CRECIMIENTO Y REDISTRIBUCION. UNA SOLUCION NEGOCIADA DE NASH

María José Macarro Heredia

RESUMEN.—La actuación descoordinada de los agentes que intervienen en un conflicto supone amenudo la obtención de resultados que serían mejorables desde la cooperación entre ellos. Sin embargo, la coordinación en la toma de decisiones plantea el problema de las garantías en el cumplimiento del acuerdo alcanzado. Partiendo de una solución de equilibrio no cooperativo para un juego diferencial entre trabajadores y capitalistas, en este trabajo proponemos una solución cooperativa arbitrada, es decir, basada en propiedades razonables que constituyen la garantía de aceptación y compromiso por parte de los jugadores, que considera como hipótesis de partida la posición de igualdad para los jugadores en el proceso de negociación.

1. INTRODUCCION

La teoría de juegos modeliza un tipo de situaciones muy frecuentes en la esfera de los fenómenos sociales en la que cada uno de dos o más individuos controla únicamente alguna de las variables que determinan conjuntamente el resultado de un proceso en el cual los participantes tienen intereses al menos parcialmente opuestos.

Un modelo cooperativo es un tipo de juego apropiado para describir situaciones en que los intereses de los jugadores no son ni totalmente opuestos ni completamente coincidentes y éstos cuentan además con la capacidad de discutir la situación y llegar a un acuerdo racional de actuación conjunta que sea además factible. Sin embargo, cuando los jugadores están dispuestos a cooperar son muchos los acuerdos que en teoría podrían alcanzar y la solución del juego depende precisamente del proceso de negociación seguido. Cuando los jugadores optan por una solución cooperativa del juego, se plantea además el problema de garantizar que no se produzcan desviaciones por parte de alguno de ellos del acuerdo alcanza-

do. Una solución cooperativa no tiene por qué ser un equilibrio y cualquiera de los jugadores podría mejorar su situación jugando una estrategia diferente mientras el otro se somete al acuerdo.

La literatura propone dos enfoques diferentes del problema de la negociación que conducen a dos tipos de acuerdo diferentes. Ambos enfoques parten de un punto de desacuerdo cuyos pagos serían los alcanzados por los jugadores en caso de no llevarse a cabo la cooperación, pero mientras que el primero proporciona un acuerdo estratégico descrito mediante un proceso de negociación dinámica desarrollado dentro del contexto de un juego no cooperativo, el segundo propone un compromiso de naturaleza estática garantizado por la presencia de un árbitro.

Dentro del primer esquema son los propios jugadores los que garantizan el cumplimiento del acuerdo. Cada jugador introduce la posibilidad de realización de amenazas en la formulación de sus estrategias, de manera que si las amenazas se hicieran efectivas los jugadores no se desviarían nunca del acuerdo adoptado.

La otra alternativa supone la existencia de una autoridad a quien los jugadores someten su conflicto que propone una solución que resuelve el problema de la negociación. El acuerdo en este caso es de naturaleza estática y la descripción del proceso negociador se hace innecesaria. La presencia de este agente externo se materializa en el establecimiento de un conjunto de axiomas, basados en supuestos racionales, que debe cumplir la solución del juego para que los jugadores que deseen cooperar la acepten como tal.

La solución negociada de Nash, basada en el enfoque axiomático, es una de las soluciones cooperativas más frecuentemente utilizadas en la aplicación de la teoría de juegos a modelos macroeconómicos.

Además del principio de optimalidad de Pareto, la solución negociada de Nash debe satisfacer los siguientes axiomas[1]:

— Racionalidad individual
— Invarianza a transformaciones de la utilidad
— Simetría
— Independencia de las alternativas irrelevantes

Bajo este conjunto de axiomas, un jugador racional nunca aceptaría un acuerdo cuyos resultados fueran peores que los que obtendría actuando unilateralmente. Además, si el papel de los jugadores es inicialmente simétrico, los resultados obtenidos por la negociación deben conservar esta propiedad, y si en el proceso de negociación se eliminan gradualmente resultados como inaceptables y alguno de ellos permanece, entonces éste debe sr aquél que satisfaga el axioma de la independencis de las alternativas irrelevantes.

