Por lo tanto, si el PNV hubiera creído por algún motivo que HB podía comenzar a acudir regularmente tanto al Parlamento como a las Diputaciones, le hubiera bastado para controlar este Consejo Vasco de Finanzas Públicas con controlar el Gobierno Vasco y una de las Diputaciones, y ésto es lo que consiguió coaligándose con el PSE (y EE) tanto en las Diputaciones como en el Gobierno Vasco. Por el contrario, si se hubiera coaligado con EA y EE en estas cuatro instituciones, sólo hubiese logrado controlar las Diputaciones de Bizkaia y Gipuzkoa, en el caso de que HB acudiera regularmente a ellas.

La pregunta que se me plantea entonces es: ¿Acaso en el periodo comprendido entre la formación del primer Gobierno vasco y la constitución del segundo Gobierno Vasco (tras las elecciones del 91 a Juntas Generales)

observó algo el PNV que le hizo concebir la idea de que HB podía empezar a acudir habitualmente a las cuatro instituciones vascas? En la respuesta a esta pregunta puede estar el por qué de unas coaliciones de gobierno y no otras.

Por otro lado, voy a especificar cuántos de los parlamentarios, procuradores, apoderados y procuradores junteras de EE pasaron a EUE y cuántos permanecieron en EE tras la escisión de 1991, pues esta escisión afectará a los cálculos del poder para el segundo Gobierno Vasco que surgió tras las elecciones del 91 a Juntas Generales y a las posibles coaliciones que podía constituir el PNV en las Diputaciones.

En este sentido, de los 6 parlamentarios que obtuvo EE en las elecciones de 1990, 5 de ellos pasaron a EUE y sólo 1 permaneció en EE tras la escisión de 1991, por lo que para calcular el valor coalicional considerando a {PNV, PSE, EE} como unión a priori, debemos tener en cuenta que los escaños conjuntos de estos 3 partidos son ahora 39 en lugar de los 44 que tenían en 1990. Calculemos, por tanto, el valor coalicional para las estructuras de coaliciones que surgen tras la escisión de EE, considerando la unión a priori {PNV, PSE, EE}.

1.º) $\tau = \{\{PNV, PSE, EE\}, \{EA\}, \{PP\}, \{EUE\}, \{UA\}\}$. Esta es la estructura de coaliciones que surge si suponemos que HB no acude al Parlamento Vasco y si no consideramos la existencia de un «clan» entre PNV y EE dentro de la unión a priori {PNV, PSE, EE}. El valor coalicional para cada partido es;

$$\hat{y}_{PNV}[v; \tau] = 0,59445; \hat{y}_{PSE}[v; \tau] = 0,3861; \\ \hat{y}_{EE}[v; \tau] = 0,01945;$$

$$\hat{y}_{EA}[v; \tau] = \hat{y}_{PP}[v; \tau] = \hat{y}_{UA}[v; \tau] = 0 = \\ = \hat{y}_{EUE}[v; \tau]$$

2.º $\tau = \{\{\text{PNV}, \text{PSE}, \text{EE}\}, \{\text{HB}\}, \{\text{EA}\}, \{\text{PP}\}, \{\text{EUE}\}, \{\text{UA}\}\}$. Para esta estructura de coaliciones, similar a la anterior, salvo por el hecho de que ahora suponemos la asistencia de HB al Parlamento Vasco, el valor coalicional de cada partido es:

$$\hat{y}_{\text{PNV}}[v; \tau] = 0,55555; \hat{y}_{\text{PSE}}[v; \tau] = 0,4389; \hat{y}_{\text{EE}}[v; \tau] = 0,00555;$$

$$\hat{y}_{\text{HB}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{EA}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{PP}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{EUE}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{UA}}[v; \tau] = 0$$

Como se observa, tras esta escisión que supuso la pérdida de 5 parlamentarios a EE, aunque el poder conjunto de PNV, PSE y EE sigue siendo del 100 % al superar con sus 39 escaños las cuotas $q=32$ (sin HB) y $q=38$ (con HB), la forma de repartirse entre ellos ese poder total cambia; mientras que el poder de PNV y PSE aumenta tanto si contamos como si no con la presencia de HB en el Parlamento Vasco, el poder de EE se reduce en ambos casos. En este sentido, habrá que tener en cuenta estos nuevos valores coalicionales a la hora de contrastar, en la sección siguiente, la relación entre los valores coalicionales obtenidos para la unión a priori $\{\text{PNV}, \text{PSE}, \text{EE}\}$ y el poder económico real de cada partido en este segundo Gobierno Vasco.

