

TESIS DOCTORAL

Interactividad y atención
a la diversidad en el aprendizaje
de la estadística

Roberto Castellanos Fonseca



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TESIS DOCTORAL

Interactividad y atención
a la diversidad en el aprendizaje
de la estadística

Roberto Castellanos Fonseca

Universidad de La Rioja
Servicio de Publicaciones
2011

Esta tesis doctoral, dirigida por los doctores D. Jesús Murillo Ramón y D. Josep M^a Fortuny Aymemí, fue leída el 3 de junio de 2011, y obtuvo la calificación de Sobresaliente Cum Laude.

© Roberto Castellanos Fonseca

Edita: Universidad de La Rioja
Servicio de Publicaciones

ISBN 978-84-694-7067-1

Tesis Doctoral

**INTERACTIVIDAD Y ATENCIÓN A
LA DIVERSIDAD EN EL
APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA**

Roberto Castellanos Fonseca

Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Directores de la tesis:
Dr. Jesús Murillo Ramón
Dr. Josep M^a Fortuny Aymemi

Curso 2010–2011

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Soporte técnico	9
1.2. Descripción de los capítulos	12
1.2.1. Situación	13
1.2.2. Marco teórico	13
1.2.3. Metodología	14
1.2.4. Análisis	17
1.2.5. Consideraciones finales	18
2. Situación, interés y objetivos	19
2.1. Introducción	19
2.1.1. Evolución en el uso de las TIC	20
2.1.2. Algunas investigaciones	22
2.1.3. Ideas sugeridas	27
2.2. Situación	27
2.3. Interés	28
2.4. Objetivos	31

3. Marco teórico	33
3.1. Introducción	33
3.2. Errores y dificultades	34
3.2.1. Clasificación	35
3.3. Sistemas interactivos	44
3.3.1. Mecanismos de interactividad	45
3.3.2. Tipos de Sistemas	45
3.3.3. Uso de medios	47
3.4. Diversificación Curricular	48
3.5. Revisión curricular	51
3.5.1. Tendencias internacionales	51
3.5.2. Situación en España	54
3.6. Inteligencias múltiples	55
4. Metodología	57
4.1. Introducción	57
4.2. Teorías TRI y TCT	58
4.3. Ítems de evaluación	60
4.3.1. Categorización de ítems	63
4.3.2. Criterios de evaluación del ítem	64
4.4. Diseño del STIAE	67
4.4.1. Cómo funciona STIAE	67
4.4.2. La interfaz gráfica del alumno	69
4.4.3. La interfaz del profesor	70
4.4.4. Criterios usados	73
4.4.5. Metodología de trabajo	73
4.5. Fases	76
4.5.1. Primera fase	77

4.5.2.	Segunda fase	91
4.5.3.	Tercera fase (curso académico 2006/07)	93
4.5.4.	Cuarta fase (curso académico 2007/08)	95
4.6.	Descripciones	98
4.6.1.	Descripción de la muestra	98
4.6.2.	Descripción de la prueba	100
5.	Análisis	107
5.1.	Introducción	107
5.2.	Primer análisis	108
5.2.1.	Primera fase (curso académico 2004/05)	108
5.2.2.	Segunda fase	110
5.2.3.	Tercera fase	120
5.2.4.	Cuarta fase	125
5.3.	Descripciones	139
5.4.	Competencia estadística	140
5.4.1.	Resumen resultados	149
5.4.2.	Resultados errores	152
5.5.	Reflexiones	179
6.	Consideraciones finales	181
6.1.	Introducción	181
6.2.	Conclusiones	182
6.2.1.	Inteligencias múltiples	183
6.2.2.	Trabajo colaborativo	184
6.2.3.	Grupos de trabajo	185
6.2.4.	Competencia estadística	188
6.2.5.	Errores estadísticos	188

6.2.6. Grado de satisfacción de los alumnos	189
6.2.7. Resumen de las conclusiones y aportaciones	190
6.3. Problemas abiertos	192
Bibliografía	195
7. Anexos	231

Capítulo 1

Introducción

Tanto en los Reales Decretos que desarrollaban la Ley Orgánica de Calidad Educativa (LOCE), como posteriormente en los correspondientes al desarrollo de la Ley Orgánica de Educación (LOE) se insiste al tratar los Elementos Básicos del Currículo de Matemáticas en el desarrollo tecnológico como una de las características más importantes de nuestro tiempo. En particular, el Decreto 23/2007, de 27 de abril de 2007, por el que se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad Autónoma de La Rioja dice que las tecnologías de la información y la comunicación estarán integradas en el currículo. Así mismo se nos habla de que las diferentes actuaciones educativas deberán contemplar la atención a la diversidad del alumnado, compatibilizando el desarrollo de todos con la atención personalizada de las necesidades de cada uno. Por otro lado, en la actualidad la estadística tiene una gran presencia en los medios de comunicación y son muchas las materias que hacen uso de ella por lo que su estudio es muy importante para capacitar a los estudiantes a analizar de forma crítica la información de naturaleza estadística. por Dado que la competencia digital es una de las competencias básicas establecidas en los currícula de ESO, conocer la utilidad y dominar algunas técnicas y procedimientos de las TIC (Tecnologías de la Información y de la Comunicación) y el funcionamiento básico de un ordenador, es necesario y exigible en la formación de los ciudadanos del mañana. Estos instrumentos permiten, en muchos casos acelerar las tareas rutinarias en la instrucción, y poder concentrarse en el aprendizaje de estrategias generales como la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento, la resolución de problemas... Entre las TIC, las herramien-

tas informáticas son hoy dispositivos que el ciudadano utiliza comúnmente en la vida cotidiana. Por otra parte, ciertos programas informáticos (como la hoja de cálculo) resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades y relaciones numéricas y gráficas, y, en este sentido, debe potenciarse su empleo. (BOR jueves 3 de mayo de 2007)

La adquisición de las competencias está mediatizada por la gran diversidad del alumnado existente en las aulas, donde el profesor se puede encontrar con alumnos con deficiencias en cuanto a sus conocimientos y actitudes en muy diferentes estadios de desarrollo. También nos encontramos en nuestro quehacer diario como docentes con alumnos que requieren un refuerzo personalizado debido a sus necesidades educativas específicas que con un entorno de aprendizaje interactivo lo podrían recibir incluso fuera del aula; por supuesto se podría hacer extensible a los alumnos recién llegados procedentes de otros países y que tienen a priori muchas más dificultades para seguir el discurso oral de una clase tradicional que el lenguaje escrito, visual, icónico e interactivo que se utiliza en un sistema informático multimedia.

Este trabajo tiene un doble objetivo principal, por un lado el de diseñar un Sistema Tutorial Interactivo para el Aprendizaje de la Estadística (STIAE¹); y por otro analizar el uso de dicho sistema en la adquisición de competencias por parte de los alumnos y ver como evolucionan los errores cometidos por los alumnos tras usar el entorno interactivo.

En el diseño del STIAE se han tenido en cuenta las conexiones entre comunicación y matemáticas como han puesto de relieve numerosas investigaciones en el área de Didáctica de las Matemáticas:

La comunicación matemática se fomenta tanto por su propio valor como debido a los efectos que se espera que produzca en el proceso de aprendizaje y en la calidad del conocimiento resultante. Se cree que la comunicación matemática es buena para el pensamiento matemático (Marcos, 2008, p.22)

Poniendo énfasis en la comunicación cuando se trata de educación matemática es probable que cambie no solo el modo en que se enseña sino también lo que entendemos sobre aprendizaje y sobre lo que se aprende. La comuni-

¹El entorno interactivo utilizado (STIAE) es semejante al entorno usado en otras investigaciones de nuestro grupo (adaptado al estudio de la estadística) y que ha dado lugar a un trabajo de investigación (Martín, 2002) y a dos tesis doctorales (Murillo, 2000; Marcos, 2008) en los que se analizan en detalle las interacciones con el entorno.

cación debería ser vista no solo como mera ayuda al pensamiento, sino como casi equivalente al pensamiento mismo. (Sfard, 2001, 13-57)

“El trabajador del futuro ha de ser capaz de aprender durante toda su vida: lo nuevo habrá de ser descubierto por uno mismo, a partir del flujo continuo y cada vez más inabarcable de información disponible en los más diversos formatos y soportes y a través de los más variados códigos de comunicación. La lectura tiene que concebirse entonces, necesariamente, como un proceso mental mucho más complejo que el de simplemente descifrar el texto. El acto lector pasa a ser una actividad creadora a través de la cual el individuo desarrolla todas sus facultades mentales, asumiendo ante los textos un papel activo que implica reconocer las palabras, entender, interpretar y analizar críticamente su significado.” (Bernabeu, 2010, p. 111)

En definitiva, con nuestra investigación esperamos poner de manifiesto que el STIAE puede ser una herramienta complementaria del profesor que le ayude en sus necesidades de atender a la diversidad de alumnos con que se encuentra cada día, gracias a la capacidad que le proporciona para adaptar a las características cognitivas de cada alumno, tanto las actividades y las respuestas que da el sistema a las producciones de los alumnos como los mensajes de ayuda.

Utilizando de esta manera las TIC, el enfoque didáctico se centra en la adquisición de competencias por parte del alumno, de forma que es el entorno de aprendizaje el que se adapta al alumno y no el alumno el que tiene que adaptarse al entorno.

1.1. Soporte técnico de la investigación

El entorno de aprendizaje interactivo (STIAE) está constituido por una red electrónica, Internet, software de correo, un navegador, un foro de discusión y una hoja de cálculo electrónica modificada.

Todo el software utilizado es de dominio público excepto la hoja de cálculo donde se ha optado por Excel al ser la más usada socialmente, pero podría utilizarse cualquier otra, por ejemplo la hoja de Works o la de OpenOffice. Aún no siendo las hojas de cálculo programas específicamente educativos ni aplicaciones interactivas, estos dos aspectos, fundamentales para trabajar en un entorno de aprendizaje interactivo se consiguen al integrarlos en el sistema

tutorial, utilizando los propios “*recursos*” de la hoja de cálculo y la estructura de las actividades planteadas a los alumnos.

Las Hojas de Cálculo (HC) son uno de los programas de usuario más extendidos y utilizados en diversidad de contextos. Podemos considerarlas como una base de datos que admite un tipo específico de datos: las fórmulas. Esta cualidad las hace acercarse a las matemáticas y a algunos de sus métodos de trabajo. Más en concreto, una hoja de cálculo es un programa que permite realizar un tratamiento automático y sistemático de datos numéricos organizados de forma tabular. En esencia, es una hoja cuadrículada, formada por filas y columnas fácilmente identificables, donde el usuario puede disponer de las celdas generadas para almacenar datos numéricos: además, éstos también pueden ser obtenidos y modificados mediante fórmulas. Como se ve, en las HC se mezclan las capacidades de las calculadoras y las de las bases de datos. Con ellas se pueden realizar desde cálculos simples hasta resolver numéricamente problemas complejos. De lo dicho se desprende la amplitud del ámbito de aplicación de estos programas y puede comprenderse su éxito actual.

Algunas de las prestaciones que nos ofrecen las HC:

1. Organizan y utilizan información numérica y alfanumérica. Tienen algunas prestaciones propias de las bases de datos como funciones de búsqueda y ordenación.
2. Realizan cálculos numéricos con dichos datos.
3. Disponen de distintos tipos de funciones: Financieras, Estadísticas, Lógicas, . . .
4. Son herramientas dinámicas: al modificar los datos, las celdas donde aparecen fórmulas o funciones vinculadas con esos datos se actualizan de forma automática.
5. Crean diversos tipos de gráficos que ayudan a interpretar la información almacenada: circulares, barras, líneas, . . .
6. Pueden compartir información con otras herramientas de usuario: procesadores de textos, bases de datos, . . .
7. Tienen capacidades para imprimir tanto las hojas como los gráficos.

8. Su uso basado en menús es amigable, es decir, fácil de manejar.

El uso de las HC en la enseñanza de las matemáticas se puede concebir desde una doble perspectiva:

- Desde el punto de vista de la competencia digital tiene un gran interés por su gran uso en ámbitos comerciales, de gestión y de tratamiento de la información en general.
- Desde un punto de vista más enfocado hacia la enseñanza matemática, su potencia de cálculo y su forma de organizar la información pueden ser de gran ayuda para apoyar el logro de los objetivos docentes en matemáticas. En especial destacamos su aplicación en Estadística.

Las HC favorecen la experimentalidad, el descubrimiento de resultados y un aprendizaje más activo por parte del alumno. Además, su potencia de cálculo y de representación gráfica permite hacer más énfasis en las ideas, los procesos y la metodología de resolución de problemas: planteamiento de conjeturas y verificación de las mismas, búsqueda de modelos, estimación de resultados y verificación de los mismos, interpretación de soluciones, . . . Todo esto se combina con una gran facilidad de uso y una presentación de resultados que es muy familiar al alumno, pues es muy semejante a lo que él podría elaborar con lápiz y papel. Por ello, creemos que es una opción muy conveniente para utilizar el ordenador como herramienta de trabajo matemático. Numerosos investigadores avalan lo dicho anteriormente:

“Con la Hoja de Cálculo, el alumno halla los parámetros estadísticos casi como si los hiciera a mano, pudiendo comprender mejor su significado sin enredarse en las cuentas” (García, Martínez y Miñano, 1995, p.275)

“Centrándonos en la educación matemática, . . . el uso de hojas de cálculo puede convertirse en fuente de interés para el estudio de materias como la estadística.” (Cajaraville, 1989, pp. 54-55)

A pesar de la “potencia” de las Hojas de Cálculo, en nuestro entorno interactivo hemos limitado el uso de las funciones estadísticas de forma que los alumnos no las podían utilizar al resolver las distintas actividades porque creemos que en la Educación Secundaria Obligatoria es conveniente hallar los parámetros estadísticos utilizando fórmulas elementales como si las estuvieran haciendo en el cuaderno pero beneficiándose de la facilidad de los cálculos.

Para los análisis estadísticos se ha usado el paquete estadístico Statistica, un programa informático que está especialmente diseñado y programado para resolver problemas en el área de la estadística. Se usa en investigación y minería de datos.² Lo creó StatSoft, empresa nacida en 1984 de un acuerdo entre un grupo de profesores universitarios y científicos, esta empresa lo desarrolla y mantiene. La primera versión del programa apareció en 1991 para MS-DOS. La versión de STATISTICA que hemos utilizado es la versión 8 para Windows. El programa es muy fiable, ha sido usado en numerosas investigaciones, y es de uso habitual por parte de los docentes e investigadores especialistas en Estadística de la Universidad de La Rioja .

El programa Statistica consta de varios módulos que implementan desde las técnicas estadísticas más comunes hasta otras mucho más avanzadas:

1. Estadística Básica: Estadística descriptiva (análisis y representación de datos), regresión lineal, test ANOVA, test de hipótesis, tests no-paramétricos, ajustes y distribuciones, etc.
2. Estadística avanzada: Análisis multivariante, análisis discriminante, factorial y de componentes principales; análisis de la fiabilidad, con aplicaciones industriales y teoría de la calidad; análisis de la correspondencia, tanto simple como múltiple y modelos discriminantes generalizados

1.2. Descripción de los capítulos siguientes

Se procede a continuación a hacer una breve descripción de los capítulos siguientes.

²La minería de datos **prepara**, **sondea** y **explora** los datos para sacar la información oculta en ellos. Bajo el nombre de **minería de datos** se engloba todo un conjunto de técnicas encaminadas a la **extracción de conocimiento procesable, implícito en las bases de datos**. Está fuertemente ligado con la supervisión de procesos industriales ya que resulta muy útil para aprovechar los datos almacenados en las bases de datos. Las bases de la minería de datos se encuentran en la inteligencia artificial y en el análisis estadístico y en el ámbito empresarial.

1.2.1. Capítulo 2. Situación, interés y objetivos de la investigación

En este capítulo se ofrece una breve introducción (que complementa a la de este capítulo) sobre el uso de las TIC, sobre la presencia de la estadística en la actualidad y sobre el uso de los entornos interactivos de tutorización de matemáticas.

Se hace una revisión bibliográfica de los usos de las TIC para el desarrollo profesional de los profesores de Estadística, así como de diversas investigaciones donde se hayan empleado las TIC para la enseñanza y aprendizaje de la Estadística desde distintos puntos de vista: razonamiento estadístico, efectividad de la enseñanza online, retención de conceptos tras el estudio de un curso de Estadística, aprendizaje cooperativo en el aprendizaje de la Estadística, afectividad hacia el estudio de la Estadística, y dificultades y errores habituales en el estudio de la Estadística; asuntos todos ellos que se complementarán con otros en los capítulos siguientes.

Ponemos de manifiesto que así como hay muchos investigadores que han simultaneado en la enseñanza de las matemáticas, la tutorización artificial y la humana en entornos asistidos por ordenador (especialmente en Geometría Dinámica) hemos encontrado muy pocos trabajos del mismo tipo en relación al estudio de la Estadística en la ESO utilizando un entorno interactivo que responda a la diversidad del alumnado. Aquí se habla de la situación actual de la estadística, del interés de las autoridades educativas por el estudio de la estadística y de los objetivos de la investigación.

1.2.2. Capítulo 3. Marco teórico

Consideramos el marco teórico como un marco de integración en donde se considera la aportación de distintos autores, utilizando dicha aportación en diferentes fases de la investigación. En este capítulo:

A partir de diversas visiones planteadas sobre la clasificación y categorización de los errores propuestas por distintos autores (Movshovitz–Hadar, Zaslavsky e Inbar 1987, Werner, Davis y Brousseau 1986, Rico 1995, Socas, 1997, Garfield 2003, Murillo y Marcos 2005, Minnaard y otros 2007, Pennac 2008, . . .), primero en el ámbito de las matemáticas en general y posteriormente en el campo de la estadística en particular y de los resultados empíricos

obtenidos se ha realizado una clasificación de los errores cometidos por los alumnos al responder a los ítems del cuestionario que se les pasó al efecto, antes y después de usar el STIAE.

La clasificación y categorización de los errores hace que sea más fácil para el docente establecer procesos y remedios que puedan ayudar a los alumnos a superarlos de forma efectiva. Se ha realizado una revisión bibliográfica sobre la clasificación y categorización de los errores propuestas por distintos autores, primero en el ámbito de las matemáticas en general y posteriormente en el campo de la estadística en particular (véase Anexo XI).

Caracterizamos el término Sistema Interactivo de Aprendizaje y describimos las características de la Diversificación Curricular en la Educación Secundaria Obligatoria.

Analizamos el panorama internacional del estudio de la estadística y el currículo en España. Una revisión mucho más detallada se presenta en el Anexo X (incluyendo el desarrollo en la Comunidad Autónoma de La Rioja).

En el apartado 3.6 describimos la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner y su aplicación en el desarrollo de actividades para el STIAE. La educación configurada individualmente es una condición educativa esencial de las Inteligencias Múltiples. Esta teoría permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas

1.2.3. Capítulo 4. Metodología

Distinguimos dos tipos de metodología: una de *trabajo con los alumnos* y otra de *investigación*.

Se presentan las principales ventajas e inconvenientes de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) y de la Teoría Clásica de los Tests (TCT) y a partir de ellas se han diseñado los ítems de evaluación y se lleva a cabo una categorización de los mismos en el marco de nuestra investigación.

En este Capítulo se presentan el diseño y funcionamiento del Sistema Tutorial Interactivo de Aprendizaje de la Estadística (STIAE), los criterios utilizados en las secuencias didácticas de las actividades y la metodología de trabajo con los alumnos.

En cuanto a la metodología de investigación nos hemos basado en el método de diseño de programas para la enseñanza de la matemática propuesto

por Cajaraville (1989, 57-58) para el uso de ordenadores en el aula, aunque adaptándolo al STIAE. Cajaraville propuso la siguiente metodología de trabajo:

1. *Hay que reconocer los datos:* ¿Qué tareas específicas encargamos a la máquina? ¿Cuáles son propias del profesor? ¿En qué apartados es más útil y/o económico usar otros materiales didácticos? En definitiva, ¿cuál es el guión?
2. *Hay que establecer un plan:*
 - a) Analizar las posibilidades de nuestro ordenador: de memoria, de lenguajes, gráficas,...
 - b) Diseñar “el algoritmo que traduzca nuestro guión” dentro de las posibilidades del equipo.
 - c) Elaborar el programa informático.
3. *Hay que ejecutar el plan:* llevando el ordenador al aula, integrándolo como un auxiliar efectivo en el desarrollo de la lección dejando que los alumnos interactúen con él poniendo en marcha el programa en el momento oportuno.
4. *Hay que evaluar el plan:* corrigiendo los posibles defectos tanto del programa informático como del guión, analizando objetivamente las ventajas observables, así como la relación efectividad/costo.

Nosotros trabajamos con un entorno interactivo para el aprendizaje de la Estadística, mucho más sofisticado que el mero uso del ordenador en el aula; sin embargo nos hemos apoyado en los pasos establecidos por Cajaraville en nuestra investigación.

En este Capítulo 4 de Metodología, describimos y ejemplificamos con alguna de las actividades diseñadas el funcionamiento del Sistema Tutorial Interactivo de Aprendizaje de la Estadística, exponemos los criterios utilizados para la secuencia de actividades propuestas y explicamos la metodología de trabajo con los alumnos.

Proseguimos describiendo en el capítulo las fases de la investigación. Se exponen aquí para una mayor claridad.

Fase 1. Curso 2004/05

En esta primera fase se realiza un estudio epistemológico de los conceptos estadísticos, se comienza el análisis de numerosas publicaciones en prensa en busca de errores estadísticos, y se realiza el test de BADYG³ a todos los alumnos de ESO del IES donde se iba a hacer el estudio susceptibles de ir a un programa de diversificación de 3º ESO al curso siguiente.

Fase 2. Curso 2005/06

En esta segunda fase se diseña una primera versión del STIAE y se obtienen algunos resultados de la evolución de los alumnos. En esta fase, dadas las características de los alumnos con los que comenzamos la investigación (alumnos de 3º ESO de Diversificación Curricular) queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, la evolución de determinados conocimientos y destrezas del currículo de la ESO en Estadística, en el aprendizaje y uso de las TIC y grado de satisfacción por el uso de nuestro entorno interactivo de aprendizaje.

Fase 3. Curso 2006/07

En esta fase se desarrolla la versión definitiva del STIAE y se realiza un estudio comparativo referente a algunas competencias estadísticas entre los alumnos que han usado el STIAE (alumnos de 4º ESO de Diversificación Curricular) y el resto de alumnos de 4º ESO que han seguido una enseñanza tradicional.

Fase 4. Curso 2007/08

En esta fase se extiende el uso del STIAE a alumnos de 4º ESO que cursan la materia de Matemáticas opción A, además de los alumnos de Diversificación de 4º ESO.

³El BADYG es un test colectivo, es decir, que se realiza con todos los alumnos de la clase al mismo tiempo, Es una prueba que sirve para conocer la inteligencia de los niños en edad escolar. Lo más interesante es la “idea global del resultado”, más que una prueba particular que puede estar sesgada.

Proponemos como alternativa a la enseñanza uniforme una enseñanza configurada individualmente de forma que tenga en cuenta las diferencias individuales y en la medida de lo posible desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades. De acuerdo con esta premisa se realiza el test de las Inteligencias Múltiples diseñado por García Olivares (2007) según la teoría de Gardner (1983) a todos los alumnos de 4º ESO del IES donde se realizaba el estudio.

Se realiza un estudio comparativo entre los errores que cometen los alumnos antes y después de utilizar el STIAE. Además se realiza un estudio comparativo sobre la competencia estadística de los alumnos del IES donde se realiza la investigación dependiendo de si han utilizado el STIAE o han seguido una enseñanza tradicional. Así mismo se realiza un estudio sobre la competencia estadística de los alumnos de la Comunidad de La Rioja al finalizar la Secundaria Obligatoria y se la compara con la conseguida por los alumnos que han usado el STIAE. Estos estudios por su interés en la investigación se desarrollan en el capítulo 5 de este trabajo.

1.2.4. Capítulo 5: Análisis e interpretación de los datos

Hemos dividido el análisis e interpretación de los datos en dos partes, en la primera se incluyen los resultados del test de BADYG y una primera aproximación de resultados para los alumnos del Centro de referencia y en un segundo análisis se lleva a cabo un estudio más completo validándolo con los resultados obtenidos con las mismas pruebas en otros centros.

Se ha estudiado la eficacia del STIAE y se ha validado comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usan nuestro entorno interactivo con la de otras muestras de alumnos que no han seguido esta metodología. Para ello se diseñó y se aplicó una prueba a un total de 509 alumnos de 4º ESO de nueve centros de la Comunidad Autónoma de La Rioja, ocho de ellos Institutos de Educación Secundaria públicos y el restante de un centro privado concertado. En este capítulo se muestran los resultados que se obtuvieron en las distintas fases de la investigación descritas en el apartado 4.5.

De igual forma se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE aplicando la categori-

zación y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico.

Se ha mantenido el texto literal remitido por los alumnos, por lo que en algunos casos se pueden observar faltas de ortografía en algunas partes del texto.

Finalmente acaba nuestro trabajo con las aportaciones y conclusiones obtenidas (capítulo 6), con las referencias y bibliografía consultada y con los Anexos.

1.2.5. Capítulo 6: Consideraciones finales

En este Capítulo presentamos las conclusiones, aportaciones y problemas abiertos que se plantean a partir de la investigación desarrollada.

Para analizar los resultados de los alumnos que han usado el STIAE hemos usado un análisis interno (a los alumnos de diversificación curricular) y una validación externa a través de una prueba sobre competencia estadística a 509 alumnos riojanos. Los resultados obtenidos muestran que el medio y el diseño del entorno interactivo han sido un elemento superador de las dificultades, porque ha permitido desarrollar con estos alumnos el currículo ordinario correspondiente al tema de estadística, consiguiendo incluso mejores resultados académicos que los alumnos que están en cursos ordinarios.

Según se puede ver en el Anexo VII los resultados globales obtenidos, nos permiten considerarlos como una validación de la eficacia y validez del entorno interactivo como medio superador de las dificultades de aprendizaje en los alumnos de Diversificación Curricular con los que se ha trabajado.

Así mismo, en una primera aproximación hemos visto que los resultados (Anexos VII y IX) parece que confirman que el STIAE es válido también para otros grupos de alumnos en cuanto a la competencia estadística y al rendimiento académico (como los pertenecientes a 4o ESO, con la optativa de la opción A de Matemáticas en la cuarta fase).

Capítulo 2

Situación, interés y objetivos

2.1. Introducción

Todos los informes sobre el uso de Internet, coinciden en señalar su espectacular incremento de año en año. Es pues un hecho que vivir, estudiar y trabajar ajenos a Internet no es posible. “*Estamos condenados a ser modernos. No podemos prescindir de la ciencia y de la tecnología*”, (Octavio Paz¹). La incorporación de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en todos los sectores sociales ha hecho cambiar los planteamientos actuales de la enseñanza tanto en la vertiente escolar como en la empresarial puesto que Internet además de ser un lugar donde transmitir contenidos es sobre todo un medio con un gran potencial educativo en sí mismo, puesto que aún la oportunidad de conjugar elementos multimedia (textos, imágenes, sonido, . . .) a la vez que incorpora interactividad y personalización. Se trata de aprovechar los nuevos usos tecnológicos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos,

Por otra parte, parece claro que en la sociedad actual, para los momentos presentes y futuros, las exigencias de formación inicial y profesional para desenvolverse en los distintos entornos, son bastante diferentes de las necesarias no hace mucho tiempo. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo, y en la información que se maneja,

¹Paz, O. (1966). Prólogo, en *Poesía en movimiento, México 1915-1966*, 5-5. México: Siglo XXI editores

cada vez aparecen más tablas, gráficos y expresiones que exigen conocimientos matemáticos y estadísticos para su correcta interpretación. Las destrezas básicas de comunicación están adquiriendo un papel primordial. En nuestra sociedad actual basada en la información, resulta indispensable que los alumnos aprendan a comunicarse matemáticamente, que tengan oportunidad de leer, escribir y discutir ideas para las que el uso del lenguaje matemático sea algo natural. Además los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse a los continuos cambios que se generan. En un entorno de cambio tan acelerado, es conveniente dejar de preparar individuos para desempeñar una única ocupación y realizar una formación en el aprendizaje. Es decir, se trata de preparar a las personas para poder aprender y saber comunicar.

La presencia de la estadística en los medios de comunicación y el uso que se hace en muy diversos ámbitos y materias plantea la necesidad que en la actualidad tenemos de promover una enseñanza efectiva que capacite a los futuros ciudadanos para analizar de forma crítica las presentaciones e interpretaciones, muchas veces sesgadas, que contiene la información de naturaleza estadística. Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambiente de incertidumbre (Batanero, 2002).

2.1.1. Las TIC en el estudio de la Estadística y en el desarrollo profesional del profesor

Watson (1998) expone que la creciente atención en el uso de tecnología multimedia para la enseñanza de la Estadística se pudo constatar tanto en el Primer Encuentro Científico de la IASE (International Association for Statistical Education) en 1993 como en el cuarto encuentro de la International Conference on Teaching of Statistics (ICOTS) en 1994. Ninguno de los trabajos presentados en esos encuentros, sin embargo, estaba enfocado al uso de la tecnología para el desarrollo profesional de los profesores.

El uso de tecnología multimedia para el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en general fue tratado por Hatfield y Bitter (1994) en términos de promover una clase virtual para la consideración de temas. Entre sus objetivos estaba la promoción del aprendizaje activo, la práctica, un entorno interactivo de trabajo y la motivación. Objetivos similares a

los perseguidos por Velleman y Moore (1996) al revisar el uso de tecnología multimedia al enseñar en cursos introductorios de Estadística en los estudios universitarios.

En la clase de Estadística y en general en la enseñanza de las matemáticas tanto a profesores en activo como a profesores en formación, las nuevas tecnologías comenzaron a tener un fuerte impacto, aunque la provisión de desarrollo profesional específicamente para profesores de Estadística usando las TIC no aparece hasta mediada la década. Alrededor de 1996 cuando se publicó el *International Handbook of Mathematics Education* (Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde, 1996), el uso de las TIC para el manejo de datos estaba captando considerable atención, pero el desarrollo profesional y en particular el desarrollo profesional a distancia recibió poca atención (Shaughnessy, Garfield y Greer, 1996).

Entre los retos para el futuro se fijó “*el uso de las TIC para el manejo de datos.*” Mientras la enseñanza a distancia había atraído algo de atención, por ejemplo en el tercer y cuarto encuentro de ICOTS, solo el trabajo de Gallimore (1990, 1991) se dirigía a profesores de niveles anteriores a la universidad en activo.

Al discutir temas generales asociados con la educación matemática a distancia Arnold, Shiu y Ellerton (1996) dieron ejemplos del uso de las TIC que incluían CD-ROM e Internet. Hicieron notar que los recursos multimedia se podían emplear de modo tradicional o a distancia para complementar discusiones de grupo o materiales basados en textos. Mientras el estudio de casos descrito se implementó para la práctica de profesores de matemáticas en formación, las mismas TIC están disponibles ahora para profesores en activo.

Solo raramente ha aparecido información sobre las necesidades de desarrollo profesional de los profesores de Estadística. Tras una encuesta en 40 escuelas de todos los niveles en Irlanda del Norte, Greer y Ritson (1993) encontraron que era necesaria una mejor formación para los profesores en activo tanto de la materia de estudio como en el uso de metodologías de enseñanza apropiadas. Shaughnessy (1992) se había dado cuenta anteriormente de esta necesidad en el contexto de la introducción de los NCTM.

Nicholson y Darnton (2003) afirman que razonar con datos requiere un gran número de habilidades matemáticas y que los profesores que no estén familiarizados con las dificultades y errores habituales en Estadística pueden

perder oportunidades para ayudar a sus alumnos a afrontarlas y a conseguir una comprensión más profunda de los conceptos fundamentales. Reconocen que es difícil para los alumnos articular su razonamiento, pero como la tecnología permite automatizar el trabajo con los datos y su representación gráfica, se debería intentar poner mayor énfasis en mejorar las habilidades en cuanto a la interpretación de los datos. Así mismo creen que se necesita experiencia en un amplio rango de contextos y de formatos de tipos de datos tanto para los alumnos como para los profesores para desarrollar confianza en esta área siendo importante que puedan utilizarse recursos apropiados para el desarrollo de estas habilidades.

Watson (1998) explica que se creó un paquete multimedia para los profesores de Estadística en activo en Australia. Su desarrollo y evaluación tuvo lugar a lo largo de un periodo de tres años y fue parte de un proyecto del gobierno llamado LUDDITE (Learning the Unlikely at Distance Delivered as an Information Technology Enterprise). En la fase preliminar se produjo un CD-ROM teniendo presente que los materiales debían ser usados por profesores que estaban separados por una gran distancia a lo largo de Australia. Los esfuerzos iniciales se centraron en la publicación de nuevos currículos (A National Statement on Mathematics for Australian Schools) y que se conocieran a lo largo y ancho del país a través de la Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas. Los documentos cubrían varios aspectos, uno de los cuales consistía en Trabajos de matemáticas: Enseñando y aprendiendo azar y datos (Watson, 1994), que contenía diez módulos para su uso por profesores y/o padres. Entre su contenido se encontraba el uso de periódicos para mostrar la necesidad del azar y los datos en el currículo, actividades para alumnos de primaria y secundaria, y errores habituales. Simultáneamente se incluyó en el Currículo Australiano de Matemáticas el tema de la Probabilidad y la Estadística. Dos volúmenes de Investigaciones en Azar y Datos (Lovitt y Lowe, 1993) incluían 40 tópicos detallados con lecciones, fotos, comentarios de profesores, hojas de cálculo y en algunos casos software y extractos de videos.

2.1.2. Investigaciones sobre las TIC en la enseñanza

Estudios en los que se trabaja con estudiantes de enseñanza primaria y secundaria que se centran en la comprensión de conceptos particulares (por

ejemplo, Ben-Zvi, en prensa; Cobb, McClain, y Gravemeijer, 2003; Pfannkuch, 2006) muestran que el desarrollo cuidadoso de secuencias de actividades usando herramientas tecnológicas apropiadas pueden ayudar a los estudiantes a mejorar el razonamiento y la comprensión de dichos conceptos (Ben-Zvi, 2000). Estos estudios sugieren algunas posibles secuencias de actividades que pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar ideas sobre importantes conceptos como los de distribución, variación y correlación y ofrecen implicaciones para los tipos de actividades instruccionales y para las herramientas tecnológicas que pueden ayudar a facilitar el aprendizaje y razonamiento de los estudiantes.

Uso de la Tecnología para promover el razonamiento estadístico

Una de las áreas de mayor interés hoy en día es el rol que las herramientas tecnológicas (por ejemplo, ordenadores, calculadoras, calculadoras gráficas, software e Internet) pueden jugar en la ayuda al desarrollo de la alfabetización y razonamiento estadísticos de los alumnos. Lane y Peres (2006). muestran en sus investigaciones que incluso una herramienta tecnológica bien diseñada es improbable que sea una herramienta de enseñanza efectiva a menos que la interacción de los estudiantes con ella esté cuidadosamente estructurada.

Chance, DelMas y Garfield (1999) estudiaron el desarrollo del razonamiento sobre distribuciones muestrales usando un programa de simulación en un modelo de investigación de clase colaborativa y encontraron a través de un test de evaluación tras finalizar la actividad que el razonamiento sobre distribuciones muestrales mejoró tras hacer que los estudiantes hicieran y comprobaran conjeturas sobre diferentes distribuciones muestrales empíricas de varias poblaciones. Lunsford, Rowell y Goodson-Espy (2006) replicaron el mismo estudio con estudiantes de un curso introductorio universitario y encontraron resultados similares.

Lane y Tang (2000) compararon la efectividad de un simulador tecnológico para enseñar conceptos estadísticos frente a la efectividad de un libro de texto, mientras que Aberson, Berger, Healy, Kyle y Romero (2000) estudiaron el impacto de un tutorial interactivo basado en una página Web que se usó para presentar la distribución muestral de la media en el aprendizaje de los estudiantes.

En un estudio sobre el razonamiento estadístico de los estudiantes sobre

la desviación típica, DelMas (2005) hizo que los alumnos manipularan un programa informático especialmente diseñado para crear histogramas con la mayor y menor desviación típica posible. Identificó algunos de los modos habituales de comprensión (y errores de comprensión) de la desviación típica por parte de los alumnos, así mismo observó que los alumnos tenían dificultades razonando sobre las barras cuando en el histograma tenían densidad.

Efectividad de la instrucción online

Otro tópico de interés para los profesores de estadística ha sido el uso de instrucción online o bien a través de un curso basado en páginas Web o bien a través de un curso mixto en el que una buena parte de las actividades de aprendizaje se han desarrollado online. Por ejemplo, Utts (2003) y Ward (2004) no encontraron mejoras estadísticamente significativas de los alumnos que siguieron i de un curso mixto frente a los que lo hicieron de forma tradicional, ni viceversa.

Retención de conceptos por los estudiantes tras estudiar Estadística

Mathews y Clark (2003) y Clark, Karuat, Mathews, y Wimbish (2003) investigaron en alumnos de los primeros cursos universitarios lo que recordaban los alumnos después de ser instruidos sobre conceptos estadísticos. Realizaron entrevistas individuales en las primeras seis semanas del trimestre después de que los alumnos acabaran su curso de Estadística. El estudio reveló que los estudiantes tendían a tener conocimientos poco precisos de conceptos como la media y la desviación típica y un recuerdo fragmentario del Teorema Central del Límite.

Efectividad del aprendizaje cooperativo/colaborativo al enseñar estadística

Keeler y Steinhorst (1995), Giraud (1997), y Magel (1998) investigaron diferentes métodos de aprendizaje cooperativo y se encontraron en general con resultados positivos. Keeler y Steinhorst (1995) encontraron que cuando los estudiantes trabajaban en parejas las notas finales eran mejores y permanecieron en el curso un número más alto de estudiantes que en el semestre

anterior. Giraud (1997) encontró que el uso de grupos cooperativos de trabajo en clase hizo que los alumnos obtuvieran mejores resultados que los que recibieron instrucción de una manera tradicional. Magel (1998) encontró resultados similares observando que los alumnos que trabajaron en grupos cooperativos obtuvieron mejores notas en los exámenes que los alumnos del semestre anterior que no usaron esta metodología.

Errores y dificultades habituales al aprender y enseñar Estadística

Distintas investigaciones han mostrado que la comprensión de distribuciones, incluso en sus formas más simples es mucho más compleja y difícil que lo que muchos profesores de Estadística creen (Garfield y Ben-Zvi, 2007). Aunque pocas de las investigaciones incluyen a alumnos universitarios, los resultados de los estudios en los cursos de enseñanza primaria y secundaria tanto de alumnos como de profesores demuestran la dificultad de aprender este concepto, y algunas concepciones inadecuadas o incompletas (Bakker y Gravemeijer, 2004; Ben-Zvi y Arcavi, 2001).

De trabajos españoles importantes en el ámbito de las medidas de tendencia central señalamos los de Cobo y otros(2000), Batanero (2000), Batanero y otros (1994) y en el ámbito de la representación e interpretación de gráficos los de Espinel (2007), Arteaga (2008) y Contreras y otros (2009).

El modo en que los estudiantes comprenden las ideas de tendencia central ha sido del máximo interés a lo largo de numerosas investigaciones. La investigación de la media fue uno de los tópicos más comunes estudiados sobre el aprendizaje de la Estadística en la escuela (Konold y Higgins, 2003; Shaughnessy, 1992; 2003). Los estudios sugirieron que el concepto de media es bastante difícil para que lo entiendan los niños, los profesores de primaria en formación e incluso los que estaban en activo (Russell, 1990; Groth y Bergner, 2006).

Parece ser que, en general, muchos estudiantes que completan cursos introductorios sobre estadística son incapaces de entender la idea de media. Mathews y Clark (2003) analizaron las respuestas dadas por los ocho universitarios que consiguieron mejores notas nada más finalizar un curso elemental de Estadística, a través de unas entrevistas grabadas en cintas de audio con el objeto de determinar de la manera más precisa posible sus conocimientos acerca de los conceptos de media, desviación típica y Teorema Central del

Límite. Los resultados fueron alarmantes ya que estos estudiantes universitarios demostraron falta de comprensión de la media y solo fueron capaces de hallarla usando algoritmos aritméticos. Posteriormente investigaron a una muestra mayor de estudiantes ($n = 17$) encontrando los mismos desalentadores resultados.

También se han documentado investigaciones sobre las dificultades al determinar la mediana de un grupo de datos. Profesores de primaria han tenido problemas para hallar la mediana de un grupo de datos presentados gráficamente (Bright y Friel, 1998). Solo la tercera parte de los alumnos de grado 12 de EEUU que realizaron la prueba del National Assessment of Education Progress (NAEP) fueron capaces de hallar la mediana de un grupo de datos desordenados (Zawojewski y Shaughnessy, 2000).

Otro foco de investigación ha sido el reto de elegir una medida de tendencia central apropiada para representar los datos. Los datos obtenidos en el NAEP confirman que los estudiantes estadounidenses frecuentemente hacen pobres elecciones al elegir medidas centrales para representar datos (Zawojewski y Shaughnessy, 2000).

Callingham (1997) propuso un ítem a un grupo de profesores en prácticas y en activo en el que se daba un grupo de datos donde la mejor medida de tendencia central para representar a los datos era la mediana. La mayoría calculó la media en vez de la mediana, más apropiada en este caso.

“La noción de un promedio entendido como una medida de tendencia central es inseparable de la noción de dispersión” (Konold y Pollatsek, 2002, p. 263). A pesar de la creencia generalizada de la importancia del concepto de dispersión, la investigación actual demuestra que es muy difícil para los estudiantes razonar sobre variabilidad y que se está empezando ahora a aprender como se desarrolla el razonamiento sobre variabilidad (Garfield y Ben-Zvi, 2005). Comprender la variabilidad contiene aspectos informales (comprender diferencias en los valores de los datos) y aspectos formales (comprender e interpretar medidas de dispersión como el rango, rango intercuartílico y la desviación típica). Mientras los estudiantes pueden aprender a calcular estas medidas, rara vez comprenden lo que representan tanto gráfica como numéricamente, y no comprenden su importancia y conexión con otros conceptos estadísticos.

2.1.3. Ideas sugeridas por la revisión bibliográfica

Para conseguir que el profesor pueda atender con mayor eficacia a la diversificación de alumnos que se encuentra en las aulas, diversos investigadores han simultaneado, en la enseñanza de las matemáticas, la tutorización artificial y la humana en entornos asistidos por ordenador (Cobo, Fortuny, et altri 2007; Murillo, 2000; Martín, 2002; Richard, 2003), aunque principalmente usándolos para el estudio de la Geometría. Sin embargo hemos encontrado muy pocos trabajos del mismo tipo en relación al estudio de la Estadística en la ESO utilizando un entorno interactivo que responda a la diversidad del alumnado (alumnos con problemas específicos de aprendizaje, alumnos con necesidades educativas especiales, etc.) en el que se utilice una hoja de cálculo.

Por todo ello nos planteamos diseñar, describir y ejemplificar una herramienta metodológica (entorno interactivo de trabajo colaborativo), construida para el aprendizaje de la Estadística en la ESO con unas actividades, en cuyo diseño y estructura, se ha tenido muy en cuenta las características de nuestros alumnos, y la incorporación progresiva de ayudas, planteando también propuestas de distintos niveles de exigencia en torno al problema o actividad inicial planteada para responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos (atención a la diversidad) y para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente, (se hace también una validación, comparándolas con las conseguidas por otras muestras de alumnos que no sigan esta metodología). También pretendemos analizar las dificultades encontradas y los errores estadísticos cometidos por los alumnos y ver su evolución tras usar el entorno interactivo de aprendizaje así como estudiar el grado de satisfacción de los alumnos (afectividad hacia el estudio de la estadística) al manejar dicho entorno.

2.2. Situación

En los países democráticos donde las decisiones políticas y sociales implican aspectos técnicos cada vez más complejos, es imprescindible que exista un electorado culto y bien informado. Cada vez está más asumido que la dinámica del mundo moderno exige que todo ciudadano, para ejercer sus derechos y comprender su entorno, posea una cierta alfabetización en estadística.

Un objetivo de la educación matemática es proporcionar una cultura estadística, de manera que los alumnos sean capaces de interpretar y evaluar de manera crítica la información estadística que aparece en los medios de comunicación y capacitarlos para discutir o comunicar sus opiniones al respecto. Nuestros estudiantes deben comprender la Estadística lo suficientemente bien para “consumir” adecuadamente la información con la que somos bombardeados diariamente, piensen críticamente sobre ella, y sean capaces de tomar decisiones correctas basadas en esta información. Debemos conseguir la *“alfabetización estadística”*. Según Gal (2002, p. 2) *“la habilidad de la gente para interpretar y evaluar críticamente información estadística y argumentos basados en datos que aparecen en diversos canales mediáticos, y su habilidad para discutir sus opiniones teniendo en cuenta tal información estadística”* o siguiendo a Garfield *“la comprensión del lenguaje estadístico: palabras, símbolos y términos. Ser capaz de interpretar gráficos y tablas. Ser capaz de leer y entender las noticias que aparecen en los medios de comunicación, encuestas, . . . ”* (citado por Rumsey, 2002).

2.3. Interés

El interés de nuestras autoridades educativas por la *alfabetización estadística*, en cuanto a conseguir la competencia estadística y la formación en las TIC de nuestros alumnos de Educación Secundaria, se muestra claramente en el decreto de mínimos de la ESO (RD1631/2006, 2007). En este decreto se plantea que nuestros alumnos sean capaces de: Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para enjuiciar la realidad o las informaciones que de ella ofrecen los medios de comunicación, la publicidad, Internet u otras fuentes de información; analizar críticamente la función que desempeñan y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

Como competencia básica, la alfabetización estadística consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento. Incorpora diferentes habilidades, que van desde el acceso a la información hasta su transmisión en distintos soportes una vez tratada, incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como elemento esencial para informarse, aprender y comunicarse. Disponer de información no produce de forma automática cono-

cimiento. Significa, asimismo, comunicar la información y los conocimientos adquiridos empleando recursos expresivos que incorporen, no sólo diferentes lenguajes y técnicas específicas, sino también las posibilidades que ofrecen las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Trabajando el currículo de Estadística con los alumnos de Educación Secundaria, podemos utilizar algunas herramientas, cuyo uso adecuado podría suponer mejoras en el aprendizaje, a la vez que eliminamos cálculos tediosos y poco constructivos. El análisis y la organización de la información se facilita en gran manera con las Hojas de Cálculo, que además posibilitan la utilización de gráficos sencillos, el tratamiento de gran cantidad de datos y una economía de esfuerzos, en cuanto a que permite automatizar los cálculos y realizarlos con gran rapidez, pudiendo determinar de forma cómoda las medidas más representativas de las distribuciones estadísticas. Los cálculos se pueden rehacer de una forma muy rápida cuando se modifican los datos, de esta manera se consigue que las acciones mecánicas y más repetitivas se realicen de una forma ágil y poco tediosa, liberando tiempo para dedicarlo a aspectos más formativos como la formulación de preguntas y la comprensión de conceptos e ideas y en general al desarrollo de estrategias generales.

El impacto producido por las TIC sobre la sociedad, y especialmente sobre los sistemas educativos genera nuevas necesidades que hacen que haya que replantearse el concepto de la formación general, y también el concepto de persona alfabetizada, ya que, por ejemplo, hay que formar ciudadanos con conocimientos sobre las nuevas tecnologías con la intención de que sean usuarios autónomos, es decir, con capacidad de reflexión y crítica.

Por otro lado la Educación Matemática actual se centra más en desarrollar ciertas competencias por parte del alumno, lo que supone un cambio conceptual en la organización de la ESO puesto que hay que adaptarse a los modelos de formación más centrados en el aprendizaje, es decir, en el estudiante y en su trabajo, y que les permitan “*aprender a aprender*” (RD1631/2006, 2007).

Esta nueva situación que ha aparecido en la llamada Sociedad de la Información con la llegada de las TIC, hace que se produzca una mejora en el proceso formativo individual porque se genera, mediante el uso de estas herramientas, una forma de planificar y elaborar actividades y desarrollar proyectos en el proceso de enseñanza aprendizaje, más centrada en el alumno. Para ser competente en el uso de las TIC como herramienta de trabajo intelectual hay que usarlas en sus dos facetas: tanto en su función transmisora

de información y conocimiento, como en su función generadora del mismo (por ejemplo al emplearlas como instrumentos en la utilización de modelos de procesos matemáticos).

La competencia en el uso de las TIC, también permite:

- procesar y gestionar adecuadamente información abundante y compleja
- resolver problemas reales
- tomar decisiones
- trabajar en entornos colaborativos ampliando los entornos de comunicación para participar en comunidades de aprendizaje formal e informal
- generar producciones responsables y creativas.

En estos momentos, parece claro para casi todo el mundo que las TIC y en particular los recursos informáticos son herramientas que promueven un aprendizaje activo de los alumnos, y que su uso es parte integrante de la vida cotidiana. La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas, contribuye a mejorar la competencia en el tratamiento de la información y la competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. Es necesario, si queremos que el desarrollo tecnológico sea compatible con el de las personas, fomentar, aportando los recursos necesarios, una capacitación de las personas en ciencia y tecnología y como en ellas está implícito el conocimiento matemático resulta indispensable educar el pensamiento matemático y en particular el estadístico. En la construcción del conocimiento los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y, en definitiva para hacer matemáticas, proponemos un método de enseñanza en el que el aprendizaje matemático tenga lugar a través de prácticas que impliquen la actividad del alumno, como son la resolución de problemas, la discusión, el establecimiento de conjeturas, etc. En este sentido estaríamos hablando más de “*hacer matemáticas*” que de “*conocer matemáticas*.”

2.4. Objetivos

En el marco de la “sociedad de la información,” donde los conocimientos necesarios para desarrollar la actividad profesional se renuevan continuamente, parece claro que la escuela no puede proporcionar a todos los estudiantes todos los saberes que integran la cultura actual, sobretodo en alumnos con poca regularidad asistencial a las clases y que presentan problemas de aprendizaje y de conducta. En este sentido las competencias básicas constituyen unos “mínimos” que proporcionan referencias sobre los principales aspectos donde es preciso centrar los esfuerzos, sin pretender suplantar el diseño curricular escolar para los alumnos con un rendimiento más deficitario, sino que pretenden hacer reflexionar y promover la inclusión de estas habilidades o aprendizajes claves en todos los currícula de la enseñanza obligatoria, pero más allá de estas competencias básicas, debemos intentar alcanzar con cada uno de nuestros estudiantes los “máximos” posibles. (Marqués, 2006).

De acuerdo con los planteamientos anteriores, la estructura de las actividades y las medidas que tomamos de atención a la diversidad están orientadas a responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos y a conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente. En definitiva, pretendemos que alumnos con dificultades de aprendizaje (en primer lugar de diversificación curricular, alguno de ellos alumnos con necesidades educativas especiales; y más tarde de grupos ordinarios), a través de un sistema tutorial interactivo de aprendizaje de la estadística (STIAE), desarrollen una serie de competencias matemáticas y destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información, para con sentido crítico adquirir nuevos conocimientos y una preparación en el campo de las tecnologías de la información y comunicación y comprender y expresar con corrección textos y mensajes. Como objetivos de la investigación tratamos de:

1. *Diseñar e implementar un sistema tutorial interactivo y colaborativo de enseñanza-aprendizaje de la Estadística en la ESO con unas actividades en cuyo diseño y estructura se tenga en cuenta la atención a la diversidad del alumnado.*
2. *Analizar el entorno interactivo como medio para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el curriculum correspondiente² en alumnos con dificultades de aprendizaje (diversificación curricular).*

²R.D. 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas

3. *Analizar los errores estadísticos cometidos por los alumnos y ver su evolución tras usar el entorno interactivo de aprendizaje.*
4. *Estudiar el grado de satisfacción de los alumnos participantes en este nuevo modelo de enseñanza.*
5. *Validar la eficacia del entorno interactivo implementado, comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usen el sistema con otros que no sigan esta metodología.*

correspondientes a ESO. Decreto 5/2011, de 28 de enero, por el que se establece el Currículo de la ESO de la Comunidad Autónoma de La Rioja. Orden ECI/2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la ESO.

Capítulo 3

Marco teórico

3.1. Introducción

Consideramos un marco de integración, donde se tienen en cuenta las aportaciones de diversos autores, que utilizamos en las diferentes fases de la investigación.

A partir de diversas visiones planteadas sobre la clasificación y categorización de los errores propuestas por distintos autores (Movshovitz–Hadar, Zaslavsky e Inbar 1987, Werner, Davis y Brousseau 1986, Rico 1995, Socas, 1997, Garfield 2003, Murillo y Marcos 2005, Minnaard y otros 2007, Pennac 2008,...), primero en el ámbito de las matemáticas en general y posteriormente en el campo de la estadística en particular y de los resultados empíricos obtenidos se ha realizado una clasificación de los errores cometidos por los alumnos al responder a los ítems del cuestionario que se les pasó al efecto, antes y después de usar el STIAE.

Caracterizamos el término Sistema Interactivo de Aprendizaje y describimos las características de la Diversificación Curricular en la Educación Secundaria Obligatoria.

Analizamos el panorama internacional del estudio de la estadística y el currículo en España. Una revisión mucho más detallada se presenta en el Anexo X (incluyendo el desarrollo en la Comunidad Autónoma de La Rioja).

Describimos la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner y su aplicación en el desarrollo de actividades para el STIAE.

3.2. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Una de las preocupaciones principales para el docente en su quehacer diario es la aparición de errores en las producciones de los alumnos. Cuando los alumnos construyen matemáticas aparecen errores de modo sistemático, encontrándose que algunos de ellos lo hacen de forma persistente y frecuente.

A lo largo de la historia, es con Popper, cuando se produce un punto de inflexión en el tratamiento de los errores, ya que éste propone cambiar el interrogante de ¿cuál es la fuente última del conocimiento? por el de ¿cómo podemos detectar y eliminar el error? respondiendo a éste último a través de lo que él llama racionalismo crítico, señalando que no hay fuentes últimas en el conocimiento, admitiendo que todo conocimiento es humano y que está mezclado con nuestros errores y nuestros prejuicios. Esto le lleva a admitir el error como parte constituyente de nuestra adquisición de conocimiento.

Una idea que complementa la de la presencia del error es la necesidad de un ejercicio constante de la crítica sometiendo a prueba nuestros conocimientos y aproximaciones a la verdad. La búsqueda crítica del error para modificar nuestros conocimientos deficientes es una conclusión inevitable de las ideas anteriores (Rico, 1995).

Por su parte Bachelard (1988) introdujo el concepto de obstáculo epistemológico para explicar la aparición de los errores en la formación del conocimiento. Brousseau tomó las ideas de Bachelard y las desarrolló en el ámbito específico del aprendizaje de las Matemáticas. En su trabajo distingue entre obstáculos de origen psicogenético, que están vinculados con el estadio de desarrollo del aprendiz, los de origen didáctico, vinculados con la metodología que caracterizó al aprendizaje, y los de origen epistemológico, relacionados con la dificultad intrínseca del concepto que se aprende y que pueden ser rastreados a lo largo de la historia de la matemática, en la génesis misma de los conceptos. En todos los casos se destaca el carácter de resistentes que presentan estos obstáculos, y es necesaria su identificación, para luego alcanzar los nuevos conocimientos a partir de su superación (citado por Minnaard y otros, 2007).

Desde un punto de vista constructivista el conocimiento matemático se construye, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.

Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción, estas estructuras están en desarrollo continuo (la actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes). Los errores son elementos usuales en nuestro camino al conocimiento verdadero lo que nos lleva a concluir que en el proceso usual de construcción de los conocimientos matemáticos van a aparecer de forma sistemática errores y por tanto el proceso mencionado de construcción deberá incluir su diagnóstico, detección, corrección, y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones (Rico, 1995).

Lo que parece claro es que los errores son la manifestación externa de un complejo proceso donde intervienen muchas variables distintas: docentes, alumnos, currículo, métodos de enseñanza aprendizaje, entre otros; siendo la investigación de su estudio una de las preocupaciones actuales de la Educación Matemática.

3.2.1. Clasificación y categorización de errores

La clasificación y categorización de los errores hace que sea más fácil para el docente establecer procesos y remedios que puedan ayudar a los alumnos a superarlos de forma efectiva. Se ha realizado una revisión bibliográfica sobre la clasificación y categorización de los errores propuestas por distintos autores, primero en el ámbito de las matemáticas en general y posteriormente en el campo de la estadística en particular (un desarrollo más completo se presenta en el Anexo XI).

Comprensión y representación de gráficas y tablas de frecuencias Curcio, (1989) describe tres niveles distintos de comprensión de los gráficos. Gerber, R. y cols. (1995) distinguen siete categorías sobre la comprensión de gráficos, que describen las diferencias en las habilidades de los estudiantes para interpretarlas. Friel, Curcio y Bright (2001) sugieren que el sentido gráfico incluye la lectura de los gráficos, la consideración de qué implica su construcción como instrumentos para estructurar los datos y la elección óptima de un gráfico para la situación dada. El sentido gráfico se desarrolla gradualmente como consecuencia de crear gráficos y usar otros ya construidos en una variedad de tareas que impliquen la construcción de significado a partir de los datos. Organizan estos comportamientos en seis etapas. Li y Shen (1992) muestran ejemplos de elección incorrecta del tipo de gráfico en los

proyectos estadísticos realizados por los estudiantes de secundaria. Algunos alumnos utilizaron un polígono de frecuencias con variables cualitativas, o un diagrama de barras horizontal para representar la evolución del índice de producción industrial a lo largo de una serie de años. Con frecuencia las elecciones de las escalas de representación son poco adecuadas para el objetivo pretendido. Los autores incluyen, además, una lista de errores de carácter técnico (citado por Batanero, 2001). Cobo (2003) analiza las respuestas de dos grupos de primero y cuarto de educación secundaria y hace notar que el estudio ha mostrado una dificultad generalizada en la lectura e interpretación de gráficos. Delmas, Garfield y Ooms (2005) muestran en su estudio que los estudiantes tuvieron dificultades en muchos aspectos del razonamiento sobre representaciones gráficas de distribuciones. En particular, tuvieron dificultades cuando los gráficos estaban representados por intervalos de valores. Monteiro y Ainley (2006, 2007) estudiaron la competencia de futuros profesores en la lectura de gráficos tomados de la prensa diaria, encontrando que muchos no tenían conocimientos matemáticos suficientes para llevar a cabo dicha lectura. Carvalho (2007) en investigaciones con alumnos portugueses en los años 2001 y 2004, encuentra que éstos cometen determinados errores al trabajar en Estadística. Monroy (2007) en un estudio con estudiantes de secundaria (12-15 años) sobre la comprensión de gráficas estadísticas encontró que a pesar de que se tiene la idea de que la comprensión de gráficas es un proceso sencillo que no requiere de una especialización, en realidad es un proceso complejo que presenta muchas dificultades a los alumnos. Espinel (2007) en dos investigaciones con alumnos universitarios (maestros en formación) encuentra que hay dificultades en los futuros profesores para la construcción de gráficas que son esenciales en estadística. Murillo y Castellanos (2007) en un estudio con alumnos del curso de tercero de educación secundaria encontraron que los alumnos presentaban grandes dificultades en cuestiones referidas a la interpretación de gráficos. Arteaga (2008) propuso a una muestra de futuros profesores un proyecto de análisis de datos en el que los estudiantes recogieron en clase datos de un experimento y tuvieron libertad para elegir el método de análisis de datos para contestar a la pregunta de investigación planteada. De los 101 estudiantes un total de 88 realizaron algún tipo de gráfico encontrando que sólo un 50 % de los gráficos correctos y otro 25 % más solo parcialmente correctos (con errores sólo de escala u omisión de algún elemento del gráfico). La dificultad de interpretación y obtención de conclusiones a partir del gráfico fue mucho mayor pues sólo el 30 % interpreta tanto las tendencias centrales como la variabilidad de

los gráficos y otro 30 % sólo las tendencias. En total menos del 25 % de los futuros profesores llega a una conclusión parcial sobre el problema planteado y de éstos muy pocos dan la conclusión completa. Contreras y otros (2009) en una investigación sobre el lenguaje de los gráficos estadísticos exponen que la lectura e interpretación del lenguaje gráfico es una habilidad altamente compleja. Además encuentran otro hecho más preocupante si cabe, el de que los futuros profesores de educación primaria tengan dificultades con el lenguaje gráfico que han de transmitir a sus alumnos y han de utilizar como herramienta en su vida profesional.

Medidas de posición central Campbell (1974) observa que, debido a que la media es un valor representativo de los datos, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas. Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos. Esto no es siempre comprendido por algunos alumnos quienes invariablemente eligen la media como mejor representante de los datos sin tener en cuenta la simetría de la distribución o la existencia de valores atípicos (citado por Batanero, 2001). Barr (1980) indica, en un estudio con alumnos de entre 17 y 21 años, refiriéndose a la mediana, que los alumnos entienden que ésta es un valor central pero que la mayoría no comprenden realmente a qué secuencia numérica se refiere ese valor, ¿interpretando? la mediana como el valor central de los valores de la variable, de las frecuencias, o de la serie de datos antes de ser ordenada (citado por Estrada, 2002)

Pollatsek, Lima y Well (1981) encontraron que incluso alumnos universitarios en ocasiones usan la media simple, en lugar de la media ponderada (citado por Estrada, 2002). Strauss y Bichler (1988) investigaron el desarrollo evolutivo de la comprensión de la media en alumnos de 8 a 12 años (citado por Cobo, 2003). Russell y Mokros estudiaron las concepciones que los alumnos de 4º a 8º de enseñanza primaria tienen sobre los valores de tendencia central, empleando para ello las tareas anteriores, de las cuales la más difícil fue la segunda (citado por Batanero, 2001) Li y Shen (1992) indican que cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media y se limitan a calcular la media de todas las marcas de clase. Las situaciones en las cuales se debe calcular una media ponderada y la selección de los correspondientes pesos no son fácilmente identificadas por los estudiantes

(citado por Cobo, 2003) Eisenbach (1994) plantea a estudiantes universitarios en un curso introductorio de estadística el significado de la frase: "¿Qué quiere decir que el salario medio de un empleado es 3.600 dólares?". Obteniendo respuestas como "que la mayoría de los empleados gana alrededor de 3.600 dólares", o que "es el salario central; los otros trabajadores ganan más o menos de 3600 dólares", que muestran la confusión terminológica entre las palabras "media", "mediana" y "moda" (citado por Batanero, 2001). Cai (1995) encontró que mientras la mayoría de alumnos de 12-13 años en su investigación eran capaces de aplicar adecuadamente el algoritmo para calcular la media, sólo algunos alumnos eran capaces de determinar un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado. Incluso encontrando el valor desconocido, fueron pocos los que lo hicieron a partir de un uso comprensivo del algoritmo, multiplicando el valor medio por el número de valores para hallar la suma total y de ahí el valor faltante, sino que la mayoría simplemente usó el ensayo y error, lo que parece indicar que el algoritmo se aplica de forma mecánica sin comprender su significado (citado por Batanero, 2001). Un estudio sobre las dificultades de comprensión de los promedios, realizado por Batanero y otros (1997), muestra que la población estudiada, profesores de primaria en formación, encuentran dificultades en el tratamiento de los ceros y valores atípicos en el cálculo de promedios, posiciones relativas de media, mediana y moda en distribuciones asimétricas, elección de la medida de tendencia central más adecuada en una determinada situación y el uso de los promedios en la comparación de distribuciones. Carvalho (1998) al analizar las producciones escritas de los alumnos al resolver tareas estadísticas encuentra los siguientes errores de cálculo en media, mediana y moda (citado por Cobo, 2003). Gattuso y Mary (1998) analizan la evolución de la comprensión del algoritmo de cálculo de la media ponderada de una muestra de 598 alumnos canadienses durante la enseñanza secundaria (13-15 años). Las investigadoras querían saber qué conocen los alumnos sobre el concepto de media ponderada antes de que los alumnos sean instruidos sobre dicho concepto; qué estrategias usan para resolver problemas a lo largo de la etapa de secundaria; si mejoran o no después de recibir instrucción; si hay diferencias dependiendo del curso y si persisten los errores en el tiempo. Las tareas presentadas fueron: cálculo de medias ponderadas, efecto que el cambio de un dato produce sobre la media y hallar un valor que falta en un conjunto de datos para obtener un promedio dado. Encontraron que la comprensión conceptual no va paralela al número de años de instrucción en la materia en cuestión.

Cobo (2003) llega a conclusiones distintas a otros autores (Cai, 1995; Watson y Moritz, 1999, 2000) quienes sugerían que la inversión del algoritmo de la media es difícil para los estudiantes. Su estudio contradice esa teoría, puesto que, según ella incluso los estudiantes de 1º curso han dado una frecuencia de inversión correcta mucho mayor que incorrecta, llegando en una frecuencia abrumadora de ocasiones incluso a dar una distribución de media dada. Estos resultados mejoran aún más en los alumnos que han recibido instrucción, pero son ya bastante buenos a nivel intuitivo, para los problemas planteados cuyos datos son sencillos y poco numerosos. Se mantiene, sin embargo la dificultad del cálculo de medias ponderadas, tanto antes como después de la instrucción.

Garfield (2003) encuentra en las respuestas de los estudiantes algunas con un razonamiento correcto, pero observa que en la mayoría de las respuestas aparecen razonamientos incorrectos, por lo que elabora unas escalas de razonamiento correcto y de concepciones inadecuadas (misconceptions). Fortuny, Batanero y Estrada (2004) en un estudio de evaluación de los conocimientos estadísticos elementales de una muestra de 367 estudiantes de distintas especialidades de Magisterio concluyen que es necesario potenciar la formación estadística de los futuros profesores ya que a pesar de que en la mayor parte de los ítems los porcentajes de aciertos superan el 50 % también encontraron que había desconocimiento de conceptos estadísticos elementales como media, mediana y moda y la presencia de errores al invertir el algoritmo de la media.

Balderas y otros (2007) presentan un estudio de respuestas a un cuestionario que evalúa la comprensión de diferentes elementos del significado de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos al finalizar la educación secundaria. Los resultados indican dificultades compartidas con los de un estudio anterior realizado en estudiantes españoles de menor edad (Cobo, 2003) y sugieren la necesidad de enriquecer la enseñanza con tareas más próximas a la vida cotidiana del estudiante, incrementando así su cultura estadística. Minnaard, Seminara y Del Puerto (2007) en una investigación con alumnos universitarios encuentran incluso que algunos de éstos cometen errores al calcular la frecuencia relativa, no distinguen entre frecuencia absoluta y acumulada, y cometen errores al calcular la media. Arteaga, Batanero, y Ruiz (2009) en un estudio para analizar las estrategias usadas por los futuros profesores de educación primaria para comparar dos distribuciones de datos, observaron que éstos tuvieron dificultades en la interpretación de

medidas de posición central. Mayén, Batanero, y Díaz (2009) estudiando las dificultades de estudiantes mexicanos en la comparación de datos ordinales obtuvieron que la comparación de datos ordinales, incluso en un contexto familiar para el estudiante, como es el de las calificaciones, no es intuitiva. Incluso es menos intuitivo para los estudiantes de Bachillerato que para los de Secundaria, de modo que la enseñanza no parece ayudar a desarrollar esta intuición en los estudiantes Ortiz, Font y Mayén (2009) en una investigación con maestros de primaria en formación pusieron de manifiesto que estos futuros profesores cuando resuelven un problema de comparación de dos distribuciones tienen importantes dificultades relacionadas con la comprensión del concepto de media aritmética y algunas de sus propiedades. Destacan el alto porcentaje de profesores en formación que no tiene en cuenta la media aritmética para la comparación de las dos distribuciones del estudio (80 %) e incluso cometen errores de cálculo en las operaciones y el alto porcentaje que si aporta argumentos pero de forma incorrecta (75 %), lo que puede ser debido a su escasa formación en estadística.

Medidas de dispersión Para Campbell (1974) un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones (citado por Estrada, 2002)

Mevarech (1983) encontró en alumnos universitarios las mismas dificultades en el cálculo de la varianza que en el cálculo de la media. En particular, los estudiantes suponen que el conjunto de datos junto con la operación de cálculo de la varianza tiene una estructura de grupo. (citado por Cobo, 2003)

Una medida de la dispersión es la desviación típica, que mide la intensidad con que los datos se desvían respecto de la media. Loosen y cols. (1985) hicieron notar que muchos libros de texto ponen mayor énfasis en la heterogeneidad entre las observaciones que en su desviación respecto de la posición central. Como señalan Loosen y cols. (1995), las palabras empleadas, como variación, dispersión, diversidad, fluctuación, etc. están abiertas a diferentes interpretaciones. Es claro para el profesor, pero no para el estudiante, cuándo estas palabras se refieren a una diversidad relativa a la media o en términos absolutos (citado por Cobo, 2003)

Murillo y Castellanos (2007) en un estudio con alumnos del curso de tercero de educación secundaria encuentran errores tales como: confundir desviación típica con desviación media con respecto a la media, confusión entre dispersión en términos relativos y absolutos y errores de cálculo en las

fórmulas para hallar la varianza.

Minnaard, Seminara y Del Puerto (2007) en una investigación con alumnos universitarios encuentran incluso que algunos de éstos cometen errores en la fórmula al calcular la desviación típica, no distinguen entre desviación típica y varianza, y confunden variabilidad absoluta y relativa.

Arteaga, Batanero, y Ruiz (2009) en un estudio para analizar las estrategias usadas por los futuros profesores de educación primaria para comparar dos distribuciones de datos observaron en éstos escaso uso de las medidas de dispersión. Así, aunque el cálculo del rango lo hacen correctamente, parece que a pesar de que se comprende el procedimiento de cálculo, los alumnos no llegan a captar el significado de la dispersión ni su utilidad en la comparación de dos distribuciones.

Después de consultar la bibliografía al respecto y de los resultados empíricos obtenidos se han clasificado en cinco clases los errores cometidos¹ por los alumnos al responder a los ítems del cuestionario que se les pasó al efecto, antes y después de usar el STIAE:

1. **Errores de tipo 1 (E1):** errores de tipo computacional, se deben a la aplicación incorrecta de un algoritmo de cálculo. Se incluyen en esta categoría los que Movshovitz–Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), califican como errores técnicos (errores de cálculo y los derivados de la ejecución de algoritmos básicos, entre otros).

Ejemplo: Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: La altura del alumno mediano es 169.

El error se produce al aplicar incorrectamente el algoritmo para hallar la mediana, es necesario ordenar los datos antes de escoger el que está en la posición central.

2. **Errores de tipo 2 (E2):** errores que se producen al aplicar correctamente un algoritmo que es inapropiado.

¹Los tipos de errores E1, E2, E3, E4 y E5, a pesar de que se han numerado tienen el mismo grado de importancia, es decir, simplemente son errores distintos a los que se les ha asignado esos nombres, siendo para nosotros igual de importantes unos que otros.

Los errores de este tipo son análogos a los que Werner, Davis y Brousseau (1986) describieron como aquellos que son la aplicación correcta de un procedimiento sistematizado que es inapropiado.

Ejemplo: Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: $(171 + 172 + 169 + 171 + 177)/5 = 172$

El error se produce al aplicar el algoritmo para hallar de forma correcta la media aritmética cuando se debería haber aplicado el de la mediana.

3. **Errores de tipo 3 (E3):** errores que se producen por una concepción inadecuada del objeto matemático.

Esta categoría tiene que ver con lo que tanto Garfield (2003) como Werner, Davis y Brousseau (1986) llaman “*misconceptions*” o concepciones inadecuadas del objeto matemático.

Ejemplo: Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177 ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: $(171 + 172 + 169 + 171 + 177)/5 = 172$

El error se produce al confundir los términos media aritmética y mediana.

Ejemplo: Tenemos dos grupos de alumnos de 11 y 18 años, de los cuales hemos calculado su peso medio y su desviación típica

	Peso medio	Desviación típica
11 años	40 Kg	3 Kg
18 años	60 Kg	3 Kg

En términos relativos, ¿qué grupo de alumnos tiene el peso más disperso con respecto a su media, los de 11 o los de 18 años? Justifica la respuesta.

Respuesta: Los dos iguales porque tienen la misma desviación típica.

Error: al no distinguir entre el uso de la desviación típica y el coeficiente de variación dependiendo de que la dispersión sea en términos absolutos o relativos.

4. **Errores de tipo 4 (E4):** errores por incompetencia lingüística, son errores que se producen por incompetencia al expresarse uno mismo en una variedad de vías sobre temas de contenidos estadístico así como al entender enunciados sobre esta materia, es decir, incompetentes en el proceso de comunicación según Rico (2007).

Dentro de esta categoría tienen también cabida los errores que Radatz (1980) califica como errores del lenguaje pero refiriéndose al mal uso y comprensión de términos y símbolos matemáticos debido a su inadecuado aprendizaje.

Así mismo son errores de este tipo las repeticiones, contradicciones, insuficiencia de argumentos, falta de claridad e inadecuación del lenguaje respecto al objeto comunicativo (Murillo y Marcos, 2005).

Ejemplo: ¿Qué significa que el tamaño de una familia media es de 2,5? ¿Podrías inventar familias cuyo tamaño medio sea 2,5?

Respuesta: Que la suma de sus tamaños partido por todos los componentes de la familia es 2,5. Ejemplo: La familia está formada por 5 personas

$$(250 + 250 + 250 + 250 + 250)/5 = 2,50$$

es su altura media.

Error de comprensión del enunciado al confundir tamaño medio de la familia con altura media poniendo como ejemplo cinco componentes de dos metros y medio lo cual no tiene sentido en el contexto (vida real).

5. **Errores de tipo 5 (E5):** Errores que se producen como consecuencia del uso de métodos propios del estudiante, en general informales (Werner, Davis y Brousseau, 1986) así como otros que tienen que ver con las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas en general y hacia la Estadística en particular (Socas, 1997). También consideraremos dentro de esta categoría lo que Pennac (2008) denomina respuestas absurdas. La respuesta absurda no procede de ningún intento de razonamiento. El alumno no responde a la pregunta que se le hace, sino al hecho de que se la hagan.

Ejemplo: Tenemos siete números y el más grande es el 6. Sumamos estos números y dividimos la suma por siete. El resultado es 5. ¿Te parece posible? ¿Por qué?

Respuesta: Si es posible si acaba en 5 y en 0.

Error producido posiblemente al mezclar en el problema propiedades de la media con otras propiedades referidas a la divisibilidad de números.

Ejemplo: Tenemos dos grupos de alumnos de 11 y 18 años, de los cuales hemos calculado su peso medio y su desviación típica:

	Peso medio	Desviación típica
11 años	40 Kg	3 Kg
18 años	60 Kg	3 Kg

En términos relativos, ¿qué grupo de alumnos tiene el peso más disperso con respecto a su media, los de 11 o los de 18 años? Justifica la respuesta.

Respuesta: Los de 18 años porque su peso medio es de 60 kilos.

Catalogamos este tipo de respuestas como error, ya que el alumno lo único que hace es decir una perogrullada con el fin de no dejar la pregunta sin responder.

3.3. Sistemas interactivos de aprendizaje

El término Sistema Interactivo de Aprendizaje es frecuentemente usado en la literatura de educación. Según Barker (citado por Tirado, 1996) puede usarse para cubrir un amplio rango de situaciones de aprendizaje en las que varios tipos de conocimiento o intercambio de la información entre sistemas comunicadores que están implicados en alguna forma de proceso de diálogo. Tal proceso normalmente implica un intercambio de información coordinado y sincronizado usando convenciones y procedimientos acordados. Asimismo, estos diálogos pueden realizarse entre múltiples compañeros comunicadores, pueden también ser multimedia (implicando a varios canales de comunicación diferentes) y multimodal implicando a una variedad de modalidades conceptuales, perceptuales y físicas.

3.3.1. Mecanismos de interactividad de estos sistemas

La interactividad (Barker, 1990; Tirado, 1996; Estebanell, 2000) implica al menos dos sistemas: el estudiante y el sistema de aprendizaje. Los dos sistemas se influyen mutuamente en sus espacios de estados, causando varios cambios de estado. El espacio de estado de un sistema es un conjunto de estados que parecía ser importante en la explicación de la conducta que muestra el sistema. Algunas veces un sistema de Aprendizaje Interactivo puede considerarse simétrico y sincrónico. Así, las perturbaciones producidas en el sistema por el alumno crean reacciones dentro del sistema de aprendizaje. Algunas de estas reacciones se dirigen directamente hacia el alumno en forma de retroalimentación. La retroalimentación producida por el sistema de aprendizaje puede también actuar como un tipo de perturbación que capacita al sistema estudiante para modificar o adaptar la naturaleza de cualquier otra perturbación que pueda éste generar. Como una consecuencia de este proceso de diálogo general pueden ocurrir varios tipos de cambios en el sistema de aprendizaje. Por ejemplo, el sistema de aprendizaje puede construir varios modelos de estudiantes y entonces usar esos modelos para generar secuencias y/o metodologías. Otra característica de estos sistemas es que sus facilidades de enseñanza aprendizaje son dinámicamente sensibles a las necesidades del estudiante, del mismo modo que éste actúa de manera adaptativa.

3.3.2. Tipos de Sistemas Interactivos de Aprendizaje

Según Barker (1996) existen dos tipos de sistemas interactivos de aprendizaje: los centrados en el hombre y los basados en las tecnologías.

Sistemas Interactivos de Aprendizaje centrados en el hombre

Los sistemas centrados en el hombre pueden diferenciarse por un tipo de interacción en la que los sistemas comunicadores son personas que entran en diálogo con objeto de facilitar algún proceso de aprendizaje. La interacción entonces puede desarrollarse de tres formas distintas: uno a uno (profesor-alumno), uno a varios (profesor-grupo de alumnos), o bien varios a varios (trabajo en grupo).

Sistemas Interactivos de Aprendizaje basados en la tecnología

En los sistemas basados en tecnologías el proceso de diálogo se desarrolla entre el alumno o alumnos y las tecnologías usadas para iniciar y mantener los procesos de enseñanza–aprendizaje que tratan de sostener. El carácter de este tipo de interacción va a depender en muchos casos del correcto uso que se haga de la tecnología (sea vídeo, televisión, radio, ordenador, etc.), mientras que en otros casos la interacción va a estar mucho más controlada como sucede con las tecnologías que integran el uso de muy diferentes tecnologías instruccionales y que a menudo se conocen como multimedia (entendiendo el término multimedia como aquellos medios que basados en la tecnología informática incorporan diversas capacidades que antes sólo podían ser suministradas a través de tecnologías diferenciadas).

La situación de aprendizaje puede ser, al menos de tres tipos:

- Situación en la *el estudiante aprende sólo ante la tecnología*, como es el caso en muchos sistemas de aprendizaje asistido por ordenador individualizados
- Situación de *trabajo compartido dentro de una red de usuarios*, trabajando de forma colaborativa con clase virtual en la que los estudiantes y el profesor están distribuidos geográficamente como es el caso de distintos sistemas de teleconferencias basadas en el ordenador.
- Las dos situaciones anteriores pueden combinarse dando lugar a *modelos mixtos de aprendizaje*.

La tercera situación es la que fundamentalmente corresponde a nuestra situación. El sistema tutorial que hemos diseñado (Entorno Interactivo de Aprendizaje) presenta rasgos de un entorno de aprendizaje constructivo, social y colaborativo en tanto que permite la puesta en juego de los principios antes apuntados. Es un sistema abierto guiado por el interés, iniciado por el que aprende, e intelectual y conceptualmente provocador. La interacción será atractiva en la medida en que el diseño del entorno sea percibido como soportador del interés.

3.3.3. Uso de medios informáticos

En relación al uso del ordenador por alumnos con necesidades educativas especiales: “*Es obvio que el uso del ordenador con ellos (al igual que con el resto del alumnado), presenta una serie de ventajas que justifican el uso de este recurso* (Sánchez, 1997) y hace las siguientes observaciones:

1. *Capta la atención del alumno y se puede seguir trabajando los mismos objetivos con otro recurso distinto (el ordenador) de los que se vienen usando normalmente (...). Es otro recurso más que, además, es motivador y capta la atención más fácilmente que otros.*

Pero este medio, como otros, debe supeditarse al proceso de enseñanza y aprendizaje, debe ser un instrumento más, para ayudar al alumno a lograr la comprensión de hechos y conceptos que favorezcan su desarrollo.

2. *Permite plantear situaciones interactivas que favorecen la imaginación, la resolución de problemas y la toma de decisiones.*
3. *Presenta mayores posibilidades de variedad sensorial, etc.”*

Así mismo, en la Educación Secundaria de Uruguay, desde el año 2004 se ha usado el ordenador para trabajar con alumnos que presentan dificultades de aprendizaje, en concreto, también en alumnos con dislexia. *Éstos al recibir la información a través de la vía visual... mejoran sus resultados.* (Lázaro y otros, 2005)

También Iglesias (2005) cita, entre otras, las siguientes sugerencias didácticas para el alumno disléxico:

- Favorecer la utilización de ordenadores y otras tecnologías disponibles.
- Durante los exámenes brindar al alumno disléxico tiempo suplementario y períodos de descanso, permitiendo el uso de ordenadores portátiles o pizarras digitales si los hubiere

Gravier y otros (2005) explican que los entornos donde se utilizan ordenadores facilitan las interacciones entre el profesor, los alumnos, la tarea, . . . ;

mejora la calidad de las interacciones profesor–alumno; incrementa el ritmo y mejora el estilo de aprendizaje de los alumnos; desarrolla el conocimiento y las habilidades de enseñanza del profesor, etc.

Finalmente diversos estudios han demostrado que el uso de medios informáticos e Internet favorece el aprendizaje y a la vez desarrolla una serie de competencias básicas en la llamada Sociedad de la Información, incrementando el gusto del alumno por aprender (Cobo y Fortuny, 2000; Murillo, 2000; Martín, 2002; Richard, 2003).

3.4. Diversificación Curricular

Los programas de diversificación curricular son la expresión concreta y excepcional de una medida de atención a la diversidad extrema dentro de un currículo abierto y flexible que permite responder a las peculiaridades del alumnado mediante una propuesta curricular, organizada y coherente con los objetivos generales del currículo ordinario de la enseñanza secundaria. No son la única medida de atención a la diversidad sino que es una más del conjunto de estrategias posibles, que comienzan por el mismo currículo del segundo ciclo y sus características, y terminan por las estrategias específicas de carácter curricular (“*refuerzo educativo*”, “*adaptaciones curriculares*”, . . .) con el objetivo de que el alumno obtenga el título de Graduado en Educación Secundaria.

Los Programas de Diversificación son un recurso del Proyecto Curricular de la ESO que permite intervenir de modo significativo y global sobre el *Qué enseñar y aprender* (Objetivos y Contenidos) y el *Cómo enseñar y aprender* (Organización y Metodología) en un intento de ajustarse de la manera más precisa a un alumnado específico y de acuerdo a sus características, pero sin perder la esencia de la Evaluación (*Qué, Cómo y Cuándo evaluar*).

Los programas de diversificación curricular tienen por finalidad que los alumnos, mediante una metodología y unos contenidos adaptados a sus características y necesidades, alcancen los objetivos generales de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y, por lo tanto, obtengan el título de Graduado en Educación Secundaria.

Pueden acceder a los programas de diversificación curricular los alumnos mayores de dieciséis años, o que los cumplan en el año en que acceden al

programa, previa evaluación psicopedagógica, oídos el propio alumno y sus padres, y con el informe del Servicio de Inspección de Educación. Así mismo, desde el curso académico 2007/08 pueden hacerlo quienes, una vez cursado segundo curso de la ESO, no estén en condiciones de promocionar a tercero y hayan repetido ya una vez en la etapa (RD 1631/2006).

Además para acceder a estos programas, los alumnos deben cumplir el requisito de que en cursos anteriores se hayan encontrado con dificultades generalizadas de aprendizaje, cualquiera que sea su causa, en tal grado que les hayan impedido alcanzar los objetivos propuestos para el ciclo o curso correspondiente, y que, a juicio de la junta de profesores del grupo al que pertenezcan y del Departamento de Orientación, se encuentren en una situación de riesgo evidente de no alcanzar los objetivos de la etapa cursando el currículo ordinario.

Dado el carácter de medida extraordinaria de atención a la diversidad que tienen estos programas, la junta de profesores que proponga la incorporación de un alumno determinado a un programa de diversificación curricular debe especificar en su informe los motivos por los que considera que esta medida es más adecuada que la prevista con carácter general de promoción con adaptaciones curriculares o, la prevista con carácter excepcional, de permanencia en un ciclo o curso distinto una segunda vez.

La duración de los programas de diversificación curricular es, con carácter general, de dos años. No obstante, se pueden establecer programas de un año de duración para aquellos alumnos que se incorporen al mismo después de haber cursado, sin superarlo, el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Excepcionalmente, para aquellos alumnos mayores de dieciséis años que hayan permanecido dos años en el tercer curso de la etapa sin superarlo, la junta de profesores puede proponer su incorporación a un programa de un año, siempre que esta medida se considere la más adecuada.

La enseñanza de los alumnos que sigan un programa de diversificación curricular tiene que incluir:

1. *Las áreas específicas de estos programas* que cada centro determine, organizadas en torno a los ámbitos lingüístico y social y científico-tecnológico, con un horario total de doce horas semanales, que se distribuirán de forma equilibrada entre los dos ámbitos.

2. *Tres áreas del currículo común en el segundo ciclo*, excluidas las que configuran las áreas específicas. Se podrán seleccionar cuatro áreas si una de ellas es la Tecnología, en cuyo caso los contenidos correspondientes no se incluirán en el ámbito científico–tecnológico.
3. *Materias optativas de la oferta general* del centro o específicamente diseñadas para estos programas, hasta completar el horario lectivo semanal establecido para el segundo ciclo de la etapa.

Los contenidos del ámbito científico–tecnológico lo hacen tomando como referencia el currículo de las áreas de Ciencias de la Naturaleza, Matemáticas y Tecnología. Dado el carácter opcional de las áreas de Tecnología y Ciencias de la Naturaleza en el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria, para la selección de los contenidos de ambas áreas se tienen en cuenta fundamentalmente los que forman parte del currículo común para todo el alumnado de la etapa.

La configuración final del programa de diversificación para cada alumno deberá responder, globalmente, a los objetivos generales de la etapa, y sus contenidos habrán de guardar por ello el equilibrio necesario.

Con carácter general, los alumnos que sigan un programa de diversificación cursan las enseñanzas de las áreas del currículo común, y, en su caso, las materias optativas, junto con el resto del alumnado de su curso de referencia, integrados en grupos ordinarios. Excepcionalmente, si las condiciones del centro así lo aconsejan, pueden establecerse otras fórmulas de agrupamiento.

Para la impartición de las áreas específicas el número de alumnos por grupo no podrá ser superior a quince.

El referente de la evaluación para el alumnado que siga un programa de diversificación curricular serán los objetivos generales de la etapa y los criterios de evaluación establecidos para cada área o materia que curse cada alumno, con las adaptaciones individuales que, en su caso, se hayan decidido.

Dentro de los programas de diversificación curricular nos encontraremos habitualmente con una tipología de alumnado muy variada, en alguna ocasión incluso con alumnos con necesidades educativas especiales.

El término “*Alumno Con Necesidades Educativas Especiales*” (ACNEE), viene expresado por primera vez en el informe Warnock, publicado en el Reino Unido en 1.978. Según Marchesi y Martín este término se aplica a

los alumnos que presentan algún problema de aprendizaje a lo largo de su escolarización, problema que demanda una atención más específica y más recursos educativos que los que necesitan los compañeros de su edad.