1 Friedman, J. W., (1986) cap. 5

En este trabajo obtenemos la solución negociada de Nash bajo algunas restricciones relativas a la posición negociadora de los jugadores. Para determinados valores de los parámetros del modelo es posible caracterizar la solución negociada de Nash bajo la hipótesis de igualdad para el índice de poder de los jugadores en la negociación, esto es, dentro de lo que denominamos el óptimo social.

El modelo planteado[2], un juego diferencial de suma no nula, considera dos agentes económicos, trabajadores y capitalistas que tratan de maximizar su consumo en un horizonte temporal finito. Las decisiones sobre la inversión corresponden a los capitalistas que establecerán el valor del ratio de ahorro $s(t)$. Esta variable puede tomar cualquier valor entre 0 y 1. Sin embargo su consumo quedará determinado en función del porcentaje de ahorro fijado y de los valores que tome una variable $x(t)$ que materializa la posibilidad que tienen los trabajadores de absorver parte de la retribución de los capitalistas. Para fijar los límites de variación de esta variable controlada por los trabajadores, consideramos una tecnología Cobb-Douglas que representamos a través del ratio capital-output $y(t) = f(k(t)) = k(t)^{\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, donde $k(t)$ es el ratio capital-trabajo. Si los capitalistas son retribuídos por su participación marginal, los límites de variación de la variable $x(t)$ quedan determinados por la expresión $0 \leq x(t) \leq \beta\, \alpha k(t)^{\alpha}$, $0 < \beta < 1$ y los consumos instantáneos de ambos jugadores:

$$c_w(t) = (1-\alpha)k(t)^{\alpha} + x(t), \quad t \in [0,T]$$
$$c_c(t) = (1-s(t))[\alpha k(t)^{\alpha} - x(t)], \quad t \in [0,T].$$

Las variaciones de capital en la economía se deben exclusivamente a la inversión, no existiendo depreciación de capital, por lo tanto la evolución dinámica de la variable de estado k puede expresarse mediante la ecuación diferencial:

$$\dot{k} = s(t)[\alpha k(t)^{\alpha} - x(t)], \quad t \in [0,T], \quad k(0) = k_0 > 0$$

y las funciones de pago de los jugadores son, para trabajadores y capitalistas respectivamente,

$$J_w = \int_0^T c_w(t)dt \text{ y } J_c = \int_0^T c_c(t)\, dt.$$

2. UNA SOLUCION NEGOCIADA

El concepto de solución negociada fué establecido por Nash independientemente del concepto no cooperativo, fijado un punto de desacuerdo

2 Macarro, M. J. (1996a).

buscaremos una solución de la frontera de Pareto que maximice el producto de las desviaciones con respecto a ese punto.

El punto de partida de la negociación estará fijado en una estrategia que no tiene por qué ser aquella que proporcione el mejor resultado cooperativo sin embargo a partir de ella los jugadores buscarán el mejor resultado desde la posición de igualdad en la negociación. En estas condiciones, fijado el punto de desacuerdo en el conjunto de los resultados alcanzables, encontraremos una estrategia que verificando los axiomas de optimalidad de Pareto, será única para el punto de desacuerdo considerado. Estableceremos condiciones, siguiendo a Soto, M. D. (1995), que nos permitan asegurar que esta solución negociada de Nash se encuentra en la parte de la frontera de Pareto correspondiente a la ponderación $\lambda = \frac{1}{2}$, que hemos denominado el óptimo social, cuando el punto de desacuerdo considerado es la solución de Nash en ciclo abierto para ambos jugadores.

La solución de negociada de Nash será un punto del conjunto de negociación (J_w^*, J_c^*) tal que el producto de las ganancias obtenidas por la cooperación entre ambos jugadores se maximiza, es decir:

$$\underset{(J_w^N, J_c^N) \leq (J_w, J_c) \in S}{\text{más}} (J_w - J_w^N)(J_c - J_c^N) = (J_w^* - J_w^N)(J_w^* - J_c^N)$$

siendo (J_w^N, J_c^N) el punto de desacuerdo y S el conjunto de negociación. La definición supone que el conjunto de resultados alcanzables R es compacto y convexo.