Aplicando ahora el valor coalicional a las dos estructuras de coaliciones anteriores, pero considerando que, debido al acuerdo previo entre PNV y EE, estos dos partidos constituyen un «clan» dentro de la unión a priori $\{\text{PNV}, \text{PSE}, \text{EE}\}$, tenemos:

3.º $\tau = \{\{\{\text{PNV}, \text{EE}\}, \text{PSE}\}, \{\text{EA}\}, \{\text{PP}\}, \{\text{EUE}\}, \{\text{UA}\}\}$. Esto es, suponiendo la no asistencia de HB al Parlamento Vasco, el valor coalicional correspondiente a esta estructura de coaliciones es:

$$\hat{y}_{\text{PNV}}[v; \tau] = 0,60415; \hat{y}_{\text{PSE}}[v; \tau] = 0,3667; \hat{y}_{\text{EE}}[v; \tau] = 0,02915;$$

$$\hat{y}_{\text{EA}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{PP}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{EUE}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{UA}}[v; \tau] = 0$$

4.º $\tau = \{\{\{\text{PNV}, \text{EE}\}, \text{PSE}\}, \{\text{HB}\}, \{\text{EA}\}, \{\text{PP}\}, \{\text{EUE}\}, \{\text{UA}\}\}$. Suponiendo ahora que HB acude al Parlamento Vasco, el valor coalicional correspondiente a esta estructura de coaliciones es:

$$\hat{y}_{\text{PNV}}[v; \tau] = 0,55835; \hat{y}_{\text{PSE}}[v; \tau] = 0,4333; \hat{y}_{\text{EE}}[v; \tau] = 0,00835;$$

$$\hat{y}_{\text{HB}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{EA}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{PP}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{EUE}}[v; \tau] = \hat{y}_{\text{UA}}[v; \tau] = 0$$

Como vemos, también para estas dos últimas estructuras de coaliciones, el reparto del 100 % del poder entre PNV, PSE y EE es distinto al obtenido antes de la escisión de EE. En concreto, el poder de PNV y PSE aumenta, tanto si HB acude como si no al Parlamento Vasco, y el poder de EE es menor en ambos casos; hecho que habrá que tener en cuenta al contrastar la relación entre los valores coalicionales y el poder económico real de cada partido en la siguiente sección.

Analicemos finalmente la estructura de partidos en las tres Diputaciones que surgió tras la escisión de EE en el 91. Mientras que la estructura de partidos siguió siendo la misma que la reflejada en el cuadro n.º 2 tanto en Álava como en Bizkaia, al continuar los dos procuradores de EE por Álava en ese partido y los dos apoderados de EE por Bizkaia en ese partido, en Gipuzkoa, los cuatro procuradores junteras que obtuvo EE en las elecciones del 91 se pasaron a EUE, por lo que EE pierde así su representación en esta Diputación.

Por tanto, esta escisión de EE no afecta a los resultados reflejados en los cuadros n.ºs 5, 6, 7 y 8 para Álava y Bizkaia, pero sí pueden verse alterados

Cuadro n.º 9'. GIPUZKOA: Valores de Shapley y valores coalicionales (sin HB)

Partidos	Escaños s/total	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV.EA}
PNV	0,3077	0,3333	0,5000	0,5000
PSE	0,2308	0,3333	0,5000	0
EA	0,3077	0,3333	0	0,5000
PP	0,0513	0	0	0
EUE	0,1025	0	0	0

los resultados obtenidos para Gipuzkoa en los cuadros n.ºs 9 y 10, al desaparecer EE de la Diputación Guipuzcoana, pues para empezar, no tendrá sentido hallar el valor coalicional cuando {PNV, EA, EE} es considerada una unión a priori, debiendo calcular ahora este valor coalicional cuando {PNV, EA} es una unión a priori.

Así el cuadro n.º 9 se transforma en el cuadro n.º 9'.