Dentro de la definición de alumnos con necesidades educativas especiales están incluidos aquellos que padecen dislexia, ya que la dislexia es una deficiencia de la lectura, la escritura y el aprendizaje. Su causa es una alteración de las zonas cerebrales del lenguaje. Se le atribuye una base genética y no está relacionada con la inteligencia. Sus manifestaciones son muy variadas, dependiendo de la edad del alumno y de la intensidad del trastorno. Se pueden observar déficits en las funciones relacionadas con la memoria, el vocabulario, las áreas motrices y el habla. En la etapa preescolar ya se pueden detectar alteraciones significativas en el lenguaje, la motricidad, la percepción y la falta de madurez en general, por lo que, sabiendo que no se cura sólo con el paso del tiempo, se requiere de un diagnóstico temprano para poder ayudar al niño oportunamente (Iglesias, 2005).

3.5. Revisión curricular sobre la enseñanza de la Estadística

Analizamos el panorama internacional del estudio de la estadística y el currículo en España. Una revisión mucho más detallada se presenta en el Anexo X (incluyendo el desarrollo en la Comunidad Autónoma de La Rioja).

3.5.1. Tendencias internacionales en la enseñanza de la Estadística

La enseñanza de la estadística y probabilidad fue ya introducida en 1961 en el currículo de Inglaterra en forma opcional para los estudiantes de 16 a 19 años que querían especializarse en matemáticas, con el fin de mostrar las aplicaciones de las matemáticas a una amplia variedad de materias (Batanero, 2002). Holmes y su equipo, con el proyecto School Council Project on Statistical Education en el Reino Unido (1975–1981)) mostraron que era posible iniciar la enseñanza ya desde la escuela primaria y se esforzaron para que la estadística fuera incluida en los currículos de matemáticas de la escuela secundaria.

Según Estrada (2002, página 29), en la reunión de la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) en Kuwait (1986) se estudiaron los resultados de la SIMS (Second International Mathematical Study) donde aparece un listado de los contenidos matemáticos para alumnos de 13 años que veinte países (tanto desarrollados como en vías de desarrollo) han catalogado como muy importantes (I) o sin importancia (S). Los resultados relacionados con la estadística descriptiva son los que se muestran en la tabla de la Figura 3.1.

CONTENIDOS	Categoría cognitiva			
	Cálculo	Comprensión	Aplicación	Análisis
Recogida de datos				S
Ordenación de datos				I
Representación de datos				I
Interpretación de datos (media, mediana, moda)				S

Figura 3.1: Resultados relacionados con la Estadística Descriptiva

A los participantes en la reunión se les preguntó en relación a todas las áreas del currículo si los temas propuestos eran apropiados o no en relación al currículo de sus respectivos países obteniéndose los porcentaje de aceptación de la materia en el currículo del propio país de los participantes en el ICMI de Kuwait (Ver tabla del Cuadro 3.1).

Aritmética	92 %
Medida	91 %
Álgebra	83 %
Estadística	69 %
Geometría	64 %

Cuadro 3.1: Porcentaje de aceptación de la materia

Como se puede comprobar en las tablas de las Figura 3.1 y del Cuadro 3.1, la Estadística prácticamente a la par con la Geometría, copan los últimos puestos en cuanto a valoración, a mucha distancia de los temas de la Aritmética y de la Medida, y a bastante del Álgebra.

Santaló en el año 1980 ya presentaba un informe en una audiencia internacional, indicando que la estadística se incluyó en la escuela secundaria en Argentina, para alumnos de 16 años en 1966 y para alumnos de 13 años en 1967.

Según Cobo (2003), Starkings presenta en 1996 algunos ejemplos de cómo ciertos proyectos de investigación en diversos países contribuyeron a implantar la estadística (el proyecto Statistics en Canadá y más tarde experiencias similares en Inglaterra, Italia, Estados Unidos, Sudáfrica, Portugal y Reino Unido). En el informe Cockroft (1985), también hay referencias expresas a la enseñanza de la estadística, tanto en la enseñanza primaria, como en la enseñanza secundaria.

En Inglaterra y Gales, el Acta de Reforma Educativa estableció un currículo nacional por primera vez en 1988, que incluía un apartado especialmente dedicado al análisis de datos. Entre las habilidades que el estudiante debe adquirir, se encuentra la capacidad de comunicar e interpretar ideas estadísticas. Estas ideas fueron implementadas en proyectos como el Schools Council Project on Statistical Education, que desarrollaba un currículo basado en el trabajo sobre proyectos.

Según Watson y otros (2006) el desarrollo de la estadística en los currículos escolares de Estados Unidos vino de la mano de grupos como la Asociación Estadística Americana (ASA), del Quantitative Literary Project (1985) y posteriormente del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) que en 1989 publicó los Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, que fueron seguidos por los Professional Teaching Standards en 1991 y los Assesment Standards en 1995. Los Estándares Curriculares del NCTM proponen, para la Estadística, un tratamiento basado en el análisis de datos y en la experimentación por parte del propio alumno, especialmente en los niveles obligatorios de enseñanza. En el año 2000, el NCTM propone un nuevo documento, Principios y Estándares para la Matemática Escolar, donde la estadística y la probabilidad se ven reforzadas y aparecen a lo largo del currículo en los diferentes niveles educativos.

Parece haber un acuerdo general en la necesidad de que la Estadística esté integrada en los currículos escolares de multitud de países. Esto se puede constatar si nos fijamos en los currículos de países como Australia (Australian Education Council, 1991), China (Li, 2004), Italia (Ottaviani y Luchini, 2005), Países Bajos (Van den Heuvel y Wijers, 2005) y los Estados Unidos (NCTM, 2000) por citar solo unos pocos.

El objetivo de la evaluación OCDE/PISA (2003) es el desarrollo de indicadores que permitan determinar en qué medida los diferentes sistemas educativos de los países participantes han preparado a los estudiantes de 15

años para desempeñar un papel constructivo como ciudadanos dentro de la sociedad centrándose en problemas del mundo real, de modo que va más allá de los casos y problemas que se plantean generalmente en las aulas. La estadística está incluida en lo que en el estudio corresponde a los contenidos de incertidumbre. **Por incertidumbre se entienden dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar.** Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia. Teniendo en cuenta que en PISA (2006) participaron 56 países que representan el 90 % de la economía mundial: 30 países miembros de la OCDE y 26 países asociados, parece obvio que la estadística está plenamente integrada en el currículo de una gran mayoría de países.

3.5.2. Situación en España

No aparecen contenidos referentes al estudio de la Estadística a lo largo de los distintos planes de estudios en España hasta la Ley General de Educación de 1970 (Kilpatrick, Rico y Sierra, 1994), donde dentro de los contenidos para la segunda etapa de EGB (11-14 años), aparece la Introducción a la Estadística en los años 1971 y 1972. La enseñanza se restringía a la estadística descriptiva clásica de una variable. En cuanto a la estadística en el BUP (14-17 años) aparecía en los cursos primero y tercero (decreto plan de estudios del bachillerato BOE 18-4-75).

El Real Decreto 1007/91 de 14 de junio (BOE. 26-junio-91) establece los aspectos básicos del currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Entre los contenidos, presenta un apartado de Interpretación, representación y tratamiento de la información que incluye, como conceptos, el tratamiento de datos estadísticos, parámetros centrales y de dispersión; como procedimientos, la utilización e interpretación del lenguaje gráfico, la elección adecuada de parámetros, la detección de errores y la interpretación de datos relativos a una muestra estadística. Por último, como criterios de evaluación para este tema sugiere que se valore la presentación e interpretación adecuadas de informaciones estadísticas. Con fecha posterior, el Real Decreto 1345/91 de 6 de septiembre (BOE. 13 de septiembre de 1991) perfila con mayor detalle las orientaciones anteriores.

Con posterioridad, el Real Decreto 3473/2000, de 29 de diciembre (BOE de 16/01/2001), introduce un nuevo objetivo que hace mención explícita a la Estadística:

7. Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para obtener conclusiones a partir de datos recogidos en el mundo de la información.

Finalmente es en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, (BOE del 5 de enero de 2007) donde se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria vigentes hoy en día. Los objetivos se definen para el conjunto de la etapa. En cada materia se describe el modo en que contribuye al desarrollo de las competencias básicas, sus objetivos generales y, organizados por cursos, los contenidos y criterios de evaluación. Los criterios de evaluación, además de permitir la valoración del tipo y grado de aprendizaje adquirido, se convierten en referente fundamental para valorar la adquisición de las competencias básicas.

Dentro de los objetivos generales de las Matemáticas en esta etapa aparecen los siguientes relacionados con la estadística: *“Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.”*

En cuanto a los contenidos, en los cuatro cursos de la ESO aparece un primer bloque de contenidos comunes donde dice: Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

3.6. La teoría de las inteligencias múltiples

La enseñanza a lo largo de la historia humana casi siempre ha sido uniforme, basándose en la creencia de que todas las personas deben recibir el mismo trato: deben estudiar las mismas materias con los mismos métodos y se deben evaluar de la misma manera ya que este tipo de enseñanza se

basa en la suposición de que todas las personas son iguales y por tanto la enseñanza llega por igual y de una manera equitativa a todo el mundo.

Nosotros, al igual que Gardner, creemos que no todos nos parecemos y que tenemos personalidades y temperamentos distintos por lo que proponemos como alternativa a la enseñanza uniforme una enseñanza configurada individualmente de forma que tenga en cuenta las diferencias individuales y en la medida de lo posible desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades.

El ingrediente esencial es el compromiso para llegar a conocer la mentalidad (personalidad) de cada estudiante como individuo de forma que podamos conocer los intereses, preferencias, inquietudes, experiencias y metas de cada estudiante para garantizar que las decisiones educativas se tomen en función de los perfiles actualizados de los alumnos (Gardner, 2001, páginas 155-157).

No es fácil para los profesores ofrecer unos currículos y unos medios pedagógicos individualizados en una clase de secundaria, y aún es más difícil pedir a los estudiantes que lleven a cabo varias actuaciones y luego darles una respuesta que les ayude a mejorar. Sin embargo, el uso de las TIC parece hecho a medida para ayudar a hacer realidad el tipo de enfoque basado en las Inteligencias Múltiples (Gardner, 2001, páginas 180-181).

Gardner (1983) propuso la existencia de siete inteligencias separadas en el ser humano. Las dos primeras (lingüística y lógico-matemática) son las que normalmente se han valorado en la escuela tradicional. Más adelante Gardner (2001) consideró la posible existencia de otras varias inteligencias (naturalista, espiritual y existencial) pero hasta ahora no ha considerado ampliar la lista salvo con una nueva inteligencia, la inteligencia naturalista que corresponde a la octava inteligencia.

La teoría de las Inteligencias Múltiples permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas. Una vez que se han valorado dichas habilidades (García, 2007, Anexo IV, páginas 21-22), se han desarrollado actividades adecuadas a los gustos de los alumnos de forma que estimulen los distintos tipos de inteligencia, de manera que a través del STIAE se ha facilitado el aprendizaje planteando las actividades considerando las preferencias de los alumnos. (Para un desarrollo más completo véase el Anexo XIII).

Capítulo 4

Metodología

4.1. Introducción

En este Capítulo, distinguimos dos tipos de metodología: una de trabajo con los alumnos y otra de investigación.

Presentamos las principales ventajas e inconvenientes de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) y de la Teoría Clásica de los Tests (TCT) y a partir de ellas se han diseñado los ítems de evaluación y se lleva a cabo una categorización de los mismos en el marco de nuestra investigación. Asimismo mostramos el diseño y funcionamiento del Sistema Tutorial Interactivo de Aprendizaje de la Estadística (STIAE), los criterios utilizados en las secuencias didácticas de las actividades y la metodología de trabajo con los alumnos.

En cuanto a la metodología de investigación nos hemos basado en el método de diseño de programas para la enseñanza de la matemática propuesto por Cajaraville (1989, 57-58) para el uso de ordenadores en el aula, aunque adaptándolo al STIAE. Cajaraville propuso la siguiente metodología de trabajo:

1. *Reconocer los datos*
2. *Establecer un plan*
3. *Ejecutar el plan*
4. *Evaluar el plan*

Esta metodología es la que se seguirá en las distintas fases de la investigación aunque nosotros englobamos los dos primeros apartados en uno solo.

Reconocer los datos y establecer el plan.

Queremos diseñar e implementar un sistema tutorial interactivo y colaborativo de enseñanza–aprendizaje en la ESO con unas actividades en cuyo diseño y estructura se tenga en cuenta la atención a la diversidad del alumnado (objetivo 1, sección 2.4).

4.2. Teoría de respuesta al ítem (TRI) y teoría clásica de los test (TCT)

Según Cortada de Kohan (2004) la puntuación de una prueba en el modelo clásico (TCT) estima el nivel de un atributo (aptitud, rasgo de personalidad, interés) como la suma de respuestas a ítems individuales, mientras que la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) utiliza el patrón de respuesta. La TRI intenta dar una fundamentación probabilística al problema de la medición de constructos inobservables. Se considera aquí el ítem como unidad básica del test. Estos modelos son funciones matemáticas que relacionan las probabilidades de una respuesta particular a un ítem con la aptitud general del sujeto.

LOS POSTULADOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LA RESPUESTA AL ÍTEM O TRI SON LOS SIGUIENTES:

1. El resultado de un alumno en un ítem puede ser explicado por un conjunto de factores *llamados rasgos latentes o aptitudes*.
2. La relación entre la respuesta de un sujeto a un ítem y el rasgo latente que subyace puede describirse como una función monótona creciente que se llama función característica del ítem o *curva característica del ítem* (CCI). Esta función especifica que a medida que la aptitud aumenta la probabilidad de una respuesta correcta al ítem también aumenta.
3. Las estimaciones de la aptitud obtenidas con distintos ítems serían iguales y las estimaciones de los parámetros de los ítems obtenidos en distintas muestras de alumnos serán iguales. Es decir que en la TRI *los*

parámetros de aptitud y de los ítems son invariantes. Esta propiedad de invariancia se obtiene incorporando información sobre los ítems al proceso de estimación de la aptitud e incluyendo información sobre la aptitud de los examinados en el proceso de estimación de los parámetros de los ítems.

LOS SUPUESTOS DE APLICACIÓN DE LA TRI SON LOS SIGUIENTES:

1. **La unidimensionalidad del rasgo latente.** Es decir que los ítems que constituyen un test deben medir sólo una aptitud o rasgo. Si se trata de la puntuación de una persona en el test, ésta depende exclusivamente de una dimensión o factor: su nivel en la habilidad medida.
2. **La independencia local.** Indica que los modelos asumen que las respuestas de las personas a un ítem son independientes de las respuestas a los otros ítems. Es decir que las respuestas de un alumno a cualquier par de ítems son independientes y no existe relación entre las respuestas de un alumno a diferentes ítems. Así, las aptitudes especificadas en el modelo son los mismos factores que influyen sobre las respuestas a los ítems del test. De esta manera la probabilidad del tipo de respuesta a un conjunto de ítems es igual al producto de las probabilidades asociadas con las respuestas del examinado a los ítems individuales. Así, por ejemplo, si alguien tiene una probabilidad de 0,6 de responder correctamente cada uno de dos ítems, la probabilidad de que el individuo responda correctamente a ambos ítems es de $0,6 \times 0,6 = 0,36$.
3. **Tiempo suficiente.** El tiempo para la realización de la prueba debe ser el necesario para que todos los alumnos tengan tiempo de abordar todos los ítems.
4. **Capacidad de predicción.** Es de suma importancia que el modelo sea capaz de predecir con la mayor exactitud posible el comportamiento de los alumnos frente a cada pregunta

Una de las ventajas más destacables en los modelos de construcción de pruebas TRI es que permiten obtener tests personalizados, adaptativos o a la medida, a fin de inferir en cada uno de los examinados el verdadero valor del rasgo de manera más exacta. Otra de las aplicaciones útiles de la TRI

es que se pueden construir bancos de ítems, vale decir un conjunto de ítem que miden una misma variable y cuyos parámetros están estimados en una misma escala (Attorressi et al, 1999).

Algunas voces críticas del modelo (Kline, 2000) enfatizan que, salvo para tests que evalúan dominios limitados (de rendimiento, por ejemplo), la teoría TRI no garantiza ítems unidimensionales. Otra dificultad de TRI es que requiere de muestras grandes (200 a 500 sujetos para escalas cortas) para calibrar los ítems. Además produce escalas muy cortas con alta homogeneidad que pueden ser inadecuadas para algunos propósitos de evaluación (Nunnally y Bernstein, 1995).

Barbero y otros (2001) analizan empíricamente las relaciones entre las estimaciones de los parámetros de los ítems de la Teoría de la Respuesta al Item (TRI) y de la Teoría Clásica de los Tests (TCT). Los resultados mostraron, en general, correlaciones muy altas entre las estimaciones de la TRI y de la TCT en el parámetro de habilidad de los sujetos y la dificultad de los ítems.

Hernández, Morales y Maíz (2005) afirman que la TRI es uno de los campos con mayor proyección dentro del ámbito de la educación. Señalan que dicha teoría no contradice las asunciones fundamentales de la Teoría Clásica de los Test (TCT) sino que hace asunciones adicionales que permitirán responder a las cuestiones que la TCT no podía, pero aunque la TRI se muestra como un método capaz de enfrentarse a estas deficiencias o problemas planteados en la TCT, la facilidad conceptual y sencillez del cálculo hacen que hoy en día siga siendo más atractivo y frecuente el uso de la TCT.

Tomando en consideración lo anteriormente expuesto, para evaluar la competencia estadística de los alumnos hemos considerado oportuno y adecuado combinar la TRI con la TCT.

4.3. Ítems de evaluación

El dominio sobre matemáticas que se estudia en este trabajo lo llamamos Alfabetización Estadística (Statistical Literacy) como caso particular de la Alfabetización Matemática (OCDE, 2003) y también, de modo general, como Competencia Estadística en el sentido de una parte de la Competencia

Matemática (OCDE, 2004). Este dominio se refiere a las capacidades individuales de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando formulan y resuelven problemas estadísticos en una variedad de dominios y situaciones. Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante está estadísticamente alfabetizado, o bien que está estadísticamente ilustrado. Por ello, podríamos definir la **alfabetización o competencia estadística** como la *capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que la estadística tiene en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con la estadística en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo*.

En el estudio PISA (2003) aparecen tres instrumentos, el contenido matemático al que se refieren los problemas o tareas propuestas; las competencias que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas que se deben utilizar para su resolución y; las situaciones y los contextos utilizados como fuente de materiales y de estímulos y en los que se localiza el problema. De los cuatro contenidos matemáticos considerados, nosotros nos centraremos en el estudio de la *Incertidumbre*.

En cuanto a las situaciones y contextos; en el conjunto de ítems evaluados hay un ítem que presenta una situación personal (está vinculado a una actividad general que el alumno percibe o realiza como individuo); catorce ítems cuya situación corresponde a situaciones educativas o laborales (las encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo); cinco ítems cuyas situaciones son públicas (se refieren a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observan un aspecto determinado de su entorno) y un ítem que corresponde a una situación científica (más abstractas y que pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático).

Los ítems utilizados proponen tres clases de tareas, que se diferencian por el grado de complejidad que requieren en las competencias PISA (2003, p. 59).

- Clase de primer nivel: Reproducción y procedimientos rutinarios.
- Clase de segundo nivel: Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

- Clase de tercer nivel: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

En los ítems del estudio encontramos doce ejemplos de tareas de reproducción, es decir, tareas para cuya respuesta no es necesario emplear niveles complejos en las competencias requeridas, ya que su resolución es posible actuando a un nivel de conocimiento familiar o rutinario; hay además seis ejemplos de tareas de conexiones, es decir, tareas para cuya respuesta es necesario emplear niveles intermedios de complejidad según las competencias que se utilicen y también; hay un ejemplo de tarea de reflexión, es decir, tarea para cuya respuesta es necesario emplear niveles altos de complejidad en cada una de las competencias que se utilicen.

Para clarificar lo anterior, se resumen en el cuadro de la Figura (4.1) los indicadores para clasificar la complejidad de las tareas en cada una de las categorías (Rico, 2006, p. 60)

Clase de primer nivel: Reproducción	Clase de segundo nivel: Conexión	Clase de tercer nivel: Reflexión
Contextos familiares. Conocimientos ya practicados. Aplicación de algoritmos estándar. Realización de operaciones sencillas. Uso de fórmulas elementales.	Contextos menos familiares. Interpretar y explicar. Manejar y relacionar distintos sistemas de representación. Seleccionar y usar estrategias de resolución de problemas no rutinarios.	Tareas que requieren comprensión y reflexión. Ejemplificación y uso de conceptos. Relacionar conocimientos para resolver problemas complejos. Generalizar y justificar resultados obtenidos.

Figura 4.1: Complejidad de las tareas

Además de las tres clases de tareas mencionadas, en los instrumentos de evaluación se ha trabajado con dos tipos de ejercicios, atendiendo al proceso y al formato de la respuesta.

1. Ejercicios de respuesta construida cerrada: son ejercicios de respuesta corta, el criterio de calificación consiste simplemente en la respuesta correcta. Ejemplo de respuesta cerrada: *Aquí (Figura 4.2) tienes un histograma con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos). ¿Cuántos alumnos han sacado más de un cuatro en el examen?*
2. Ejercicios de respuesta construida abierta: son ejercicios de respuesta más larga, se especifican los criterios que se han tenido en cuenta para otorgar la puntuación.

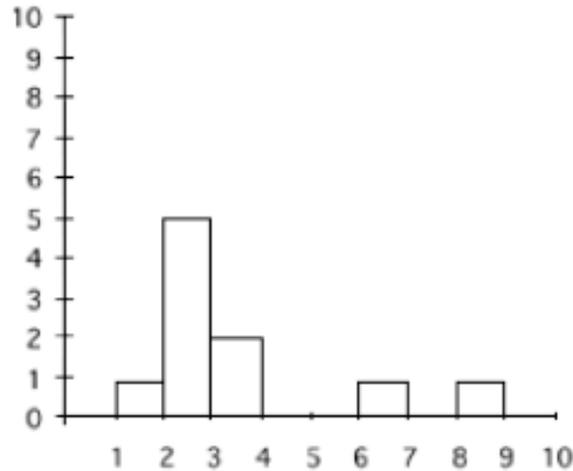


Figura 4.2: Ejemplo de ítem con respuesta cerrada

Ejemplo de ítem con respuesta abierta:

Cada uno de los nueve alumnos de una clase de Ciencias pesó separadamente un pequeño objeto en la misma balanza. El peso, en gramos, anotado por cada estudiante viene dado por:

6,2; 6,0, 6,0, 15,3, 6,1, 6,3, 6,2; 6,15 y 6,2

Los estudiantes quieren determinar de la forma más precisa posible el peso real del objeto. ¿Qué método les recomendarías que usaran? Justifica la respuesta

4.3.1. Categorización de los ítems de evaluación en el marco de nuestra investigación

En el cuadro de la Figura 4.3, se muestra un resumen, donde aparece información sobre cada uno de los 19 ítems que utilizamos en nuestra evaluación sobre contenidos estadísticos. En dicho cuadro aparece información: sobre la situación donde se localiza el problema presentado al alumno (personal, educativa, pública o científica); sobre la competencia (clases de tareas, que se

diferencian por el grado de complejidad que requieren en las competencias: reproducción, conexión o reflexión); sobre el tipo de respuesta atendiendo al formato de respuesta (abierta o cerrada¹); e información sobre la investigación en donde aparece cada uno de los ítems. En el Anexo IX aparecen todas las fichas de evaluación de los 19 ítems con los enunciados y la codificación correspondiente.

Ejemplo: *Una familia muy numerosa está compuesta por un padre, una madre y ocho hijos. El peso medio de los dos adultos es de 70 kg y el peso medio de los ocho hijos es de 40 kg. ¿Cuál es el peso medio de los diez miembros de la familia?*

La situación o contexto en la que un alumno se puede encontrar esta cuestión es en el ambiente escolar o educativo. Entonces este ítem aparecerá catalogado como:

Situación: Personal

Para resolver este ítem solo es necesario aplicar el algoritmo de la media ponderada, por lo que corresponde a una tarea de clase de primer nivel. Este ítem aparecerá catalogado como:

Competencia: Reproducción

En cuanto al *Trabajo donde aparece el ítem*, se muestra información sobre una investigación donde se haya utilizado el mismo ítem u otro intrínsecamente similar. Por ejemplo, este ítem lo utilizó Bakker (2004) en un estudio sobre estadística descriptiva con alumnos de secundaria (véase cuadro de la Figura 4.3).

4.3.2. Información que aparece en la evaluación de cada ítem

Para la evaluación de cada ítem hemos desarrollado lo que llamamos *Ficha de evaluación del ítem*, (ver Figura 4.4).

La Ficha de evaluación de cada ítem evaluado consta de:

1. **El enunciado** de la pregunta contiene todo lo que el alumno ha visto en la prueba.

¹Este tipo de respuestas ya se ha ejemplificado anteriormente

Ítem	Situación	Competencia	Formato de respuesta	Trabajo donde aparece
P1	Educativa	Reproducción	Abierta	Tormo (1993)
P2A	Educativa	Reproducción	Abierta	Cobo (2003)
P2B	Educativa	Reproducción	Abierta	Cobo (2003)
P2C	Educativa	Conexiones	Abierta	Cobo (2003)
P3	Personal	Conexiones	Abierta	Bakker, Arthur (2004)
P4	Personal	Reproducción	Abierta	Bakker, Arthur (2004)
P5	Educativa	Conexiones	Abierta	Murillo, Castellanos (2007)
P6	Educativa	Conexiones	Abierta	Godino (1999/2000)
P7A	Pública	Reproducción	Abierta	Cobo (2003)
P7B	Pública	Reproducción	Abierta	Pérez García (2002)
P8A	Pública	Reproducción	Abierta	Zawojewski (1986)
P8B	Pública	Reproducción	Abierta	Zawojewski (1986)
P9	Educativa	Reproducción	Cerrada	NAEP (2005)
P10A	Educativa	Reproducción	Cerrada	Delmas, Garfield, Ooms (2005)
P10B	Educativa	Reproducción	Cerrada	Delmas, Garfield, Ooms (2005)
P10C	Educativa	Reproducción	Cerrada	Delmas, Garfield, Ooms (2005)
P11	Educativa	Reproducción	Abierta	Gobierno Foral de Navarra (2006)
P12	Pública	Conexiones	Abierta	PISA (2003)
P13	Educativa	Reflexión	Abierta	Batanero, Cobo, y Díaz (2002)

Figura 4.3: Estudio sobre Estadística Descriptiva con alumnos de E.S.

2. El recuadro de **características y resultados** contiene:

- a) *La situación contextual*: personal, pública, educativa, y científica.
- b) *La competencia* o proceso cognitivo: reproducción, conexión y reflexión
- c) *La dificultad*: puntuación resultante de un modelo expresado en una escala de media 500 y desviación típica 100. El valor 500 corresponde a la media de La Rioja. El rango de puntuaciones se divide en cinco niveles de creciente dificultad en Estadística basados en Serradó y Cardeñoso (2007, pp. 288-289).

Estos investigadores establecen una relación de competencias específicas matemáticas basadas en PISA 2003 y presentan una traducción de las descripciones de los seis niveles de competencias en matemáticas en la escala de Incertidumbre (OCDE, 2004) descri-

Enunciado del ítem:			
Criterios de corrección:			
Máxima puntuación			
Criterios de corrección para otorgar la puntuación máxima al ítem			
Ejemplos de aplicación			
Información sobre los resultados			
		Máxima puntuación	Aciertos
			%
Dificultad	Tipo de nivel	La Rioja	
Situación	Tipo de situación	Opción A	
Competencia	Tipo de competencia	Opción B	
		STIAE	
		Opción A	
		Opción D	
Puntuación parcial (cuando proceda)			
Criterios de corrección para otorgar la puntuación parcial al ítem			
Ejemplos de aplicación			
Información sobre los resultados			
		Puntuación parcial	Aciertos
			%
Dificultad	Tipo de nivel	La Rioja	
Situación	Tipo de situación	Opción A	
Competencia	Tipo de competencia	Opción B	
		STIAE	
		Opción A	
		Opción D	
Ninguna puntuación			
Criterios de corrección para no otorgar ninguna puntuación al ítem			
Ejemplos de aplicación			

Figura 4.4: Ficha de evaluación del ítem

biendo cada uno de los seis niveles de competencia y especificando las tareas específicas que los alumnos “pertenecientes” a cada nivel deben saber hacer.

En los seis niveles aparecen tareas relacionadas con Estadística y Probabilidad con la excepción del nivel uno, en el que solo aparecen tareas relacionadas con la probabilidad.

Nosotros nos hemos basado en el trabajo de estos autores para clasificar la dificultad de cada ítem en cinco niveles, de forma que nuestros niveles de dificultad Nivel 1, Nivel 2, ..., Nivel 5 se corresponden respectivamente con las tareas estadísticas del Nivel 2, Nivel 3, ..., Nivel 6 que aparecen en el trabajo de Serradó y Cardeñoso.

- d) *Los aciertos*: expresan el porcentaje de alumnos que ha obtenido la puntuación correspondiente o la puntuación máxima cuando no se indique nada; se incluyen siempre el del conjunto de La Rioja,

los alumnos de La Rioja que estudian la opción A de Matemáticas, así como los de la opción B. Así mismo aparecen los aciertos correspondientes a los alumnos que utilizaron el STIAE de forma global, e igualmente aparecen desglosados según sean alumnos de Diversificación Curricular (opción D) o de la opción A.

4.4. Sobre el diseño de STIAE

Los elementos básicos que constituyen nuestro entorno son una página Web escrita en html, donde planteamos las actividades a realizar por nuestros alumnos, un navegador de Internet con posibilidad de manejar el correo electrónico (fundamentalmente a través de Webmail), una hoja electrónica de cálculo (en nuestro caso utilizamos Excel, pero puede ser cualquier otra) y un foro de discusión donde los alumnos y el profesor (como un alumno avanzado) se plantean cuestiones de los tópicos a resolver.

4.4.1. ¿Cómo funciona nuestro entorno interactivo de aprendizaje?

En algunos ámbitos de la enseñanza de las matemáticas, como por ejemplo en Geometría (Cabri, Sketchpad, Cinderella, . . .), se utilizan programas informáticos pensados específicamente para el proceso de enseñanza aprendizaje, que además son interactivos y que permiten recoger el historial de la actividad del alumno durante los experimentos y el análisis de esta información, para conocer qué pasa por la cabeza de los alumnos cuando están implicados en la actividad matemática, cómo analizan y transforman la información. Aspectos fundamentales a tener en cuenta para mejorar el proceso de aprendizaje. De aquí el interés en que la recogida de la información sobre el proceso que han seguido en la resolución del problema, sea lo más completa posible ya que resulta fundamental para el investigador de cara a determinar las claves para entender qué han hecho los estudiantes y por qué lo han hecho (Gutiérrez. 2005).

En el caso de nuestra investigación la aplicación informática que hemos seleccionado es la Hoja de Cálculo, concretamente Excel, en la que no existe ningún comando o función específico que nos permita revisar los pasos que

han dado los alumnos a lo largo del proceso de resolución de la actividad, pero hemos aprovechado los “recursos” de la propia hoja de cálculo para conseguirlo. Utilizando la función “compartir el Libro”, tenemos la posibilidad de saber cuándo se hizo un determinado cambio, quién lo hizo y dónde (en qué celda).

Estos cambios de cuándo, quién y dónde, se pueden observar bien haciendo que queden resaltados en la propia pantalla de trabajo o bien recogiendo los cambios en un nueva hoja llamada Historial. El perfil de trabajo del alumno queda registrado por tanto en el Historial y como está protegido, los alumnos no pueden modificarlo ni borrarlo.

Ilustramos el Historial de cambios de las dos maneras citadas en las Figuras 4.5 y 4.6

7				
8	Total de paga	492.00		
9	Total alumnos	25.00		
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				

Figura 4.5: Primera forma de guardar el Historial

Número de acción	Fecha	Hora	Quién	Cambiar	Hoja	Rango	Valor nuevo
1	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	A8	Total de paga
2	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	B8	=15*8+20*7+22*5+24*3+25*2
3	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	A9	Total alumnos
4	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	B9	=8+7+5+3+2
5	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	D8	Paga media
6	09/02/2007	13:55	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	E8	=B8/B9

Figura 4.6: Segunda forma de guardar el Historial

El registro automático de los cambios, solo se puede establecer cada 5 minutos, por lo tanto para que se registren todos los cambios en cada una

de las celdas, es necesario que el usuario guarde el fichero cada vez que lo modifica, pues en caso contrario solo se guardarían el estado inicial y final de la celda y los estadios intermedios correspondientes a los 5 minutos de actualización automática, perdiendo posiblemente el perfil de resolución de la actividad. Es fundamental para que los datos queden completamente recogidos, que los alumnos trabajen de esta manera, guardando el fichero cada vez que efectúen alguna modificación, y así poder analizar completamente el proceso de resolución.

Por otra parte, las hojas de cálculo no son programas específicamente educativos y tampoco son aplicaciones interactivas, aspectos fundamentales para trabajar en un entorno de aprendizaje interactivo, que conseguimos al integrarla en el sistema tutorial que hemos diseñado, utilizando los propios “*recursos*” de la hoja de cálculo y la estructura de las actividades planteadas a los alumnos.

4.4.2. La interfaz gráfica del alumno

Lo que el alumno verá cuando acceda al archivo de una de las actividades que se han planteado en la página Web correspondiente, es lo siguiente:

1. En un rango de celdas protegidas, establecido por el profesor, aparece el enunciado de la actividad que tiene que resolver.
2. Existe un área de trabajo para el alumno, dónde puede realizar todo tipo de operaciones que estime oportuna. Una vez obtenida una respuesta, si el alumno la considere adecuada, la debe introducir en una celda establecida al efecto.
3. A continuación el alumno debe elegir la respuesta del menú desplegable que más parecida sea a la que éste haya introducido y seguidamente debe guardar los cambios.

Si el alumno después de trabajar no llega a una respuesta que considere adecuada, tiene dos opciones, la primera es que mande el archivo al profesor; y la segunda es que le dejemos ir al paso 3 y ver las posibles respuestas y elegir una o más para ver si eso le ayuda a resolver la actividad.

4. A la izquierda del menú desplegable aparece un número (en rojo) asociado a la respuesta que aparece en pantalla. En la celda establecida se debe introducir dicho número.
5. Al introducir el número en la celda establecida (paso 4) aparecerá una “reacción–respuesta” en la celda correspondiente.
6. Si la respuesta es correcta el alumno termina, en otro caso volverá al paso 2 pero ahora con la información que le ha aportado el sistema tutorial (entorno de aprendizaje)

El gráfico de la Figura 4.7, ilustra la interfaz del alumno.

4.4.3. La interfaz del profesor

La interfaz del profesor aparentemente es la misma que la del alumno, sin embargo tiene acceso a cambiar el enunciado de la actividad, las ayudas y en especial en una parte oculta para el alumno puede modificar las respuestas que aparecen en el menú desplegable así como las reacciones que mostrará el sistema cuando el alumno elija esa respuesta.

Hemos considerado cinco posibles respuestas (de la 1 a la 5) dejando la 6 como valor de control (inicio) para un posterior análisis de las producciones de los alumnos a través del Historial. Las celdas de introducción del número de respuesta, se han “validado” para que únicamente permitan los valores enteros del 1 al 6 ambos inclusive. Se ha restringido el área de trabajo a una porción de la Hoja1 del libro, no pudiéndose utilizar más que esa zona.

Sólo se admiten números con dos decimales aunque en Excel, el aspecto de un número es diferente del número almacenado en la celda. La mayoría de las veces, aunque parezca que un número se está redondeando, sólo se redondea su presentación. En los cálculos se utilizará el número que está detrás de la presentación. Es necesario que los alumnos validen sus cambios, cada vez que modifican algo, puesto que de otra forma no se grabarán esas acciones en el Historial (control de cambios) ya que lo máximo que nos permite el sistema es guardar los cambios cada 5 minutos.

El gráfico de la Figura 4.8, ilustra la interfaz del profesor.

Act8.xls [Compartido]

1	ACTIVIDAD 8					
2	Pretendemos hacer un estudio sobre la distribución de la paga en una clase de 4º ESO. La paga semanal de los 25 alumnos viene dada por la tabla:					
3	Paga (euros)	15	20	22	24	25
4	Nº Alumnos	8	7	5	3	2
5	Si el dinero que reciben entre todos de paga semanal se repartiera de forma que a todos le dieran el mismo dinero de paga, ¿cuántos euros recibiría cada alumno?					
6	Ayuda					
7	Más ayuda					
8						
9	Escribe aquí tu respuesta					
10						
11						
12	Elige en el menú desplegable la respuesta que más se acerque a la que tú has introducido					
13						
14						
15	6					
16						
17	Una vez que tengas en pantalla la opción elegida GUARDA EL ARCHIVO					
18						
19						
20						
21	Después de guardar el archivo valida la respuesta introduciendo el número que corresponda (1,2,3,4,...) y pulsa INTRO.					
22	6					
23						
24						
25	Consulta las ayudas solo cuando después de haber pensado la pregunta no sepas como seguir.					
26	Si después de utilizar todas las ayudas no has encontrado una respuesta puedes solicitar a un compañero o a los profesores que te echen una mano mandándoles un mensaje de correo electrónico					
27	http://www.unirioja.es/correo/index.shtml					
28						
29						
30						
31	Para TRABAJAR MÁS pincha aquí					
32						
33						
34						
35						
36						
37	RESPUESTA					
38	Aquí aparecerán las respuestas					
39						
40						
41						
42						
43						

Figura 4.7: Interfaz gráfica del alumno

Act8.xls [Compartido]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	ACTIVIDAD 8									
2	Pretendemos hacer un estudio sobre la distribución de la paga en una clase de 4º ESO. La paga semanal de los 25 alumnos viene dada por la tabla:									
3	Paga (euros)	15	20	22	24	25	25			
4	Nº Alumnos	8	7	5	3	2	2			
5	Si el dinero que reciben entre todos de paga semanal se repartiera de forma que a todos le dieran el mismo dinero de paga, ¿cuántos euros recibiría cada alumno?									
6	Ayuda Mas ayuda ¡Soporta!									
7										
8	Escribe aquí tu respuesta									
9										
10										
11	Elige en el menú desplegable la respuesta que más se acerque a la que tú has introducido									
12										
13										
14										
15	6									
16										
17										
18	Una vez que tengas en pantalla la opción elegida GUARDA EL ARCHIVO									
19	Después de guardar el archivo valida la respuesta introduciendo el número que corresponda (1,2,3,4,...) y pulsa INTRO.									
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										
29										
30										
31										
32										
33										
34										
35										
36										
37	RESPUESTA									
38	Aquí aparecerán las respuestas									
39										
40										
41										
42										
43										

enunciado de la actividad

sucesivos enlaces de ayuda

Más ayuda

celas de trabajo

72

menú desplegable

Consulta las ayudas solo cuando después de haber pensado la pregunta no sepas como seguir. Si después de utilizar todas las ayudas no has encontrado una respuesta puedes solicitar a un compañero o a los profesores que te echen una mano mandándoles un mensaje de correo electrónico <http://www.unirioja.es/correo/index.shtml>

hiperénica a la Web con las direcciones de correo de los profesores y compañeros

Para TRABAJAR MÁS pincha aquí

Encara local a otras respuestas en el menú sobre la misma actividad

Respuesta del tutorial a la producción del alumno

Respuesta del menú de la respuesta del alumno que escoge el alumno

Respuesta del alumno

Figura 4.8: Interfaz gráfica del profesor

4.4.4. Criterios usados para organizar las secuencias didácticas de las actividades

Cada una de las actividades diseñadas “*se adapta*” al nivel de competencia estadística que tiene el alumno en cada instante gracias al sistema de ayudas progresivas al que tiene acceso.

Las actividades que forman parte de las secuencias propuestas a los alumnos guardan un orden de complejidad creciente de forma que también resulta adecuada a las competencias, contenidos y objetivos que se desean conseguir, aunque se intercalan entre ellas otras actividades en las que están involucrados otros contenidos estadísticos; es decir las actividades seleccionadas para el desarrollo de un núcleo temático no se presentan de manera consecutiva.

La razón de esta decisión radica en el hecho conocido de que los alumnos “*aprenden*” durante su permanencia en las aulas a tipificar las actividades, tendiendo a aplicar los conceptos recién aprendidos a la resolución de las actividades que se les proponen a continuación; y de la misma manera a identificar en una secuencia de problemas correlativos los contenidos y procedimientos involucrados en su resolución (Marcos, 2008, 89-90).

Se quiere evitar con esto que los alumnos antes de leer el enunciado de una serie de cuestiones, problemas o actividades puedan hacer afirmaciones tales como “*éstos se hacen con la mediana*”, “*éstos se hacen con la media aritmética*”, “*estos otros con la desviación típica*”, etc., porque consideramos que parte de la competencia estadística se relaciona tanto con la disposición de los conceptos y procedimientos que se necesitan para resolver una situación como con la capacidad para seleccionar, adaptar y aplicar dichos conceptos y destrezas en todo tipo de contextos.

4.4.5. Metodología de trabajo con los alumnos

Consideramos que fundamentalmente la actividad del profesor debe ser la de moderar y guiar el trabajo y la discusión de los estudiantes, facilitando en la medida que sea posible el aprendizaje y ayudándoles a lo largo del proceso de resolución de las actividades planteadas, de manera que el discurso instruccional se convierte en un diálogo.

En cuanto al alumno pretendemos conseguir una implicación activa en la adquisición del conocimiento, favorecida por el diseño de las actividades,

que permiten a los alumnos participar en ellas de manera que les interesen y comprendan la finalidad de las mismas y en las que en su resolución se utilizan medios informáticos. El entorno de aprendizaje se constituye en una comunidad de aprendizaje, organización compleja en la que todos sus miembros deben asumir la responsabilidad de su aprendizaje, en función del grado de comprensión de la actividad y del papel que les corresponde.

Cada alumno dispone de un ordenador personal conectado a Internet que le identifica unívocamente en las actividades que realiza, de forma que en el Historial quedará reflejado con el nombre asignado al ordenador (AULA210-01 hasta AULA210-09).

El grupo es muy heterogéneo en el sentido de que cada uno de ellos podríamos decir que es un caso de “educación especial”, aunque por otro lado es homogéneo en cuanto a la edad (todos cumplirán dieciocho años este año) y en cuanto a los problemas con los estudios que todos han tenido (todos han repetido curso dos veces a lo largo de su vida académica por distintas causas).

Además cuando entraron en el Programa de Diversificación tenían una media de cuatro materias pendientes de años anteriores, siendo uno de ellos un alumno con necesidades educativas especiales (ACNEE) debido a sus graves problemas de dislexia.

Podríamos decir sin riesgo a equivocarnos que estos alumnos habrían abandonado el sistema educativo de no estar en el Programa de Diversificación, ya que han llegado al segundo ciclo de la ESO más por imperativo legal, su edad, que por los conocimientos que tienen. Se muestran como ejemplo las notas obtenidas por dos de estos alumnos en el curso previo a entrar al grupo de diversificación, cuando se encontraban en un grupo ordinario (uno de ellos de 3º ESO, Figura 4.9 y el otro de 4º ESO, Figura 4.10).

Desde una visión constructivista del aprendizaje, los alumnos deben participar de forma activa en su aprendizaje, facilitamos esta participación usamos un entorno de aprendizaje interactivo constituido por una red electrónica, Internet, software de correo y de navegación de dominio público y una hoja de cálculo electrónica Excel modificada. Sin embargo, las hojas de cálculo no son programas específicamente educativos y tampoco son aplicaciones interactivas, estos dos aspectos, fundamentales para trabajar en un entorno de aprendizaje interactivo se consiguen al integrarlos en el sistema tutorial que

<u>Áreas/Materias/Módulos del curso 3º</u>	<u>Calificación</u>
Biología y Geología	Insuficiente-2
Ciencias Sociales	Insuficiente-1
Educación Física	Notable-8
Educación Plástica	Insuficiente-0
Física y Química	Insuficiente-0
Formación Religiosa	Bien-6
Inglés	Insuficiente-0
Introd. Electrici.-Electrónica	Insuficiente-3
Lengua y Literatura Castellana	Insuficiente-2
Matemáticas	Insuficiente-3
Música	Insuficiente-4
Tecnología	Suficiente-5
Ciencias Naturales (Pendiente 2º)	
Educación Física (Pendiente 2º)	
Educación Plástica (Pendiente 2º)	
Inglés (Pendiente 2º)	
Música (Pendiente 2º)	

Figura 4.9: Calificaciones del alumno de 3º de la ESO

MATERIAS	CALIFICACIÓN	ACTITUD EN CLASE	INTERES ESFUERZO	MEDIDAS ESPECIALES	Ev 1	Ev 2	Ev F
Ciencias Sociales	Insuficiente-1	P	B		1	1	1
Ética	Insuficiente-3	N	N		6	4	3
Educación Física	Bien-6	N	N		5	7	6
Educación Plástica	Insuficiente-1	P	B		3	2	1
Lengua y Literatura Castellana	Insuficiente-2	N	N	X	2	2	2
Inglés	Insuficiente-1	N	B		2	1	1
Matemáticas A 4º ESO	Insuficiente-2	N	B		3	4	2
Música 2	Notable-7	N	N		7	7	7
Formación Religiosa	Notable-8	N	N		7	7	8
Informática	Suficiente-5	N	N		5	4	5

PENDIENTES: Ciencias Sociales-3º= Insuficiente-2, Lengua y Literatura-3º= Insuficiente-3, Educación Plástica-3º= Insuficiente-0, Tecnología-3º= Suficiente-5

ACTITUD EN CLASE P = PASIVO, N = NORMAL, B = BUENO

INTERES ESFUERZO B = BAJO, N = NORMAL, A = ALTO

X- SE HAN REALIZADO ADAPTACIONES CURRICULARES EN EL ÁREA CORRESPONDIENTE

Figura 4.10: Calificaciones del alumno de 4º de la ESO

hemos diseñado, utilizando los propios “recursos” de la hoja de cálculo y la estructura de las actividades planteadas a los alumnos.

La interactividad se produce fundamentalmente por el diseño de las actividades propuestas, que responden básicamente a la siguiente estructura:

1. *Enunciado de la actividad.* Si el alumno no sabe como realizar la actividad, una vez que ha abierto el archivo correspondiente, en la misma página aparecen tres enlaces–ayuda progresiva, que hemos convenido en llamar ‘Ayuda’, ‘Más Ayuda’ y ‘Socorro’.

A primera vista el llamar ‘Socorro’ al último enlace de ayuda podría parecer poco serio, sin embargo hemos considerado que introducir algo humorístico puede crear un entorno de aprendizaje positivo y relajante, reduciendo el estrés del alumno (Friedman et al, 2002). Si después de haber consultado todas las ayudas no consigue encontrar la respuesta, puede utilizar otro enlace que también aparece en la página de la actividad y en la que aparece el listado de todos los miembros del proyecto (compañeros y profesor), para solicitar en su caso, algún tipo de aclaración o ayuda.

2. *Una vez que ha encontrado la respuesta o solución esta se valida.*
3. Según el tipo de actividad, una vez encontrada la respuesta a la primera cuestión, en un enlace señalado como ‘Mas trabajo’ al alumno se le van planteando cuestiones más exigentes en relación al enunciado original de la actividad. En cada ampliación de la actividad, se da la opción al alumno de consultar nuevas ayudas.

4.5. Fases de la investigación

Para el diseño de las distintas pruebas estadísticas que se han utilizado a lo largo de las diferentes fases de este trabajo nos hemos basado tanto en distintas investigaciones que aparecen en el apartado correspondiente de Bibliografía como en una colección de libros de Secundaria² que el investigador ha utilizado a lo largo de sus veinte años de experiencia como profesor de Enseñanza Secundaria. También, se han utilizado para el diseño de las actividades que los alumnos han tenido que resolver en el STIAE, junto con los ejemplos históricos encontrados, los errores gráficos recopilados y su adaptación teniendo en cuenta los gustos de los alumnos al responder al test de las inteligencias múltiples.

²Para una relación completa de los libros de texto utilizados, véase el apartado Libros de texto en la sección de Bibliografía

Se ha tratado de que en la prueba de evaluación de la última fase se cubra todo el currículo de la ESO por lo que se ha hecho previamente una revisión curricular (véase Anexo X).

Se establecen a continuación las distintas fases desarrolladas en la investigación con el detalle de las actividades y tareas realizadas en cada una de ellas.

4.5.1. Primera fase (curso académico 2004/05)

En esta primera fase de nuestra investigación:

1. Se realizó una revisión de la historia de la estadística buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que pudieran ser utilizadas en el entorno interactivo que queríamos diseñar con la convicción de que tal estudio histórico nos podía ayudar a distinguir diferentes aspectos y niveles de comprensión de los conceptos estadísticos y nos ayudara como instructores a comprender la visión que nuestros estudiantes puedan tener sobre dichos conceptos.

Distintos investigadores afirman que la historia de las matemáticas y su enseñanza pueden servir como inspiración para el diseño de actividades didácticas que amplían sus efectos pedagógicos con un buen uso de las nuevas tecnologías.

2. Se investigó sobre los errores que se producen en la prensa escrita cuando la información es de índole estadística desde dos puntos de vista: primero, como constatación del hecho de que abundan los errores y por tanto es necesario hacer más hincapié en el estudio de la Estadística por parte de los alumnos y; segundo, buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que pudieran ser utilizadas en el entorno interactivo diseñado.
3. Se les pasó el test de BADYG a todos los alumnos de la ESO susceptibles de ir a un programa de Diversificación Curricular al curso siguiente pertenecientes al IES donde se iba a realizar la investigación.

Ejemplos históricos encontrados

Distintos autores han sugerido que estudiar la historia de un tópico es una buena preparación para enseñar dicho tópico (Figueras y Sáiz, 1999; Fauvel y Van Maanen, 2000; Gulikers y Blom, 2001; Van Maanen, 1992, 2001; Fasanelli, F. y otros, 2002; Bakker, 2003,2004).

Según Brousseau (1983), los obstáculos con los que la gente se topó en el pasado son interesantes para los profesores e investigadores porque los estudiantes actuales a menudo encuentran similares obstáculos. Los obstáculos de origen epistemológico están intrínsecamente relacionados con el propio concepto. Se los puede encontrar en la historia de los mismos conceptos. Esto no quiere decir que se deban reproducir en el medio escolar las condiciones históricas donde se les ha vencido (citado por Socas, 1997).

Fortuny, Richard y Meavilla (2008), afirman que la historia de las matemáticas y su enseñanza pueden servir como inspiración para el diseño de actividades didácticas que amplían sus efectos pedagógicos con un buen uso de las nuevas tecnologías.

Considerando todo lo anterior, se ha realizado una revisión de la historia de la estadística buscando ejemplos que nos sirvan de inspiración para diseñar actividades que puedan ser utilizadas en el entorno interactivo que hemos diseñado con la convicción de que tal estudio histórico nos ayude a distinguir diferentes aspectos y niveles de comprensión de los conceptos estadísticos y nos ayude como instructores a comprender la visión que nuestros estudiantes puedan tener sobre dichos conceptos.

Los ejemplos históricos más antiguos que se han encontrado se refieren a la estimación. Se presentan aquí aquellos ejemplos que se han utilizado para el diseño de actividades o para la creación de ítems de evaluación, casi todos ellos muestran los estadios preliminares de algunas medidas de tendencia central.

Ejemplo 1

En una antigua historia india se habla de Rtuparna, quien fue capaz de estimar el número de hojas y fruta que había en dos ramas gigantescas de un árbol (Hacking 1975). Estimó el número basándose en las de una pequeña rama que formaba parte de una de las ramas grandes, después multiplicó dicho número por el número de pequeñas

ramas que él estimó que había en las dos ramas gigantes, y encontró un número que después de contar toda una noche resultó un número muy cercano al verdadero valor.

Podría ser que Rtuparna escogiera una ramita “media” ya que esto le llevaría a una estimación apropiada. Esto se puede entender como una idea intuitiva predecesora del concepto de media aritmética porque un número medio representa a todos los números de las ramas pequeñas y este número medio está de alguna manera “en el medio” de los otros. Suponemos que la elección se hizo de forma que lo que se cuenta demasiado en unas, se cuenta poco en otras usando la media en la forma en lo que hoy en día llamamos compensación, equilibrio y representatividad.

Ejemplo 2

Otro ejemplo de estimación proviene del historiador griego Heródoto (alrededor de 485–420 a. C.) basado en los egipcios y encontrado por Rubin (1968, p. 31):

“Declaran que 341 generaciones separan al primer rey de Egipto del último mencionado, y que en cada generación ha habido siempre un rey y un sumo sacerdote. Ahora bien, si tomamos que tres generaciones son cien años, trescientas generaciones hacen diez mil años y las cuarenta y una que quedan nos dan 1360 años más; así se obtiene un total de 11360 años...”

La cuestión estadísticamente importante en esta cita es asumir que 3 generaciones son 100 años para estimar el número de años transcurridos entre el primer rey de Egipto y el último. Por supuesto, cien años no corresponderán siempre a tres generaciones exactamente, algunas veces serán algunos años más, otras veces serán menos, pero los errores se compensarán unos casos con otros. Esta es la razón por la cual este método se puede ver como un precursor en el desarrollo de la media. Como en el ejemplo anterior aquí se ve en la media su aspecto de compensación y representatividad.

Ejemplo 3

Rubin (1971) también encontró otros antiguos ejemplos de razonamiento estadístico en el trabajo de uno de los primeros historiadores, Tucídides (alrededor de 460-400 a.C.). Las citas en este ejemplo y en el siguiente son

de su Historia de la Guerra del Peloponeso y nos hemos basado en la traducción de Guzmán (2008, Libro III, 20, páginas 263-264) donde se habla de que los habitantes de Platea y algunos atenienses al estar asediados por los peloponesios y los beocios maquinaron un plan para asaltar la muralla enemiga:

“...la salida se realizó de la siguiente manera: hicieron construir unas escalas de la misma dimensión que la altura de los muros enemigos, que midieron a partir de las hiladas de ladrillos por una parte del muro situada frente a ellos y que no había sido encalado. Eran muchos los que contaban simultáneamente las hiladas, de modo que aunque algunos se equivocaran, la mayoría llegó a contar su número exactamente, sobre todo porque lo contaron repetidas veces y porque no distaban mucho de él, sino que podían divisar la parte del muro que les interesaba. Así pues, obtuvieron la dimensión de las escalas calculando el grosor de los ladrillos.”

Vemos en este ejemplo un uso implícito de la moda, aquí expresada por “la mayoría”. Nótese que esta expresión probablemente significa “el valor más frecuente” y no necesariamente “más de la mitad”. En esta situación los atenienses asumieron que el valor más frecuente sería el correcto. Una vez hecho esto, necesitaron otra estimación para encontrar la altura total de todas las filas de ladrillos, y fue el estimar la anchura media de uno de los ladrillos.

Ejemplo 4

Igualmente en Tucídides (Guzmán, 2008, Libro I, 10, página 53) se puede encontrar:

“... si hay que creer también ahora al poema de Homero....de las mil doscientas naves, las beocias eran de ciento veinte hombres, y de cincuenta las de Filoctetes, ejemplificando así, según creo, las mayores y las más pequeñas. . . Calculando, pues, el promedio entre las mayores y las más pequeñas, está claro que no acudieron muchos, para tratarse de una expedición enviada en común por toda Grecia”

En este ejemplo vemos de nuevo una estimación con la ayuda de un valor medio. Tucídides posiblemente interpretó los números dados como valores extremos, de forma que podía estimarse el número total de hombres en los barcos. El sugería que tomar la media de los dos extremos sería un buen

estimador. De hecho esto es básicamente lo que se hace en la actualidad cuando tenemos los datos agrupados por intervalos, tomamos como estimador de los datos del intervalo, la marca de clase, definida como la media aritmética de los dos extremos.

Ejemplo 5

Bakker (2004) encontró referencias a la media aritmética en la Antigua Grecia. Aristóteles (384-322 a.C.) menciona la media aritmética, y escribe:

“Por media de una cosa denoto un punto que equidista de cada extremo, que es única y la misma para todos... Por ejemplo, sean 10 muchos y 2 pocos, entonces uno toma la media con respecto a la cosa si uno toma 6, ya que $10 - 6 = 6 - 2$, y esto es la media según la proporción (progresión) aritmética”

Aristóteles también distingue una variante filosófica de la media cuando se refiere a las personas, así por ejemplo, dice:

“Supongamos que 10 libras de comida sea una ración muy grande para alguien y 2 libras una ración muy pequeña, esto no significa que un entrenador prescribirá 6 libras, porque incluso esta cantidad puede ser una porción grande, o una pequeña, para el atleta particular a quien esté destinada; es pequeña para Milo, pero grande para un hombre que empieza en el mundo del atletismo”

Los matemáticos griegos tenían una visión muy distinta de las matemáticas de la que se tiene en la actualidad, porque era eminentemente geométrica y visual (por ejemplo se usaban líneas para representar números y magnitudes). Esta diferencia entre la matemática griega y la moderna se refleja también en la forma de definir la media aritmética. La definición griega, de acuerdo a como la define Aristóteles en la cita anterior sería la siguiente:

*al número b situado entre a y c se le llama **media** si y solo si $a - b = b - c$.*

Como se ve esta definición es diferente de la definición moderna $(a + c)/2$ de la media de dos valores.

La versión griega muestra que la media está entre los dos extremos y hace muy difícil generalizar la definición para más de dos valores, por el contrario la versión moderna está basada en el cálculo y es muy fácil de generalizar a tantos valores como se quiera. Sin embargo, desde un punto de vista educativo la visión cualitativa de la definición griega tiene la ventaja de que vemos inmediatamente que la media está en el medio de los otros dos valores (ver Figura 4.11)

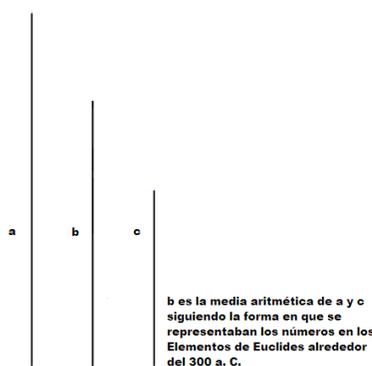


Figura 4.11: Los segmentos en forma vertical en vez de horizontal

Representamos los segmentos en forma vertical en vez de horizontalmente. La representación dada por un diagrama de barras puede ayudar a los estudiantes a encontrar visualmente la media compensando unos valores con otros y sin necesidad de cálculos, ya que la representación “a la manera griega” es probable que haga ver a los estudiantes que la media está en algún lugar en el medio de los datos y que se ve muy influenciada por valores atípicos.

Ejemplo 6

Desde el siglo XII podemos encontrar un procedimiento de control de la calidad mediante un esquema de muestreo desarrollado por la Casa de la Moneda de Londres, que recibe el nombre de *prueba de la Píxide*. La píxide era un copón o caja pequeña donde se guardaban las ostias consagradas (DRAE, 2001), esta caja se custodiaba en una habitación cerrada de la Abadía de Westminster.

Los orígenes de esta ceremonia se pueden rastrear hasta el reinado de Enrique II, 1154-1189, y su propósito inicial era establecer si las

monedas acuñadas respetaban las especificaciones establecidas por la Corona (Stigler, 1999). Ya que la Casa de la Moneda londinense era independiente de la monarquía, era preciso verificar que los lingotes de oro y plata que se le suministraban iban efectivamente destinados a la acuñación. Para ello, se guardaba celosamente en la Abadía de Westminster un lingote convenientemente pesado, que se consideraba como patrón para la comparación de las monedas, y una muestra de las monedas acuñadas, guardadas en una caja denominada *Píxide*. En períodos de tiempo irregulares era desarrollada una prueba de la *Píxide* por un jurado independiente, tanto de la Casa de la Moneda como de la Corona. La *Píxide* era abierta y los contenidos de la misma eran pesados y comparados con el estándar guardado; si el resultado era satisfactorio, se anunciaba públicamente y se celebraba un banquete, mientras que en caso contrario, el jefe de la Casa de la Moneda era obligado a solventar la situación. Las características de esta ceremonia forzaron a la utilización, rudimentaria ciertamente, de conceptos estadísticos que son considerados propios del siglo pasado. En concreto, la imposibilidad física de pesar todas y cada una de las monedas condujo a la adopción de un esquema de muestreo para el control de la calidad. Aunque los documentos más antiguos no especifican cómo se seleccionaban las muestras, resulta difícil creer que dada la importancia del tema, tanto la Casa de la Moneda como la Corona admitiesen un procedimiento claramente parcial; aunque no se pueda hablar de una selección aleatoria tal y como se entiende hoy en día, sí es razonable suponer que el mecanismo utilizado no incurría en sesgos de selección manifiestos (Alfaro y otros, 2004). La prueba de la *Píxide* se convierte así en uno de los esquemas de muestreo más antiguos que se pueden documentar.

Ejemplo 7

El demógrafo y economista inglés John Graunt (1620-1674) es principalmente conocido por su obra *Natural and political observations made upon the bills of mortality* (1662), obra que se considera como el inicio de la demografía. Lo interesante desde el punto de vista de nuestra investigación es que Graunt usó un método similar al utilizado en el **ejemplo 1** para estimar la población de Londres (Bakker, 2004). Graunt conocía que en las parroquias con información fiable sobre la población, alrededor de tres personas morían por cada once

familias por año. También sabía que había alrededor de 13.000 funerales anuales en Londres; estimando que el tamaño de la familia media era de ocho personas le llevó a estimar la población de Londres en aproximadamente 382.000 habitantes ($13.000 \times 11 \times 8/3 = 381.333,333$)

Ejemplo 8

En un libro sobre geometría escrito por Köbel en 1535 se encuentra un ejemplo donde aparecen intrínsecamente los conceptos de muestra y de media.

En este libro aparece la imagen de una vara de 16 pies determinada por las medidas de los pies de 16 personas cuando abandonan la iglesia; esta vara iba a convertirse en una medida estándar para realizar otras medidas dentro de la comunidad. Probablemente estas personas no eran conscientes de que el total de 16 pies es igual a 16 veces la media aritmética de las longitudes de esos 16 pies ya que la generalización de la media para más de dos valores es más tardía (finales del siglo XVI). Tampoco es probable que conocieran que al utilizar este método se beneficiaban del hecho de que combinar medidas reduce la variación (errores) pues Tycho Brahe parece ser el primero en usar la media para combinar observaciones y reducir el error (Bakker, 2004). Tampoco sabemos cómo se eligió la muestra de esas 16 personas entre la comunidad, pero lo interesante para nosotros de este ejemplo es que se usa un número total para encontrar una media como medida.

Ejemplo 9

Encontramos otro ejemplo sobre el uso de la media en Mendoza (1986, p. 29) donde habla sobre el trabajo en la fábrica de tabacos de Sevilla en el último tercio del siglo XIX y dice:

“... como cada cigarrera debía liar un número determinado de unidades por jornada, decidieron cubrir entre todas la cuota de una compañera a la que liberaban del trabajo para que pudiera leerles libros en voz alta.”

Vemos de nuevo aquí un uso de la media en la forma en lo que hoy en día llamamos compensación, equilibrio y representatividad. El hecho de que cada cigarrera debía liar un número determinado de cigarrillos al día significaba que al final del día se debía conseguir un número determinado de cigarrillos totales. Si una de las cigarreras dejaba de trabajar para que pudiera leerles libros a las demás esto significaba que las demás debían aumentar el número de cigarrillos diarios que debían liar para “compensar” la falta de esta trabajadora y el número de cigarrillos totales diarios se mantuviera constante.

Ejemplo 10

Así mismo, hemos encontrado otro ejemplo del uso de la media aritmética en Vargas (1981, p. 296) donde habla sobre la guerra que se produjo en las postrimerías del siglo XIX en una zona del nordeste de Brasil, en el Estado de Bahía. Más concretamente, en la remota localidad de Canudos los seguidores de una especie de santón o profeta itinerante fundaron una comunidad que escandalizó a los estamentos del orden constituido y alarmó a la joven República, por lo que ésta mandó a numerosos soldados a “sofocar la rebelión”, lo que se tradujo en el total exterminio de los habitantes de Canudos. Para calcular el número total de muertos se dice:

“El cálculo es relativamente simple. (...) El general Oscar hizo contar las viviendas (...). Está en los diarios: 5783. ¿Cuánta gente vivía en cada casa? Mínimo, cinco o seis. O sea, entre veinticinco y treinta mil muertos.”

De nuevo vemos en este ejemplo una utilización de la media como representante de los datos y como medida de compensación, es decir, estimando que en cada vivienda vivían entre cinco y seis personas se puede calcular el tamaño de la población de Canudos de la misma manera que Graunt calculó la población de Londres en el **Ejemplo 7** o que Rtuparna usó en sus cálculos en el **Ejemplo 1**.

Ejemplo 11

Eisenhart (1974) indica que es muy improbable la existencia de precursores de la mediana antes de 1599. Encontró en un libro sobre navegación de Edward Wright lo siguiente (citado por Bakker, 2004):

“...pero cuando se disparan muchas flechas a una marca, y la marca está muy lejana, es razonable pensar, que para encontrar la marca debe buscarse

el lugar que está en medio de entre todas las flechas, así entre muchas observaciones distintas lo que esté más en el medio es lo más probable que se acerque más a la verdad.”

Desde luego es discutible si “*lo que esté más en el medio*” se refiere a la mediana (ya que no aparece ninguna relación de orden implícitamente) o si se refiere a la media como punto de equilibrio de la distribución. De todos modos sí parece claro que aparece como novedad lo de hablar explícitamente del punto medio como mejor estimador de la distribución.

Ejemplo 12

Hemos encontrado también un uso sorprendente de la media en Alem (1997, 94–95). Se trata de la serie alterna

$$1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

En el siglo XVII se había observado lo siguiente:

Designando con A la suma, si existe, de la serie anterior

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = A,$$

podemos escribir

$$A = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0,$$

pero también podemos escribir

$$A = 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1) - \dots = 1$$

Un matemático tan eminente como Leibniz se preocupó por el fenómeno; de él extrajo una proposición que nos parece sorprendente hoy: “*puesto que 0 y 1 son valores igualmente probables del límite de la serie, el valor exacto es el promedio 1/2*”.

A pesar del error de Leibniz lo verdaderamente importante para nosotros es encontrar que un matemático de su grandeza ya considera el promedio (la media aritmética) como mejor valor cuando hay más de una posible solución. Este caso nos recuerda a lo que hacía Tucídides (ejemplo 4) al tomar como mejor estimador la media aritmética de los dos extremos.

Ejemplos encontrados en la prensa

Los medios de comunicación de masas tienen una creciente importancia y un papel primordial como generadores de hábitos y costumbres, tanto sociales y morales como intelectuales y técnicas. La prensa es uno de estos medios, quizá el más cercano por las características de su soporte y su modo de producción a los planteamientos de la formación escolar. Mantener los grandes sistemas institucionales de educación obligatoria al margen de la prensa supone un enorme desperdicio de oportunidades educativas y un desprecio de la cultura real de nuestra sociedad actual para la formación de nuestros alumnos. (Rico y Fernández, 1992)

Por otro lado, Ortega (2005, p.9) afirma que se debe perseguir que los alumnos adquieran cierta competencia matemática, que piensen en matemáticas, y aprendan a resolver problemas de la vida ordinaria. En relación a la prensa escrita dice que ésta es una fuente de información inagotable y que su uso le sirve al profesor como fuente de inspiración para el diseño de actividades didácticas además de que inculcar a los alumnos un espíritu crítico para que sean capaces de interpretar con fidelidad las informaciones de contenido matemático no trivial es una tarea importantísima. Además, expone que se deben integrar en la docencia las nuevas tecnologías, ya que un buen uso de estas herramientas didácticas es apropiado para resolver problemas y es muy atractiva para los alumnos.

Ortega (2005, p.10) dice que en matemáticas es muy importante la argumentación, la capacidad de convencimiento y de persuasión. El discurso matemático tiene que establecer la validez de los enunciados tanto para el orador como para la audiencia. Esto es especialmente importante en la resolución de problemas. En la actualidad la parquedad de escritura de nuestros estudiantes es un hecho constatado y por esta razón se tiene que poner énfasis en la importancia de la misma. Los sistemas de representación ejercen un papel complementario en este aspecto, y por esta razón, en la actualidad en las actividades diseñadas deben abundar las representaciones verbales, numéricas, simbólicas y gráficas, a la vez que se debe pedir a los alumnos que justifiquen las respuestas de forma razonada.

Considerando todo lo anterior, se ha investigado sobre los errores que se producen en la prensa escrita cuando la información es de índole estadística desde dos puntos de vista: primero, como constatación del hecho de que abundan los errores y por tanto es necesario hacer más hincapié en el estudio

de la Estadística por parte de los alumnos y; segundo, buscando ejemplos que nos sirvan de inspiración para diseñar actividades que puedan ser utilizadas en el entorno interactivo que hemos diseñado.

En el Anexo I de esta memoria aparecen 17 ejemplos de las gráficas erróneas y los textos incorrectos que se han encontrado a lo largo de la investigación. Se comenzó a recopilarlos en el curso académico 2004/2005 y se ha prolongado a lo largo de toda la investigación.

Como ejemplo se muestran dos de las gráficas (Revista Mujer hoy. Del 24/04/2004 al 30/04/2004, página 4 y Revista Mujer hoy. Del 31/12/2005 al 6/01/2006, página 4) de las que se han utilizado en el diseño de actividades (ver Figuras 4.12 y 4.13).

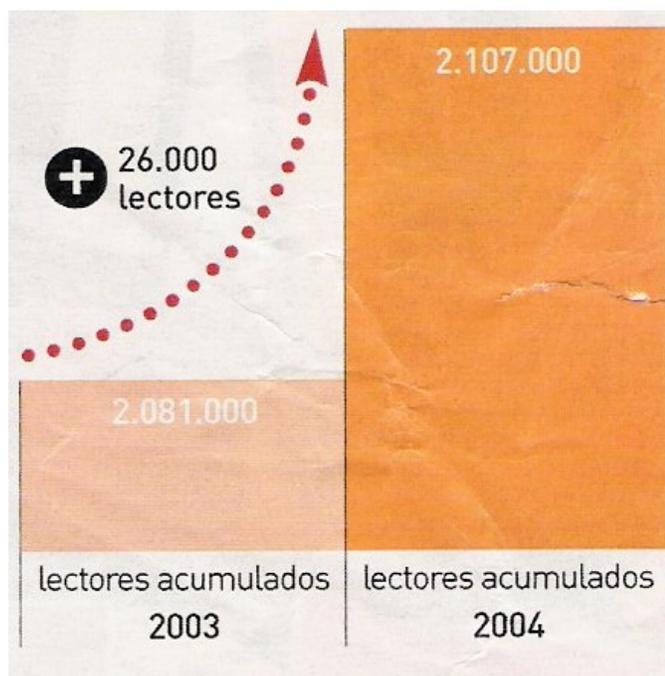


Figura 4.12: Ejemplo 1

Ejemplos de actividades diseñadas

Algunos de los ejemplos históricos encontrados y de los ejemplos encontrados en prensa se usaron para el diseño de actividades. Se muestran una

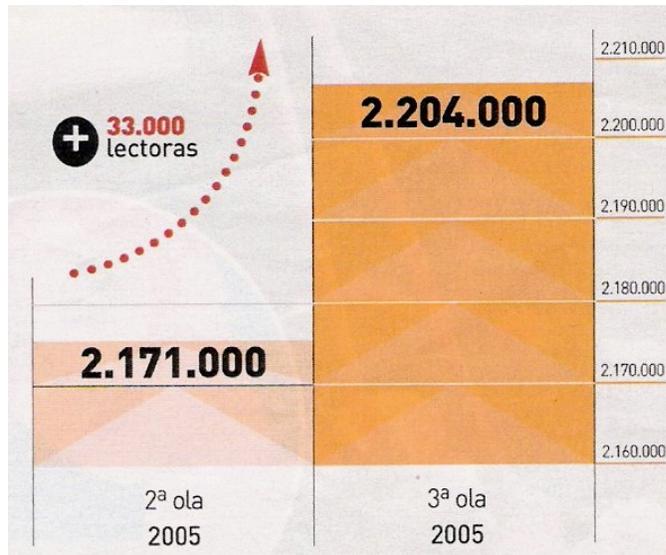


Figura 4.13: Ejemplo2

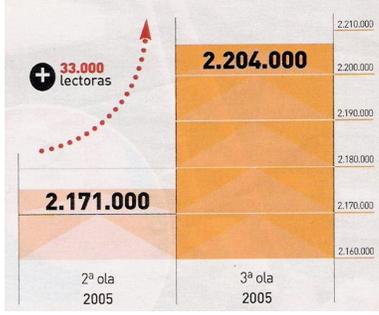
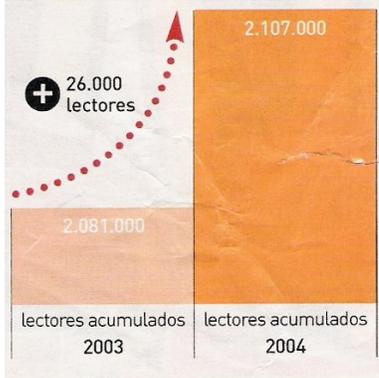
de las actividades diseñadas basadas en una mezcla del **Ejemplo** histórico 1 (Rtpurna) y de informaciones aparecidas en la prensa; y otra para el Foro electrónico.

EJEMPLO DE ACTIVIDAD:

Según un portavoz del Ayuntamiento la última de las manifestaciones en la ciudad discurre por un recorrido de unos 54.000 metros cuadrados que los manifestantes ocupaban totalmente. Así mismo, según el mismo portavoz los técnicos del Ayuntamiento estimaron que había una media de 4 personas por metro cuadrado. ¿Cuál crees que ha sido la estimación del número de manifestantes dada por el Ayuntamiento basándose en los datos anteriores?

La Delegación del Gobierno en la ciudad está de acuerdo con el Ayuntamiento en que los manifestantes ocupaban totalmente los 54.000 metros cuadrados de la calle. Sin embargo, la estimación del número de manifestantes que ha dado ha sido de 94.500 personas. ¿En la estimación de qué dato se habrán basado para llegar a tal conclusión y cuál es su valor?

Fuentes de la Comunidad Autónoma explicaron que a los 54.000 metros cuadrados por los que discurre la manifestación hay que descontarle 1.500 entre arboleda, mobiliario urbano y otros elementos arquitectónicos. Además hay que sumar

<p><i>Una revista femenina que se distribuye junto a una gran cantidad de periódicos los fines de semana, publicó en sus páginas el gráfico de la derecha de acuerdo con los datos recopilados en el Estudio General de mediso (EGM)</i></p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Oleada</th> <th>Año</th> <th>Número de lectoras</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2ª ola</td> <td>2005</td> <td>2.171.000</td> </tr> <tr> <td>3ª ola</td> <td>2005</td> <td>2.204.000</td> </tr> </tbody> </table>	Oleada	Año	Número de lectoras	2ª ola	2005	2.171.000	3ª ola	2005	2.204.000
Oleada	Año	Número de lectoras								
2ª ola	2005	2.171.000								
3ª ola	2005	2.204.000								
<p><i>¿Crees que es una interpretación razonable de la gráfica, decir que ha habido un enorme aumento de lectoras comparando los datos de la 2ª y de la 3ª oleada de EGM de 2005?</i></p> <p>Escribe una explicación que fundamente tu respuesta, sabiendo que el incremento de lectoras que se produjo entre la última oleada del 2003 y la primera oleada del 2004 viene representado por el gráfico de la derecha.</p> <p>ENVÍA TU RESPUESTA AL FORO</p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Año</th> <th>Número de lectores acumulados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2003</td> <td>2.081.000</td> </tr> <tr> <td>2004</td> <td>2.107.000</td> </tr> </tbody> </table>	Año	Número de lectores acumulados	2003	2.081.000	2004	2.107.000			
Año	Número de lectores acumulados									
2003	2.081.000									
2004	2.107.000									

Cuadro 4.1: ejemplo de actividad para el foro

la presencia de manifestantes en 5.200 metros cuadrados de las calles adyacentes. Los técnicos de la Comunidad estimaron que el número de personas por metro cuadrado en la calle principal fue de 4 y en las calles adyacentes de 2,75. ¿Cuál crees que fue el número de manifestantes según la Comunidad Autónoma?

EJEMPLO DE ACTIVIDAD PARA EL FORO (ver Cuadro 4.1)

Aplicación del test de BADYG

En esta primera fase, dadas las características de los alumnos con los que íbamos a trabajar durante el curso siguiente, queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, por todo ello, realizamos

una prueba del test de BADYG (Yuste, 2000) en febrero del 2005.

Se les pasó una prueba del test a todos los alumnos que tenían problemas de aprendizaje y/o habían obtenido unos muy malos resultados en la primera evaluación del curso y fueran además posibles candidatos a ser alumnos de un curso perteneciente al programa de Diversificación Curricular el próximo curso académico, alumnos con los que se iba a trabajar con el entorno interactivo diseñado.

Queríamos conocer la evolución de dichas aptitudes tras manejar el entorno interactivo. Para ello, les pasaríamos de nuevo el test de BADYG al finalizar la experiencia el próximo curso académico. Los resultados se muestran en el apartado correspondiente a la segunda fase de la investigación.

4.5.2. Segunda fase (curso académico 2005/06)

Ejecución del plan

Desarrollamos el proyecto con seis alumnos que estaban en 3º ESO, del programa de Diversificación para que utilizaran las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de las Matemáticas, aplicadas a una parte del currículo de la Estadística en la ESO.

En esta fase utilizamos una primera versión de nuestro sistema tutorial interactivo. Las Matemáticas están integradas dentro del Área científico-tecnológica con un total de 6 horas semanales de las que se dedicaron al proyecto dos horas de media semanal. El proyecto se utilizó como refuerzo a la docencia personal, así además de adquirir los conocimientos en el aula según el modelo tradicional los alumnos dispusieron de una plataforma que les permitió acceder también a una acción tutorial a distancia del profesor vía la plataforma.

En esta primera fase, dadas las características de los alumnos con los que comenzamos la investigación queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, la evolución de determinados conocimientos y destrezas del currículo de la ESO en Estadística, en el aprendizaje y uso de las TIC y grado de satisfacción por el uso de nuestro entorno interactivo de aprendizaje.

Para determinar la evolución de los mismos en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, realizamos la primera prueba del test de BADYG (Yuste,

2000) en febrero del 2005 y la segunda en junio del 2006, una vez habían trabajado con el sistema tutorial. Los resultados y el análisis correspondiente se presentan en el capítulo **Análisis e interpretación de datos**.

Grado de satisfacción de los alumnos participantes en el proyecto

El grado de satisfacción de los alumnos participantes en el Proyecto en relación al uso de este nuevo método de enseñanza, lo analizamos a través de una encuesta anónima cuyo modelo (Murillo, 2000; Marcos, 2008) se muestra a continuación. Cada uno de los ítems utilizados se podía valorar como:

- a) *Nada*.
- b) *Poco*.
- c) *Regular*.
- d) *Bastante*.
- e) *Mucho*.

Modelo de la encuesta pasada(18 ítems)

1. ¿Te ha parecido interesante esta experiencia?
2. ¿Asistes con regularidad a estas clases?
3. ¿Asistes a gusto a estas clases?
4. ¿Encuentras satisfactorio el trabajo que has realizado en estas clases?
5. ¿Estás satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores?
6. ¿Crees que los contenidos impartidos en estas clases son importantes para tu formación académica?
7. ¿Crees que lo que has aprendido te puede servir en tu futuro laboral?
8. ¿Crees que las actividades planteadas en la página Web y en el foro de discusión son adecuadas a vuestros conocimientos de Estadística?
9. ¿Las actividades están planteadas de forma clara?
10. Las respuestas dadas por los profesores a través del correo electrónico y del foro de discusión, ¿han sido efectuadas de forma clara y precisa?
11. ¿Los profesores se interesan por el aprendizaje de sus alumnos?
12. La atención recibida por parte del profesor presencial y del profesor virtual en las consultas que les has hecho, ¿ha sido la adecuada?
13. ¿Te ha gustado este nuevo enfoque del estudio de las Matemáticas a través del ordenador e Internet?

14. ¿Te interesaría participar de nuevo en una experiencia de este tipo?
15. Considerando globalmente todos los aspectos de estas clases, ¿estás satisfecho con el desarrollo de las mismas?
16. ¿Te ha resultado gratificante participar en esta experiencia?
17. Valora el grado de aplicación de una experiencia semejante en el estudio de estas otras materias de 3º ESO (marca con una x) en la tabla que se muestra a continuación: (véase el cuadro de la Figura 4.14)
18. Si lo consideras necesario escribe lo que creas oportuno acerca de la experiencia que hemos realizado:

Materias	Nada	Poco	Regular	Bastante	Mucho
Física y Química					
Ciencias Sociales					
Biología y Geología					
Educación Plástica					
Tecnología					
Lengua Española					
Inglés					
Francés					

Figura 4.14: Aplicación en otras materias

4.5.3. Tercera fase (curso académico 2006/07)

Ejecución del plan

Trabajamos en esta fase de nuestra investigación con un grupo de nueve alumnos de ambos sexos del grupo de Diversificación Curricular de 4º ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja, seis de ellos provienen de 3º ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario.

En las primeras clases se trabaja con los alumnos en el manejo del entorno interactivo y del software correspondiente. Debido a que tenemos en clase a alumnos que están familiarizados con el entorno y a otros que lo desconocen por completo y con el fin de atender a la diversidad del alumnado, mientras se les explica nuevos alumnos el manejo del entorno y los elementos de Excel que se necesitan, los demás profundizan en el manejo de Excel, utilizando elementos del software que no se necesitarán propiamente en el proyecto.

Una vez que todos los alumnos han adquirido la destreza suficiente en el entorno y en Excel se les explica en una clase el funcionamiento de la hoja electrónica modificada por los investigadores.

Evaluación del plan

A principios de Enero de 2007 se les pasó a todos los alumnos de 4º ESO del instituto una prueba de Estadística para ver los conocimientos que tenían de esta materia y a la vez comparar lo que sabían los alumnos que iban a realizar el proyecto en relación con el resto de los alumnos. Se realizaron 41 pruebas iniciales, 9 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto (de Diversificación Curricular) y las 32 restantes pertenecientes al resto de los alumnos de 4º ESO (16 pertenecientes a alumnos que cursaban la opción A de Matemáticas y otras 16 correspondientes a la opción B. Esto es lo que hemos llamado PRUEBA INICIAL DE ENERO 2007.

La prueba constaba de 17 ítems en los que se preguntan cuestiones relacionadas con los fundamentos de la Estadística Descriptiva Unidimensional, gráficos y su interpretación, medidas de centralización y posición; y medidas de dispersión. En principio todos los alumnos estaban en condiciones de poder responder a las cuestiones ya que durante el curso anterior en el currículo de 3º ESO aparecen los conceptos que se requieren para poder dar una correcta respuesta.

En la última semana de clase de Junio de 2007 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba (solamente se cambiaron los valores de los datos numéricos) a los alumnos de 4º ESO de todos los cursos con el objeto de discernir si había habido alguna diferencia importante en el nivel de conocimientos de Estadística así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participaban. Se pospuso la prueba para estas fechas porque en los cursos ordinarios de Matemáticas de 4º ESO la instrucción del tema de Estadística suele darse en la última parte del curso por lo que nos pareció más oportuno dejar dicha prueba para el final. A esta prueba la llamamos PRUEBA FINAL DE JUNIO 2007.

Una vez que se realizaron las pruebas de Junio se realizó un estudio comparativo entre lo que sabían antes y después los alumnos que han participado

en este proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

Grado de satisfacción de los alumnos participantes en el proyecto

El grado de satisfacción de los alumnos participantes en el Proyecto en relación al uso de este nuevo método de enseñanza, lo analizamos a través de la misma encuesta anónima que se les pasó a los alumnos de diversificación en el curso pasado 2005/06.

4.5.4. Cuarta fase (curso académico 2007/08)

Ejecución del plan

Trabajamos en esta fase de nuestra investigación con dos grupos diferentes en cuanto al uso del entorno interactivo. Por un lado, trabajamos con un grupo de siete alumnos de ambos sexos del grupo de Diversificación Curricular de 4º ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja, cuatro de ellos provienen de 3º ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario; y por otro lado, con otro grupo de cuatro alumnos de ambos sexos del mismo IES que estudian la materia de Matemáticas opción A de 4º ESO, uno de ellos un inmigrante pakistaní que lleva en España solamente un año, con los problemas referentes al idioma que conlleva dicha situación.

La muestra de alumnos (11) coincide con el total de la población correspondiente a los estudios de 4º ESO opción A (4) y Diversificación (7) del IES donde se realizó el estudio.

Cada alumno dispone de un ordenador personal conectado a Internet que le identifica unívocamente en las actividades que realiza, de forma que en el Historial quedará reflejado con el nombre asignado al ordenador (AULA210-01 hasta AULA210-10)³.

³Los alumnos, al pertenecer a grupos distintos, acuden al aula de Informática en horas distintas

La educación configurada individualmente es una condición educativa esencial de las Inteligencias Múltiples. Esta teoría permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas.

García Olivares⁴ (2007) en un estudio con alumnos de primer curso del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud encontró diferencias significativas en el desarrollo de los diferentes tipos de inteligencias de los alumnos con los que trabajó e hizo la siguiente reflexión:

“Parece lógico pensar que si hay una variedad tan grande de respuestas en un grupo de este nivel académico, donde los alumnos cursan Bachillerato con la intención de continuar con algún tipo de estudios superiores, y además, han elegido una opción concreta (Ciencias de la Naturaleza y de la Salud), la diversidad en este sentido será mucho mayor en los cursos de Enseñanza Secundaria” (p. 149)

Creemos que efectivamente la diversidad de alumnos que encontramos en la ESO es mayor que la que se puede encontrar en los cursos de Bachillerato, y dentro de los alumnos de la ESO hay todavía más diversidad si cabe en un grupo de Diversificación Curricular.

Para establecer qué tipos de inteligencias eran los más desarrollados por los alumnos con los que trabajábamos y tenerlos en cuenta en la secuencia de las actividades del STIAE se utilizó el test diseñado por García Olivares (2007, Anexo IV, pp. 21–22). Hay que tener presente que este test no determina coeficientes de inteligencia sino que solo sirve para hacer una clasificación de los tipos de inteligencia dominantes en cada individuo. Para nosotros era importante comprobar que tenemos alumnos que tienen desarrollados unos tipos de inteligencia más que otros y utilizar esta información para elaborar las actividades. Todos los resultados obtenidos aparecen en el Anexo VII de este trabajo y en la Sección 5.2.4

Evaluación del plan

A finales de Diciembre de 2007 se les pasó a todos los alumnos de 4º ESO del instituto una prueba para valorar, por un lado, la competencia estadística

⁴El test consiste en ocho grupos de ítems (cada uno consta de ocho enunciados) y la valoración de cada ítem es 0 ó 1. Cada grupo se corresponde con un tipo distinto de inteligencia.

que tenían dichos alumnos y a la vez comparar lo que sabían los alumnos que iban a realizar el proyecto en relación con el resto de los alumnos; y por otro lado para ver la evolución en los errores de índole estadístico que cometían los alumnos antes y después de utilizar el STIAE.⁵

Se realizaron 33 pruebas iniciales, 11 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto (7 de Diversificación Curricular y 4 que tenían la opción A como materia optativa de Matemáticas) y las 22 restantes pertenecientes al resto de los alumnos de 4º ESO (todas ellas pertenecientes a alumnos que cursaban la opción B de Matemáticas). Esto es lo que hemos llamado PRUEBA INICIAL DE DICIEMBRE 2007. La prueba constaba de 19 ítems.