Observemos que si para cada $(J_w, J_c) \in S$ pudiéramos encontrar una relación funcional $J_c = \psi(J_w)$ diferenciable, el máximo en J_w de la expresión $(J_w - J_w^N)(J_c - J_c^N)$ tendría que alcanzarse en un punto tal que:

$$[(J_w - J_w^N)(\psi(J_w) - J_c^N)]' = (\psi(J_w) - J_c^N) + (J_w - J_w^N)\psi'(J_w) = 0$$

es decir, $\psi'(J_w) = -\dfrac{\psi(J_w) - J_c^N}{J_w - J_w^N}$

Entonces, si J_w^* verifica esta relación, la estrategia negociada de Nash es el par $(J_w^*, J_c^*) = (J_w^*, \psi(J_w^*))$. Encontrada esta estrategia estudiaremos bajo que condiciones para los parámetros del modelo podemos asegurar que (J_w^*, J_c^*) está en el segmento correspondiente al óptimo social dentro de la frontera de Pareto.

Consideremos en primer lugar el punto de desacuerdo, en este caso el par (J_w^N, J_c^N) correspondiente a las estrategias de Nash en ciclo abierto[3]. La

3 Macarro, M. J. (1996a).

solución de equilibrio de Nash, cuando los parámetros del modelo verifican la relación $\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha} \geq 1$, se ajusta al siguiente esquema a lo largo del horizonte temporal del juego:

0	t_1	T
$x = 0,\ s = 1$	$x = \beta\alpha k^{\alpha},\ s = 0$	

siendo $t_1 = \alpha T - \frac{1}{\alpha} k_0^{1-\alpha}$. El ratio de capital crece a lo largo del período $[0, t_1]$ según la relación $k_t^{1-\alpha} = k_0^{1-\alpha} + \alpha(1-\alpha)t$ y permanece constante en el valor alcanzado en t_1, k_{t_1}, hasta el instante final. Este comportamiento supone a los jugadores unos valores de sus funcionales objetivo:

$$J_w = \frac{1+\alpha(\beta-\alpha)}{\alpha^2}[\alpha^2(1-\alpha)T + \alpha k_0^{1-\alpha}]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha}k_0$$

para los trabajadores y para los capitalistas

$$J_c = \frac{1-\beta}{\alpha}[\alpha^2(1-\alpha)T + \alpha k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Cuando los parámetros del modelo verifican la relación complementaria, $\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha} < 1$ los jugadores no cambian simultáneamente de política. Hay un primer período en el que los jugadores consienten que el ratio de capital crezca según la relación $k_t^{1-\alpha} = k_0^{1-\alpha} + \alpha(1-\alpha)t$, siendo en este intervalo de tiempo los consumos de ambos jugadores los más pequeños posibles. Un segundo intervalo dentro del horizonte temporal en el que el ratio de capital crece a un ritmo menor $k_t^{1-\alpha} = k_{t_2}^{1-\alpha} + \alpha(1-\alpha)(1-\beta)(t-t_2)$ ya que se sigue invirtiendo en la misma proporción que antes pero los trabajadores alcanzan el valor máximo de distribución, que aumenta proporcionalmente a la acumulación de capital hasta $t_1 > t_2$, momento en que los capitalistas deciden expandir su consumo no invirtiendo hasta el final del horizonte temporal. En este último período el ratio de capital permanece constante en el nivel alcanzado en el instante t_1. Estos comportamientos, que pueden representarse a través del siguiente esquema:

0	t_2	t_1	T
---------- $s = 1$ ----------		$s = 0$	
$x = 0$	---------- $x = \beta\alpha k^{\alpha}$ ----------		

proporcionan a los jugadores unos consumos de:

$$J_w = \frac{(1+\alpha-\beta)\,[1-\alpha(1-\beta)]}{\alpha^2(1-\beta)}\,k_{t_1} - \frac{\beta}{\alpha(1-\beta)}\,k_{t_2} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\,k_0$$

$$J_c = \frac{1-\beta}{\alpha}\,k_{t_1}$$

para trabajadores y capitalistas respectivamente.