Asimismo, el cuadro n.º 10 sigue siendo igual en las tres primeras columnas sin más que cambiar EE por EUE, pero habría que modificar la cuarta columna, que refleja el valor coalicional con {PNV, EA, EE} como unión a priori,

pues ahora al no estar representado EE en Gipuzkoa, sólo tendrá sentido calcular el valor coalicional con {PNV, EA} como unión a priori. De esta forma, el cuadro n.º 10 se transforma en el cuadro n.º 10'.

A diferencia de lo que ocurría antes de la escisión de EE, ahora, al no tener representación EE en la Diputación de Gipuzkoa y no poder contar PNV y EA con esos 4 diputados de EE, con HB en la Diputación, estos dos partidos no logran superar la cuota $q=26$ y por tanto sólo obtienen el 60 % del poder en lugar del 100 %, por lo que dejaría de ser estable esta coalición en Gipuzkoa si HB acudiera a la Diputación.

Cuadro n.º 10. GIPUZKOA: Valores de Shapley y valores coalicionales (con HB)

Partidos	Escaños s/total	Valor de Shapley	{PNV.PSE}	{PNV.EA}
PNV	0,2353	0,2333	0,2667	0,3000
PSE	0,1765	0,1000	0,1333	0,1000
HB	0,2353	0,2333	0,2333	0,1000
EA	0,2353	0,2333	0,2333	0,3000
PP	0,0392	0,1000	0,0667	0,1000
EUE	0,0784	0,1000	0,0667	0,1000

6. RELACIÓN ENTRE ÍNDICES DE PODER Y PODER ECONÓMICO REAL

Del examen de los cuadros n.^{os} 3 y 4 se observa que existen diferencias importantes en el poder que obtiene cada partido miembro del primer y segundo Gobierno Vasco, por el mero hecho de considerar que PNV y EE constituyen o no un «clan» dentro de ambas coaliciones de gobierno.

En este sentido, puede ser de interés contrastar, según los Presupuestos de la CA del País Vasco, si las dotaciones presupuestarias que manejaban y manejan cada partido en el primer y segundo Gobierno Vasco en sus respectivos Departamentos están o no relacionadas con estos índices de poder obtenidos; con el propósito de mostrar qué índice de poder de los calculados se corresponde más con el poder económico real de que disfrutaba o disfruta cada partido del primer y segundo Gobierno Vasco.

1.º En primer lugar, y según los Presupuestos Generales de la CA del País Vasco para 1991, una vez establecido el volumen (en millones de pesetas) de las dotaciones presupuestarias de que dispuso cada partido del primer Gobierno Vasco para gastar en las diversas materias vinculadas a sus respectivos Departamentos, para obtener, en tantos por uno, los valores que indican el poder económico real de cada partido, se divide la dotación presupuestaria que manejó cada partido con respecto al total que manejaron conjuntamente los tres partidos (*). Estos valores son:

(*) En este sentido he de señalar que, aun siendo consciente de las posibles críticas que pueden hacerse de esta forma de medir el poder económico real de cada partido, de momento, no he encontrado otra forma (factible) más exacta de medirlo.

PNV	_____	0,6174
EA	_____	0,3184
EE	_____	0,0642

que, comparados con los distintos valores coalicionales calculados para este primer Gobierno Vasco que aparecen en los cuadros n.^{os} 3 y 4, se asemejan a los obtenidos cuando considerábamos que HB no acudía al Parlamento Vasco, sin importar el hecho de que PNV y EE constituyan o no un «clan» dentro de la unión a priori (PNV, EA, EE).

2.º A continuación, y de nuevo según los Presupuestos Generales de la CA del País Vasco para 1992, tras establecer el volumen (en millones de pesetas) de las dotaciones presupuestarias que maneja actualmente cada partido del segundo Gobierno Vasco en sus respectivos Departamentos, y dividirlo con respecto al total que manejan conjuntamente los tres partidos, obtenemos, en tantos por uno, los valores que indican el poder económico real de cada partido. Estos son:

PNV	_____	0,6103
PSE	_____	0,3821
EE	_____	0,0076

que, comparados con los distintos valores coalicionales calculados para este segundo Gobierno Vasco que aparecen en los cuadros n.^{os} 3 y 4, y con los calculados teniendo en cuenta la escisión de EE, son muy parecidos a los valores obtenidos por estos tres partidos cuando considerábamos las estructuras de coaliciones:

$$T = \{\{PNV, PSE, EE\}, \{EA\}, \{PP\}, \{EUE\}, \{UA\}\} \text{ y}$$

$$T = \{\{PNV, EE\}, \{PSE\}, \{EA\}, \{PP\}, \{EUE\}, \{UA\}\}$$

esto es, cuando teniendo en cuenta la escisión de EE, consideramos que HB no acude al Parlamento Vasco sin importar,

en este caso, el hecho de que PNV y EE constituyan o no un «clan» dentro de la unión a priori {PNV, PSE, EE}.