En la última semana de clase de Junio de 2008 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba a los alumnos de 4º ESO de todos los cursos con el objeto de discernir si había habido alguna diferencia importante en el nivel de competencia estadística así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participaban. Se pospuso la prueba para estas fechas porque en los cursos ordinarios de Matemáticas de 4º ESO la instrucción del tema de Estadística suele darse en la última parte del curso por lo que nos pareció más oportuno dejar dicha prueba para el final. A esta prueba la llamamos PRUEBA FINAL DE JUNIO 2008.

Una vez que se realizaron las pruebas de Junio se realizó un estudio comparativo entre lo que sabían antes y después los alumnos que han participado en este proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

Se realizaron 66 pruebas (33 iniciales y 33 finales). La prueba constaba de 19 ítems y se calificó a dos puntos por pregunta abierta y un punto por respuesta cerrada.⁶ Para el análisis de los resultados se utilizó el programa STATISTICA 8.0.

⁵Por su importancia en nuestra investigación se dedica todo el capítulo 5 a este asunto.

⁶Véase el *Capítulo de Análisis e Interpretación* para una información completa.

4.6. Descripciones de la muestra y prueba

Se presentan a continuación los procesos que se han seguido para seleccionar la muestra y la prueba de evaluación (4ª fase) pasada a los alumnos riojanos, que ha servido para validar la eficacia del entorno interactivo implementado, comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usen el sistema con otros que no sigan esta metodología

4.6.1. Descripción de la muestra

Para seleccionar la muestra de la población de estudiantes a los que se les pasó el cuestionario, el procedimiento utilizado ha sido el muestreo no aleatorio denominado opinático Hemos intentado diversificar la muestra, dentro de lo posible, disponiendo de estudiantes con diferentes contextos socioculturales, pensando que esta situación podía ofrecernos una variabilidad mayor de respuestas que si todos los alumnos pertenecían a centros de similares características.

La prueba final la han realizado un total de 509 alumnos de 4º ESO de nueve centros de la Comunidad Autónoma de La Rioja, ocho de ellos Institutos de Educación Secundaria públicos y el restante de un centro privado concertado. Aunque la muestra es suficientemente grande se han escogido los centros de forma que sean representativos de la diversidad socioeconómica y cultural de los estudiantes de La Rioja. Para ello se han elegido dos IES situados en la Rioja Alta, otro en la Rioja Baja y seis centros en Logroño y su comarca, cinco de ellos públicos (tres en la zona centro y dos en la periferia) y uno privado concertado en la zona centro.

En los nueve centros se ha evaluado al cien por ciento del alumnado que se encontraba en el centro el día que se realizó la prueba, todos ellos cursan la opción A o la opción B de Matemáticas de 4º ESO con excepción de los alumnos del grupo de Diversificación Curricular que han usado el STIAE.

No se ha evaluado a otros alumnos de Diversificación Curricular de otros IES porque cada centro podía establecer el currículo para estos programas en función de los currículos establecidos para 3º y 4º de la ESO, por lo que no se tenía la certeza de que todos los grupos cursaran Estadística.

El tiempo del que dispusieron todos los alumnos para realizar la prueba fue de cincuenta minutos.

Una vez recogidos los datos, se procedió a su codificación y grabación en un fichero de datos para su posterior tratamiento estadístico con el programa STATISTICA 8.0. Para cada uno de los alumnos se consideró, como variables independientes, el uso de nuestro entorno interactivo, la opción cursada por los alumnos en Matemáticas de 4º ESO, sexo, centro y edad.

En cuanto al sexo, como puede verse en el gráfico de la Figura 4.15, aunque la elección no ha sido intencionada, el reparto entre hombres y mujeres de la muestra global ha resultado muy equilibrado, al contar con casi la mitad en cada grupo.



Figura 4.15: Distribución de la muestra por sexo

Situación análoga a la anterior (distribución de la muestra por sexo) se presenta con la distribución del sexo dentro de los que han usado o no el STIAE, como puede apreciarse en las gráficas de las Figuras 4.16 y 4.17.



Figura 4.16: Distribución por sexo que han utilizado el STIAE



Figura 4.17: Distribución por sexo que no han utilizado el STIAE

4.6.2. Descripción de la prueba estadística

Se exponen a continuación los ítems que aparecen en la prueba de competencia estadística así como los objetivos de cada ítem y los conceptos estadísticos implicados para su correcta resolución:

1. *Tenemos siete números y el más grande es el 6. Sumamos estos números y dividimos la suma por siete. El resultado es 5. ¿Te parece posible? ¿Por qué?*

Para resolver este ítem (tomado de Tormo, 1997) los alumnos deben conocer el algoritmo de la media aritmética y saber invertirlo para el caso de datos aislados. No se dan dichos datos, sino la media, lo que obliga a construir una distribución para una media dada. Incluye la propiedad de la media de ser un valor perteneciente al rango de la variable, es decir, la media es un valor comprendido entre el valor del dato más pequeño y entre el valor más grande.

2. *Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son:*

171, 172, 169, 171 y 177

- a) *¿cuál es la altura del alumno mediano?*
- b) *Si incluimos a un sexto alumno de 190 cm. de altura, ¿cuál sería ahora la altura mediana de los seis alumnos?*
- c) *En este último caso, ¿sería la media aritmética un buen representante de la altura de los seis alumnos? Razona la respuesta.*

Con estos ítems tomados de Cobo (2003) se pretende medir la comprensión de la definición y el algoritmo de cálculo de la mediana, tanto con un número par de valores como con un número impar, así como ver si los estudiantes comprenden adecuadamente el efecto de valores atípicos sobre dicho valor. Se presenta la mediana como la medida de tendencia central más adecuada para una distribución en la que, debido a la presencia de un valor atípico, la media no es demasiado representativa.

Este ítem contempla las siguientes propiedades: en el cálculo de la moda y la media intervienen todos los valores de los datos, mientras que en el de la mediana no y la media cambia siempre que cambia algún dato, mientras que la mediana puede no cambiar y la media es menos resistente que la mediana. Por otro lado, en cuanto a las definiciones de mediana, contiene de manera implícita, las que giran en torno a la idea de elemento central que divide a la población en dos partes iguales, y con respecto a la media, la centrada en la idea de algoritmo aritmético de un conjunto de valores.

3. *¿Qué significa que el tamaño de una familia media es de 2,5? ¿Podrías inventar familias cuyo tamaño medio sea 2?5?*

Para resolver este ítem tomado de Bakker (2004) los alumnos deben centrarse en cuestiones tales como obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para tener una distribución uniforme. Este ítem incluye, implícitamente, las definiciones de media y moda, además de distintas *propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas*

numéricas: “La media es un valor perteneciente al rango de la variable”, “la media no tiene por qué ser uno de los valores de los datos”,

algebraicas: “El cálculo de la media no es operación interna”, y

estadísticas: “La media es un representante del conjunto de datos”.

Como elemento de cálculo más relevante, este ítem requiere que, para una media dada, se busque una distribución, lo que implica que se conozca bien el algoritmo de cálculo de este parámetro y se sepa aplicar a la inversa. También se podría resolver por ensayo y error, calculando la media con datos aislados.

4. *Una familia muy numerosa está compuesta por un padre, una madre y ocho hijos. El peso medio de los dos adultos es de 70 kg y el peso*

medio de los ocho hijos es de 40 kg. ¿Cuál es el peso medio de los diez miembros de la familia?

Con este ítem tomado de Bakker (2004) se pretende medir la comprensión de la definición y el algoritmo de cálculo de la media ponderada de una serie de valores.

5. *Tenemos dos grupos de alumnos de 11 y 18 años, de los cuales hemos calculado su peso medio y su desviación típica:*

	<i>Peso medio</i>	<i>Desviación típica</i>
<i>11 años</i>	<i>40 Kg.</i>	<i>3Kg.</i>
<i>18 años</i>	<i>60 Kg.</i>	<i>3Kg.</i>

En términos relativos, ¿qué grupo de alumnos tiene el peso más disperso con respecto a su media, los de 11 o los de 18 años? Justifica la respuesta.

Con este ítem tomado de Murillo y Castellanos (2007) se pretende medir si los alumnos distinguen entre los conceptos de variación absoluta y variación relativa. Así mismo aparecen los conceptos de media y desviación típica e implícitamente el de coeficiente de variación relativa de Pearson.

6. *Una profesora califica las redacciones de sus alumnos de la siguiente manera: M: mal; R: regular; B: bien; E: excelente*

Las calificaciones en dos de sus grupos ha sido la siguiente:

<i>4°A</i>	<i>MRRBBEEMMMRRRBEE MRREEE</i>
<i>4°B</i>	<i>EEMMRBRBMMEBREMBB</i>

¿Qué grupo ha obtenido mejores notas? ¿Qué medida (media, mediana, moda) sería más apropiada para representar estos datos?

Este ítem tomado de Godino (1999), se centra en la mediana y su relación con las otras medidas de tendencia central. Los datos corresponden a una variable ordinal por lo que los únicos parámetros de centralización que se pueden usar en esta forma como resumen de los datos son la

mediana y la moda. Contiene las siguientes propiedades: para el cálculo de la mediana no se tienen en cuenta los valores numéricos de los datos, sólo su posición una vez ordenados gradualmente; la mediana y la moda existen para variables ordinales, mientras que la media no existe excepto si se transforman los datos en valores numéricos.

7. En la siguiente tabla se puede ver el peso de un grupo de 20 mujeres:

Peso (en Kg.)	Frecuencia
55,65	4
66,75	10
77,85	6

- a. *¿Cuál es el peso medio de estas mujeres?*
 b. *¿Cuál es la desviación típica?*

El objetivo de estos dos ítems es comprobar la capacidad de cálculo de la media y la desviación típica de un conjunto de datos agrupados en intervalos y presentados en una tabla de frecuencias absolutas. El primer ítem se ha tomado de Cobo (2003) y el segundo de Pérez García (2002). Para su resolución se requiere un buen manejo de los algoritmos correspondientes.

8. *El gasto en la factura farmacéutica de una persona en los cinco primeros meses del año viene dado por la gráfica de la Figura 4.18*

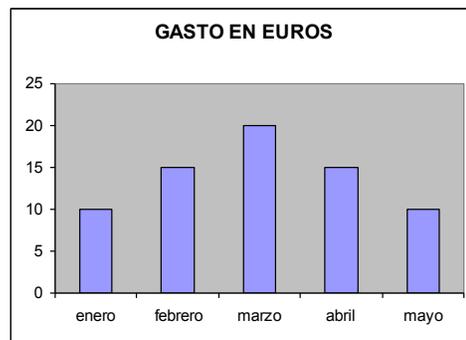


Figura 4.18: Gasto en euros

- a) *¿Cuál ha sido el gasto medio mensual de esa persona en esos cinco meses?* b) *¿Y el gasto mediano?*

Este ítem se centra en la estimación directa de la media y mediana a partir de un gráfico, y ha sido tomado de Zawojewski (1986). La dificultad que se presenta estriba en la lectura del gráfico. El ítem contiene básicamente la propiedad de que la media y la mediana pueden no coincidir con los datos.

9. De acuerdo al diagrama de caja mostrado en la Figura 4.19, tres cuartos de los estudiantes del grupo 4^o D reciben menos de: ¿cuántos euros de paga?



Figura 4.19: Diagrama de caja

Para resolver este ítem tomado de NAEP (2007) los alumnos deben dominar el concepto de tercer cuartil así como conocer la estructura estándar de un diagrama de caja (mínimo, primer cuartil, mediana, tercer cuartil y máximo). Así mismo tiene la dificultad añadida de comparar fracciones con porcentajes.

10. Aquí tienes un histograma (Figura 4.20) con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos).

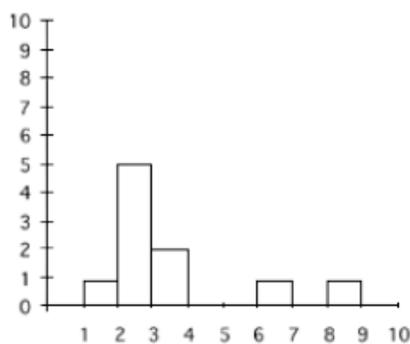


Figura 4.20: Histograma

- a) ¿Cuántos alumnos han sacado más de un 4 en el examen?

b) *¿Cuántos alumnos realizaron el examen?*

c) *¿Qué representan los números en el eje vertical?*

En estos ítems tomados de Delmas, Garfield y Ooms (2005) aparece la única representación de este tipo que se usa en la prueba (histograma) y la dificultad que se presenta está en la lectura del gráfico.

11. *El 10 % de los alumnos de una clase dedica una hora en casa a hacer los deberes, el 50 % emplea dos horas, y el resto tres horas. ¿Cuál es la media de trabajo diario que emplean los alumnos de esa clase para hacer los deberes?*

Con este ítem tomado de la prueba de evaluación de la ESO del Gobierno Foral de Navarra (2006) se pretende medir la comprensión de la definición y el algoritmo de cálculo de la media ponderada de una serie de valores cuando se presentan las frecuencias como porcentajes.

12. *El jefe de ventas de una empresa farmacéutica mostró este gráfico y dijo: “El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de productos vendidos comparando 2006 con 2007” (ver gráfico de la Figura 4.21)*

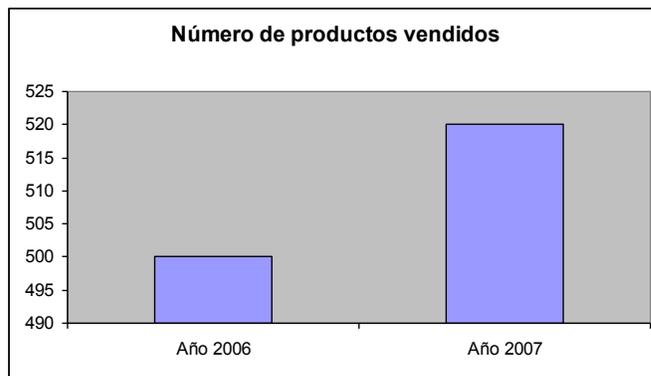


Figura 4.21: Número de productos vendidos

¿Consideras que la afirmación del jefe de ventas es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

En este ítem tomado de PISA (2003) se pretende medir si los alumnos son capaces de reconocer información cuando ésta se les presenta de forma sesgada.

13. *Cada uno de los nueve alumnos de una clase de Ciencias pesó separadamente un pequeño objeto en la misma balanza. El peso, en gramos, anotado por cada estudiante viene dado por:*

6,2; 6,0; 6,0; 15,3; 6,1; 6,3; 6,2; 6,15 y 6,2

Los estudiantes quieren determinar de la forma más precisa posible el peso real del objeto. ¿Qué método les recomendarías que usaran? Justifica la respuesta.

Corresponde al problema de encontrar la mejor estimación de una cantidad desconocida a partir de diversas mediciones y en presencia de errores, cuya solución es la media. Tomado de Batanero, Cobo y Díaz (2002).

Aunque la respuesta esperada es la media, los alumnos podrían optar por la mediana o la moda, por lo tanto, este ítem incluye definiciones, algoritmos de cálculo y procedimientos relativos a las tres medidas, en el caso de una variable discreta con datos aislados. Puesto que hay un valor atípico, esperamos que los alumnos lo detecten.

Contiene también las siguientes propiedades: la media y la mediana pueden ser diferentes a todos los valores de los datos, mientras que la moda siempre es uno de ellos, la media cambia al cambiar algún dato, el cálculo de la moda, desde el punto de vista algebraico, es una operación interna, mientras que el de la media y la mediana no lo es, las tres medidas de tendencia central, media, mediana y moda, son representantes de un colectivo y la suma de las desviaciones de un conjunto respecto a su media es cero.

Capítulo 5

Análisis e interpretación de datos

5.1. Introducción

Hemos dividido el análisis e interpretación de los datos en dos partes, en la primera se incluyen los resultados del test de BADYG y una primera aproximación de resultados para los alumnos del Centro de referencia y en un segundo análisis se lleva a cabo un estudio más completo validándolo con los resultados obtenidos con las mismas pruebas en otros centros.

Se ha estudiado la eficacia del STIAE y se ha validado comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usan nuestro entorno interactivo con la de otras muestras de alumnos que no han seguido esta metodología (Capítulo 2, apartado 2.4, objetivo 5), para ello hemos aplicado los ítems de evaluación presentados en el Capítulo 4 de Metodología (apartado 4.3). Además en el Anexo IX aparece la información detallada de cada uno de los ítems utilizados en la prueba de competencia estadística según lo hemos presentado en el apartado 4.3.2 del Capítulo 4.

De igual forma se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE (objetivo 3 del Capítulo 2, apartado 2.4) aplicando la categorización y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico 3.2.1 del Capítulo 3.

Finalmente decir que en el Anexo VII se presenta un compendio mucho más detallado y exhaustivo de resultados estadísticos obtenidos tanto en relación a la competencia como a los errores estadísticos.

5.2. Una primera aproximación al análisis de los datos

Presentamos una primera aproximación de resultados en las distintas fases de la investigación

5.2.1. Primera fase (curso académico 2004/05)

Aplicación del test de BADYG

En la primera fase (curso académico 2004/05), dadas las características de los alumnos con los que íbamos a trabajar durante el curso siguiente, queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, por todo ello, realizamos una prueba del test de BADYG (Yuste, 2000) en febrero del 2005.

Se les pasó una prueba del test a todos los alumnos que tenían problemas de aprendizaje y/o habían obtenido unos muy malos resultados en la primera evaluación del curso y fueran además posibles candidatos a ser alumnos de un curso perteneciente al programa de Diversificación Curricular el próximo curso académico, alumnos con los que se iba a trabajar con el entorno interactivo diseñado.

Queríamos conocer la evolución de dichas aptitudes tras manejar el entorno interactivo. Para ello, les pasaríamos de nuevo el test de BADYG al finalizar la experiencia el próximo curso académico. Los resultados se muestran en el apartado correspondiente a la segunda fase de la investigación sección 5.2.2

En esta primera fase de nuestra investigación:

1. Se realizó una revisión de la historia de la estadística buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que pudieran

ser utilizadas en el entorno interactivo que queríamos diseñar con la convicción de que tal estudio histórico nos podía ayudar a distinguir diferentes aspectos y niveles de comprensión de los conceptos estadísticos y nos ayudara como instructores a comprender la visión que nuestros estudiantes puedan tener sobre dichos conceptos.

2. Se investigó sobre los errores que se producen en la prensa escrita cuando la información es de índole estadística desde dos puntos de vista: primero, como constatación del hecho de que abundan los errores y por tanto es necesario hacer más hincapié en el estudio de la Estadística por parte de los alumnos y; segundo, buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que pudieran ser utilizadas en el entorno interactivo diseñado.
3. Se les pasó el test de BADYG a todos los alumnos de la ESO susceptibles de ir a un programa de Diversificación Curricular al curso siguiente pertenecientes al IES donde se iba a realizar la investigación.

Ejemplos históricos encontrados

Los ejemplos históricos más antiguos que se han encontrado se refieren a la estimación. Se presentan aquí aquellos ejemplos que se han utilizado para el diseño de actividades o para la creación de ítems de evaluación, casi todos ellos muestran los estadios preliminares de algunas medidas de tendencia central. (Véase la sección 4.5.1, que muestra los ejemplos históricos encontrados).

En la sección 4.5.1 se muestran algunos ejemplos encontrados en la prensa y de actividades diseñadas a partir de ellos.

En el Anexo I de esta memoria aparecen 17 ejemplos de las gráficas erróneas y los textos incorrectos que se han encontrado a lo largo de la investigación. Se comenzó a recopilarlos en el curso académico 2004/2005 y se ha prolongado a lo largo de toda la investigación.

Aplicación del test de BADYG

En esta primera fase, dadas las características de los alumnos con los que íbamos a trabajar durante el curso siguiente, queríamos conocer el estado ge-

neral en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, por todo ello, realizamos una prueba del test de BADYG (Yuste, 2000) en febrero del 2005.

Se les pasó una prueba del test a todos los alumnos que tenían problemas de aprendizaje y/o habían obtenido unos muy malos resultados en la primera evaluación del curso y fueran además posibles candidatos a ser alumnos de un curso perteneciente al programa de Diversificación Curricular el próximo curso académico, alumnos con los que se iba a trabajar con el entorno interactivo diseñado.

Queríamos conocer la evolución de dichas aptitudes tras manejar el entorno interactivo. Para ello, les pasaríamos de nuevo el test de BADYG al finalizar la experiencia el próximo curso académico. Los resultados se muestran en el apartado correspondiente a la segunda fase de la investigación.

5.2.2. Segunda fase (curso académico 2005/06)

Ejecución del plan

Desarrollamos el proyecto con seis alumnos que estaban en 3º ESO, del programa de Diversificación para que utilizaran las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de las Matemáticas, aplicadas a una parte del currículo de la Estadística en la ESO.

En esta fase utilizamos una primera versión de nuestro sistema tutorial interactivo. Las Matemáticas están integradas dentro del Área científico-tecnológica con un total de 6 horas semanales de las que se dedicaron al proyecto dos horas de media semanal. El proyecto se utilizó como refuerzo a la docencia personal, así además de adquirir los conocimientos en el aula según el modelo tradicional los alumnos dispusieron de una plataforma que les permitió acceder también a una acción tutorial a distancia del profesor vía la plataforma.

En esta primera fase, dadas las características de los alumnos con los que comenzamos la investigación queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, la evolución de determinados conocimientos y destrezas del currículo de la ESO en Estadística, en el aprendizaje y uso de las TIC y grado de satisfacción por el uso de nuestro entorno interactivo de aprendizaje.

Para determinar la evolución de los mismos en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, realizamos la primera prueba del test de BADYG (Yuste, 2000) en febrero del 2005 y la segunda en junio del 2006, una vez habían trabajado con el sistema tutorial. En la tabla de la Figura 5.1 recogemos los resultados comparativos.

ALUMNOS	IG	RL	RA	SN	ML	CO	PN	EF	MA	MV	A
Alumno1	50/66	70/66	59/73	38/23	97/92	30/46	20/54	59/77	62/66	70/73	54/62
Alumno2	85/95	82/89	46/73	89/82	89/95	30/73	85/89	95/98	73/62	23/41	62/54
Alumno3	70/85	70/77	82/97	66/54	50/66	54/54	73/92	66/87	85/89	8/13	62/27
Alumno4	8/20	23/30	23/23	38/23	27/38	3/50	8/23	18/38	23/18	50/50	27/89
Alumno5	95/99	94/99	95/92	92/98	85/99	95/97	66/89	89/95	97/97	6/46	80/87
Alumno6	-/54	-/66	-/59	-/23	-/98	-/15	-/23	-/85	-/46	-/6	-/20

Figura 5.1: PERCENTILES. (16 febrero 2005/20 junio 2006)

Se recogen las claves en el cuadro de la Figura 5.2

IG: Inteligencia General.	ML: Matrices Lógicas.	MA: Memoria Auditiva.
RL: Razonamiento Lógico.	CO: Completar Oraciones.	MV: Memoria Visual.
RA: Relaciones Analógicas.	PN: Problemas Numéricos.	A: Atención.
SN: Series Numéricas.	EF: Encajar Figuras.	

Figura 5.2: Tabla de claves para interpretar los percentiles)

Al Alumno6, no se le pudo hacer la prueba en febrero del 2005, por sus graves problemas de dislexia.

Para analizar la evolución de las destrezas y habilidades hemos realizado un test inicial y otro final, tanto a los alumnos del proyecto como al resto de los alumnos de 3º de ESO.

La primera prueba se pasó a los alumnos de 3º ESO a principios de Diciembre de 2005, para comparar a todos los alumnos con los participantes en el Proyecto y a éstos con el resto de los de su clase ordinaria. Se realizaron 60 pruebas, 6 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto y las 54 restantes pertenecientes al resto de los cursos de 3º ESO.

La prueba constaba de 40 ítems en los que se preguntan cuestiones relacionadas con los fundamentos de la Estadística Descriptiva unidimensional, gráficos y su interpretación, medidas de centralización y posición y medidas de dispersión. Se calificó a un punto por ítem. Hay que hacer notar que una parte importante de los ítems corresponden exclusivamente a los contenidos del currículo de 3º ESO, por lo que todos los alumnos que provienen de 2º ESO, es decir, que no están repitiendo 3º ESO, no han recibido nunca hasta ahora instrucción sobre dichos conceptos por lo que era de esperar no muy buenos resultados. No obstante, se incluyeron para ver si había una diferencia significativa entre las respuestas dadas por esos alumnos y sus compañeros que están repitiendo 3º ESO y por tanto ya fueron instruidos sobre estos aspectos en las clases de Matemáticas del curso pasado 2004/05.

En la última semana de clase de Junio de 2006 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba (solamente se cambiaron los valores de los datos numéricos) a los alumnos de 3º ESO de los grupos B, C y D (al grupo A no fue posible) con el objeto de determinar si había habido alguna diferencia importante en el nivel de conocimientos de Estadística, así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participan. Se pospuso la prueba para estas fechas porque por un lado en los cursos ordinarios de Matemáticas de 3º ESO la instrucción del tema de Estadística está prevista en la programación correspondiente en la última parte del curso, y por otro lado, los alumnos participantes en este proyecto siguieron trabajando en él hasta el final de curso.

Una vez realizadas las pruebas de Junio se procedió a un estudio comparativo entre los resultados de antes y después de la utilización del sistema tutorial por los alumnos que han participado en este Proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

Los resultados globales de 3D¹ frente al resto, sobre 40 puntos de los resultados de la prueba se muestran en la Figura 5.3.

Se observa una mejora de los resultados tanto en 3D como en el resto de los grupos a lo largo del curso académico. Los resultados iniciales de los alumnos de diversificación curricular, aún siendo malos, eran algo mejores que los del resto de los alumnos. Sin embargo, como se puede observar, la

¹En el Instituto donde se realizó el estudio el grupo 3D está formado íntegramente por todos los alumnos del grupo de Diversificación.

	INICIAL			FINAL			VAR. ABSOLUTA			VARIACIÓN RELATIVA		
	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.
3D	8,29	4,64	0,5597	18,75	7,89	0,421	10,46	3,25	-0,1	126,18%	70,04%	-24,82%
3ªA,B,C	6,21	4,09	0,6586	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3ªB,C	5,11	3,39	0,6634	9,67	6,41	0,6629	4,55	3,02	0	89,24%	89,09%	-0,08%

Figura 5.3: Resultados globales de 3D frente al resto

mejoría en los resultados (tanto en términos relativos como absolutos) es mucho más acusada en 3D que en el resto de los alumnos. La desviación típica en términos absolutos ha sido algo mayor en 3D pero el coeficiente de variación es menor por lo que en este sentido los resultados obtenidos por el grupo de diversificación son más homogéneos, es decir, están menos dispersos en relación a su resultado medio que los de todos los alumnos.

El uso del sistema tutorial interactivo, parece que produce una mejora ostensible en los resultados de los alumnos de diversificación y que sus resultados son más homogéneos.

Un aspecto a tomar en consideración, son los bajos resultados que obtuvieron en la prueba final el resto de los grupos. Alguna de las causas que se podrían apuntar, es que el tema de Estadística es de los últimos que se imparten y debido a la extensión del temario no se haya explicado suficientemente o más probablemente que el grupo de alumnos que hubo el año pasado en tercero de la ESO tenía unas bajas capacidades. No obstante hemos de decir *que precisamente este tipo de alumnos son los que nutren los programas de diversificación por lo que parece que el uso del sistema tutorial interactivo es recomendable.*

Los resultados globales de 3D frente a todos, sobre 40 puntos, se muestran en la tabla de la Figura 5.4

	INICIAL			FINAL			VAR. ABSOLUTA			VARIACIÓN RELATIVA		
	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.	Media	D. T.	C.V.
3D	8,29	4,64	0,5597	18,75	7,89	0,4208	10,46	3,25	-0,1	126,18%	70,04%	-24,82%
TODOS	6,42	3,47	0,5405	11,43	7,52	0,6579	5,01	4,05	0,01	78,04%	116,71%	21,72%

Figura 5.4: Resultados globales de 3D frente a todos, sobre 40 puntos

A la vista de los resultados, no hay variaciones significativas en relación a los globales de 3D frente al resto de sus compañeros. Sirven las mismas reflexiones y comentarios anteriores, por lo que no añadimos nada nuevo.

Para ver con más claridad la evolución de los alumnos participantes en el Proyecto presentamos los resultados individuales de los seis alumnos de diversificación en las pruebas inicial(I) y final(F) del curso 2005/06. (Véanse la tabla y los gráficos de las Figuras 5.5 y 5.6)

Alumnos	Global		Generales		Gráficas		Centrales		Dispersión		Interpretación	
	I	F	I	F	I	F	I	F	I	F	I	F
Alumno1	5,25	13,25	1,25	1,25	3	2	1	5	0	3	0	2
Alumno2	8,25	23,25	1,25	3,25	3	8	0	4	0,5	6,5	3,5	1,5
Alumno3	14,75	21,75	2,5	3,25	4	8	3	4	1,75	4,5	3,5	2
Alumno4	8,5	8,25	0	2	2	3	2,5	1	1,5	1,25	2,5	1
Alumno5	1,5	15,75	0,5	2,75	0	5	0	4	0	3	1	1
Alumno6	11,5	30,25	2	3,75	2	8	3	6	0	7	4,5	5,5

Figura 5.5: Resultados individuales. Tabla

Se observa que todos mejoran en sus resultados globales, con la excepción del Alumno4. El aumento en la puntuación media del resto es apreciable.

En especial destaca la mejora global del Alumno2, que a pesar de estar diagnosticado como ACNEE desde la educación primaria debido a su severa dislexia, ha obtenido en la prueba final la segunda mejor nota. El Alumno2² obtiene en la prueba final 23,25 que es la segunda mejor nota no solo de los 6 alumnos de diversificación sino de todos los alumnos del IES; siendo la mejor nota obtenida la del Alumno6 perteneciente también al grupo de diversificación (véase Figura 5.5).

Primeros resultados sobre la evolución del alumno (ACNEE)

Según la información previa suministrada por el Departamento de Orientación las dificultades concretas de nuestro alumno con necesidades educativas especiales (ACNEE) debido a su severa dislexia, son, textualmente, las siguientes:

²Al comienzo del trabajo a los alumnos les llamamos con su nombre de pila, posteriormente para proteger la privacidad de los estudiantes se optó por nombrarlos Alumno1, Alumno2, etc. Esto ha hecho por ejemplo que el Alumno2 que aparece en la tabla de Figura 5.5, sea la misma persona que el que aparece como Alumno6 en la tabla de la Figura 5.1

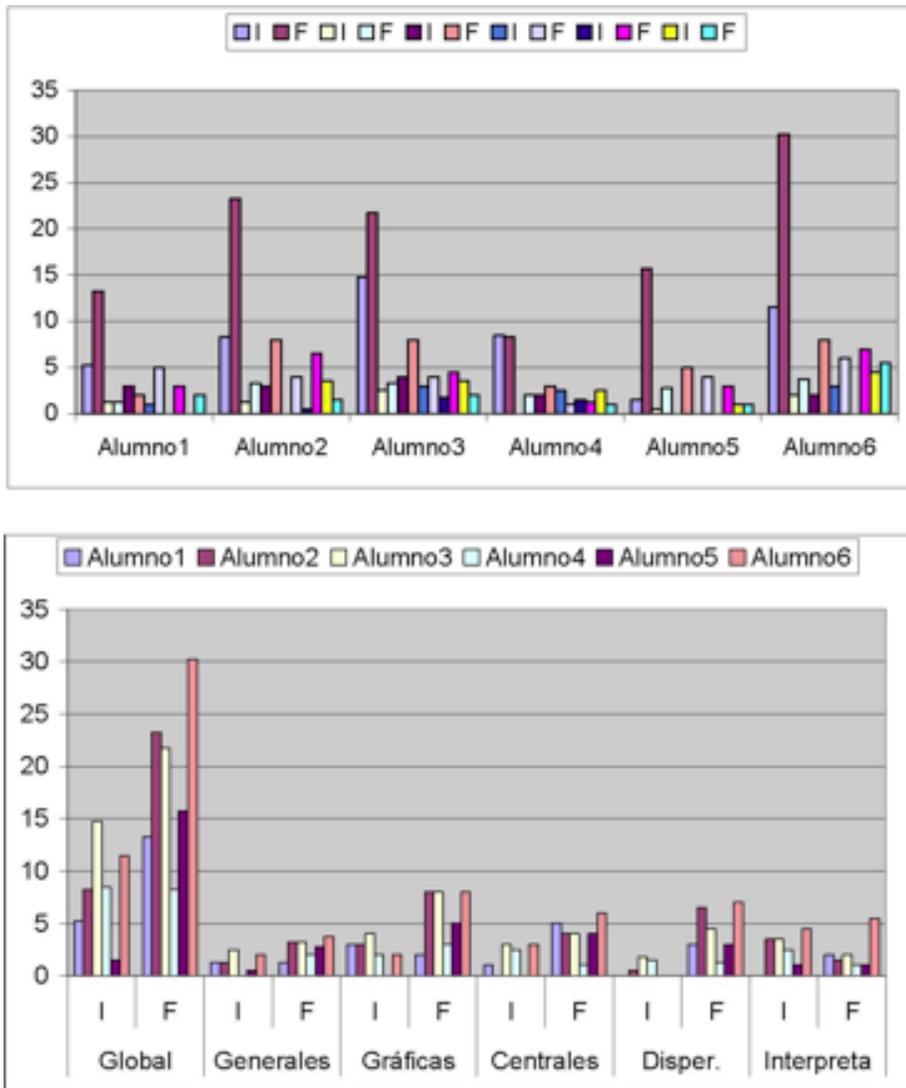


Figura 5.6: Resultados individuales. Gráficos

- Graves trastornos en lectura y escritura con omisiones, sustituciones, inversiones, rotacismo, alteración en la colocación de números, deficiente ritmo de lectura, bajo nivel de lectura comprensiva, dificultad para comprender el planteamiento de problemas.
- Dificultades en la coordinación motriz de movimientos manuales finos y gran tensión muscular.

- Elevado nivel de ansiedad ante las tareas escritas y atribuciones negativas sobre sí mismo. Las opiniones de los compañeros y de los adultos respecto a su rendimiento académico son muy influyentes para él, de tal manera que procura trabajar poco para evitar el fracaso.
- Viene contento al instituto pero está poco motivado hacia el trabajo escolar.
- Como consecuencia de lo anterior su nivel de competencia curricular es inferior al que le correspondería por su edad, mostrando lagunas importantes en casi todas las áreas.
- Su rendimiento en las pruebas de inteligencia le sitúan dentro de la normalidad, pero es claramente inferior en las escalas verbales. Por tanto parece que su capacidad para el razonamiento en general no está limitada, pero sí tiene dificultades en la formación de conceptos y en el razonamiento verbal.

A lo largo de esta fase hemos comprobado algunos progresos en el alumno:

Tal vez lo más destacable sea que el trabajo realizado a través del correo electrónico y el foro de discusión le han ayudado a participar en situaciones de comunicación escrita superando los bloqueos que el alumno tenía anteriormente debido a su dislexia.

Anteriormente, en situaciones normales, cuando se le pedía que escribiera un mensaje, ya fuera con un contenido relacionado con la clase o con un tema más útil para él (notificar una demanda o redactar un recordatorio) no lo hacía, poniendo todo tipo de disculpas: “no sé”, “no me acuerdo”, o simplemente dejando pasar el tiempo. Cuando ante la presión del profesor se veía obligado a escribir algo su producción era escasa, estereotipada y poco funcional.

En la actividad que hemos realizado el alumno ha participado ampliamente, sus escritos eran marcadamente funcionales, con una clara intención comunicativa, y de longitud similar a la de sus compañeros y en muchos casos mayor. Ha habido un cambio evidente en su actitud ante la escritura y su motivación ha aumentado. Podemos decir que ha “descubierto” que puede transmitir pensamientos a través de la escritura.

Lo anterior es llamativo cuando lo comparamos con su actitud en otras asignaturas en las que sigue sin escribir nada por miedo al fracaso, aun a riesgo de suspender los exámenes.

En cuanto a sus dificultades propiamente disléxicas prácticamente no ha habido evolución, tal como era de esperar, pues este no era uno de los objetivos que nos planteábamos, ni el método se prestaba a ello.

Sus producciones son de más calidad en el correo electrónico que en el foro. En este último sus déficits en la escritura son más evidentes hasta dificultar a veces la comprensión del escrito. En esas ocasiones los compañeros le contestan diciéndole que no le entienden, que lo escriba otra vez. El alumno reacciona muy bien, sin verse atacado a su autoestima, y dando más información.

El nivel de lectura, al final, ha sido similar al de los compañeros en cuanto a la velocidad y a la comprensión. No se les ha pedido en ningún momento que leyeran en voz alta, lo que ha sido positivo para él. En un principio se pensó en la posibilidad de incluir archivos de sonido (que reprodujeran las preguntas escritas) como ayuda personal, pero no han sido necesarios.

Otro objetivo importante que se ha conseguido es que aumente su vocabulario, el número de conceptos y las relaciones entre ellos. Especialmente en los conceptos y los contenidos estadísticos trabajados su rendimiento ha sido como el del resto de la clase.

Por supuesto, y al igual que sus compañeros ha aprendido a utilizar las nuevas tecnologías, y a emplearlas de forma funcional.

Particularmente sorprendente ha sido el hecho de que este alumno, a pesar de su severa dislexia diagnosticada desde la educación primaria ha obtenido la segunda mejor nota en la prueba final que se les pasó en Junio. Hay que hacer notar que la nota obtenida es la segunda mejor nota no sólo considerando a los alumnos del grupo de diversificación, sino la segunda mejor nota global, teniendo en cuenta a todos los alumnos, siendo la mejor nota de todas las obtenidas, conseguida también por otro de los alumnos del grupo de diversificación.

Como conclusión podemos decir que el uso del correo y del foro, junto con la Hoja de Cálculo en un alumno con necesidades educativas especiales debidas a una dislexia, para trabajar contenidos estadísticos ha sido claramente beneficioso para él, pues

le ha permitido adquirir los conocimientos, ampliar su vocabulario, aumentar su motivación, mejorar su lectura y especialmente utilizar la escritura como medio de expresión con sus compañeros sin dejarse limitar por sus dificultades.

Grado de satisfacción de los alumnos participantes en el proyecto

El grado de satisfacción de los alumnos participantes en el Proyecto en relación al uso de este nuevo método de enseñanza, lo analizamos a través de una encuesta anónima. Cada uno de los ítems utilizados se podía valorar como: a) *Nada*. b) *Poco*. c) *Regular*. d) *Bastante*. e) *Mucho*.

Resultados de la encuesta de satisfacción

La mayor parte de los participantes han valorado la mayoría de los ítems con Bastante o Mucho. De hecho las respuestas a las preguntas 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, y 15 han sido valoradas por el 100% de los alumnos con la máxima valoración de Bastante o Mucho. Las respuestas a las preguntas 6, 7, 8, 9, y 14 han sido valorados por el 83% de los alumnos con la máxima valoración de Bastante o Mucho. En cuanto a la pregunta 17 en la que se preguntaba qué grado de aplicabilidad tendría un proyecto semejante al que hemos realizado en Matemáticas en el resto de las materias de 3º ESO las respuestas de los alumnos varían bastante dependiendo de que la materia sea de tipo científico o de tipo no científico, valorando en su opinión el grado de aplicabilidad de las primeras más positivamente que de las segundas.

Valoramos especialmente la respuesta a la pregunta 7, en las que el 83% la valora con las máximas puntuaciones de Bastante o Mucho, lo que hoy en día es un especial tanto a favor puesto que una de las habituales quejas de los alumnos es que lo que se estudia en los Institutos luego “*no sirve para nada*”, es decir que no lo van a utilizar luego en su futuro laboral. Así mismo es de destacar la respuesta a la pregunta 13, en las que el 100% la valora con las máximas puntuaciones de Bastante o Mucho lo que muestra el grado de interés suscitado por esta experiencia en los alumnos.

Finalmente, como resumen del grado de satisfacción de los alumnos en relación a la utilización del sistema tutorial, hemos escogido una de las respuestas dada por uno de los alumnos a la número 18, que era de respuesta

libre: *“Esta actividad merece mucho la pena, y además en el futuro nos va a servir de gran ayuda, porque el ordenador es el futuro”*.

Evaluación del plan

En una primera aproximación, con el trabajo ya realizado, podemos establecer las siguientes:

CONCLUSIONES Y APORTACIONES:

1. Hemos diseñado, descrito y ejemplificado una herramienta metodológica, construida para el aprendizaje de la Estadística en la ESO.
2. Esta herramienta metodológica, entorno interactivo para el aprendizaje de la Estadística, cuenta con unas actividades, en cuyo diseño y estructura, se ha tenido muy en cuenta, por una parte las características de nuestros alumnos, y por otra la incorporación progresiva de ayudas, planteando también propuestas de distintos niveles de exigencia en torno al problema o actividad inicial planteada.

El planteamiento anterior ha resultado fundamental para responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos y para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente.

3. El análisis de los resultados iniciales y finales, muestra que la metodología utilizada, a través de la herramienta metodológica en la que el profesor ha actuado fundamentalmente como moderador y facilitador del aprendizaje, en la que el discurso instruccional ha sido un diálogo entre profesor y alumnos y con la participación activa de los alumnos en la adquisición del conocimiento, ha proporcionado resultados globales mejorados de forma apreciable para todos los alumnos, incluido el alumno ACNEE. Podemos considerar por tanto como aportación este procedimiento de enseñanza aprendizaje.
4. Los resultados de la encuesta de satisfacción muestran claramente que la utilización de esta herramienta metodológica constituye un elemento motivador para el aprendizaje.

Como objetivo secundario, más referido a la competencia digital y de las tecnologías de la información que a la didáctica matemática, pero también importante porque se refiere a la competencia digital :

5. La utilización efectiva del navegador de Internet y del correo electrónico, en el intercambio de respuestas y comunicaciones entre profesor y alumnos, muestra la consecución del objetivo de una preparación básica en el campo de las tecnologías de la información y comunicación.

REFLEXIONES:

1. La desaparición del grupo de 3º A en la comparación de los resultados obtenidos en la prueba de estadística final resta potencial al grupo de no diversificación, lo que podría hacer que los resultados estuvieran sesgados. Nos planteamos repetir el estudio en una siguiente fase en 4º ESO mediante pruebas iniciales y finales de forma que las realicen todos los alumnos.
2. La encuesta sobre el grado de satisfacción pese a ser poco representativa, pues la muestra es baja, se le ha pasado a toda la población de 3º ESO de Diversificación. Además en nuestra experiencia docente hemos constatado que estudiantes que saben que han recibido un trato especial no necesariamente se sienten más satisfechos, por lo que los resultados obtenidos son muy satisfactorios.

5.2.3. Tercera fase (curso académico 2006/07)

Ejecución del plan

Trabajamos en esta fase de nuestra investigación con un grupo de nueve alumnos de ambos sexos del grupo de Diversificación Curricular de 4º ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja, seis de ellos provienen de 3º ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario.

En las primeras clases se trabaja con los alumnos en el manejo del entorno interactivo y del software correspondiente. Debido a que tenemos en clase a

alumnos que están familiarizados con el entorno y a otros que lo desconocen por completo y con el fin de atender a la diversidad del alumnado, mientras se les explica nuevos alumnos el manejo del entorno y los elementos de Excel que se necesitan, los demás profundizan en el manejo de Excel, utilizando elementos del software que no se necesitarán propiamente en el proyecto.

Una vez que todos los alumnos han adquirido la destreza suficiente en el entorno y en Excel se les explica en una clase el funcionamiento de la hoja electrónica modificada por los investigadores.

Evaluación del plan

A principios de Enero de 2007 se les pasó a todos los alumnos de 4º ESO del instituto una prueba de Estadística para ver los conocimientos que tenían de esta materia y a la vez comparar lo que sabían los alumnos que iban a realizar el proyecto en relación con el resto de los alumnos. Se realizaron 41 pruebas iniciales, 9 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto (de Diversificación Curricular) y las 32 restantes pertenecientes al resto de los alumnos de 4º ESO (16 pertenecientes a alumnos que cursaban la opción A de Matemáticas y otras 16 correspondientes a la opción B. Esto es lo que hemos llamado PRUEBA INICIAL DE ENERO 2007.

La prueba constaba de 17 ítems en los que se preguntan cuestiones relacionadas con los fundamentos de la Estadística Descriptiva Unidimensional, gráficos y su interpretación, medidas de centralización y posición; y medidas de dispersión. En principio todos los alumnos estaban en condiciones de poder responder a las cuestiones ya que durante el curso anterior en el currículo de 3º ESO aparecen los conceptos que se requieren para poder dar una correcta respuesta.

En la última semana de clase de Junio de 2007 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba (solamente se cambiaron los valores de los datos numéricos) a los alumnos de 4º ESO de todos los cursos con el objeto de discernir si había habido alguna diferencia importante en el nivel de conocimientos de Estadística así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participaban. Se pospuso la prueba para estas fechas porque en los cursos ordinarios de Matemáticas de 4º ESO la instrucción del tema de Estadística suele darse en la última parte del curso por lo que nos pareció

más oportuno dejar dicha prueba para el final. A esta prueba la llamamos PRUEBA FINAL DE JUNIO 2007.

Una vez que se realizaron las pruebas de Junio se realizó un estudio comparativo entre lo que sabían antes y después los alumnos que han participado en este proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS GLOBALES

Se realizaron 82 pruebas (41 iniciales y 41 finales). La prueba constaba de 17 ítems y se calificó a dos puntos por pregunta. Los resultados globales sobre 34 puntos de los resultados de la prueba se muestran en la tabla de la Figura 5.7.

	INICIAL			FINAL			VAR. ABSOLUTA			VARIACIÓN RELATIVA		
	Media	D. T	C.V.	Media	D. T	C.V.	Media	D. T	C.V.	Media	D. T	C.V.
4D	15,44	7,26	0,4700	18,22	7,32	0,4019	2,78	0,07	-0,07	17,99%	0,90%	-14,48%
TODOS	9,83	7,45	0,7582	11,10	7,32	0,6598	1,28	-0,13	-0,10	12,98%	-1,68%	-12,98%
4° OPC. A	4,94	4,48	0,9071	5,31	3,67	0,6907	0,38	-0,81	-0,22	7,59%	-18,07%	-23,85%
4° OPC. B	11,67	6,87	0,5886	13,00	5,07	0,3902	1,33	-1,79	-0,20	11,43%	-26,13%	-33,70%
4° OPC. A Y B	8,19	6,67	0,8140	9,03	5,84	0,6471	0,84	-0,82	-0,17	10,24%	-12,36%	-20,50%

Figura 5.7: Análisis de los resultados globales

Se observa que hay una mejora de los resultados tanto en 4° D como en el resto de los grupos a lo largo del curso académico. Los resultados iniciales medios de los alumnos de diversificación curricular, eran mejores que los del resto de los alumnos debido probablemente a que seis de los nueve alumnos participaron en el proyecto el curso anterior. Sin embargo, como se puede observar el aumento de los resultados medios es mayor en 4° D que en el resto de los cursos, tanto en términos absolutos como en términos relativos. Ha aumentado ligeramente la desviación típica final en 4° D pero el coeficiente de variación es ligeramente menor por lo que en este sentido podemos decir que los resultados finales obtenidos son menos dispersos que los que se habían obtenido inicialmente.

El uso del STIAE parece que produce una mejora en los resultados de los alumnos de diversificación aunque sus resultados son menos homogéneos que en el resto de los cursos. Un aspecto a estudiar son los pobres resultados que obtuvieron tanto en la prueba inicial como en la prueba final los alumnos que estudian la opción A de matemáticas de 4° ESO.

Veamos ahora los resultados individuales de los nueve alumnos de diversificación curricular en las pruebas inicial y final para observar mejor su evolución.

RESULTADOS INDIVIDUALES OBTENIDOS POR LOS ALUMNOS DE DIVERSIFICACIÓN EN LA PRUEBA INICIAL Y FINAL DE 4ºD, CURSO 2006/07³. (Véase la tabla y la gráfica de las Figuras 5.8 y 5.9).

Alumnos	Inicial	Final	V. Absoluta	V. Relativa
Alumno1	18	24	6	33,33%
Alumno2	24	34	10	41,67%
Alumno3	29	25	-4	-13,79%
Alumno4	6	12	6	100,00%
Alumno5	18	13	-5	-27,78%
Alumno6	8	18	10	125,00%
Alumno7	10	10	0	0,00%
Alumno8	10	14	4	40,00%
Alumno9	16	14	-2	-12,50%

Figura 5.8: Tabla de los resultados individuales

Con los resultados obtenidos parece ser que los alumnos de diversificación han mejorado más que el resto de los alumnos, ya que los resultados globales han sido mejores, y en particular el Alumno2 era muy peculiar. De acuerdo a los resultados del test de BADYG sería un alumno con altas capacidades, sin embargo los resultados de los cursos precedentes habían sido muy malos, debido, en nuestra opinión, a su pasividad y a su total falta de interés por estudiar, hechos que le hicieron repetir curso dos veces antes de entrar en el programa de Diversificación Curricular. Hemos de decir que desde el principio se mostró entusiasmado con el entorno interactivo consiguiendo en la prueba final la puntuación máxima posible, 34 puntos de 34 puntos posibles, hecho que es absolutamente significativo sobre el uso del STIAE y sobre el grado de satisfacción tras la utilización del entorno. Por tanto, teniendo en cuenta, que en general los alumnos de diversificación han repetido curso a lo largo

³- 4ºD son los alumnos de diversificación del Instituto de cuarto curso.

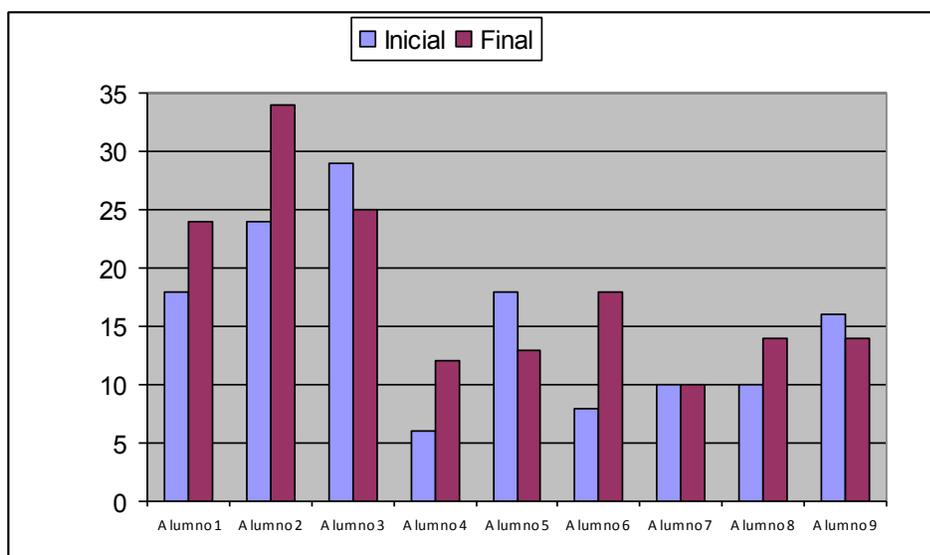


Figura 5.9: Gráfica de los resultados individuales

de su vida académica y han fracasado en los estudios ordinarios, y aún así han obtenido mejores resultados nos hace pensar que el entorno interactivo de aprendizaje que hemos diseñado ha sido fructífero y que su uso produce mejoras, aunque solamente con estos datos lo podemos afirmar con reservas hasta que con nueva información dispongamos de pruebas más concluyentes.

Grado de satisfacción de los alumnos participantes en el proyecto

El grado de satisfacción de los alumnos participantes en el Proyecto en relación al uso de este nuevo método de enseñanza, lo analizamos a través de la misma encuesta anónima que se les pasó a los alumnos de diversificación en el curso pasado 2005/06. Los resultados son similares a los obtenidos el año anterior por lo que valen las mismas reflexiones y comentarios que se hicieron para el curso pasado, por lo que no añadimos nada nuevo salvo estas respuestas que dos alumnos dieron a la Pregunta 18 (escribe lo que creas oportuno acerca de la experiencia que hemos realizado):

“Este curso me lo he pasado muy bien y he experimentado una forma nueva de trabajar a través del ordenador”.

“Me ha gustado mucho porque así sigues aprendiendo más cosas”.

REFLEXIONES:

1. En esta fase se ha podido realizar la prueba al 100 % de los alumnos que cursaban 4º ESO en el IES donde se realizó el estudio. Con los resultados obtenidos podemos afirmar que efectivamente el uso del STIAE hace que mejoren ostensiblemente los resultados tanto en términos relativos como absolutos.
2. Se mantiene el alto grado de satisfacción por el uso del STIAE por lo que valen las mismas reflexiones que se hicieron en la fase anterior.
3. Nos preguntamos si será positivo el uso del STIAE en un curso ordinario de 4º ESO y nos lo planteamos como objeto de estudio en la siguiente fase de la investigación.
4. Hemos observado que había alumnos con gustos muy diferentes en cuanto a preferencias por lo que se intentará en la siguiente fase buscar una enseñanza que tenga en cuenta las diferencias individuales y en la medida de lo posible desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades, para ello nos basaremos en la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner (1983).

5.2.4. Cuarta fase (curso académico 2007/08)**Ejecución del plan**

Trabajamos en esta fase de nuestra investigación con dos grupos diferentes en cuanto al uso del entorno interactivo. Por un lado, trabajamos con un grupo de siete alumnos de ambos sexos del grupo de Diversificación Curricular de 4º ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja, cuatro de ellos provienen de 3º ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario; y por otro lado, con otro grupo de cuatro alumnos de ambos sexos del mismo IES que estudian la materia de Matemáticas opción A de 4º ESO, uno de ellos un inmigrante pakistaní que lleva en España solamente un año, con los problemas referentes al idioma que conlleva dicha situación.

La muestra de alumnos (11) coincide con el total de la población correspondiente a los estudios de 4º ESO opción A (4) y Diversificación (7) del IES donde se realizó el estudio.

Cada alumno dispone de un ordenador personal conectado a Internet que le identifica unívocamente en las actividades que realiza, de forma que en el Historial quedará reflejado con el nombre asignado al ordenador (AULA210-01 hasta AULA210-10)⁴.

La educación configurada individualmente es una condición educativa esencial de las Inteligencias Múltiples. Esta teoría permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas.

García Olivares⁵ (2007) en un estudio con alumnos de primer curso del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud encontró diferencias significativas en el desarrollo de los diferentes tipos de inteligencias de los alumnos con los que trabajó e hizo la siguiente reflexión:

“Parece lógico pensar que si hay una variedad tan grande de respuestas en un grupo de este nivel académico, donde los alumnos cursan Bachillerato con la intención de continuar con algún tipo de estudios superiores, y además, han elegido una opción concreta (Ciencias de la Naturaleza y de la Salud), la diversidad en este sentido será mucho mayor en los cursos de Enseñanza Secundaria” (p. 149)

Creemos que efectivamente la diversidad de alumnos que encontramos en la ESO es mayor que la que se puede encontrar en los cursos de Bachillerato, y dentro de los alumnos de la ESO hay todavía más diversidad si cabe en un grupo de Diversificación Curricular.

Para establecer qué tipos de inteligencias eran los más desarrollados por los alumnos con los que trabajábamos y tenerlos en cuenta en la secuencia de las actividades del STIAE se utilizó el test diseñado por García Olivares (2007, Anexo IV, pp. 21-22). Hay que tener presente que este test no determina coeficientes de inteligencia sino que solo sirve para hacer una clasificación

⁴Los alumnos, al pertenecer a grupos distintos, acuden al aula de Informática en horas distintas

⁵El test consiste en ocho grupos de ítems (cada uno consta de ocho enunciados) y la valoración de cada ítem es 0 ó 1. (Véase Anexo XIII).

de los tipos de inteligencia dominantes en cada individuo. Para nosotros era importante comprobar que tenemos alumnos que tienen desarrollados unos tipos de inteligencia más que otros y utilizar esta información para elaborar las actividades. Todos los resultados obtenidos aparecen en el Anexo VII de este trabajo, aquí se muestra un resumen.

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO⁶ que han utilizado el STIAE (Véase la tabla de la Figura 5.10)

Alumno	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTINT	MEDIA	D.T.	C.V
Alumno 1	H	16	2	4	6	5	7	3	3	2	32	4,00	1,85	0,46
Alumno 2	H	17	3	6	8	5	4	4	4	4	38	4,75	1,58	0,33
Alumno 3	M	16	4	6	8	6	5	5	5	6	45	5,63	1,19	0,21
Alumno 4	H	16	4	6	6	5	5	2	2	7	37	4,63	1,85	0,40
Alumno 5	M	17	3	5	5	5	5	4	1	6	34	4,25	1,58	0,37
Alumno 6	H	18	3	7	8	3	5	6	5	8	45	5,63	2,00	0,35
Alumno 7	M	17	4	3	5	3	4	4	3	5	31	3,88	0,83	0,22
Alumno 8	M	17	4	5	7	7	5	5	4	1	38	4,75	1,91	0,40
Alumno 9	M	17	2	5	6	3	5	5	4	1	31	3,88	1,73	0,45
Alumno 10	M	18	4	3	5	4	5	3	4	6	34	4,25	1,04	0,24
Alumno 11	H	17	3	6	4	7	5	2	2	6	35	4,38	1,92	0,44
MEDIA			3,27	5,09	6,18	4,82	5,00	3,91	3,36	4,73	36,36	4,55	1,59	0,35
D.T.			0,79	1,30	1,40	1,47	0,77	1,30	1,29	2,41	4,95	0,62	0,40	0,09
C.V.			0,24	0,26	0,23	0,31	0,15	0,33	0,38	0,51	0,14	0,14	0,25	0,26

Figura 5.10: Resultados del test de inteligencias múltiples

En la tabla de la Figura 5.10 se puede ver el número de ítems puntuado con un 1 en cada bloque de los enunciados del test por cada uno de los alumnos del grupo que utilizó el STIAE (filas) y que corresponde a cada tipo de inteligencia (columnas). En la segunda y tercera columnas aparecen el sexo de cada alumno (H: hombre, M: mujer) y su edad. En las columnas intermedias, los puntos obtenidos por cada alumno en cada una de las ocho inteligencias. Finalmente en las últimas aparecen los puntos totales (suma de las ocho inteligencias), la media, desviación típica y coeficiente de variación. Así mismo, en la parte baja de cada columna aparece la media, desviación típica y coeficiente de variación para cada inteligencia, los totales y el resto.

Analizando los resultados podemos ver diferencias entre los distintos tipos de inteligencias que confirman una diversidad de las preferencias de los alumnos con los que se iba a trabajar. El menor valor medio lo alcanza la inteligencia lingüístico-verbal con 3,27 puntos, similar a la interpersonal (3,91) y a la intrapersonal (3,36) aunque muy baja en comparación con otras como la cinestésica (6,18). Es además reseñable que la puntuación máxima alcan-

⁶Se incluyen los 11 alumnos que utilizaron STIAE, los 4 primeros corresponden a la opción A y los 7 últimos son los alumnos de diversificación

zada para la inteligencia lingüística (4) está muy lejos del máximo posible (8).

Como se iba a trabajar en el STIAE con dos grupos de alumnos (tres, si contamos al que recibió instrucción de la forma tradicional) se realizó un estudio por separado, obteniéndose los resultados que se muestran en los cuadros de las Figuras 5.11 y 5.12.

Alumno	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTINT	MEDIA	D.T.	C.V
Alumno 1	H	16	2	4	6	5	7	3	3	2	32	4,00	1,85	0,46
Alumno 2	H	17	3	6	8	5	4	4	4	4	38	4,75	1,58	0,33
Alumno 3	M	16	4	6	8	6	5	5	5	6	45	5,63	1,19	0,21
Alumno 4	H	16	4	6	6	5	5	2	2	7	37	4,63	1,85	0,40
MEDIA			3,25	5,50	7,00	5,25	5,25	3,50	3,50	4,75	38,00	4,75	1,62	0,35
D.T.			0,96	1,00	1,15	0,50	1,26	1,29	1,29	2,22	5,35	0,67	0,31	0,11
C.V.			0,29	0,18	0,16	0,10	0,24	0,37	0,37	0,47	0,14	0,14	0,19	0,31

Figura 5.11: Alumnos opción A y STIAE

Alumno	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTINT	MEDIA	D.T.	C.V
Alumno 5	M	17	3	5	5	5	5	4	1	6	34	4,25	1,58	0,37
Alumno 6	H	18	3	7	8	3	5	6	5	8	45	5,63	2,00	0,35
Alumno 7	M	17	4	3	5	3	4	4	3	5	31	3,88	0,83	0,22
Alumno 8	M	17	4	5	7	7	5	5	4	1	38	4,75	1,91	0,40
Alumno 9	M	17	2	5	6	3	5	5	4	1	31	3,88	1,73	0,45
Alumno 10	M	18	4	3	5	4	5	3	4	6	34	4,25	1,04	0,24
Alumno 11	H	17	3	6	4	7	5	2	2	6	35	4,38	1,92	0,44
MEDIA			3,29	4,86	5,71	4,57	4,86	4,14	3,29	4,71	35,43	4,43	1,57	0,35
D.T.			0,76	1,46	1,38	1,81	0,38	1,35	1,38	2,69	4,86	0,61	0,46	0,09
C.V.			0,23	0,30	0,24	0,40	0,08	0,32	0,42	0,57	0,14	0,14	0,29	0,26

Figura 5.12: Alumnos de Diversificación y STIAE

A la vista de los resultados se constata que en ambos grupos el menor valor medio lo alcanza la inteligencia lingüístico-verbal con 3,25 y 3,29 puntos. La mayor diferencia se observa en la inteligencia cinestésica con 7 y 5,71 puntos respectivamente. En cuanto a la dispersión en las puntuaciones tanto en términos absolutos (desviación típica) como relativos (coeficiente de variación) se puede ver que es similar en términos medios en ambos grupos, aunque hay bastante diferencia por alumno, lo que muestra una gran diversidad en las preferencias/habilidades de cada alumno.

Una vez valoradas dichas habilidades, se han desarrollado actividades isomorfas (actividades con los mismos contenidos pero adecuadas a las distintas inteligencias de los alumnos) de forma que estimulen los distintos tipos de inteligencia, de manera que a través del STIAE se ha facilitado el aprendizaje planteando las actividades considerando las preferencias de los alumnos.

Evaluación del plan

A finales de Diciembre de 2007 se les pasó a todos los alumnos de 4º ESO del instituto una prueba para valorar, por un lado, la competencia estadística que tenían dichos alumnos y a la vez comparar lo que sabían los alumnos que iban a realizar el proyecto en relación con el resto de los alumnos; y por otro lado para ver la evolución en los errores de índole estadístico que cometían los alumnos antes y después de utilizar el STIAE⁷

Se realizaron 33 pruebas iniciales, 11 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto (7 de Diversificación Curricular y 4 que tenían la opción A como materia optativa de Matemáticas) y las 22 restantes pertenecientes al resto de los alumnos de 4º ESO (todas ellas pertenecientes a alumnos que cursaban la opción B de Matemáticas). Esto es lo que hemos llamado PRUEBA INICIAL DE DICIEMBRE 2007.

La prueba constaba de 19 ítems y por su importancia en nuestra investigación se describe más en detalle en el apartado 5.4, limitándonos aquí a unos primeros resultados.

En principio todos los alumnos estaban en condiciones de poder responder a las cuestiones ya que durante el curso anterior en el currículo de 3º ESO aparecen los conceptos que se requieren para poder dar una correcta respuesta.

En la última semana de clase de Junio de 2008 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba a los alumnos de 4º ESO de todos los cursos con el objeto de discernir si había habido alguna diferencia importante en el nivel de competencia estadística así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participaban. Se pospuso la prueba para estas fechas porque en los cursos ordinarios de Matemáticas de 4º ESO la instrucción del tema de Estadística suele darse en la última parte del curso por lo que nos pareció más oportuno dejar dicha prueba para el final. A esta prueba la llamamos PRUEBA FINAL DE JUNIO 2008.

Una vez que se realizaron las pruebas de Junio se realizó un estudio comparativo entre lo que sabían antes y después los alumnos que han participado en este proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

⁷Por su importancia en nuestra investigación se dedica todo el capítulo 5 a este asunto.

ANÁLISIS COMPARATIVOS DE LOS RESULTADOS GLOBALES

Se realizaron 66 pruebas (33 iniciales y 33 finales). La prueba constaba de 19 ítems y se calificó a dos puntos por pregunta abierta y un punto por respuesta cerrada⁸. Para el análisis de los resultados se utilizó el programa STATISTICA 8.0. Los resultados globales de la prueba sobre 34 puntos fueron los dados por las tablas de las Figuras 5.13, 5.14 y 5.4

Resultados obtenidos en la prueba por todos los alumnos de 4º ESO (ver tabla de la Figura 5.13)

Variable	Descriptive Statistics				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	33	10,33333	0,0000	20,00000	5,802298
PUNFIN	33	16,15152	5,0000	31,00000	7,374454

Figura 5.13: Resultados en la prueba por todos

Como podemos observar la puntuación media de los 33 alumnos pasa de 10,33 a 16,15 puntos. Se pasa de una puntuación mínima de 0 a otra de 5 puntos, y la máxima pasa de 20 a 31 puntos. Así mismo se observa una mayor dispersión en los datos pues se pasa de una desviación típica inicial de 5,80 a una final de 7,37.

Veamos ahora las diferencias de puntuaciones iniciales dependiendo de que los alumnos hayan utilizado el STIAE (ver tabla de la Figura 5.14) o hayan sido instruidos de forma tradicional (ver tabla de la Figura 5.4).

Variable	Descriptive Statistics Include condition: STIAE="S"				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	11	8,36364	1,00000	18,00000	5,334280
PUNFIN	11	21,00000	12,00000	31,00000	6,465292

Figura 5.14: Resultados por los que han utilizado STIAE

Comparando los resultados obtenidos por ambos grupos de alumnos vemos que los alumnos que han utilizado el STIAE obtienen una puntuación

⁸Véase el *Capítulo de Análisis e Interpretación* para una información completa.

Variable	Descriptive Statistics Include condition: STIAE="N"				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	22	11,31818	0,0000	20,00000	5,890965
PUNFIN	22	13,72727	5,0000	27,00000	6,670345

Figura 5.15: Resultados obtenidos con instrucción tradicional

media inicial (8,36) casi tres puntos por debajo de la obtenida por el grupo que estudia la opción B de Matemáticas (11,31). La dispersión de las puntuaciones en los dos grupos es similar tanto inicial como finalmente, observándose una notable mejoría en la puntuación final del grupo que ha usado el entorno interactivo (21 puntos) frente a los 13 puntos del otro grupo.

Hay que notar que el recorrido en las puntuaciones finales del grupo del STIAE (19 puntos) es menor que los 22 puntos del grupo que ha recibido una enseñanza tradicional y que obvio es decirlo son en teoría los mejores alumnos, ya que la opción B es la opción “más difícil” de las dos que hay para optar en 4º ESO.

Análisis estadístico con STATISTICA 8.0

Para contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos proceden de una población Normal utilizamos los contrastes de normalidad de Kolmogorov-Smirnov con corrección de Lilliefors y Shapiro Wilk⁹.

Por ello realizamos un contraste de normalidad para las puntuaciones iniciales y finales tanto de los alumnos que usaron el STIAE como de los de la opción B de Matemáticas que no lo utilizaron.

ALUMNOS QUE USARON EL STIAE

El Histograma con las puntuaciones iniciales de los alumnos que usaron el STIAE se presenta en la Figura 5.16.

⁹No utilizamos el de Kolmogorov-Smirnov sin la corrección de Lilliefors por resultar muy conservador, en casi todas las ocasiones se acepta la hipótesis nula. (Hernández, 2008, p.56)

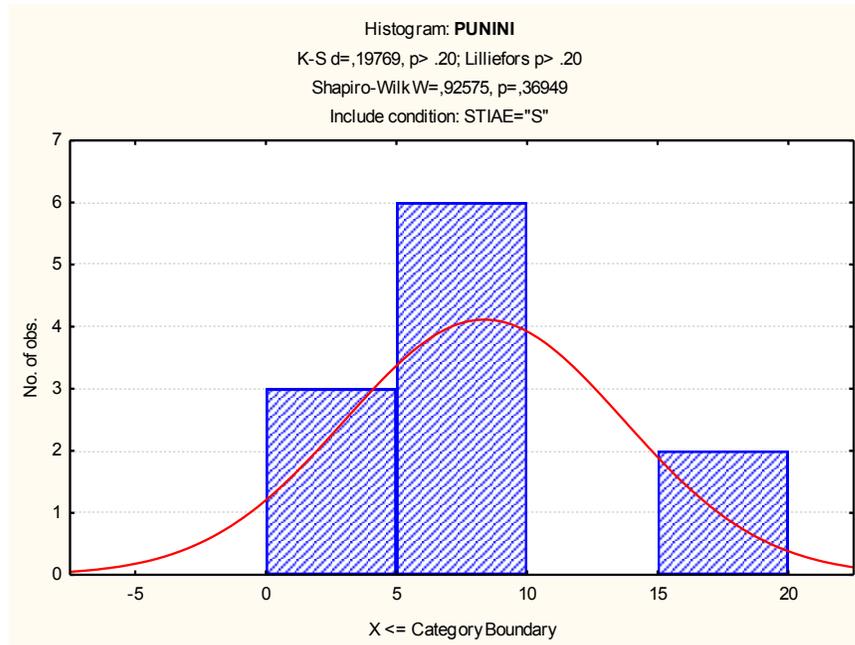


Figura 5.16: Histograma con las puntuaciones iniciales con STIAE

Como el p-valor es 0,369, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuya puntuación antes de utilizar el STIAE sigue una distribución Normal.

El Histograma con las puntuaciones finales de los alumnos que recibieron instrucción con STIAE, se muestra en la Figura 5.17.

Como el p-valor es 0,301 mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuya puntuación después de utilizar el STIAE sigue una distribución Normal.

Como queremos comparar puntuaciones medias iniciales usamos un contraste paramétrico ya que hemos visto que las distribuciones antes y después pueden considerarse Normales, por lo que se dan las estrictas condiciones de validez de los contrastes paramétricos. Al aplicar el test de igualdad de medias para muestras dependientes (tenemos las puntuaciones iniciales y finales de los mismos alumnos) se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla de la Figura 5.18.

Se rechaza la igualdad de medias para casi cualquier nivel de significación ($p = 0,0002 < 0,05$). Esto significa que el uso del STIAE afecta al resultado

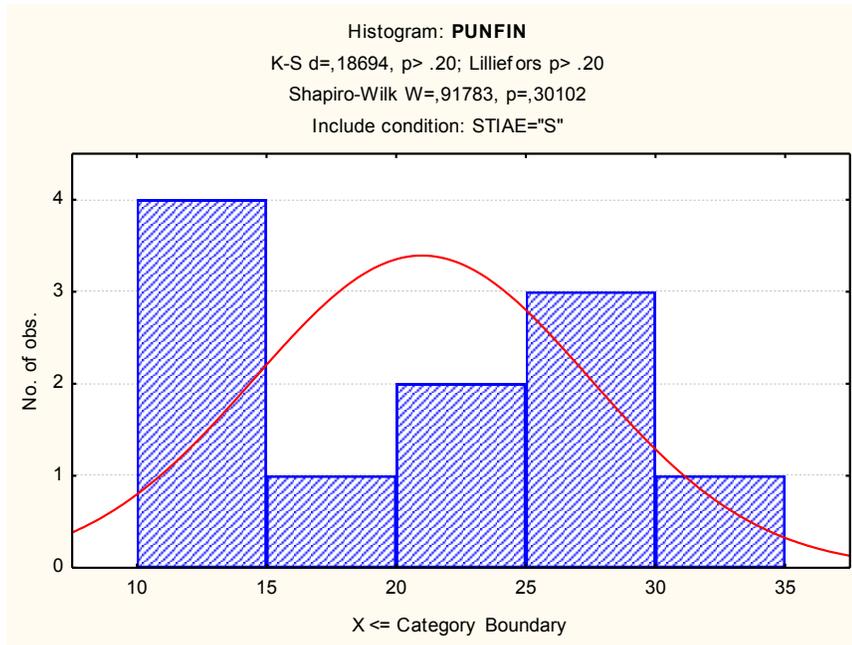


Figura 5.17: Histograma puntuaciones finales con STIAE

Variable	t-test for Dependent Samples							
	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p
PUNINI	8,36364	5,334280						
PUNFIN	21,00000	6,465292	11	-12,6364	7,500303	-5,58778	10	0,000232

Figura 5.18: Resultados del test de igualdad de medias

obtenido en la prueba de competencia estadística. La diferencia media es negativa lo que significa que el uso del STIAE sube significativamente la puntuación en la prueba estadística, es decir, el aumento en la puntuación de la prueba por efecto del uso del STIAE es estadísticamente significativo.

ALUMNOS QUE RECIBIERON INSTRUCCIÓN DE LA FORMA TRADICIONAL

El Histograma con las puntuaciones iniciales de los alumnos que recibieron instrucción de forma tradicional, se muestra en la Figura 5.19.

Como el *p-valor* es 0,19, mayor que 0,05, para un nivel de significación

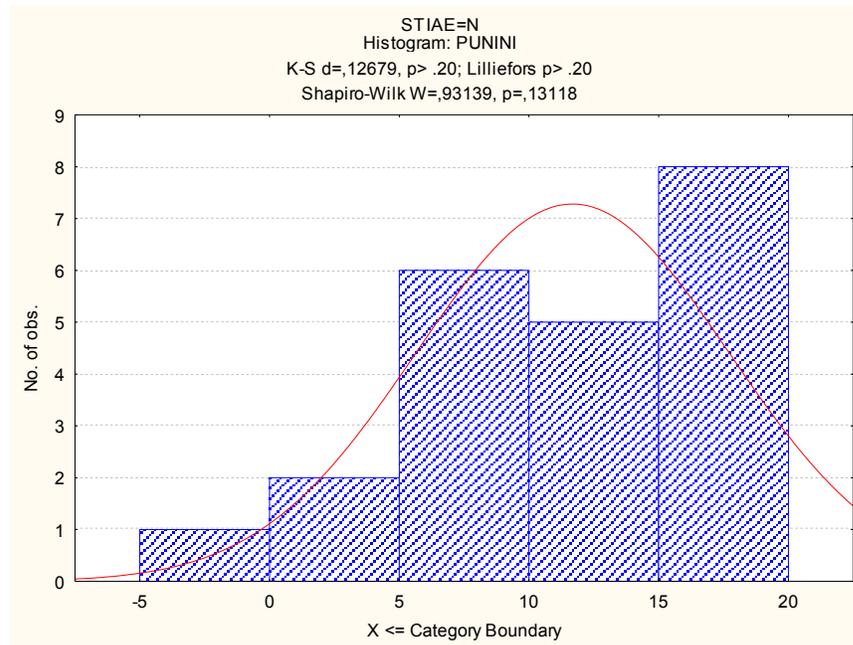


Figura 5.19: Histograma puntuaciones iniciales–enseñanza tradicional

del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuya puntuación antes de recibir instrucción estadística de la forma tradicional sigue una distribución Normal.

El Histograma con las puntuaciones finales de los alumnos que recibieron instrucción de forma tradicional, se muestra en la Figura 5.20.

Como el p -valor es 0,10, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuya puntuación después de recibir instrucción estadística de la forma tradicional sigue una distribución Normal.

Como queremos comparar medias usamos un contraste paramétrico ya que hemos visto que las distribuciones antes y después pueden considerarse Normales.(véase cuadro de la Figura 5.21.

No podemos rechazar la igualdad de medias (antes y después de recibir instrucción de la forma tradicional) pues $p = 0,06 > 0,05$. Dicho de otro modo, el aumento en la puntuación de los alumnos que han recibido instrucción de manera tradicional no es estadísticamente significativo.

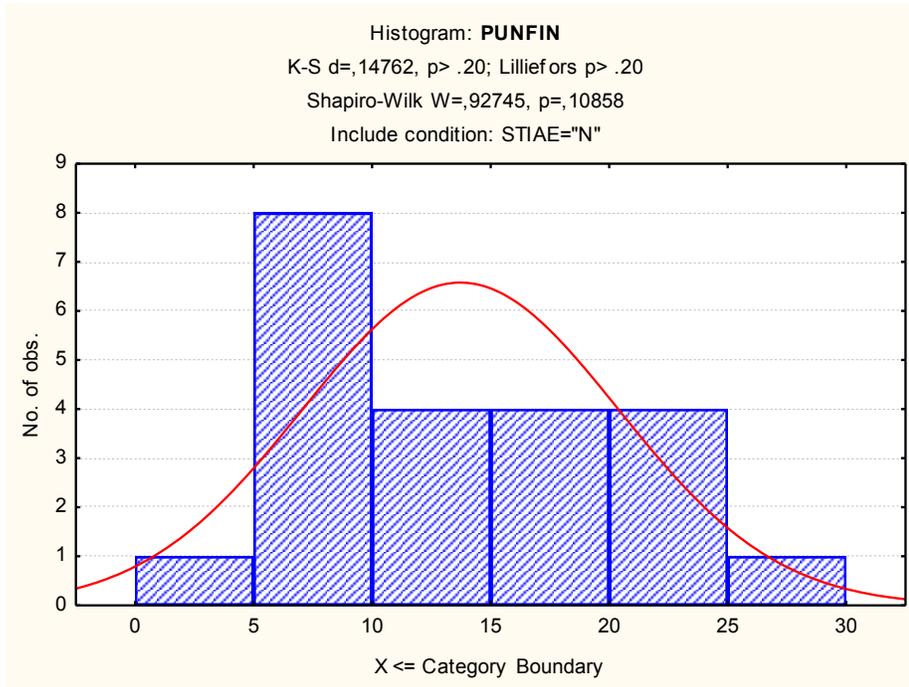


Figura 5.20: Histograma puntuaciones finales-enseñanza tradicional

Variable	T-test for Dependent Samples Marked differences are significant at p < ,05000 Include condition: STIAE="N"							
	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p
PUNINI	11,31818	5,890965						
PUNFIN	13,72727	6,670345	22	-2,40909	5,695939	-1,98381	21	0,060503

Figura 5.21: T-test muestras dependientes

CONTRASTE ÍTEM A ÍTEM

Vamos a utilizar un contraste de homogeneidad para comparar el comportamiento de dos muestras relacionadas. Queremos contrastar, para un nivel de confianza del 95 % la hipótesis nula de que las puntuaciones iniciales y finales proceden de poblaciones con la misma mediana. Para ello utilizaremos los contrastes de los Signos y de Wilcoxon, siendo mejor el de Wilcoxon porque tiene en cuenta la magnitud de las diferencias respecto a la mediana y no solo el signo.(véase Figura 5.23)

Utilizamos este contraste no paramétrico en lugar del preferible paramétrico (de igualdad de medias) porque no se dan los supuestos de normalidad en las puntuaciones de las preguntas correspondientes a la prueba inicial.

		STIAE=S Sign Test (reyCUANTI09hecha) Marked tests are significant at p <,05000			
Pair of Variables		No. of Non-ties	Percent v < V	Z	p-level
11 & 1		8	87,50000	1,767767	0,077100

		STIAE=N Sign Test (reyCUANTI09hecha) Marked tests are significant at p <,05000			
Pair of Variables		No. of Non-ties	Percent v < V	Z	p-level
11 & 1		10	90,00000	2,213594	0,026857

		STIAE=S Wilcoxon Matched Pairs Test (reyCUAN Marked tests are significant at p <,05000			
Pair of Variables		Valid N	T	Z	p-level
11 & 1		11	4,500000	1,890378	0,058708

		STIAE=N Wilcoxon Matched Pairs Test (reyCUAN Marked tests are significant at p <,05000			
Pair of Variables		Valid N	T	Z	p-level
11 & 1		22	7,500000	2,038589	0,041492

Figura 5.22: Contraste no paramétrico. Ítem 1

Como se puede comprobar el p-valor es menor que 0,05 para los alumnos que han sido instruidos de la manera tradicional ($p = 0,026857$ para el de Signos y $0,041492$ para Wilcoxon) por lo que rechazamos la hipótesis nula de que las medianas para el primer ítem son iguales para un nivel de significación de 0,05. Es decir, con una confianza del 95% aceptamos que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas variables para estos alumnos.

Por el contrario, para los alumnos que han usado el STIAE los p-valores son mayores que 0,05 por lo que no podemos rechazar que las medianas sean distintas antes y después. Dicho de otro modo, el aumento en la puntuación

en este ítem de los alumnos que han recibido instrucción con el STIAE no es estadísticamente significativo.

STIAE=S				
Sign Test (reyCUANTIO9hecha)				
Marked tests are significant at p <,05000				
Pair of Variables	No. of Non-ties	Percent v < V	Z	p-level
2A1 & 2A	8	100,0000	2,474874	0,013328

STIAE=N				
Sign Test (reyCUANTIO9hecha)				
Marked tests are significant at p <,05000				
Pair of Variables	No. of Non-ties	Percent v < V	Z	p-level
2A1 & 2A	11	81,81818	1,809088	0,070440

STIAE=S				
Wilcoxon Matched Pairs Test (re				
Marked tests are significant at p				
Pair of Variables	Valid N	T	Z	p-level
2A1 & 2A	11	0,00	2,520504	0,011718

STIAE=N				
Wilcoxon Matched Pairs Test (reyCUA				
Marked tests are significant at p <,050				
Pair of Variables	Valid N	T	Z	p-level
2A1 & 2A	22	12,00000	1,867128	0,061885

Figura 5.23: Contraste no paramétrico. Item 2

De la misma manera se han hecho el resto de contrastes obteniendo los resultados que aparecen en la tabla de la Figura 5.24

REFLEXIONES

Los alumnos que han usado nuestro entorno interactivo, aún siendo “peores” alumnos (véase apartado 4.4.5 del Capítulo 4) que los que no lo han utilizado, han conseguido una mejora significativa estadísticamente en sus puntuaciones, cosa que no han hecho los alumnos “mejores”¹⁰ cuyos resulta-

¹⁰“mejores” en el sentido de que estos alumnos están en un curso ordinario, y por tanto muy distinto al de un grupo de diversificación curricular.

	Existen diferencias estadísticamente significativas	
	STIAE =S	STIAE=N
<i>Ítem 1</i>	NO	SI
<i>Ítem 2a</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 2b</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 2c</i>	NO	NO
<i>Ítem 3</i>	NO	NO
<i>Ítem 4</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 5</i>	NO	NO
<i>Ítem 6</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 7a</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 7b</i>	NO	NO
<i>Ítem 8a</i>	NO	NO
<i>Ítem 8b</i>	NO	NO
<i>Ítem 9</i>	NO	NO
<i>Ítem 10a</i>	NO	NO
<i>Ítem 10b</i>	NO	NO
<i>Ítem 10c</i>	NO	NO
<i>Ítem 11</i>	NO	NO
<i>Ítem 12</i>	SÍ	NO
<i>Ítem 13</i>	NO	NO
PUNTOS	SÍ	NO

Figura 5.24: Tabla comparativa test no paramétrico

do son peores y no han conseguido una mejora en sus puntuaciones que sea estadísticamente significativa¹¹. Por todo ello creemos que el uso del STIAE por parte de los alumnos es altamente positivo.

En cuanto al estudio comparativo ítem a ítem refleja que los alumnos que han usado el STIAE han conseguido una mejora estadísticamente significativa en las puntuaciones de 6 ítems frente a la mejora conseguida en uno solo de los ítems por los alumnos que han seguido una instrucción tradicional.

¹¹Para un nivel de significación del 5% (o con un nivel de confianza del 95%) podemos aceptar la hipótesis nula de que las puntuaciones finales son mayores que las puntuaciones iniciales.

5.3. Descripciones de la muestra y de la prueba estadística

Para seleccionar la muestra de la población de estudiantes a los que se les pasó el cuestionario, el procedimiento utilizado ha sido el muestreo no aleatorio denominado opinático¹². Hemos intentado diversificar la muestra, dentro de lo posible, disponiendo de estudiantes con diferentes contextos socioculturales, pensando que esta situación podía ofrecernos una variabilidad mayor de respuestas que si todos los alumnos pertenecían a centros de similares características.

La prueba final la han realizado un total de 509 alumnos de 4º ESO de nueve centros de la Comunidad Autónoma de La Rioja, ocho de ellos Institutos de Educación Secundaria públicos y el restante de un centro privado concertado.

Aunque la muestra es suficientemente grande se han escogido los centros de forma que sean representativos de la diversidad socioeconómica y cultural de los estudiantes de La Rioja. Para ello se han elegido dos IES situados en la Rioja Alta, otro en la Rioja Baja y seis centros en Logroño y su comarca, cinco de ellos públicos (tres en la zona centro y dos en la periferia) y uno privado concertado en la zona centro. En los nueve centros se ha evaluado al cien por ciento del alumnado que se encontraba en el centro el día que se realizó la prueba, todos ellos cursan la opción A o la opción B de Matemáticas de 4º ESO con excepción de los alumnos del grupo de Diversificación Curricular que han usado el STIAE. No se ha evaluado a otros alumnos de Diversificación Curricular de otros IES porque cada centro podía establecer el currículo¹³ para estos programas en función de los currículos establecidos para 3º y 4º de la ESO, por lo que no se tenía la certeza de que todos los grupos cursaran Estadística. El tiempo del que dispusieron todos los alumnos para realizar la prueba fue de cincuenta minutos.

La descripción completa de la muestra y de la prueba estadística se ha presentado en el apartado 4.6 del Capítulo 4.

¹²El muestreo no aleatorio denominado opinático consiste en que el investigador selecciona la muestra que supone más representativa, utilizando un criterio subjetivo y en función de la investigación que se vaya a realizar (Nortes Checa, A., 1987, página 110, Encuestas y precios, Editorial Síntesis).

¹³Con el visto bueno de la Inspección Educativa

5.4. Resultados de la prueba en relación a la competencia estadística

La prueba final la han realizado un total de 509 alumnos de 4º ESO de nueve centros de la Comunidad Autónoma de La Rioja, ocho de ellos Institutos de Educación Secundaria públicos y el restante un centro privado concertado, representando casi el 25 % del total de los alumnos de La Rioja.

Las puntuaciones posibles oscilan entre 0 y 2 puntos por ítem, siempre en unidades enteras, sin decimales. Una respuesta errónea obtiene 0 puntos. Las preguntas de respuesta cerrada, tienen una puntuación máxima de 1 punto y las preguntas abiertas reciben una puntuación de 2 puntos o una puntuación parcial de 1 punto. Los criterios de corrección se han basado principalmente en los mismos criterios usados en las investigaciones donde aparecían dichos ítems y que aparecen detallados en el apartado anterior.

Se ha tipificado la puntuación total de manera que la puntuación resultante se basa en un modelo expresado en una escala de media 500 y desviación típica 100. El valor en la puntuación 500 corresponde a la media obtenida por los 509 alumnos de La Rioja que realizaron la prueba. De la misma manera la desviación típica de 100 corresponde a la obtenida por la muestra total de alumnos riojanos.