En el estudio de la solución cooperativa[4], el óptimo social permite a los jugadores utilizar una estrategia de acuerdo con el siguiente esquema:

0	t_1	T
$x = 0,\ s = 1$	$x \in [0, \beta\alpha k^{\alpha}],\ s = 0$	

siendo $t_1 = \frac{1}{2-\alpha}\left(T - \frac{1}{\alpha}\,k_0^{1-\alpha}\right)$, según el cual, el horizonte temporal quedaría dividido únicamente en dos subintervalos en los que las políticas utilizadas por los capitalistas están perfectamente determinadas pero no las de los trabajadores que en el período final pueden asignar a x cualquiera de los valores admisibles. En este caso no es posible obtener un valor concreto para los funcionales objetivo de los jugadores porque estarían en función del control utilizado por los trabajadores en el intervalo $(t_1, T]$ sin embargo podemos establecer una relación entre ellos a través de la expresión:

$$J_w + J_c = \frac{2-\alpha}{\alpha}\left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha}\,T + \frac{1}{2-\alpha}\,k_0^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\,k_0 \qquad [1]$$

El óptimo social es el segmento de esta recta comprendido entre los puntos:

$$(J_w, J_c)^{-} = \left(\frac{2(1-\alpha)}{\alpha}\left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha}\,T + \frac{1}{2-\alpha}\,k_0^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\,k_0,\right.$$

$$\left.\left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha}\,T + \frac{1}{2-\alpha}\,k_0^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)$$

4 Macarro, M. J. (1996b).

y

$$(J_w, J_c)^+ = \left(\frac{2-\alpha(2-\beta)}{\alpha} [\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha} k_0, \right.$$

$$\left. (1-\beta) [\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} \right)$$

A través de la expresión *[1]* podemos establecer la relación funcional ψ:

$$\psi(J_w) = \frac{2-\alpha}{\alpha} \left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha} k_0 - J_w = J_c$$

de manera que la condición que en este caso deberá cumplir el máximo es $\psi'(J_w) = -1$. Llamando (J_w^*, J_c^*) a los puntos que verifican esta condición obtenemos que $J_w^* - J_c^* = J_w^N - J_c^N$ y esta expresión nos proporcionará el valor de $x(t)$ en el intervalo $(t_1, T]$.

El primer miembro de esta igualdad está en función del valor que tome el control de los trabajadores durante $(t_1, T]$:

$$J_w^* - J_c^* = \frac{2-3\alpha}{\alpha} \left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha} k_0 + 2 \int_{t_1}^{T} x dt$$

siendo $t_1 = \frac{1}{2-\alpha} T - \frac{1}{\alpha(2-\alpha)} k_0^{1-\alpha}$ y el segundo miembro, en función del valor de los pagos en el punto de desacuerdo, tomará los valores:

$$\frac{1+2\alpha\beta+\alpha(1-\alpha)}{\alpha^2} [a^2(1-\alpha)T + \alpha k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha} k_0 \qquad [2]$$

$$\frac{\alpha[1-\alpha(1-\beta)] + (1-\beta)[1-2\alpha(1-\beta)] - \alpha\beta A^{\frac{1}{\alpha}}}{\alpha^2(1-\beta)[1-\beta(1-\alpha)-\alpha\beta A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}]^{\frac{1}{1-\alpha}}} [\alpha^2(1-\alpha)(1-\beta)T + \qquad [3]$$

$$+ \alpha(1-\beta)k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{1-\alpha}{\alpha} k_0$$

cuando $\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha} \geq 1$ ó < 1 respectivamente, siendo $A = (2-\beta)[1-\alpha(1-\beta)]$.

Si consideramos que los parámetros α y β del modelo verifican la condición $\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha} \geq 1$, de la igualdad $J_w^* - J_c^* = J_w^N - J_c^N$ podemos despejar el valor de $\int_{t_1}^{T} x dt$:

$$\int_{t_1}^{T} x dt = \frac{1 + 2\alpha\beta + \alpha(1-\alpha)}{2\alpha^2} [a^2(1-\alpha)T + \alpha k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \\ - \frac{2-3\alpha}{2\alpha} \left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad [4]$$

pero $0 \leq x \leq \beta\alpha k^{\alpha}$, integrando desde t_1 hasta T y teniendo en cuenta la expresión anterior obtenemos que el parámetro β debe satisfacer las siguientes relaciones:

$$\frac{1}{2\alpha[\alpha(2-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}}} \{\alpha(2-3\alpha) - [1+\alpha(1-\alpha)][\alpha(2-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}}\} \leq \beta \leq \\ \leq \frac{1}{2\alpha\{[\alpha(2-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}} - 1\}} \{\alpha(2-3\alpha) - [1+\alpha(1-\alpha)][\alpha(2-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}}\} \qquad (a)$$

además de la condición $\beta \geq \frac{2\alpha - 1}{\alpha}$ *(b)* impuesta para la obtención de las estrategias de equilibrio de Nash.