Por tanto, en el reparto de poder económico real en ambos Gobierno Vascos no parece que se tuvo en cuenta que HB podía acudir al Parlamento Vasco. Esto contrasta con lo planteado en la sección anterior sobre el posible motivo del cambio de socios de gobierno por parte del PNV tras las elecciones del 91 a Juntas Generales, en el sentido de que podía haberse debido a que el PNV observó algo que le hizo creer que HB podía empezar a acudir habitualmente a las cuatro instituciones vascas. De todo esto, parece que el por qué del cambio de gobierno habría que buscarlo en otras motivaciones políticas que escapan, de alguna forma a este análisis.

Señalar finalmente que no he realizado un análisis similar para los presupuestos de las Diputaciones al no disponer de los Presupuestos Generales de la Diputación de Gipuzkoa para el año 1992, pues debido a la oposición de HB, EA y EUE, no han logrado PNV y PSE aprobar los presupuestos de Gipuzkoa. Con todo, de llevar a cabo este análisis para las Diputaciones, tendríamos que hablar de un superjuego jugado simultáneamente en ambos ámbitos (Gobierno y Diputaciones), que por el momento está fuera de nuestros propósitos.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo he realizado una aplicación de distintos índices de poder al Parlamento y a las Diputaciones Vascas con el propósito de medir el poder de cada partido con representación en estas instituciones, no en función del número de

escaños que le corresponden, sino en función de su capacidad para conseguir que una decisión sea adoptada, la cual depende de cómo esté distribuido el poder entre los restantes partidos políticos.

En concreto, la aplicación de estos índices al Parlamento Vasco ha servido para mostrar la racionalidad del primer Gobierno Vasco de coalición entre PNV, EA y EE tras las elecciones de 1990; mientras que la aplicación de estos índices a las Diputaciones Vascas ha intentado mostrar el por qué del acuerdo entre PNV y PSE para gobernarlas, tras las elecciones de 1991 a Juntas Generales; acuerdo que supuso el abandono por parte de EA del primer Gobierno Vasco y la constitución del actual Gobierno Vasco entre PNV, PSE y EE.

Finalmente, y debido al hecho de que el reparto de poder entre los partidos coaligados no tiene que ser necesariamente proporcional al número de parlamentarios con que cuenta, sino que suele depender de la fuerza que proporciona a un partido su posibilidad de amenazar con unirse a otro en una coalición diferente, he contrastado qué índice de poder de los calculados para el primer y segundo Gobierno Vasco se corresponde más con el poder económico real de cada partido miembro de uno de estos dos Gobiernos Vascos de coalición.

8. APÉNDICES

Apéndice 1: Tratamiento Axiomático del valor de Shapley

Demos primero dos definiciones.

1.1. *Definición.* Un «soporte» para un juego v es una coalición T tal que, para cualquier S , $v(S) = v(S \cap T)$

Intuitivamente, esta definición expresa que cualquier jugador que no pertenezca a un soporte es un «nulo», es decir, no contribuye nada a ninguna coalición.

1.2. *Definición.* Sea v un juego de n personas, y sea π una permutación del conjunto N . Entonces, por πv expresamos el juego u tal que, para cualquier $S = \{i_1, i_2, \dots, i_s\}$.

$$u(\{\pi(i_1)\pi(i_2), \dots, \pi(i_s)\}) = v(S)$$

Efectivamente, el juego πv no es otro que el juego v , con los papeles de los jugadores intercambiados a través de la permutación π .

Con estas dos definiciones, es posible dar un tratamiento axiomático. Señalar solamente que, como los juegos son esencialmente funciones «a valores reales», es posible hablar de la suma de dos o más juegos o de un juego varias veces.