La tipificación se ha realizado utilizando la fórmula:

$$\zeta = \frac{100(X - \mu)}{\sigma} + 500$$

donde:

ζ es una variable de media 500 y desviación típica 100

X es la puntuación en la prueba sobre 34 puntos

μ es la puntuación media de toda la población en la prueba (i.e. de los 509 alumnos riojanos), sobre 34 puntos

σ es la desviación típica de las puntuaciones de toda la población (i.e. de los 509 alumnos riojanos)

Para la competencia estadística se han establecido cinco niveles de rendimiento, en orden descendente de dificultad, entendiéndose que si un alumno se encuentra ubicado en un determinado nivel es por tener un dominio de las

tareas asociadas a ese nivel (en términos de procesos estadísticos que pueden realizar), así como a los niveles inferiores (Capítulo 4, apartado 4.3.2).

En las tablas de las Figuras 5.25 y 5.26 quedan detallados los límites de los niveles de rendimiento en la prueba estadística.

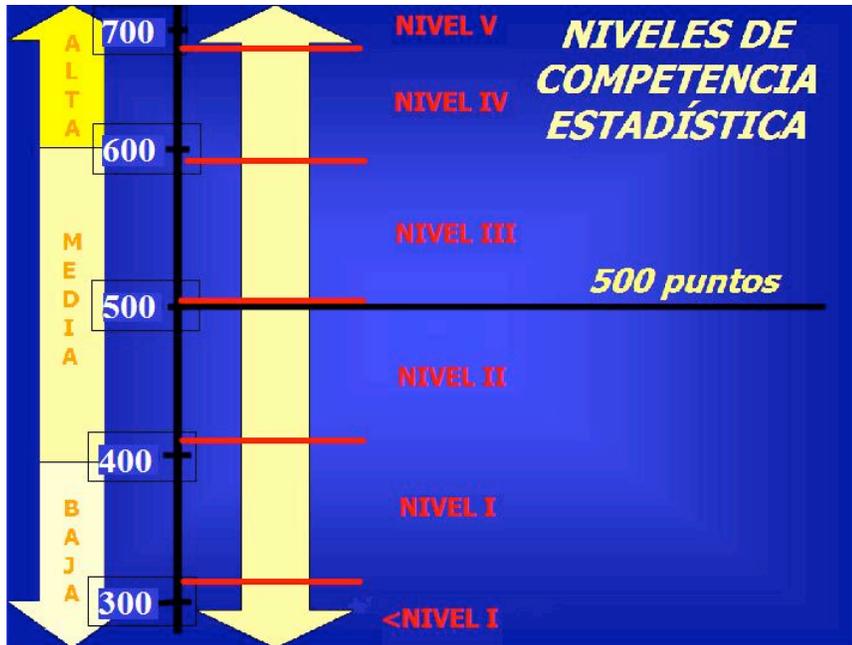


Figura 5.25: Niveles de rendimiento

Niveles	Intervalo de puntuación	Porcentaje	Rendimiento
Nivel <1	Menor que 316,53	2,95%	Muy bajo
Nivel 1	[316,53 - 408,87)	16,50%	Bajo
Nivel 2	[408,87 - 501,21)	32,42%	Medio bajo
Nivel 3	[501,21 - 593,55)	28,88%	Medio alto
Nivel 4	[593,55 - 685,89)	16,31%	Alto
Nivel 5	A partir de 685,89	2,94%	Muy alto

Figura 5.26: Resultados obtenidos por todos los alumnos riojanos

Nos ha parecido necesario comparar la puntuación total en la prueba en función de las variables independientes del estudio (IES, STIAE, OPCIÓN y SEXO). Para ello realizaremos para los diversos niveles de un mismo factor

una serie de gráficas de barras para comparar las puntuaciones medias seguidas de una serie de diagramas de caja paralelos en las que podremos apreciar visualmente la existencia o no de diferencias.

Claves usadas para las variables del estudio:

- **TODOSDC:** corresponde a los resultados obtenidos por todos los alumnos evaluados.
- **IES:** variable numérica, toma los valores enteros del 0 al 8, ambos inclusive. El valor corresponde a cada uno de los nueve centros educativos donde se realizó el estudio.
- **STIAE:** variable cualitativa, toma valores S, N y S+A. El valor S corresponde a que el alumno SÍ ha utilizado el sistema tutorial interactivo para el aprendizaje de la estadística, N corresponde al valor NO, es decir, alumnos que han recibido instrucción estadística por el método tradicional y S+A corresponde a los alumnos de la opción A de matemáticas que han utilizado el STIAE.
- **OPCIÓN:** variable cualitativa, toma los valores A, B y D. Los valores corresponden, respectivamente, a que los alumnos de 4º ESO que cursan Matemáticas A, Matemáticas B y las matemáticas del programa de Diversificación Curricular (todos los alumnos de Diversificación han utilizado el STIAE).
- **SEXO:** variable cualitativa que toma los valores H y M. Los valores corresponden, respectivamente, a que los alumnos de 4º ESO sean Hombres o Mujeres
- **EDAD:** variable cuantitativa discreta, toma los valores enteros desde 15 años hasta 18 años, ambos inclusive.

Observaciones: Los centros IES0, IES1,..., IES7 corresponden a institutos de enseñanza secundaria públicos y el IES8 es un centro privado concertado. En el centro privado concertado no ha sido posible conseguir la edad ni el sexo de los alumnos participantes en la prueba, por lo que al grabar los datos en el fichero para su posterior tratamiento con el paquete estadístico STATISTICA se han usado las siguientes codificaciones: 0 para la edad y X para el sexo

Veamos en primer (Figura 5.27) lugar la gráfica con la distribución de las puntuaciones de los 509 alumnos que realizaron la prueba estadística. Posteriormente estudiaremos los resultados en función de las variables independientes:

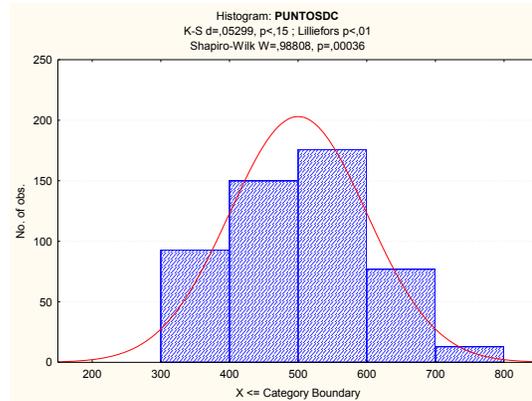


Figura 5.27: Histograma de todos los alumnos de la muestra

Puntuaciones totales de los alumnos dependiendo de si han usado el STIAE o han recibido instrucción de la forma tradicional(véase Figura5.28

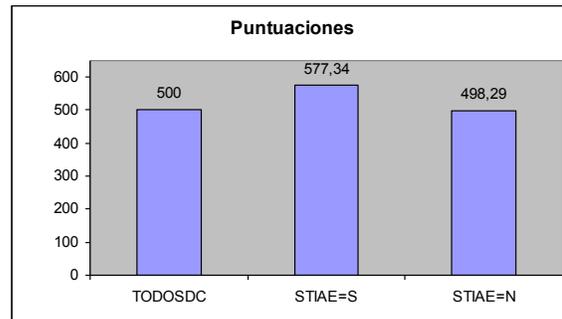


Figura 5.28: Puntuaciones totales con y sin STIAE

Respecto a las diferencias por método de instrucción, la principal información que nos proporcionan los gráficos es las mejores puntuaciones medias de los alumnos que han recibido instrucción con el STIAE, que se traduce por ejemplo tanto en el mayor valor de la media (577,34) como en el mayor de la mediana (604,32), frente a una media de 498,29 y una mediana de

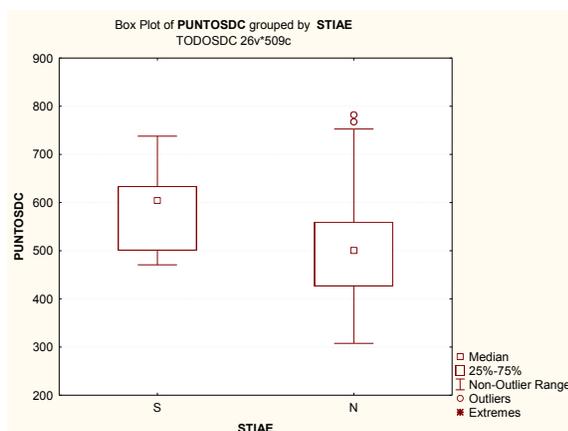


Figura 5.29: Diagrama de cajas de todos los alumnos de la muestra

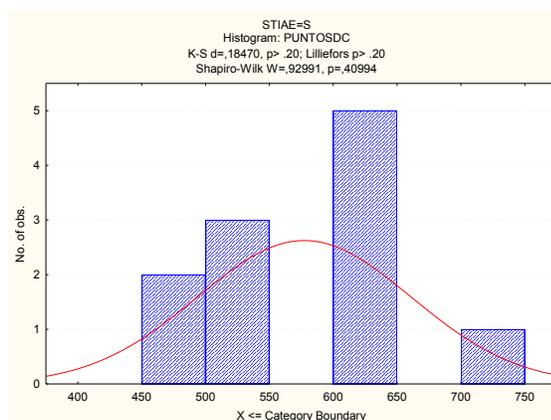


Figura 5.30: Histograma STIAE-S

500,47 de los alumnos que han recibido una instrucción tradicional . Por otro lado, el recorrido en las puntuaciones de los alumnos que usaron el STIAE es bastante menor que el que se aprecia en los alumnos que no lo hicieron. Se aprecia a simple vista que la dispersión en las puntuaciones es mucho menor en el grupo que usó nuestro entorno interactivo.

Puntuaciones totales de los alumnos dependiendo del tipo de opción optativa que han cursado en 4º ESO(véase Figura 5.32)

Respecto a las diferencias por opción optativa estudiada, la principal información que nos proporcionan los gráficos es la mejora en las puntuaciones

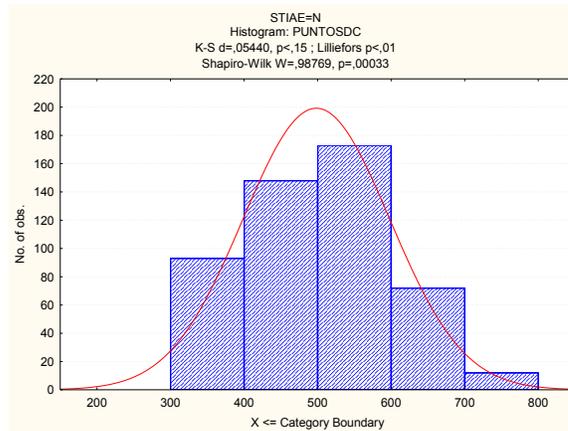


Figura 5.31: Histograma STIAE–N

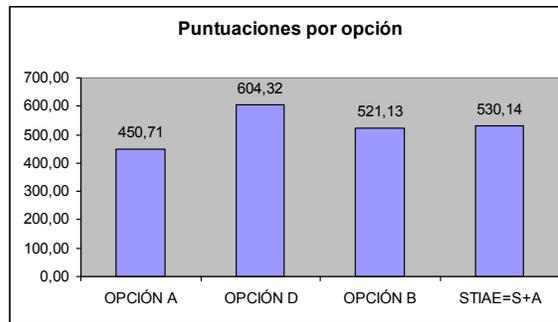


Figura 5.32: Puntuaciones de todos según opción

medias de los alumnos que han recibido instrucción con el STIAE y que corresponden a la opción D (Diversificación Curricular) y a los alumnos de la opción A que lo usaron (STIAE = S+A), que se traduce por ejemplo tanto en el mayor valor de las medias (604,32 y 530,14 respectivamente) como en el mayor de las medianas (604,32 y 500,47 respectivamente), frente a una media de 450,71 y una mediana de 455,96 de los alumnos que han recibido una instrucción tradicional de la opción A y una media de 521,13 y una mediana de 515,30 de los alumnos de la opción B. . Por otro lado, el recorrido en las puntuaciones de los alumnos que usaron el STIAE de la opción D es bastante menor que el que se aprecia en los alumnos que no lo hicieron. Se aprecia a simple vista que la dispersión en las puntuaciones es mucho menor en el grupo que usó nuestro entorno interactivo.

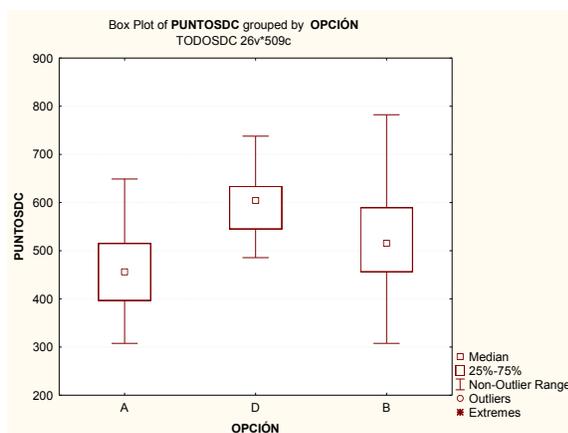


Figura 5.33: Diagrama de cajas según opción

Es llamativa la diferencia en las puntuaciones entre los alumnos que cursan la opción A y los de la opción B, aunque estos resultados no hacen más que confirmar la percepción que los docentes observamos diariamente en las aulas, ya que los alumnos que cursan la opción A son aquellos que han tendido dificultades de aprendizaje no solo en Matemáticas sino en otras materias. Por otro lado esto nos hace valorar más positivamente los resultados conseguidos por los alumnos de la opción A que han usado el STIAE.

Las puntuaciones totales de los alumnos por Centro, se muestran en la Figura 5.34

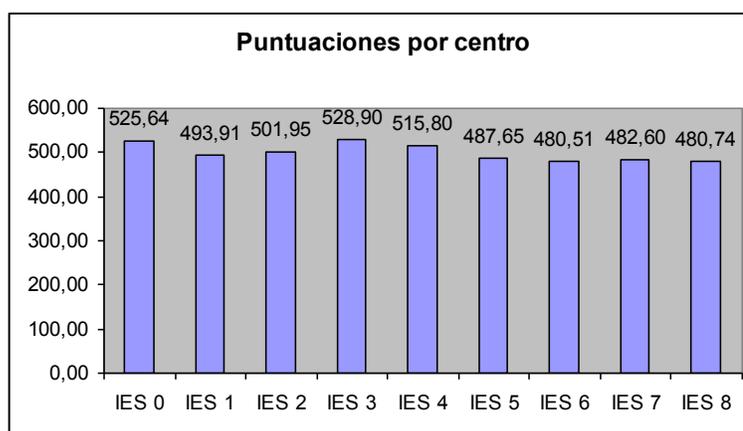


Figura 5.34: Puntuaciones totales de los alumnos por centro

Respecto a las diferencias por centro podemos observar que hay cuatro IES que obtienen una puntuación por encima de la media y otros cinco por debajo. Los centros 0 y 3 obtienen una puntuación media similar así como los 6, 7 y 8.

Ya habíamos indicado antes que la muestra estaba compuesta por centros de distintas características, con la intención de que no fuese demasiado homogénea y fuera estadísticamente significativa. Los resultados presentados en el diagrama de caja de la Figura 5.35 son una prueba de esta heterogeneidad, que en todo caso, no es demasiado elevada.

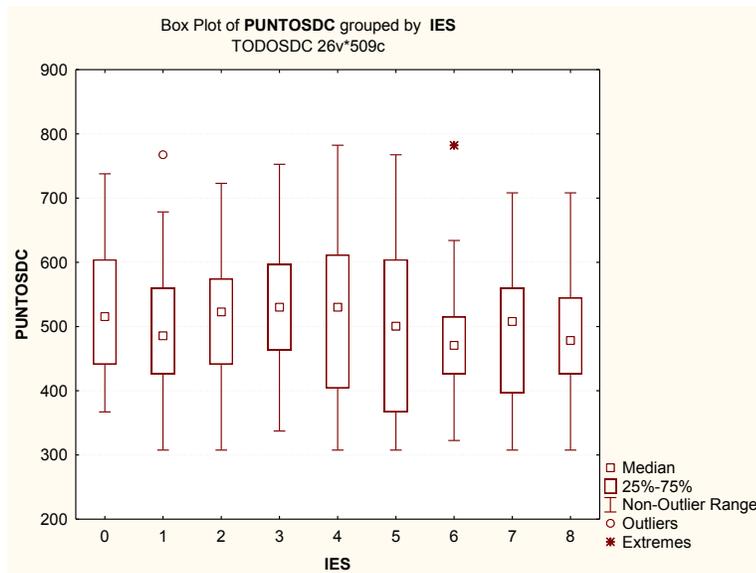


Figura 5.35: Puntuaciones DC por IES

Las puntuaciones totales de los alumnos por sexo¹⁴ se presentan en la Figura 5.36

Respecto a las diferencias por sexo podemos observar que los varones obtienen una puntuación media de 511,04 puntos frente a la de 496,91 de las chicas. Si bien las diferencias son menores si nos fijamos en las medianas, 507,88 de los chicos frente a 500,47 de las chicas.

Así mismo, si nos fijamos en el rango y en los cuartiles en la Figura 5.37, podemos concluir que la dispersión en las puntuaciones es similar.

¹⁴Centros públicos

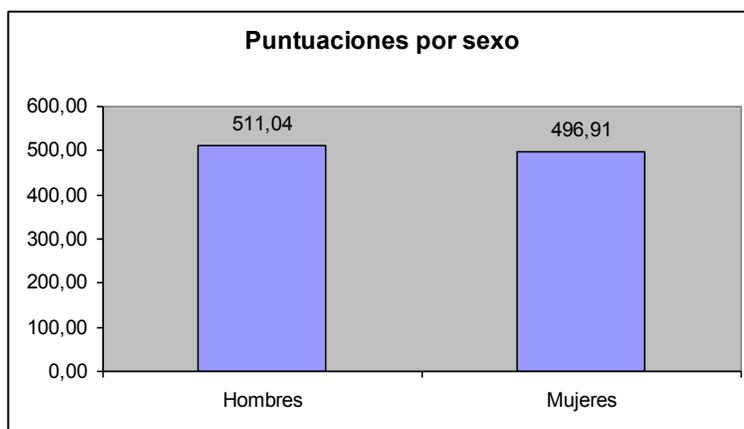


Figura 5.36: Puntuaciones por sexo

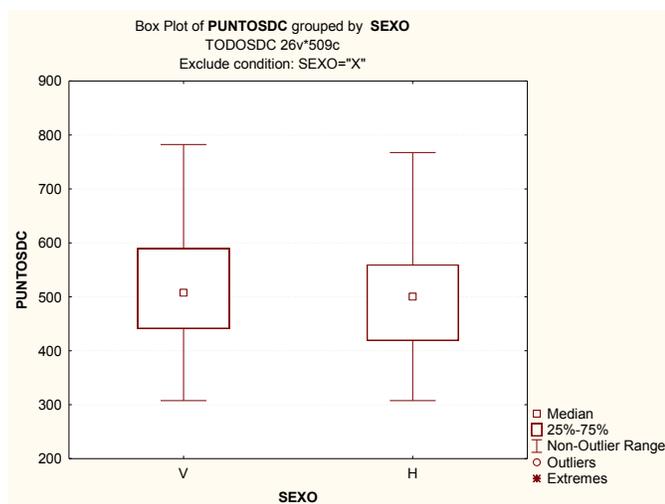


Figura 5.37: Puntuaciones DC por sexo

Las puntuaciones totales de los alumnos por edad¹⁵ se muestran en la Figura 5.38

Las mejores puntuaciones medias las obtienen los alumnos de 15 años (522,85) frente a las peores obtenidas por los alumnos de 17 años (461,45). En principio parece lógico que sean los alumnos de 15 años los que obtengan las mejores puntuaciones ya que son estos alumnos los que seguro que están

¹⁵Centros públicos

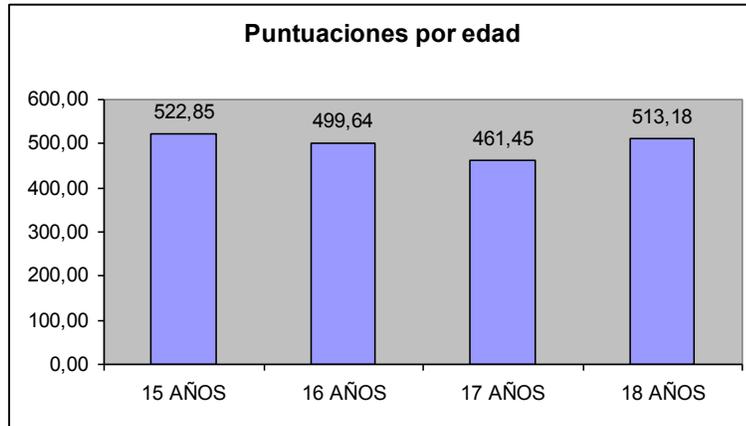


Figura 5.38: Puntuaciones por edad

en el curso académico que les corresponde por edad (así como algunos de los de 16 años) siendo los de 17 y los de 18 años los que han repetido de una a dos veces a lo largo de su vida académica y por tanto son alumnos que habrán encontrado grandes dificultades en los estudios. Añadir que la puntuación media de los alumnos de 18 años (que son muy pocos) sube gracias a los alumnos de Diversificación que han usado el STIAE. (véase FigurapuntosDC-edad)

Podemos observar que la dispersión de las puntuaciones de los alumnos de 15 y 16 años es similar siendo ambas distribuciones bastante simétricas, al contrario que las que podemos ver en los alumnos de 17 y 18 años.

5.4.1. Resumen de los principales resultados obtenidos

En la competencia estadística los alumnos que han utilizado el STIAE obtienen 577,34 puntos, sobre una media riojana de 500. Entre los alumnos que han utilizado el STIAE destaca el resultado obtenido por los alumnos de Diversificación Curricular (604,32 puntos) aunque no desmerece tampoco la nota obtenida por los alumnos de la opción A que han utilizado el STIAE (530,14 puntos) ya que precisamente son el resto de alumnos de la opción A (aquellos que han seguido una enseñanza tradicional) los que bajan ostensiblemente la nota media (450,71 puntos).

El rendimiento del alumnado que ha utilizado el STIAE ha sido bastante

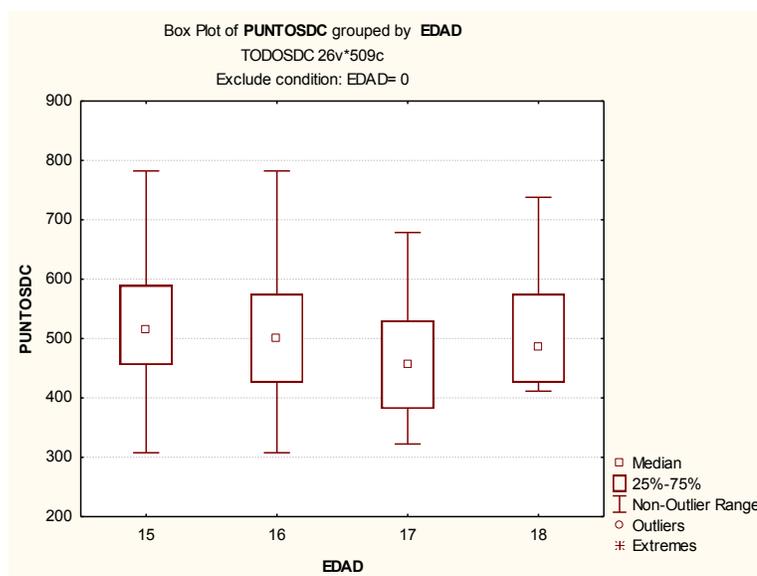


Figura 5.39: Puntuaciones DC por edad

homogéneo, siendo la dispersión de las puntuaciones baja. En cuanto a los alumnos que no han utilizado el STIAE hay una notable diferencia en las puntuaciones medias según los alumnos estudien la opción A o la B, obteniendo los que cursan esta última unos resultados medios mucho mejores aún cuando la dispersión de los resultados de los primeros es menor.

Son los alumnos de 15 años los que obtienen la mejor puntuación media en la prueba considerando los resultados por edades, quizá porque todos estos alumnos al estar cursando 4º ESO significa que van al curso que les corresponde por la edad y son alumnos que no han encontrado excesivos problemas en los estudios. Por sexos, las alumnas riojanas consiguen peores puntuaciones que los chicos, 496,91 puntos frente a 511,04 puntos, con una dispersión en las puntuaciones similar.

En la tabla de la Figura 5.40 quedan resumidos los resultados más importantes de la prueba estadística:

De entre todos los grupos de alumnos evaluados aquéllos que han usado el STIAE ocupan la primera posición, ordenados de mayor a menor rendimiento medio situándose a 77,34 puntos por encima de los alumnos de La Rioja. Los alumnos que han seguido una enseñanza tradicional se sitúan a 1,72 puntos por debajo de la media riojana.

Variable	N	Mean	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min.	Max.	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la d.t. al 95%	C.V. x100	E.T.	
TODOSDC	509	500,00	491,29	508,71	500,47	500,47	35,00	307,60	782,35	426,29	574,65	100,00	94,21	106,55	20,00	4,43
STIAE=S	11	577,34	521,17	633,52	604,32	Multip	2,00	470,79	737,84	500,47	633,99	83,61	58,42	146,74	14,48	25,21
STIAE=N	498	498,29	489,51	507,07	500,47	500,47	33,00	307,60	782,35	426,29	559,81	99,73	93,89	106,34	20,01	4,47
OPCIÓN A	161	450,71	438,27	463,14	455,96	455,96	15,00	307,60	648,83	396,61	515,30	79,90	72,02	89,73	17,73	6,30
OPCIÓN D	7	604,32	532,15	676,49	604,32	604,32	2,00	485,63	737,84	544,97	633,99	78,04	50,29	171,84	12,91	29,49
OPCIÓN B	341	521,13	510,48	531,79	515,30	500,47	28,00	307,60	782,35	455,96	589,48	100,03	93,05	108,16	19,20	5,42
STIAE=S+A	4	530,14	402,28	658,00	500,47	500,47	2,00	470,79	648,83	485,63	574,65	80,35	45,52	299,60	15,16	40,18
HOMBRES	216	511,04	496,54	525,55	507,88	455,96	15,00	307,60	782,35	441,12	589,48	108,14	98,81	119,42	21,16	7,36
MUJERES	200	496,91	483,62	510,19	500,47	515,30	16,00	307,60	767,52	418,87	559,81	95,25	86,74	105,63	19,17	6,74
SEXO X	93	481,00	463,06	498,95	485,63	500,47	11,00	307,60	708,17	426,29	544,97	87,14	76,17	101,84	18,12	9,04
EDAD 15	177	522,85	508,91	536,78	515,30	Multip	13,00	307,60	782,35	455,96	589,48	93,95	85,08	104,91	17,97	7,06
EDAD 16	234	499,64	486,09	513,19	500,47	500,47	18,00	307,60	782,35	426,29	574,65	105,20	96,46	115,71	21,06	6,88
EDAD 17	54	461,45	436,44	486,47	455,96	455,96	7,00	322,43	678,50	381,78	530,14	91,65	77,04	113,14	19,86	12,47
EDAD 18	7	513,18	407,66	618,70	485,63	Multip	1,00	411,45	737,84	426,29	574,65	114,10	73,52	251,25	22,23	43,12
EDAD 0	37	446,74	425,54	467,93	441,12	441,12	6,00	307,60	559,81	381,78	500,47	63,56	51,69	82,56	14,23	10,45
IES 0	33	525,64	491,31	559,98	515,30	619,15	4,00	366,94	737,84	441,12	604,32	96,82	77,87	128,07	18,42	16,86
IES 1	95	493,91	475,95	511,86	485,63	455,96	11,00	307,60	767,52	426,29	559,81	88,14	77,14	102,82	17,84	9,04
IES 2	60	501,95	478,54	525,36	522,72	Multip	6,00	307,60	723,01	441,12	574,65	90,82	76,82	110,53	18,05	11,70
IES 3	72	528,90	505,87	551,94	530,14	470,79	7,00	337,27	752,68	463,38	596,90	98,02	84,22	117,29	18,53	11,55
IES 4	60	515,80	483,59	548,00	530,14	Multip	6,00	307,60	782,35	404,03	611,74	124,67	105,67	152,05	24,17	16,09
IES 5	22	487,65	430,66	544,65	500,47	307,60	4,00	307,60	767,52	366,94	604,32	128,55	98,90	183,70	26,36	27,41
IES 6	29	480,51	445,17	515,86	470,79	Multip	3,00	322,43	782,35	426,29	515,30	92,93	73,75	125,68	19,34	17,26
IES 7	44	482,60	449,33	515,86	507,88	515,30	8,00	307,60	708,17	396,61	559,81	109,42	90,41	138,64	22,67	16,50
IES 8	94	480,74	462,98	498,50	478,21	500,47	11,00	307,60	708,17	426,29	544,97	86,71	75,84	101,25	18,04	8,94

Figura 5.40: Resumen resultados globales prueba estadística

El rendimiento del alumnado que ha usado el STIAE es más homogéneo que el del resto de los alumnos. La dispersión de las puntuaciones es menor como se puede ver comparando la desviación típica y el coeficiente de variación de los resultados.

La mayoría de los parámetros estadísticos muestran un mejor rendimiento de los alumnos que han usado el entorno interactivo: media, mediana, cuartiles y mayor puntuación mínima en la prueba.

Por sexos, las alumnas que han usado el STIAE consiguen unas puntuaciones muy superiores que aquéllas que han seguido una enseñanza tradicional. Lo mismo ocurre para los chicos (Anexo VII).

En la tabla y gráfico de las Figuras 5.41y 5.42 siguientes quedan resumidos los resultados comparativos por niveles de competencia estadística

Los resultados muestran que el porcentaje de alumnos en los niveles más bajos es menor en los alumnos que han usado en entorno interactivo que en el resto de alumnos. Por el contrario el porcentaje en los niveles de rendimiento más alto es mayor en los alumnos que han trabajado con el STIAE.

Niveles	STIAE	La Rioja
Nivel <1	0%	2,95%
Nivel 1	0%	16,50%
Nivel 2	36,36%	32,42%
Nivel 3	27,27%	28,88%
Nivel 4	27,27%	16,31%
Nivel 5	9,09%	2,94%

Figura 5.41: Resultados comparativos por nivel STIAE/resto

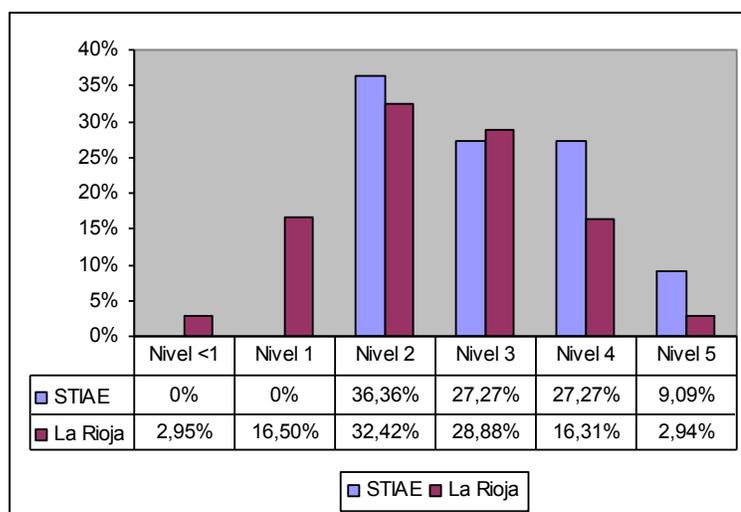


Figura 5.42: Resultados gráficos comparativos por nivel STIAE/resto

5.4.2. Resultados en relación a los errores estadísticos

Se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE (objetivo 3, apartado 2.4) aplicando la categorización y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico (apartado 3.2.1).

En este apartado se presentan los resultados en cuanto a respuestas en blanco y errores cometidos por los alumnos del proyecto, antes y después de recibir instrucción a través del Sistema Tutorial Interactivo para el Aprendizaje de la Estadística (STIAE). En total han participado en el proyecto un

total de once alumnos de 4º ESO, siete del grupo de Diversificación Curricular (cinco chicas y dos chicos) y cuatro (una chica y tres chicos) de un grupo de 4º ESO ordinario en el que tenían la opción A como materia optativa de Matemáticas. La muestra de alumnos es escasa, pero debemos decir que coincide con toda la población en el IES donde se realizó el estudio.

En cuanto a los errores decir que en la respuesta a una misma pregunta pueden coexistir diferentes tipos de errores; por ejemplo en una pregunta en la que se tiene que hallar la mediana un alumno puede hallar incorrectamente la media, en este caso se considera que el alumno ha cometido un error de tipo 1 (aplica incorrectamente el algoritmo para hallar la media) y un error de tipo 3 (confunde media y mediana).

Principales errores de cada tipo detectados

Se muestran a continuación de los principales errores de cada tipo (E1 a E5) detectados:

■ Errores de tipo 1 (E1):

1. Error al calcular la media aritmética
2. No ordenar los datos para hallar la mediana
3. Ordenar los datos para hallar la mediana, pero errar al hallar el dato que ocupa la posición central (datos impares) o los dos datos centrales (datos pares)
4. Error al calcular las frecuencias porcentuales
5. No dividir por el número de datos para calcular la media
6. No dividir por el número de datos para calcular la varianza

■ Errores de tipo 2 (E2):

1. Calcular correctamente la media cuando lo procedente era calcular la mediana
2. Calcular correctamente la media aritmética de los datos sin tener en cuenta las frecuencias
3. Calcular correctamente la media aritmética cuando lo apropiado era calcular la media ponderada

4. Calcular correctamente la mediana cuando lo apropiado era calcular la media
5. Calcular apropiadamente la media teniendo en cuenta las frecuencias pero no escogiendo adecuadamente las marcas de clase cuando los datos están agrupados por intervalos

■ **Errores de tipo 3 (E3):**

1. Los números para poder calcular la media aritmética han de ser naturales y distintos.
2. Confundir media con mediana
3. La media debe ser igual a alguno de los datos
4. Confundir media aritmética y media ponderada
5. Confundir variación absoluta y relativa
6. Hallar la media de datos cualitativos (usando la frecuencia de los datos)
7. No tener en cuenta las frecuencias absolutas para calcular la media
8. Hallar la media de las frecuencias absolutas para calcular la media
9. Confundir desviación típica con desviación de los datos con respecto a la media
10. Confundir varianza y desviación típica
11. Hallar la mediana de datos cualitativos no ordinales
12. Confusión entre eje horizontal y vertical en los gráficos
13. No reconocer información sesgada presentada de forma gráfica

■ **Errores de tipo 4 (E4):**

La mayoría son errores por falta de claridad e inadecuación en las respuestas respecto al objeto comunicativo. Se omiten aquí porque sería muy prolijo enumerarlas todas.

Se han seleccionado las dos que siguen por lo curiosas que son:

1. Falta de comprensión de los enunciados, falta de sentido en el contexto (o en la realidad). Por ejemplo confundir el tamaño de una persona

con su altura poniendo además personas de dos metros y medio como ejemplo

2. Confusiones con respecto a la comprensión del lenguaje matemático. Por ejemplo: confusión del intervalo $[a,b]$ con el número decimal a,b

■ **Errores de tipo 5 (E5):**

Los principales errores de este tipo detectados son responder con perogrulladas para no dejar la respuesta en blanco y respuestas absurdas en las que es muy difícil discernir lo que pasa por la cabeza de los alumnos cuando contestan a la pregunta.

Como curiosidad señalamos ésta: *calcular la desviación típica como la raíz cuadrada de la media aritmética*

Como se puede ver los errores que hemos encontrado corresponden a los que han encontrado otros autores en investigaciones anteriores, sobre todo los relacionados con los errores de tipo 1 (E1) y de tipo 3 (E3) que son los que más abundan en la literatura al respecto.

Resultados globales

En la tabla y gráficos de las Figuras 5.43, 5.44 y 5.45 recogemos los resultados comparativos, antes y después de utilizar el STIAE, de los ítems sin respuesta (SR), del número de errores de cada tipo (E1 a E5) y del número total de errores (TOTAL) mostrando la variación absoluta (DIFERENCIA) y la relativa (%VARIA.):

STIAE	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
INICIAL	46	17	32	64	14	31	158
FINAL	22	14	6	36	13	21	90
DIFERENCIA	-24	-3	-26	-28	-1	-10	-68
% VARIA.	-52,17%	-17,65%	-81,25%	-43,75%	-7,14%	-32,26%	-43,04%

Figura 5.43: Tabla comparativa

Como se puede observar han disminuido los errores en un 43,04 % lo que parece una disminución notable ya que el número de respuestas sin contestar también ha disminuido un 52,17 %.

En términos absolutos son los errores de tipo 3 (E3) los que más han disminuido, a poca distancia de los errores de tipo 2 (E2) que son los que

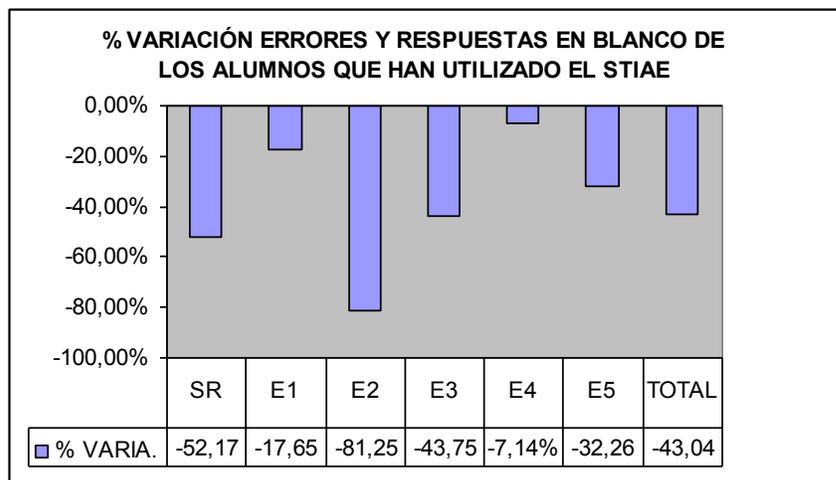


Figura 5.44: Variación errores

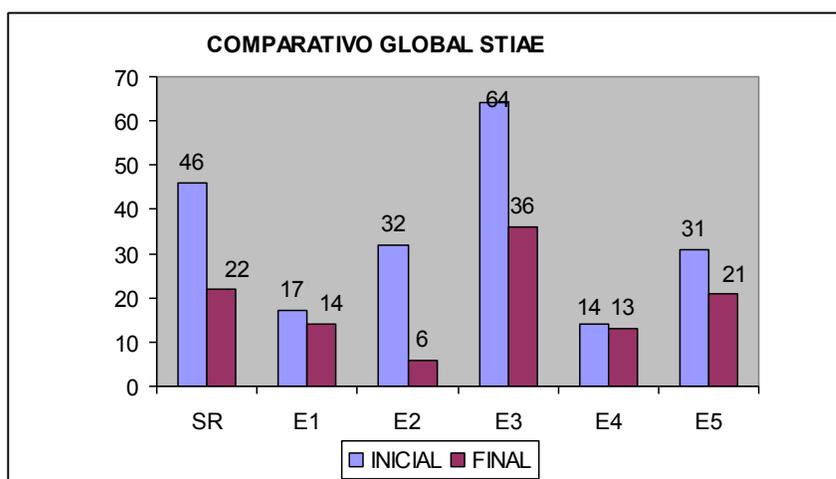


Figura 5.45: Comparativo global STIAE

presentan una mayor disminución relativa. Les siguen los errores de tipo 5 (E5) y a mayor distancia aparecen, respectivamente, los de tipo 1 y 4 (E1 y E4) que son los que presentan una menor disminución tanto absoluta como relativa.

La distribución de los errores que cometen los alumnos antes y después de la instrucción a través del STIAE viene dada por las gráficas de las Figuras

5.46 y 5.47

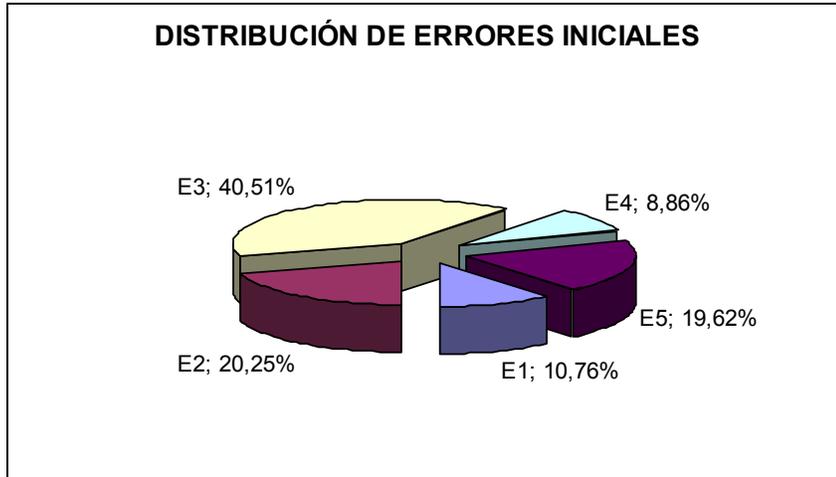


Figura 5.46: Distribución de errores iniciales

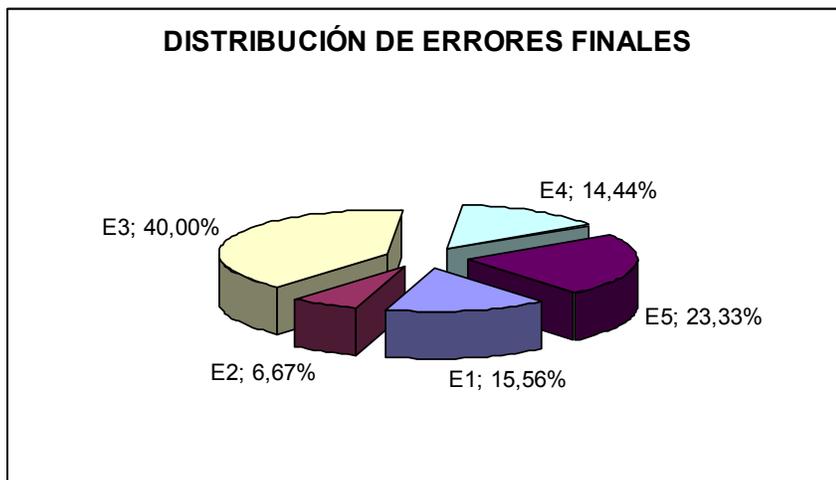


Figura 5.47: Distribución de errores finales

Como se puede observar los errores de tipo 3 (E3) son los que más se presentan tanto antes como después de usar el entorno interactivo. Sin embargo los de tipo 2 (E2) que eran los segundos que más se daban inicialmente pasan a ser los que menos se dan al final, distribuyéndose ese decrecimiento porcentual final en un aumento porcentual de los otros tres tipos de errores.

Resultados por sexo

En las tablas y gráficos de las Figuras 5.48, 5.49, 5.50 y 5.51, exponemos los resultados obtenidos por los alumnos del proyecto por sexo.

HOMBRES	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
INICIAL	27	4	18	33	6	11	72
FINAL	12	8	4	14	9	12	47
DIFERENCIA	-15	4	-14	-19	3	1	-25
% VARIA.	-55,56%	100,00%	-77,78%	-57,58%	50,00%	9,09%	-34,72%

Figura 5.48: Hombres

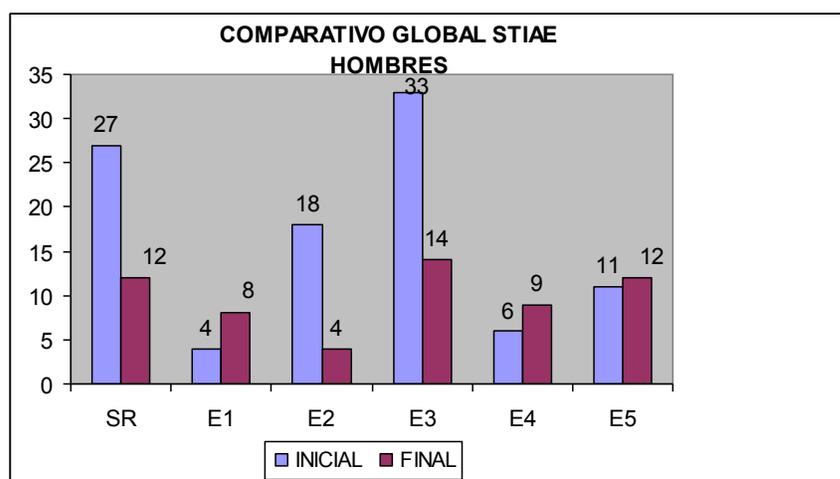


Figura 5.49: Comparativo global hombres con STIAE

MUJERES	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
INICIAL	19	13	14	31	8	20	86
FINAL	10	6	2	22	4	9	43
DIFERENCIA	-9	-7	-12	-9	-4	-11	-43
% VARIA.	-47,37%	-53,85%	-85,71%	-29,03%	-50,00%	-55,00%	-50,00%

Figura 5.50: Mujeres

Aunque tanto los errores de los chicos como los de las chicas disminuyen de forma global después de la instrucción a través del STIAE, los resultados obtenidos por las chicas han sido sensiblemente más homogéneos que los obtenidos por los chicos, ya que aquellas obtienen un descenso en todos los tipos de errores y éstos por el contrario aumentan en algunos particulares de

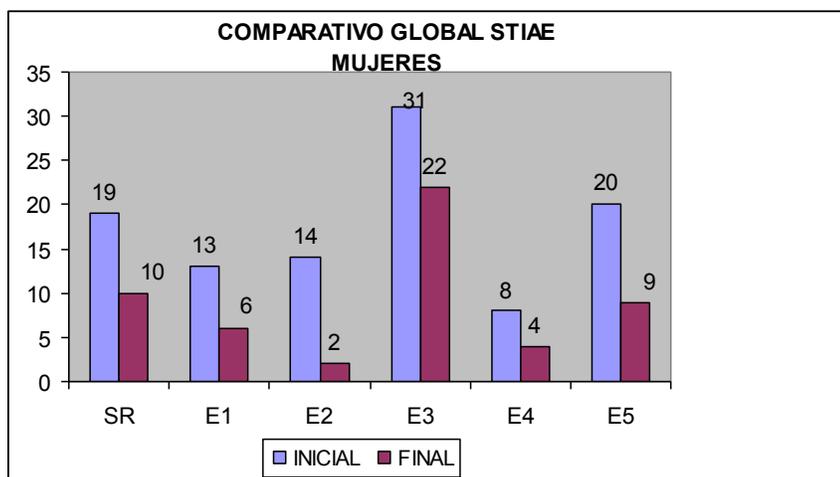


Figura 5.51: Comparativo global mujeres con STIAE

los chicos, especialmente los de tipo 1 y 4 y ligeramente los de tipo 5, aunque globalmente tanto los chicos como las chicas obtienen un número menor de errores y eso a pesar de que ha disminuido mucho el número de ítems sin respuesta.

En los gráficos de las Figuras 5.52 y 5.53, exponemos los resultados comparativos globales de variación de errores y sin respuesta de hombres y mujeres, obtenidos por los alumnos del proyecto por sexo.

Los resultados de la distribución porcentual de ítems sin respuesta y de los tipos de errores (tabla) así como unas gráficas con la distribución porcentual de errores, tanto para los chicos como para las chicas, se presentan en las tablas y gráficos de las Figuras 5.54, 5.55, 5.56, 5.57, 5.58 y 5.59.

Podemos ver que los resultados difieren bastante para chicos y chicas. Como ejemplo basta fijarse en los errores de tipo 3 en los que para los chicos disminuyen y para las chicas aumentan en gran manera.

Resultados por curso

Como se ha dicho antes en el proyecto han intervenido dos grupos distintos, los que componían el grupo de 4º ESO de la opción A de Matemáticas y los que conformaban el grupo de diversificación, también de 4º ESO. Los

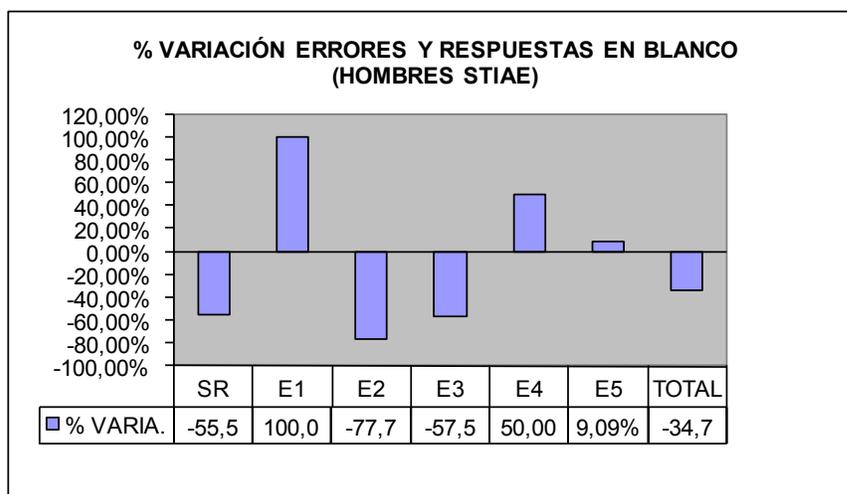


Figura 5.52: Variación errores y en blanco Hombres STIAE

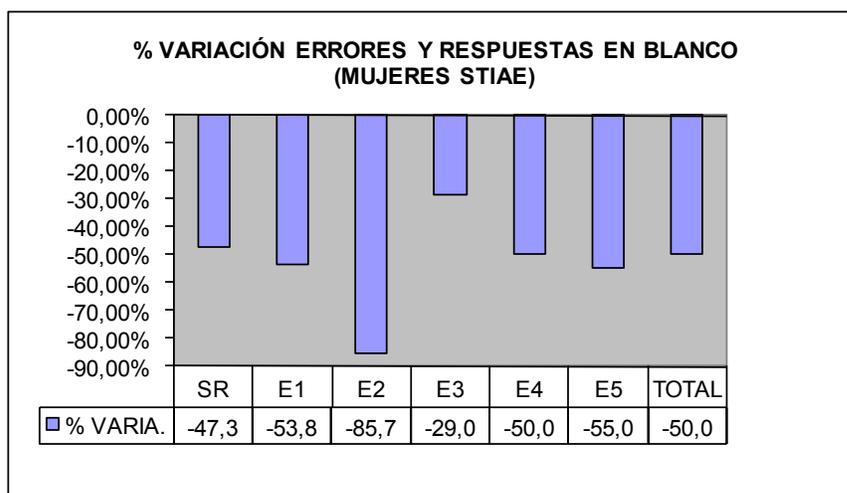


Figura 5.53: Variación errores y en blanco Mujeres STIAE

HOMBRES	SR	E1	E2	E3	E4	E5
INICIAL	28,42%	5,56%	25,00%	45,83%	8,33%	15,28%
FINAL	12,63%	17,02%	8,51%	29,79%	19,15%	25,53%

Figura 5.54: Hombres SR y errores

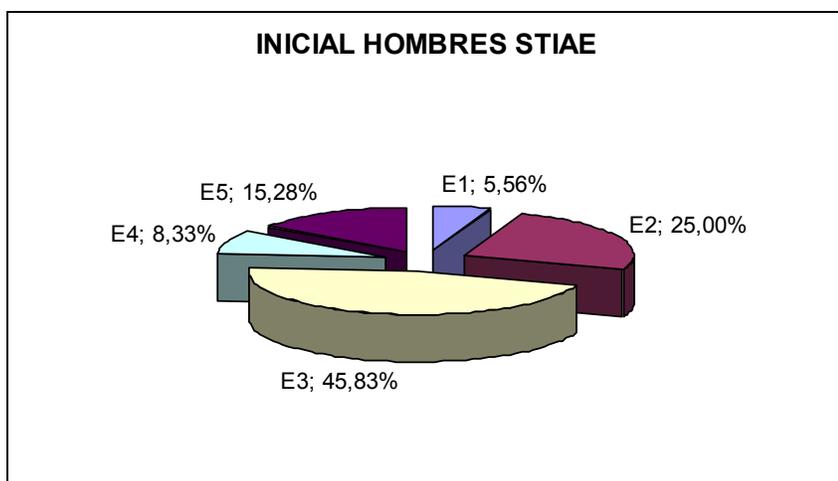


Figura 5.55: Inicial hombres STIAE

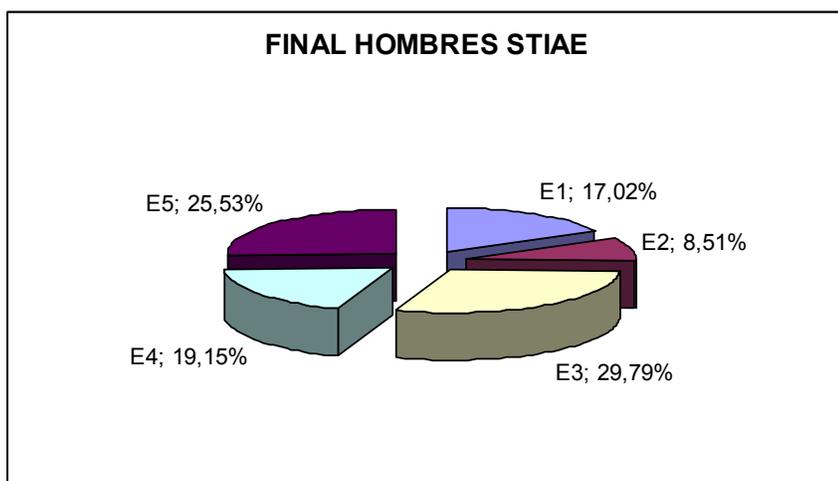


Figura 5.56: Final hombres STIAE

MUJERES	SR	E1	E2	E3	E4	E5
INICIAL	16,67%	15,12%	16,28%	36,05%	9,30%	23,26%
FINAL	8,77%	13,95%	4,65%	51,16%	9,30%	20,93%

Figura 5.57: Mujeres SR y errores

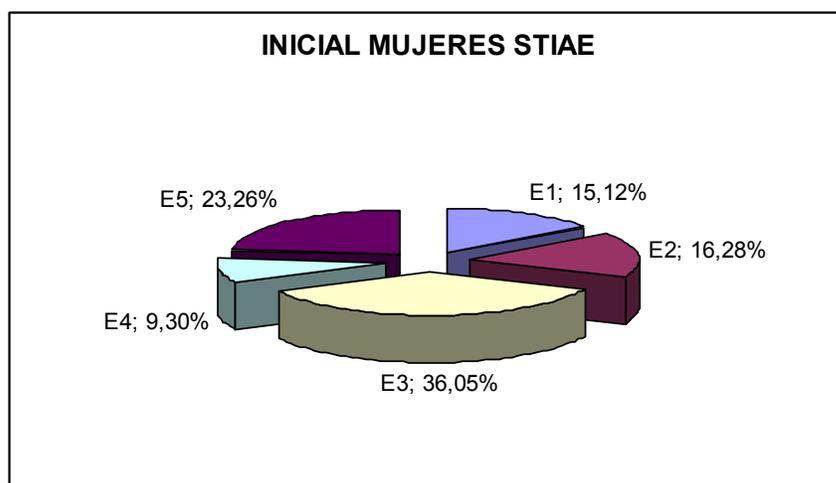


Figura 5.58: Inicial mujeres STIAE

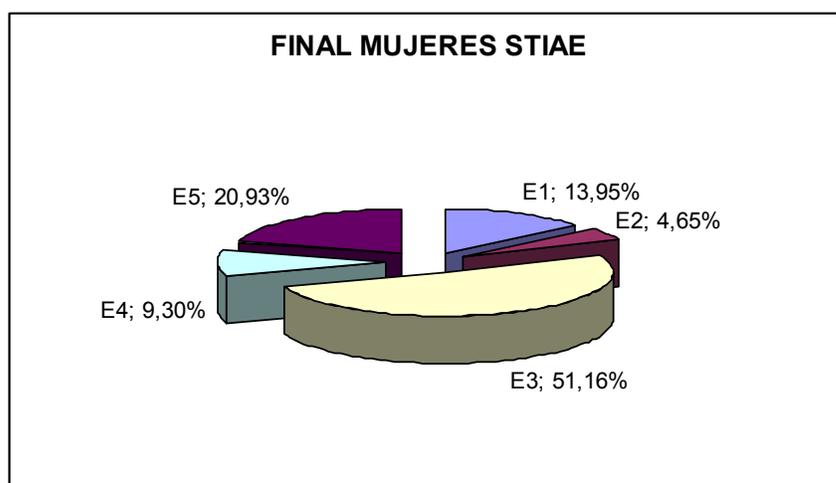


Figura 5.59: Final mujeres STIAE

resultados obtenidos por unos y otros se presentan en las tablas y gráficos de las Figuras 5.60, 5.61, 5.62 y 5.63.

Como se puede apreciar a simple vista, aunque en ambos grupos después de utilizar el STIAE han disminuido el número de errores cometidos, los resultados obtenidos por el grupo de diversificación son ostensiblemente más homogéneos, habiendo disminuido además mucho más en este grupo el

DIVERS.	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
INICIAL	34	13	21	35	11	21	101
FINAL	13	7	2	22	7	12	50
DIFERENCIA	-21	-6	-19	-13	-4	-9	-51
% VARIA.	-61,76%	-46,15%	-90,48%	-37,14%	-36,36%	-42,86%	-50,50%

Figura 5.60: Diversificación

OPCIÓN A	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
INICIAL	12	4	11	29	3	10	57
FINAL	9	7	4	14	6	9	40
DIFERENCIA	-3	3	-7	-15	3	-1	-17
% VARIA.	-25,00%	75,00%	-63,64%	-51,72%	100,00%	-10,00%	-29,82%

Figura 5.61: Opción A

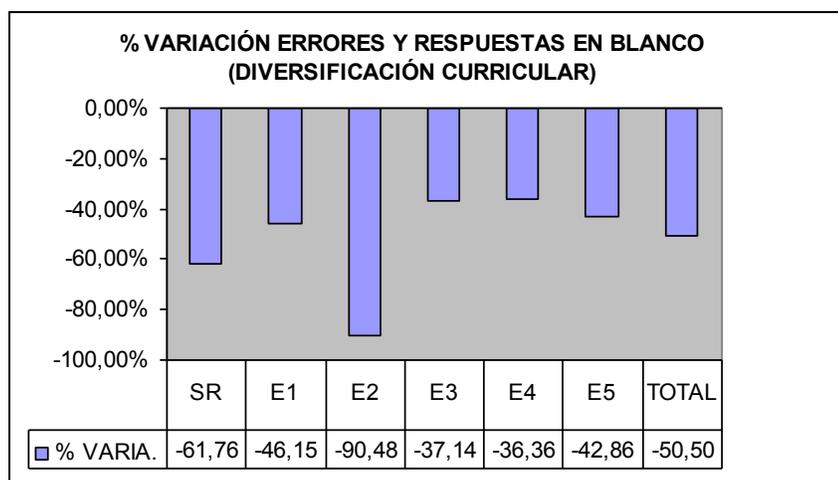


Figura 5.62: Variación diversificación curricular

número de ítems sin respuesta.

Quizá la causa estribe en que los alumnos del grupo de diversificación, a pesar de ser alumnos con muchos problemas de aprendizaje estaban más motivados porque la mayoría “veía y creía” que podía obtener el título de graduado en ESO y por el contrario la mayoría de los alumnos de la opción A “veía” que iba a repetir curso por los resultados que obtenía en las demás materias.

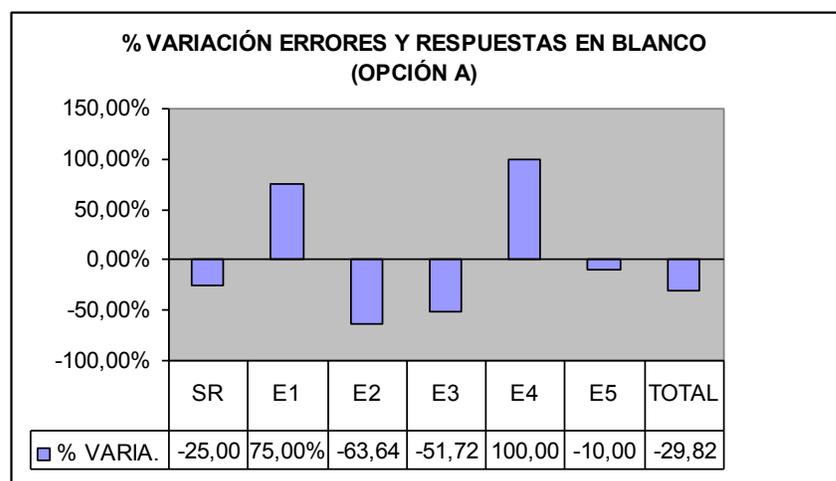


Figura 5.63: Variación opción A

Resultados individuales

Para ver más claramente la evolución de los alumnos participantes en el proyecto en cuanto al número de ítems sin respuesta y al número y tipo de errores presentamos los resultados en las pruebas inicial y final de los once alumnos participantes antes y después de usar el STIAE en la Figura 5.64.

	SRI	E1I	E2I	E3I	E4I	E5I	TI	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TF	VSR	VE1	VE2	VE3	VE4	VE5	VTOTE
Alumno 1	4	1	2	6	0	0	9	0	2	0	3	0	2	7	-4	1	-2	-3	0	2	-2
Alumno 2	4	0	4	7	1	4	16	4	2	0	5	1	2	10	0	2	-4	-2	0	-2	-6
Alumno 3	0	3	2	7	1	5	18	1	2	2	4	3	1	12	1	-1	0	-3	2	-4	-6
Alumno 4	4	0	3	9	1	1	14	4	1	2	2	2	4	11	0	1	-1	-7	1	3	-3
Alumno 5	1	2	1	4	1	4	12	2	2	0	5	0	3	10	1	0	-1	1	-1	-1	-2
Alumno 6	9	2	5	7	3	1	18	4	1	2	4	2	2	11	-5	-1	-3	-3	-1	1	-7
Alumno 7	3	5	3	5	1	4	18	2	0	0	5	0	2	7	-1	-5	-3	0	-1	-2	-11
Alumno 8	4	0	3	6	2	2	13	2	0	0	4	1	2	7	-2	0	-3	-2	-1	0	-6
Alumno 9	5	0	3	4	1	3	11	1	1	0	4	0	1	6	-4	1	-3	0	-1	-2	-5
Alumno 10	6	3	2	5	2	2	14	2	1	0	0	0	0	1	-4	-2	-2	-5	-2	-2	-13
Alumno 11	6	1	4	4	1	5	15	0	2	0	0	4	2	8	-6	1	-4	-4	3	-3	-7

Figura 5.64: Resultados antes y después de STIAE

Las claves de los resultados de la tabla de la Figura 5.64, se muestran en el Cuadro 5.1

Los resultados muestran que el uso del STIAE ha hecho que se produzca una mejoría notable no solo global, sino también individual para cada uno de los alumnos que han usado el entorno interactivo, destacando apreciablemente la mejoría de la alumna10 que pasado de 14 errores en la prueba inicial

SRI: n° inicial de ítems sin respuesta	SR: n° final de ítems sin respuesta
EI1 a E5I: n° inicial de errores de tipo 1 a 5	E1 a E5: n° final de errores de tipo 1 a 5
TI: n° total de errores iniciales	TF: n° total de errores finales
VSR: variación absoluta de ítems sin respuesta	VE1 a VE5: variación absoluta de errores tipo 1 a 5
VTOTE: variación absoluta del total de errores	

Cuadro 5.1: Claves

a 1 solo error en la prueba final lo que supone un descenso del 92,8% en el número de errores.

Análisis estadístico con STATISTICA 8.0

Variación en el número total de errores cometidos por los alumnos tras usar el STIAE

En cualquier contraste de hipótesis, se acepta la hipótesis nula si el *p*valor es mayor que el nivel de significación considerado (se acepta H_0 si $p > \alpha$).

Los contrastes no paramétricos se pueden aplicar a muestras de cualquier distribución, no hay ningún tipo de restricción. Uno de los más utilizados es el contraste de Normalidad:

Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos proceden de una población con distribución Normal.

Para ello utilizaremos los contrastes de normalidad (Kolmogorov-Smirnov con corrección de Lilliefors y Shapiro-Wilk).

No utilizaremos el de Kolmogorov-Smirnov sin la corrección de Lilliefors por resultar muy conservador (en casi todas las ocasiones se acepta H_0).

Si queremos obtener los contrastes de Normalidad, dentro de las estadísticas descriptivas accedemos a la pestaña de Normalidad y podemos seleccionar:

Kolmogorov-Smirnov (con y sin corrección de Lilliefors) y el test de Shapiro-Wilk. El resultado de estos contrastes nos aparece, tanto cuando realizamos el histograma (así también podemos visualizar el “parecido” de nuestra distribución con la Normal), como con las tablas de frecuencias de las variables continuas.

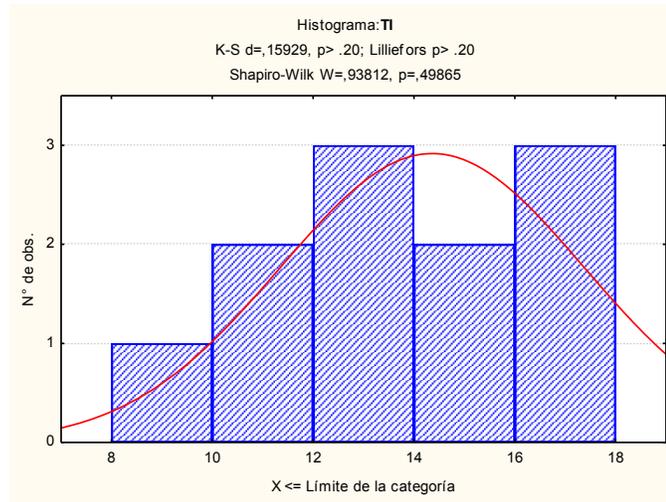


Figura 5.65: Histograma TI. N° errores antes de STIAE

En general es preferido el resultado del Test de Shapiro-Wilk (Hernández, 2008), que se muestran en las Figuras 5.65 y 5.66

Como el *p-valor* es 0,49865, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal

Como el *p-valor* es 0,17223, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores después de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal.

Como queremos comparar medias usamos un contraste paramétrico ya que hemos visto que las distribuciones antes y después pueden considerarse Normales. Utilizaremos el contraste de la igualdad de medias de dos muestras relacionadas. Que las muestras estén relacionadas significa en este caso que son datos de un mismo individuo (número total de errores antes y después de usar el STIAE).

Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que las medias poblacionales son iguales. Debemos indicar las parejas de variables cuyas medias queremos comparar.

Comparar cada variable de la primera lista (en nuestro caso TI, n° total

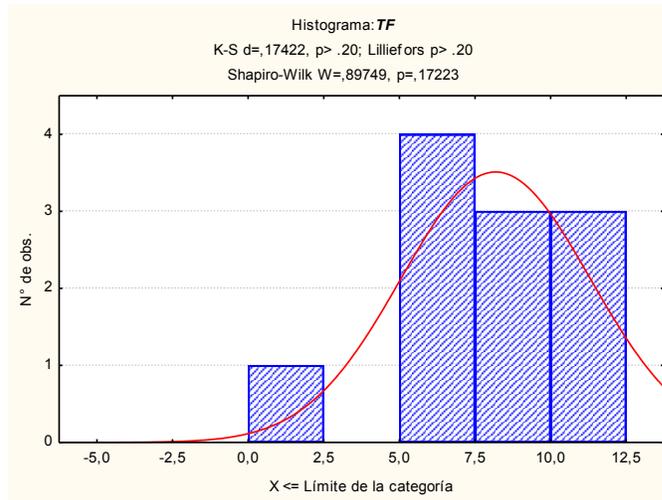


Figura 5.66: Histograma TF. N° errores antes de STIAE

de errores antes de usar el STIAE) con todas y cada una de las variables de la segunda lista (en nuestro caso TF, n° total de errores tras usar el STIAE). Ver la tabla de la Figura 5.67.

Variable	Prueba t para muestras dependientes							
	Diferencias marcadas son significantes con $p < ,05000$							
	Media	Des. est	N	Dif.	Des. est Dif.	t	gl	p
TI	14,36364	3,009077						
TF	8,18182	3,124682	11	6,181818	3,429816	5,977805	10	0,000136

Figura 5.67: Prueba t para muestras dependientes

A la vista de los resultados se rechaza la igualdad de medias para casi cualquier nivel de significación ($p = 0,000136$) $< 0,05$.

Esto significa que **el uso del STIAE afecta al resultado obtenido respecto a los errores estadísticos**. La diferencia media es positiva lo que significa que el uso del STIAE hace disminuir significativamente el número total de errores en la prueba estadística, es decir, **el descenso en el número de errores de la prueba por efecto del uso del STIAE es estadísticamente significativo**.

Mostramos en los gráficos de la Figuras 5.68 y 5.69, *la variación en el*

número total de respuestas en blanco cometidos por los alumnos tras usar el STIAE

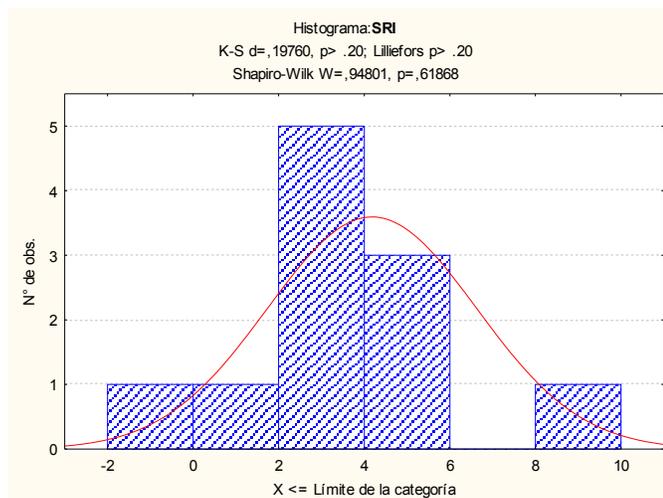


Figura 5.68: N° de respuestas en blanco antes de usar STIAE

Como el *p-valor* es 0,61868, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de respuestas en blanco o ítems totales sin respuesta antes de recibir instrucción (SRI) a través del STIAE sigue una distribución Normal

Como el *p-valor* es 0,08978, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de respuestas en blanco o ítems totales sin respuesta después de recibir instrucción (SR) a través del STIAE sigue una distribución Normal.

Queremos contrastar, para un nivel de confianza del 95%, la hipótesis nula de que las medias poblacionales son iguales. Ver la tabla de la Figura 5.70

A la vista de los resultados se rechaza la igualdad de medias para casi cualquier nivel de significación ($p = 0,016710$) $< 0,05$.

Esto nos dice que el uso del STIAE afecta al resultado obtenido respecto a las respuestas en blanco. La diferencia media es positiva lo que significa que el uso del STIAE hace disminuir significativamente el número total de respuestas en blanco en la prueba estadística, es decir, el descenso en el

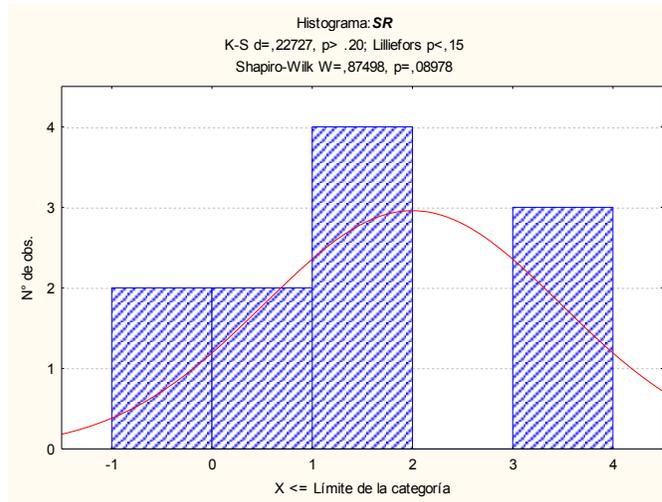


Figura 5.69: N° de respuestas en blanco después de usar STIAE

Variable	Prueba t para muestras dependientes							
	Diferencias marcadas son significantes con $p < ,05000$							
	Media	Des. est	N	Dif.	Des. est Dif.	t	gl	p
SRI	4,181818	2,442056						
SR	2,000000	1,483240	11	2,181818	2,522625	2,868549	10	0,016710

Figura 5.70: Prueba t para muestras dependientes

número de respuestas en blanco de la prueba por efecto del uso del STIAE es estadísticamente significativo.

Presentamos la *variación en el número total de errores de tipo 1 (E1) cometidos por los alumnos antes y después de usar el STIAE* (Figuras 5.71 y 5.72).

Como el *p-valor* es 0,08344, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 1 (E1) antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal.

Como el *p-valor* es 0,00906, menor que 0,05, para un nivel de significación del 5% rechazamos que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 1 (E1), tras recibir instrucción a través del STIAE, sigue una distribución Normal.

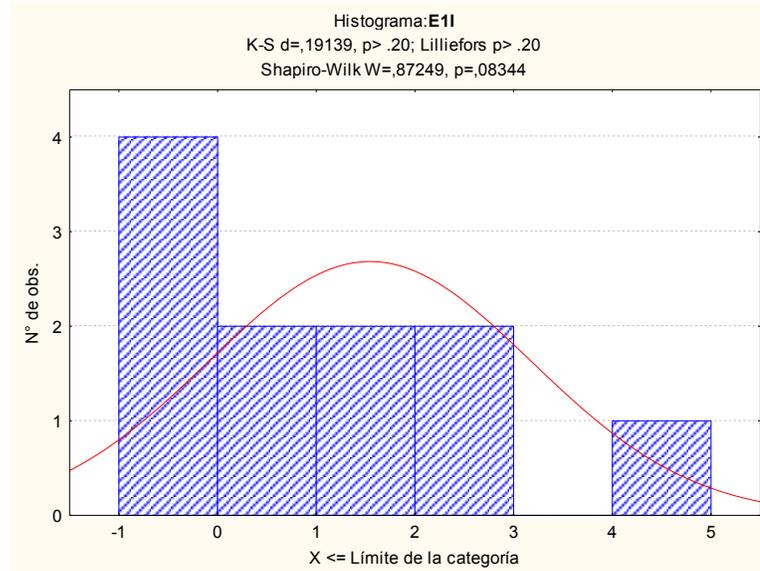


Figura 5.71: N° de errores de tipo 1 (E1I) antes de usar el STIAE

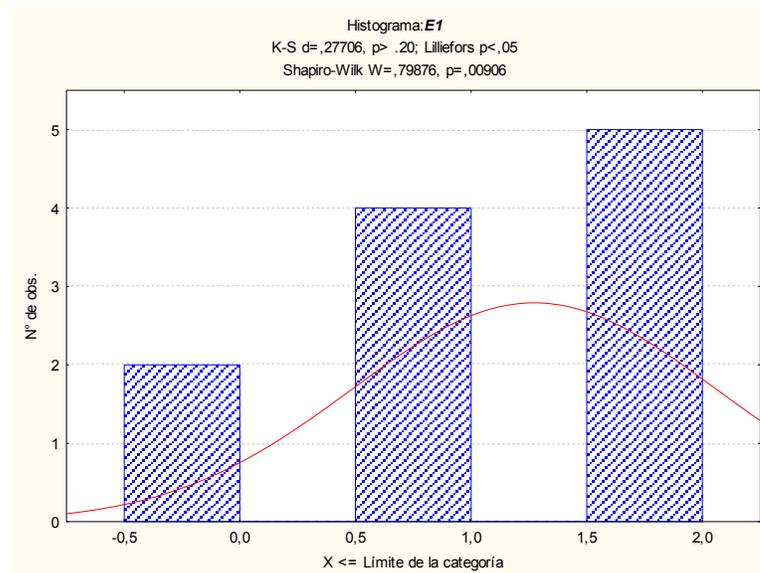


Figura 5.72: N° de errores de tipo 1 (E1) después de usar el STIAE

Por lo tanto no estamos en condiciones de usar el contraste paramétrico de igualdad de medias, por lo que usaremos un contraste no paramétrico. Este test se aplica para comparar el comportamiento de dos muestras relacionadas.

Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos de las dos muestras proceden de poblaciones con la misma mediana. Para ello utilizaremos los contrastes de Signos y de Wilcoxon (Figuras 5.73 y 5.74).

Par de variables	Prueba de signo Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Nº de No-empat	% $v < V$	Z	nivel-p
E1l y E1	9	55,55556	0,000000	1,000000

Figura 5.73: Prueba de signo

Par de variables	Prueba de pares coincidentes de Wilcoxon Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Válido N	T	Z	nivel-p
E1l y E1	11	21,50000	0,118470	0,905696

Figura 5.74: Prueba de Wilcoxon

En ambos test se observa que $p > 0,05$ por lo que aceptamos la Hipótesis nula de que las medianas del número de errores de tipo 1 son iguales. Es decir, que para un nivel de significación del 5 %, no podemos aceptar que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas variables.

Presentamos a continuación *la variación en el número total de errores de tipo 2 (E2) cometidos por los alumnos tras usar el STIAE*.

Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos proceden de una población con distribución Normal (ver gráfico de la Figura 5.76).

Como el *p-valor* es 0,61956, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5 % podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo

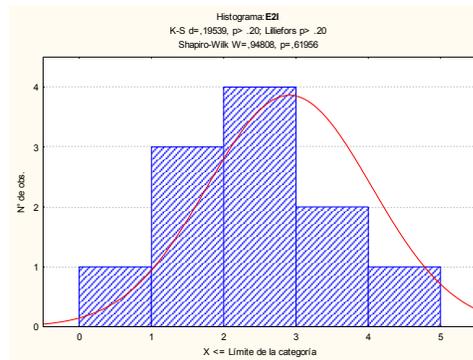


Figura 5.75: N° de errores de tipo 2 (E2I) antes de STIAE

número total de errores de tipo 2 (E2I) antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal

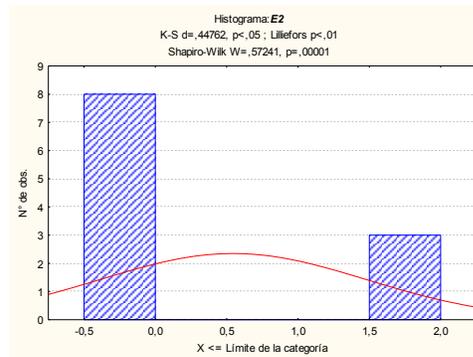


Figura 5.76: N° de errores de tipo 2 (E2) después de STIAE

Como el *p-valor* es 0,00001, menor que 0,05, para casi cualquier nivel de significación podemos rechazar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 2 (E2), después de recibir instrucción a través del STIAE, sigue una distribución Normal.

Por lo tanto no estamos en condiciones de usar el contraste paramétrico de igualdad de medias, por lo que usaremos un contraste no paramétrico.

Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos de las dos muestras proceden de poblaciones con la misma mediana. Para ello utilizaremos los contrastes de Wilcoxon y Signos (Figuras 5.77 y 5.78).

Par de variables	Prueba de signo Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Nº de No-empat	% v < V	Z	nivel-p
E21 y E2	10	0,00	2,846050	0,004427

Figura 5.77: Prueba de signo

Par de variables	Prueba de pares coincidentes de Wilcoxon Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Válido N	T	Z	nivel-p
E21 y E2	11	0,00	2,803060	0,005062

Figura 5.78: Prueba de Wilcoxon

Como podemos comprobar, el *p-valor* es muy pequeño (casi cero), es decir que RECHAZAMOS la Hipótesis nula de que las medianas son iguales para casi cualquier nivel de significación.

Es decir, que para un nivel de significación del 5 %, aceptamos que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas variables. Esto significa que el uso del STIAE afecta al resultado obtenido respecto a los errores de tipo 2; el uso del STIAE hace disminuir significativamente el número total de errores de tipo 2 en la prueba estadística, es decir, **el descenso en el número de errores de tipo 2 de la prueba por efecto del uso del STIAE es estadísticamente significativo.**

Variación en el número total de errores de tipo 3 (E3) cometidos por los alumnos tras usar el STIAE (Figuras 5.79 y 5.80).

Como el *p-valor* es 0,24135, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5 % podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo

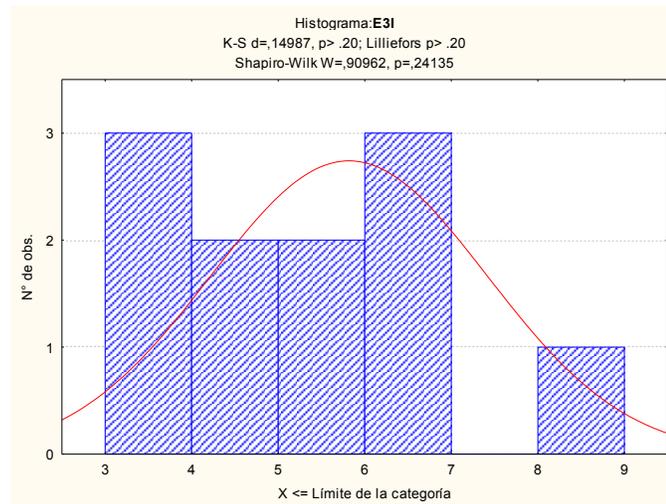


Figura 5.79: N° de errores de tipo 3 (E3I) antes de usar STIAE

número total de errores de tipo 3 (E3I) antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal.

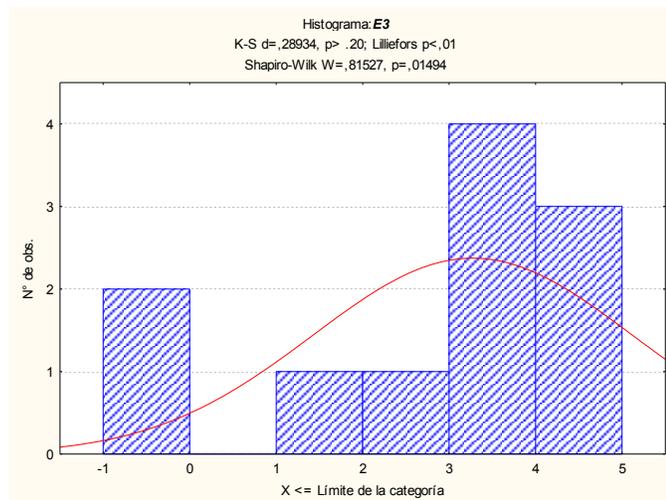


Figura 5.80: N° de errores de tipo 3 (E3) después de usar STIAE

Como el *p-valor* es 0,01494, menor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos rechazar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 3 (E3) después de recibir instrucción a través

del STIAE sigue una distribución Normal.

Por lo tanto no estamos en condiciones de usar el contraste paramétrico de igualdad de medias, por lo que usaremos un contraste no paramétrico. Queremos contrastar, para un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula de que los datos de las dos muestras proceden de poblaciones con la misma mediana. Para ello utilizaremos los contrastes de Signos y Wilcoxon (tablas de las Figuras 5.81 y 5.82).

Par de variables	Prueba de signo Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Nº de No-empat	% $v < V$	Z	nivel-p
E3I y E3	9	11,11111	2,000000	0,045500

Figura 5.81: Prueba de signo

Par de variables	Prueba de pares coincidentes de Wilcoxon Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Válido N	T	Z	nivel-p
E3I y E3	11	1,000000	2,547100	0,010863

Figura 5.82: Prueba de Wilcoxon

Como podemos comprobar, el p -valor es muy pequeño, es decir que RECHAZAMOS la Hipótesis nula de que las medianas son iguales para casi cualquier nivel de significación. Es decir, que para un nivel de significación del 5%, aceptamos que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas variables. Esto significa que el uso del STIAE afecta al resultado obtenido respecto a los errores de tipo 3, el uso del STIAE hace disminuir significativamente el número total de errores de tipo 3 en la prueba estadística, es decir, el descenso en el número de errores de tipo 3 de la prueba por efecto del uso del STIAE es estadísticamente significativo.

Variación en el número total de errores de tipo 4 (E_4) cometidos por los alumnos tras usar el STIAE (Figura 5.83).

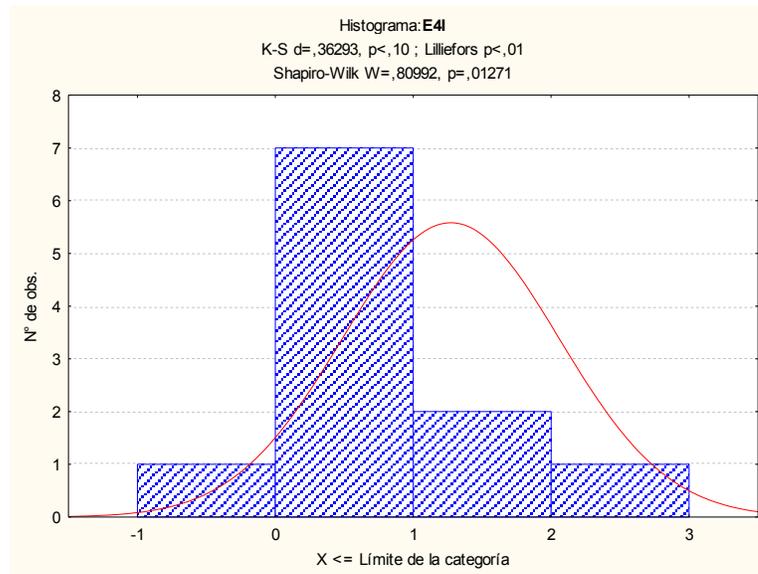


Figura 5.83: N° de errores de tipo 4 (E4I) antes de usar el STIAE

Como el *p-valor* es 0,01271, menor que 0,05, para un nivel de significación del 5 % podemos rechazar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 4 (E4I) antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal. Por lo tanto no contrastamos la normalidad después de usar el STIAE y pasamos directamente los test de Wilcoxon y de Signos (tablas de las Figuras 5.84 y 5.85).

Par de variables	Prueba de signo Pruebas marcadas son significantes para $p < ,05000$			
	Nº de No-empat	% $v < V$	Z	nivel-p
E4I y E4	9	33,33333	0,666667	0,504985

Figura 5.84: Prueba de signo

En ambos test se observa que $p > 0,05$ (bien es verdad que en el de signos por muy poco 0,504985) por lo que aceptamos la Hipótesis nula de que las medianas del número de errores de tipo 4 son iguales. Es decir, que para un nivel de significación del 5 %, no podemos aceptar que existen diferencias

Par de variables	Prueba de pares coincidentes de Wilcoxon			
	Válido N	T	Z	nivel-p
E4I y E4	11	20,00000	0,296174	0,767097

Figura 5.85: Prueba de Wilcoxon

estadísticamente significativas entre ambas variables.

Variación en el número total de errores de tipo 5 (E5) cometidos por los alumnos tras usar el STIAE (Figuras 5.86 y 5.87).

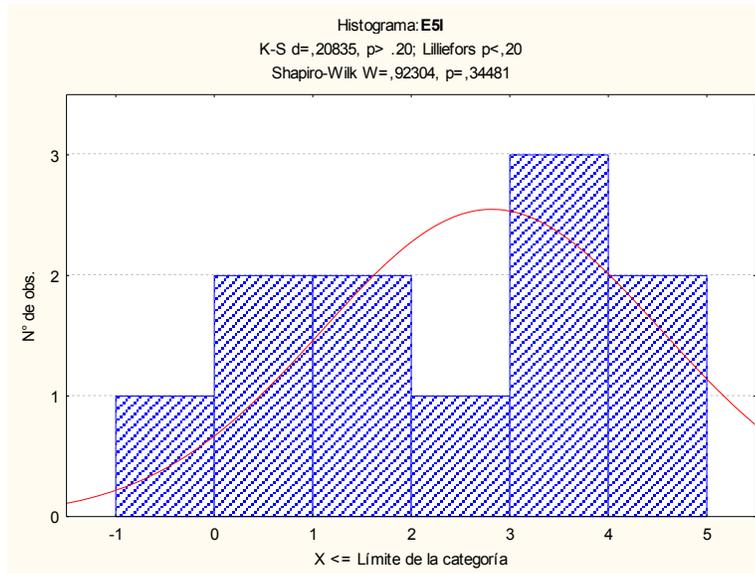


Figura 5.86: N° de errores de tipo 5 (E5I) antes de usar STIAE

Como el *p-valor* es 0,34481, mayor que 0,05, para un nivel de significación del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 5 (E5I) antes de recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal.