La existencia de valores α y β que verifiquen estas relaciones supone que el parámetro α esté próximo a cero, por ejemplo si $\alpha = 0.05$ se obtiene para β el intervalo $[0.25, 0.575]$.

La estrategia negociada estará determinada por las siguientes políticas para los jugadores:

$$x = 0, \quad s = 1 \text{ si } t \in [0, t_1]$$
$$x = x^*, \; s = 0 \text{ si } t \in (t_1, T]$$

donde x* viene determinado por la expresión *[4]* y es tal que $x^* \in [0, \beta\alpha k^{\alpha}]$ si se verifican las condiciones *(a)* y *(b)*.

Consideremos ahora la relación $\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha} < 1$ para los parámetros del modelo. En este caso desde la igualdad $J_w^* - J_c^* = J_w^N - J_c^N$ obtenemos que $\int_{t_1}^{T} x dt =$

$$= \frac{\alpha[1-\alpha(1-\beta)] + (1-\beta)[1-2\alpha(1-\beta)] - \alpha\beta A^{\frac{1}{\alpha}}}{2\alpha^2(1-\beta)[1-\beta(1-\alpha) - \alpha\beta A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}]^{\frac{1}{1-\alpha}}} [\alpha^2(1-\alpha)(1-\beta)T + \\ + \alpha(1-\beta)k_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} - \frac{2-3\alpha}{2\alpha} \left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{2-\alpha} T + \frac{1}{2-\alpha} k_0^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad [5]$$

e imponiendo la condición que debe cumplir el control x de los trabajadores, $x \in [0, \beta\alpha k^{\alpha}]$ obtenemos que en este caso los parámetros α y β deben satisfacer las siguientes relaciones:

$$\frac{2-3\alpha}{2\alpha} \leq \frac{\alpha[1-\alpha(1-\beta)]+(1-\beta)[1-2\alpha(1-\beta)]-\alpha\beta A^{\frac{1}{\alpha}}}{2\alpha^2(1-\beta)[1-\beta(1-\alpha)-\alpha\beta A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}]^{\frac{1}{1-\alpha}}}[\alpha(2-\alpha)(1-\beta)]^{\frac{1}{1-\alpha}} \leq$$

$$\leq \frac{2-3\alpha}{2\alpha}+\beta < \frac{2\alpha-1}{\alpha}$$

que denominamos *(c)* y *(d)* respectivamente.

La existencia de valores de α y β que verifiquen estas desigualdades supone en este caso que ambos parámetros estén muy próximos a uno (por ejemplo $\alpha = 0.95$, $\beta = 0{,}94$).

El valor del control de los trabajadores $x = x^*$ en $(t_1, T]$ viene dado por la expresión *[5]* siempre que se cumplan las relaciones *(c)* y *(d)* establecidas.

La estrategia negociada en este caso queda configurada de la siguiente forma:

$$x = 0, \quad s = 1 \text{ si } t \in [0, t_1]$$
$$x = x^*, \; s = 0 \text{ si } t \in (t_1, T]$$

Existe en ambos casos, siempre que se verifiquen las condiciones establecidas y en virtud de las relaciones encontradas, un punto (J_w^*, J_c^*) del segmento delimitado en la frontera de Pareto por los puntos $(J_w, J_c)^-$ y $(J_w, J_c)^+$ tal que la recta que une (J_w^*, J_c^*) y el par de amenaza (J_w^N, J_c^N) es perpendicular a dicho segmento. (Gráfico 1).

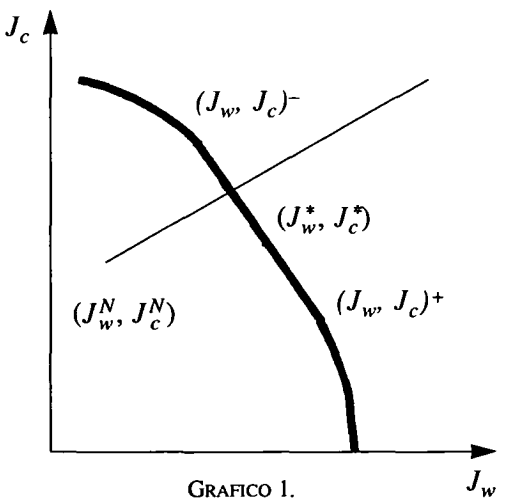

GRAFICO 1.