1.3. *Axiomas de Shapley.* Por el valor de un juego v , entendemos un n -vector, $\phi[v]$, que satisface:

S. 1. Si S es un soporte de v , entonces

$$\sum_S \phi_i[v] = v(S)$$

S.2. Para cualquier permutación π , y para todo $i \in N$

$$\phi_{\pi(i)}[\pi v] = \phi_i[v]$$

S.3. Si u y v son juegos distintos,

$$\phi_i[u+v] = \phi_i[u] + \phi_i[v]$$

Estos son los axiomas de Shapley. Es reseñable que estos axiomas son suficientes para determinar el valor ϕ de forma única, para todos los juegos.

1.4. *Teorema.* Existe una única función ϕ , definida sobre todos los juegos, que satisface los axiomas S.1-S.3. La expresión del valor de Shapley para el jugador i es:

$$(4) \phi_i[v] = \sum_{T \subset N, i \in T} \frac{(t-1)!(n-t)!}{n!} \cdot [v(T) - v(T - \{i\})]$$

Para una prueba de 1.4. ver Owen (1982).

La fórmula (4) da el valor de Shapley explícitamente. Es entonces fácil comprobar que esta expresión satisface los axiomas S. 1. - S.3. Por superaditividad, el corchete es siempre al menos igual a $v(\{i\})$. Luego vemos que:

$$\phi_i[v] \geq v(\{i\})$$

y por tanto, $\phi[v]$ es siempre una imputación.

Apéndice 2: Tratamiento axiomático del valor coalicional

En esencia, buscamos una función y que asigne, a cada par $\langle u; \tau \rangle$, donde u es un juego de n personas con conjunto de jugadores N , y τ es una partición de N , un n -vector (x_1, \dots, x_n)

Denotamos por π y ρ las permutaciones de $N = \{1, \dots, n\}$ y $M = \{1, \dots, m\}$ respectivamente. El juego πu es definido como:

$$\pi u(S) = u(\pi S)$$

Tenemos entonces los siguientes axiomas:

A. 1. Si S es un soporte para u , entonces

$$\sum_{i \in S} \hat{y}_i[u] = u(S)$$

A.2. Para cualquier ρ ,

$$\hat{y}[u; \{S_1, S_2, \dots, S_m\}] = \hat{y}[u; \{S_{\rho(1)}, S_{\rho(2)}, \dots, S_{\rho(m)}\}]$$

A.3. Para cualquier j , la cantidad

$$\sum_{i \in S_j} \hat{y}_i[u; \tau]$$

depende sólo del juego $v = u/\tau$

A.4. Para cualquier π ,

$$\hat{y}[\pi u; \{S_1, S_2, \dots, S_m\}] = \\ = \hat{y}_\pi[u; \{\pi S_1, \pi S_2, \dots, \pi S_m\}]$$

A.5. $\hat{y}[u; \tau] + \hat{y}[u'; \tau] = \hat{y}[u + u'; \tau]$

No es difícil ver ahora que y es el único valor que satisface los 5 axiomas (ver Owen, 1977). Con

$$\hat{y}_i [u; \tau] = \sum_{T \subset M, j \notin T} \sum_{K \subset S_j, i \notin K} \frac{k!(s_j - k - 1)! t!(m - t - 1)!}{s_j! m!} \cdot [u(\text{QUKU}\{i\}) - u(\text{QUK})]$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUISAN, LC. (1990): «Poder político de las Comunidades Autónomas en España y asignación territorial de los fondos públicos». *Revista de Economía Pública* 7 (2/ 1990).
- CARRERAS, F., OWEN, G. (1988): «Evaluation of the atalonian parliament, 1980-1984». *Mathematical Social Sciences* 15 87 - 92. North-Holland.
- COLOMER, J.M. (1990): *El arte de la manipulación política*. Editorial Anagrama.
- OWEN, G. (1982): *Game Theory*. Second Edition. Academic Press, inc.
- OWEN, G. (1977): «Values of games with a priori unions», en: R. Henn and O. Moeschlin, ed... *Mathematical Economics and Game Theory*. Springer - Verlag, Berlín.
- VALENCIANO LLOVERA, F. (1988): *Introducción a la teoría de los juegos*. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Bilbao.