Como el *p-valor* es 0,17245, mayor que 0,05 para un nivel de significación

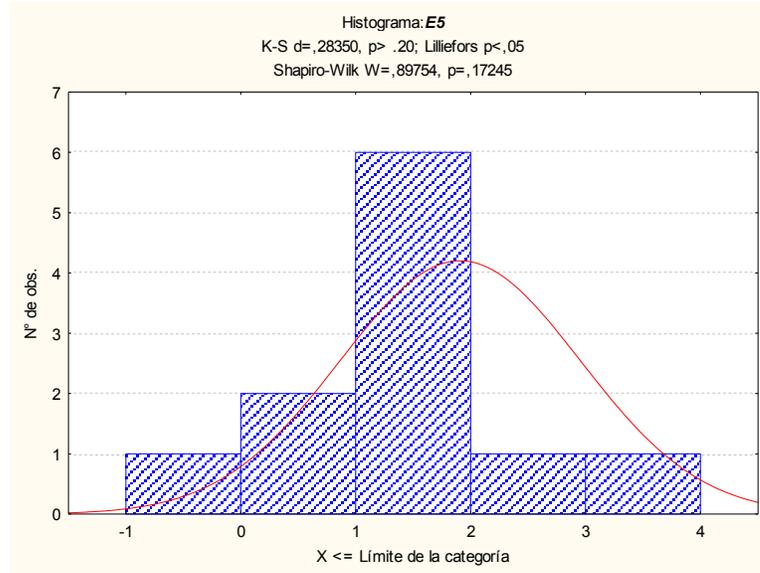


Figura 5.87: N° de errores de tipo 5 (E5I) después de usar STIAE

del 5% podemos aceptar que los datos provienen de una población cuyo número total de errores de tipo 5 (E5) tras recibir instrucción a través del STIAE sigue una distribución Normal.

Variable	Prueba t para muestras dependientes (erroresinteligencia) Diferencias marcadas son significantes con p < ,05000							
	Media	Des. est	N	Dif.	Des. est Dif.	t	gl	p
E5I	2,818182	1,721522						
E5	1,909091	1,044466	11	0,909091	2,165851	1,392115	10	0,194070

Figura 5.88: Prueba t para muestras independientes

A la vista de los resultados aceptamos la igualdad de medias ($p = 0,194070 > 0,05$). El uso del STIAE afecta al resultado obtenido respecto a los errores estadísticos de tipo 5 (E5) ya que la diferencia media es positiva, sin embargo no podemos decir que el descenso en el número de errores de tipo 5 de la prueba por efecto del uso del STIAE sea estadísticamente significativo

5.5. Reflexiones

EN RELACIÓN A LA COMPETENCIA ESTADÍSTICA

Se exponen a continuación las reflexiones que se pueden extraer de esta evaluación sobre competencia estadística acerca del sistema educativo en la Comunidad Autónoma de La Rioja en comparación con el obtenido por los alumnos que han utilizado el STIAE, para ello hemos aplicado los ítems de evaluación presentados en el Capítulo 4 de metodología (apartado 4.3).

El análisis de los resultados muestra que la metodología utilizada, a través de la herramienta metodológica en la que el profesor ha actuado fundamentalmente como moderador y facilitador del aprendizaje, en la que el discurso instruccional ha sido un diálogo entre profesor y alumnos y con la participación activa de los alumnos en la adquisición del conocimiento, ha proporcionado resultados globales mejorados de forma apreciable para todos los alumnos.

Podemos considerar por tanto como aportación este procedimiento de enseñanza aprendizaje.

Los resultados obtenidos por niveles de rendimiento muestran que el uso de nuestro entorno interactivo ha sido muy satisfactorio en los procesos de aprendizaje, más teniendo en cuenta que la muestra de alumnos riojanos evaluados para comparar las competencias ha sido estadísticamente significativo.

EN RELACIÓN A LOS ERRORES ESTADÍSTICOS

Se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE (objetivo 3, apartado 2.4) aplicando la categorización y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico (apartado 3.2.1).

Los resultados muestran (apartado 5.4) que *el uso del STIAE ha hecho que se produzca una mejoría notable no solo global, sino también individual para cada uno de los alumnos que han usado el entorno interactivo, destacando apreciablemente la mejoría de la alumna10.*

Capítulo 6

Consideraciones finales

6.1. Introducción

En este Capítulo presentamos las conclusiones, aportaciones y problemas abiertos que se plantean a partir de la investigación desarrollada.

Para analizar los resultados de los alumnos que han usado el STIAE hemos usado un análisis interno (a los alumnos de diversificación curricular) y una validación externa a través de una prueba sobre competencia estadística a 509 alumnos riojanos. *Los resultados obtenidos muestran que el medio y el diseño del entorno interactivo han sido un elemento superador de las dificultades, porque ha permitido desarrollar con estos alumnos el currículo ordinario correspondiente al tema de estadística, consiguiendo incluso mejores resultados académicos que los alumnos que están en cursos ordinarios.*

Según se puede ver en el Anexo VII los resultados globales obtenidos, nos permiten considerarlos como una validación de la eficacia y validez del entorno interactivo como medio superador de las dificultades de aprendizaje en los alumnos de Diversificación Curricular con los que se ha trabajado.

Así mismo, en una primera aproximación hemos visto que *los resultados* (Anexos VII y IX) *parece que confirman que el STIAE es válido también para otros grupos de alumnos en cuanto a la competencia estadística y al rendimiento académico* (como los pertenecientes a 4º ESO, con la optativa de la opción A de Matemáticas en la cuarta fase).

6.2. Conclusiones y aportaciones

Este trabajo tiene como primer objetivo *el diseño e implementación de un entorno interactivo para el aprendizaje de la estadística en la ESO de forma que el profesor pueda atender a la diversidad del alumnado* presente en las aulas (objetivo 1, apartado 2.4).

El aprendizaje de la estadística es un tópico, que como muestran numerosas investigaciones, presenta muchas dificultades de aprendizaje no solo a los alumnos de enseñanza primaria y secundaria sino también a los alumnos universitarios (Anexo XI).

Distintos autores han sugerido que estudiar la historia de un tópico es una buena preparación para enseñar dicho tópico. *Se realizó una revisión de la historia de la estadística buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que pudieran ser utilizadas en el entorno interactivo* que queríamos diseñar con la convicción de que tal estudio histórico nos podía ayudar a distinguir diferentes aspectos y niveles de comprensión de los conceptos estadísticos y nos ayudara como instructores a comprender la visión que nuestros estudiantes puedan tener sobre dichos conceptos. Se presentaron en la apartado 4.5.1 aquéllos que se han utilizado para el diseño de actividades (Anexo II y Anexo IV) o para la creación de algunos de los ítems de evaluación de alguna de las pruebas estadísticas aplicadas en las distintas fases.

Investigamos sobre los errores que se producen en la prensa escrita cuando la información es de índole estadística desde dos puntos de vista: primero, como constatación del hecho de que abundan los errores y por tanto es necesario hacer más hincapié en el estudio de la Estadística por parte de los alumnos y; segundo, *buscando ejemplos que nos sirvieran de inspiración para diseñar actividades que puedan ser utilizadas en el entorno interactivo* que hemos diseñado (apartado 4.5.1 y Anexo I).

Es obvio que debido a la metodología desarrollada en este trabajo, *las conclusiones de la investigación aparecen diseminadas en las reflexiones (evaluación del plan) de cada una de las fases de la investigación.*

Aquí presentamos las conclusiones de mayor relevancia de forma que las reflexiones que han aparecido en los capítulos precedentes en las distintas etapas de la investigación, se muestren aquí al final de forma sistematizada para una mayor facilidad de lectura.

6.2.1. Inteligencias múltiples

Los trabajos de Gardner sobre inteligencias múltiples (apartado 3.6) muestran que hay diferencias significativas en el desarrollo de los distintos tipos de inteligencia de los alumnos, lo que constituye un rasgo de diversidad importante que hay que tener en cuenta en el aprendizaje y en la adquisición de competencias de los alumnos.

Para obtener información sobre los intereses particulares de cada alumno se pasó el test de García Olivares (apartado 4.5.4) al comienzo de la cuarta fase de la investigación a la totalidad de los grupos de alumnos de 4º ESO del IES donde se realizaba la investigación con el Sistema Tutorial Interactivo para el Aprendizaje de la Estadística (STIAE). En total se pasó el test a tres grupos de alumnos: un grupo que estudiaba la opción B de matemáticas y seguía una enseñanza tradicional, y dos grupos que usaban el entorno interactivo por nosotros diseñado y que correspondían al grupo de diversificación curricular y a un grupo que estudiaba la opción A de matemáticas.

Los análisis correspondientes a todos ellos mostraron que existían diferencias notables en las respuestas de los alumnos, lo que implica una gran diversidad de intereses entre los alumnos (4.5.4 y Anexo VII), diversidad que debe ser tenida en cuenta, pues influye en el aprendizaje de los alumnos.

Tradicionalmente esta diversidad no se ha venido teniendo en cuenta a la hora enseñar matemáticas, en general, y estadística en particular, pues el profesor enseña todo a todos al mismo tiempo y, por tanto, parte de los alumnos no muestra interés por lo que el profesor está enseñando.

Nosotros por el contrario sí *hemos tenido en cuenta esta diversidad a la hora de diseñar las actividades del STIAE*, de forma que esto ha influido muy positivamente en los resultados obtenidos por los alumnos que han utilizado el entorno interactivo tanto en cuanto a la mejora conseguida en relación a la competencia estadística como a la reducción en el número de los errores cometidos tras usar nuestro entorno frente al resto de alumnos que siguió una enseñanza tradicional (apartado 5.4).

Se estudió también si existía correlación entre el tipo de inteligencia de cada alumno y los resultados obtenidos en la prueba estadística tanto en relación a la competencia estadística como a la evolución del número de errores tras usar el entorno (errores iniciales y finales de acuerdo al marco teórico, apartado 3.2) pero no se encontró nada relevante.

En este trabajo se muestran los resultados globales del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que han utilizado el STIAE, por grupo, los de los alumnos que estudiaban la opción B de Matemáticas y recibieron instrucción de forma tradicional, los de todos los alumnos que estudiaban en el IES donde se realizó el estudio y la correlación de los errores y el tipo de inteligencia (Anexo VII)

6.2.2. Trabajo colaborativo

En el trabajo colaborativo de nuestros alumnos se han puesto de manifiesto sus características (interdependencia positiva, potencia la interacción, valora la contribución individual, logra habilidades personales y de grupo y obliga a la autoevaluación).

La experiencia colaborativa se genera cuando el grupo de alumnos junto con los profesores, utilizando como herramientas las cuestiones objeto de debate y el foro de discusión para la comunicación, envían por turnos mensajes relacionados con las cuestiones sobre estadística, estableciéndose la posibilidad de réplicas y contrarréplicas a dichos mensajes tratando de alcanzar acuerdos sobre la respuesta final de la actividad generando un “*documento*” o fichero final (Anexo VIII).

En nuestro caso además del Tablero Electrónico (Foro de discusión) se ha utilizado la hoja electrónica modificada para una experiencia de grupo, con discusiones sobre cuestiones relacionadas con la estadística, con la idea de que se produjera un aumento del aprendizaje mediante el establecimiento de debates. Institucionalizando, al finalizar los mismos, los resultados obtenidos.

Las respuestas de todos los alumnos a las cuestiones planteadas han generado un “*documento*” o fichero que hemos utilizado como elemento de información.

Hemos podido constatar que el trabajo colaborativo genera en los alumnos un mayor interés por aprender, fomenta una mayor participación en las actividades desarrolladas, facilita una mayor colaboración entre los miembros del grupo y se muestran más satisfechos en relación a este nuevo sistema de enseñanza (apartados 5.2.2 y 5.2.3).

6.2.3. Grupos de trabajo

Los grupos de diversificación con los que se ha trabajado en las distintas fases de la investigación son muy heterogéneos en el sentido de que cada uno de ellos podríamos decir que es un caso de “*educación especial*”, aunque por otro lado son homogéneos en cuanto a la edad y en cuanto a los problemas con los estudios que todos han tenido (todos han repetido curso dos veces a lo largo de su vida académica por distintas causas). Podríamos decir sin riesgo a equivocarnos que estos alumnos habrían abandonado el sistema educativo de no estar en el programa de Diversificación, ya que han llegado al segundo ciclo de la ESO más por imperativo legal, su edad, que por los conocimientos que tienen (apartado 3.4).

Los resultados globales obtenidos (en las pruebas estadísticas, Anexo III, Anexo V y apartado 4.6.2) *por los alumnos que han usado el STIAE han mostrado ser a lo largo de las distintas fases de la investigación mejores que los alumnos que seguían una enseñanza tradicional* (apartados 5.2 y 5.4)

Además en la segunda fase de la investigación (apartado 5.2.2) nos encontramos con que uno de ellos era un alumno con necesidades educativas especiales (ACNEE) debido a sus graves problemas de dislexia lo que suponía un caso de atención a la diversidad inmerso dentro de un grupo de atención a la diversidad, como es un grupo de diversificación curricular. En concreto nuestro alumno tenía graves trastornos en lectura y escritura, dificultades en la coordinación motriz de movimientos manuales finos y gran tensión muscular, elevado nivel de ansiedad ante las tareas escritas y atribuciones negativas sobre sí mismo (las opiniones de los compañeros y de los adultos respecto a su rendimiento académico eran muy influyentes para él, de tal manera que procuraba trabajar poco para evitar el fracaso), venía contento al instituto pero estaba poco motivado hacia el trabajo escolar, como consecuencia de lo anterior su nivel de competencia curricular era inferior al que le correspondería por su edad, mostrando lagunas importantes en casi todas las áreas.

Se muestran como ejemplo las notas obtenidas (Figura 6.1) por este alumno(ACNEE) en el curso previo a entrar al grupo de diversificación, cuando se encontraba en un grupo ordinario para ilustrar los problemas educativos que presentaba.

*Tras usar el entorno interactivo comprobamos los siguientes **progresos en el alumno con necesidades educativas especiales**:*

Calificaciones del curso académico 2004/2005	
<u>Áreas/Materias/Módulos del curso 3º</u>	<u>Calificación</u>
Biología y Geología	Insuficiente-3
Ciencias Sociales	Insuficiente-0
Educación Física	Notable-7
Educación Plástica	Insuficiente-3
Física y Química	Insuficiente-4
Formación Religiosa	Suficiente-5
Inglés	Insuficiente-0
Iniciación Ebanistería 3º ESO	Bien-6
Lengua y Literatura Castellana	Insuficiente-1
Matemáticas	Insuficiente-1
Música	Suficiente-5
Tecnología	Suficiente-5
Ciencias Naturales (Pendiente 2º)	Insuficiente-2
Ciencias Sociales (Pendiente 2º)	Insuficiente-0
Educación Plástica (Pendiente 2º)	Insuficiente-0
Inglés (Pendiente 2º)	Insuficiente-0
Lengua y Literatura Castellana (Pendiente 2º)	Insuficiente-0
Matemáticas (Pendiente 2º)	Insuficiente-0
Tecnología (Pendiente 2º)	Insuficiente-0

Figura 6.1: Boletín notas ACNEE

Tal vez lo más destacable sea que *el trabajo realizado a través del correo electrónico y el foro de discusión le han ayudado a participar en situaciones de comunicación escrita superando los bloqueos que el alumno tenía anteriormente* debido a su dislexia. Anteriormente, en situaciones normales, cuando se le pedía que escribiera un mensaje, ya fuera con un contenido relacionado con la clase o con un tema más útil para él (notificar una demanda o redactar un recordatorio) no lo hacía, poniendo todo tipo de disculpas: “no sé”, “no me acuerdo”, o simplemente dejando pasar el tiempo. Cuando ante la presión del profesor se veía obligado a escribir algo su producción era escasa, estereotipada y poco funcional. *En la actividad que hemos realizado el alumno ha participado ampliamente, sus escritos eran marcadamente funcionales, con una clara intención comunicativa, y de longitud similar a la de sus compañeros y en muchos casos mayor.* Ha habido un cambio evidente en su actitud ante la escritura y su motivación ha aumentado. Podemos decir que ha “descubierto” que puede transmitir pensamientos a través de la escritura.

Lo anterior es llamativo cuando lo comparamos con su actitud en otras asignaturas en las que sigue sin escribir nada por miedo al

fracaso, aun a riesgo de suspender los exámenes.

Sus producciones son de más calidad en el correo electrónico que en el foro. En este último sus déficits en la escritura son más evidentes hasta dificultar a veces la comprensión del escrito. En esas ocasiones los compañeros le contestan diciéndole que no le entienden, que lo escriba otra vez. El alumno reacciona muy bien, sin verse atacado a su autoestima, y dando más información (véase Alumno2 del Anexo VIII).

El nivel de lectura, al final, ha sido similar al de los compañeros en cuanto a la velocidad y a la comprensión. No se les ha pedido en ningún momento que leyeran en voz alta, lo que ha sido positivo para él. En un principio se pensó en la posibilidad de incluir archivos de sonido (que reprodujeran las preguntas escritas) como ayuda personal, pero no han sido necesarios.

Se ha conseguido que aumente su vocabulario, el número de conceptos y las relaciones entre ellos. Especialmente en los conceptos y los contenidos estadísticos trabajados su rendimiento ha sido como el del resto de la clase.

Particularmente sorprendente ha sido el hecho de que este alumno, a pesar de su severa dislexia diagnosticada desde la educación primaria *ha obtenido la segunda mejor nota en la prueba final que se les pasó al finalizar la experiencia a todos los alumnos.* Hay que hacer notar que la nota obtenida es la segunda mejor nota no sólo considerando a los alumnos del grupo de diversificación, sino la segunda mejor nota global, teniendo en cuenta a todos los alumnos del IES donde se realizó el estudio, siendo la mejor nota de todas las obtenidas conseguida también por otro de los alumnos del grupo de diversificación (5.2.2).

Como conclusión podemos decir que el uso del STIAE en un alumno con necesidades educativas especiales debidas a una dislexia, para trabajar contenidos estadísticos ha sido claramente beneficioso para él, pues le ha permitido adquirir los conocimientos, ampliar su vocabulario, aumentar su motivación, mejorar su lectura y especialmente utilizar la escritura como medio de expresión con sus compañeros sin dejarse limitar por sus dificultades. Por supuesto, y al igual que sus compañeros ha aprendido a utilizar las nuevas tecnologías, y a emplearlas de forma funcional.

6.2.4. Competencia estadística

Para analizar la eficacia del STIAE se ha comparado la competencia estadística conseguida por los alumnos que usan nuestro entorno interactivo con la de otras muestras de alumnos que no han seguido esta metodología (objetivo 2 del Capítulo 2, apartado 4), para ello hemos aplicado los ítems de evaluación presentados en Capítulo 4 de Metodología (apartado 6). Además en el Anexo IX aparece la información detallada de cada uno de los ítems utilizados en la prueba de competencia estadística según lo hemos presentado en el Capítulo 4 (apartado 4).

Así mismo se han tabulado los resultados correspondientes a los resultados globales de la prueba en relación a la competencia estadística: por sexo, por opción y por edad (Anexo VII).

Del análisis e interpretación de los resultados se puede concluir que el alumnado que ha usado el STIAE ha obtenido un rendimiento mucho mejor en la prueba sobre competencia estadística que el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza tradicional (apartados 5.2 y 5.4)

6.2.5. Errores estadísticos

De igual forma se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE (apartado 2.4) aplicando la categorización y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico (apartado 3.2.1).

En el anexo VII se presenta tabulada información detallada sobre el número de errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por los alumnos antes y después de usar el STIAE: de forma global, por opción de estudio (opción A y Diversificación Curricular), y por sexo. Así mismo en el mismo Anexo aparece la evolución individual de los errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems para cada uno de los alumnos que han usado el STIAE.

Del análisis e interpretación de los resultados se puede concluir que el uso de nuestro entorno interactivo reduce sustancialmente su número (apartado 5.4.2).

6.2.6. Grado de satisfacción de los alumnos

Para estudiar el grado de satisfacción de los alumnos participantes en este nuevo modelo de enseñanza (objetivo 4 del apartado 2.4), se ha realizado un análisis a través de una encuesta anónima (apartado 5.2.2), que se les ha ido pasando a los alumnos a lo largo de las distintas fases de la investigación.

La mayoría de los participantes han valorado la mayoría de los ítems con Bastante o Mucho. De hecho las respuestas a las preguntas 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, y 15 han sido valoradas por el 100 % de los alumnos con la máxima valoración de Bastante o Mucho. Las respuestas a las preguntas 6, 7, 8, 9, y 14 han sido valoradas por el 83 % de los alumnos con la máxima valoración de Bastante o Mucho. En cuanto a la pregunta 17 en la que se preguntaba qué grado de aplicabilidad tendría un proyecto semejante al que hemos realizado en Matemáticas en el resto de las materias de 3º ESO las respuestas de los alumnos varían bastante dependiendo de que la materia sea de tipo científico o de tipo no científico, valorando en su opinión el grado de aplicabilidad de las primeras más positivamente que de las segundas.

Valoramos especialmente la respuesta a la pregunta 7, en las que el 83 % la valora con las máximas puntuaciones de Bastante o Mucho, lo que hoy en día es un especial tanto a favor puesto que una de las habituales quejas de los alumnos es que lo que se estudia en los Institutos luego “*no sirve para nada*”, es decir que no lo van a utilizar luego en su futuro laboral.

Así mismo es de *destacar la respuesta a la pregunta 13,* en las que el 100 % la valora con las máximas puntuaciones de Bastante o Mucho lo que muestra el grado de interés suscitado por esta experiencia en los alumnos.

Finalmente, como resumen del grado de satisfacción de los alumnos en relación a la utilización del sistema tutorial, hemos escogido una de las respuestas dada por uno de los alumnos, en la segunda fase de la investigación, a la número 18, que era de respuesta libre: “*Esta actividad merece mucho la pena, y además en el futuro nos va a servir de gran ayuda, porque el ordenador es el futuro*” y otras dos respuestas a la misma pregunta 18 en la siguiente fase (apartado 5.2.3):

– “*Este curso me lo he pasado muy bien y he experimentado una forma nueva de trabajar a través del ordenador*”.

– “*Me ha gustado mucho porque así sigues aprendiendo más cosas*”

Los resultados de la encuesta de satisfacción muestran claramente como conclusión evidente que la utilización de esta herramienta metodológica (STIAE) constituye un elemento motivador para el aprendizaje

6.2.7. Resumen de las conclusiones y aportaciones

En definitiva, como síntesis podemos establecer las siguientes conclusiones y aportaciones:

1. Hemos diseñado, descrito y ejemplificado una herramienta metodológica, construida para el aprendizaje de la Estadística en la ESO.
2. Esta herramienta metodológica, entorno interactivo para el aprendizaje de la Estadística, cuenta con unas actividades, en cuyo diseño y estructura, se ha tenido muy en cuenta, por una parte las características de nuestros alumnos, y por otra la incorporación progresiva de ayudas, planteando también propuestas de distintos niveles de exigencia en torno al problema o actividad inicial planteada.

El planteamiento anterior ha resultado fundamental para responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos y para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente.

3. El análisis de los resultados iniciales y finales a lo largo de las distintas fases de la investigación muestra que la metodología utilizada, a través de la herramienta metodológica en la que el profesor ha actuado fundamentalmente como moderador y facilitador del aprendizaje, en la que el discurso instruccional ha sido un diálogo entre profesor y alumnos y con la participación activa de los alumnos en la adquisición del conocimiento, ha proporcionado resultados globales mejorados de forma apreciable para todos los alumnos, incluido el alumno ACNEE.

Podemos considerar por tanto como aportación este procedimiento de enseñanza aprendizaje.

4. El análisis sobre la evolución de los errores de los alumnos en relación a la Estadística tras trabajar con el STIAE muestra que el uso de este entorno interactivo reduce sustancialmente su número.

5. Se han seleccionado una serie de problemas históricos en los que aparecen términos estadísticos y que han sido una fuente de creación de actividades para nuestros alumnos.
6. Se han recopilado una serie de gráficos erróneos que han aparecido en prensa, desde dos puntos de vista, primero como constatación de que es necesario hacer más hincapié en la enseñanza de la estadística en todos los niveles educativos, y segundo, como fuente de creación de actividades para nuestros alumnos.
7. Se han elaborado distintos cuestionarios (presentados en el Anexo III, en el Anexo V y en el apartado 4.6.2) que pueden ser de utilidad para otros profesores de enseñanza secundaria a la hora de impartir docencia en relación a la estadística cuando necesiten elaborar pruebas de evaluación que midan la competencia estadística de los alumnos.
8. Se ha evaluado la competencia estadística de los alumnos de 4º ESO escogiendo una muestra de 509 alumnos de La Rioja obteniendo unos resultados estadísticamente significativos.
9. El análisis sobre la eficacia del sistema interactivo implementado, comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usan el entorno interactivo con la de otras muestras de alumnos que no han seguido esta metodología, muestra que el uso del STIAE es altamente positivo.
10. Los resultados de la encuesta de satisfacción muestran claramente que la utilización de esta herramienta metodológica constituye un elemento motivador para el aprendizaje.
11. Como objetivo secundario, más perteneciente a la competencia digital y de las tecnologías de la información y comunicación que a la didáctica de la matemática, pero igualmente importante, podemos asegurar que la utilización efectiva del navegador de Internet y del correo electrónico, en el intercambio de respuestas y comunicaciones entre profesor y alumnos, muestra la consecución del objetivo de una preparación básica en el campo de las tecnologías de la información y comunicación.

6.3. Problemas abiertos

1. Investigar sobre los resultados que se obtendrían si el número de alumnos que utilizan el STIAE fuera más grande. A pesar de que se ha diseñado una prueba específica para valorar la competencia estadística de los alumnos que han utilizado el STIAE frente a los que no lo han hecho, la muestra de alumnos que han usado el STIAE es pequeña (a pesar de ser el total de la población de esos grupos en el IES donde se ha utilizado nuestro entorno interactivo).

Cuando comenzamos la investigación el currículo de los programas de Diversificación Curricular podía ser diferente en cada centro educativo, ya que se establecía un programa con el visto bueno de la Inspección Educativa, sin embargo a partir de la Resolución nº 3149, de 3 de septiembre (BOR del 13 de septiembre de 2007) de la Dirección General de Educación el currículo de los Programas de diversificación curricular en los cursos tercero y cuarto de Educación Secundaria Obligatoria es el mismo para todos los centros de La Rioja por lo que sería más factible usar el STIAE en distintos centros educativos en 3º ESO que es donde aparecen los contenidos de estadística en el currículo.

2. Investigar el uso de este entorno interactivo por alumnos pertenecientes al primer ciclo de la ESO (1º y 2º de la ESO), con alumnos de 4º ESO que tengan la opción B como materia optativa de Matemáticas, y también en los cursos de Bachillerato, especialmente en 1º Bachillerato, aunque eso sí, modificando el entorno para adecuarlo a las características de estos alumnos. También podría estudiarse su uso en el último curso de la Educación Primaria, ya que en 6º de primaria también hay un gran número de alumnos con problemas de enseñanza-aprendizaje a los que un entorno interactivo como el nuestro podría resultarles beneficioso. Recordemos que en la Educación Primaria solo se puede repetir curso una vez, por lo que creemos que el último curso sería el idóneo para usar el STIAE en primaria.
3. Aplicar el entorno interactivo a otras partes de las Matemáticas (Álgebra, Análisis, . . .) y estudiar si se obtienen también resultados tan positivos como los obtenidos en el ámbito de la Estadística.
4. Investigar los factores relacionados con el éxito de los estudiantes en las

clases de Estadística desarrollando instrumentos para evaluar las relaciones entre las diferentes características de los estudiantes (actitudes hacia la estadística o ansiedad) antes y después de usar nuestro entorno interactivo.

Bibliografía

- [1] Aberson, C. L., Berger, D.E., Healy, M.R., Kyle, D. y Romero, V.L. (2000). Evaluation of an interactive tutorial for teaching the Central Limit Theorem. *Teaching of Psychology*, 27, 289-291.
- [2] Alcalde, C. (2008). 10 argumentos a favor de las estadísticas, *El País*, 33-33 (domingo 4 de mayo). Negocios.
- [3] Alem, J. P. (1997). *Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático*. Barcelona: Editorial Gedisa, S. A.(5ª edición).
- [4] Alfaro, J.L., Alfaro, E. Mondéjar, J. y Vargas, M. (2004). Control estadístico de la calidad: una breve reseña histórica. *Documentos de Trabajo*, serie 2, 1. Universidad de Castilla–La Mancha. Facultad de Económicas y Empresariales.
- [5] Arnold, S., Shiu, C. y Ellerton, N. (1996). Critical issues in the distance teaching of mathematics and mathematics education, en Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, 701-753, Dordrecht: Kluwer.
- [6] Arteaga, P. (2008). Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos. *Tesis de Máster*. Universidad de Granada
- [7] Arteaga, P., Batanero, C.y RUIZ, B. (2009). Comparación de distribuciones por futuros profesores, en M .J. González, M. J., González, M. T. y Murillo, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, 129-138, Santander: SEIEM

- [8] Baeza, P., Cabrera, A.M., Castañeda, M.T., Garrido, J.M. y Ortega, A.M. (1999). Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computador: La Esencia Interactiva. *Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías: Contexto Educativo*, 2, Buenos Aires: Nueva Alejandría.
- [9] Bakker, A. (2004). Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools. *Tesis doctoral*. Universidad de Utrecht.
- [10] Bakker, A. (2003). The Early History of Average Values and Implications. *Education Journal of Statistics Education*, 11(1).
- [11] Bakker, A. y Gravemeijer, K.P.E. (2004). Learning to reason about distributions, en Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, 147-168, Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- [12] Balderas, P., Batanero, C., Mayén, S. y Cobo, B. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática*, 9(Marzo de 2007), 187-201.
- [13] Barbero, M. I., Prieto, M.I., Suárez, J.C. y San Luis, C. (2001). Software, instrumentación y metodología. Relaciones empíricas entre los estadísticos de la teoría clásica de los tests y los de la teoría de respuesta a los ítems. *Psicothema*, 13(2), 324-329.
- [14] Barker, P. (1990). Designing Interactive Learning Systems. *ETTI*, 27(2), 125-145.
- [15] Barr, G. V. (1980). Some student ideas on the median and the mode. *Teaching Statistics*, 2 (2), 38-41.
- [16] Barros, B., Vélez, J. y Verdejo, F. (2004). Aplicaciones de la Teoría de la Actividad en el desarrollo de Sistemas Colaborativos de Enseñanza y Aprendizaje. Experiencias y Resultados Inteligencia Artificial. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 24, 67-76.
- [17] Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *Uno. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 35, 41-48, Barcelona: Editorial Graó.

- [18] Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística. Conferencia Inaugural*, Buenos Aires.
- [19] Batanero, C. Godino, J. Vallecillos, A. Green, D. y Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- [20] Batanero, C., Cobo, B. y Díaz, C. (2003). Assessing secondary school student's understanding of averages. *Proceedings of CERME III*, Bellaria (Italia).
- [21] Batanero, C. (1998). Recursos para la Educación Estadística en Internet. *UNO*, 15, 13-15.
- [22] Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. *Grupo de Investigación*. Universidad de Granada.
- [23] Batanero, C., Godino, J. D y Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios, en Salmerón, H. (Ed.). *Actas de las VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, Universidad de Granada.
- [24] Bellamy, R.K.E. (1996). Designing Educational Technology: Computer-Mediated Change, en Nardi, B.A. (Editor), *Context and Consciousness. Activity Theory and Human-Computer Interaction*, 123-146, MIT Press.
- [25] Ben-Zvi, D. y Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1-3), 35-65.
- [26] Ben-Zvi, D. (en prensa). How primary school students begin to reason about distributions. *Statistical Education Research Journal*.
- [27] Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 127-155.

- [28] Bernabeu, N. (2010). Educar para la comunicación. Reflexiones sobre la educación y los medios de comunicación, en *Retos y perspectivas de la educación mediática en España. Proyecto Mediascopio Prensa. La lectura de la prensa escrita en el aula*, 1. Monografías, IFIE. Ministerio de Educación.
- [29] Bishop, A.J.(Ed.) (1996). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- [30] Blanco, A., González, C y Ordoñez, X. (2009). Patrones de correlación entre medidas de rendimiento escolar en evaluaciones longitudinales: un estudio de simulación desde un enfoque multinivel. *Revista de Educación*, 348(Enero-abril), 195-215.
- [31] Blattner, P. (2004). *La Biblia de Excel*. Ediciones Anaya Multimedia (Grupo Anaya, S.A.)
- [32] Bodner, G. M. (1986). Constructivism: A theory of knowledge. *Journal of C. Education*, 63(10), 873-878.
- [33] BOE 24/08/1971. Nuevas orientaciones de la Segunda Etapa de la EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA. *Orden Ministerial de 6 de agosto de 1971*.
- [34] BOE de 18/4/1975. *Orden de 22 de marzo de 1975* por la que se desarrolla el Decreto 160/1975 de 23 de enero, que aprueba el Plan de Estudios de Bachillerato y se regula el COU.
- [35] BOE 26/06/1991. *R.D. 1007/91 de 14 de junio* por el que se establecen los aspectos básicos del currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria
- [36] BOE 13/09/1991. *R.D. 1345/91 de 6 de septiembre* por el que se establece el currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria.
- [37] BOE 16/01/2001. *R.D. 3473/2000, de 29 de diciembre* que viene a modificar el 1007/91 relativo al establecimiento de las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO
- [38] BOE 3/7/2003. *R.D. 831/2003 de 27 de junio* por el que se establece la ordenación general y las enseñanzas comunes de la Educación Secundaria Obligatoria.

- [39] BOE 5/01/2007. *R.D. 1631/2006 de 29 de diciembre* donde se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria vigentes hoy en día.
- [40] BOR 21/05/2002. *Decreto 29/2002, de 17 de mayo* donde aparecen los contenidos y criterios de evaluación de la ESO.
- [41] BOR 03/05/2007. *Decreto 23/2007 de 27 de abril* por el que se establece el currículo de la ESO para el ámbito de la Comunidad Autónoma de La Rioja.
- [42] BOR 13/09/2007. *Resolución nº 3149 de 3 de septiembre* de la Dirección General de Educación, por la que se dictan instrucciones para el desarrollo de los Programas de diversificación curricular en los cursos tercero y cuarto de Educación Secundaria Obligatoria
- [43] BOR 22/04/2009. *Resolución número 1563, de 31 de marzo* de los Programas de Cualificación Profesional Inicial en la Comunidad Autónoma de La Rioja
- [44] Borrás, I. (1997). Aprendizaje con la Internet: una aproximación crítica. *Revista PÍXEL-BIT, Revista de Medios y Educación*, 9, Sevilla: Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías (Universidad de Sevilla).
- [45] Bruner, J. *La importancia de la educación*. Barcelona: Editorial Paidós.
- [46] Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept, en Meira, L. (Ed.). *Proceeding of the 19th PME Conference*, 3,144-151. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- [47] Cajaraville, J. A. (1989). *Ordenador y educación matemática. Algunas modalidades de uso*. Madrid: Síntesis.
- [48] Callingham, R.A. (1997). Teachers' multimodal functioning in relation to the concept of average. *Mathematics Education Research Journal*, 9(2), 205-224.
- [49] Campbell, S. K. (1974). *Flaws and fallacies in statistical thinking*. New Jersey: Prentice Hall.

- [50] Cardenoso, J. M. y Serradó, A. (2007) ¿Puedo adivinar qué idioma está hablando mi amigo con sólo contar las vocales? Escenarios para el aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*, 279-301, Granada: Universidad de Granada y SAEM THALES.
- [51] Carvalho, C. (2007). Desafío para o trabalho colaborativo nas aulas de Estadística. *Investigación en Educación Matemática XI*, 141-154, Tenerife: SEIEM.
- [52] Carvalho, C. (1998). Tarefas estadísticas e estratégias de resposta. Comunicación presentada en el *VI Encuentro en Educación Matemática de la Sociedad Portuguesa de Ciências da Educação*. Castelo de Vide, Portugal.
- [53] Clark, J., Karuat, G., Mathews, D. y Wimbish, J. (2003). The fundamental theorem of statistics: Classifying Student understanding of basic statistical concepts. *Unpublished paper*.
- [54] Chance, B.L., Delmas, R.C. y Garfield, J. (1999). A model of classroom research in action: developing simulation activities to improve students' statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 7(3). Retrieved July 15, 2007, from <http://www.amstat.org/publications/jse/secure/v7n3/delmas.cfm>
- [55] CNICE (2008). *La prensa un recurso didáctico*. Madrid: Secretaría General de Educación. Dirección General de Educación, Formación Profesional e Innovación Educativa. Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa.
- [56] Cobb, P., McClain, K. y Gravemeijer, K.P.E. (2003). Learning about statistical covariation. *Cognition and Instruction*, 21(1), 1-78.
- [57] Cobo, B. (2003). Significado de las medidas de posición central en los alumnos de Secundaria. *Tesis doctoral*. Universidad de Granada.
- [58] Cobo, B. y Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo? *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 23, 85-96, Barcelona: Editorial Graó.

- [59] Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de textos de Secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18. Barcelona: UAB.
- [60] Cobo, P. y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 115-140.
- [61] Cobo, P., Fortuny J. M., Puertas, E. y Richard, P. (2007). AgentGeom: a multiagent system for pedagogical support in a geometric proof problem. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 57-79.
- [62] Contreras, J. M., Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 93-104
- [63] Cortada de Kohan, N. (2004). Teoría de Respuesta al Ítem: Supuestos Básicos. *Evaluar. Laboratorio de Evaluación Psicológica y Educativa*, Córdoba (Argentina): Sección Metodológica-Universidad Nacional de Córdoba.
- [64] Cortada de Kohan, N. y Macbeth, G. (2007). Construcción de un test de matemática para adolescentes y adultos. *Interdisciplinaria*, 24(1), Buenos Aires: Centro Interamericano de Investigaciones Psicológicas y Ciencias Afines.
- [65] Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), 382-393.
- [66] Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- [67] Curcio, F.R., Friel, S.N. y Bright, G.W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 124-158.
- [68] Davis, R. (1984). Learning Mathematics. *The Cognitive Science Approach to Mathematics Education*. Australia: Croom Helm.

- [69] De Levie, R. (2004). *Advanced Excel for scientific data analysis*. Oxford University Press.
- [70] Delmas, R. (2005). Activities to promote an understanding of variability. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Mathematics Association of Two-Year Colleges (AMATYC)*. San Diego, CA, November 11.
- [71] Delmas, R., Garfield, J. y Ooms, A. (2005). Using assessment items to study students' difficulty reading and interpreting graphical representations of distributions, en Makar, K. (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Research Forum on Statistical Reasoning, Literacy, and Reasoning* (on CD). Auckland, New Zealand: University of Auckland.
- [72] DRAE (1992). *Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española*. Editorial Espasa.
- [73] DRAE (2001). *Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española*. Editorial Espasa.
- [74] Earley, M.A. (2001). Improving statistics education through simulations: the case of the sampling distribution. Paper presented at the *Annual Meeting of the Mid-Western Educational Research Association*. Chicago, Illinois, October 24-27.
- [75] Eisenbach, R. (1994). Whats does the mean mean? Comunicación presentada en el *Fourth International Conference on Teaching Statistics*. Marrakesh, Marruecos.
- [76] Elosúa, P. y López, A. (1999) Funcionamiento diferencial de los ítems y sesgo en la adaptación de dos pruebas verbales. *Psicológica*, 20, 23-40.
- [77] Espinel, M. C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática XI*, 99-119. Tenerife: Ed SEIEM.
- [78] Estebanell, M. (2000). Interactividad e interacción. *Revista Interuniversitaria de Tecnología Educativa*, 0, 92-97. Oviedo.
- [79] Estrada, M. A. (2002). Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. *Tesis doctoral*. Universidad Autónoma de Barcelona.

- [80] Fasanelli, F. (2002). The political context, Chapter 1, in *History in Mathematics Education*. The ICMI study. Second Edition. Kluwer Academic Publishers, Springer.
- [81] Fauvel, J. y Van Maanen, J. (2000). *History in Mathematics Education*. The ICMI study. Kluwer Academic Publishers, Springer.
- [82] Fernández, R. (2001-02). *Evaluación de la competencia matemática al final de la educación primaria combinando teoría clásica de respuesta al test y teoría de respuesta al ítem*, recuperable en <http://www.ctv.es/USERS/aspopa/documentos/mathematikoi.pdf>
- [83] Fernández, A. y Rico, L. (1992). *Prensa y educación matemática*, Madrid: Editorial Síntesis.
- [84] Figueras, O. y Sáiz, M. (1999). *Una red conceptual para los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto de volumen*. Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.
- [85] Finney, S.J. (2000). The meaning of success for students in statistical methods courses: A phenomenological study. *Annual meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans.
- [86] Fortuny, J. M. y Richard, P. (2004). Distance Education at Secondary Levels: Contexts and Norms for the Learning of Mathematics. *World Conference of Association for the Advancement of Computing in Education* (E-Learn Washington (USA). 04/10/2004–04/10/2004.
- [87] Fortuny, J. M. y COBO, P. (2007). AgentGeom: un sistema tutorial para el desarrollo de competencias argumentativas de los alumnos a través de la resolución de problemas. *Matematicalia: revista digital de divulgación matemática de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(3).
- [88] Fortuny, J. M. y Cobo, P. (2005). La tutorización humana y artificial en la resolución de problemas de matemáticas. *RED: Revista de Educación a Distancia*, nº extra 2, (Ejemplar dedicado a: I Simposio Pluridisciplinar sobre Diseño, Evaluación y Descripción de Contenidos Educativos Reutilizables).

- [89] Fortuny J. M., Batanero, C. y Estrada, A. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación matemática*, 16(1), 89–111.
- [90] Fortuny, J. M., Murillo, J., Martín, J.F. y Trevijano, D. (1999). Un modelo de diseño interactivo como soporte y ampliación instruccional en la enseñanza de la geometría en la ESO. *Contextos educativos: Revista de educación*, 2, 27–52.
- [91] Fortuny, J. M. (2005). Algunos ejemplos de aprendizaje on-line en el pasado, ahora y en el futuro: aspectos sociales y educativos, en: *Usos Matemáticos de Internet. Aulas de Verano*, 73–92, Instituto Superior de Formación del Profesorado, MEC.
- [92] Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrecht. The Netherlands: Reidel Pub. Co.
- [93] Friedman, H.H., Friedman, L. W. y Amoo, T (2002). Using humor in the introductory statistics course. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- [94] Friel, S. N., Curcio, F. R., y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing graph comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*.
- [95] Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.
- [96] Gallimore, M. (1990). In-service training for teachers of statistics by distance learning, en Hawkins, A., (Ed.) *Training teachers to teach statistics*, 233–249, Voorburg: International Statistical Institute.
- [97] Gallimore, M. (1991). The loneliness of the long distance statistics teacher, en Vere-Jones, D. (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, I: School and general issues, 372–375, Voorburg: International Statistical Institute.
- [98] García, M. A. (2007). Educación Matemática atendiendo a la diversidad. Análisis de una metodología específica. *Tesis doctoral*. Universidad de Valladolid.

- [99] García, A., Martínez, A. y Miñano, R. (1995). *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*, 53–55, Madrid: Editorial Síntesis.
- [100] Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*, New York, Basic Books; (trad. cast.: *Estructuras de la mente: la teoría de las inteligencias múltiples*, México, D. F., Fondo de Cultura Económica, 1987).
- [101] Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*. Barcelona: Editorial Paidós.
- [102] Gardner, H. (2001). *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Barcelona: Editorial Paidós.
- [103] Gardner, H. (2008). *Las cinco mentes del futuro*. Barcelona: Editorial Paidós.
- [104] Garfield, J. B. (2003). Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22–39.
- [105] Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2005). Statistical Literacy, reasoning and thinking: Goals, definitions, and challenges, en Dani Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, 3–15, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [106] Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2007). The discipline of statistics education. From *Developing students' statistical reasoning: connecting research and teaching practice*, Key College Publishing (en prensa).
- [107] Gattuso, L. y Mary, C. (1998). *Development of the concept of weighted average among high-school children*, ICOTS 5.
- [108] Gattuso, L. y Mary, C. (1998). Development of the concept of weighted average among highschool students, en Pereira-Mendoza, L., Seu Keu, C., Wee Kee, T. y Wong, W.K. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics*, 685–691. Singapur: International Association for Statistical Education.
- [109] Gilderdale, C. y Diego, J. M. (2005). Aprendizaje colaborativo en el contexto de matemáticas e internet: la esencia interactiva, en *Usos Matemáticos de Internet. Aulas de Verano*, 57–72, Instituto Superior de Formación del Profesorado. MEC.

- [110] Giraud, G. (1997). Cooperative learning and statistics instruction. *Journal of Statistics Education*, 5(3), retrieved July 15, 2007, <http://www.amstat.org/publications/jse/v5n3/giraud.html>
- [111] Gobierno Foral de Navarra (2006). *Evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria*.
- [112] Godino, J. D. (1999). Análisis epistémico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática. Trabajo presentado en el grupo de trabajo “La didáctica de la matemática como disciplina científica,” en el *III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (SEIEM). Valladolid, España.
- [113] Godino, J. D. Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Documento de trabajo del curso de doctorado Teoría de la educación Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- [114] Gomez Chacon, I. M. (2005). Educación matemática e internet. Nuevas culturas, nuevas alfabetizaciones, en *Usos Matemáticos de Internet. Aulas de Verano*, 11–44, Instituto Superior de Formación del Profesorado. Ministerio de Educación y Ciencia.
- [115] Gravemeijer, K. y Bakker, A. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 149–168. Springer.
- [116] Gravier, S., Richard, P. R., Aïmeur, E., Fortuny, J. M. y Caron, F. (2004). *Vérification de l’extension de modèles théoriques à un système tutoriel intelligent pour l’apprentissage interactif de la géométrie à l’école secondaire*. Université de Montréal.
- [117] Greer, B. y Ritson, R. (1993). *Teaching data handling with the Northern Ireland Mathematics Curriculum: Report on survey in schools*. Belfast: Queen’s University.
- [118] Groth, R.E. y Bergner, J.A. (2006). Preservice elementary teachers’ conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 37–63.

- [119] Gulikers, I. y Blom, K.A. (2001). A historical angle, a survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education. *Educational Studies in Mathematics*, 47 , 223-258.
- [120] Gutierrez, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre el aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica, en *Actas IX Simposio de la SEIEM*, Córdoba: Universidad de Córdoba
- [121] Guzmán, A. (2008). *Introducción, traducción y notas. Historia de la Guerra del Peloponeso. Tucídides*. Alianza Editorial.
- [122] Hacking, I. (1975). *The Emergence of Probability. A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [123] Hatfield, M.M. y Bitter, G.G. (1994). A multimedia approach to the professional development of teachers: A virtual classroom, in Aichele, D.B. (Ed.), *Professional development for teachers of mathematics. Yearbook*, 102-115, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [124] Hawley, D. y Hawley, R. (2004). *Excel. Los mejores trucos*. Ediciones Anaya Multimedia (Grupo Anaya, S.A.).
- [125] Hernández, A., Morales, V. y Maíz, J. (2005). La Teoría de Respuesta al Item (TRI) en la construcción de cuestionarios en Psicología del Deporte. *Revista Digital*, 80, (Año 10, Enero de 2005), recuperable en <http://www.efdeportes.com/>.
- [126] Hernández, Z. (2008). *Usar STATISTICA 8.0 para resolver problemas elementales*, Logroño: Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja.
- [127] Hidalgo, M. D., López-Pina, J.A., Inglés, C. J. y Méndez, X. (2002). Análisis psicométrico del Cuestionario de confianza para hablar en público, usando la teoría de respuesta al ítem. *Anales de psicología 2002*, 18(2), 333-349. Murcia: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia.

- [128] Iglesias, M. T. (2005). *Alumnos con dislexia: estrategias para educadores*. Buenos Aires: Universidad del Salvador, recuperable en <http://dewey.uab.es/pmarques/dim/revistaDIM/dislexia2.pdf>
- [129] Johnson, D. y Johnson, R. (1989). *Cooperative Learning: Giving At-Risk Students Hopes for a Brighter Future*. Edina, MN: International Book Company.
- [130] Kaptelinin, V. (1992a). Integration of computer tools into the structure of human activity: Implications for cognitive ergonomics, in *Proceedings Sixth European Conference on Cognitive Ergonomics*, 285- 294, Balatonfured, Hungary, September 6–11.
- [131] Kaptelinin, V. (1992b). Human computer interaction in context: The activity theory perspective, in *Proceedings East–West Human Computer Interaction Conference*, 13-28, St. Petersburg, Russia, August 4-8.
- [132] Keeler, C.M. y Steinhorst, R.K. (1995). Using small groups to promote active learning in the introductory statistics course: a report from the field. *Journal of Statistics Education*, 3(2), recuperable en <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n2/keeler.html>.
- [133] Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. (1994). *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Editorial Síntesis.
- [134] Konold, C. y Higgins, T. (2003). Reasoning about data, en Kilpatrick, J., Martin, W.G. y Shifter, D.E. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 193–215. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- [135] Lane, D.M. y Tang, Z. (2000). Effectiveness of simulation training on transfer of statistical concepts. *Journal of Educational Computing Research*, 22(4), 383–396.
- [136] Lane, D. M. y Peres, S. C. (2006). Interactive Simulations in the Teaching of Statistics: Promise and Pitfalls, en Rossman, A. y Chance, B. (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, [CD-ROM], Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

- [137] Lázaro, A. (2005). Tecnologías de la Información y de la Comunicación e Inclusión. *Red Especial Educativa* (Uruguay), recuperable en <http://capacidad.es/ciiee07/Uruguay.pdf>.
- [138] Leontiev, A.N.. (1989). The problem of activity in the history of Soviet psychology. *Soviet Psychology* 27(1), 22–39.
- [139] Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14 (1), 2-8.
- [140] Lizasoain, L. y Joaristi, L. (2009). Análisis de la dimensionalidad en modelos de valor añadido: estudio de las pruebas de matemáticas empleando métodos no paramétricos basados en TRI. *Revista de Educación*, 348(Enero–abril), 175-194.
- [141] Loosen, F., Lioen, M. y Lacante, M. (1985). The standard deviation: some drawbacks of an intuitive approach. *Teaching Statistics*, 7 (1), 2-5.
- [142] López, J. A. (1995). Estimación de parámetros en la TRI: una evaluación de BILOG en muestras pequeñas. *Psicothema*, 7(1), 173-185.
- [143] Lovitt, C. y Lowe, I. (1993). *Chance and data investigations*, 1-2, Carlton, Vic.: Curriculum Corporation.
- [144] Lozano, O., Iraurgi, I., González, F. y Trujols, J. (2008). Valoración psicométrica de la Escala de Severidad de la Dependencia a partir de dos modelos de análisis: la Teoría Clásica de los Test y la Teoría de Respuesta al Ítem. *Boletín de Psicología*, 93(Julio), 41-57.
- [145] Lunsford, M. L., Rowell, G. H. y Tracy Goodson-Espy, T. (2006). Classroom research: assessment of student understanding of sampling distributions of means and the central limit theorem in post-calculus probability and statistics classes. *Journal of Statistics Education*, 14(3), retrieved July 17, 2007, from www.amstat.org/publications/jse/v14n3/lunsford.html.
- [146] Magel, R.C. (1998). Using cooperative learning in a large introductory statistics class. *Journal of Statistics Education*, 6(3), retrieved July 15, 2007, from <http://www.amstat.org/publications/jse/v6n3/magel.html>.

- [147] Marcos, G. (2008). Un modelo de análisis de competencias en un entorno interactivo. *Tesis doctoral*, Logroño: Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja.
- [148] Marques, P. (2006). *Nuevas competencias para los ciudadanos*. Bellaterra: Departamento de Pedagogía Aplicada. UAB.
- [149] Martín, J. F. (2002). *El Aprendizaje colaborativo y la demostración matemática*. Logroño: Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja
- [150] Mathews, D. y Clark, J. (2003). Successful students? conceptions of mean, standard deviation and the Central Limit Theorem. Unpublished paper. Abstract retrieved July 15, 2007, from <http://www.cs.gsu.edu/~rumec/Papers/stats1-abstract.html>.
- [151] Mayén, S., Real, I. y Bencomo, D. (2007). Enseñanza de medidas de posición central en educación secundaria. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y azar*, Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la U. de Granada y SAEM Thales.
- [152] Mayén, S. (2006). Comprensión de medidas de posición central en estudiantes mexicanos de Bachillerato. *Trabajo de Investigación Tutelada*. Granada: Universidad de Granada.
- [153] Mayén, S., Batanero, C. y Díaz, C. (2009). Dificultades de estudiantes mexicanos en la comparación de datos ordinales, en González, M.J., González M.T. y Murillo, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, 301-310. Santander: SEIEM.
- [154] MEC (1988). *Diseño Curricular Base para la Enseñanza Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- [155] MEC (1992). *Decretos de Enseñanza Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- [156] MEC (2001). *Decretos de Enseñanza Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- [157] MEC (2003). *La estadística y la probabilidad en la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte,

- Subdirección General de Información y Publicaciones. Instituto Superior de Formación del Profesorado.
- [158] Mendoza, E. (1986). *La ciudad de los prodigios*. Barcelona: Editorial Seix Barral(4ª edición).
- [159] Mevarech, Z.R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429.
- [160] Minnaard, C., Del Puerto, S. y Seminara, S.(2007). Identificación y análisis de los errores cometidos por los alumnos en Estadística Descriptiva. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(3). Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI).
- [161] Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 2(año 2), 29-38.
- [162] Monteiro, C. y Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs, en Rossman, A y Chance, B. (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education, recuperable en <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>.
- [163] Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers? *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(III), 188-207, recuperable en <http://www.iejme.com/>
- [164] Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar. (1987). An empirical classification model for errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 3-14.
- [165] Mulhern, G. (1989). Between the ears: making inferences about internal processes, en Greer, B. y Mulhern, G. (Eds.). *New directions in Mathematics Education*. Londres: Routledge.
- [166] Murillo, J. (2000). Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la geometría en la ESO. *Tesis*

- Doctoral*. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona, Servicio de publicaciones.
- [167] Murillo, J. y Castellanos, R. (2007). Una herramienta metodológica para el aprendizaje de Estadística y la atención a la diversidad. *Revista de Educación. Contextos Educativos*, 10, 169–186. Logroño: Servicio de Publicaciones de la Universidad de La Rioja.
- [168] Murillo, J. y Marcos, G. (2005). Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo. *Investigación en Educación Matemática IX*. Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba y la SEIEM.
- [169] Murillo, J. y Marcos, G. (2009). Un modelo para potenciar y analizar las competencias geométricas y comunicativas en un entorno interactivo de aprendizaje. *Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(2), 241-256.
- [170] Murillo, J. y Fortuny, J. M. (2004). Interactividad en la red con actividades CABRI. *Contextos educativos: Revista de educación*, (6-7), 295-316.
- [171] N.C.T.M. (2000). National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and standards for teaching mathematics*. Reston, VA; N.C.T.M. Primera versión en español, traducida por Manuel Fernández Reyes en 2003, Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.
- [172] NAEP (2005). *National Assessment of Educational Progress, Grade 12*. USA.
- [173] Nicholson, J. y Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher? Invited paper at the *International Statistical Institute 54th Session*, Berlin, recuperable en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>.
- [174] Núñez, R. M. y López-Pina, J. A. (2006). Técnicas para detectar patrones de respuesta atípicos. *Anales de psicología*, 22(1), 143-154.

- [175] OCDE (2003). Competencias en Matemáticas. *The Pisa 2003 Assessment Framework*. PARÍS: OCDE, recuperable en <http://www.pisa.oecd.org>
- [176] OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD) e Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE).
- [177] Ordoñez, X. y Romero, S. (1999). XS-DIF: programa para el análisis del funcionamiento diferencial de los ítems en Excel. *Psicothema*, 19(1), 171-172.
- [178] Ortega, T. (2005). *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona: Biblioteca de Uno, Editorial Graó.
- [179] Ortiz, J. J., Font, V. y Mayén, S. (2009). Significados personales de la media aritmética de profesores en formación, en González, M. J., González, M.T. y Murillo, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, 345-353. Santander: SEIEM.
- [180] Pennac, D. (2008). *Mal de escuela*, 148-148. Editorial Mondadori.
- [181] Pérez, C. (2002). *Estadística aplicada a través de Excel*. Madrid: Prentice Hall.
- [182] Pérez, A. (2005). Internet en el aula de secundaria: una ventana al mundo matemático, en *Usos Matemáticos de Internet. Aulas de Verano*, 93-122. Instituto Superior de Formación del Profesorado. Ministerio de Educación y Ciencia.
- [183] Pérez-Tyteca, P., Castro, E., Cano, F., Castro, R., Segovia, I. y Fernández, F. (2007). Actitudes hacia las matemáticas de alumnos de primer curso de la Universidad de Granada que cursan asignaturas de Estadística. *Investigación en el Aula. Estadística y Azar*, 99-108. Granada: SAEM THALES y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- [184] Pfannkuch, M. (2006). Comparing Box plot distributions: a teacher's reasoning. *Statistical Education Research Journal*, 5(2), 27-45, retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5\(2\)_Pfannkuch.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5(2)_Pfannkuch.pdf)
- [185] PISA (2006) Programme for Indicators of Student Achievement. *Programa para la evaluación internacional de alumnos. Informe de RESULTADOS 2006*, recuperable en <http://www.mec.es/multimedia/00005713.pdf>
- [186] PISA (2003). *Pruebas de Matemáticas y de solución de problemas*. Madrid 2005: INECSE, Ministerio de Educación y Ciencia. Publicaciones de la Universidad Pontificia Comillas.
- [187] Pollatsek, A., Lima, S. y Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- [188] Radatz, H. C. (1980). Students' errors in the mathematical learning: a survey. *For the learning of mathematics*, 1(1), 16-20.
- [189] Richard, P. R., Fortuny, J.M., Cobo, P. y Aïmeur, E. (2003). Stratégie argumentative et système tutoriel pour l'apprentissage interactif de la géométrie, en *Actes de l'EMF-2003* (Espace mathématique francophone), Tozeur.
- [190] Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction, en Puig, L y Gutierrez, A (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.4, 187-194). Universidad de Valencia.
- [191] Richard, P. (2010). Textos clásicos y geometría dinámica: estudio de un aporte mutuo para el aprendizaje de la geometría. *Enseñanza de las ciencias : revista de investigación y experiencias didácticas*, 28(1), 95-112.
- [192] Rico, L. (2003) Evaluación de competencias matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003, en Castro, E. y De La Torre, E. (eds.). *Investigación en Educación Matemática*. A Coruña: Universidade da Coruña. SEIEM

- [193] Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. en Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L., *Educación Matemática*, 69-108. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- [194] Rico, L. (2006). Las competencias matemáticas en el informe PISA 2003: el caso de la geometría. *II Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán: En torno a la geometría de Miguel de Guzmán*. Madrid: Fundación Santillana.
- [195] Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47–66
- [196] Rico, L.(Ed) (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Editorial Síntesis.
- [197] Roanes, E. (1988). *MACO: (matemáticas con ordenador)*. Madrid: Editorial Síntesis.
- [198] Rodríguez, J. L. (2001). Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales. *Anuario de Psicología*, 32(2), 63-75. Barcelona: Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona.
- [199] Ruano, R. M., Socas, M.M. y Palarea, M.. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.
- [200] Rubin, E. (1968), The Statistical World of Herodotus. *The American Statistician*, 22(1), 31-33.
- [201] Rubin, E. (1971). Quantitative Commentary on Thucydides. *The American Statistician*, 25(4), 52-54.
- [202] Rumsey, D.J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- [203] Russell, S.J. (1990). Issues in training teachers to teach statistics in the elementary school: A world of uncertainty, in Hawkins, A. (Ed.), Training teachers to teach statistics. *Proceedings of the International Statistical Institute Round Table Conference*, 59–71. Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.

- [204] Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1991). What's typical?: children's ideas about average, en Vere-Jones, D. (ed.). *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, 307-313. Voorburg, Holanda: International Statistical Institute.
- [205] Sánchez, J. (1997). Software educativo para alumnos con necesidades educativas especiales. *Revista PÍXEL-BIT. Revista de Medios y Educación*, 9. Sevilla: Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Universidad de Sevilla
- [206] Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57.
- [207] Schau, C. y Mattern, N. (1997). Assessing students' connected understanding of statistical relationships, en Gal, I. y Garfield, J.B. (Eds.). *The assessment challenge in statistics education*, 91-104. Amsterdam, Netherlands: IOS Press.
- [208] Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions, en Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 465-494. New York: NCTM y MacMillan.
- [209] Shaughnessy, J.M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling, en Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education*, 205-237. Dordrecht: Kluwer.
- [210] Shaughnessy, J.M. (2003). Research on students' understanding of probability, en Kilpatrick, J., Martin, W.G. y Schifter, D. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 216-226. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [211] Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions, in D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 465-494. New York: Macmillan.
- [212] Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

- [213] Shulte, A.P. (Ed.) (1981). *Teaching statistics und probability 1981 Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [214] Sjostrand, D. (1997). *Matemáticas con Excel*; traducción y adaptación, Jesús Ramón Simón del Potro, Javier Gálvez, Susana Velado. Madrid: UPCO, Publicaciones de la Universidad Pontificia Comillas.
- [215] Socas, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en Educación Matemática XI*, 19–52. Tenerife: SEIEM.
- [216] Socas, M. M. (1997): Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria, en Rico, L. (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, 125-154. Barcelona: Ed. Horsori.
- [217] Stigler, S.M. (1999). *Statistics on the Table: The History of Statistical Concepts and Methods*. Cambridge (Massachusetts): Harvard University Press.
- [218] Strauss, S. y Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), 64-80.
- [219] Tempelaar, D. T., Gijsselaers, W.H. y van der Loeff, S.S. (2006). Puzzles in Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 14(1), recuperable en <http://www.amstat.org/publications/jse/v14n1/tempelaar.html>
- [220] Teruel, J. y Gravemeijer, K. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *J. Curriculum Studies*, 32(6), 777–796.
- [221] Tirado, R (1996). El diseño de sistemas interactivos multimedia de aprendizaje: aspectos básicos. *Revista PÍXEL-BIT. Revista de Medios y Educación*, (7). Sevilla: Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Universidad de Sevilla.
- [222] Tormo, C. (1993). Estudio sobre cuatro propiedades de la media aritmética en alumnos de 12 a 15 años. *Memoria del tercer ciclo*. Universidad de Valencia.

- [223] Urretavizcaya, M. (2001). Sistemas Inteligentes en el ámbito de la Educación. *Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 12, 5-12.
- [224] Utts, J. (2003). What educated citizens should know about statistics and probability? *The American Statistician*, 57(2), 74–79.
- [225] Van den Heuvel, M. y Wijers, M (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(4), 287-307. Utrecht (the Netherlands).
- [226] Van Maanen, J. (1992). Teaching geometry to 11 year old “medieval lawyers.” *Mathematical Gazette* 76 (475), 37-45.
- [227] Van Maanen, J. (2001). Research on History in Mathematics Education in the Netherlands: The Reinvention Studies, en Lin, F.L. (Ed.), *Common Sense in Mathematics Education. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*, 191-202(19–23 November). Taipei (Taiwan).
- [228] Vargas , M. (1981). *La guerra del fin del mundo*. Editorial Plaza y Janés.
- [229] Velleman, P. F. y Moore, D. S. (1996). Multimedia for teaching statistics: Promises and pitfalls. *American Statistician*, 50(2), 17-225.
- [230] Verdejo, M. F. y Rodríguez–Artacho, M. (2002). A System for the Specification and Development of an Environment for Distributed CSCL Environments. *ITS' 2002. LNCS 2363*, 139–148. Springer-Verlag.
- [231] Verdejo, M.F. y Barros, B. Designing support for collaborative virtual laboratories in Distance Learning settings. *Proceedings New Technologies for collaborative Learning*, 17–24. Japan.
- [232] Vigotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- [233] Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14–23.

- [234] Ward, B. (2004). The best of both worlds: a hybrid statistics course. *Journal of Statistics Education*, 12(3), 74–79, retrieved July 15, 2007, from <http://www.amstat.org/publications/jse/v12n3/ward.html>.
- [235] Watson, J. (1994). *Muths Workr: Teaching and learning chance und data*. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- [236] Watson, J. M. (1998). Professional development for teachers of probability and statistics: Into an era of technology. *International Statistical Review*, 66, 271–289.
- [237] Watson, J. M. y Moritz, J. B. (1999). The developments of concepts of average. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(4), 15–39.
- [238] Watson, J. M. y Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 11–50.
- [239] Werner, T., Davis, R. y Brousseau, G. (1986). Observing students at work, en Christiansen, B., Howson, G. y Otte, M. (Eds.). *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- [240] Yuste, C. (2000). *Badyg-M: manual técnico*. Madrid: CEPE.
- [241] Zawojewski, J.S. y Shaughnessy, J.M. (2000). Mean and median: Are they really so easy? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(7), 436–440.
- [242] Zawojewski, J.S. (1986). The teaching and learning processes of junior high school students under alternative modes of instruction in the measures of central tendency. *Tesis Doctoral*. Evanston, Illinois: University Northwestern.

Periódicos

El País, El Correo Español, Nueva Rioja, ABC, El Mundo, Magisterio Español, Metro, La Razón, Público, ADN, Noticias de La Rioja, ¡Qué!, Padres, As, Marca.

Revistas

Comunidad, El País Semanal, XL Semanal, MUFACE.

Libros de texto

ALMODÓVAR, J. A. y otros (1998). Órbita 2000. Proyecto Secundaria 2000. Matemáticas A 4º ESO. Editorial Santillana.

ÁLVAREZ F. y otros (1994) Matemáticas 3º ESO. Editorial Vicens Vives

ÁLVAREZ, D. y otros (2007). Matemáticas 3º ESO. Proyecto La Casa del Saber. Editorial Santillana.

ÁLVAREZ, D. y otros (2007). Matemáticas 4º ESO Opción A. Proyecto La Casa del Saber. Editorial Santillana.

ÁLVAREZ, D. y otros (2007). Matemáticas 4º ESO Opción B. Proyecto La Casa del Saber. Editorial Santillana.

ÁLVAREZ, F.; RUÍZ, A (1996). Fractal. Matemáticas 3º ESO. Editorial VicensVives

AMIGO, C. y otros (1997). Matemáticas 4º ESO. Opción A. Editorial McGraw-Hill

ARCE, F. y otro. (2004). Objetivo Aprobar. Matemáticas 4º ESO Opción A. Editorial Bruño.

CÓLERA, J. y otros (1995). Matemáticas 4º ESO Opción B. Serie nuestro mundo. Editorial Anaya

CÓLERA, J. y otros (1998). Matemáticas 3º ESO. Serie nuestro mundo. Editorial Anaya

CÓLERA, J. y otros (1998). Matemáticas 4º ESO Opción A. Serie nuestro mundo. Editorial Anaya

CORBALÁN, F. (2000). Taller de Matemáticas ESO. Editorial Santillana. Educación Secundaria.

- FRÍAS, V. y otros (1995). Matemáticas 3º ESO Editorial Edelvives.
- GONZÁLEZ, C. y otros (1998). Matemáticas 3º ESO. Editex
- GONZÁLEZ, F. y otros (2003). Diversificación I. Ámbito Científico Tecnológico. Editex.
- GONZÁLEZ, F. y otros (2003). Diversificación II. Ámbito Científico Tecnológico. Editex.
- LAZCANO, I.; SANZ, J.F.(1998) Matemáticas 3º ESO. Proyecto Adara Editorial Edelvives.
- MIÑANO, A.; RÓDENAS, J. A. (1998).Matemáticas 3º ESO Editorial Bruño
- OVEJERO, M. J. y otros (1999). Miríada XXI. Opción B. Matemáticas 4º ESO. Editorial McGraw- Hill
- SÁNCHEZ, J.L; VERA, J. (1998). Matemáticas 3º ESO. Editorial Oxford
- SÁNCHEZ, J.L; VERA, J. (1998). Matemáticas 4º ESO Opción A. Editorial Oxford
- SANZ REQUENA, J. F. (2002). Matemáticas ESO: Curso 3. Proyecto 2.2. Editorial Edelvives.
- VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. (1995). Matemáticas 4º ESO Opción A. Editorial SM
- VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. (1996). Matemáticas 3º ESO Editorial SM
- VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. (1999). Sigma. Matemáticas 3º ESO. Editorial SM

Índice de figuras

3.1. Resultados relacionados con la Estadística Descriptiva	52
4.1. Complejidad de las tareas	62
4.2. Ejemplo de ítem con respuesta cerrada	63
4.3. Estudio sobre Estadística Descriptiva con alumnos de E.S.	65
4.4. Ficha de evaluación del ítem	66
4.5. Primera forma de guardar el Historial	68
4.6. Segunda forma de guardar el Historial	68
4.7. Interfaz gráfica del alumno	71
4.8. Interfaz gráfica del profesor	72
4.9. Calificaciones del alumno de 3º de la ESO	75
4.10. Calificaciones del alumno de 4º de la ESO	75
4.11. Los segmentos en forma vertical en vez de horizontal	82
4.12. Ejemplo 1	88
4.13. Ejemplo2	89
4.14. Aplicación en otras materias	93
4.15. Distribución de la muestra por sexo	99
4.16. Distribución por sexo que han utilizado el STIAE	99
4.17. Distribución por sexo que no han utilizado el STIAE	100
4.18. Gasto en euros	103

4.19. Diagrama de caja	104
4.20. Histograma	104
4.21. Número de productos vendidos	105
5.1. PERCENTILES. (16 febrero 2005/20 junio 2006)	111
5.2. Tabla de claves para interpretar los percentiles)	111
5.3. Resultados globales de 3D frente al resto	113
5.4. Resultados globales de 3D frente a todos, sobre 40 puntos . . .	113
5.5. Resultados individuales. Tabla	114
5.6. Resultados individuales. Gráficos	115
5.7. Análisis de los resultados globales	122
5.8. Tabla de los resultados individuales	123
5.9. Gráfica de los resultados individuales	124
5.10. Resultados del test de inteligencias múltiples	127
5.11. Alumnos opción A y STIAE	128
5.12. Alumnos de Diversificación y STIAE	128
5.13. Resultados en la prueba por todos	130
5.14. Resultados por los que han utilizado STIAE	130
5.15. Resultados obtenidos con instrucción tradicional	131
5.16. Histograma inicial utilizando STIAE	132
5.17. Histograma final con STIAE	133
5.18. Resultados del test de igualdad de medias	133
5.19. Histograma inicial con enseñanza tradicional	134
5.20. Histograma final con enseñanza tradicional	135
5.21. T-test muestras dependientes	135
5.22. Contraste no paramétrico. Ítem 1	136
5.23. Contraste no paramétrico. Ítem 2	137
5.24. Tabla comparativa test no paramétrico	138

5.25. Niveles de rendimiento	141
5.26. Resultados obtenidos por todos los alumnos riojanos	141
5.27. Histograma de todos los alumnos de la muestra	143
5.28. Puntuaciones totales con y sin STIAE	143
5.29. Diagrama de cajas de todos los alumnos de la muestra	144
5.30. Histograma STIAE-S	144
5.31. Histograma STIAE-N	145
5.32. Puntuaciones de todos según opción	145
5.33. Diagrama de cajas según opción	146
5.34. Puntuaciones totales de los alumnos por centro	146
5.35. Puntuaciones DC por IES	147
5.36. Puntuaciones por sexo	148
5.37. Puntuaciones DC por sexo	148
5.38. Puntuaciones por edad	149
5.39. Puntuaciones DC por edad	150
5.40. Resumen resultados globales prueba estadística	151
5.41. Resultados comparativos por nivel STIAE/resto	152
5.42. Resultados gráficos comparativos por nivel STIAE/resto	152
5.43. Tabla comparativa	155
5.44. Variación errores	156
5.45. Comparativo global STIAE	156
5.46. Distribución de errores iniciales	157
5.47. Distribución de errores finales	157
5.48. Hombres	158
5.49. Comparativo global hombres con STIAE	158
5.50. Mujeres	158
5.51. Comparativo global mujeres con STIAE	159

5.52. Variación errores y en blanco Hombres STIAE	160
5.53. Variación errores y en blanco Mujeres STIAE	160
5.54. Hombres SR y errores	160
5.55. Inicial hombres STIAE	161
5.56. Final hombres STIAE	161
5.57. Mujeres SR y errores	161
5.58. Inicial mujeres STIAE	162
5.59. Final mujeres STIAE	162
5.60. Diversificación	163
5.61. Opción A	163
5.62. Variación diversificación curricular	163
5.63. Variación opción A	164
5.64. Resultados antes y después de STIAE	164
5.65. Histograma TI. N° errores antes de STIAE	166
5.66. Histograma TF. N° errores antes de STIAE	167
5.67. Prueba t para muestras dependientes	167
5.68. N° de respuestas en blanco antes de usar STIAE	168
5.69. N° de respuestas en blanco después de usar STIAE	169
5.70. Prueba t para muestras dependientes	169
5.71. N° de errores de tipo 1 (E1I) antes de usar el STIAE	170
5.72. N° de errores de tipo 1 (E1) después de usar el STIAE	170
5.73. Prueba de signo	171
5.74. Prueba de Wilcoxon	171
5.75. N° de errores de tipo 2 (E2I) antes de STIAE	172
5.76. N° de errores de tipo 2 (E2) después de STIAE	172
5.77. Prueba de signo	173
5.78. Prueba de Wilcoxon	173

5.79. N° de errores de tipo 3 (E3I) antes de usar STIAE	174
5.80. N° de errores de tipo 3 (E3) después de usar STIAE	174
5.81. Prueba de signo	175
5.82. Prueba de Wilcoxon	175
5.83. N° de errores de tipo 4 (E4I) antes de usar el STIAE	176
5.84. Prueba de signo	176
5.85. Prueba de Wilcoxon	177
5.86. N° de errores de tipo 5 (E5I) antes de usar STIAE	177
5.87. N° de errores de tipo 5 (E5I) después de usar STIAE	178
5.88. Prueba t para muestras independientes	178
6.1. Boletín notas ACNEE	186

Índice de cuadros

3.1. Porcentaje de aceptación de la materia	52
4.1. ejemplo de actividad para el foro	90
5.1. Claves	165

Capítulo 7

Anexos

Índice de Anexos

- **Anexo I.** Errores estadísticos en prensa.
- **Anexo II.** Primera secuencia de actividades.
- **Anexo III.** Prueba estadística (curso 2005/06).
- **Anexo IV.** Segunda secuencia de actividades.
- **Anexo V.** Prueba estadística (curso 2006/07).
- **Anexo VI.** Glosario de términos estadísticos.
- **Anexo VII.** Resultados cuantitativos de la prueba estadística (curso 2007/08).
- **Anexo VIII.** Foro de discusión.
- **Anexo IX.** Resultados cualitativos de la prueba estadística (curso 2007/08)
- **Anexo X.** Revisión curricular.
- **Anexo XI.** Clasificación de errores.
- **Anexo XII.** Encuesta de satisfacción. Resultados.
- **Anexo XIII.** Inteligencias múltiples.

ANEXO I

Errores estadísticos encontrados en
prensa desde la primera fase
(curso 2004/05)

Ejemplo 1

ADN lunes 27 de Noviembre de 2006, página 3

“**2’57%** es lo que ha crecido la población de Villamediana en los últimos 7 años. Ha pasado de tener 2.111 habitantes en 1999 a 5.444 en 2006”

Ejemplo 2

ADN lunes 4 de diciembre de 2006, página 8

Titular de la noticia: **El recibo de la luz subirá un 10% el año que viene**

“Las cifras: **6% será el aumento** de la tarifa eléctrica que los consumidores notarán en la factura **de enero del año que viene. El segundo será del 4%** y está previsto **para el mes de julio.**”

Ejemplo 3

EL PAÍS, lunes 31 de julio de 2006, página 29

“Esto ha sucedido durante generaciones y ha ido aumentando así la talla de los españoles, que son de media, tanto los hombres como las mujeres unos 3,5 centímetros más altos que hace 20 años, según un estudio de la Unidad de Pediatría del hospital barcelonés Val D’Hebrón publicado hace dos años. **Este informe sitúa en 1,73 el percentil 50 de los chicos de 18 años (de cada 100, 50 tienen esa altura)** y en 1,64 para las chicas

Ejemplo 4

ADN viernes 13 de octubre de 2006, página 3

“**El 26,5% de los titulados en La Rioja** no solo está por encima de la media nacional (25,2%) sino que **casi duplica el porcentaje de titulados de Baleares (18,2%)**”

Ejemplo 5

EL PAÍS, domingo 16 de julio de 2006, página 16

“...el original sistema por el cual se está **calculando la categoría de las calles** para el pago de las tasas municipales...Disponemos de **tres parámetros** de referencia, **la distancia al centro, la calidad de la urbanización y el nivel de equipamientos comerciales**, que los técnicos han aplicado...**para asignar a cada calle tres números del 1 (categoría superior) al 7 (categoría inferior)**. Los mismos técnicos proponen que , por sus especiales características, el **parámetro urbanístico debe ser el que se considere de mayor peso, el doble que los otros.**” Finalmente el responsable del ayuntamiento **calcula la categoría final de la calle** de la manera siguiente: “el **parámetro urbanístico (calidad de la urbanización) se divide entre**

dos, se le suman los parámetros de distancia al centro y el nivel de equipamientos comerciales y el resultado se divide entre tres”

Ejemplo 6

MAGISTERIO Miércoles 16 de junio de 2004, página 2



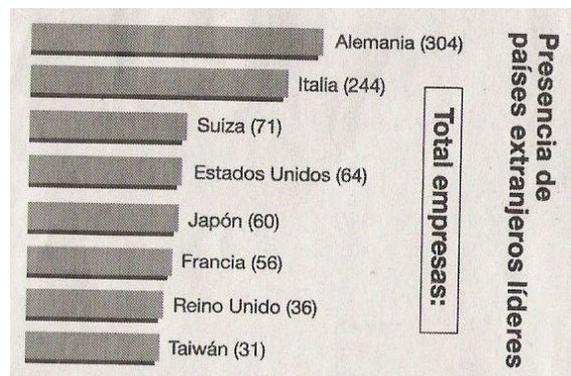
Ejemplo 7

Diario La Rioja, viernes 26 de agosto de 2005, página 24



Ejemplo 8

El País, lunes 27 de febrero de 2006 página 6, publicidad de la 24 Biental Española de Máquina Herramienta en Bilbao



Ejemplo 9

El Economista, martes 28 de febrero de 2006, pág. 36



Ejemplo 10

GRAFFPAIS

EL PAÍS martes 22 de noviembre de 2005, página 35 (publicidad de un banco)



Ejemplo 11

Diario as 24 de septiembre de 2008, contraportada



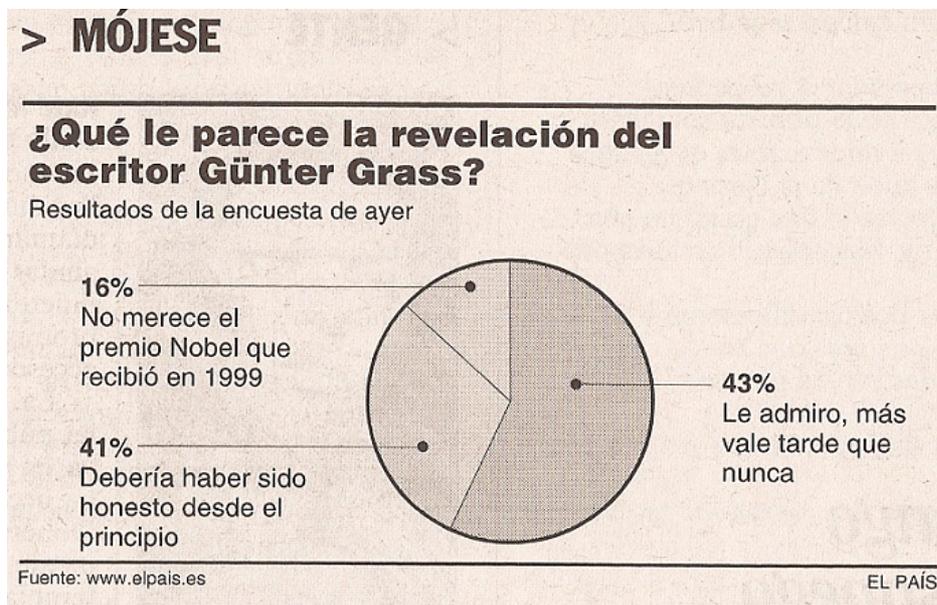
Ejemplo 12

La Rioja, miércoles 9 de junio de 2004, página 9 del suplemento Día de La Rioja



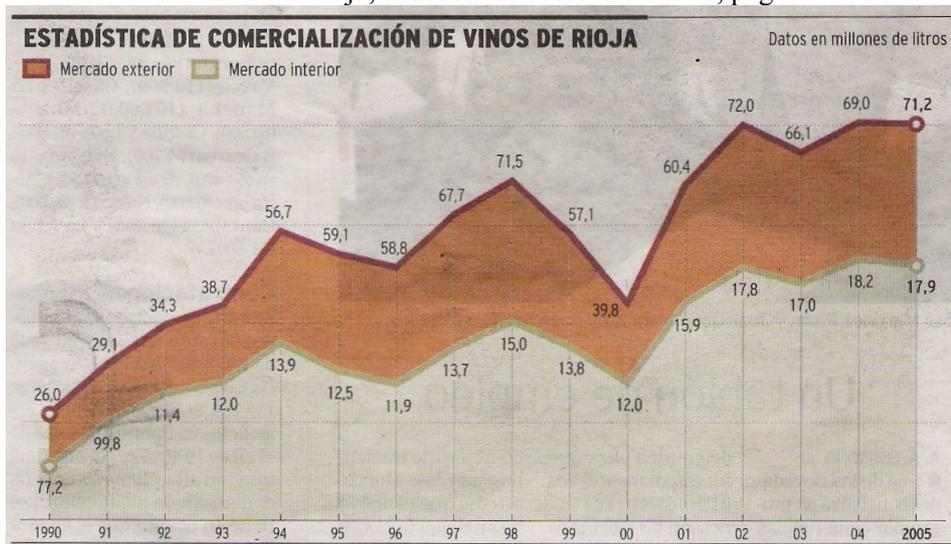
Ejemplo 13

El País, Revista de agosto, 15/8/06, página 27



Ejemplo 14

Diario La Rioja, sábado 4 de febrero de 2006, página 4

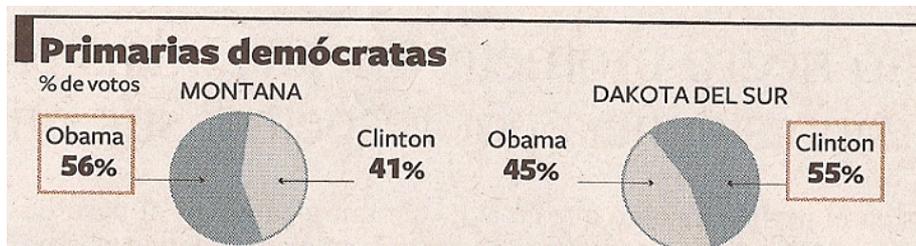


COMERCIALIZACIÓN DE RIOJA EN EL AÑO 2005 FUENTE: Consejo Regulador

Por categorías	Mercado interior			Mercado exterior			Totales		
	2005	2004	%	2005	2004	%	2005	2004	%
Sin crianza	79.367.049	85.811.034	-7,51	31.546.638	32.077.441	-1,65	110.913.687	117.888.475	-5,92
Crianza	77.538.791	74.485.927	4,10	20.598.406	20.301.526	1,46	98.137.197	94.787.453	3,53
Reserva	19.982.549	19.676.333	1,56	15.924.020	13.966.849	14,01	35.906.569	33.643.182	6,73
Gran Reserva	2.551.276	2.335.297	9,25	3.163.049	2.681.635	17,95	5.714.325	5.016.932	13,90
Totales	179.439.665	182.308.591	-1,57	71.232.113	69.027.451	3,19	250.671.778	251.336.042	-0,26

Por clases de vino	Mercado interior			Mercado exterior			Totales		
	2005	2004	%	2005	2004	%	2005	2004	%
Blanco	11.457.613	9.827.841	16,58	4.528.391	4.348.348	4,14	15.986.004	14.176.189	12,77
Rosado	8.625.846	7.987.802	7,99	2.034.305	1.836.948	10,74	10.660.151	9.824.750	8,50
Tinto	159.356.206	164.492.948	-3,12	64.669.147	62.842.155	2,91	224.025.623	227.335.103	-1,46
Totales	179.439.665	182.308.591	-1,57	71.232.113	69.027.451	3,19	250.671.778	251.336.042	-0,26

Ejemplo 15



El País, 5/6/08, p.2

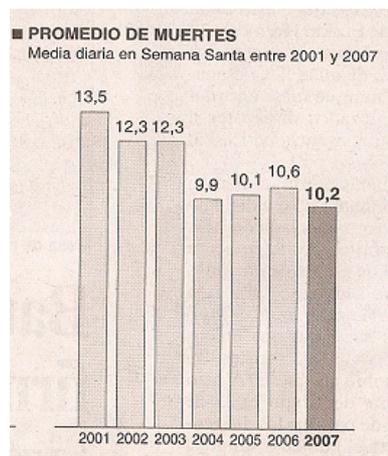
Ejemplo 16

La Rioja, 27/8/07, p. 8



Ejemplo 17

El País, 11/4/07, p.24.



ANEXO II

Primera secuencia de actividades (segunda fase: curso 2005/06)

LEE ESTE TEXTO EN PRIMER LUGAR

A continuación te proponemos una actividad con varias preguntas.

Responde a la primera pregunta y envía tu respuesta mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el archivo de Excel correspondiente.

Luego responde de la misma manera a la segunda pregunta y luego a la tercera.

Actividad 0

Se realizó un estudio en un colegio para conocer el color de los coches de todos los profesores que tienen automóvil. Los resultados que se han obtenido son los siguientes:

<i>COLOR</i>	<i>Nº DE COCHES</i>
Rojo	4
Azul	3
Blanco	12
Amarillo	1

Pregunta 1

Copia los datos en Excel y elabora una tabla con las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes de la distribución anterior (calcula también las acumuladas).

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 2

¿Cuál es la variable estadística de la distribución anterior? ¿Es cualitativa o cuantitativa?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta,

Pregunta 3

¿Qué medidas de tendencia central (media, mediana y moda) podrías calcular en la distribución anterior?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta.

Actividad 1

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

20	20	10	10	10	30	10	30	10	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Pregunta 1

Elabora una tabla en la hoja de cálculo donde se representen los valores de la variable estadística así como las frecuencias absolutas y las frecuencias absolutas acumuladas.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

Representa gráficamente los resultados obtenidos mediante un diagrama de barras (utilizando para ello las frecuencias absolutas).