La estrategia encontrada en cada caso corresponde al óptimo social y además, fijado el punto de desacuerdo es única. El procedimiento utilizado podría generalizarse a otros resultados alcanzables para caracterizar el punto de desacuerdo.

3. CONCLUSIONES

Las soluciones cooperativas que los jugadores podrían alcanzar cuando ninguno de ellos tiene dentro del proceso negociador un peso específico mayor que el otro, tienen una misma estructura caracterizada por un único instante a lo largo del horizonte temporal en el que trabajadores y capitalistas cambian simultáneamente de política. Durante una primera etapa los capitalistas dedican todo su esfuerzo a la inversión y por lo tanto el capital experimenta un fuerte crecimiento, debido también a la política utilizada por los trabajadores, manteniendo una tasa de redistribución nula. En el segundo período el capital se mantiene constante debido a la decisión de los capitalistas de utilizar una tasa de ahorro nula. La decisión de los trabajadores sobre el valor de su control, cualquiera de sus valores admisibles, en el último período del horizonte temporal no incide sobre la evolución del capital pero condiciona los valores que los jugadores obtendrán para sus funcionales objetivo. Se conoce en este caso el pago de la coalición pero no se puede determinar el de cada uno de los jugadores. El cálculo de la solución negociada de Nash nos permite determinar qué tasa de redistribución durante este último tramo. Fijado el punto de desacuerdo en la solución de equilibrio de Nash y establecida la hipótesis de que la solución cooperativa debe estar en el óptimo social, podemos concretar, para determinados valores de los parámetros del modelo, la política de redistribución de los trabajadores a lo largo del período de tiempo $[0, T]$ fijado, en particular el valor de la variable $x(t)$ en el último subintervalo. Conocido este valor concreto para el control de los trabajadores se pueden determinar los consumos que los jugadores alcanzarían de someterse a la solución arbitrada propuesta.

BIBLIOGRAFIA

Başar, T. y Olsder, G. J. (1995): *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Academic Press, London.

Friedman, J. W. (1986): *Game Theory with Applications in Economics*. University Press, Oxford.

Gradus, R. (1988): «The Reaction of the Firm on Governmental Policy: A Game Theoretical Approach». *Optimal Control Theory and Economic Analysis*. Vol. 3, pp. 265-290.

Kaitala, V. y Pohjola, M. (1990): «Economic Development and Agreeable Redistribution in Capitalism: Efficient Game Equilibria in a two-class Neoclassical Growth Model». *International Economic Review*. Vol. 31, nº 2, pp. 421-438.

Lancaster, K. (1973): «The Dynamic Inefficiency of Capitalism». *Journal of Political Economy*. Vol. 81, pp. 1092-1109.

Luce, R. D, y Raiffa, H. (1957): *Games and Decisions*. John Wiley & Sons, New York.
Macarro, M. J. (1996a): «Crecimiento y Redistribución. Estrategias de Nash en ciclo abierto». *XII Reunión Anual ASEPELT. España.* (en prensa).
Macarro, M. J. (1996b): «Crecimiento y Redistribución. Solución cooperativa». *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*. Vol 11 (en prensa).
Nash, J. (1950): «The Bargaining Problem». *Econometrica.* Vol. 18, pp 155-162.
Osborne M. J. y Rubinstein, A. (1990): *Bargaining and Markets*. Academic Press Inc., San Diego.
Pohjola, M. (1984): «Threats and Bargaining in Capitalism». *Journal of Economic Dynamics and Control.* Vol. 8, pp. 291-302.
Roth, A. E. (1979): *Axiomatic Models of Bargaining*. Springer-Verlag, Berlin.
Sethi, S. P. y Thompson, G. L. (1981): *Optimal Control Theory*. Martinus Nijhoff Publishing, Boston.
Soto, M. D. (1995): «Soluciones Negociadas de Nash en un Juego Diferencial». *IX Reunión Anual ASEPELT. España,* pp. 333-341.
Tolwinski, B., Haurie, A. y Leitmann, G. (1986): «Cooperative Equilibria in Differential Games». *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* Vol. 119, pp. 182-202.