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

Calcula la media aritmética, la mediana y la moda de la distribución.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 2

Pretendemos hacer un estudio sobre la distribución de los sueldos en una pequeña empresa de fabricación de muebles en Nájera. Los sueldos mensuales de los 11 trabajadores vienen dados por la siguiente tabla:

SUELDO (en euros)	Nº DE TRABAJADORES
570	2
580	3
600	2
650	2
700	1
800	1

Pregunta 1

Si el dinero que cobran entre todos cada mes se repartiera de forma que todos ganaran lo mismo, ¿Cuántos euros ganaría cada trabajador de la empresa? Copia los datos en Excel y realiza los cálculos que necesites.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 2

¿Cuál es el sueldo más frecuente en la empresa, es decir, el sueldo ganado por más trabajadores?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

¿Cuál debería ser el sueldo mensual de un trabajador de esta empresa para que la mitad de sus compañeros ganen menos que él (o como mucho lo mismo) y la otra mitad ganen más (o cuando menos igual)?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente

Actividad 3

En la actividad anterior pretendíamos hacer un estudio sobre la distribución de los sueldos en una pequeña empresa de fabricación de muebles en Nájera, sin embargo nos habíamos olvidado de incluir el sueldo del encargado, que es así mismo un trabajador de la empresa. La nueva tabla con los sueldos mensuales de los 12 trabajadores queda como sigue:

<i>SUELDO (en euros)</i>	<i>Nº DE TRABAJADORES</i>
570	2
580	3
600	2
650	2
700	1
800	1
3000	1

Pregunta 1

El propietario de esta empresa dice que el sueldo de sus trabajadores es más alto que el que ganan los trabajadores de una empresa cooperativa de la competencia en la que todos los trabajadores ganan un sueldo de 800 euros. ¿Qué argumento y cálculo estadístico crees que utiliza el empresario para decir tal cosa?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 2

Uno de los trabajadores (a quién le gusta la Estadística) no está de acuerdo con lo que dice el propietario, y le contesta, utilizando dos razonamientos diferentes, que sus sueldos son más bajos, por lo que debería subirles el sueldo. ¿Cuáles crees que son estos argumentos?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 4

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

10	12	12	10	10	20	10	20	10	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Pregunta 1

Elabora una tabla en la hoja de cálculo donde se representen los valores de la variable estadística así como las frecuencias absolutas. Utilízala para calcular la varianza de la distribución anterior.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

Calcula la desviación típica de la distribución.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

Calcula el coeficiente de variación relativa (de Pearson) de la distribución.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 5

Una bodega de Nájera quiere comercializar un nuevo vino de Rioja. Antes de distribuirlo en el mercado ha realizado una cata en la que han participado diez famosos expertos en vino. Los expertos han calificado al vino de la siguiente manera:

Excelente	Bueno	Bueno	Regular	Excelente	Bueno	Regular	Excelente	Excelente	Malo
-----------	-------	-------	---------	-----------	-------	---------	-----------	-----------	------

Pregunta 1

¿Qué porcentaje de expertos ha calificado el vino como Bueno o Excelente?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

Representa gráficamente los resultados obtenidos mediante un diagrama de barras (utilizando para ello las frecuencias relativas).

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

¿Podrías calcular la calificación media del vino? ¿y la mediana? ¿y la moda?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 6

Se les ha preguntado a 10 alumnos las notas que han sacado en la 1ª evaluación en las materias de Inglés, Francés y Lengua. Los resultados que se han obtenido vienen reflejados en la siguiente tabla:

Lengua	5	2	5	5	7	7	6	3	10	10
Francés	4	4	4	4	6	6	8	8	8	8
Inglés	4	5	5	5	6	6	6	6	7	8

Pregunta 1

Utiliza la hoja de cálculo para calcular la nota media de esos 10 alumnos en Lengua. Calcula también la nota media en Francés.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

¿En cuál de las dos materias, Francés o Lengua, las notas obtenidas por estos alumnos han sido más homogéneas, es decir, son menos dispersas? Justifica tu respuesta utilizando argumentos y cálculos estadísticos.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

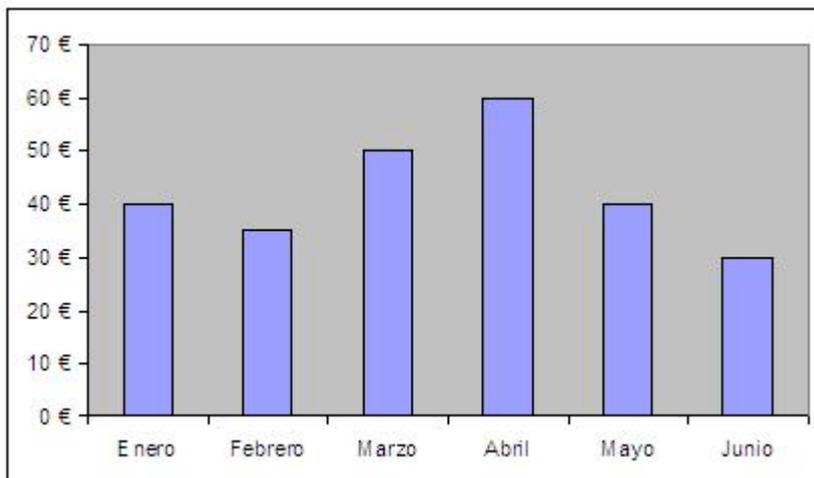
Pregunta 3

¿En cuál de las tres materias, Inglés, Francés o Lengua, las notas obtenidas por estos alumnos han sido más dispersas? Justifica tu respuesta utilizando argumentos y cálculos estadísticos.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 7

En el gráfico adjunto se muestra el dinero gastado en el teléfono fijo por una determinada familia a lo largo de medio año:



Pregunta 1

Da una estimación del gasto medio mensual de esa familia en el teléfono fijo durante ese medio año. Ayúdate de Excel para los cálculos.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 2

¿Cuál es la mediana de la distribución que aparece en el gráfico?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

¿Y cuál es la moda de la distribución que aparece en el gráfico?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta

Actividad 8

Tanto los fabricantes japoneses de reproductores de MP3 como los alemanes aseguran que sus aparatos tienen una "vida media" de 6 años (es decir, funcionan sin romperse 6 años en promedio). Para tratar de ver si esto es cierto se toman muestras al azar de 16 reproductores de cada fabricante y se investiga cuanto tiempo han durado sin romperse. Los años que han durado se pueden ver en la siguiente tabla:

<i>Fabricante alemán</i>	4	5	5	5	6	6	7	7	7	8
<i>Fabricante japonés</i>	2	2	4	4	5	5	6	8	11	12

Pregunta 1

¿Qué "vida media" se ha estimado con este muestreo para cada fabricante? Justifica la respuesta.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

¿Podemos asegurar que uno de los dos reproductores de MP3 representa una inversión mucho mejor que el otro? Justifica tu respuesta utilizando todos los argumentos de tipo estadístico que se te ocurran.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Introducción a la Actividad 9

La regla d'Hont es el método por el que se rige la asignación de escaños en nuestras consultas electorales. Vamos a verlo con un ejemplo

Supongamos que se presentan dos partidos. Al Partido Blanco le votan 2300 personas y al Partido Verde le votan 1500. Suponemos que se eligen

3 diputados .El proceso que hay que seguir es el siguiente:

Antes de proceder a la asignación de los escaños a los diversos partidos, se calcula el porcentaje de votos recibido por cada partido sobre el total de votos emitidos. Los que consiguen menos del 3% de los votos no reciben ningún escaño.

Para los partidos que reciban un número de votos igual o superior al 3% (que en este ejemplo son todos) se construye una tabla como la siguiente.

tabla8a2

	<i>Nº de votos dividido por 1</i>	<i>Nº de votos dividido por 2</i>	<i>Nº de votos dividido por 3</i>
Partido Blanco	2300	$(2300/2)=1150$	$(2300/3)=767$
Partido Verde	1500	$(1500/2)=750$	$(1500/3)=500$

Como puedes ver se obtiene una tabla con 6 números al realizarse las sucesivas divisiones de los votos entre 1, entre 2, etc. hasta acabar entre 3 que es el número de diputados que hay que escoger. De estos números solo hay que fijarse en los 3 mayores de la tabla, resaltados en color rojo en la tabla. De estos tres números, dos corresponden al Partido Blanco (2300 y 1150) y uno (1500) al Partido Verde.

De esta manera el **Partido Blanco obtendrá dos escaños y el Partido Verde obtendrá un escaño.**

Actividad 9

Imagina que en una ciudad en la que se eligen cuatro diputados los cuatro partidos que se han presentado consiguen los siguientes votos:

	<i>Partido 1</i>	<i>Partido 2</i>	<i>Partido 3</i>	<i>Partido 4</i>
<i>Votos conseguidos</i>	2200	1500	250	50

Pregunta 1

Copia los datos en Excel y calcula el porcentaje de votos conseguido por cada uno de los cuatro partidos. ¿Hay alguno que consiga menos del 3%?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 2

Según el método d'Hont descrito arriba, ¿cuántos escaños conseguirían cada uno de los cuatro partidos?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

¿Cómo sería el reparto de escaños si el Partido 2, el Partido 3 y el Partido 4 se hubieran presentado juntos formando una coalición frente al Partido 1? (supondremos que los votos que recibiría la coalición es la suma de los votos que han recibido los tres partidos)

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico en el que justifiques tu respuesta, adjuntando el fichero correspondiente

Actividad 10

En una clase de 3º ESO se les preguntó a todos los alumnos cuál era su afición preferida. Con las respuestas dadas se elaboró la tabla de frecuencias. Debido a causas desconocidas algunos de los valores se han borrado quedando solamente los datos que ves:

<i>Afición</i>	frecuencia absoluta f_i	Frec. .absoluta acumulada F_i	frecuencia relativa h_i	Frec. relativa acumulada H_i
Videojuegos	5			
Ver TV		8		
Leer				0'8
Oír música		20		

Pregunta 1

¿Cuántos alumnos de la clase tienen como afición preferida ver TV? Justifica la respuesta.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico.

Pregunta 2

¿Cuál es el número total de alumnos de la clase? Justifica la respuesta.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico.

Pregunta 3

Rellena la tabla de forma razonada explicando detalladamente el proceso que has utilizado. Utiliza Excel para ayudarte en los cálculos

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 11

A la final del concurso para elegir a Miss Nájera 2006 han llegado Isabel y Patricia. Después de realizar una serie de actividades los 5 jueces del concurso les han dado las siguientes notas finales (de 0 a 10)

	JUEZ 1º	JUEZ 2º	JUEZ 3º	JUEZ 4º	JUEZ 5º
Isabel	6	6	7	7	0
Patricia	5	5	6	6	10

Pregunta 1

Se ha rumoreado que el 5º juez es un familiar de Patricia. ¿Opinas que puede ser cierto o no? Justifica la respuesta

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico.

Pregunta 2

¿Crees que sería justo que la nota final de cada una fuera la media aritmética de las notas obtenidas? Justifica la respuesta

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Pregunta 3

¿Cuál o cuáles criterios para asignar la nota final a cada una de las dos participantes te parecen más representativos del sentir general de los jueces? Justifica la respuesta.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 12**Pregunta 1**

Pedro ha obtenido en el primer trimestre las siguientes notas en Matemáticas 8 , 9 , 8 y 7. Sabiendo que el primer examen vale el 30% de la nota, el segundo el 20 % y 15 % el tercero. ¿Qué nota obtendrá en el primer trimestre?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente de Excel.

Pregunta 2

Luisa ha obtenido en los cinco primeros exámenes de Ciencias Sociales un 6 de nota media, ¿qué nota tiene que sacar en el siguiente examen para no suspender? ¿Podría sacar un 7 de nota media? (todos los exámenes valen lo mismo y se puntúan de 0 a 10)

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

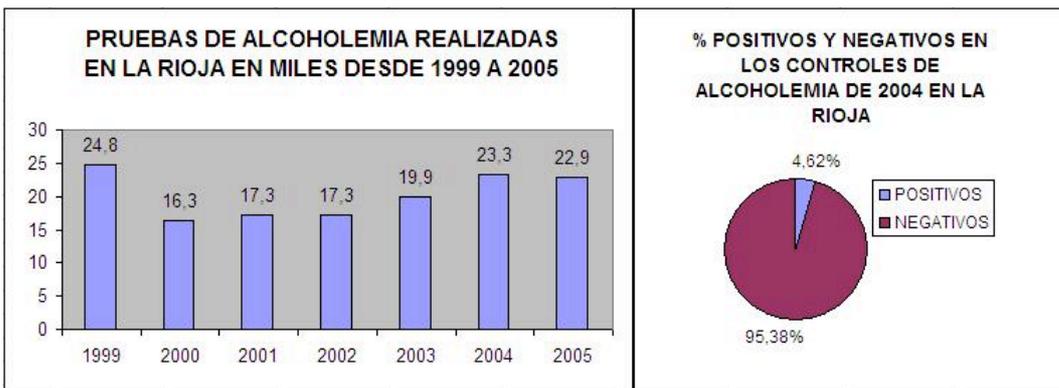
Pregunta 3

Inma ha obtenido en 10 exámenes de Tecnología una nota media de 8. Más tarde la profesora se ha dado cuenta de que para calcular la media se ha equivocado en dos notas y ha puesto 7'6 en lugar de 6'7 y 8'3 en lugar de 8'5. ¿Cuál es realmente la nota media de Inma? (todos los exámenes valen lo mismo).

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad 13

Los siguientes gráficos muestran información sobre el total de pruebas de alcoholemia realizadas en La Rioja.



Pregunta 1

¿Cuál fue el total (en miles) de pruebas de alcoholemia realizadas en La Rioja en 2003?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico.

Pregunta 2

¿Cuál fue el número total de personas que dieron positivo en los controles de alcoholemia realizados en La Rioja en 2004?

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

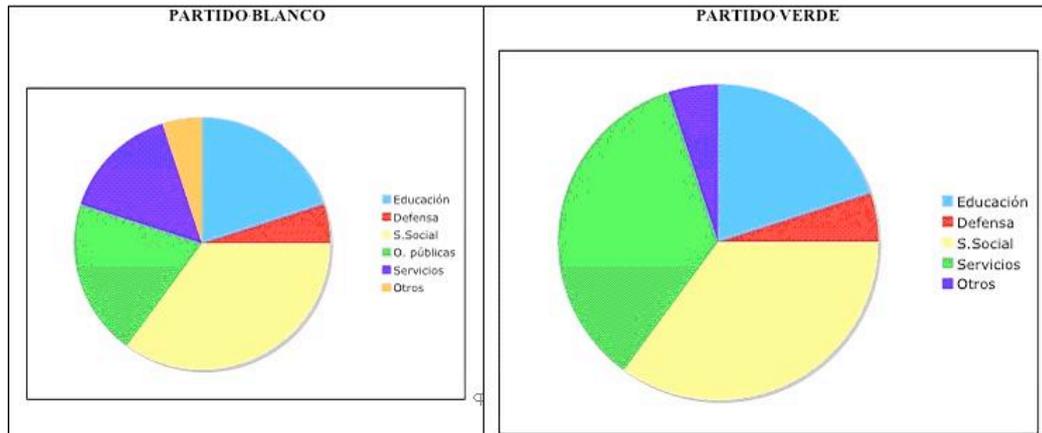
Pregunta 3

Calcula la media aritmética, la mediana y la moda de las pruebas de alcoholemia realizadas en La Rioja entre 1999 y 2005.

Envía el resultado mediante un mensaje de correo electrónico adjuntando el fichero correspondiente.

Actividad para el foro número 1:

En una convocatoria de elecciones, se presentan dos partidos el Partido Blanco y el Partido Verde; la distribución del presupuesto que cada uno adjudica viene reflejada en los gráficos adjuntos.



El Partido Verde asegura que ellos dedican más parte del presupuesto a Educación que el Partido Blanco; presentando los dos gráficos de abajo.

A ti, ¿Qué te parece la afirmación del Partido Verde?

Responde en el Tablero Electrónico y en su caso replica a las respuestas de tus compañeros.

Actividad para el foro número 2:

<p>Una revista femenina que se distribuye junto a una gran cantidad de periódicos los fines de semana publicó en sus páginas el gráfico de la derecha de acuerdo a los datos recopilados en el Estudio General de Medios (EGM):</p>	
<p>¿Crees que es una interpretación razonable de la gráfica decir que ha habido un enorme aumento de lectoras comparando los datos de la 2ª ola y de la 3ª ola del EGM de 2005?</p> <p>Escribe una explicación que fundamente tu respuesta sabiendo que el incremento de lectoras que se produjo entre la última ola del año 2003 y la primera ola del año 2004 viene representado por el siguiente gráfico:</p> <p>ENVIA TU RESPUESTA AL FORO</p>	

ANEXO III

Prueba estadística segunda
fase (curso 2005/06)

NOMBRE:CURSO:

1. Define característica, modalidad, variable estadística y atributo.

2. De los siguientes caracteres de los elementos de una población señala cuales son cualitativos y cuales cuantitativos:
 - a) sexo
 - b) nacionalidad
 - c) número de hermanos
 - d) edad
3. En estadística una población es (rodea la respuesta con un círculo):
 - a) número de personas de un pueblo
 - b) los elementos existentes en un pueblo
 - c) conjunto de elementos
4. De las siguientes variables indica cuales son de tipo discreto y cuales de tipo continuo:
 - a) número de hermanos
 - b) peso de los compañeros de clase
 - c) edades de los vecinos de una casa
 - d) diámetro de un tornillo
5. ¿Cuándo es mejor tomar una muestra que la población entera?

6. Se ha lanzado un dado 50 veces obteniéndose los siguientes resultados:
tabla 1 a 3

(datos)x_i	1	2	3	4	5	6
(frec.absoluta)f_i	8	7	10	12	8	5

El porcentaje correspondiente a la cara 6 es:

7. La frecuencia relativa de la cara 3 con los datos de la cuestión 6 es:
8. Dibuja un gráfico de barras con los datos de la cuestión 6

9. La suma de las frecuencias absolutas de cualquier tabla es igual a:
10. La suma de las frecuencias relativas de cualquier tabla es igual a:
11. El valor de la frecuencia absoluta acumulada del último dato es igual a:
12. En la siguiente tabla aparecen los intervalos con las frecuencias absolutas

intervalo	0-10	10-20	20-30	30-40
f_i	1	3	2	4

La marca de clase del intervalo 10-20 es:

13. Dibuja el histograma correspondiente al ejercicio 12

14. Las calificaciones obtenidas por 400 alumnos de un IES han sido:

Suspensos.....100

Aprobados.....300

Dibuja el correspondiente gráfico de sectores

15. Observando la distribución cuyos datos son 1,2,3,4,5 se tiene que la media aritmética es:

16. **El rango es:**

17. La mediana es:

18. El primer cuartil es:

19. El tercer cuartil es :

20. Si los datos fueran 1,2,3,4,5,5 **la mediana sería:**

21. La moda del ejercicio 20 es:

22. ¿Cuánto tiene que valer x para que la media sea 5?

x_i	1	x	5	7
f_i	1	2	3	4

23. Observa los cálculos que se presentan en la siguiente tabla:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$f_i d_i $	$f_i d_i^2$
5	1	5	20	400
15	2	30	20	200
25	3	75	0	0
35	4	140	40	400
	10	250	80	1000

NOTA: d_i es la diferencia entre cada dato x_i y la media aritmética

La media aritmética es:

24. La desviación media de la cuestión 23 es:

25. **La varianza de la cuestión 23 es :**

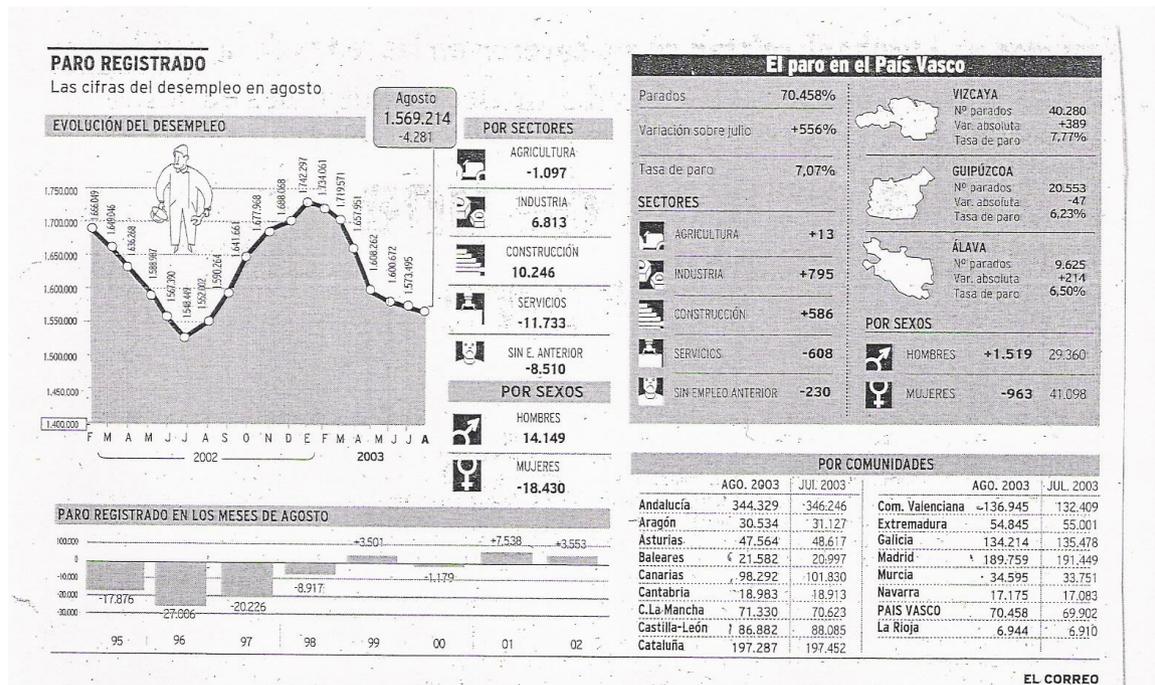
26. La desviación típica de la cuestión 23 es:

27. Si en diez exámenes he obtenido de media 6,8 ¿Cuánto debo obtener en el próximo para que la media de los once sea 7?

28. Un tendero va a MercaRioja a comprar melones, para ello analiza dos muestras de 20 melones obteniendo una media aritmética en ambas de 1 Kg. y una desviación típica de 0,2 Kg. en la primera muestra y de 0,7 Kg. en la segunda. ¿Qué tipo de melones crees que compraría el tendero? Justifica la respuesta

29. Y si en ejercicio anterior los resultados hubieran sido en la primera muestra la media 1,5 Kg y la desviación típica 0,5 Kg. y en la segunda la media 1,8 Kg y la desviación típica 0,9 Kg. ¿Qué tipo de melones crees que compraría el tendero? Justifica la respuesta

En un diario regional apareció publicada la siguiente información el jueves 4 de septiembre de 2003. Los datos publicados por el INE se refieren a la población de dieciséis años o más. La tasa de paro es el cociente entre parados y activos expresada en porcentaje, donde la población activa es la suma de ocupados y parados. **Contesta a las preguntas de la página siguiente**



El paro baja en agosto por primera vez en tres años por el empleo femenino

30. Considerando el tiempo comprendido entre febrero de 2002 y agosto de 2003, ¿en qué mes hubo el máximo número de parados?
31. ¿y el mínimo?
32. ¿En qué provincia vasca ha aumentado el número de empleos?
33. ¿Cuántos parados había en Vizcaya en julio de 2003?
34. En el cuadro de *El paro en el País Vasco* aparece a la derecha de Parados la expresión 70.458%. ¿Cómo interpretas este dato?
35. Justo debajo aparece Variación sobre julio y el dato +556%. ¿Qué es lo que quiere decir?
36. ¿Qué ocurrió en agosto en La Rioja? ¿Subió o bajó el número de parados?
37. Considerando el tiempo comprendido entre 1995 y 2003, y fijándonos en el mes de agosto de esos años ¿en qué año disminuyó más el paro?
38. Fijándonos en los datos del País Vasco, ¿cuál es la población activa de Guipúzcoa en el mes de agosto de 2003?
39. La tasa de paro en agosto de 2003 del País Vasco es 7,07%, ¿es éste valor la media aritmética de las tasas de paro de las tres provincias vascas? Justifica la respuesta
40. ¿A qué territorio hace referencia el titular **El paro baja en agosto...**?

ANEXO IV

Segunda secuencia de actividades (correspondientes a la segunda y a la tercera fase: cursos 2006/07 y 2007/08)

Actividad 0

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

10	15	16	10	16	11	16
----	----	----	----	----	----	----

Encuentra la moda de los datos.

Actividad 1

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

20	11	16	12	10	15	13
----	----	----	----	----	----	----

Encuentra la mediana de los datos.

Actividad 2

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

10	15	16	12	20	11	13
----	----	----	----	----	----	----

Pregunta 1

Encuentra la media aritmética de los datos.

Pregunta 2

Halla ahora la media geométrica y la media armónica.

Pregunta 3

En las partes previas de esta actividad has calculado la media aritmética, la geométrica y la armónica de siete valores. Como habrás podido ver para esos siete valores se cumple que la media aritmética es mayor que la geométrica, y ésta a su vez es mayor que la media armónica.

¿Se cumplirá esta relación de orden siempre? ¿Cuándo las tres medias serán iguales?

Actividad 3

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla:

10	15	16	12	20	11	13
----	----	----	----	----	----	----

Encuentra la varianza de los datos.

Actividad 4

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla: t5a4

10	15	16	17	20	11	13
----	----	----	----	----	----	----

Pregunta 1

Calcula la desviación típica de los datos.

Pregunta 2

Halla ahora las desviaciones medias con respecto a la media aritmética y con respecto a la mediana

Pregunta 3

En las partes previas de esta actividad has calculado la desviación típica, la desviación media con respecto a la media y con respecto a la mediana de siete valores. Como habrás podido ver para esos siete valores se cumple que la desviación media con respecto a la mediana es la más pequeña de las tres desviaciones.

Suponiendo que los valores de la variable son siempre positivos ¿Se cumplirá lo anterior siempre? ¿Habrá alguna relación de orden entre las tres desviaciones?

Actividad 5

Los valores que toma una determinada variable estadística vienen dados por la siguiente tabla: t6a4

10	15	16	18	20	22	24
----	----	----	----	----	----	----

Calcula el coeficiente de variación relativa (de Pearson) de los datos.

Actividad 6

La frecuencia con que aparecen las letras en un idioma sirve por ejemplo para cifrar o descifrar mensajes. Supón que en español las letras aparezcan con la siguiente frecuencia aproximada:

a, e, i	c, d, n	o, r, s	l, t	p, m, b	u, b, f	resto
>10%	> 7% y < 9%	> 6% y < 7%	>4% y < 6%	>2% y < 4%	> 1% y < 2%	<1%

Nota: No se tienen en cuenta las tildes, es decir, para nosotros la letra í la consideramos igual que la i

Pregunta 1

En la siguiente cita: "*Hacer Geometría es el arte de razonar bien sobre dibujos mal hechos*"

¿Cuál es la frecuencia absoluta, la relativa y el porcentaje de aparición de la letra a en la cita anterior?

Pregunta 2

¿Se corresponde el porcentaje de aparición en la cita anterior de los caracteres a, h, y e con el que esperamos según la tabla?

Pregunta 3

Aquí a continuación puedes ver una cita cifrada de H. G. WELLS, utiliza la tabla anterior para descifrar el mensaje siguiente:

\$@ 2\$Ç4yî%\$Ç{# \$4{y}%4{%7# 4\$9y 1Ç]%y {yÇ Ç\$7\$4y9%# 2y9y \$@
7%1]y]yÇ# \$+%7%\$Ç{\$ 7#î# @y 7y2y7%]y]]\$ @\$9 * \$479%%9

Actividad 6BIS

Se realizó un estudio para saber la nacionalidad de los alumnos de un instituto. Los resultados que se han obtenido son los siguientes:

Nacionalidad	Española	Marroquí	Pakistani	Rumana	Ecuatoriana
Nº Alumnos	230	10	2	10	8

¿Qué medidas de tendencia central (media, mediana y moda) podrías calcular en la distribución anterior y cuál es su valor?

Actividad 7

Tenemos ocho datos ordenados de menor a mayor:

1, 3, 5, ?, ?, 8, 8 y 8

Como puedes ver desconocemos el valor de dos datos, sin embargo sabemos que la mediana de los ocho datos es 7. ¿Cuál es la media aritmética?

Actividad 8

Pretendemos hacer un estudio sobre la distribución de la paga en una clase de 4º ESO. La paga semanal de los 25 alumnos viene dada por la tabla:

Paga (euros)	15	20	22	24	25
Nº Alumnos	8	7	5	3	2

Pregunta 1

¿Cuál es la paga más frecuente que reciben los alumnos de la clase, es decir, la paga ganada por más alumnos?

Pregunta 2

Si el dinero que reciben entre todos de paga semanal se repartiera de forma que a todos le dieran el mismo dinero de paga, ¿cuántos euros recibiría cada alumno?

Pregunta 3

¿Cuál debería ser la paga semanal de un alumno de esa clase para que la mitad sus compañeros reciban menos dinero de paga que él (o como mucho lo mismo) y la otra mitad reciban más (o cuando menos igual)?

Actividad 9

En una clase hay 30 alumnos, 10 chicos y 20 chicas. El peso medio de los chicos es de 70 kilos y el de las chicas es de 50 kilos. ¿Cuál es el peso medio de los 30 alumnos de la clase?

Actividad 10

En una clase de 4º ESO se les preguntó a todos sus alumnos cuál era su afición preferida, con las respuestas dadas se elaboró la siguiente tabla, aunque algunos de los valores han desaparecido:

<i>Afición</i>	frecuencia absoluta f_i	Frec. absoluta acumulada F_i	frecuencia relativa h_i	Frec. relativa acumulada H_i
Ver TV	4			
Leer		7		
Videojuegos				0,6
Oír música		30		

Pregunta 1

¿Cuántos alumnos de la clase tienen como afición preferida leer?

Pregunta 2

¿Cuál es el número total de alumnos de la clase? Justifica la respuesta

Pregunta 3

¿Cuántos de los alumnos de la clase tienen por afición preferida los videojuegos?

Actividad 11

La nota media en Matemáticas de una clase de 30 alumnos ha sido de seis. Trece alumnos han suspendido con un 4 y el resto de la clase ha superado el 5.

¿Cuál es la nota media de los alumnos aprobados?

Actividad 12

Se les ha preguntado a 6 alumnos las notas que sacaron el año pasado en las materias de Música y Plástica. Los resultados que se han obtenido vienen reflejados en la siguiente tabla:

Música	6	8	8	7	5	8
Plástica	9	9	7	7	5	5

Pregunta 1

Calcula la nota media de esos 6 alumnos en Música. Calcula también la nota media en Plástica.

Pregunta 2

¿En cuál de estas dos materias, Música o Plástica, las notas obtenidas por estos alumnos son más homogéneas, es decir, son menos dispersas?

Justifica tu respuesta utilizando argumentos y cálculos estadísticos.

Pregunta 3

Se les ha preguntado a 6 alumnos las notas que sacaron el año pasado en las materias de Música, Plástica y Tecnología. Los resultados que se han obtenido vienen reflejados en la siguiente tabla:

Música	6	8	8	7	5	5
Plástica	9	9	7	7	5	5
Tecnología	4	6	5	7	5	8

¿En cuál de estas tres materias, Música, Plástica o Tecnología, las notas obtenidas por estos alumnos son más homogéneas, es decir, son menos dispersas?

Justifica tu respuesta utilizando argumentos y cálculos estadísticos.

Actividad 13

La tabla siguiente muestra los goles marcados y los goles recibidos por cuatro equipos en unos partidos de la Liga de Campeones de 2006/07, aunque dos valores son desconocidos.

	Olimpique. de Lyon	Real Ma- drid	Steaua de Bucarest	Dinamo de Kiev
GF	11		6	3
GC	2	6		14

GF: goles a favor, son los goles marcados por el equipo en esos partidos.

GC: goles en contra, son los goles recibidos por el equipo en esos partidos.

Sabiendo que la media de goles recibidos en esos partidos por cada equipo es de 8 goles, ¿cuántos goles ha marcado en el total de esos partidos el Real Madrid?

Actividad 14

Una empresa de paquetería tiene que renovar su flota automovilística. Les ha gustado mucho un vehículo, pero antes de realizar una fuerte inversión han pedido la opinión de siete famosos expertos en automóviles. Los expertos han calificado el vehículo de la siguiente manera:

Excelente	Bueno	Bueno	Regular	Muy buenc	Regular	Bueno
-----------	-------	-------	---------	-----------	---------	-------

Pregunta 1

¿Qué porcentaje de expertos ha calificado el vehículo como Bueno o Muy bueno?

Pregunta 2

¿Con qué frecuencia relativa aparece la calificación Regular?

Pregunta 3

¿Podrías calcular la calificación media del vehículo dada por los expertos? ¿Y la mediana? ¿Y la moda?

Actividad 15

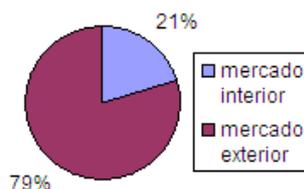
El elemento químico llamado Argón se presenta en la naturaleza en forma de tres isótopos diferentes, cuyas masas, aproximadamente, son 35,97, 37,96 y 39,96 unidades de masa atómica. Sabiendo que la abundancia con la que cada uno de dichos isótopos se presenta en el argón natural es 0,34%, 0,06% y 99,60% respectivamente, ¿cuál será la masa atómica media del Argón?

Actividad 16

Los siguientes gráficos muestran información sobre el total del número de ventas de vino de Rioja.



%ventas de vino de Rioja en el mercado interior y en el exterior durante el año 2003



Pregunta 1

¿Cuál fue la venta total de vino de Rioja (en millones de litros) en el año 2001?

Pregunta 2

¿Cuál fue el número total de vino de Rioja (en millones de litros) que se vendieron en el mercado exterior durante el año 2003?

Pregunta 3

Calcula la media aritmética y la mediana de la venta de vino de Rioja realizada entre los años 2000 y 2005.

Actividad 17

Pregunta 1

Óscar da vueltas con su bicicleta en el nuevo velódromo de su ciudad. En la primera vuelta consigue una velocidad constante de 10 km/h y en la segunda una velocidad constante de 20 km/h. ¿Cuál ha sido la velocidad media de Óscar en esas dos vueltas?

Pregunta 2

¿Qué velocidad tiene que conseguir Óscar en la tercera vuelta para que la velocidad media de las tres vueltas sea de 15 km/h?

Pregunta 3

Ya sabes las velocidades conseguidas por Óscar en cada una de las tres primeras vueltas. Si Óscar pudiera escoger la media que prefiriera (aritmética, geométrica o armónica), ¿cuál crees que escogería si lo que él quiere es conseguir que la velocidad media sea la mayor posible?

Actividad 18

En la tabla adjunta aparece información sobre las películas más taquilleras en España:

<i>Película</i>	Semanas en cartel	Nº espectadores última semana	Recaudación acumulada (en euros)
Noche en el museo	2	518 815	7 925 163
En busca de la felicidad	1	329 029	1 885 681
Babel	6	112 502	8 184 732

Pregunta 1

Con los datos de la tabla, ¿cuánto estimas que cuesta de media una entrada de cine en España?

Pregunta 2

¿Cuántos espectadores han visto la película "Babel" en las seis semanas que lleva en cartel en España?

Pregunta 3

¿Cuántos espectadores vieron la película "Noche en el museo" en la primera semana que se estrenó en España?

Actividad 19

Se ha confeccionado una tabla con las edades de un grupo de 30 alumnos y la frecuencia absoluta con la que aparecen:

Edad (años)	14	15	16	17	18
Nº Alumnos	10	4	6	3	7

Pregunta 1

Calcula la edad media de los 30 alumnos.

Pregunta 2

¿Cuál será la edad media de estos alumnos dentro de 5 años?

Pregunta 3

¿Qué le ocurre a la media aritmética de una serie de valores cuando a todos ellos se les suma la misma cantidad?

Actividad 20

Consideremos los números naturales del 1 al 100, ambos inclusive. Imagina que nos fijamos en las cifras que contienen esos números, por ejemplo el número 45 tiene la cifra 4 y la cifra 5.

Pregunta 1

¿Cuál es la frecuencia absoluta de la cifra 2 entre esos números?

Pregunta 2

Calcula la frecuencia absoluta de la cifra 1 y el porcentaje con el que aparece la cifra 0 entre esos números.

Pregunta 3

Calcula de entre las cifras que contienen los números del 1 al 1.000, el 1 y el 1.000 incluidos, la frecuencia absoluta de la cifra 2, la frecuencia relativa de la cifra 1 y el tanto por ciento de veces que aparece la cifra 0.

Actividad 21

Pregunta 1

Luis ha obtenido en los cuatro exámenes de Ciencias Sociales de la segunda evaluación las siguientes notas: 8, 9, 8 y 7. Sabiendo que la nota final se obtiene calculando la media aritmética de los 4 exámenes y que el primer examen cuenta el 30% de la nota, el segundo el 20% , el tercero el 15% y el cuarto el 35%. ¿Qué nota obtendrá en Ciencias Sociales en la segunda evaluación?

Pregunta 2

Emilio ha obtenido en los cinco primeros exámenes de Matemáticas un 6 de nota media Si todas las notas cuentan lo mismo, ¿qué nota debería sacar en el siguiente examen para que su nota media sea un 6´5?

Pregunta 3

En 10 exámenes de Música, Laura obtuvo inicialmente una nota media de 8. Más tarde la profesora tras revisar los exámenes comprobó que la penúltima nota de 7´6 era exactamente de 6´7 y la última nota era de 8´5 en lugar de 8´3.¿Cuál será la nota definitiva de Laura en esos 10 exámenes teniendo en cuenta estas dos modificaciones?

Actividad 22

La siguiente tabla muestra los coeficientes de inteligencia (CI) de 200 alumnos de un instituto:

C. I.	74	80	90	98	110	125
Nº alumnos	8	20	65	78	27	2

Pregunta 1

Un padre dice que la mitad de los alumnos del instituto tienen un coeficiente de inteligencia superior (o igual) al de su hijo, y la otra mitad inferior (o igual). ¿Qué coeficiente de inteligencia tiene su hijo?

Pregunta 2

Supongamos que se quieren hacer estudios sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos con mayor C.I. pero por razones presupuestarias sólo se puede atender al

14% de los alumnos del instituto. ¿Qué C.I. deberá tener un alumno como mínimo para poder ser considerado dentro de ese grupo de elegidos?

Pregunta 3

Supongamos que se quieren preparar unas clases de apoyo para atender al 20% de los alumnos del instituto, precisamente para aquellos que tengan menor C.I. ¿Hasta que alumnos de qué C.I. deberemos considerar en estas clases?

Actividad 23

Pregunta 1

Según un portavoz del Ayuntamiento la última de las manifestaciones en la ciudad discurrió por un recorrido de unos 54.000 metros cuadrados que los manifestantes ocupaban totalmente. Así mismo, según el mismo portavoz los técnicos del Ayuntamiento estimaron que había una media de 4 personas por metro cuadrado. ¿Cuál crees que ha sido la estimación del número de manifestantes dada por el Ayuntamiento basándose en los datos anteriores?

Pregunta 2

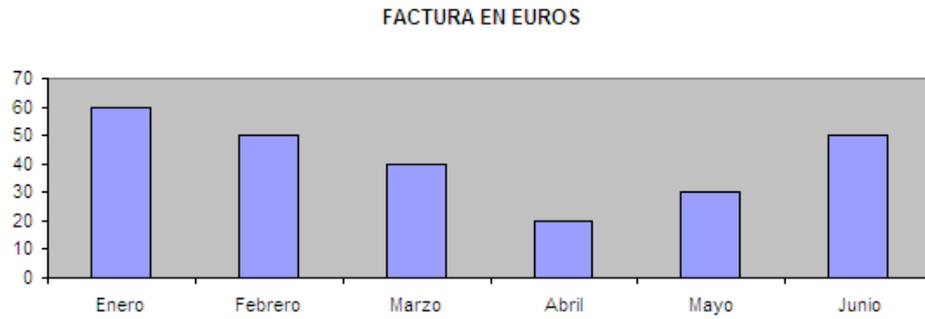
La Delegación del Gobierno en la ciudad está de acuerdo con el Ayuntamiento en que los manifestantes ocupaban totalmente los 54.000 metros cuadrados de la calle. Sin embargo, la estimación del número de manifestantes que ha dado ha sido de 94.500 personas. ¿En la estimación de qué dato se habrán basado para llegar a tal conclusión y cuál es su valor?

Pregunta 3

Fuentes de la Comunidad Autónoma explicaron que a los 54.000 metros cuadrados por los que discurrió la manifestación hay que descontarle 1.500 entre arboleda, mobiliario urbano y otros elementos arquitectónicos. Además hay que sumar la presencia de manifestantes en 5.200 metros cuadrados de las calles adyacentes. Los técnicos de la Comunidad estimaron que el número de personas por metro cuadrado en la calle principal fue de 4 y en las calles adyacentes de 2,75. ¿Cuál crees que fue el número de manifestantes según la Comunidad Autónoma?

Actividad 24

En el gráfico adjunto se muestra el dinero gastado en electricidad por una determinada familia a lo largo de medio año:



Pregunta 1

Da una estimación del gasto medio mensual de esa familia en electricidad en ese medio año.

Pregunta 2

¿Cuál es la mediana de la distribución que aparece en el gráfico?

Pregunta 3

¿Cuál es la desviación típica de la distribución que aparece en el gráfico?

Actividad 25

El peso en kilogramos de un grupo de alumnos viene dado por la siguiente tabla:

Peso	60	65	70	75	80	85
Alumnos	10	10	8	7	3	2

Pregunta 1

Calcula la desviación típica del peso de esos alumnos.

Pregunta 2

Supongamos que cada uno de los 40 alumnos adelgazara exactamente 4 kilogramos.

¿Cuál sería entonces la desviación típica del peso de los alumnos?

Pregunta 3

¿Qué le ocurre a la desviación típica de una serie de datos cuando a cada uno de los datos se les resta la misma cantidad fija? ¿Y si se les suma la misma cantidad? Investiga utilizando el Área de Trabajo para realizar todos los cálculos que necesites.

Actividad 26

Lorena y Marta son las dos únicas chicas que se han presentado al certamen de belleza Miss Rioja. Después de realizar una serie de actividades los 5 jueces del concurso les han dado las siguientes puntuaciones finales (de 0 a 10)

	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5
Puntuación de Lorena	2	8	8	6	2
Puntuación de Marta	9	7	6	5	5

Pregunta 1

Sabiendo que ganará el certamen la chica que obtenga la mayor puntuación media, ¿quién será la nueva Miss Rioja?

Pregunta 2

¿Qué opinas del resultado, conociendo que el primer juez del certamen era un familiar de Marta?

Pregunta 3

¿Crees que se podría haber resuelto el certamen de una manera más justa utilizando otras medidas estadísticas?

Actividad 27

Según la Consejería de Agricultura de La Rioja (con fecha 7 de febrero de 2007) los precios medios por kilogramo de producto en Origen y Destino de una serie de alimentos viene dada por la siguiente tabla:

euros / kg	Pera	Manzana	Patata	Lechuga	Acelga
Origen	0,40	0,36	0,30	0,20	0,60
Destino	1,57	1,43	0,64	0,72	1,40

Pregunta 1

Si compramos directamente al agricultor 15 kg de peras, 12 kg de lechugas y 10 kg de acelgas y luego las vendemos al precio que está en la tienda, ¿cuánto dinero ganaríamos?

Pregunta 2

Un agricultor a la vista de la tabla dice que con lo que más ganan los tenderos es con la pera, ¿en qué cálculos y argumentos crees que se basa para decir tal cosa?

Pregunta 3

Un tendero dice que él con lo que más gana es con la manzana, ¿en qué cálculos y argumentos crees que se basa para decir tal cosa?

Actividad 28

Pregunta 1

Dividiendo cada número 4, 8, 12, 16 y 24 entre 4 obtenemos el siguiente conjunto 1, 2, 3, 4 y 6. Calcula la media y la desviación típica de ambos conjuntos.

Pregunta 2

Si a un conjunto de números los divides por una misma cantidad fija, ¿qué relación hay entre las medias y las desviaciones del conjunto inicial y las del que se obtiene al dividir todos los números por esa cantidad? Utiliza el área de trabajo para realizar los cálculos que necesites para justificar tu respuesta

Pregunta 3

Una fábrica de ladrillos dispone de tres centros de producción. En el centro de Logroño se hace un estudio de los ladrillos producidos al mes durante el año pasado, obteniéndose una media de producción mensual de 120.000 ladrillos, con una desviación típica de 12.000 ladrillos. Se sabe que en el centro de Nájera se produce al mes la tercera parte que en el de Logroño, y que el centro de Calahorra produce cada mes la mitad que el de Nájera. ¿Cuál es la media y la varianza de la producción mensual de ladrillos del centro de Calahorra?

Actividad 29

Dos grupos, uno de 10 expertos y otro de 8 expertos, valoran las prestaciones de dos modelos de automóvil diferentes, de la siguiente manera:

Modelo XZ	M B M E E B B B
Modelo ACX	E M R R M M E E R E

Pregunta 1

Si nos fijáramos en el porcentaje de expertos que valoran los automóviles con las calificaciones de Bien y Excelente, ¿qué modelo estaría valorado más positivamente, el XZ o el ACX?

Pregunta 2

Si nos fijáramos en la moda como medida estadística más representativa de las calificaciones otorgadas por los expertos, ¿qué modelo estaría valorado más positivamente, el XZ o el ACX? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 3

Si nos fijáramos en la mediana como medida estadística más representativa de las calificaciones otorgadas por los expertos, ¿qué modelo estaría valorado más positivamente, el XZ o el ACX? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 30

Se ha realizado el mismo examen en cuatro grupos de la ESO. Los resultados obtenidos en tres de ellos vienen dados por la siguiente tabla:

	Puntuación media	Desviación típica
4º A	5	1'5
4º B	5	1
4ª C	2	0'5

Pregunta 1

Sin realizar cálculos responde JUSTIFICADAMENTE, ¿en qué curso son las notas más homogéneas, es decir, están menos dispersas con respecto a la media, en 4º A o en 4º B?

Pregunta 2

¿En cuál de los tres cursos son las notas más homogéneas, es decir, están menos dispersas con respecto a la media, en 4º A, en 4º B o en 4º C? ¿Por qué?

Pregunta 3

Se sabe que en el curso 4º D la puntuación media del examen ha sido de 6,75 y la varianza ha sido cero. También sabemos que la puntuación mediana de los cursos 4º A, 4º B y 4º C ha sido respectivamente de 4, 6 y 3. ¿Cuál de los cuatro cursos 4º A, B, C o D ha conseguido una mayor puntuación mediana en el examen? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 31

Pregunta 1

En una clase de 4º ESO 7 alumnos no tienen ningún hermano, 9 alumnos tienen dos hermanos, 3 alumnos tienen 3 hermanos y 5 alumnos tienen un hermano. Halla el número mediano de hermanos que tienen los alumnos de esa clase. JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 2

Si a mitad de curso se incorpora Miguel a la clase, que es hijo único ¿cuántos hermanos como máximo tiene el 75 % de los alumnos que menos hermanos tienen? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 3

Una vez que se ha incorporado Miguel, ¿cuántos hermanos como máximo tiene el 75 % de los alumnos que menos hermanos tienen? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 32

Imagina que en una provincia en la que se eligen 4 diputados los cuatro partidos que se han presentado consiguen los siguientes votos:

	Partido 1	Partido 2	Partido 3	Partido 4
Votos conseguidos	2500	1750	700	100

Pregunta 1

Según el método d'Hont (consulta la Ayuda para que veas en que consiste) ¿cuántos escaños conseguirían cada uno de los cuatro partidos

Pregunta 2

¿Cómo sería el reparto de escaños si el Partido 2, el Partido 3 y el Partido 4 se hubieran presentado juntos formando una coalición frente al Partido 1? (suponemos que los votos que recibiría la coalición es la suma de los votos que han recibido los tres partidos)

Pregunta 3

En las elecciones autonómicas de la Comunidad Valenciana los escaños se asignan de la misma manera excepto que es necesario conseguir al menos el 5% de los votos para conseguir escaño, y no el 3%. Así en las elecciones autonómicas de 2003 se eligieron en Castellón 24 escaños y los partidos obtuvieron los siguientes votos:

Partido	PP	PSPV-PSOE	ENTESA	BNV-EV	UNIÓN-UNIÓN	Otros
Votos	139.118	105.446	12.707	16.864	5.843	4.045

¿Cuántos escaños obtuvo cada partido en esas elecciones?

Actividad 33

De acuerdo a la información aparecida en el periódico El País con fecha 27/04/07 los valores de algunas divisas extranjeras son los siguientes (unidades por cada euro):

	Comprador	Vendedor
Coronas eslovacas	33,61	33,54
Coronas islandesas	87,63	87,35
Rublos rusos	35,01	35,00
Dólares EEUU	1,36	1,35

NOTA IMPORTANTE: La institución que facilita el cambio de moneda, (Banco, Caja, etc.) lo hace siempre de la manera en la que gana más dinero

Pregunta 1

Peter viene de Nueva York con 1.000 dólares en el bolsillo y al llegar a Madrid los cambia a euros. ¿Cuántos euros recibirá a cambio de los 1000 dólares?

Pregunta 2

Los tres nietos de Juan se van a ir de vacaciones a Rusia y su abuelo les ha dado 1000 euros para que los cambien a rublos. Si los nietos se reparten los rublos de forma equitativa, ¿cuántos rublos le corresponden a cada uno?

Pregunta 3

Luis guarda de sus viajes anteriores 3000 rublos, 600 coronas eslovacas y 2000 dólares estadounidenses. Si los cambia a euros y los reparte de forma que a cada uno de sus cuatro hijos les corresponde la misma cantidad, ¿cuánto recibe cada hijo?

Actividad 34

En una ciudad el sistema por el cual se calcula la categoría de las calles para el pago de las tasas municipales se basa en tres parámetros de referencia, la distancia al centro, la calidad de la urbanización y el nivel de equipamientos comerciales, que los técnicos han aplicado para asignar a cada calle tres números del número 1 (categoría superior) al 7 (categoría inferior).

Pregunta 1

Los mismos técnicos proponen que por sus especiales características, la calidad de la urbanización debe ser lo que se considere de mayor peso, el doble que los otros. Una

calle que tiene asignado un 3 en distancia al centro, un 2 en calidad de urbanización y un 4 en nivel de equipamientos comerciales, ¿qué categoría de calle tendría según los técnicos?

Pregunta 2

Desoyendo a los técnicos, el concejal del ayuntamiento calcula la categoría final de la calle de la manera siguiente: la calidad de la urbanización (CU) se divide entre dos, se le suman la distancia al centro (DC) y el nivel de equipamientos comerciales (NEC) y el resultado se divide entre tres. Un casa que tiene asignado un 4 en DC, un 5 en CU y un 3 en NEC, ¿qué categoría tendrá según el concejal?

Pregunta 3

Supongamos que el dinero que hay que abonar al ayuntamiento en concepto de tasa municipal se obtiene dividiendo 100 euros entre la categoría de la calle. Si tú vives en una calle que tiene asignado un 4 en distancia al centro un 2 en calidad de urbanización y un 3 en nivel de equipamientos comerciales. ¿Qué método preferirías que te asignaran para valorar la categoría de la calle, el de los técnicos o el del concejal si lo que quieres es pagar lo menos posible? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 35

En la nota de Selectividad el 60% de la nota corresponde a la nota media obtenida en Bachillerato y el 40% restante a la nota obtenida en las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU), debiendo obtener como mínimo un 4 de nota media en la PAU para poder aprobar la selectividad.

Pregunta 1

Miguel finalizó el Bachillerato en el IES Rey Don García de Nájera con una nota media de 7'25 y obtuvo en los exámenes de la PAU en la Universidad de La Rioja una nota media de 6'5. ¿Qué nota final obtuvo Miguel en la selectividad?

Pregunta 2

¿Cuál será la nota mínima que debe sacar un alumno en la PAU para aprobar selectividad si tiene un 5,75 de nota media en el Bachillerato?

Pregunta 3

Lourdes ha obtenido un 8 de nota media en los dos cursos de Bachillerato. Su mayor ilusión es estudiar Enfermería en la Universidad de La Rioja, pero la nota de corte de selectividad es de 8'75 (nota mínima en la selectividad del año anterior para poder

matricularse en esos estudios). ¿Qué nota aproximadamente debe obtener Lourdes en la PAU para poder estudiar Enfermería?

Actividad 36

Las notas obtenidas en un examen de Matemáticas por un grupo de alumnos de 4º ESO vienen dadas por la siguiente tabla:

Notas	Nº alumnos
[0 , 5)	8
[5 , 7)	6
[7 , 9)	2
[9 , 10)	4

Pregunta 1

¿Cuál es la nota media que han obtenido los alumnos en dicho examen? ¿Cuál es la desviación típica de las notas?

Pregunta 2

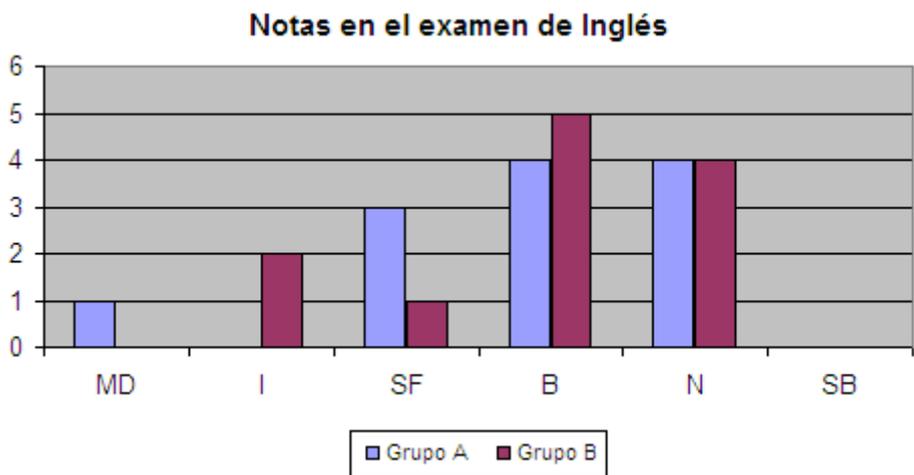
¿Cuál es el intervalo mediano? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 3

¿Cuál es el intervalo modal? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 37

El gráfico siguiente muestra los resultados en un examen de Inglés para dos grupos de Bachillerato en los años 80. Se aprobaba con una nota de Suficiente o más.



MD: Muy Deficiente I: Insuficiente SF: Suficiente B: Bien N: Notable SB: Sobresaliente

Pregunta 1

Al observar el gráfico los alumnos del grupo B afirmaron que, estadísticamente, en ese examen fueron mejores que los del Grupo A. Los del A no estuvieron de acuerdo y dieron, a la vista del gráfico, un argumento matemático que sostenía lo contrario. ¿Cuál crees que fue ese argumento?

Pregunta 2

¿Qué medidas de tendencia central (media, mediana y moda) se pueden calcular para las notas de los grupos A y B? Hállalas en el caso de que sea posible. JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 3

Supón que la nota se ponía atendiendo al siguiente criterio basado en la puntuación obtenida en el examen MD: [0,2) I:[2,5) SF:[5,6) B: [6,7) N:[7,9) SB:[9,10)

¿Podrías hallar ahora la nota media en el examen de los grupos A y B? ¿En el caso de que así fuera, quién fue mejor en el examen atendiendo a este criterio el grupo A o el B?

Actividad 38

La siguiente tabla muestra información sobre los jugadores de baloncesto de Caja Rioja de la temporada 2006/2007 (La altura está en metros y la edad en años):

Nombre	Puesto	Altura	Edad
Macía	Alero	1,98	26
Ulises Deniz	Base	1,85	27
Rashard Lee	Alero	1,98	28
D. Suka	Alero	1,92	28
M. Suka	Alero	1,92	20
Bustamante	Base	1,82	21
Alvarado	Pivote	1,98	25
Rodríguez	Pivote	2,01	28
A. Burditt	Pivote	2,03	33
J. Herrero	Pivote	2,07	27

Pregunta 1

Una distribución es simétrica si la media aritmética, la mediana y la moda de la distribución son iguales. ¿Es simétrica la distribución de las alturas de los jugadores del equipo Caja Rioja de baloncesto? Halla la media, mediana y moda y responde.

Pregunta 2

Pedro y Juan juegan en el club de baloncesto Bañuelos. El número de canastas encestandas en juego por estos dos jugadores en los últimos partidos viene dado en la siguiente tabla:

t28a4

Pedro	8	9	8	8	12	9
Juan	9	11	11	11	6	6

¿Cuál de los dos jugadores, Pedro o Juan, ha tenido un rendimiento más regular en esos partidos? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 3

La media anotadora de los jugadores del club de baloncesto Bañuelos es de 15 puntos por partido, con una desviación típica de 10 puntos. Por el contrario, la media de puntos por partido de los jugadores del club de baloncesto Nájara es de 16, con una desviación típica de 1,5 puntos.

Luis es un jugador de Cantabria que en su liga tiene unas estadísticas de 28 puntos por partido con una desviación típica de 0,5 puntos. Le quieren fichar tanto el Bañuelos como el Nájara, pagándole ambos clubes la misma cantidad de dinero. Si Luis lo que quiere es destacar como figura del equipo, ¿por qué equipo debería fichar? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 39

Pregunta 1

Un alumno de 4º ESO decide preguntar a sus vecinos el número de cigarrillos diarios que fuman. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Nombre del vecino	Pepe	Marta	José	Mónica	Jacinta
Nº de cigarrillos que fuma al día.	Entre uno y tres	Alrededor de quince	Dice que no fuma	Entre diez y treinta	Más de cien

A la vista de estos datos el alumno piensa representarlos en un diagrama de barras. ¿Crees que es acertado un diagrama de barras para representar los datos? JUSTIFICA LA RESPUESTA RAZONADAMENTE

Pregunta 2

Aquí aparecen unas tablas comparativas de las diferentes tallas de ropa dependiendo del país donde se fabrica la prenda, y dependiendo de si es para hombres o mujeres (los datos son solo orientativos)

TALLAS DE CONFECCIÓN

FEMENINA

MASCULINA

E, P y F	A	I	RU y EEUU	E, A y F	RU	EEUU
36	34	38	8	44	34	39
38	36	40	10	46	36	40
40	38	42	12	48	38	41
42	40	44	14	50	40	42
44	42	46	16	52	-	44/45
46	44	48	18	-	42	-
48	46	50	20	54	-	46
52	50	54	24	-	-	-

Heike es una chica alemana que ha venido a España a estudiar español. Si sabemos que desea comprarse una blusa y que en su país utiliza una talla 44, ¿qué talla debería comprarse en España?

Pregunta 3

El novio de Heike es inglés y cuando vino a España después de probarse varias camisas se compró aquí una de la talla 52 pues la de la 50 le quedaba pequeña. ¿Qué talla de camisa supones que usará en su país?

Actividad 40

Según el Instituto Nacional de Estadística (1 de enero de 2006) el número de habitantes de Álava, Navarra y La Rioja era el siguiente:

	Hombres	Mujeres	Total
Álava	150297	151629	301926
Navarra	300917	300957	601874
La Rioja	154556	151821	306377

Pregunta 1

¿Qué porcentaje supone las 154556 mujeres riojanas sobre el total de habitantes que había en La Rioja en esa fecha según el Instituto Nacional de Estadística?

Pregunta 2

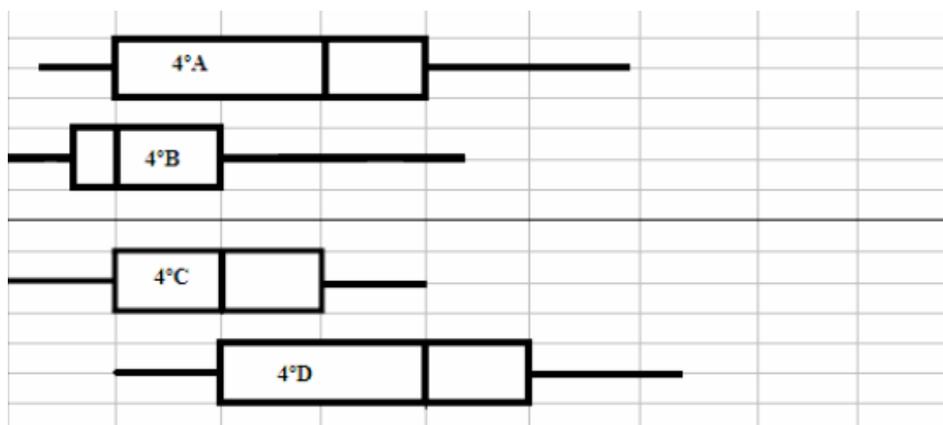
En La Rioja es típico comer patatas con chorizo, de hecho se les llama patatas a la riojana. Se estima que los hombres riojanos consumen una media de 1,5 chorizos al año. Suponiendo que se consuman 4 kilos de patatas por cada chorizo, ¿cuántos kilos de patatas anuales consumen entre todos los hombres riojanos? (Usa los datos de la tabla)

Pregunta 3

Los hombres navarros comen una media de 1,25 chorizos al año y consumen 3 kilos de patatas por cada chorizo; mientras que las navarras comen 0,75 chorizos al año y consumen 2,5 kilos de patatas por cada chorizo. ¿Cuántos kilos de patatas consumen al año entre todos los habitantes de Navarra? (Usa los datos de la tabla)

Actividad 41

El gráfico de caja con bigotes que puedes ver debajo muestra el dinero que reciben como paga semanal los alumnos de cuatro grupos de 4º ESO de un cierto instituto.



Pregunta 1

¿Cuál es el recorrido intercuartílico de la paga semanal en el grupo 4º C? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Pregunta 2

¿Hay algún grupo donde les dan al 50% de los alumnos 25 euros o más? JUSTIFICA LA RESPUESTA

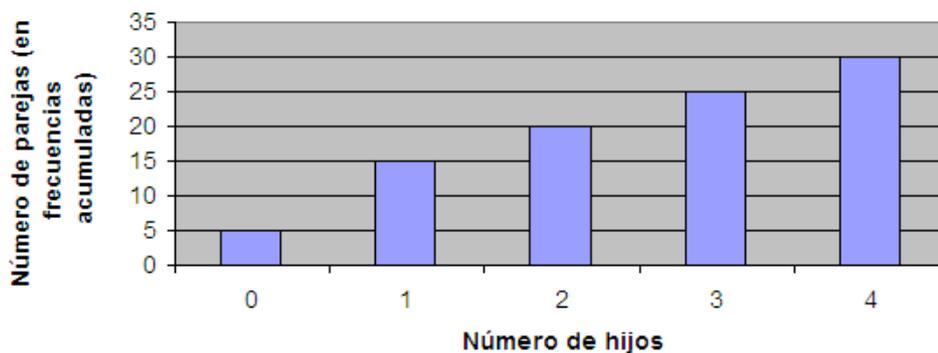
Pregunta 3

¿Hay algún grupo donde les dan al 25% de los alumnos que más paga les dan 25 euros o más? JUSTIFICA LA RESPUESTA

Actividad 42

En el gráfico mostrado abajo puedes ver el número de hijos de 30 parejas.

Número de hijos que tienen treinta parejas



Pregunta 1

En España se considera que una familia es numerosa si el número de hijos es de tres o más. Sabiendo esto, ¿qué porcentaje de familias numerosas hay dentro de las mostradas en el gráfico?

Pregunta 2

Halla el número medio, el número mediano y la moda de los hijos de estas treinta parejas

Pregunta 3

Halla la desviación típica y las desviaciones medias con respecto a la media, con respecto a la mediana y con respecto a la moda.

Actividades para el foro para el grupo de 4º ESO (Diversificación Curricular)

Pedro tiene 17 años y pesa 75 Kg. Su peso está en el percentil 60 para los jóvenes de su edad.

Pregunta 1

¿Qué quiere decir esto?

Pregunta 2

Por otro lado sabemos que Luis, que tiene 17 años al igual que Pedro, tiene un peso que está en el tercer cuartil. ¿Quién pesa más Pedro o Luis? ¿Por qué?

Actividades para el foro para el grupo de 4º ESO (Opción A de Matemáticas)

Pregunta 1

¿Qué significa que el número medio de hijos por familia en la Rioja Alta es de 1,25?

Pregunta 2

¿Podrías poner un ejemplo de 4 familias que tengan de media 1,25 hijos?

ANEXO V

Prueba estadística de la tercera fase
(curso 2006/07)

4. Se realiza una encuesta a 10 familias para saber el número de coches que tienen cada una de ellas en propiedad, obteniéndose los siguientes datos:

Número de coches	0	1	2	3
Número de familias	2	1	5	2

- a) calcula la media aritmética
 b) calcula la mediana
 c) halla la moda de la distribución.

- d) halla la desviación típica y el coeficiente de variación de la distribución

5. Una profesora de Alemán califica las redacciones de sus alumnos de la siguiente manera:

M: mal R: regular B: bien E: excelente

Las calificaciones en dos de sus grupos ha sido la siguiente:

4° A	M M R R R B B E E M M R E E B B
4° B	M M B R R R M B E

¿En qué grupo las calificaciones son mejores? Utiliza dos argumentos estadísticos para responder a la pregunta.

6. En la siguiente tabla se puede ver el peso de un grupo de madres embarazadas antes del parto, y el de sus hijos en el momento de nacer:

Peso de las madres (en kg)	[55, 65)	[65, 75)	[75, 85)
Número de madres	4	10	6
Peso de los bebés (en kg)	[2'3 , 2'9)	[2'9 , 3'5)	[3'5 , 4'1)
Número de bebés	7	12	2

a) ¿Alguno de los partos fue múltiple? ¿Por qué?

b) Halla el peso medio de las madres

7. Una familia está compuesta por un padre, una madre y sus tres hijos. El peso medio de los dos adultos es 70 kg y el peso medio de los tres niños es de 40 kg. ¿Cuál es el peso medio de los cinco miembros de la familia?

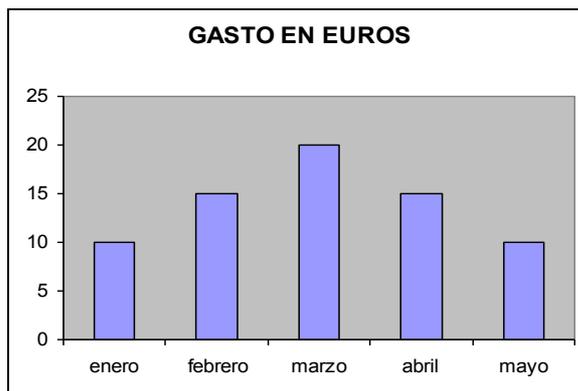
8. Un tendero quiere comprar sandías para su puesto de venta, para ello se dirige a tres mayoristas llamados Pérez, Fernández y García. En cada uno de ellos escoge una muestra de 100 sandías obteniendo los siguientes resultados:

	Pérez	Fernández	García
Peso medio de las sandías (en kg)	3'5	3'5	5
Desviación típica de las sandías (en kg)	0'75	0'4	0'5

Si el tendero quiere comprar las sandías a uno de los mayoristas que tiene las sandías de 3'5 kg de peso medio (en la muestra), ¿a cuál de ellos se las compraría si lo que quiere es que las sandías sean lo más parecidas posible en peso? Justifica la respuesta sin realizar cálculos.

9. Si en el ejercicio anterior al tendero no le importara el peso medio de las sandías, sino que lo que quiere es comprárselas al mayorista cuyas sandías sean lo más homogéneas posible (es decir aquellas cuyos pesos estén menos dispersos), ¿a cuál de los tres mayoristas le compraría las sandías? Justifica la respuesta utilizando los cálculos que necesites.

10. El gasto en la factura farmacéutica de una persona en los cinco primeros meses del año pasado viene dado por la siguiente gráfica:



ANEXO VI

Glosario de conceptos estadísticos

Glosario

Población: Conjunto de elementos que comparten las mismas características. En nuestro caso la población es el conjunto de alumnos de La Rioja que cursan 4º ESO

Muestra: Subconjunto de la población. Ha de ser aleatoria y representativa de la población.

Submuestra: Subconjunto de la muestra

Teniendo en cuenta que las muestras son susceptibles de errores que podrían influir en el cálculo de los parámetros estadísticos (media, varianza, etc.) en nuestro estudio consideramos el cálculo de lo que se denomina **error típico**.

Tomada una muestra de alumnos calculamos el parámetro estadístico que interesa, supongamos que se calcula la media aritmética de sus resultados (parámetro que nos indicaría en torno a que valor se distribuyen los resultados obtenidos por los alumnos).

A partir de esa muestra se consideran varias submuestras de las cuales se calcula el parámetro correspondiente (supongamos que sea la media).

El **error típico** estimaría como de alejadas están las medias de las submuestras de la media muestral. Se puede usar para usar comparaciones entre los alumnos que han utilizado el STIAE y los que no lo han hecho, entre los distintos centros educativos, etc.

A partir de la media de la muestra y de su error típico correspondiente se considera el **intervalo de confianza** siguiente (media-1'96 x error típico, media +1'96 x error típico) que proporciona el rango de valores en el que con una probabilidad de 0'95 podría estar la media en caso de haber cogido otra muestra de alumnos distinta.

Semejante sería el razonamiento para el cálculo del **error típico de la desviación típica** y el intervalo de confianza.

En relación a STATISTICA 8.0

Desviación típica

La desviación típica (este término fue usado por primera vez por Pearson en 1894) es una de las medidas de dispersión de uso más común. La desviación típica de una población se calcula según:

$$\sigma = [\sum(x_i - \mu)^2 / N]^{1/2}$$

donde

μ es la media de la población

N es el tamaño de la población

La desviación típica muestral de la poblacional se estima con la cuasidesviación típica muestral que se calcula según:

$$s = [\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)]^{1/2}$$

donde

\bar{x} es la media muestral

n es el tamaño muestral

Error típico de la media

El error típico de la media (este término fue usado por primera vez por Yule en 1897) es la desviación típica teórica de todas las medias muestrales de tamaño n sacadas de una población y que depende tanto de la varianza poblacional como del tamaño de la muestra según:

$$\sigma_x = (\sigma^2/n)^{1/2}$$

donde

σ^2 es la varianza poblacional

n es el tamaño de la muestra.

Dado que la varianza poblacional normalmente se desconoce, el mejor estimador para el error típico de la media es:

$$s_x = (s^2/n)^{1/2}$$

donde

s^2 es la varianza muestral (nuestro mejor estimador de la varianza poblacional)
y

n es el tamaño muestral.

Intervalo de confianza

Se llama intervalo de confianza en estadística a un intervalo de valores alrededor de un parámetro muestral en los que, con una probabilidad o nivel de confianza determi-

nado, se situará el parámetro poblacional a estimar. Si α es el error aleatorio que se quiere cometer, la probabilidad será de $1 - \alpha$. A menor nivel de confianza el intervalo será más preciso, pero se cometerá un mayor error.

Un intervalo de confianza es, pues, una expresión del tipo $[\theta_1, \theta_2]$ ó $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, donde θ es el parámetro a estimar. Este intervalo contiene al parámetro estimado con una determinada certeza o nivel de confianza $1-\alpha$.

Al ofrecer un intervalo de confianza se da por supuesto que los datos poblacionales se distribuyen de un modo determinado. Es habitual que lo hagan mediante la distribución normal. La construcción de intervalos de confianza se realiza usando la desigualdad de Chebyshev

Varianza

La varianza (este término fue usado por primera vez por Fisher en 1918) de una población de valores se calcula según:

$$\sigma^2 = \sum(x_i - \mu)^2 / N$$

donde

μ es la media poblacional
 N es el tamaño de la población

Se estima la varianza muestral de la población según:

$$s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)$$

donde

\bar{x} es la media muestral
 n es el tamaño de la muestra

Coefficiente de variación

El coeficiente de variación mide la dispersión de los datos alrededor de la media. Se calcula como el cociente entre la desviación típica y la media y se usa para comparar el grado de variación de una muestra a otra, incluso si las medias son distintas. Se calcula:

$$CV = s/\bar{x}$$

donde s es la desviación típica muestral y \bar{x} la media muestral..

Cuando la desviación típica y la media provienen de repetidas medidas sobre el mismo individuo el coeficiente de variación resultante es una medida todavía más importante si cabe. A veces se presenta en forma de porcentaje: $CV \cdot 100\%$

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

En estadística, la prueba de Kolmogorov-Smirnov (también prueba K-S) es una prueba no paramétrica que se utiliza para determinar la bondad de ajuste de dos distribuciones de probabilidad entre sí.

En el caso de que queramos verificar la normalidad de una distribución, la prueba de Lilliefors conlleva algunas mejoras con respecto a la de Kolmogorov-Smirnov; y, en general, la prueba Shapiro-Wilk es una alternativa más potente.

Conviene tener en cuenta que la prueba Kolmogorov-Smirnov es más sensible a los valores cercanos a la mediana que a los extremos de la distribución.

Prueba de los signos de Wilcoxon

La prueba de los signos de Wilcoxon es una prueba no paramétrica para comparar la mediana de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas. Se utiliza como alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras. Debe su nombre a Frank Wilcoxon, que la publicó en 1945.

Se utiliza cuando la variable subyacente es continua pero no presupone ningún tipo de distribución particular.

Supóngase que se dispone de n pares de observaciones denominadas (x_i, y_i) . El objetivo del test es comprobar si puede dictaminarse que los valores x_i e y_i son o no iguales.

Hipótesis:

Si $z_i = y_i - x_i$ entonces los valores z_i son independientes.

Los valores z_i tienen una misma distribución continua y simétrica respecto a una mediana común θ .

La hipótesis nula es $H_0: \theta = 0$. Retrotrayendo dicha hipótesis a los valores (x_i, y_i) originales, ésta vendría a decir que son en cierto sentido del mismo tamaño.

Para verificar la hipótesis, en primer lugar, se ordenan los valores absolutos $|z_i|$ y se les asigna su rango R_i . Entonces, el estadístico $W +$ de la prueba de los signos de Wilcoxon es la suma de los rangos R_i correspondientes a los valores positivos de z_i .

La distribución del estadístico $W +$ puede consultarse en tablas para determinar si se acepta o no la hipótesis nula.

En ocasiones, esta prueba se usa para comparar las diferencias entre dos muestras de datos tomados antes y después del tratamiento, cuyo valor central se espera que sea cero. Las diferencias iguales a cero son eliminadas y el valor absoluto de las desviaciones con respecto al valor central son ordenadas de menor a mayor. A los datos idénticos se les asigna el lugar medio en la serie. la suma de los rangos se hace por separado para los signos positivos y los negativos. S representa la menor de esas dos sumas. Comparamos S con el valor proporcionado por las tablas estadísticas al efecto para determinar si rechazamos o no la hipótesis nula, según el nivel de significación elegido.

ANEXO VII

Resultados de la prueba estadística de la cuarta fase (curso 2007/08)

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por los alumnos antes y después de usar el STIAE

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	5	0	3	4	0	0	7	2	0	0	0	0	1	1	-3	0	-3	-4	0	1	-6
P2a	0	2	8	9	0	0	19	0	1	1	1	0	0	3	0	-1	-7	-8	0	0	-16
P2b	0	2	8	9	0	0	19	0	3	1	1	0	0	5	0	1	-7	-8	0	0	-14
P2c	1	2	0	2	2	1	7	0	1	0	1	5	2	9	-1	-1	0	-1	3	1	2
P3	2	0	0	0	2	0	2	6	0	0	1	2	0	3	4	0	0	1	0	0	1
P4	0	2	5	7	0	1	15	0	1	0	0	0	1	2	0	-1	-5	-7	0	0	-13
P5	4	0	0	0	1	6	7	2	0	0	3	1	5	9	-2	0	0	3	0	-1	2
P6	0	1	0	0	1	10	12	0	1	0	0	1	4	6	0	0	0	0	0	-6	-6
P7a	1	0	5	3	6	3	17	0	1	2	0	2	0	5	-1	1	-3	-3	-4	-3	-12
P7b	7	0	0	2	0	2	4	4	2	1	5	0	1	9	-3	2	1	3	0	-1	5
P8a	1	3	0	3	0	0	6	1	1	0	0	0	0	1	0	-2	0	-3	0	0	-5
P8b	2	2	1	3	0	1	7	0	4	0	1	0	1	6	-2	2	-1	-2	0	0	-1
P9	3	0	0	6	0	1	7	1	0	0	5	0	1	6	-2	0	0	-1	0	0	-1
P10a	3	0	0	2	0	1	3	1	0	0	3	0	0	3	-2	0	0	1	0	-1	0
P10b	2	0	0	5	0	0	5	1	0	0	2	0	0	2	-1	0	0	-3	0	0	-3
P10c	2	0	0	3	0	1	4	1	0	0	6	0	0	6	-1	0	0	3	0	-1	2
P11	2	2	4	6	0	3	15	0	1	1	1	0	4	7	-2	-1	-3	-5	0	1	-8
P12	3	0	0	2	4	0	6	0	0	0	0	4	0	4	-3	0	0	-2	0	0	-2
P13	7	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-6	-1	0	0	0	0	-1
TOT.	45	17	34	66	16	30	163	20	16	6	30	15	20	87	-25	-1	-28	-36	-1	-10	-76

SR: sin respuesta, respuesta en blanco Ei: error de tipo i

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por los alumnos que estudiaban la opción A de Matemáticas de 4º ESO antes y después de usar el STIAE

	INICIAL 4ºESO OPCION A							FINAL 4º ESO OPCION A							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	2	0	1	1	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2a	0	0	4	4	0	0	8	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-4	-4	0	0	-7
P2b	0	0	4	4	0	0	8	0	3	0	0	0	0	3	0	3	-4	-4	0	0	-5
P2c	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	-2	2	0	0
P3	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	1	3	3	0	0	7	0	0	0	1	0	1	2	0	-1	-3	-2	0	1	-5
P5	1	0	0	0	1	2	3	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	-1	1	0
P6	0	0	0	1	0	3	4	0	1	0	1	0	3	5	0	1	0	0	0	0	1
P7a	0	0	1	0	1	1	3	0	0	2	0	2	0	4	0	0	1	0	1	-1	1
P7b	1	0	0	2	0	1	3	2	0	1	2	0	0	3	1	0	1	0	0	-1	0
P8a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P8b	0	1	0	1	0	1	3	0	2	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	0	-1	-2
P9	1	0	0	3	0	0	3	1	0	0	2	0	1	3	0	0	0	-1	0	1	0
P10a	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	-1
P10b	0	0	0	3	0	0	3	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	-2	0	0	-2
P10c	0	0	0	2	0	0	2	1	0	0	2	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
P11	1	1	0	1	0	1	3	0	0	1	1	0	1	3	-1	-1	1	0	0	0	0
P12	2	0	0	2	0	0	2	0	0	0	2	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0
P13	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0
TOT.	12	3	14	31	3	9	60	10	7	4	12	5	9	37	-2	4	-10	-19	2	0	-24

SR: sin respuesta, respuesta en blanco Ei: error de tipo i

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por los alumnos del grupo de Diversificación Curricular de 4º ESO antes y después de usar el STIAE

	INICIAL 4ºESO DIVERSIFICACION							FINAL 4º ESO DIVERSIFICACION							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	3	0	2	3	0	0	5	0	0	0	0	0	1	1	-3	0	-2	-3	0	1	-4
P2a	0	2	4	5	0	0	11	0	0	1	1	0	0	2	0	-2	-3	-4	0	0	-9
P2b	0	2	4	5	0	0	11	0	0	1	1	0	0	2	0	-2	-3	-4	0	0	-9
P2c	1	2	0	0	2	1	5	0	1	0	1	3	2	7	-1	-1	0	1	1	1	2
P3	1	0	0	0	1	0	1	5	0	0	1	1	0	2	4	0	0	1	0	0	1
P4	0	1	2	4	0	1	8	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	-2	-5	0	-1	-8
P5	3	0	0	0	0	4	4	1	0	0	3	1	2	6	-2	0	0	3	1	-2	2
P6	0	1	0	-1	1	7	8	0	0	0	-1	1	1	1	0	-1	0	0	0	-6	-7
P7a	1	0	4	3	5	2	14	0	1	0	0	0	0	1	-1	1	-4	-3	-5	-2	-13
P7b	6	0	0	0	0	1	1	2	2	0	3	0	1	6	-4	2	0	3	0	0	5
P8a	1	3	-1	2	0	0	4	1	1	0	0	0	0	1	0	-2	1	-2	0	0	-3
P8b	2	1	1	2	0	0	4	0	2	0	1	0	1	4	-2	1	-1	-1	0	1	0
P9	2	0	0	3	0	1	4	0	0	0	3	0	0	3	-2	0	0	0	0	-1	-1
P10a	3	0	0	1	0	1	2	0	0	0	3	0	0	3	-3	0	0	2	0	-1	1
P10b	2	0	0	2	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	-2	0	0	-1	0	0	-1
P10c	2	0	0	1	0	1	2	0	0	0	4	0	0	4	-2	0	0	3	0	-1	2
P11	1	1	4	5	0	2	12	0	1	0	0	0	3	4	-1	0	-4	-5	0	1	-8
P12	1	0	0	0	4	0	4	0	0	0	-2	4	0	2	-1	0	0	-2	0	0	-2
P13	4	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-3	-1	0	0	0	0	-1
TOT.	33	14	20	35	13	21	103	10	9	2	18	10	11	50	-23	-5	-18	-17	-3	-10	-53

SR: sin respuesta, respuesta en blanco Ei: error de tipo i

Errores y respuestas en blancos cometidos en cada uno de los 19 ítems por los alumnos varones de 4º ESO antes y después de usar el STIAE

	INICIAL VARONES							FINAL VARONES							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	3	0	1	1	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	-2	0	-1	-1	0	0	-2
P2a	0	0	5	5	0	0	10	0	1	1	1	0	0	3	0	1	-4	-4	0	0	-7
P2b	0	0	5	5	0	0	10	0	3	1	1	0	0	5	0	3	-4	-4	0	0	-5
P2c	2	0	0	2	0	1	3	0	0	0	0	4	0	4	-2	0	0	-2	4	-1	1
P3	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0	0
P4	0	1	3	3	0	0	7	1	0	0	0	0	1	1	1	-1	-3	-3	0	1	-6
P5	1	0	0	0	1	4	5	1	0	0	0	2	3	5	0	0	0	0	1	-1	0
P6	0	0	0	0	0	4	4	0	1	0	0	0	3	4	0	1	0	0	0	-1	0
P7a	0	0	1	0	1	1	3	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	0	-1	-1
P7b	2	0	1	3	0	0	4	3	1	0	2	0	0	3	1	1	-1	-1	0	0	-1
P8a	0	1	1	1	0	0	3	0	0	1	1	0	0	2	0	-1	0	0	0	0	-1
P8b	1	1	1	2	0	1	5	0	2	0	1	0	1	1	-1	1	-1	-1	0	0	-4
P9	2	0	0	2	0	0	2	1	0	0	2	0	1	3	-1	0	0	0	0	1	1
P10a	2	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1
P10b	2	0	0	3	0	0	3	1	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	-2	0	0	-2
P10c	2	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
P11	2	1	0	1	0	1	3	0	0	1	2	0	1	4	-2	-1	1	1	0	0	1
P12	3	0	0	2	0	0	2	0	0	0	2	0	0	2	-3	0	0	0	0	0	0
P13	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0
TOT.	26	4	18	32	4	12	70	13	8	5	14	9	10	46	-13	4	-13	-18	5	-2	-27

SR: sin respuesta, respuesta en blanco Ei: error de tipo i

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por las alumnas de 4º ESO antes y después de usar el STIAE

	INICIAL HEMBRAS							FINAL HEMBRAS							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	2	0	2	3	0	0	5	1	0	0	0	0	1	1	-1	0	-2	-3	0	1	-4
P2a	0	2	3	4	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-3	-4	0	0	-9
P2b	0	2	3	4	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-3	-4	0	0	-9
P2c	-1	2	0	0	2	0	4	0	1	0	1	1	2	5	1	-1	0	1	-1	2	1
P3	2	0	0	0	0	0	0	4	0	0	1	0	0	1	2	0	0	1	0	0	1
P4	0	1	2	4	0	1	8	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	-2	-4	0	-1	-7
P5	3	0	0	0	0	2	2	1	0	0	3	-1	2	4	-2	0	0	3	-1	0	2
P6	0	1	0	0	1	6	8	0	0	0	0	1	1	2	0	-1	0	0	0	-5	-6
P7a	1	0	4	3	5	2	14	0	1	1	0	1	0	3	-1	1	-3	-3	-4	-2	-11
P7b	5	0	-1	-1	0	2	0	1	1	1	3	0	1	6	-4	1	2	4	0	-1	6
P8a	1	2	-1	2	0	0	3	1	1	-1	-1	0	0	-1	0	-1	0	-3	0	0	-4
P8b	1	1	0	1	0	0	2	0	2	0	0	0	0	2	-1	1	0	-1	0	0	0
P9	1	0	0	4	0	1	5	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	0	-1	0	-1	-2
P10a	1	0	0	1	0	1	2	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	0	2	0	-1	1
P10b	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1
P10c	0	0	0	2	0	1	3	0	0	0	5	0	0	5	0	0	0	3	0	-1	2
P11	0	1	4	5	0	2	12	0	1	0	-1	0	3	3	0	0	-4	-6	0	1	-9
P12	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	-2	4	0	2	0	0	0	-2	0	0	-2
P13	3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	-1	0	0	0	0	-1
TOT.	19	13	16	34	12	18	93	7	8	1	16	6	10	41	-12	-5	-15	-18	-6	-8	-52

SR: sin respuesta, respuesta en blanco Ei: error de tipo i

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno1

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	0	0	0	-1
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	0	0	0	-1
P2c	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	0	0	1	1
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
P7a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7b	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P8a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P10a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10b	0	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-2
P10c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	4	1	2	6	0	0	9	0	2	0	3	0	2	7	-4	1	-2	-3	0	2	0	-2

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno2

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	0	0	1	1	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	-1	0	0	-2
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2c	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	-1	0
P3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	1	0	1	2	0	1	0	1	0	0	2	0	1	0	0	0	-1	0
P7a	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1
P7b	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	2	0	1	0	1	0	-1	1
P9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10b	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P10c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
P11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
P12	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
TOT.	4	0	4	7	1	4	16	4	2	0	5	1	2	10	0	2	-4	-2	0	-2	-6

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno3

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	0	0	0	-1
P2c	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	1	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
P4	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	1
P7a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	0	1	0	0	2
P7b	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	-1
P8a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
P10a	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	-1
P10b	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	-1
P10c	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	-1
P11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	-1	0	1	1	0	0	0	2
P12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	4	0	3	9	1	1	14	4	1	2	2	2	4	11	0	1	-1	-7	1	3	0	-3

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno4

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	0	0	0	-1
P2c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
P3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-2
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P7a	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	0	1	-1	1	1
P7b	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2	0	0	1	1	0	-1	1	1
P8a	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
P8b	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P10a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10b	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P10c	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P12	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	0	3	2	7	1	5	18	1	2	2	4	3	1	12	1	-1	0	-3	2	-4	-6	

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno5

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	0	0	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	-2
P2a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2c	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	1
P3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	0	0	-1
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	-2
P7a	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P7b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	0	1	1
P8a	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P10a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
P10c	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
P13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	1	2	1	4	1	4	12	2	2	0	5	0	3	10	1	0	-1	1	-1	-1	-2

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno6

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	0	0	1	1
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
P2c	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	1	0	1	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	0	0	0	-2
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
P7a	0	0	1	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	-3
P7b	0	0	1	1	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	-1	0	0	0	-2
P8a	0	1	0	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P8b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	-1
P9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	1
P10a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P10b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P10c	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	-1	0	0	0	1	0	0	1
P13	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	9	2	5	7	3	1	18	4	1	2	4	2	2	11	-5	-1	-3	-3	-1	1	1	-7

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno7

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P2a	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
P2b	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
P2c	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	0	0	1	0
P3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	-1	0	0
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P7a	0	0	1	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	-3
P7b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	1
P8a	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P10a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	1
P10b	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P10c	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	-1	0	0
P11	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	1	0	-1
P12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P13	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
TOT.	3	5	3	5	1	4	18	2	0	0	5	0	2	7	-1	-5	-3	0	-1	-2	-11	

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno8

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2c	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	1
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P7a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P7b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	1
P8a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
P10a	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P10b	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
P10c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P12	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1
P13	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	4	0	3	6	2	2	13	2	0	0	4	1	2	7	-2	0	-3	-2	-1	0	-6

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno9

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P2c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	1
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1
P7a	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	-2
P7b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	1
P8a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P8b	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	0	0	0	0
P9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1
P10a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
P10b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P12	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	5	0	3	4	1	3	11	1	1	0	4	0	1	6	-4	1	-3	0	-1	-2	-5	-5

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno10

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA							
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	
P1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-2
P2b	0	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-2
P2c	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-2
P5	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P7a	0	0	1	1	1	0	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	-1	-1	0	0	-2
P7b	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8a	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
P8b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10a	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
P10b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P12	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
P13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	6	3	2	5	2	2	14	2	1	0	0	0	0	1	-4	-2	-2	-5	-2	-2	-13	

Errores y respuestas en blanco cometidos en cada uno de los 19 ítems por el Alumno11

	INICIAL							FINAL							DIFERENCIA						
	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL	SR	E1	E2	E3	E4	E5	TOTAL
P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2a	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2b	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P2c	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	-1	0
P3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-2
P5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	-1	0
P6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P7a	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
P7b	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	0	1
P8a	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-1
P8b	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0
P9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P10a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P10b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P10c	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
P12	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	1	0	0
P13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOT.	6	1	4	4	1	5	15	0	2	0	0	4	2	8	-6	1	-4	-4	3	-3	-7

All Groups Descriptive Statistics PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOSDC	509	500	491,29	508,71	500,47	500,47	35	307,60	782,35	426,29	574,65	100,00	94,21	106,55	20,00	4,43
STIAE=S	11	577,34	521,17	633,52	604,32	Multipl	2	470,79	737,84	500,47	633,99	83,61	58,42	146,74	14,48	25,21
STIAE=N	498	498,29	489,51	507,07	500,47	500,47	33	307,60	782,35	426,29	559,81	99,73	93,89	106,34	20,01	4,47
OPCIÓN A	161	450,71	438,27	463,14	455,96	455,96	15	307,60	648,83	396,61	515,30	79,90	72,02	89,73	17,73	6,30
OPCIÓN D	7	604,32	532,15	676,49	604,32	604,32	2	485,63	737,84	544,97	633,99	78,04	50,29	171,84	12,91	29,49
OPCIÓN B	341	521,13	510,48	531,79	515,30	500,47	28	307,60	782,35	455,96	589,48	100,03	93,05	108,16	19,20	5,42
STIAE=S+A	4	530,14	402,28	658,00	500,47	500,47	2	470,79	648,83	485,63	574,65	80,35	45,52	299,60	15,16	40,18
VARONES	216	511,04	496,54	525,55	507,88	455,96	15	307,60	782,35	441,12	589,48	108,14	98,81	119,42	21,16	7,36
HEMBRAS	200	496,91	483,62	510,19	500,47	515,30	16	307,60	767,52	418,87	559,81	95,25	86,74	105,63	19,17	6,74
SEXO X	93	481,00	463,06	498,95	485,63	500,47	11	307,60	708,17	426,29	544,97	87,14	76,17	101,84	18,12	9,04
EDAD 15	177	522,85	508,91	536,78	515,30	Multipl	13	307,60	782,35	455,96	589,48	93,95	85,08	104,91	17,97	7,06
EDAD 16	234	499,64	486,09	513,19	500,47	500,47	18	307,60	782,35	426,29	574,65	105,20	96,46	115,71	21,06	6,88
EDAD 17	54	461,45	436,44	486,47	455,96	455,96	7	322,43	678,50	381,78	530,14	91,65	77,04	113,14	19,86	12,47
EDAD 18	7	513,18	407,66	618,70	485,63	Multipl	1	411,45	737,84	426,29	574,65	114,10	73,52	251,25	22,23	43,12
EDAD 0	37	446,74	425,54	467,93	441,12	441,12	6	307,60	559,81	381,78	500,47	63,56	51,69	82,56	14,23	10,45
IES 0	33	525,64	491,31	559,98	515,30	619,15	4	366,94	737,84	441,12	604,32	96,82	77,87	128,07	18,42	16,86
IES 1	95	493,91	475,95	511,86	485,63	455,96	11	307,60	767,52	426,29	559,81	88,14	77,14	102,82	17,84	9,04
IES 2	60	501,95	478,54	525,36	522,72	Multipl	6	307,60	723,01	441,12	574,65	90,62	76,82	110,53	18,05	11,70
IES 3	72	528,90	505,87	551,94	530,14	470,79	7	337,27	752,68	463,38	596,90	98,02	84,22	117,29	18,53	11,55
IES 4	60	515,80	483,59	548,00	530,14	Multipl	6	307,60	782,35	404,03	611,74	124,67	105,67	152,05	24,17	16,09
IES 5	22	487,65	430,66	544,65	500,47	307,60	4	307,60	767,52	366,94	604,32	128,55	98,90	183,70	26,36	27,41
IES 6	29	480,51	445,17	515,86	470,79	Multipl	3	322,43	782,35	426,29	515,30	92,93	73,75	125,68	19,34	17,26
IES 7	44	482,60	449,33	515,86	507,88	515,30	8	307,60	708,17	396,61	559,81	109,42	90,41	138,64	22,67	16,50
IES 8	94	480,74	462,98	498,50	478,21	500,47	11	307,60	708,17	426,29	544,97	86,71	75,84	101,25	18,04	8,94

VARONES PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
STIAE= S	5	547,94	441,00	654,88	500,47	Multip	1	470,794	648,83	485,63	633,99	86,126	51,601	247,4875	15,7	38,5167
STIAE = N	211	510,17	495,43	524,91	515,30	455,96	15	307,598	782,35	441,12	589,48	108,62	99,148	120,1008	21,3	7,47747
IES 0	14	517,42	463,05	571,79	493,05	470,79	2	381,778	678,5	455,96	589,48	94,166	68,266	151,7055	18,2	25,1669
IES 1	45	497,50	468,26	526,74	485,63	455,96	5	307,598	767,52	441,12	559,81	97,317	80,565	122,9313	19,6	14,5072
IES 2	32	521,79	490,08	553,51	537,56	589,48	5	337,27	678,5	448,54	589,48	87,968	70,524	116,9521	16,9	15,5507
IES 3	46	524,01	493,04	554,98	530,14	470,79	6	337,27	752,68	455,96	589,48	104,28	86,493	131,3418	19,9	15,3751
IES 4	32	541,73	493,87	589,59	537,56	663,66	4	307,598	782,35	448,54	656,25	132,74	106,42	176,4712	24,5	23,4648
IES 5	10	402,55	337,09	468,01	404,03	307,60	4	307,598	515,3	307,6	500,47	91,509	62,943	167,06	22,7	28,9377
IES 6	14	510,00	441,51	578,50	470,79	Multip	2	322,434	782,35	441,12	574,65	118,63	86,003	191,1219	23,3	31,7059
IES 7	22	499,79	449,10	550,48	515,30	515,30	5	307,598	708,17	396,61	574,65	114,32	87,955	163,3752	22,9	24,3738
IES 8	1	455,96	-	-	455,96	455,96	1	455,958	455,96	455,96	455,96					
OPCION A	69	439,19	418,91	459,47	441,12	396,61	7	307,598	648,83	366,94	500,47	84,422	72,31	101,4464	19,2	10,1632
OPCIÓN D	2	559,81	-382,74	1502,36	559,81	Multip	1	485,63	633,99	485,63	633,99	104,91	46,804	3347,593	18,7	74,1803
OPCIÓN B	145	544,57	527,84	561,29	544,97	589,48	12	307,598	782,35	470,79	604,32	101,88	91,345	115,1712	18,7	8,46028
EDAD 15	71	538,08	515,45	560,71	544,97	544,97	7	307,598	782,35	470,79	589,48	95,618	82,068	114,5697	17,8	11,3478
EDAD 16	114	507,88	486,68	529,09	500,47	Multip	9	307,598	782,35	441,12	589,48	114,28	101,12	131,3978	22,5	10,7031
EDAD 17	28	459,14	420,93	497,34	448,54	Multip	4	322,434	678,5	389,2	530,14	98,524	77,895	134,1042	21,5	18,6192
EDAD 18	3	475,74	363,15	588,33	485,63	Multip	1	426,286	515,3	426,29	515,3	45,325	23,599	284,8551	9,53	26,1684

HEMBRAS PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
STIAE=S	6	601,85	517,47	686,22	604,32	604,32	2	500,47	737,84	544,97	619,15	80,40	50,19	197,19	13,36	32,82
STIAE= N	194	493,66	480,35	506,97	500,47	515,30	16	307,60	767,52	411,45	559,81	93,99	85,48	104,40	19,04	6,75
OPCIÓN A	74	466,18	448,44	483,93	455,96	Multip	8	307,60	619,15	411,45	530,14	76,60	65,94	91,40	16,43	8,90
OPCIÓN D	5	622,12	534,35	709,89	604,32	604,32	2	544,97	737,84	604,32	619,15	70,69	42,35	203,12	11,36	31,61
OPCIÓN B	121	510,52	492,62	528,42	515,30	515,30	14	307,60	767,52	441,12	574,65	99,44	88,29	113,83	19,48	9,04
IES 0	19	531,70	483,09	580,31	544,97	619,15	4	366,94	737,84	426,29	619,15	100,85	76,21	149,14	18,97	23,14
IES 1	50	490,67	467,98	513,37	485,63	455,96	6	322,43	678,50	426,29	559,81	79,84	66,70	99,50	16,27	11,29
IES 2	28	479,27	444,46	514,09	463,38	Multip	3	307,60	723,01	411,45	544,97	89,78	70,99	122,21	18,73	16,97
IES 3	26	537,56	502,36	572,75	530,14	515,30	3	381,78	693,34	470,79	619,15	87,14	68,34	120,29	16,21	17,09
IES 4	28	486,16	443,64	528,68	515,30	544,97	4	307,60	678,50	396,61	544,97	109,65	86,70	149,26	22,56	20,72
IES 5	12	558,57	487,18	629,96	582,06	604,32	3	366,94	767,52	485,63	611,74	112,36	79,59	190,77	20,12	32,44
IES 6	15	452,99	425,18	480,80	470,79	470,79	3	366,94	530,14	411,45	485,63	50,22	36,77	79,20	11,09	12,97
IES 7	22	465,40	419,26	511,54	463,38	Multip	3	307,60	663,66	366,94	544,97	104,06	80,06	148,71	22,36	22,19
EDAD 15	82	511,32	491,27	531,37	515,30	515,30	9	307,60	767,52	455,96	574,65	91,25	79,10	107,84	17,85	10,08
EDAD 16	91	489,71	469,68	509,74	485,63	544,97	11	307,60	723,01	411,45	559,81	96,18	83,95	112,61	19,64	10,08
EDAD 17	23	466,28	427,09	505,47	455,96	Multip	3	337,27	619,15	366,94	544,97	90,62	70,09	128,27	19,44	18,90
EDAD 18	4	541,27	304,11	778,42	507,88	Multip	1	411,45	737,84	426,29	656,25	149,04	84,43	555,70	27,54	74,52

OPCIÓN B PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS B	341	521,13	510,48	531,79	515,30	500,47	28	307,60	782,35	455,96	589,48	100,03	93,05	108,16	19,20	5,42
IES 0	22	499,79	458,07	541,52	478,21	Multiple	3	366,94	678,50	411,45	589,48	94,11	72,40	134,49	18,83	20,06
IES 1	58	514,54	492,08	536,99	500,47	455,96	9	322,43	767,52	455,96	574,65	85,40	72,20	104,56	16,60	11,21
IES 2	42	506,82	475,62	538,03	530,14	589,48	6	307,60	723,01	441,12	589,48	100,15	82,40	127,71	19,76	15,45
IES 3	51	564,17	539,77	588,58	559,81	663,66	6	352,11	752,68	500,47	633,99	86,78	72,61	107,87	15,38	12,15
IES 4	42	555,22	518,67	591,77	544,97	663,66	5	307,60	782,35	500,47	648,83	117,30	96,52	149,58	21,13	18,10
IES 5	15	547,94	491,43	604,46	544,97	Multiple	3	366,94	767,52	500,47	604,32	102,05	74,71	160,94	18,62	26,35
IES 6	12	526,43	452,96	599,90	522,72	Multiple	2	381,78	782,35	448,54	596,90	115,64	81,92	196,34	21,97	33,38
IES 7	24	499,23	447,84	550,62	515,30	515,30	5	307,60	708,17	411,45	582,06	121,71	94,59	170,73	24,38	24,84
IES 8	75	492,95	472,78	513,12	485,63	500,47	10	322,43	708,17	426,29	559,81	87,65	75,52	104,45	17,78	10,12

OPCIÓN A PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS A	161	450,71	438,27	463,14	455,96	455,96	15,00	307,60	648,83	396,61	515,30	79,90	72,02	89,73	17,73	6,30
IES 0	4	530,14	402,28	658,00	500,47	500,47	2,00	470,79	648,83	485,63	574,65	80,35	45,52	299,60	15,16	40,18
IES 1	37	461,57	433,73	489,42	441,12	396,61	5,00	307,60	619,15	396,61	515,30	83,51	67,91	108,48	18,09	13,73
IES 2	18	490,58	458,67	522,48	470,79	455,96	4,00	366,94	574,65	455,96	544,97	64,17	48,15	96,19	13,08	15,12
IES 3	21	443,24	413,02	473,46	426,29	Multiple	3,00	337,27	559,81	411,45	470,79	66,40	50,80	95,88	14,98	14,49
IES 4	18	423,81	379,46	468,17	396,61	Multiple	3,00	307,60	544,97	337,27	530,14	89,20	66,93	133,72	21,05	21,02
IES 5	7	358,46	293,21	423,72	307,60	307,60	4,00	307,60	470,79	307,60	441,12	70,56	45,47	155,38	19,68	26,67
IES 6	17	448,10	418,92	477,29	455,96	485,63	3,00	322,43	574,65	426,29	485,63	56,77	42,28	86,39	12,67	13,77
IES 7	20	462,63	419,74	505,52	463,38	515,30	3,00	322,43	619,15	381,78	530,14	91,64	69,69	133,85	19,81	20,49
IES 8	19	432,53	401,33	463,73	441,12	Multiple	3,00	307,60	544,97	366,94	470,79	64,73	48,91	95,72	14,97	14,85

15 AÑOS PUNTOSDC																
Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS 15	177	522,85	508,91	536,78	515,30	Multiple	13,00	307,60	782,35	455,96	589,48	93,95	85,08	104,91	17,97	7,06
IES 0	8	524,57	464,56	584,59	530,14	Multiple	1,00	411,45	619,15	470,79	582,06	71,78	47,46	146,10	13,68	25,38
IES 1	41	504,08	478,29	529,88	500,47	396,61	4,00	381,78	663,66	441,12	559,81	81,72	67,09	104,56	16,21	12,76
IES 2	24	499,23	465,93	532,53	522,72	589,48	4,00	307,60	604,32	441,12	559,81	78,86	61,29	110,62	15,80	16,10
IES 3	25	572,87	544,95	600,78	559,81	Multiple	3,00	455,96	678,50	515,30	633,99	67,62	52,80	94,08	11,80	13,52
IES 4	23	543,04	493,22	592,86	530,14	530,14	5,00	337,27	782,35	485,63	648,83	115,21	89,10	163,06	21,22	24,02
IES 5	7	504,71	352,38	657,03	470,79	Multiple	1,00	307,60	767,52	366,94	619,15	164,70	106,13	362,68	32,63	62,25
IES 6	6	473,27	410,67	535,87	478,21	Multiple	1,00	381,78	559,81	441,12	500,47	59,65	37,24	146,30	12,60	24,35
IES 7	19	531,70	481,54	581,86	515,30	515,3	4,00	307,60	708,17	470,79	619,15	104,08	78,64	153,91	19,57	23,88
IES 8	24	517,16	476,71	557,60	522,72	Multiple	3,00	322,43	663,66	441,12	582,06	95,78	74,44	134,36	18,52	19,55

Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS 16	234	499,64	486,09	513,19	500,47	500,47	18,00	307,60	782,35	426,29	574,65	105,20	96,46	115,71	21,06	6,88
IES 0	13	505,03	448,52	561,54	500,47	Multiple	2,00	366,94	648,83	426,29	589,48	93,52	67,06	154,37	18,52	25,94
IES 1	42	487,04	456,53	517,55	470,79	455,96	7,00	307,60	767,52	426,29	559,81	97,91	80,56	124,85	20,10	15,11
IES 2	31	508,12	471,03	545,22	530,14	Multiple	3,00	337,27	723,01	426,29	589,48	101,12	80,81	135,17	19,90	18,16
IES 3	37	521,72	485,81	557,63	515,30	470,79	6,00	337,27	752,68	470,79	589,48	107,70	87,58	139,90	20,64	17,71
IES 4	31	519,61	474,21	565,01	544,97	Multiple	4,00	307,60	737,84	411,45	633,99	123,78	98,92	165,46	23,82	22,23
IES 5	15	479,70	416,68	542,71	500,47	Multiple	3,00	307,60	663,66	366,94	559,81	113,79	83,31	179,46	23,72	29,38
IES 6	16	503,25	445,57	560,93	470,79	455,96	3,00	366,94	782,35	448,54	552,39	108,24	79,96	167,52	21,51	27,06
IES 7	20	451,51	404,25	498,77	448,54	Multiple	3,00	307,60	604,32	359,52	530,14	100,98	76,79	147,49	22,36	22,58
IES 8	29	498,42	462,20	534,64	500,47	500,47	4,00	322,43	708,17	426,29	559,81	95,22	75,57	128,78	19,10	17,68

Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS 17	54	461,45	436,44	486,47	455,96	455,96	7,00	322,43	678,50	381,78	530,14	91,65	77,04	113,14	19,86	12,47
IES 0	10	536,07	458,53	613,61	574,65	604,32	2,00	381,78	678,50	426,29	619,15	108,39	74,56	197,88	20,22	34,28
IES 1	10	470,79	416,68	524,91	463,38	515,3	2,00	352,11	633,99	426,29	515,30	75,65	52,03	138,11	16,07	23,92
IES 2	5	476,73	368,84	584,62	455,96	Multiple	2,00	352,11	559,81	455,96	559,81	86,89	52,06	249,68	18,23	38,86
IES 3	10	445,57	400,81	490,34	441,12	455,96	3,00	352,11	559,81	411,45	455,96	62,57	43,04	114,24	14,04	19,79
IES 4	6	391,67	281,28	502,05	352,11	337,27	3,00	337,27	604,32	337,27	366,94	105,19	65,66	257,98	26,86	42,94
IES 5	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
IES 6	4	441,12	298,17	584,07	455,96	Multiple	1,00	322,43	530,14	374,36	507,88	89,84	50,89	334,96	20,37	44,92
IES 7	5	420,35	293,66	547,04	366,94	Multiple	1,00	322,43	544,97	352,11	515,30	102,04	61,13	293,20	24,27	45,63
IES 8	4	448,54	418,06	479,02	448,54	Multiple	1,00	426,29	470,79	433,70	463,38	19,15	10,85	71,41	4,27	9,58

18 AÑOS PUNTOSDC

Variable	N	Media	Intervalo de confianza para la media al 95%		Me	Moda	Frec. moda	Min	Max	Q1	Q3	D.T.	Intervalo de confianza para la de d.t. al 95%		C.V. x100	E.T.
TODOS 18	7	513,18	407,66	618,70	485,63	Multiple	1,00	411,45	737,84	426,29	574,65	114,10	73,52	251,25	22,23	43,12
IES 0	2	611,74	-990,60	2214,07	611,74	Multiple	1,00	485,63	737,84	485,63	737,84	178,34	79,57	5690,91	29,15	126,11
IES 1	2	544,97	167,95	921,99	544,97	Multiple	1,00	515,30	574,65	515,30	574,65	41,96	18,72	1339,04	7,70	29,67
IES 6	3	426,29	389,43	463,14	426,29	Multiple	1,00	411,45	441,12	411,45	441,12	14,84	7,72	93,24	3,48	8,57

ANEXO VIII

Documento del foro de discusión correspondiente a la segunda fase (curso 2005/06).

Se ha mantenido el texto literal remitido por los alumnos, por lo que en algunos casos se observan faltas de ortografía.

Gráfico para opinar

[[Contestaciones](#)] [[Enviar contestación](#)] [[Tablón electrónico Proyecto Nájera](#)] [[Preguntas frecuentes](#)]

Enviado por [Profesor](#) en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

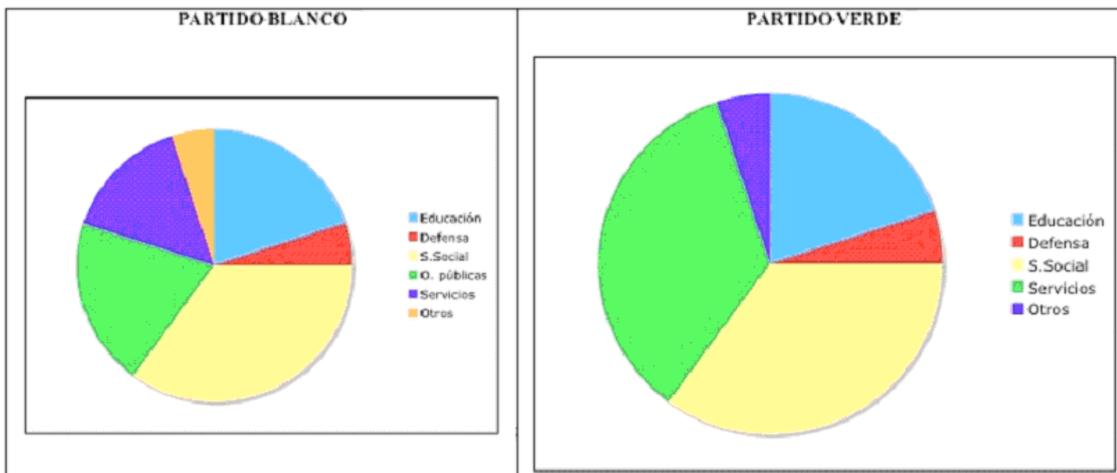
Mis queridos amigos, vamos a intentar aprender otra forma de comunicación y de opinión en Internet, "los foros de discusión". Para ello utilizaremos algunas cuestiones relacionadas con la información estadística que aparece muchas veces en los medios de comunicación y en las propuestas de nuestros políticos. Os envío este gráfico con un comentario, para que enviéis vuestras opiniones y réplica a las mismas a nuestro foro de discusión "Tablero Electrónico".Saludos Profesor

[gráfico de las elecciones](#)

En una convocatoria de elecciones, se presentan dos partidos el Partido Blanco y el Partido Verde, la distribución del presupuesto que cada uno adjudica viene reflejada en los gráficos adjuntos.

El Partido Verde, asegura que ellos dedican más parte del presupuesto a Educación que el Partido Blanco, presentando los dos gráficos de abajo. A ti ¿qué te parece la afirmación del Partido Verde?

Responde en el Tablero electrónico y en su caso replica a las respuestas de tus compañeros. ☺



Tablón electrónico

En esta página es donde debes responder a las preguntas

[[Ayudas](#)] [[Enviar una respuesta](#)] [[Preguntas Frecuentes](#)]

[Lista de actividades](#) (pulsa en el texto anterior para pasar a la página de actividades)

- [comentario general](#) - texto para que lo leáis todos 20:00:16 4/25/2006 (0)
- [gráfico para opinar](#) - **Profesor** 19:40:01 3/30/2006 (8)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno1** 11:20:51 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno2** 11:15:01 4/24/2006 (1)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno3** 11:20:44 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno4** 11:13:08 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno5** 11:09:18 4/24/2006 (0)
- [Respuesta de grafico](#) - **Alumno6** 11:08:56 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno3** 11:04:30 4/24/2006 (0)

Enviado por [Alumno1](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:20:51:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Hola a todos

Yo creo que los gráficos son iguales aunque el blanco sea mas pequeño, el resultado es el mismo

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:15:01:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

: Hola a todos he visto que en el partido blanco ay mas cosas que en partido verde y por eso parece que esta mal distribuido pero yo creo que esta bien distribuido por que tiene mas cosas y le da a todo mas o menos igual

Contestaciones:

- [Re: gráfico para opinar](#) **Alumno3** 11:20:44 4/24/2006 (0)

Enviado por [Alumno3](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:20:44:

En contestación a: [Re: gráfico para opinar](#) enviado por Alumno2 en fecha Abril 24, 2006 a las 11:15:01:

: : Hola Jose yo creo que tu respuesta no es correcta hacia mi. Por que no tiene nada que ver el nº de datos que haya metido sino el nº de la escala que es mayor que el otro. Saludos.

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:13:08:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

hola

Yo creo que el presupuesto para defensa es el mismo y entre los dos suman un cuarto de todo el círculo.

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:09:18:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

: En mi opinión no es cierto los dos partidos tanto el blanco como el verde invierten lo mismo en educación. Lo único que el partido verde quiere engañar a los votantes con un cambio de tamaño en el grafico, haciendo parecer más grande.

Enviado por Alumno5 d en fecha Abril 24, 2006 a las 11:08:56:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Hola amigos:

Mi opinión referida a la pregunta de los dos gráficos es la siguiente, yo creo que los dos partidos dedican parecido a la educación porque un gráfico es más grande que el otro pero los grados son casi iguales.

Enviado por [Alumnos3](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:04:30:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Buenos días Profesor ¿que tal estas? bueno te voy a responder. Yo creo que lo que opinan los del partido es mentira porque de la forma que los representan los dos no lo representan con la misma escala y por eso parece más grande el partido verde pero yo creo que son de igual tamaño.

Tablón electrónico

En esta página es donde debes responder a las preguntas

[[Ayudas](#)] [[Enviar una respuesta](#)] [[Preguntas Frecuentes](#)]

[Lista de actividades](#) (pulsa en el texto anterior para pasar a la página de actividades)

- [comentario general](#) - texto para que lo leáis todos 20:00:16 4/25/2006 (0)
- [gráfico para opinar](#) - **Profesor** 19:40:01 3/30/2006 (8)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno1** 11:20:51 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno2** 11:15:01 4/24/2006 (1)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno3** 11:20:44 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno4** 11:13:08 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumno5** 11:09:18 4/24/2006 (0)
- [Respuesta de grafico](#) - **Alumno6** 11:08:56 4/24/2006 (0)
- [Re: gráfico para opinar](#) - **Alumnos3** 11:04:30 4/24/2006 (0)

Enviado por [Alumno1](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:20:51:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Hola a todos

Yo creo que los gráficos son iguales aunque el blanco sea mas pequeño, el resultado es el mismo

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:15:01:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

: Hola a todos he visto que en el partido blanco ay mas cosas que en partido verde y por eso parece que esta mal distribuido pero yo creo que esta bien distribuido por que tiene mas cosas y le da a todo mas o menos igual

Contestaciones:

- [Re: gráfico para opinar](#) **Alumno3** 11:20:44 4/24/2006 (0)

Enviado por [Alumno3](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:20:44:

En contestación a: [Re: gráfico para opinar](#) enviado por Alumno2 en fecha Abril 24, 2006 a las 11:15:01:

: : Hola Jose yo creo que tu respuesta no es correcta hacia mi. Por que no tiene nada que ver el nº de datos que haya metido sino el nº de la escala que es mayor que el otro. Saludos.

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:13:08:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

hola

Yo creo que el presupuesto para defensa es el mismo y entre los dos suman un cuarto de todo el círculo.

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:09:18:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

: En mi opinión no es cierto los dos partidos tanto el blanco como el verde invierten lo mismo en educación. Lo único que el partido verde quiere engañar a los votantes con un cambio de tamaño en el grafico, haciendo parecer más grande.

Enviado por [Alumno6](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:08:56:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Hola amigos:

Mi opinión referida a la pregunta de los dos gráficos es la siguiente, yo creo que los dos partidos dedican parecido a la educación porque un gráfico es más grande que el otro pero los grados son casi iguales.

Enviado por [Alumnos3](#) en fecha Abril 24, 2006 a las 11:04:30:

En contestación a: [gráfico para opinar](#) enviado por Profesor en fecha Marzo 30, 2006 a las 19:40:01:

Buenos días Profesor ¿que tal estas? bueno te voy a responder. Yo creo que lo que opinan los del partido es mentira porque de la forma que los representan los dos no lo representan con la misma escala y por eso parece más grande el partido verde pero yo creo que son de igual tamaño.

Tablón electrónico

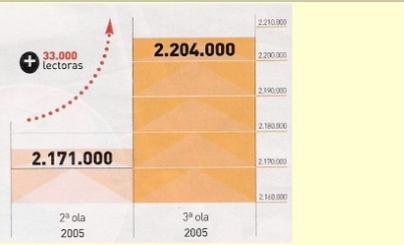
En esta página es donde debes responder a las preguntas

[[Ayudas](#)] [[Enviar una respuesta](#)] [[Preguntas Frecuentes](#)]

[Lista de actividades](#) (pulsar en el texto anterior para pasar a la página de actividades)

· [segunda pregunta](#) - **Profesor** 18:14:35 5/15/2006 (27)

PREGUNTA PARA EL FORO: BARRAS CORTADAS

<p>Una revista femenina que se distribuye junto a una gran cantidad de periódicos los fines de semana publicó en sus páginas el gráfico de la derecha de acuerdo a los datos recopilados en el Estudio General de Medios (EGM):</p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Ola</th> <th>Año</th> <th>Lectoras</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2ª ola</td> <td>2005</td> <td>2.171.000</td> </tr> <tr> <td>3ª ola</td> <td>2005</td> <td>2.204.000</td> </tr> </tbody> </table>	Ola	Año	Lectoras	2ª ola	2005	2.171.000	3ª ola	2005	2.204.000
Ola	Año	Lectoras								
2ª ola	2005	2.171.000								
3ª ola	2005	2.204.000								
<p>¿Crees que es una interpretación razonable de la gráfica decir que ha habido un enorme aumento de lectoras comparando los datos de la 2ª ola y de la 3ª ola del EGM de 2005?</p> <p>Escribe una explicación que fundamente tu respuesta sabiendo que el incremento de lectoras que se produjo entre la última ola del año 2003 y la primera ola del año 2004 viene representado por el siguiente gráfico:</p> <p>ENVIA TU RESPUESTA AL FORO</p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Año</th> <th>Lectoras acumuladas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2003</td> <td>2.051.000</td> </tr> <tr> <td>2004</td> <td>2.107.000</td> </tr> </tbody> </table>	Año	Lectoras acumuladas	2003	2.051.000	2004	2.107.000			
Año	Lectoras acumuladas									
2003	2.051.000									
2004	2.107.000									

- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno1** 14:13:31 5/17/2006 (3)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno3** 14:21:34 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:17:47 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:15:10 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:08:49 5/17/2006 (2)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:19:01 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:13:20 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:05:32 5/17/2006 (2)
- [Re: segunda pregunta](#) - **ALUMNO4** 14:20:31 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:08:02 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno2** 14:04:38 5/17/2006 (6)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:13:21 5/17/2006 (1)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno2** 14:19:45 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:09:51 5/17/2006 (3)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno2** 14:17:43 5/17/2006 (2)

- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:21:31 5/17/2006
- (1)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno2** 14:25:09
5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno2** 14:04:22 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno3** 14:01:58 5/17/2006 (2)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:22:02 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:06:07 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 13:59:55 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 13:56:56 5/17/2006 (4)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 14:27:10 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno3** 14:25:48 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno5** 14:12:14 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) - **Alumno4** 13:58:20 5/17/2006 (0)

Enviar una Respuesta!

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

No estoy de acuerdo pero no sé porque

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno3** 14:21:34 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno4** 14:17:47 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno5** 14:15:10 5/17/2006 (0)

Enviado por [Alumno3](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:21:34:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno1 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:31:

Hola Alumno1:

yo no estoy de acuerdo contigo porque si tu no sabes lo que dices a quien se lo vas a preguntar

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:17:47:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno1 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:31:

No estoy desacuerdo contigo, por si te fijas en los valores no se ve gran aumento de una temporada, con un aumento de 26000 lectoras, y la otra temporada, con 33000.

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:15:10:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno1 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:31:

Ni yo tampoco explícate mejor

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:08:49:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

Por mi parecer, los de esta revista se ponen como si hubiesen tenido una gran temporada, haciendo los espacios entre los lectores es grande. Pero también pueden no engañar tanto y tener algo de razón, porque no se sabe cuanto dura cada ola o el crecimiento de otras revistas que puede ser mayores o menores.

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno5](#) 14:19:01 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta Alumno4](#) 14:13:20 5/17/2006 (0)

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:19:01:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:08:49:

No estoy de acuerdo porque no se lo que dices

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:20:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:08:49:

no entiendo a lo que te refieres

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:05:32:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

Mi respuesta es la siguiente:

Yo creo que si que hay un aumento pero no como para decir que hay un gran aumento, en la imagen parece que es grande pero si apareciera la grafica desde el principio no se notaria tanto. SALUDOS

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta ALUMNO4](#) 14:20:31 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta Alumno4](#) 14:08:02 5/17/2006 (0)

Enviado por [ALUMNO4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:20:31:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno5 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:05:32:

:ESTOY DEACUERDO PERO NO PIENSAS EN QUE IGUAL NO SE DAN TANTOS LECTORES CADA TEMPORADA EN LAS REVISTAS Y AUNQUE PAREZCA UN PEQUEÑO CRECIMIENTO SEA GRANDE.

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:08:02:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno5 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:05:32:

estoy de acuerdo con tu pregunta

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:04:38:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

hola yo creo que los graficos son igiales pero no el de abajo no tiene las acotaciones la flecha no se entiende en unose indica las temporadas y en el otro los lectores de la revista.

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno5 14:13:21 5/17/2006](#) (1)
- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:19:45 5/17/2006](#) (0)
- [Re: segunda pregunta Alumno4 14:09:51 5/17/2006](#) (3)
- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:17:43 5/17/2006](#) (2)
- [Re: segunda pregunta Alumno4 14:21:31 5/17/2006](#) (1)
- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:25:09 5/17/2006](#) (0)

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:21:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno2 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:04:38:

No entiendo tu respuesta lo siento

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:19:45 5/17/2006](#) (0)

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:19:45:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno5 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:13:21:

: lo que quiero decir es que en los graficos en uno pone las acotaciones y en el oteo no que la flecha no se entiende

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:09:51:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno2 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:04:38:

no puedo estar de acuerdo con tigo, porque no entiendo lo que quieres decir con tu respuesta

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:17:43 5/17/2006 \(2\)](#)
- [Re: segunda pregunta Alumno4 14:21:31 5/17/2006 \(1\)](#)
- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:25:09 5/17/2006 \(0\)](#)

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:17:43:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:09:51:

:lo que quiero decir es que en los graficos en uno pone las acotaciones y en el oteo no que la flecha no se entiende

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno4 14:21:31 5/17/2006 \(1\)](#)
- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:25:09 5/17/2006 \(0\)](#)

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:21:31:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno2 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:17:43:

me podrias explicar que significa "oteo".

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta Alumno2 14:25:09 5/17/2006 \(0\)](#)

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:25:09:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:21:31:

: otro

Enviado por [Alumno2](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:04:22:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

hola yo creo que los graficos son igiales pero no el de abajo no tiene las acotaciones la flecha no se entiende en unose indica las temporadas y en el otro los lectores de la revista.

Enviado por [Alumno3](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:01:58:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

En el tablero electrónico:

Yo creo que no es una respuesta razonable por que se lleva una gran diferencia de una columna a otra y solo se lleva 4 nº de diferencia

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno5** 14:22:02 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno4** 14:06:07 5/17/2006 (0)

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:22:02:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno3 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:01:58:

Yo no estoy de acuerdo porque no se lleban nada de diferenci comparando los valores tan altos de los que estamos ablando

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:06:07:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno3 en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:01:58:

no estoy de acuerdo con tu respueta por que no debes fijarte en la grafica si no en los balores, por que como ya sabes las graficas se pueden modificar a gusto de cada uno

Enviado por Alumno5 en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:59:55:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:56:56:

En contestación a: [segunda pregunta](#) enviado por Profesor en fecha Mayo 15, 2006 a las 18:14:35:

creo que el aumento no es tan grande. Si nos fijamos en el numero de lectoras que tiene la revista un aumento de 33000 lectoras no es mucho.

Contestaciones:

- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno4** 14:27:10 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno3** 14:25:48 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno5** 14:12:14 5/17/2006 (0)
- [Re: segunda pregunta](#) **Alumno4** 13:58:20 5/17/2006 (0)

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:27:10:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:56:56:

:ESTOY DE ACUERDO CONTIGO BUENA OBSERVACION

Enviado por [Alumno3](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:25:48:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:56:56:

:

Da igual de los valores que estemos hablando. Lo que te quiero decir es que no se llevan tanta numeración entre ellos y lo han representado como si se llavarían millones por medio.

Enviado por [Alumno5](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 14:12:14:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:56:56:

Yo tambien estoy de acuerdo con tigo pero escribe mas

Enviado por [Alumno4](#) en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:58:20:

En contestación a: [Re: segunda pregunta](#) enviado por Alumno4 en fecha Mayo 17, 2006 a las 13:56:56:

: creo que el aumento no es tan grande. Si nos fijamos en el número de lectoras que tiene la revista un aumento de 33000 lectoras no es mucho

ANEXO IX

Resultados cualitativos de los ítems, validación del STIAE (cuarta fase: curso 2007/08)

Resultados cualitativos de la prueba de competencia estadística

Información que aparece en la evaluación de cada ítem

Para la evaluación de cada ítem hemos desarrollado lo que llamamos *Ficha de evaluación del ítem*:

Enunciado del ítem:			
Criterios de corrección:			
Máxima puntuación			
Criterios de corrección para otorgar la puntuación máxima al ítem			
Ejemplos de aplicación			
Información sobre los resultados			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Dificultad	<i>Tipo de nivel</i>	La Rioja	
Situación	<i>Tipo de situación</i>	Opción A	
Competencia	<i>Tipo de competencia</i>	Opción B	
		STIAE	
		Opción A	
		Opción D	
Puntuación parcial (cuando proceda)			
Criterios de corrección para otorgar la puntuación parcial al ítem			
Ejemplos de aplicación			
Información sobre los resultados			
	Puntuación parcial	Aciertos	%
Dificultad	<i>Tipo de nivel</i>	La Rioja	
Situación	<i>Tipo de situación</i>	Opción A	
Competencia	<i>Tipo de competencia</i>	Opción B	
		STIAE	
		Opción A	
		Opción D	
Ninguna puntuación			
Criterios de corrección para no otorgar ninguna puntuación al ítem			
Ejemplos de aplicación			

La *Ficha de evaluación de cada ítem* evaluado consta de:

1. **El enunciado de la pregunta:** Contiene todo lo que el alumno ha visto en la prueba.
2. **El recuadro de características y resultados**

Contiene:

- La *situación* contextual: personal, pública, educativa, y científica.
- La *competencia* o proceso cognitivo: reproducción, conexión y reflexión
- La *dificultad*: puntuación resultante de un modelo expresado en una escala de media 500 y desviación típica 100. El valor 500 corresponde a la media de La Rioja. El rango de puntuaciones se divide en cinco niveles de creciente dificultad en Estadística basados en Serradó y Cardeñoso (2007, pp. 288-289). Estos investigadores establecen una relación de competencias específicas matemáticas basadas en PISA 2003 y presentan una traducción de las descripciones de los seis ni-

veles de competencias en matemáticas en la escala de Incertidumbre (OCDE, 2004) describiendo cada uno de los seis niveles de competencia y especificando las tareas específicas que los alumnos “pertenecientes” a cada nivel deben saber hacer. En los seis niveles aparecen tareas relacionadas con Estadística y Probabilidad con la excepción del nivel uno, en el que solo aparecen tareas relacionadas con la probabilidad. Nosotros nos hemos basado en el trabajo de estos autores para clasificar la dificultad de cada ítem en cinco niveles, de forma que nuestros niveles de dificultad Nivel 1, Nivel 2,..., Nivel 5 se corresponden respectivamente con las tareas estadísticas del Nivel 2, Nivel 3,..., Nivel 6 que aparecen en el trabajo de Serradó y Cardeñoso.

- Los *aciertos*: expresan el porcentaje de alumnos que ha obtenido la puntuación correspondiente o la puntuación máxima cuando no se indique nada; se incluyen siempre el del conjunto de La Rioja, los alumnos de La Rioja que estudian la opción A de Matemáticas, así como los de la opción B. Así mismo aparecen los aciertos correspondientes a los alumnos que utilizaron el STIAE de forma global, e igualmente aparecen desglosados según sean alumnos de Diversificación Curricular (opción D) o de la opción A.

Ficha de evaluación del ítem 1

ÍTEM 1 (P1)			
Tenemos siete números y el más grande es el 6. Sumamos estos números y dividimos la suma por siete. El resultado es 5. ¿Te parece posible? ¿Por qué?			
<i>Máxima puntuación</i>			
<p>1. Sí, es posible. Construye una distribución de media dada usando el hecho de que la suma de los datos debe ser 35.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí es posible, por ejemplo 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6 (u otros números cualesquiera que cumplan la condición de sumar 35) • Sí es posible, basta con que la suma de los números dé 35 <p>2. Sí, es posible. Se basa en la propiedad de que la media es un valor perteneciente al rango de la variable, lo que obliga a todos los datos del conjunto a estar comprendidos entre los valores extremos de éste.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí es posible porque la media 5 es menor que el dato más alto 6 			
P1			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	41,26
Competencia	Reproducción	Opción A	29,81
Dificultad	Nivel 3	Opción B	45,75
		STIAE	72,73
		Opción A	50,00
		Opción D	85,71
<i>Ninguna puntuación</i>			
<p>1. Sí, sin explicación o con explicación insuficiente o incorrecta.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí, me parece posible. • Sí, es posible, por ejemplo los números 4, 4, 4, 5, 5, 5,6 lo cumplen. <p>2. No, no es posible (con o sin explicación)</p> <p>3. Otras respuestas.</p> <p>4. Sin respuesta.</p>			

Ficha de evaluación del ítem 2

ÍTEM P2A			
Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; cuál es la altura del alumno mediano?			
<i>Máxima puntuación</i>			
1. Calcula la mediana de un número impar de datos correctamente			
<ul style="list-style-type: none"> • La altura mediana es 171 cm. • 171 • 1,71 			
P2A			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	47,35
Competencia	Reproducción	Opción A	31,68
Dificultad	Nivel 1	Opción B	53,96
		STIAE	81,82
		Opción A	75,00
		Opción D	85,71
<i>Ninguna puntuación</i>			
1. .No ordena los datos para calcular la mediana			
<ul style="list-style-type: none"> • La altura mediana es 169 			
2. Confunde media con mediana			
3. Confunde moda con mediana			
4. Otras respuestas			
5. Sin respuesta			

Ficha de evaluación del ítem 3

ÍTEM P2B			
Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177. Si incluimos a un sexto alumno de 190 cm. de altura, ¿cuál sería ahora la altura mediana de los seis alumnos?			
<i>Máxima puntuación</i>			
<ol style="list-style-type: none"> 1. Calcula la mediana de un número par de datos como la semisuma de los dos datos centrales <ul style="list-style-type: none"> • La altura mediana es 171'5 cm. • 171'5 • 1,715 2. La altura mediana corresponde a 171 y 172 			
P2B			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	25,93
Competencia	Reproducción	Opción A	8,07
Dificultad	Nivel 3	Opción B	33,14
		STIAE	63,64
		Opción A	25,00
		Opción D	85,71
<i>Ninguna puntuación</i>			
<ol style="list-style-type: none"> 1. No ordena los datos para calcular la mediana <ul style="list-style-type: none"> • La altura mediana es 170 2. Confunde media con mediana 3. Confunde moda con mediana 4. Otras respuestas 5. Sin respuesta 			

Ficha de evaluación del ítem 4

ÍTEM P2C				
Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177. Si incluimos a un sexto alumno de 190 cm. de altura, ¿sería la media aritmética un buen representante de la altura de los seis alumnos? Razona la respuesta.				
Máxima puntuación				
1. No, no sería buen representante. Se centra en que la mediana y la moda son unas medidas más adecuadas para una distribución con un valor atípico				
<ul style="list-style-type: none"> • No sería un buen representante porque la altura de 190 cm hace que crezca demasiado la media. Sería mejor representante la moda o la mediana. • No, como hay uno que mide mucho más que los demás sería mejor utilizar la mediana. 				
2. Sí, sería un buen representante centrándose en que la presencia del valor atípico no hace variar excesivamente la media (y la calcula).				
<ul style="list-style-type: none"> • Sí sería razonable porque la media da 175 cm (la calcula) y aunque 190 es una altura algo grande no influye demasiado pues hay datos de 177 y 172 que están cerca de la media. 				
P2C				
		Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa		La Rioja	25,93
Competencia	Conexiones		Opción A	18,01
Dificultad	Nivel 5		Opción B	29,91
			STIAE	9,09
			Opción A	0,00
			Opción D	14,29
Puntuación parcial				
1. No, no sería buen representante pero la explicación carece de detalle, es insuficiente				
<ul style="list-style-type: none"> • No porque al haber una medida muy alta la media aritmética sube. • No sería buen representante, sería mejor coger otro tipo de medida 				
P2C				
		Puntuación parcial	Aciertos	%
Situación	Educativa		La Rioja	8,84
Competencia	Conexiones		Opción A	9,32
Dificultad	Nivel 3		Opción B	8,21
			STIAE	36,36
			Opción A	50,00
			Opción D	28,57
Ninguna puntuación				
1. No, sin explicación o con explicación incorrecta.				
2. Sí, sin explicación o con explicación incorrecta o insuficiente.				
3. Otras respuestas.				
4. Sin respuesta.				

Ficha de evaluación del ítem 5

ÍTEM P3				
¿Qué significa que el tamaño de una familia media es de 2'5? ¿Podrías inventar familias cuyo tamaño medio sea 2'5?				
Máxima puntuación				
1. Se centra en aplicar el concepto de media y en el hecho de que el número de miembros de una familia particular debe ser un número entero				
<ul style="list-style-type: none"> • Significa que sumas los miembros de todas las familias y lo divides entre el número de familias dando 2'5 el resultado. No se puede inventar familias de tamaño 2'5 porque no se puede partir una persona. • Significa que en una familia hay dos miembros, en otra tres, etc. pero al hacer la media el resultado da 2'5 (o pone un ejemplo concreto). No se puede inventar familias de tamaño 2'5 porque no se puede partir una persona 				
P3				
		Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Personal		La Rioja	8,45
Competencia	Conexiones		Opción A	3,73
Dificultad	Nivel 5		Opción B	10,56
			STIAE	18,18
			Opción A	25,00
			Opción D	14,29
Puntuación parcial				
1. Responde correctamente sólo a una de las dos cuestiones del ítem.				
P3				
		Puntuación parcial	Aciertos	%
Situación	Personal		La Rioja	24,56
Competencia	Conexiones		Opción A	14,29
Dificultad	Nivel 3		Opción B	29,91
			STIAE	9,09
			Opción A	25,00
			Opción D	0,00
Ninguna puntuación				
1. Confunde tamaño de la familia con la altura de sus miembros.				
2. Otras respuestas.				
3. Sin respuesta.				

Ficha de evaluación del ítem 6

ÍTEM P4			
Una familia muy numerosa está compuesta por un padre, una madre y ocho hijos. El peso medio de los dos adultos es de 70 kg y el peso medio de los ocho hijos es de 40 kg. ¿Cuál es el peso medio de los diez miembros de la familia?			
<i>Máxima puntuación</i>			
•46 kg			
P4			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	47,54
Competencia	Reproducción	Opción A	40,37
Dificultad	Nivel 3	Opción B	50,15
		STIAE	81,82
		Opción A	75,00
		Opción D	85,71
<i>Ninguna puntuación</i>			
1. Otras respuestas.			
2. Sin respuesta.			

Ficha de evaluación del ítem 7

ÍTEM P5			
Tenemos dos grupos de alumnos de 11 y 18 años, de los cuales hemos calculado su peso medio y su desviación típica:			
	Peso medio	Desviación típica	
11 años	40 Kg.	3kg	
18 años	60 Kg.	3kg	
En términos relativos, ¿qué grupo de alumnos tiene el peso más disperso con respecto a su media, los de 11 o los de 18 años? Justifica la respuesta.			
Máxima puntuación			
1. Está más disperso el grupo de 11 años porque su coeficiente de variación relativa de Pearson es mayor. <ul style="list-style-type: none"> • Los de 11 años porque el coeficiente de variación de los de 11 años (3/40) es mayor que el de los de 18 (3/60). 			
2. Responde sin usar explícitamente el nombre de coeficiente de variación. <ul style="list-style-type: none"> • Los de 11 años porque es mayor la variación de 3kg en 40kg que 3kg en 60kg 			
P5			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	10,41
Competencia	Conexiones	Opción A	6,83
Dificultad	Nivel 5	Opción B	12,32
		STIAE	0,00
		Opción A	0,00
		Opción D	0,00
Puntuación parcial			
1. Utiliza la desviación típica para comparar la dispersión de los datos sin tener en cuenta que deben considerar la variación relativa, no la absoluta. <ul style="list-style-type: none"> • Los dos están igual de dispersos porque tienen la misma desviación típica 			
P5			
	Puntuación parcial	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	17,09
Competencia	Conexiones	Opción A	11,18
Dificultad	Nivel 3	Opción B	19,06
		STIAE	36,36
		Opción A	0,00
		Opción D	57,14
Ninguna puntuación			
1. Los de 11 kg sin explicación o con una explicación que carece de detalle o incorrecta.			
2. Los dos están igual de dispersos sin explicar el porqué			
3. Otras respuestas.			
4. Sin respuesta.			

Ficha de evaluación del ítem 8

ÍTEM P6																							
Una profesora califica las redacciones de sus alumnos de la siguiente manera:																							
	M: mal	R: regular	B: bien	E: excelente																			
4º A	M	R	R	B	B	E	E	M	M	R	R	R	B	E	E	M	R	R	E	E	E	E	
4º B	E	E	M	M	R	B	R	B	M	M	E	B	R	E	M	B	B						
¿Qué grupo ha obtenido mejores notas? ¿Qué medida (media, mediana, moda) sería más apropiada para representar estos datos?																							
Máxima puntuación																							
1. La mediana. Halla la nota mediana de los dos cursos por ser una variable ordinal y responde en consecuencia.																							
•La nota mediana de 4º A es Regular y la de 4º B es Bien, por tanto el grupo 4º B ha obtenido mejores notas																							
2. La moda. Halla la nota modal de los dos cursos y responde en consecuencia.																							
•La nota modal de 4º A es Excelente, mientras que 4º B tiene dos notas modales, Mal y Bien las dos peores que la de 4º A por tanto el grupo 4º A ha obtenido mejores resultados.																							
3. La media aritmética. Asigna valores numéricos a las notas y responde en consecuencia.																							
•Haciendo M=1 R=2 B=3 y E=4 se obtiene una nota media de 2,61 para 4º A y de 2,47 para 4º B por lo que 4º A ha obtenido mejores resultados.																							
4. La mediana o la moda. Para responder que grupo ha obtenido mejores notas calcula el porcentaje de bienes y excelentes en ambos grupos y responde en consecuencia.																							
•La mediana o la moda. El grupo 4º A ha obtenido el 47,83% de B y E, mientras que 4º B ha obtenido el 52,94% por lo que 4º B ha obtenido mejores resultados.																							
P6																							
		Máxima puntuación	Aciertos	%																			
Situación	Educativa		La Rioja	16,90																			
Competencia	Conexiones		Opción A	9,32																			
Dificultad	Nivel 5		Opción B	19,65																			
			STIAE	36,36																			
			Opción A	0,00																			
			Opción D	57,14																			
Puntuación parcial																							
1. Responde que la mediana o la moda, o incluso la media aritmética asignando valores a las notas, pero no calcula estas medidas para comparar los grupos.																							
P6																							
		Puntuación parcial	Aciertos	%																			
Situación	Educativa		La Rioja	42,44																			
Competencia	Conexiones		Opción A	45,96																			
Dificultad	Nivel 2		Opción B	40,76																			
			STIAE	54,55																			
			Opción A	75,00																			
			Opción D	42,86																			
Ninguna puntuación																							
1. Responde que con la media pero no la calcula asignando valores numéricos a las letras																							

2. Otras respuestas.
3. Sin respuesta.

Ficha de evaluación del ítem 9

ÍTEM P7A			
En la siguiente tabla se puede ver el peso de un grupo de mujeres de una muestra de 20 mujeres :			
	Peso (en Kg.)	Frecuencia	
	[55,65)	4	
	[65,75)	10	
	[75,85)	6	
¿Cuál es el peso medio de estas mujeres?			
<i>Máxima puntuación</i>			
1. Calcula la media como un conjunto de datos agrupados en intervalos y presentados en una tabla de frecuencias absolutas.			
<ul style="list-style-type: none"> •71 kg. •71 			
P7A			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	33,60
Competencia	Reproducción	Opción A	23,60
Dificultad	Nivel 3	Opción B	36,95
		STIAE	81,82
		Opción A	50,00
		Opción D	100,00
<i>Ninguna puntuación</i>			
1. Confunde el intervalo [55, 65) con el número decimal 55'65 (aplique bien o mal el algoritmo de cálculo de la media)			
2. Otras respuestas.			
3. Sin respuesta			

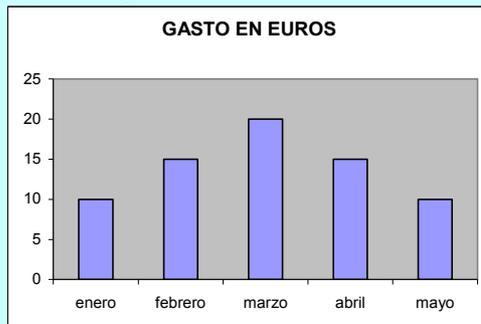
Ficha de evaluación del ítem 10

ÍTEM P7B			
En la siguiente tabla se puede ver el peso de un grupo de mujeres de una muestra de 20 mujeres :			
		Peso (en Kg.)	Frecuencia
		[55,65)	4
		[65,75)	10
		[75,85)	6
¿Cuál es la desviación típica?			
Máxima puntuación			
1. Calcula la desviación típica como un conjunto de datos agrupados en intervalos y presentados en una tabla de frecuencias absolutas.			
<ul style="list-style-type: none"> •7 kg. •7 			
P7B			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	12,97
Competencia	Reproducción	Opción A	7,45
Dificultad	Nivel 4	Opción B	15,84
		STIAE	0,00
		Opción A	0,00
		Opción D	0,00
Ninguna puntuación			
1. Confunde varianza con desviación típica			
<ul style="list-style-type: none"> •49 kg •49 kg² •49 			
2. Otras respuestas.			
3. Sin respuesta			

Ficha de evaluación del ítem 11

ÍTEM P8A

El gasto en la factura farmacéutica de una persona en los cinco primeros meses del año viene dado por la siguiente gráfica:



¿Cuál ha sido el gasto medio mensual de esa persona en esos cinco meses?

Máxima puntuación

1. Calcula la media a partir del gráfico, bien aplicando el algoritmo de la media para datos aislados o bien gráficamente.

- 14 euros, 14
- El gasto medio es $(10+15+20+15+10)/5$ lo que da 14 euros

P8A

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	75,64
Competencia	Reproducción	Opción A	74,53
Dificultad	Nivel 3	Opción B	76,25
		STIAE	81,82
		Opción A	100,00
		Opción D	71,43

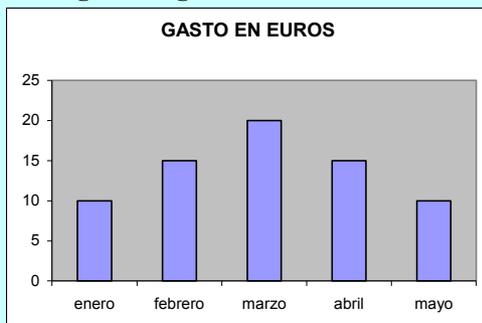
Ninguna puntuación

1. Confunde gasto medio con gasto mediano
 - 15 euros
 - 20 euros
2. Confunde gasto medio con gasto modal
 - 10 y 15 euros
3. Otras respuestas.
4. Sin respuesta

Ficha de evaluación del ítem 12

ÍTEM P8B

El gasto en la factura farmacéutica de una persona en los cinco primeros meses del año viene dado por la siguiente gráfica:



¿Y el gasto mediano de esa persona en esos cinco meses?

Máxima puntuación

1. Calcula la mediana a partir del gráfico
 - 15 euros, 15

P8B

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	34,97
Competencia	Reproducción	Opción A	28,57
Dificultad	Nivel 3	Opción B	37,83
		STIAE	45,45
		Opción A	50,00
		Opción D	42,86

Ninguna puntuación

1. Confunde gasto medio con gasto mediano
 - El gasto mediano es $(10+15+20+15+10)/5$ lo que da 14 euros
2. Confunde gasto mediano con gasto modal
 - 10 y 15 euros
3. Aplica incorrectamente el algoritmo de cálculo de la mediana al no ordenar los datos
 - 20 euros
4. Otras respuestas.
5. Sin respuesta

Ficha de evaluación del ítem 13

ÍTEM P9

De acuerdo al diagrama de caja mostrado debajo, tres cuartos de los estudiantes del grupo 4º D reciben menos de: ¿cuántos euros de paga?

Máxima puntuación

- Reconoce que el tercer cuartil en el diagrama de caja corresponde a lo que se le pide
 - 30 euros, 30.

P9

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	8,45
Competencia	Conexiones	Opción A	6,21
Dificultad	Nivel 3	Opción B	8,50
		STIAE	36,36
		Opción A	0,00
		Opción D	57,14

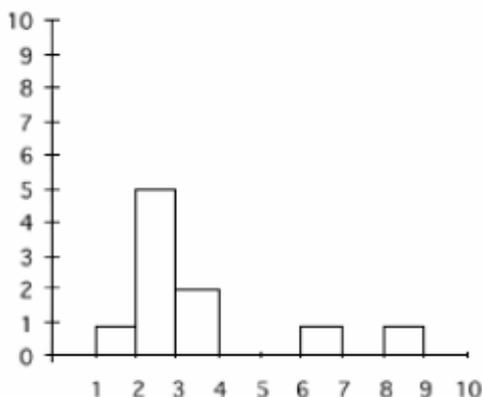
Ninguna puntuación

- Otras respuestas.
- Sin respuesta

Ficha de evaluación del ítem 14

ÍTEM P10A

Aquí tienes un histograma con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos).



¿Cuántos alumnos han sacado más de un 4 en el examen?

Máxima puntuación

•2 alumnos, 2.

P10A

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	56,58
Competencia	Reproducción	Opción A	42,24
Dificultad	Nivel 2	Opción B	63,34
		STIAE	63,64
		Opción A	75,00
		Opción D	57,14

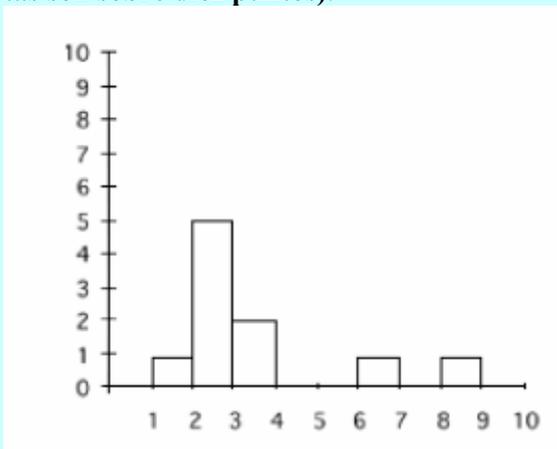
Ninguna puntuación

1. Otras respuestas.
2. Sin respuesta

Ficha de evaluación del ítem 15

ÍTEM P10B

Aquí tienes un histograma con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos).



¿Cuántos alumnos realizaron el examen?

Máxima puntuación

•10 alumnos, 10.

P10B

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	63,06
Competencia	Reproducción	Opción A	55,90
Dificultad	Nivel 2	Opción B	65,98
		STIAE	72,73
		Opción A	50,00
		Opción D	85,71

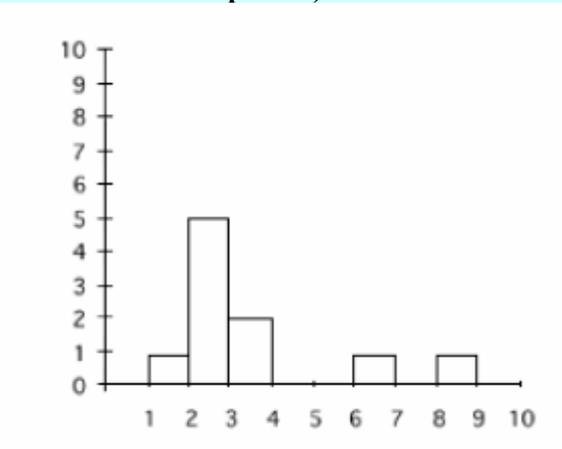
Ninguna puntuación

1. Otras respuestas.
2. Sin respuesta

Ficha de evaluación del ítem 16

ÍTEM P10C

Aquí tienes un histograma con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos).



¿Qué representan los números en el eje vertical?

Máxima puntuación

- Cualquier respuesta que haga referencia a los alumnos
 - Los alumnos
 - El número de alumnos
 - Las personas que hicieron el examen

P10C

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	52,46
Competencia	Reproducción	Opción A	36,65
Dificultad	Nivel 2	Opción B	60,12
		STIAE	36,36
		Opción A	25,00
		Opción D	42,86

Ninguna puntuación

- Otras respuestas.
- Sin respuesta

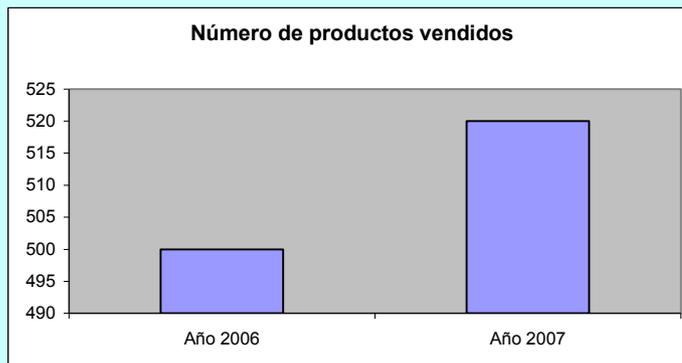
Ficha de evaluación del ítem 17

ÍTEM P11			
El 10% de los alumnos de una clase dedica una hora en casa a hacer los deberes, el 50% emplea dos horas, y el resto tres horas. ¿Cuál es la media de trabajo diario que emplean los alumnos de esa clase para hacer los deberes?			
<i>Máxima puntuación</i>			
1. 2'3 horas			
2. 2 horas 18 minutos			
P11			
	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Educativa	La Rioja	34,58
Competencia	Reproducción	Opción A	19,88
Dificultad	Nivel 3	Opción B	41,35
		STIAE	45,45
		Opción A	50,00
		Opción D	42,86
<i>Ninguna puntuación</i>			
1. Confunde la media ponderada con la media aritmética			
•2 horas			
•La media de trabajo es $(1+2+3)/3 = 2$ horas			
2. Otras respuestas.			
3. Sin respuesta			

Ficha de evaluación del ítem 18

ÍTEM P11

El jefe de ventas de una empresa farmacéutica mostró este gráfico y dijo: “El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de productos vendidos comparando 2006 con 2007”



¿Consideras que la afirmación del jefe de ventas es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

Máxima puntuación

- No, no razonable. Se centra en el hecho de que sólo se muestra una pequeña parte del gráfico.
 - No razonable. Debería mostrarse el gráfico entero.
 - No pienso que sea una interpretación razonable del gráfico porque si se mostrase el gráfico entero se vería que sólo hay un ligero incremento de productos vendidos.
 - No, porque ha utilizado la parte alta del gráfico y si se mirase el gráfico completo desde 0 a 520, no habría crecido tanto.
 - No, porque el gráfico hace que parezca que ha habido un incremento enorme pero cuando se mira a las cifras se ve que no hay mucho incremento.
- No, no razonable. Contiene argumentaciones correctas en términos de proporción o porcentaje de incremento.
 - No, no razonable. 20 no es un incremento enorme en comparación con un total de 500.
 - No, no razonable. En términos de porcentaje, el incremento es solo de aproximadamente el 4%.
 - No. 20 productos vendidos más son un 4% de incremento. ¡No mucho en mi opinión!
 - No, sólo 20 más para este año. En comparación con 500, no es un número muy grande.
- Hacen falta datos de tendencias antes de que se pueda hacer un juicio.
 - No se puede decir si el incremento es enorme o no. Si en 2005, el número de productos vendidos es el mismo que en 2006, entonces se puede decir que hay un incremento enorme en 2007.
 - No hay manera de saber cómo de "enorme" es debido a que, por lo menos, nece-

sitas dos cambios para pensar que uno es enorme y otro pequeño.

P12

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	17,09
Competencia	Conexiones	Opción A	8,70
Dificultad	Nivel 5	Opción B	21,11
		STIAE	9,09
		Opción A	0,00
		Opción D	14,29

Puntuación parcial

1. No, no razonable, aunque la explicación carece de detalle.
 - Se centra sólo en un incremento dado por el número exacto de productos vendidos, pero no lo compara con el total.
 - No razonable. Se incrementa aproximadamente en 20 productos. La palabra "enorme" no explica la realidad del aumento del número de productos. El incremento fue solo de aproximadamente 20 y yo no lo llamaría "enorme".
 - De 500 a 520 no es un aumento grande.
 - No, porque 20 no es un aumento grande.
 - De 500 a 520 hay un aumento, pero no grande.
2. No, no razonable, con el método correcto pero con errores computacionales menores.
 - Método y conclusión correcta pero el porcentaje calculado es 0,04%.

P12

	Puntuación parcial	Aciertos	%
Situación	Pública	La Rioja	27,70
Competencia	Conexiones	Opción A	26,09
Dificultad	Nivel 3	Opción B	27,57
		STIAE	63,64
		Opción A	50,00
		Opción D	71,43

Ninguna puntuación

1. No, sin explicación o con explicación insuficiente o incorrecta.
 - No, no estoy de acuerdo.
 - El jefe de ventas no debería haber utilizado la palabra "enorme".
 - No, no es razonable. A los jefes les gusta siempre exagerar.
2. Sí, se centra en la apariencia del gráfico y menciona que el número de productos se duplicó.
 - Sí, el gráfico duplica su altura.
 - Sí, el número de productos casi se ha duplicado.
3. Sí, sin explicación, o con otras explicaciones diferentes de las anteriores.
4. Otras respuestas.
5. Sin respuesta.

Ficha de evaluación del ítem 19

ÍTEM P13

Cada uno de los nueve alumnos de una clase de Ciencias pesó separadamente un pequeño objeto en la misma balanza. El peso, en gramos, anotado por cada estudiante viene dado por:

6'2 6'0 6'0 15'3 6'1 6'3 6'2 6'15 6'2

Los estudiantes quieren determinar de la forma más precisa posible el peso real del objeto. ¿Qué método les recomendarías que usaran? Justifica la respuesta.

Máxima puntuación

- La media aritmética. Se basa en el hecho de que la suma de las desviaciones de los datos con respecto a la media es cero.
 - La media aritmética porque los errores al tomar unas medidas se compensan con otras y el resultado es el más preciso.
 - El mejor método es tomar 7,16 que es la media porque unos valores se compensan con otros.
- La mediana o la moda porque es mejor representante de los datos cuando hay valores atípicos
 - La moda porque el valor que más veces ha aparecido es el más fiable porque es el que más personas han obtenido.
 - La mediana porque cuando hay algún dato atípico como 15'3 es mejor promedio que la media y por tanto más fiable
 - Tomaría 6,2 porque la mediana o la moda son más fiables cuando hay datos extraños

P13

	Máxima puntuación	Aciertos	%
Situación	Científica	La Rioja	24,17
Competencia	Reflexión	Opción A	18,01
Dificultad	Nivel 5	Opción B	27,27
		STIAE	18,18
		Opción A	25,00
		Opción D	14,29

Puntuación parcial

- La media, o la mediana o la moda (con o sin cálculo) pero sin explicar el porqué.

P13

	Puntuación parcial	Aciertos	%
Situación	Científica	La Rioja	29,67
Competencia	Reflexión	Opción A	22,98
Dificultad	Nivel 3	Opción B	31,67
		STIAE	81,82
		Opción A	75,00
		Opción D	85,71

Ninguna puntuación

- Calcula la media eliminando el dato atípico (15'3)
- Otras respuestas.
- Sin respuesta.

ANEXO X

Revisión curricular

1 Tendencias internacionales en la enseñanza de la estadística en la educación secundaria

La enseñanza de la estadística y probabilidad fue ya introducida en 1961 en el currículo de Inglaterra en forma opcional para los estudiantes de 16 a 19 años que querían especializarse en matemáticas, con el fin de mostrar las aplicaciones de las matemáticas a una amplia variedad de materias (Batanero, 2002). Holmes y su equipo, con el proyecto School Council Project on Statistical Education en el Reino Unido (1975-1981)) mostraron que era posible iniciar la enseñanza ya desde la escuela primaria, justificándola por las razones siguientes:

1. La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.
2. Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
3. Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
4. Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Estas recomendaciones han hecho que la estadística se incorpore cada vez más a los currículos. Por ejemplo, Santaló en el año 1980 ya presentaba un informe en una audiencia internacional, indicando que la estadística se incluyó en la escuela secundaria en Argentina, para alumnos de 16 años en 1966 y para alumnos de 13 años en 1967.

Según Estrada (2002, página 29), en la reunión de la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) en Kuwait (1986) se estudiaron los resultados de la SIMS (Second International Mathematical Study) donde aparece un listado de los contenidos matemáticos para alumnos de 13 años que veinte países (tanto desarrollados como en vías de desarrollo) han catalogado como muy importantes (I) o sin importancia (S). Los resultados relacionados con la estadística descriptiva son los siguientes:

CONTENIDOS	Categoría cognitiva			
	Cálculo	Comprensión	Aplicación	Análisis
Recogida de datos				S
Ordenación de datos				
Representación de datos				
Interpretación de datos (media, mediana, moda)				S

A los participantes en la reunión se les preguntó en relación a todas las áreas del currículo si los temas propuestos eran apropiados o no en relación al currículo de sus respectivos países obteniéndose los siguientes resultados:

Porcentaje de aceptación de la materia en el currículo del propio país de los participantes en el ICMI de Kuwait:

Aritmética	92%
Medida	91%
Álgebra	83%
Estadística	69%
Geometría	64%

Como se puede comprobar la Estadística prácticamente a la par con la Geometría, copan los últimos puestos en cuanto a valoración, a mucha distancia de los temas de la Aritmética y de la Medida, y a bastante del Álgebra.

Según Cobo (2003), Starkings presenta en 1996 algunos ejemplos de cómo ciertos proyectos de investigación en diversos países contribuyeron a implantar la estadística. El proyecto Statistics en Canadá, citado por esta autora, ha producido un conjunto de materiales curriculares relacionados con el censo para informar a los estudiantes de los usos de los datos del censo y su importancia. Estos materiales se han preparado en los dos idiomas, francés e inglés y se han enviado a todas las escuelas, contribuyendo a aumentar el interés no sólo por la elaboración del censo, sino por la enseñanza de la estadística. Más recientemente, se han extendido estas experiencias en Inglaterra, Italia, Estados Unidos, Sudáfrica, Portugal y Reino Unido.

En Inglaterra y Gales, el Acta de Reforma Educativa estableció un currículo nacional por primera vez en 1988, que incluía un apartado especialmente dedicado al análisis de datos. En él no se considera aceptable el limitarse a enseñar a los alumnos a realizar cálculos sin que comprendan su finalidad, sino que la actividad debe ser para ellos significativa. Entre las habilidades que el estudiante debe adquirir, se encuentra la capacidad de comunicar e interpretar ideas estadísticas. Estas ideas fueron implementa-

das en proyectos como el Schools Council Project on Statistical Education, que desarrollaba un currículo basado en el trabajo sobre proyectos.

En el informe Cockroft (1985), también hay referencias expresas a la enseñanza de la estadística, tanto en la enseñanza primaria, como en la Enseñanza Secundaria. Para la enseñanza secundaria, el Informe Cockroft hace referencia a la enseñanza de la estadística en varios apartados. Los contenidos los expresa bajo el epígrafe *Gráficas y Representación Pictórica*, incluyendo:

1. *Recogida, organización y tabulación de datos.*
2. *Construir, leer e interpretar gráficos y cuadros sencillos y extraer de ellos información específica.*
3. *Extraer información presentada de forma tabular, por ejemplo, el coste de una llamada telefónica.*
4. *Poder interpretar un diagrama de flujo sencillo.*
5. Así mismo, bajo el título: *ideas estadísticas*, incluye los siguientes objetivos:
6. *Fomentar una actitud crítica ante las estadísticas presentadas por los medios de comunicación.*
7. *Apreciar las ideas básicas de aleatoriedad y variabilidad; conocer el significado de la probabilidad y las apuestas en casos sencillos.*
8. *Hacer hincapié en la importancia de la probabilidad en los hechos de la vida diaria y en los juegos de azar sencillos. En el caso de muchos alumnos, no será adecuado que emprendan ejercicios en que intervenga la probabilidad compuesta.*
9. *Comprender la diferencia entre las diversas medidas de centralización y el fin para el que se usa cada una.*
10. *Prestar atención a los diferentes usos de la palabra "promedio" que se hacen en los periódicos. No se pretende que todos los alumnos utilicen necesariamente las palabras media, mediana y moda*
11. (citado por Cobo, 2003)

Estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

En 1989, el NCTM publicó los *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, que fueron seguidos por los *Professional Teaching Standards* en 1991

y los Assessment Standards en 1995. Los Estándares Curriculares del NCTM proponen, para la Estadística, un tratamiento basado en el análisis de datos y en la experimentación por parte del propio alumno, especialmente en los niveles obligatorios de enseñanza.

Para los niveles 5-8 (10-13 años), el Estándar 10, dedicado a la Estadística, propone como objetivos a conseguir en esta etapa:

1. *Recoger, organizar y analizar datos de forma sistemática.*
2. *Elaborar, leer e interpretar tablas y diversas representaciones gráficas.*
3. *Formular inferencias y argumentos convincentes que se basen en el análisis de datos.*
4. *Evaluar argumentos que estén basados en el análisis de datos.*
5. *Llegar a apreciar los métodos estadísticos como medios potentes en la toma de decisiones.*

Se da mucha importancia a que los estudiantes entiendan los conceptos y procesos usados para el análisis de datos, dado que su uso en la sociedad actual es cada vez más extenso tanto para realizar predicciones como para tomar decisiones. Así, pues, el trabajo de la estadística en las clases debe centrarse en la participación activa de los estudiantes en el proceso completo, desde la formulación de preguntas clave, pasando por la recogida, organización y representación de datos, análisis de los mismos y elaboración de conjeturas, hasta la comunicación de la información obtenida de una manera clara y precisa. El uso de programas informáticos puede ayudar notablemente a la organización y representación de los datos. La tecnología hace que se pueda dedicar más tiempo a explorar la esencia de la estadística: El análisis de datos desde diversos puntos de vista, la formulación de inferencias y la construcción y evaluación de argumentos.

Se propone la utilización de gráficos de la caja como un buen medio de describir conjuntos de datos y mostrar, tanto valores medios y de posición, como variación entre ellos.

Para los niveles 9-12 (14-18 años), el Estándar dedicado a Estadística establece como objetivos los siguientes (Rico y otros, 1997, pp 365-367):

1. *Asimilar y extraer inferencias a partir de diagramas, tablas y gráficas que recogen datos de situaciones de mundo real.*
2. *Usar el ajuste de curvas para realizar predicciones a partir de los datos*
3. *Entender y aplicar medidas de centralización, dispersión y correlación.*

4. *Analizar el efecto que producen las transformaciones en la variable estadística sobre las medidas de centralización y dispersión.*
5. *Comprender el muestreo y reconocer su papel en resultados estadísticos*
6. *Diseñar un experimento estadístico para estudiar un problema, llevar a cabo el experimento, e interpretar y comunicar los resultados*
7. *Además, los estudiantes orientados a la universidad han de ser capaces de transformar datos para ayudar a su interpretación y a la predicción, y probar hipótesis usando los estadísticos apropiados.*

Así mismo, aparecen una serie de cambios recomendados en las actividades para la instrucción para los niveles 9-12 de los que aquí presentamos un resumen:

Se debe prestar una atención creciente a estos aspectos:

1. La implicación activa de los estudiantes en la construcción y la aplicación de ideas matemáticas
2. La resolución de problemas como medio y fin de la instrucción
3. Técnicas efectivas para hacer preguntas que fomenten la interacción de los estudiantes
4. El uso de varios criterios metodológicos (grupos pequeños, exploraciones individuales, instrucción entre compañeros, discusiones,...)
5. El uso de calculadoras y ordenadores como instrumentos para aprender y hacer matemáticas
6. La comunicación de ideas matemáticas por parte de los estudiantes, oralmente y por escrito
7. El establecimiento y la aplicación de la interrelación entre tópicos matemáticos
8. El empleo sistemático de los conocimientos de los estudiantes en el contexto de nuevos tópicos y situaciones problema
9. La evaluación del aprendizaje como parte integral de la instrucción

Mientras que se debe prestar una atención decreciente a estos otros:

1. El profesor y el libro de texto como fuentes exclusivas de aprendizaje
2. La memorización rutinaria de hechos y procedimientos
3. Los extensos periodos de tiempo de trabajo individual de los estudiantes dedicados a la práctica de tareas rutinarias.

4. La instrucción a través de la exposición del profesor
5. El trabajo para conseguir destrezas a base de tareas de lápiz y papel
6. La relegación de los exámenes a un papel adyacente a la instrucción, cuyo único propósito es el de asignar calificaciones.

A partir de aquí se han desarrollado diferentes proyectos curriculares, como el Quantitative Literary Project (1985-1998) y Data Driven Mathematics (1996-2000) en Estados Unidos, o el desarrollado por el TERC con el nombre de "Used Numbers", que especificaron aún más los conceptos estadísticos que debían ser enseñados. En estos proyectos, la exploración de los datos y la integración de las técnicas de análisis de datos para proporcionar diferentes modos de aproximar conceptos estadísticos es una tendencia común. Incluso en los primeros niveles se sugiere que los alumnos recojan sus propios datos. Hasta el grado 9 (14 años) hay poco uso de la tecnología. Para algunos cálculos se sugiere el uso de calculadoras científicas y sólo aparecen referencias ocasionales a los ordenadores. El análisis de datos se usa también para que los alumnos adquieran práctica en el cálculo numérico, por ejemplo, con fracciones o decimales. Hay discrepancia respecto al nivel apropiado en el que debiera enseñarse la media. Su cálculo no suele iniciarse hasta el 6º nivel (11 años). Tareas más complejas, como calcular o estimar la media a partir de la representación gráfica de una distribución no se incluye hasta el nivel 9 (14 años). Aunque se hace bastante énfasis en la representación gráfica y el uso de sistemas múltiples de representación no se propicia, en general, la creatividad de los estudiantes para que produzcan sus propios datos. A pesar de que la estadística puede considerarse a la vez un arte y una ciencia, ya que existen diferentes modos de expresar y reducir los datos, hay también un cuerpo acumulado de conocimiento sistematizado. Las técnicas de análisis de datos se basan en una ciencia que guía los procedimientos y en leyes generales que modelan el proceso de razonamiento. En los currículos se observa, sin embargo, casos de procedimientos incorrectos o incompletos y uso desmedido de la terminología, ignorando la ciencia soporte. No se ha pensado bien, en general, el lugar del currículo donde introducir los conceptos. Por ejemplo, el concepto de variabilidad es prácticamente ignorado hasta el grado 9 (14 años), con un énfasis particular en el rango y los cuartiles. Rara vez se consideran, a la vez, las medidas de posición central y dispersión como pares de estadísticos resumen que, conjuntamente, ayudan a comprender la distribución y se hace poca referencia al concepto de valor atípico.

Principios y Estándares para la Matemática Escolar (NCTM 2000)

En este nuevo documento la estadística y probabilidad se ven reforzadas y aparecen a lo largo del currículo en los diferentes niveles educativos. Para el nivel K-2 (5 años) propone que el currículo incluya experiencias con análisis de datos para que los alumnos sean capaces de:

Clasificar objetos de acuerdo a sus atributos y organizar datos sobre los objetos.

Representar datos usando objetos concretos, dibujos y gráficos.

Se indica que las actividades informales de clasificación y recuento pueden proporcionar un inicio de la comprensión y análisis de los datos por parte de los niños. Se les animará a plantearse preguntas, organizar las respuestas y crear representaciones para sus datos, así como a razonar y comprobar sus ideas comparándolas con los datos.

En los grados 6 a 8 (11-13 años) los alumnos deben ser capaces de:

- 1. Formular preguntas, diseñar estudios y recoger datos sobre una característica compartida por dos poblaciones o de diferentes características en una población.*
- 2. Seleccionar, crear y usar representaciones gráficas apropiadas, incluyendo histogramas, gráficos de caja y diagramas de dispersión.*
- 3. Encontrar, usar e interpretar medidas de posición central, incluyendo la media y el rango intercuartílico.*
- 4. Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente los histogramas, tallos y hojas, gráficos de cajas y diagramas de dispersión.*
- 5. Usar observaciones sobre las diferencias en dos o más muestras para hacer conjeturas sobre las poblaciones de donde se tomaron las muestras.*
- 6. Hacer conjeturas sobre la posible relación entre dos características de una muestra a partir del diagrama de dispersión, aproximando una línea de ajuste.*
- 7. Usar conjeturas para formular nuevas cuestiones y planificar nuevos estudios para responderlas.*

En los grados 9 a 12 (14-18 años) los alumnos deben ser capaces de:

- 1. Comprender las diferencias entre varios tipos de estudios y qué inferencias pueden legítimamente deducirse de ellos.*
- 2. Conocer las características de los estudios bien diseñados, incluyendo el papel de la aleatorización en encuestas y experimentos.*

3. *Comprender el significado de los datos cuantitativos y categóricos, de los datos univariantes y bivariantes y del término variable.*
4. *Comprender los histogramas, gráficos de cajas paralelos y gráficos de dispersión y usarlos para representar datos.*
5. *Calcular estadísticos básicos y comprender la diferencia entre estadístico y parámetro.*
6. *Ser capaz de representar la distribución de datos continuos univariantes, describir su forma, seleccionar y calcular los estadísticos resumen.*
7. *Ser capaz de representar datos continuos bivariantes, describir su forma y determinar los coeficientes de regresión, las ecuaciones de regresión y los coeficientes de correlación, con ayuda de la tecnología.*
8. *Representar y discutir datos bivariantes cuando uno al menos es categórico.*
9. *Reconocer cómo afectan las transformaciones lineales de los datos univariantes a su forma, posición central y dispersión.*
10. *Identificar la tendencia en los datos bivariantes y hallar la función que modeliza los datos transformar los datos para que puedan ser modelizados.*
11. *Usar las simulaciones para explorar la variabilidad de los estadísticos muestrales de una población conocida y para construir las distribuciones en el muestreo.*
12. *Comprender cómo los estadísticos muestrales reflejan el valor de los parámetros poblacionales y usar las distribuciones en el muestreo como base para inferencias informales.*
13. *Evaluar informes publicados que se basan en datos para examinar el diseño del estudio, la adecuación del análisis de datos y la validez de las conclusiones.*
14. *Comprender cómo las técnicas básicas de estadística se usan para monitorizar procesos característicos en lugares de trabajo.*

En estos niveles se pretende que progresivamente los alumnos sean capaces de ver el conjunto de datos como un todo, describir su forma y usar las características estadísticas, como el rango y las medidas de tendencia central para comparar conjuntos de datos. Deben considerar que los datos son muestras recogidas de poblaciones mayores y llevar a cabo investigaciones y proyectos, considerando el ciclo: formular preguntas, recoger datos y representarlos. Analizarán si sus datos proporcionan la información necesaria para responder sus preguntas. Podrían recoger sus datos o usar otros disponibles en la escuela o en la ciudad, por ejemplo, datos del censo o sobre el tiempo o datos disponibles en Internet. La experiencia con una variedad de gráficos les

permitirá comprender los valores en los ejes horizontal y vertical, la utilidad de las escalas y cómo representar el cero en una gráfica. Deberían también usar software y ordenadores que les ayuden a representar un gráfico, por ejemplo, la hoja electrónica de cálculo.

Van den Heuvel y Wijers (2005) explican que en los años 60 del siglo pasado tuvo lugar una gran reforma en el currículo de matemáticas de los Países Bajos. El CMLW (Committee Modernization Mathematics Education) creado en 1961 por el Ministerio de Educación promovió la profesionalización de los (principalmente más veteranos) profesores de matemáticas para familiarizarlos con los nuevos contenidos matemáticos, primero con los relacionados con la Matemática Pura, y más tarde con áreas de la Matemática Aplicada como la Estadística y la Probabilidad.

En 1993, el nuevo currículo de matemáticas para la educación secundaria se dividía en cuatro áreas: Números, Medida y estimación, Relaciones algebraicas y Tratamiento de la información y estadística. Entre los contenidos de esta última área encontramos la iniciación a los gráficos y la estadística descriptiva en los primeros cursos.

En cuanto a los objetivos de la Educación Secundaria Básica de los Países Bajos en el área de Tratamiento de la información y estadística del año 1998 se encuentran:

1. *Hacer uso de gráficos y otras formas de visualización de la información al resolver problemas prácticos y determinar ante la presentación visual de una información si está representada de una forma apropiada.*
2. *Leer e interpretar representaciones estadísticas. Procesar y modificar los datos en forma de tabla, gráfica o diagrama, así como caracterizarlos usando medidas de tendencia central.*
3. *Agrupar, describir y organizar los datos con el propósito de estudiarlos estadísticamente.*
4. *Usar programas de ordenador para el procesamiento estadístico de datos así como interpretar los resultados obtenidos.*
5. *Usar modelos para hacer juicios en relación a posibles eventos futuros y desarrollos en situaciones simples y prácticas.*

El objetivo de la evaluación OCDE/PISA (2003) es el desarrollo de indicadores que permitan determinar en qué medida los diferentes sistemas educativos de los países

participantes han preparado a los estudiantes de 15 años para desempeñar un papel constructivo como ciudadanos dentro de la sociedad. En lugar de limitarse al contenido curricular que puedan haber aprendido los estudiantes, la evaluación se centra en determinar si los estudiantes son capaces de utilizar lo que han estudiado en situaciones similares a las que probablemente se tendrán que enfrentar en su vida diaria. El área de matemáticas se ocupa de la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de un modo efectivo, al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en diferentes situaciones.

La evaluación OCDE/PISA se centra en problemas del mundo real, de modo que va más allá de los casos y problemas que se plantean generalmente en las aulas. Los instrumentos utilizados en PISA son: el *contenido matemático* al que se refieren los problemas o tareas propuestas; las *competencias* que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas que se deben utilizar para su resolución; y las *situaciones* y los *contextos* utilizados como fuente de materiales y de estímulos y en los que se localiza el problema.

En cuanto al contenido matemático, las ideas fundamentales adoptadas por PISA, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículo escolar, son: Cantidad, Espacio y forma, Cambio y relaciones, e Incertidumbre garantizando de esta manera que los ítems utilizados para esta evaluación tienen una distribución suficiente a lo largo del currículo, pero al mismo tiempo en un número no muy amplio para evitar una división excesiva.

Lo que nosotros estamos estudiando corresponde a los contenidos de *incertidumbre*. Por incertidumbre se entienden dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar. Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

Teniendo en cuenta que en PISA (2006) participaron 56 países que representan el 90% de la economía mundial: 30 países miembros de la OCDE y 26 países asociados, parece obvio que la estadística está plenamente integrada en el currículo de una gran mayoría de países.

2 El currículo en España.

En Kilpatrick, Rico y Sierra, (1994) aparece el contenido curricular de matemáticas en España a lo largo de la mayor parte del siglo XX. Así, aparecen los contenidos de matemáticas del plan de estudio de bachillerato de 1938 (gobiernos de ambas zonas en la Guerra Civil con planes de estudios diferentes del gobierno de la República y del de Burgos) pero en ellos no aparece el estudio de la Estadística (p. 127). Esta tónica se mantendrá a lo largo de los distintos planes de estudios en la que no aparecen contenidos referentes al estudio de la Estadística hasta la ley de 1970.

En la Ley General de Educación de 1970, dentro de los contenidos para la segunda etapa de EGB (11-14 años), aparece la Introducción a la Estadística en los años 1971 y 1972. La enseñanza se restringía a la estadística descriptiva clásica de una variable. Según las orientaciones del ministerio los objetivos a conseguir eran los siguientes:

1. Ordenar, agrupar y clasificar datos estadísticos para confeccionar tablas de fenómenos estadísticos de una variable.
2. Distinguir la frecuencia absoluta de la frecuencia relativa.
3. Distinguir los conceptos de población o colectivo y muestra representativa.
4. Representar gráficamente los datos recogidos en una tabla estadística.
5. Interpretar gráficas.
6. Calcular las medidas de tendencia central: media, mediana y moda.
7. Distinguir el distinto matiz significativo de dichos valores centrales.
8. Calcular las medidas de dispersión o variabilidad de la serie. Recorrido, varianza y desviación típica.
9. Resolver problemas sencillos relacionados con datos estadísticos, de acuerdo a los objetivos propuestos.

En cuanto a la estadística en el BUP (14-17 años) aparecía en los cursos primero y tercero (decreto plan de estudios del bachillerato BOE 18-4-75). Nosotros solo nos restringiremos a los objetivos del primer curso (14 años), edad correspondiente actualmente a tercero de la ESO, ya que los de tercero de BUP se corresponden con los actuales estudios de primero de bachillerato (secundaria no obligatoria). Los contenidos que aparecen referentes a estadística son los siguientes:

1. Diferenciar muestra y población.

2. Estudiar distintos tipos de caracteres referidos a una población.
3. Analizar distintos medios de ordenación y de recuento de los valores de carácter o de modalidad.
4. Construir tablas de frecuencia.
5. Llegar a establecer el concepto de variable estadística. Probabilidad y frecuencia.
6. Representar gráficamente distribuciones de frecuencia.
7. Ver la necesidad de reducir la información: media, mediana y moda.
8. Calcular las distintas medidas de tendencia central.
9. Estudiar e interpretar las distintas medidas de dispersión: Recorrido, desviación media y desviación típica.

El Real Decreto 1007/91 de 14 de junio (BOE. 26-junio-91) establece los aspectos básicos del currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Como objetivos generales del área de matemáticas, directamente relacionados con el tema que nos ocupa, establece los siguientes:

- 1. Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.*
- 3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizando técnicas de recogida de datos, procedimientos de medida, las distintas clases de números y mediante la realización de los cálculos apropiados a cada situación.*
- 5. Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas, y para representar esa información de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.*
- 8. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, etc., analizando críticamente las funciones que desempeñan y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.*

Entre los contenidos, presenta un apartado de *Interpretación, representación y tratamiento de la información* que incluye, como conceptos, el tratamiento de datos estadísticos, parámetros centrales y de dispersión; como procedimientos, la utilización e interpretación del lenguaje gráfico, la elección adecuada de parámetros, la detección de errores y la interpretación de datos relativos a una muestra estadística.

Por último, como criterios de evaluación para este tema sugiere que se valore la presentación e interpretación adecuadas de informaciones estadísticas.

Con fecha posterior, el Real Decreto 1345/91 de 6 de septiembre (BOE. 13 de septiembre de 1991) establece definitivamente el currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, perfilando con mayor detalle las orientaciones anteriores.

Dentro de los objetivos generales de esta etapa educativa se proponen aquí los siguientes:

b) Interpretar y producir con propiedad, autonomía y creatividad mensajes que utilicen códigos artísticos, científicos y técnicos, con el fin de enriquecer sus posibilidades de comunicación y reflexionar sobre los procesos implicados en su uso.

c) Obtener y seleccionar información, utilizando las fuentes en las que habitualmente se encuentra disponible, tratarla de forma autónoma y crítica, con una finalidad previamente establecida y transmitirla a los demás de manera organizada e inteligible.

Los objetivos de área propuestos ahora, coinciden con los descritos arriba correspondientes al Decreto 1007/91. En cuanto a los contenidos, ya aparecen orientaciones más precisas sobre las cuestiones a tratar. En el apartado de "Interpretación, representación y tratamiento de la información, especifica los siguientes contenidos sobre lo visto con anterioridad:

- 1. Gráficas estadísticas usuales.*
- 2. Parámetros centrales y de dispersión como resumen de un conjunto de datos estadísticos.*
- 3. Algoritmos para calcular parámetros centrales y de dispersión sencillos.*

Con posterioridad, el Real Decreto 3473/2000, de 29 de diciembre (BOE de 16/01/2001), viene a modificar el 1007/91 relativo al establecimiento de las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO. Con respecto a los objetivos, introduce uno nuevo que hace mención explícita a la Estadística:

7. Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para obtener conclusiones a partir de datos recogidos en el mundo de la información.

En cuánto a los contenidos, el tema de las medidas de tendencia central lo encontramos por primera vez en el curso segundo, haciendo referencia únicamente a la media aritmética y moda, y especificando, en los criterios de evaluación que los alumnos deben ser capaces de “*obtener e interpretar la tabla de frecuencias y el diagrama de*

barras así como la moda y la media aritmética de una distribución discreta sencilla, con pocos datos y utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas”.

En el tercer curso los contenidos aparecen agrupados en bloques temáticos entre los que encontramos uno de Estadística y Probabilidad. Aquí sí se habla de parámetros de centralización, sin especificar ni descartar ninguno, mientras que en los criterios de evaluación se perfila más esta cuestión, mencionando explícitamente *“los parámetros estadísticos más usuales: moda, mediana y media aritmética”.*

En cuarto curso se incluye como contenidos no sólo lo relativo al cálculo, sino que se especifica también la interpretación de los parámetros de centralización en distribuciones discretas y continuas, incorporando el uso de la calculadora.

El Real Decreto 831/2003 por el que se establece la ordenación general y las enseñanzas comunes de la Educación Secundaria Obligatoria. , de 27 de junio, (BOE 3/7/2003) no modifica los objetivos en relación a la Estadística. La opcionalidad de matemáticas se adelanta a tercer curso de la ESO y aparecen por primera vez los programas de iniciación profesional dentro de la secundaria obligatoria.

En cuanto a los contenidos referidos a estadística, en el primer curso de la ESO encontramos: *“3. Tablas y gráficas. Construcción e interpretación de tablas de valores. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información”* especificando, en los criterios de evaluación que los alumnos deben ser capaces de: *“9. Obtener e interpretar la tabla de frecuencias y el diagrama de barras, así como la moda y la media aritmética, de una distribución discreta sencilla, con pocos datos, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.”*

En cuanto a los contenidos, en el segundo curso encontramos: *“4. Estadística. — Estadística unidimensional. Distribuciones discretas. Tablas de frecuencias y diagramas de barras. Media aritmética y moda.”* estableciendo como criterios de evaluación: *“10. Obtener e interpretar la tabla de frecuencias y el diagrama de barras, así como la moda y la media aritmética, de una distribución discreta sencilla, con pocos datos, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.”*

En cuanto a los contenidos, en 3º ESO opción A, encontramos un bloque de contenidos (el 4) correspondiente a Estadística y probabilidad. Aquí se habla de Estadística unidimensional, tablas de frecuencias y gráficos estadísticos, parámetros de centralización y dispersión, estableciéndose como criterios de evaluación: Elaborar e inter-

pretar tablas y gráficos estadísticos (diagramas de barras o de sectores, histogramas, etc.) así como los parámetros estadísticos más usuales (moda, mediana y media aritmética), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora científica.

En cuanto a los contenidos, en 3º ESO opción B, encontramos los mismos que los de la opción A en relación a la Estadística, y dentro de los criterios de evaluación aparece como novedad la desviación típica con respecto a la otra opción.

Respecto a los contenidos, en 4º ESO opción A, encontramos un bloque (el 4) de *Estadística y probabilidad* donde se habla de: variables discretas y continuas, intervalos y marcas de clases, elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia y cálculo e interpretación de los parámetros de centralización.; estableciéndose como criterios de evaluación elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con ayuda de la calculadora.

En cuanto a los contenidos, en 4º ESO opción B, encontramos como novedad con respecto a la opción A el cálculo e interpretación de los parámetros de dispersión, siendo los mismos los criterios de evaluación:

En el mismo Real Decreto 831/2003 dentro de los objetivos correspondiente a la ESO en los programas de iniciación profesional aparece: “2. *Utilizar técnicas sencillas y autónomas de recogida de datos, familiarizándose con las que proporcionan las Tecnologías de la Información y la Comunicación, para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas.*”

En cuanto al primer curso aparece el bloque III de Estadística y Probabilidad con los siguientes contenidos: “*Caracteres y variables estadísticos. Población y muestras; Frecuencias. Gráficos estadísticos; y Parámetros estadísticos.*”, apareciendo como criterio de evaluación: “6. *Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas.*”

En cuanto a los contenidos del segundo curso aparece por primera vez la Estadística como entidad propia en el bloque IV, con contenidos referentes a tablas y diagramas de frecuencias, parámetros estadísticos, nubes de puntos, y la utilización de la calculadora científica; especificando como criterios de evaluación:

2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos adquiridos para interpretar y valorar información de prensa y cumplimentar documentos oficiales o bancarios.

7. Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la representatividad de las muestras utilizadas.

Finalmente es en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, (BOE del 5 de enero de 2007) donde se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria vigentes hoy en día. Los objetivos se definen para el conjunto de la etapa. En cada materia se describe el modo en que contribuye al desarrollo de las competencias básicas, sus objetivos generales y, organizados por cursos, los contenidos y criterios de evaluación. Los criterios de evaluación, además de permitir la valoración del tipo y grado de aprendizaje adquirido, se convierten en referente fundamental para valorar la adquisición de las competencias básicas.

Dentro de los objetivos generales de las Matemáticas en esta etapa aparecen los siguientes relacionados con la estadística:

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

En cuanto a los contenidos, en los cuatro cursos de la ESO aparece un primer bloque de contenidos comunes donde dice: *Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.*

Los contenidos referentes al primer curso aparecen por bloques temáticos. Así encontramos el bloque 6 referente a Estadística y probabilidad. Aquí se habla de “diferentes formas de recogida de información, organización en tablas de datos recogidos en una experiencia, frecuencias absolutas y relativas, diagramas de barras, de líneas y de sec-

tores y análisis de los aspectos más destacables de los gráficos”, estableciéndose como *criterio de evaluación*

el saber organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas. Este criterio pretende valorar la capacidad de identificar las variables que intervienen en una situación cotidiana, la relación de dependencia entre ellas y visualizarla gráficamente. Se trata de evaluar, además, el uso de las tablas como instrumento para recoger información y transferirla a unos ejes coordenados, así como la capacidad para interpretar de forma cualitativa la información presentada en forma de tablas y gráficas.

En el segundo curso sigue manteniéndose un bloque de Estadística y Probabilidad en la que se incide en los mismos contenidos que en primer curso y además aparecen como novedad las medidas de centralización (media, mediana y moda): significado, estimación y cálculo.; la utilización de las propiedades de la media para resolver problemas, la utilización de la media, la mediana y la moda para realizar comparaciones y valoraciones y el uso de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar los gráficos más adecuados. Se establece como criterios de evaluación: *“Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas. Se trata de verificar, en casos sencillos y relacionados con su entorno, la capacidad de desarrollar las distintas fases de un estudio estadístico: formular la pregunta o preguntas que darán lugar al estudio, recoger la información, organizarla en tablas y gráficas, hallar valores relevantes (media, moda, valores máximo y mínimo, rango) y obtener conclusiones razonables a partir de los datos obtenidos. También se pretende valorar la capacidad para utilizar la hoja de cálculo, para organizar y generar las gráficas más adecuadas a la situación estudiada.”*

En tercero de la ESO aparece el Bloque 6. Estadística y probabilidad, con los siguientes contenidos y criterios de evaluación:

Contenidos:

Necesidad, conveniencia y representatividad de una muestra. Métodos de selección aleatoria y aplicaciones en situaciones reales. Atributos y variables discretas y continuas. Agrupación de datos en intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias. Construcción de la gráfica adecuada a la naturaleza de los datos y al objetivo desea-

do. Media, moda, cuartiles y mediana. Significado, cálculo y aplicaciones. Análisis de la dispersión: rango y desviación típica. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Actitud crítica ante la información de índole estadística. Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar cálculos y generar las gráficas más adecuadas.

Criterios de evaluación

6. Elaborar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las tablas y gráficas empleadas, y analizar si los parámetros son más o menos significativos. Se trata de valorar la capacidad de organizar, en tablas de frecuencias y gráficas, información de naturaleza estadística, atendiendo a sus aspectos técnicos, funcionales y estéticos (elección de la tabla o gráfica que mejor presenta la información), y calcular, utilizando si es necesario la calculadora o la hoja de cálculo, los parámetros centrales (media, mediana y moda) y de dispersión (recorrido y desviación típica) de una distribución. Asimismo, se valorará la capacidad de interpretar información estadística dada en forma de tablas y gráficas y de obtener conclusiones pertinentes de una población a partir del conocimiento de sus parámetros más representativos.

En cuanto a cuarto curso exponemos a continuación los contenidos y criterios de evaluación para ambas opciones: opción A y opción B.

Opción A

Contenidos

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumnado. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Uso de la hoja de cálculo. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones.

Criterios de evaluación

7. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales correspondientes a distribuciones discretas y continuas, y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas. Se trata de valorar la capacidad de organizar la información estadística en tablas y gráficas y calcular los parámetros que resulten más relevantes con ayuda de la calculadora o la hoja de

cálculo. En este nivel se pretende, además, que tengan en cuenta la representatividad y la validez del procedimiento de elección de la muestra y analicen la pertinencia de la generalización de las conclusiones del estudio a toda la población.

Opción B

Contenidos

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias. Representatividad de una distribución por su media y desviación típica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetrías y valores atípicos. Valoración de la mejor representatividad en función de la existencia o no de valores atípicos. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones.

Criterios de evaluación

4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales en distribuciones unidimensionales y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas. En este nivel adquiere especial significado el estudio cualitativo de los datos disponibles y las conclusiones que pueden extraerse del uso conjunto de los parámetros estadísticos. Se pretende, además, que se tenga en cuenta la representatividad y la validez del procedimiento de elección de la muestra y la pertinencia de la generalización de las conclusiones del estudio a toda la población.

3 El currículo en La Rioja

La Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, determina en su artículo cuatro, que corresponde al Gobierno Central fijar las enseñanzas mínimas para todo el Estado, mientras que es competencia de las Administraciones Educativas establecer el currículo para el territorio de su competencia.

El Real Decreto 3473/2000, de 29 de diciembre, modifica el Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO. Teniendo en cuenta lo dispuesto en el artículo 10.1 del Estatuto de Autonomía

de La Rioja, corresponde al Gobierno de La Rioja establecer el currículo para el ámbito territorial de su competencia.

En el Decreto 29/2002, de 17 de mayo (BOR del 21) aparecen los contenidos y criterios de evaluación de la ESO.

En el primer curso aparecen contenidos referentes a Tablas y gráficas, interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información. En segundo curso aparecen contenidos relativos a estadística unidimensional, terminología básica, carácter estadístico cualitativo y cuantitativo, distribuciones, discretas, recuento de datos, construcción e interpretación de tablas de frecuencias, diagramas de barras y de sectores, cálculo e interpretación de la media aritmética y la moda de una distribución discreta con pocos datos, uso racional de la calculadora básica en las operaciones estadísticas y aplicaciones de la estadística en la vida cotidiana y en la ciencia. Se establecen como criterios de evaluación para el primer ciclo de la ESO): *“obtener e interpretar tablas de frecuencias, el diagrama de barras y de sectores, así como la moda y la media aritmética de una distribución discreta sencilla, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.”*

Los contenidos para el tercer curso se muestran en forma de bloque (Estadística y probabilidad), allí se habla como novedad de el cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión más usuales, y la utilización de distintas fuentes documentales y recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) para obtener información de tipo estadístico; estableciéndose como criterios de evaluación: *“Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos diagramas de barras o de sectores, así como los parámetros estadísticos más usuales (moda, mediana, media aritmética y desviación típica), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora científica.”*

En cuanto a cuarto curso, tanto para la opción A como para la B, los contenidos referentes a Estadística son: *“Estadística descriptiva unidimensional. Variables discretas y continuas. Recuento y presentación de datos. Determinación de intervalos y marcas de clase. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia. Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión usuales: media, moda, mediana, recorrido, varianza y desviación típica.”* siendo los criterios de evaluación: *“Interpretar y extraer información práctica de gráficas que se relacionen con situaciones problemáticas que involucren fenómenos sociales o prácticos de la vida cotidiana. Elaborar e*

interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora.”

Una vez fijadas las enseñanzas comunes y definidas las competencias básicas que el alumnado debe alcanzar al finalizar la etapa educativa por el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre (BOE del 5 de enero de 2007), se establece el currículo de la ESO para el ámbito de la Comunidad Autónoma de La Rioja. (Decreto 23/2007, de 27 de abril, BOR del 3 de mayo)

Procedemos a continuación a especificar contenidos y criterios de evaluación para cada uno de los cuatro cursos de la ESO:

Primer curso

Contenidos

Bloque 1. Contenidos comunes

Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

- Diferentes formas de recogida de información. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Frecuencias absolutas y relativas.
- Diagramas de barras, de líneas y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos estadísticos.
- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y comprobación mediante la realización de experiencias repetidas.
- Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.

Criterios de evaluación

12. Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.

Segundo curso

Contenidos

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

- Estadística unidimensional. Población y muestra. Distribuciones discretas. Recuento de datos. Organización de los datos.
- Frecuencia absoluta y relativa. Frecuencias acumuladas.
- Construcción e interpretación de tablas de frecuencias y diagramas de barras y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos estadísticos.
- Cálculo e interpretación de la media aritmética, la mediana y la moda de una distribución discreta con pocos datos.
- Utilización conjunta de la media, la mediana y la moda para realizar comparaciones y valoraciones.
- Utilización de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar los gráficos más adecuados.

Criterios de evaluación

14. Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas.
15. Obtener e interpretar la tabla de frecuencias y el diagrama de barras o de sectores, así como la moda y la media aritmética, de una distribución discreta sencilla, con pocos datos, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.

Tercer curso

Contenidos

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

- Estadística descriptiva unidimensional. Variables discretas y continuas.
- Interpretación de tablas de frecuencias y gráficos estadísticos.
- Agrupación de datos en intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias.
- Construcción de la gráfica adecuada a la naturaleza de los datos y al objetivo deseado.
- Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización (media, moda, cuartiles y mediana) y dispersión (rango y desviación típica).
- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
- Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Análisis y crítica de la información de índole estadístico y de su presentación.
- Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos y realizar cálculos.

Crterios de evaluaci3n

14. Obtener informaci3n pr3ctica a partir de una gr3fica referida a fen3menos naturales, a la vida cotidiana o en el contexto de otras 3reas de conocimiento.

15. Elaborar e interpretar tablas y gr3ficos estad3sticos (diagramas de barras o de sectores, histogramas, etc.), as3 como los par3metros estad3sticos m3s usuales (media, moda, mediana y desviaci3n t3pica), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora cient3fica.

Cuarto curso: Opci3n A*Contenidos*

Bloque 6. Estad3stica y probabilidad.

- Estad3stica descriptiva unidimensional. Identificaci3n de las fases y tareas de un estudio estad3stico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.

- An3lisis elemental de la representatividad de las muestras estad3sticas.

- Variable discreta: elaboraci3n e interpretaci3n de tablas de frecuencias y de gr3ficos estad3sticos: gr3ficos de barras, de sectores, diagramas de caja y pol3gonos de frecuencias. Uso de la hoja de c3lculo.

- C3lculo e interpretaci3n de los par3metros de centralizaci3n y dispersi3n para realizar comparaciones y valoraciones.

- Variable continua: intervalos y marcas de clase. Elaboraci3n e interpretaci3n de histogramas. Uso de la hoja de c3lculo.

Crterios de evaluaci3n

14. Elaborar e interpretar tablas y gr3ficos estad3sticos, as3 como los par3metros estad3sticos m3s usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

Cuarto curso: Opci3n B*Contenidos*

Bloque 6. Estad3stica y probabilidad.

Son los mismos que para la opci3n A a los que se a3aden:

- C3lculo e interpretaci3n de los par3metros de centralizaci3n y dispersi3n: media, mediana, moda, recorrido y desviaci3n t3pica para realizar comparaciones y valoraciones.

- Representatividad de una distribuci3n por su media y desviaci3n t3pica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetr3as y valores at3picos. Valo-

ración de la mejor representatividad, en función de la existencia o no de valores atípicos.

- Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación, Detección de falacias.

Criterios de evaluación

14. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales en distribuciones unidimensionales y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

Programas de Diversificación Curricular

En la Resolución nº 3149, de 3 de septiembre de 2007 (BOR del 13), de la Dirección General de Educación, se dictan instrucciones para el desarrollo de los Programas de diversificación curricular en los cursos tercero y cuarto de Educación Secundaria Obligatoria

Las Matemáticas se imparten dentro del Ámbito Científico-Tecnológico. De los dos cursos del programa (equivalente a tercero y cuarto de la ESO) solo aparece la Estadística en el primer curso donde aparecen como contenidos: Variables discretas y continuas, tablas de frecuencias y gráficos estadísticos (gráficos de barras, de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias), parámetros de centralización (media, moda, cuartiles y mediana) y dispersión (rango y desviación típica).

Como criterios de evaluación se establecen:

8. Presentar e interpretar informaciones estadísticas, teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la representatividad de las muestras utilizadas.

9. Interpretar y calcular los parámetros estadísticos más usuales de una distribución discreta sencilla, utilizando, cuando sea conveniente, una calculadora científica.

Programas de Cualificación Profesional Inicial

En la Resolución número 1563, de 31 de marzo de 2009, de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte (BOR del 22 de abril) se establece el currículo de los Programas de Cualificación Profesional Inicial en la Comunidad Autónoma de La Rioja Currículo de los Módulos de carácter general.

1. Módulo de aprendizajes instrumentales básicos.

B) Ámbito científico-tecnológico.

-Matemáticas

Contenidos relacionados con Estadística:

9. Identifica los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

10. Utiliza de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda al aprendizaje.

Criterios de evaluación asociados al bloque 1

6. Se han realizado, leído e interpretado representaciones gráficas sencillas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.

9. Se han interpretado y representado procesos y resultados matemáticos mediante palabras, símbolos, gráficos e instrumentos.

4 Reflexiones

Según Cobo (2003) el currículo de Estadística en otros países ha sido no sólo más completo que el español, sino que ha presentado una metodología más activa en línea con las investigaciones recientes en didáctica de la estadística (especialmente en Estados Unidos e Inglaterra).

Sin embargo, creemos que se han subsanado en parte estas deficiencias a partir del año 2007, donde se han tenido en cuenta este tipo de metodologías, y se introducen en el currículo (tanto por parte del Ministerio de Educación como por parte de la Consejería de Educación de La Rioja) el concepto de competencia matemática (competencia estadística) y se generaliza el uso de calculadoras y programas informáticos como ayuda para resolver tareas estadísticas

ANEXO XI

Clasificación y categorización de errores

Clasificación y categorización de errores

La clasificación y categorización de los errores hace que sea más fácil para el docente establecer procesos y remedios que puedan ayudar a los alumnos a superarlos de forma efectiva. Se presentan a continuación algunas clasificaciones y categorizaciones propuestas por distintos autores:

Radatz (1980) propone clasificar los errores al procesar la información estableciendo las categorías generales siguientes para realizar el análisis:

1. Errores debidos a dificultades con el lenguaje

El aprendizaje de símbolos, conceptos y vocabulario matemático es para muchos estudiantes tan difícil como el estudio de una lengua extranjera. Se trata de errores del mal uso de términos y símbolos matemáticos debido a su inadecuado aprendizaje.

2. Errores debido a dificultades para obtener información espacial

Errores que provienen de representaciones icónicas inadecuadas de situaciones matemáticas.

3. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos

4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento

Son errores causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas. Interesan cinco subtipos: *errores por perseveración, de asociación, de interferencia, de asimilación y de transferencia negativa a partir de experiencias previas*

5. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

Errores que surgen al aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes (citado por Rico, 1995)

Davis (1984) elaboró una teoría de esquemas o constructos personales que le permitió tipificar e identificar los errores más usuales de los alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas. Los errores clásicos explicados son: *reversiones binarias, errores inducidos por el lenguaje y la notación, errores por recuperación de un esquema previo, errores producidos por una representación inadecuada y reglas que producen reglas* (citado por Engler y otros, 2003).

Werner, Davis y Brousseau (1986) describieron que los alumnos tienen con frecuencia concepciones inadecuadas (*misconceptions*) sobre los objetos matemáticos que les llevan a veces a usar métodos propios ignorando el método propuesto por el profesor y que incluso puede no ser reconocidos por éste. Todo lo cual les llevó a señalar distintos procesos en los que el error puede presentarse: los errores como consecuencia de concepciones inadecuadas, los errores como la aplicación correcta de un procedimiento sistematizado que es inapropiado, los errores como métodos propios del estudiante, en general informales, entre otros (citado por Socas, 2007).

Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar. (1987), hacen una clasificación empírica de los errores determinando seis categorías para clasificar los errores (citado por Rico, 1995):

1. *Datos mal utilizados* (discrepancia entre los datos que aparecen en el problema y el uso que hace de ellos el alumno)
2. *Interpretación incorrecta del lenguaje* (se incluyen los errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto)
3. *Inferencias no válidas lógicamente* (errores que se producen por una falacia de razonamiento y no se deben a contenido específico)
4. *Teoremas o definiciones deformados* (errores que se producen por deformación de un principio, regla o definición identificable)
5. *Falta de verificación de la solución*
6. *Errores técnicos* (errores de cálculo y los derivados de la ejecución de algoritmos básicos, entre otros)

Mulhern (1989) señala las siguientes características de los errores:

1) Surgen, por lo general, *de manera espontánea y sorprenden al profesor; son persistentes y difíciles de superar*, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno; *pueden ser sistemáticos o por azar*: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales; muchas veces los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden acabadamente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.

2) Hay patrones consistentes en los errores a dos niveles: a nivel individual, ya que las personas muestran gran regularidad en su modo de resolver ejercicios y problemas similares y a nivel colectivo, ya que distintas personas cometen errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje (citado por Rico, 1995).

Socas (1997), para abordar el estudio de los errores considera tres ejes, no disjuntos, que le permiten analizar el origen del error. De esta forma, sitúa los errores que cometen los alumnos en relación con tres orígenes distintos:

- 1) *Obstáculo* (considerado como un conocimiento adquirido, no como una falta de conocimiento, que ha demostrado su efectividad en ciertos contextos. Cuando el alumno utiliza este conocimiento fuera de dichos contextos, origina respuestas inadecuadas)
- 2) *Ausencia de sentido* (se originan en los distintos estadios de desarrollo, semiótico, estructural y autónomo, que se dan en los sistemas de representación)
- 3) *Actitudes afectivas y emocionales* (tienen distinta naturaleza: faltas de concentración por excesiva confianza, bloqueos, olvidos, etc.)

Errores y dificultades en el ámbito específico del aprendizaje de la Estadística

Podemos destacar los siguientes trabajos referidos al tema dividiéndolos según se refieran a gráficos y tablas, medidas de tendencia central o de dispersión:

Comprensión y representación de gráficas y tablas de frecuencias

Curcio, (1989) describe tres niveles distintos de comprensión de los gráficos:

1. *“Leer los datos”*: este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico, no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
2. *“Leer dentro de los datos”*: incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico, requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
3. *“Leer más allá de los datos”*: requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

Curcio (1987) estudió, con alumnos de 4º a 7º, el efecto que, sobre la comprensión de las relaciones matemáticas expresadas en los gráficos, tienen los siguientes factores:

a) conocimiento previo del tema al que se refiere el gráfico; conocimiento previo del contenido matemático del gráfico, esto es, los conceptos numéricos, relaciones y operaciones contenidas en el mismo;

b) conocimiento previo del tipo de gráfico empleado (gráfico de barras, sectores, etc.). Encontró que las principales dificultades aparecen en los dos niveles superiores (“leer dentro de los datos” y “leer más allá de los datos”). También mostró el efecto de la edad y el curso escolar sobre la comprensión de los gráficos (citado por Batanero y otros, 1994).

Una teoría relacionada con estos tres niveles de comprensión de gráficos es la de Wainer (1992). Este autor clasifica el tipo de preguntas que se pueden plantear a partir de un gráfico, en tres niveles (citado por Estrada, 2002):

Nivel elemental. Preguntas relacionadas únicamente con la extracción de datos directamente del gráfico.

Nivel intermedio. Preguntas relacionadas con la evaluación de tendencias basándose en una parte de los datos.

Nivel superior. Preguntas acerca de la estructura profunda de los datos presentados en su totalidad, usualmente comparando tendencias y viendo agrupaciones.

Gerber, R. y cols. (1995) distinguen siete categorías sobre la comprensión de gráficos, que describen las diferencias en las habilidades de los estudiantes para interpretarlas:

Categoría 1. Los estudiantes no se centran en los datos, sino más bien en características idiosincrásicas de los mismos, que relacionan con su comprensión limitada del mundo de forma bastante imprecisa. No sólo tienen dificultades en interpretar el contenido de los gráficos, sino que son incapaces de procesar la información contenida en ellos de forma coherente.

Categorías 2 y 3. Se centran en los datos representados pero de forma incompleta. Se diferencian entre ellas en el foco de atención y en cómo se interrogan los datos. En la categoría 2 se centran en aspectos parciales de los datos, mientras que en la 3 se fijan en todo el conjunto, si bien en ambas aparecen dificultades para comprender el significado del gráfico. En la categoría 2 no aprecian el propósito de cada gráfico. Por ejemplo en una pirámide de población interpretan las edades como distintos países en lugar de cómo propiedades de la población. En la categoría 3 aprecian el propósito del gráfico pero no comprenden aspectos específicos que son clave para entender la

representación. Los estudiantes describen porciones discretas de los datos, más que patrones y regularidades. No hacen una interpretación global.

Categorías 4, 5 y 6. Representan vistas estáticas de los gráficos, aunque aumenta la precisión de la información cualitativa extraída de ellos. Se diferencian en el proceso de obtención de la información. En la categoría 4 se reflejan patrones que generan los gráficos. Si un gráfico representa varias variables, los estudiantes son capaces de analizarlas una a una, pero no en su conjunto. Si tienen varios gráficos los analizan de uno en uno, pero no son capaces de utilizarlos todos simultáneamente para obtener más información. En la categoría 5 los gráficos representan relaciones entre varias variables y los estudiantes pueden hacer comparaciones centrándose en todas ellas y no en una sola. En la categoría 6 los estudiantes usan los gráficos para apoyar o refutar sus teorías. Van más allá de buscar similitudes y diferencias y pueden usar distintos tipos de representaciones para apoyar las informaciones (citado por Estrada, 2002).

Friel, Curcio y Bright (2001) sugieren que el *sentido gráfico* incluye la lectura de los gráficos, la consideración de qué implica su construcción como instrumentos para estructurar los datos y la elección óptima de un gráfico para la situación dada. El sentido gráfico se desarrolla gradualmente como consecuencia de crear gráficos y usar otros ya construidos en una variedad de tareas que impliquen la construcción de significado a partir de los datos.

Organizan estos comportamientos en seis etapas:

1. Reconocer los componentes del gráfico, las relaciones entre sus componentes y el impacto de los mismos sobre la presentación de la información en un gráfico.
2. Usar el lenguaje del gráfico cuando se razona sobre información representada gráficamente.
3. Comprender las relaciones entre una tabla, un gráfico y los datos que se analizan.
4. Responder a los diferentes niveles de preguntas asociadas con la comprensión gráfica e interpretar información representada en un gráfico.
5. Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados.

6. Ser consciente de la propia relación con el contexto del gráfico, cuyo fin es la interpretación para dar sentido a lo representado en el gráfico y evitar la personalización de los datos.

Li y Shen (1992) muestran ejemplos de elección incorrecta del tipo de gráfico en los proyectos estadísticos realizados por los estudiantes de secundaria. Algunos alumnos utilizaron un polígono de frecuencias con variables cualitativas, o un diagrama de barras horizontal para representar la evolución del índice de producción industrial a lo largo de una serie de años. Con frecuencia las elecciones de las escalas de representación son poco adecuadas para el objetivo pretendido. Los autores incluyen, además, una lista de errores de carácter técnico entre los cuales destacamos los siguientes (citado por Batanero, 2001):

- Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos
- No especificar el origen de coordenadas;
- No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Reading y Pegg (1996) analizan las respuestas de un grupo de alumnos a dos tareas de respuesta abierta. En una de ellas los datos se muestran sin agrupar y en la otra aparecen agrupados en gráfico. Los autores encuentran que hay dos pautas de razonamiento distintas y que la comprensión de los datos es peor cuando se muestran en forma gráfica, por lo que infieren que los alumnos tienen dificultades con la interpretación de distribuciones de datos representados gráficamente (citado por Estrada, 2002).

Cobo (2002) analiza las respuestas de dos grupos de primero y cuarto de educación secundaria y hace notar que el estudio ha mostrado una dificultad generalizada en la lectura e interpretación de gráficos. Dada la importancia que en estadística tienen los gráficos, como modo de representación y exploración de una distribución, considera que éste es un aspecto que debe tenerse en cuenta en la enseñanza. Sostiene que los alumnos muestran dificultad no sólo en la lectura a nivel intermedio de datos sino incluso en la lectura literal de un gráfico, confundiendo valores de la variable con sus frecuencias o incluso con sus etiquetas. La autora cree que no debe minimizarse la dificultad de aprendizaje de los gráficos estadísticos y que éstos deben constituirse en objetos de enseñanza en sí mismos.

Delmas, Garfield y Ooms (2005) muestran en su estudio que los estudiantes tuvieron dificultades en muchos aspectos del razonamiento sobre representaciones gráficas de distribuciones. En particular, tuvieron dificultades cuando los gráficos estaban representados por intervalos de valores. Probablemente no estaban seguros de lo que representaban realmente los ejes.

Monteiro y Ainley (2006, 2007) estudiaron la competencia de futuros profesores en la lectura de gráficos tomados de la prensa diaria, encontrando que muchos no tenían conocimientos matemáticos suficientes para llevar a cabo dicha lectura. Observaron que la lectura de gráficos en el ámbito educativo es una tarea más limitada que su interpretación en otras actividades de la vida diaria porque mientras en la escuela sólo se les pide a los estudiantes una respuesta correcta desde el punto de vista matemático en otros ámbitos intervienen también otros conocimientos no matemáticos, dándose cuenta también de que la interpretación de los gráficos moviliza conocimientos y sentimientos que inciden en su comprensión; por ejemplo, se obtuvo mucho mejores resultados al interpretar un gráfico sobre incidencia de cáncer en las mujeres que otro matemáticamente equivalente sobre tiempo de gestación de diferentes especies animales.

Carvalho (2007) en investigaciones con alumnos portugueses en los años 2001 y 2004, encuentra que éstos cometen los siguientes errores al trabajar en Estadística:

1. Confundir el concepto de frecuencia absoluta con el de frecuencia relativa, y viceversa.
2. Al hallar la frecuencia relativa colocar en el denominador de la fracción la frecuencia absoluta
3. Gráfico circular: establecer mal las proporciones a la hora de encontrar la amplitud del ángulo; errar al orientar el transportador para marcar el sector circular; no interpretar correctamente los datos presentes en el gráfico y fallar con las leyendas del gráfico.
4. Gráfico de barras: errores en la escala y al decidir en cuál de los ejes colocar la variable; no interpretar correctamente los datos presentes en el gráfico y fallar con las leyendas del gráfico.

Monroy (2007) en un estudio con estudiantes de secundaria (12-15 años) sobre la comprensión de gráficas estadísticas encontró que a pesar de que se tiene la idea de que la comprensión de gráficas es un proceso sencillo que no requiere de una especialización, en realidad es un proceso complejo que presenta muchas dificultades a los alumnos. Este investigador encuentra que las principales dificultades que los estudiantes encuentran al leer una gráfica son:

1. Confunden los ejes.
2. No identifican las unidades de medida de cada eje.
3. Establecen relaciones icónicas; por ejemplo en su investigación había una pregunta referente a gatos, y los alumnos identifican barras con gatos, el tamaño de la barra con la altura del gato.
4. No utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica.
5. Omiten las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical o en ambos
6. No especifican el origen de coordenadas
7. No proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Espinel (2007) en dos investigaciones con alumnos universitarios (maestros en formación) encuentra que hay dificultades en los futuros profesores para la construcción de gráficas que son esenciales en estadística. En el primer estudio se encontraron errores como mostrar un histograma con barras separadas o un mal etiquetado de los intervalos en el eje de abscisas. Del segundo estudio se deduce que no todos los estudiantes leen e interpretan los histogramas correctamente, si bien una amplia mayoría asocia la información proporcionada por la gráfica con un texto y son capaces de emparejar gráficos diferentes que representen los mismos datos. Sin embargo, hay un amplio fracaso en reconocer patrones de comportamiento de variables, que se acentúa por la dificultad de no disponer de valores en los ejes o alguna otra referencia, como por ejemplo una escala.

Murillo y Castellanos (2007) en un estudio con alumnos del curso de tercero de educación secundaria encontraron que los alumnos presentaban grandes dificultades en cuestiones referidas a la interpretación de gráficos.

Arteaga (2008) propuso a una muestra de futuros profesores un proyecto de análisis de datos en el que los estudiantes recogieron en clase datos de un experimento y tuvieron libertad para elegir el método de análisis de datos para contestar a la pregunta de investigación planteada. De los 101 estudiantes un total de 88 realizaron algún tipo de gráfico encontrando que sólo un 50% de los gráficos correctos y otro 25% más sólo parcialmente correctos (con errores sólo de escala u omisión de algún elemento del gráfico). La dificultad de interpretación y obtención de conclusiones a partir del gráfico fue mucho mayor pues sólo el 30% interpreta tanto las tendencias centrales como la variabilidad de los gráficos y otro 30% sólo las tendencias. En total menos del 25% de los futuros profesores llega a una conclusión parcial sobre el problema planteado y de éstos muy pocos dan la conclusión completa.

Contreras y otros (2009) en una investigación sobre el lenguaje de los gráficos estadísticos exponen que la lectura e interpretación del lenguaje gráfico es una habilidad altamente compleja. Además encuentran otro hecho más preocupante si cabe, el de que los futuros profesores de educación primaria tengan dificultades con el lenguaje gráfico que han de transmitir a sus alumnos y han de utilizar como herramienta en su vida profesional.

Medidas de posición central

Campbell (1974) observa que, debido a que la media es un valor "representativo" de los datos, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas. Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos. Esto no es siempre comprendido por algunos alumnos quienes invariablemente eligen la media como mejor representante de los datos sin tener en cuenta la simetría de la distribución o la existencia de valores atípicos (citado por Batanero, 2001).

Barr (1980) indica, en un estudio con alumnos de entre 17 y 21 años, refiriéndose a la mediana, que los alumnos entienden que ésta es un valor central pero que la mayoría no comprenden realmente a qué secuencia numérica se refiere ese valor, "interpre-

tando” la mediana como el valor central de los valores de la variable, de las frecuencias, o de la serie de datos antes de ser ordenada (citado por Estrada, 2002)

Pollatsek, Lima y Well (1981) encontraron que incluso alumnos universitarios en ocasiones usan la media simple, en lugar de la media ponderada (citado por Estrada, 2002).

Strauss y Bichler (1988) investigaron el desarrollo evolutivo de la comprensión de la media en alumnos de 8 a 12 años, distinguiendo las siguientes propiedades (citado por Cobo, 2003):

- a) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
 - b) La suma de las desviaciones de los datos respecto de la media es cero, lo que hace que sea un estimador insesgado.
 - c) El valor medio está influenciado por los valores de cada uno de los datos. Por ello, la media no tiene elemento neutro.
 - d) La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos.
 - e) El valor obtenido de la media puede ser una fracción (ello puede no tener sentido para la variable considerada), como cuando decimos que el número medio de hijos es 1,3.
 - f) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
 - g) La media es un "representante" de los datos a partir de los que ha sido calculada.
- Sus resultados sugieren una mejora de la comprensión con la edad, y diferencias de dificultad en la comprensión de las propiedades, siendo más fáciles las a), c) y d) que las b) f) y g).

Para Russel y Mokros (1991), la idea de valor representativo implica tres tipos diferentes de capacidades:

1. Dado un conjunto de datos, comprender la necesidad de emplear un valor central, y elegir el más adecuado.
2. Construir un conjunto de datos que tenga un promedio dado.
3. Comprender el efecto que, sobre los promedios (media, mediana o moda), tiene un cambio en todos los datos o parte de ellos.

Russell y Mokros estudiaron las concepciones que los alumnos de 4° a 8° de enseñanza primaria tienen sobre los valores de tendencia central, empleando para ello las tareas anteriores, de las cuales la más difícil fue la segunda (citado por Batanero, 2001)

Li y Shen (1992) indican que cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media y se limitan a calcular la media de todas las marcas de clase. Las situaciones en las cuales se debe calcular una media ponderada y la selección de los correspondientes pesos no son fácilmente identificadas por los estudiantes (citado por Cobo, 2003)

Eisenbach (1994) plantea a estudiantes universitarios en un curso introductorio de estadística el significado de la frase: "*¿Qué quiere decir que el salario medio de un empleado es 3.600 dólares?*" obteniendo respuestas como "*que la mayoría de los empleados gana alrededor de 3.600 dólares*", o que "*es el salario central; los otros trabajadores ganan más o menos de 3600 dólares*", que muestran la confusión terminológica entre las palabras "media", "mediana" y "moda" (citado por Batanero, 2001).

Cai (1995) encontró que mientras la mayoría de alumnos de 12-13 años en su investigación eran capaces de aplicar adecuadamente el algoritmo para calcular la media, sólo algunos alumnos eran capaces de determinar un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado. Incluso encontrando el valor desconocido, fueron pocos los que lo hicieron a partir de un uso comprensivo del algoritmo, multiplicando el valor medio por el número de valores para hallar la suma total y de ahí el valor faltante, sino que la mayoría simplemente usó el ensayo y error, lo que parece indicar que el algoritmo se aplica de forma mecánica sin comprender su significado (citado por Batanero, 2001).

Un estudio sobre las dificultades de comprensión de los promedios, realizado por Batanero y otros (1997), muestra que la población estudiada, profesores de primaria en formación, encuentran dificultades en el tratamiento de los ceros y valores atípicos en el cálculo de promedios, posiciones relativas de media, mediana y moda en distribu-

ciones asimétricas, elección de la medida de tendencia central más adecuada en una determinada situación y el uso de los promedios en la comparación de distribuciones

Carvalho (1998) al analizar las producciones escritas de los alumnos al resolver tareas estadísticas encuentra los siguientes errores de cálculo en media, mediana y moda (citado por Cobo, 2003):

1. Moda: Tomar la mayor frecuencia absoluta.
2. Mediana: No ordenar los datos, para calcular la mediana; calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente; calcular la moda en vez de la mediana; equivocarse al calcular el valor central.
3. Media: Hallar la media de los valores de las frecuencias; no tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media.

Gattuso y Mary (1998) analizan la evolución de la comprensión del algoritmo de cálculo de la media ponderada de una muestra de 598 alumnos canadienses durante la enseñanza secundaria (13-15 años). Las investigadoras querían saber qué conocen los alumnos sobre el concepto de media ponderada antes de que los alumnos sean instruidos sobre dicho concepto; qué estrategias usan para resolver problemas a lo largo de la etapa de secundaria; si mejoran o no después de recibir instrucción; si hay diferencias dependiendo del curso y si persisten los errores en el tiempo. Las tareas presentadas fueron: cálculo de medias ponderadas, efecto que el cambio de un dato produce sobre la media y hallar un valor que falta en un conjunto de datos para obtener un promedio dado. Encontraron que la comprensión conceptual no va paralela al número de años de instrucción en la materia en cuestión.

Cobo (2003) llega a conclusiones distintas a otros autores (Cai, 1995; Watson y Moritz, 1999, 2000) quienes sugerían que la inversión del algoritmo de la media es difícil para los estudiantes. Su estudio contradice esa teoría, puesto que, según ella incluso los estudiantes de 1º curso han dado una frecuencia de inversión correcta mucho mayor que incorrecta, llegando en una frecuencia abrumadora de ocasiones incluso a dar una distribución de media dada. Estos resultados mejoran aún más en los alumnos que han recibido instrucción, pero son ya bastante buenos a nivel intuitivo, para los problemas planteados cuyos datos son sencillos y poco numerosos. Se mantiene, sin

embargo la dificultad del cálculo de medias ponderadas, tanto antes como después de la instrucción.

Garfield (2003) encuentra en las respuestas de los estudiantes algunas con un razonamiento correcto, pero observa que en la mayoría de las respuestas aparecen razonamientos incorrectos, por lo que elabora unas escalas de razonamiento correcto y de concepciones inadecuadas (misconceptions). Entre otras, las concepciones inadecuadas que encuentra son:

1. Confundir la media y la mediana
2. No tomar en consideración los valores atípicos al calcular la media
3. Comparar grupos teniendo en cuenta las medias únicamente

Fortuny, Batanero y Estrada (2004) en un estudio de evaluación de los conocimientos estadísticos elementales de una muestra de 367 estudiantes de distintas especialidades de Magisterio concluyen que es necesario potenciar la formación estadística de los futuros profesores ya que a pesar de que en la mayor parte de los ítems los porcentajes de aciertos superan el 50 % también encontraron que había desconocimiento de conceptos estadísticos elementales como media, mediana y moda y la presencia de errores al invertir el algoritmo de la media.

Balderas y otros (2007) presentan un estudio de respuestas a un cuestionario que evalúa la comprensión de diferentes elementos del significado de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos al finalizar la educación secundaria. Los resultados indican dificultades compartidas con los de un estudio anterior realizado en estudiantes españoles de menor edad (Cobo, 2003) y sugieren la necesidad de enriquecer la enseñanza con tareas más próximas a la vida cotidiana del estudiante, incrementando así su cultura estadística.

Minnaard, Seminara y Del Puerto (2007) en una investigación con alumnos universitarios encuentran incluso que algunos de éstos cometen errores al calcular la frecuencia relativa, no distinguen entre frecuencia absoluta y acumulada, y cometen errores al calcular la media.

Arteaga, Batanero, y Ruiz (2009) en un estudio para analizar las estrategias usadas por los futuros profesores de educación primaria para comparar dos distribuciones de datos, observaron que éstos tuvieron dificultades en la interpretación de medidas de posición central. Encontraron también los siguientes errores cometidos por estos alumnos universitarios:

1. Con respecto a la media: errores de cálculo o falta de ponderación
2. Para el cálculo de la mediana: los alumnos cometieron errores como no ordenar los datos, no resolver el caso de indeterminación o no tener en cuenta la frecuencia al calcular la mediana, no tener en cuenta la frecuencia en el cálculo de la mediana considerando tan sólo los diferentes valores obtenidos de la variable y tomando su punto medio, lo que sería equivalente a considerar como mediana el centro del rango, error encontrado en Mayén (2006) en su estudio sobre comprensión de los medidas de posición central.
3. Cálculo erróneo de la moda al no tener en cuenta el caso de bimodalidad,; confundir el valor máximo que toma la variable con la moda.

Mayén, Batanero, y Díaz (2009) estudiando las dificultades de estudiantes mexicanos en la comparación de datos ordinales obtuvieron que la comparación de datos ordinales, incluso en un contexto familiar para el estudiante, como es el de las calificaciones, no es intuitiva. Incluso es menos intuitivo para los estudiantes de Bachillerato que para los de Secundaria, de modo que la enseñanza no parece ayudar a desarrollar esta intuición en los estudiantes. Su análisis confirma la existencia de los siguientes conflictos en relación con la comprensión de las medidas de posición central:

- a) no usar medidas de tendencia central para comparar dos conjuntos de datos.
- b) suponer definida la media en datos ordinales.
- c) no discriminar datos ordinales y numéricos.
- d) confundir las medidas de posición central con el valor de la variable, frecuencias absolutas con porcentajes; y valor de la variable con frecuencia.
- e) no ser conscientes de que el cambio de escala cambia los promedios.

De estos conflictos se deducen errores al aplicar un procedimiento: Calcular la media de las frecuencias (al no diferenciar frecuencia y valor); establecer una correspondencia que no conserva la escala de medida (al no diferenciar escalas); establecer correspondencias diferentes en grupos que se quiere comparar (no tener en cuenta que el cambio de escala cambia el promedio); usar una correspondencia que transforma un

conjunto variable en otro constante (no diferenciar entre variable y constante). Según estos investigadores lo anterior indica no sólo la necesidad de trabajar con los estudiantes con datos ordinales, sino aspectos conceptuales y procedimentales relacionados con la media y mediana y con las ideas aún más elementales de variable estadística y distribución.

Ortiz, Font y Mayén (2009) en una investigación con maestros de primaria en formación pusieron de manifiesto que estos futuros profesores cuando resuelven un problema de comparación de dos distribuciones *tienen importantes dificultades relacionadas con la comprensión del concepto de media aritmética y algunas de sus propiedades*. Destacan el alto porcentaje de profesores en formación que no tiene en cuenta la media aritmética para la comparación de las dos distribuciones del estudio (80%) e incluso cometen errores de cálculo en las operaciones y el alto porcentaje que si aporta argumentos pero de forma incorrecta (75 %), lo que puede ser debido a su escasa formación en estadística

Medidas de dispersión

Para Campbell (1974) un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones (citado por Estrada, 2002)

Mevarech (1983) encontró en alumnos universitarios las mismas dificultades en el cálculo de la varianza que en el cálculo de la media. En particular, los estudiantes suponen que el conjunto de datos junto con la operación de cálculo de la varianza tiene una estructura de grupo. (citado por Cobo, 2003)

Una medida de la dispersión es la desviación típica, que mide la intensidad con que los datos se desvían respecto de la media. Loosen y cols. (1985) hicieron notar que muchos libros de texto ponen mayor énfasis en la heterogeneidad entre las observaciones que en su desviación respecto de la posición central. Como señalan Loosen y cols. (1995), las palabras empleadas, como variación, dispersión, diversidad, fluctuación, etc. están abiertas a diferentes interpretaciones. Es claro para el profesor, pero

no para el estudiante, cuándo estas palabras se refieren a una diversidad relativa a la media o en términos absolutos (citado por Cobo, 2003)

Murillo y Castellanos (2007) en un estudio con alumnos del curso de tercero de educación secundaria encuentran errores tales como: confundir desviación típica con desviación media con respecto a la media, confusión entre dispersión en términos relativos y absolutos y errores de cálculo en las fórmulas para hallar la varianza.

Minnaard, Seminara y Del Puerto (2007) en una investigación con alumnos universitarios encuentran incluso que algunos de éstos cometen errores en la fórmula al calcular la desviación típica, no distinguen entre desviación típica y varianza, y confunden variabilidad absoluta y relativa.

Arteaga, Batanero, y Ruiz (2009) en un estudio para analizar las estrategias usadas por los futuros profesores de educación primaria para comparar dos distribuciones de datos observaron en éstos escaso uso de las medidas de dispersión. Así, aunque el cálculo del rango lo hacen correctamente, parece que a pesar de que se comprende el procedimiento de cálculo, los alumnos no llegan a captar el significado de la dispersión ni su utilidad en la comparación de dos distribuciones.

ANEXO XII

Encuestas grado de satisfacción (segunda, tercera y cuarta fase)

Resultados de encuesta diseñada para la valoración del grado de satisfacción de los alumnos tras usar el STIAE

CURSO	2005/06	GRUPO	3° D
--------------	----------------	--------------	-------------

Cada uno de los ítems utilizados se podía valorar como:

1. Nada. 2. Poco. 3. Regular. 4. Bastante. 5. Mucho

		Mínimo			Máximo	
		1	2	3	4	5
1	¿Te ha parecido interesante esta experiencia?	0	0	0	2	4
2	¿Asistes con regularidad a estas clases?	0	0	0	0	6
3	¿Asistes a gusto a estas clases?	0	0	0	2	4
4	¿Encuentras satisfactorio el trabajo que has realizado en estas clases?	0	0	0	5	1
5	¿Estás satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores?	0	0	0	3	3
6	¿Crees que los contenidos impartidos en estas clases son importantes para tu formación académica?	0	1	0	3	2
7	¿Crees que lo que has aprendido te puede servir en tu futuro laboral?	0	0	1	2	3
8	¿Crees que las actividades planteadas en la página Web y en el foro de discusión son adecuadas a vuestros conocimientos de Estadística?	0	0	1	5	0
9	¿Las actividades están planteadas de forma clara?	0	0	1	0	5
10	Las respuestas dadas por los profesores a través del correo electrónico y del foro de discusión, ¿han sido efectuadas de forma clara y precisa?	0	0	0	1	5
11	¿Los profesores se interesan por el aprendizaje de sus alumnos?	0	0	0	1	5
12	La atención recibida por parte del profesor presencial y del profesor virtual en las consultas que les has hecho, ¿ha sido la adecuada?	0	0	0	2	4

13	¿Te ha gustado este nuevo enfoque del estudio de las Matemáticas a través del ordenador e Internet?	0	0	0	1	5
14	¿Te interesaría participar de nuevo en una experiencia de este tipo?	0	0	1	2	3
15	Considerando globalmente todos los aspectos de estas clases, ¿estás satisfecho con el desarrollo de las mismas?	0	0	0	4	2
16	¿Te ha resultado gratificante participar en esta experiencia?	0	0	0	4	2
17	Valora el grado de aplicación de una experiencia semejante en el estudio de estas otras materias de 3º ESO (marca con una x):					
	a. Física y Química.	0	0	2	4	0
	b. Ciencias Sociales	0	1	4	1	0
	c. Biología y Geología	0	1	2	3	0
	d. Plástica	1	1	2	2	0
	e. Tecnología	0	0	1	3	2
	f. Lengua Española	0	1	3	2	0
	g. Inglés	1	0	3	2	0
	h. Francés	1	0	4	1	0

18. Si lo consideras necesario escribe lo que creas oportuno acerca de la experiencia que hemos realizado:

- *Yo creo que está bien, es otra forma de dar Matemáticas.*
- *Yo he notado mucho esta experiencia, porque me ha dado ventajas a la hora de escribir porque voy más rápido y mis conocimientos de matemáticas han mejorado mucho y es bastante notable, tanto en mi rapidez hasta en los exámenes.*
- *Esta actividad merece mucho la pena, y además en el futuro nos va a servir de gran ayuda, porque el ordenador es el futuro.*

Resultados de encuesta diseñada para la valoración del grado de satisfacción de los alumnos tras usar el STIAE

CURSO	2006/07	GRUPO	4º D
--------------	----------------	--------------	-------------

Cada uno de los ítems utilizados se podía valorar como:

1. Nada. 2. Poco. 3. Regular. 4. Bastante. 5. Mucho

		Mínimo			Máximo	
		1	2	3	4	5
1	¿Te ha parecido interesante esta experiencia?	0	0	2	5	2
2	¿Asistes con regularidad a estas clases?	0	0	0	4	5
3	¿Asistes a gusto a estas clases?	0	0	2	5	2
4	¿Encuentras satisfactorio el trabajo que has realizado en estas clases?	0	0	3	3	3
5	¿Estás satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores?	0	0	0	4	5
6	¿Crees que los contenidos impartidos en estas clases son importantes para tu formación académica?	0	1	4	2	2
7	¿Crees que lo que has aprendido te puede servir en tu futuro laboral?	0	2	3	4	0
8	¿Crees que las actividades planteadas en la página Web y en el foro de discusión son adecuadas a vuestros conocimientos de Estadística?	0	0	2	3	4
9	¿Las actividades están planteadas de forma clara?	0	0	2	6	1
10	Las respuestas dadas por los profesores a través del correo electrónico y del foro de discusión, ¿han sido efectuadas de forma clara y precisa?	0	0	0	2	7
11	¿Los profesores se interesan por el aprendizaje de sus alumnos?	0	0	0	6	3
12	La atención recibida por parte del profesor presencial y del profesor virtual en las consultas que les has hecho, ¿ha sido la adecuada?	0	0	3	3	3

13	¿Te ha gustado este nuevo enfoque del estudio de las Matemáticas a través del ordenador e Internet?	0	0	3	2	4
14	¿Te interesaría participar de nuevo en una experiencia de este tipo?	0	0	4	4	1
15	Considerando globalmente todos los aspectos de estas clases, ¿estás satisfecho con el desarrollo de las mismas?	0	0	4	4	1
16	¿Te ha resultado gratificante participar en esta experiencia?	0	0	4	2	3
17	Valora el grado de aplicación de una experiencia semejante en el estudio de estas otras materias de 3º ESO (marca con una x):					
	a. Física y Química.	0	0	6	2	1
	b. Ciencias Sociales	0	1	3	4	1
	c. Biología y Geología	0	1	4	4	0
	d. Plástica	3	1	2	2	1
	e. Tecnología	1	1	1	4	2
	f. Lengua Española	0	1	4	3	1
	g. Inglés	4	2	2	0	1
	h. Francés	1	0	4	2	2

18. Si lo consideras necesario escribe lo que creas oportuno acerca de la experiencia que hemos realizado:

- *Me ha gustado mucho porque así sigues aprendiendo más cosas.*

- *Este curso me lo he pasado muy bien y he experimentado una forma nueva de trabajar a través del ordenador.*

Resultados de encuesta diseñada para la valoración del grado de satisfacción de los alumnos tras usar el STIAE

CURSO	2007/08	GRUPO	4º D
--------------	----------------	--------------	-------------

Cada uno de los ítems utilizados se podía valorar como:

1. Nada. 2. Poco. 3. Regular. 4. Bastante. 5. Mucho

		Mínimo			Máximo	
		1	2	3	4	5
1	¿Te ha parecido interesante esta experiencia?	0	0	0	6	1
2	¿Asistes con regularidad a estas clases?	0	0	0	3	4
3	¿Asistes a gusto a estas clases?	0	0	4	2	1
4	¿Encuentras satisfactorio el trabajo que has realizado en estas clases?	0	0	1	0	6
5	¿Estás satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores?	0	0	0	4	3
6	¿Crees que los contenidos impartidos en estas clases son importantes para tu formación académica?	0	0	0	5	2
7	¿Crees que lo que has aprendido te puede servir en tu futuro laboral?	0	0	1	3	3
8	¿Crees que las actividades planteadas en la página Web y en el foro de discusión son adecuadas a vuestros conocimientos de Estadística?	0	0	0	6	1
9	¿Las actividades están planteadas de forma clara?	0	0	2	3	2
10	Las respuestas dadas por los profesores a través del correo electrónico y del foro de discusión, ¿han sido efectuadas de forma clara y precisa?	0	0	0	2	5
11	¿Los profesores se interesan por el aprendizaje de sus alumnos?	0	0	0	0	7
12	La atención recibida por parte del profesor presencial y del profesor virtual en las consultas que les has hecho, ¿ha sido la adecuada?	0	0	0	3	4

13	¿Te ha gustado este nuevo enfoque del estudio de las Matemáticas a través del ordenador e Internet?	0	0	1	5	1
14	¿Te interesaría participar de nuevo en una experiencia de este tipo?	0	0	1	6	0
15	Considerando globalmente todos los aspectos de estas clases, ¿estás satisfecho con el desarrollo de las mismas?	0	0	0	4	3
16	¿Te ha resultado gratificante participar en esta experiencia?	0	0	0	5	2
17	Valora el grado de aplicación de una experiencia semejante en el estudio de estas otras materias de 3º ESO (marca con una x):					
	a. Física y Química.	0	2	4	1	0
	b. Ciencias Sociales	0	1	0	5	1
	c. Biología y Geología	0	0	2	5	0
	d. Plástica	0	0	1	6	0
	e. Tecnología	0	0	1	1	5
	f. Lengua Española	1	1	4	1	0
	g. Inglés	0	1	3	1	1
	h. Francés	0	1	4	1	1

18. Si lo consideras necesario escribe lo que creas oportuno acerca de la experiencia que hemos realizado:

- *Me ha gustado mucho y ha sido una de las clases más divertidas, igual es porque me gustan las matemáticas.*

- *Para mí ha sido una experiencia muy buena, hemos aprendido mucha estadística que en el futuro nos va a servir para mucho.*

- *Ha sido interesante y amena, pero lo que pasa es que a mí me va más la libreta y el bolígrafo, y pensar menos, claro.*

- *Aunque a veces me ha resultado un poco pesado me ha gustado mucho y me gustaría si volviese a estudiar estadística realizarlo otra vez, actividades parecidas.*

ANEXO XIII

Inteligencias múltiples

Gardner (1983) propuso la existencia de siete inteligencias separadas en el ser humano. Las dos primeras (lingüística y lógico-matemática) son las que normalmente se han valorado en la escuela tradicional. Más adelante Gardner (2001) consideró la posible existencia de otras varias inteligencias (naturalista, espiritual y existencial) pero hasta ahora no ha considerado ampliar la lista salvo con una nueva inteligencia, la inteligencia naturalista que corresponde a la octava inteligencia.

La *inteligencia lingüística* supone una sensibilidad especial hacia el lenguaje hablado y escrito, la capacidad para aprender idiomas y de emplear el lenguaje para lograr determinados objetivos. Entre las personas que tienen una gran inteligencia lingüística se encuentran los abogados, los oradores, los escritores y los poetas.

La *inteligencia lógico-matemática* supone la capacidad de analizar problemas de una manera lógica, de llevar a cabo operaciones matemáticas y de realizar investigaciones de una manera científica. Los matemáticos, los lógicos y los científicos en general emplean la inteligencia lógico-matemática.

La *inteligencia musical* supone la capacidad de interpretar, componer y apreciar pautas musicales. Estructuralmente hablando es análoga a la lingüística, por lo que es absurdo llamar inteligencia a una (la lingüística) y talento a la otra (la musical).

La *inteligencia corporal-cinestésica* supone la capacidad de emplear partes del propio cuerpo (como la mano o la boca) o su totalidad para resolver problemas o crear productos. Los bailarines, actores y deportistas destacan por este tipo de inteligencia; igualmente importante es para artesanos, cirujanos, científicos de laboratorio, mecánicos y muchos otros profesionales de orientación técnica.

La *inteligencia espacial* supone la capacidad de reconocer y manipular pautas en espacios grandes (como hacen, por ejemplo, los navegantes y los pilotos) y en espacios más reducidos (como hacen los escultores, los cirujanos, jugadores de ajedrez, artistas gráficos o arquitectos).

La *inteligencia interpersonal* denota la capacidad de una persona para entender las intenciones, las motivaciones y los deseos ajenos y, en consecuencia, su capacidad para trabajar eficazmente con otras personas. Los vendedores, profesores, médicos, líderes religiosos y políticos, y los actores necesitan una gran inteligencia interpersonal.

La *inteligencia intrapersonal* supone la capacidad de comprenderse uno mismo, de tener un modelo útil y eficaz de uno mismo (que incluya los propios deseos, miedos y capacidades) y de emplear esta información con eficacia en la regulación de la propia vida.

La *inteligencia naturalista* supone la capacidad de distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, objetos, animales o plantas. Esta inteligencia la poseen la gente de campo, botánicos, biólogos, ecologistas, entre otros.

La teoría de las Inteligencias Múltiples permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas. Una vez que se han valorado dichas habilidades (García Olivares, Anexo IV, 21-22), se han desarrollado actividades adecuadas a los gustos de los alumnos de forma que estimulen los distintos tipos de inteligencia, de manera que a través del STIAE se ha facilitado el aprendizaje planteando las actividades considerando las preferencias de los alumnos. Se muestra dicho test para más claridad:

TEST DE LAS INTELIGENCIAS MÚLTIPLES

Responde con 1 si estás de acuerdo o con 0 si no lo estás

Tipo I

- Los libros son importantes para mí.
 - Aprendo más escuchando la radio que viendo la televisión
 - Me gusta repetir rimas sin sentido y trabalenguas
 - Las clases de Ciencias Sociales o de Lengua son más fáciles para mí que las de Física o Matemáticas.
 - Cuando voy en el coche me gusta leer los anuncios en lugar de mirar el paisaje.
 - Me fascinan los crucigramas.
 - Me encanta escribir por ejemplo, poesías, cartas, cuentos, relatos,...
 - Disfruto recordando frases para decirlas ante un grupo.
- Total _____

Tipo II

- Me gusta mantener las cosas clasificadas.
 - Las clases de Matemáticas o Ciencias se me hacen más fáciles que las de Historia o Lengua.
 - Disfruto haciendo rompecabezas y jugando a juegos de lógica.
 - Me encanta preguntarme el porqué de las cosas.
 - Regularmente está buscando patrones, regularidades o secuencias lógicas de objetos.
 - Tengo colecciones de rocas, mariposas, sellos, cromos, pins,...
 - Me interesan las noticias científicas.
 - Quiero saber cómo funcionan las cosas.
- Total _____

Tipo III

- Pertenezco a un equipo de deportes o de actividad física.
- Prefiero jugar a juegos activos que pasivos.
- Me gusta hacer manualidades.
- He tenido mis mejores ideas cuando llevo a cabo actividades que estimulan mis músculos.
- Creo que soy una persona con buena coordinación.
- Prefiero practicar una actividad en la que sobresalga en lugar de leer sobre ella.

- Se me hace más difícil estar sentado largos periodos de tiempo.
Total _____

Tipo IV

- Cuando cierro los ojos puedo ver imágenes claras.
 Soy sensitivo al color.
 Frecuentemente saco fotografías para grabar lo que ocurre a mi alrededor.
 Durante la noche tengo sueños que puedo recordar claramente cuando despierto.
 Tengo metas para mi vida y las veo realizadas en mi mente.
 Me gusta dibujar.
 Disfruto imaginando cómo se verían las cosas colocadas de otra cosa en una habitación.
 Cuando cae un libro en mis manos prefiero ver las imágenes que tiene en lugar de leerlo.

Total _____

Tipo V

- Cuando escucho música puedo saber si una nota está fuera de tiempo.
 Frecuentemente oigo la radio o escucho CD,...
 Toco un instrumento musical.
 Me sentiría muy mal si en mi vida no hubiera música.
 Cuando estoy paseando o descansando puedo pensar en una canción.
 Solo tengo que escuchar una canción una vez y ya me la aprendo.
 Quiero saber como funcionan las cosas.
 A menudo me encuentro siguiendo una pieza musical con las manos.

Total _____

Tipo VI

- Soy una persona a la que mis amigos ven como un consejero.
 Prefiero jugar a juegos de equipo.
 Si tengo un problema prefiero acudir a otra persona para que me ayude a resolverlo que hacerlo yo mismo.
 Tengo al menos tres amigos de verdad.
 Disfruto hablando en público.
 Me considero un líder.
 Tengo la habilidad de dar instrucciones y otros las siguen.
 Me gustaría actuar en obras de teatro delante de mucho público.

Total _____

Tipo VII

- Tengo conocimientos que no comparto con otros.
 Disfruto estando solo.
 Conozco mis debilidades y fortalezas.
 Mantengo un diario personal en el que escribo lo que hago durante el día.

- Me considero un pensador independiente.
 - Cuando escucho música lo hago con auriculares.
 - Me gustaría de mayor trabajar por mi cuenta.
- Total _____

Tipo VIII

- Disfruto de acampada en el campo o en el bosque.
 - Disfruto cuando estoy en contacto con la naturaleza.
 - Me gustan todos los animales.
 - Disfruto cuando voy de caza o de pesca o sembrando plantas.
 - Me gusta ver documentales y libros acerca de la vida animal y vegetal.
 - Me solidarizo con los grupos que defienden el medio ambiente.
 - De mayor, me gustaría vivir en el campo o en una granja.
 - Me gusta proteger el medio ambiente reciclando los productos.
- Total _____

A continuación se muestran los resultados obtenidos en la cuarta fase (curso 2007/2008)

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que han utilizado el STIAE

Alumno	Opción	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTALIN	MEDIA	D.T.	C.V.
Alumno 1	A	V	16	2	4	6	5	7	3	3	2	32	4,00	1,85	0,46
Alumno 2	A	V	17	3	6	8	5	4	4	4	4	38	4,75	1,58	0,33
Alumno 3	A	H	16	4	6	8	6	5	5	5	6	45	5,63	1,19	0,21
Alumno 4	A	V	16	4	6	6	5	5	2	2	7	37	4,63	1,85	0,40
Alumno 5	D	H	17	3	5	5	5	5	4	1	6	34	4,25	1,58	0,37
Alumno 6	D	V	18	3	7	8	3	5	6	5	8	45	5,63	2,00	0,35
Alumno 7	D	H	17	4	3	5	3	4	4	3	5	31	3,88	0,83	0,22
Alumno 8	D	H	17	4	5	7	7	5	5	4	1	38	4,75	1,91	0,40
Alumno 9	D	H	17	2	5	6	3	5	5	4	1	31	3,88	1,73	0,45
Alumno 10	D	H	18	4	3	5	4	5	3	4	6	34	4,25	1,04	0,24
Alumno 11	D	V	17	3	6	4	7	5	2	2	6	35	4,38	1,92	0,44
MEDIA				3,27	5,09	6,18	4,82	5,00	3,91	3,36	4,73	36,36	4,55	1,59	0,35
D.T.				0,79	1,30	1,40	1,47	0,77	1,30	1,29	2,41	4,95	0,62	0,40	0,09
C.V.				0,24	0,26	0,23	0,31	0,15	0,33	0,38	0,51	0,14	0,14	0,25	0,26

A: Opción A de Matemáticas

D: Diversificación Curricular

V: varón

H: hembra

LING: inteligencia lingüística-verbal

CINEST: inteligencia kinestésica o cinestésica

ESPACIAL: inteligencia artística-espacial

MUSICAL: inteligencia musical

INTER: inteligencia interpersonal

INTRA: inteligencia intrapersonal

NATURAL: inteligencia naturalista

TOTALIN: suma de las 8 inteligencias

MEDIA: media aritmética

D.T.: desviación típica

C.V.: coeficiente de variación de Pearson

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que han utilizado el STIAE (por grupo)

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que estudiaban la opción A de Matemáticas y han utilizado el STIAE

Alumno	Opción	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTALIN	MEDIA	D.T.	C.V.
Alumno 1	A	V	16	2	4	6	5	7	3	3	2	32	4,00	1,85	0,46
Alumno 2	A	V	17	3	6	8	5	4	4	4	4	38	4,75	1,58	0,33
Alumno 3	A	H	16	4	6	8	6	5	5	5	6	45	5,63	1,19	0,21
Alumno 4	A	V	16	4	6	6	5	5	2	2	7	37	4,63	1,85	0,40
MEDIA				3,25	5,50	7,00	5,25	5,25	3,50	3,50	4,75	38,00	4,75	1,62	0,35
D.T.				0,96	1,00	1,15	0,50	1,26	1,29	1,29	2,22	5,35	0,67	0,31	0,11
C.V.				0,29	0,18	0,16	0,10	0,24	0,37	0,37	0,47	0,14	0,14	0,19	0,31

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO de Diversificación Curricular y han utilizado el STIAE

Alumno	Opción	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTALIN	MEDIA	D.T.	C.V.
Alumno 5	D	H	17	3	5	5	5	5	4	1	6	34	4,25	1,58	0,37
Alumno 6	D	V	18	3	7	8	3	5	6	5	8	45	5,63	2,00	0,35
Alumno 7	D	H	17	4	3	5	3	4	4	3	5	31	3,88	0,83	0,22
Alumno 8	D	H	17	4	5	7	7	5	5	4	1	38	4,75	1,91	0,40
Alumno 9	D	H	17	2	5	6	3	5	5	4	1	31	3,88	1,73	0,45
Alumno 10	D	H	18	4	3	5	4	5	3	4	6	34	4,25	1,04	0,24
Alumno 11	D	V	17	3	6	4	7	5	2	2	6	35	4,38	1,92	0,44
MEDIA				3,29	4,86	5,71	4,57	4,86	4,14	3,29	4,71	35,43	4,43	1,57	0,35
D.T.				0,76	1,46	1,38	1,81	0,38	1,35	1,38	2,69	4,86	0,61	0,46	0,09
C.V.				0,23	0,30	0,24	0,40	0,08	0,32	0,42	0,57	0,14	0,14	0,29	0,26

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que estudiaban la opción B de Matemáticas y han recibido instrucción de forma tradicional

Alumno	Opción	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTALIN	MEDIA	D.T.	C.V.
Alumno 12	B	V	15	3	4	5	2	2	2	2	3	23	2,88	1,13	0,39
Alumno 13	B	V	15	4	5	7	7	7	7	3	8	48	6,00	1,77	0,30
Alumno 14	B	V	17	2	1	4	2	2	2	2	1	16	2,00	0,93	0,46
Alumno 15	B	V	17	4	4	8	7	6	3	3	6	41	5,13	1,89	0,37
Alumno 16	B	H	15	5	6	4	8	8	3	5	8	47	5,88	1,96	0,33
Alumno 17	B	V	16	2	4	6	0	3	2	1	6	24	3,00	2,20	0,73
Alumno 18	B	V	17	1	4	8	2	0	3	2	7	27	3,38	2,83	0,84
Alumno 19	B	H	16	6	8	6	3	4	3	4	4	38	4,75	1,75	0,37
Alumno 20	B	H	16	2	4	5	6	4	5	3	5	34	4,25	1,28	0,30
Alumno 21	B	H	16	5	5	5	6	3	3	7	4	38	4,75	1,39	0,29
Alumno 22	B	H	16	5	4	4	5	3	4	5	5	35	4,38	0,74	0,17
Alumno 23	B	H	15	4	7	3	4	4	3	2	6	33	4,13	1,64	0,40
Alumno 24	B	H	16	5	3	3	8	3	4	4	5	35	4,38	1,69	0,39
Alumno 25	B	H	15	5	3	6	4	5	5	1	7	36	4,50	1,85	0,41
Alumno 26	B	H	15	2	3	6	5	4	3	4	7	34	4,25	1,67	0,39
Alumno 27	B	H	16	3	4	6	5	4	4	1	4	31	3,88	1,46	0,38
Alumno 28	B	V	15	4	8	5	6	5	2	6	3	39	4,88	1,89	0,39
Alumno 29	B	V	17	4	3	6	3	5	2	2	6	31	3,88	1,64	0,42
Alumno 30	B	H	16	0	1	5	5	3	2	1	1	18	2,25	1,91	0,85
Alumno 31	B	V	16	2	7	8	6	3	3	1	6	36	4,50	2,56	0,57
Alumno 32	B	H	15	2	3	7	6	3	5	1	5	32	4,00	2,07	0,52
Alumno 33	B	H	16	2	6	8	7	7	4	1	6	41	5,13	2,53	0,49
			MEDIA	3,27	4,41	5,68	4,86	4,00	3,36	2,77	5,14	33,50	4,19	1,76	0,44
			D.T.	1,58	1,94	1,55	2,14	1,85	1,29	1,80	1,93	8,16	1,02	0,51	0,17
			C.V.	0,48	0,44	0,27	0,44	0,46	0,38	0,65	0,38	0,24	0,24	0,29	0,38

B: opción B de Matemáticas

Resultados del test de inteligencias múltiples de los alumnos de 4º ESO que estudiaban en el IES donde se realizó el estudio

Alumno	Opción	Sexo	Edad	LING	LOG-MAT	CINEST	ESPACIAL	MUSICAL	INTER	INTRA	NATURAL	TOTALIN	MEDIA	D.T.	C.V.
Alumno 1	A	V	16	2	4	6	5	7	3	3	2	32	4,00	1,85	0,46
Alumno 2	A	V	17	3	6	8	5	4	4	4	4	38	4,75	1,58	0,33
Alumno 3	A	H	16	4	6	8	6	5	5	5	6	45	5,63	1,19	0,21
Alumno 4	A	V	16	4	6	6	5	5	2	2	7	37	4,63	1,85	0,40
Alumno 5	D	H	17	3	5	5	5	5	4	1	6	34	4,25	1,58	0,37
Alumno 6	D	V	18	3	7	8	3	5	6	5	8	45	5,63	2,00	0,35
Alumno 7	D	H	17	4	3	5	3	4	4	3	5	31	3,88	0,83	0,22
Alumno 8	D	H	17	4	5	7	7	5	5	4	1	38	4,75	1,91	0,40
Alumno 9	D	H	17	2	5	6	3	5	5	4	1	31	3,88	1,73	0,45
Alumno 10	D	H	18	4	3	5	4	5	3	4	6	34	4,25	1,04	0,24
Alumno 11	D	V	17	3	6	4	7	5	2	2	6	35	4,38	1,92	0,44
Alumno 12	B	V	15	3	4	5	2	2	2	2	3	23	2,88	1,13	0,39
Alumno 13	B	V	15	4	5	7	7	7	7	3	8	48	6,00	1,77	0,30
Alumno 14	B	V	17	2	1	4	2	2	2	2	1	16	2,00	0,93	0,46
Alumno 15	B	V	17	4	4	8	7	6	3	3	6	41	5,13	1,89	0,37
Alumno 16	B	H	15	5	6	4	8	8	3	5	8	47	5,88	1,96	0,33
Alumno 17	B	V	16	2	4	6	0	3	2	1	6	24	3,00	2,20	0,73
Alumno 18	B	V	17	1	4	8	2	0	3	2	7	27	3,38	2,83	0,84
Alumno 19	B	H	16	6	8	6	3	4	3	4	4	38	4,75	1,75	0,37
Alumno 20	B	H	16	2	4	5	6	4	5	3	5	34	4,25	1,28	0,30
Alumno 21	B	H	16	5	5	5	6	3	3	7	4	38	4,75	1,39	0,29
Alumno 22	B	H	16	5	4	4	5	3	4	5	5	35	4,38	0,74	0,17
Alumno 23	B	H	15	4	7	3	4	4	3	2	6	33	4,13	1,64	0,40
Alumno 24	B	H	16	5	3	3	8	3	4	4	5	35	4,38	1,69	0,39
Alumno 25	B	H	15	5	3	6	4	5	5	1	7	36	4,50	1,85	0,41
Alumno 26	B	H	15	2	3	6	5	4	3	4	7	34	4,25	1,67	0,39
Alumno 27	B	H	16	3	4	6	5	4	4	1	4	31	3,88	1,46	0,38
Alumno 28	B	V	15	4	8	5	6	5	2	6	3	39	4,88	1,89	0,39
Alumno 29	B	V	17	4	3	6	3	5	2	2	6	31	3,88	1,64	0,42
Alumno 30	B	H	16	0	1	5	5	3	2	1	1	18	2,25	1,91	0,85
Alumno 31	B	V	16	2	7	8	6	3	3	1	6	36	4,50	2,56	0,57
Alumno 32	B	H	15	2	3	7	6	3	5	1	5	32	4,00	2,07	0,52
Alumno 33	B	H	16	2	6	8	7	7	4	1	6	41	5,13	2,53	0,49
			MEDIA	3,27	4,64	5,85	4,85	4,33	3,55	2,97	5,00	34,45	4,31	1,70	0,41
			D.T.	1,35	1,76	1,50	1,92	1,63	1,30	1,65	2,08	7,29	0,91	0,47	0,15
			C.V.	0,41	0,38	0,26	0,40	0,38	0,37	0,56	0,42	0,21	0,21	0,28	0,37

Variable	Correlaciones de orden de ranqueo de Spearman (erroresinteligencia)						
	SRI	E1I	E2I	E3I	E4I	E5I	TI
SRI	1,00	-0,21	0,58	-0,11	0,49	-0,37	-0,03
E1I	-0,21	1,00	-0,35	-0,17	0,12	0,28	0,49
E2I	0,58	-0,35	1,00	0,25	0,34	0,00	0,46
E3I	-0,11	-0,17	0,25	1,00	0,12	-0,36	0,40
E4I	0,49	0,12	0,34	0,12	1,00	-0,16	0,35
E5I	-0,37	0,28	0,00	-0,36	-0,16	1,00	0,42
TI	-0,03	0,49	0,46	0,40	0,35	0,42	1,00
SR	0,08	-0,14	0,36	0,57	0,51	-0,27	0,37
E1	-0,19	-0,02	-0,21	-0,04	-0,55	0,34	-0,10
E2	-0,03	0,10	0,17	0,73	0,22	-0,16	0,49
E3	-0,56	0,09	0,00	0,00	-0,08	0,29	0,21
E4	0,14	-0,15	0,51	0,44	0,18	0,30	0,54
E5	-0,24	-0,30	0,12	0,21	-0,22	-0,19	-0,10
TF	-0,32	0,02	0,18	0,62	-0,03	0,19	0,52
LIN	-0,29	0,35	-0,13	0,35	0,41	0,15	0,49
LÓG	0,20	-0,33	0,59	0,50	0,19	0,13	0,42
CIN	-0,10	-0,27	0,27	0,75	0,21	-0,20	0,28
ESPACIAL	-0,26	-0,29	-0,11	0,08	-0,16	0,32	-0,10
MUSICAL	0,18	-0,12	-0,40	-0,06	-0,17	-0,50	-0,62
INTER	-0,06	0,07	0,15	0,11	0,46	0,03	0,24
INTRA	0,21	0,11	0,25	0,40	0,51	-0,06	0,42
NATURAL	0,18	0,39	0,12	0,33	0,31	-0,01	0,51
TOTINT	0,08	-0,12	0,38	0,68	0,49	0,03	0,52

Variable	Correlaciones de orden de ranqueo de Spearman (erroresinteligencia)						
	<i>SR</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>	<i>E5</i>	<i>TF</i>
SRI	0,08	-0,19	-0,03	-0,56	0,14	-0,24	-0,32
E1I	-0,14	-0,02	0,10	0,09	-0,15	-0,30	0,02
E2I	0,36	-0,21	0,17	0,00	0,51	0,12	0,18
E3I	0,57	-0,04	0,73	0,00	0,44	0,21	0,62
E4I	0,51	-0,55	0,22	-0,08	0,18	-0,22	-0,03
E5I	-0,27	0,34	-0,16	0,29	0,30	-0,19	0,19
TI	0,37	-0,10	0,49	0,21	0,54	-0,10	0,52
SR	1,00	-0,35	0,37	0,34	0,06	0,38	0,35
E1	-0,35	1,00	0,00	-0,05	0,24	0,06	0,39
E2	0,37	0,00	1,00	-0,13	0,61	0,14	0,79
E3	0,34	-0,05	-0,13	1,00	-0,30	0,22	0,20
E4	0,06	0,24	0,61	-0,30	1,00	0,14	0,70
E5	0,38	0,06	0,14	0,22	0,14	1,00	0,45
TF	0,35	0,39	0,79	0,20	0,70	0,45	1,00
LIN	0,35	-0,48	0,31	-0,07	0,23	-0,02	0,16
LÓG	0,32	0,33	0,67	-0,02	0,83	0,27	0,81
CINES	0,40	0,03	0,53	0,32	0,31	-0,10	0,50
ESPACIAL	-0,32	0,40	-0,03	-0,25	0,55	0,20	0,27
MUSICAL	-0,52	0,26	0,12	-0,59	-0,01	-0,03	-0,08
INTER	0,18	-0,27	0,23	0,55	-0,02	-0,31	0,15
INTRA	0,15	-0,18	0,37	0,08	0,19	-0,67	0,10
NATURAL	0,40	0,14	0,70	-0,26	0,48	0,28	0,62
TOTINT	0,44	0,15	0,65	-0,01	0,76	0,10	0,72

Variable	Correlaciones de orden de ranqueo de Spearman								
	LIN	LÓG	CINES	ESP	MUS	INTER	INTRA	NATUR	TOTINT
SRI	-0,29	0,20	-0,10	-0,26	0,18	-0,06	0,21	0,18	0,08
E1I	0,35	-0,33	-0,27	-0,29	-0,12	0,07	0,11	0,39	-0,12
E2I	-0,13	0,59	0,27	-0,11	-0,40	0,15	0,25	0,12	0,38
E3I	0,35	0,50	0,75	0,08	-0,06	0,11	0,40	0,33	0,68
E4I	0,41	0,19	0,21	-0,16	-0,17	0,46	0,51	0,31	0,49
E5I	0,15	0,13	-0,20	0,32	-0,50	0,03	-0,06	-0,01	0,03
TI	0,49	0,42	0,28	-0,10	-0,62	0,24	0,42	0,51	0,52
SR	0,35	0,32	0,40	-0,32	-0,52	0,18	0,15	0,40	0,44
E1	-0,48	0,33	0,03	0,40	0,26	-0,27	-0,18	0,14	0,15
E2	0,31	0,67	0,53	-0,03	0,12	0,23	0,37	0,70	0,65
E3	-0,07	-0,02	0,32	-0,25	-0,59	0,55	0,08	-0,26	-0,01
E4	0,23	0,83	0,31	0,55	-0,01	-0,02	0,19	0,48	0,76
E5	-0,02	0,27	-0,10	0,20	-0,03	-0,31	-0,67	0,28	0,10
TF	0,16	0,81	0,50	0,27	-0,08	0,15	0,10	0,62	0,72
LIN	1,00	-0,11	0,00	0,20	-0,35	-0,06	0,11	0,29	0,29
LÓG	-0,11	1,00	0,54	0,25	-0,04	0,22	0,26	0,50	0,79
CINE	0,00	0,54	1,00	0,01	-0,06	0,65	0,75	-0,04	0,69
ESP	0,20	0,25	0,01	1,00	0,24	-0,27	-0,20	-0,09	0,40
MUS	-0,35	-0,04	-0,06	0,24	1,00	-0,13	-0,08	0,02	-0,04
INTER	-0,06	0,22	0,65	-0,27	-0,13	1,00	0,73	-0,18	0,35
INTRA	0,11	0,26	0,75	-0,20	-0,08	0,73	1,00	-0,06	0,51
NATURAL	0,29	0,50	-0,04	-0,09	0,02	-0,18	-0,06	1,00	0,45
TOTINT	0,29	0,79	0,69	0,40	-0,04	0,35	0,51	0,45	1,00