EL *PROGRAMA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA* (1880), DE SANTIAGO MUNDI.

JOSÉ JAVIER ESCRIBANO BENITO*, LUIS ESPAÑOL GONZÁLEZ**

*I.E.S "Valle del Cidacos" de Calahorra, **Universidad de La Rioja

Resumen

Se realiza un estudio histórico del *Programa razonado de Geometría Analítica* (1880) que Santiago Mundi defendió en las oposiciones que le llevaron a acceder a la cátedra de Geometría Analítica de la Universidad de Barcelona.

Este *Programa* supone un punto de inflexión (de la métrica a la proyectiva) en la didáctica de la geometría analítica en las universidades españolas. De un lado, la propuesta de Mundi refleja el ocaso de un modelo de geometría analítica (Zorraquín, Cortázar, Sánchez Solís,...) anclados en los métodos exclusivamente métricos. Y del otro, un paso hacía los métodos proyectivos que culminaría, años más tarde, con la segunda edición del *Tratado de Geometría analítica* (1906-1907) de Miguel Vegas, donde la geometría métrica aparece como un caso particular de la geometría proyectiva.

1. Introducción

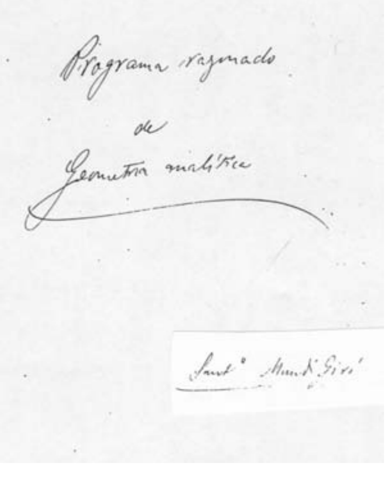
Al estudiar la evolución que se produjo en España, en los textos de geometría analítica en las últimas décadas del siglo XIX, hay un aspecto que sobresale de manera significativa: la sucesiva incorporación de los conceptos y métodos de la geometría proyectiva siguiendo el modelo de los centros superiores de Alemania e Italia. Esta característica está perfectamente reflejada en las sucesivas ediciones de las *Lecciones de Geometría analítica* (1883-1904) de Santiago Mundi[1]. La génesis

[1] Santiago Mundi y Giró (1842-1915), catedrático de Geometría Analítica de la Universidad de Barcelona (1881-1912), publicó numerosos artículos y libros. Entre ellos figuran los *Apuntes de Geometría de la Posición* (1884), primer libro que se editó en España sobre esta materia. Y sus conocidas *Lecciones de Geometría analítica* que, publicadas por su autor en tres ocasiones (1883, 1893 y 1904) y reeditadas por sus herederos en 1916 y 1921, alcanzaron gran resonancia en su tiempo y fueron adoptadas como texto en numerosas universidades españolas y americanas. Así en la segunda edición se indica que ha sido premiada con Medalla de Oro en la Exposición Universal de Barcelona de 1888 y en el Certamen Universal de Chicago (1893), informada favorablemente por el Real Consejo de Instrucción Pública (1892) y adoptada como texto en las universidades de Barcelona, Madrid, Sevilla, Granada, La Habana y la Escuela General Preparatoria para Ingenieros y Arquitectos. En la edición de 1921 se anuncia que la obra ha sido tomada como texto en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Buenos Aires y academias de la República Argentina, así como en las universidades mejicanas.

de estas *Lecciones* es el *Programa razonado de Geometría Analítica* (1880) que Mundi defendió en las oposiciones que le llevaron a acceder a la cátedra de Geometría Analítica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.

En este sentido, la pretensión de las páginas siguientes es analizar el *Programa* de Mundi, considerado como un punto de inflexión (de la métrica a la proyectiva) en la didáctica de la geometría analítica en las universidades españolas. De un lado, la propuesta de Mundi supone el ocaso de un modelo de geometría analítica (Zorraquín, Cortázar, Sánchez Solís,...) anclados en los métodos exclusivamente métricos. Y del otro, un paso hacía los métodos proyectivos que culminaría, años más tarde, con la segunda edición del *Tratado de Geometría analítica* (1906-1907) de Miguel Vegas, donde la geometría métrica aparece como un caso particular de la geometría proyectiva.

2. El *Programa razonado* de Mundi: estructura.



El *Programa* consta de 58 páginas manuscritas y se estructura en dos partes: geometría analítica plana (creada, señala Mundi, por Descartes en 1637) y analítica del espacio[1] (Clairaut, 1731). La primera parte se divide en cinco secciones: teorías fundamentales, línea recta, circunferencia, cónicas y teorías generales que pueden aplicarse a las curvas de cualquier orden.

Otras análogas constituyen la segunda: teorías fundamentales, recta y plano, esfera, superficies de segundo orden y teorías generales. Estas, a su vez, se subdividen en subsecciones, divisiones y finalmente en 87 lecciones que corresponden a otros tantos días de clase. En las Tablas 1 y 2 recogemos un "cuadro sinóptico que comprende todas las teorías y lecciones que abraza cada una de ellas", realizado por el propio autor.

Sobre la figura y la obra de Mundi, véase LLOMBART [1997] que estudia la oposición a la cátedra de Geometría Analítica que Mundi ganó en 1881 y presenta una cronología biográfico-científica del personaje. La obra de Mundi ha sido estudiada en ESCRIBANO [2000] y, de forma más resumida, en ESCRIBANO y ESPAÑOL [2000].

	Secciones	Subsecciones	Divisiones	Teoría	Lecciones
Analítica plana	Teorías fundamentales			Definiciones preliminares	1ª
				Transformación de coordenadas	2ª
				Clasificación de líneas	3ª
	Recta	Cas cartesianas		Parte teórica	4ª
				Problemas	5ª y 6ª
		Cas triangulares		Parte teórica	7ª
				Problemas	8ª
		Cas tangenciales		Parte teórica	9ª
				Problemas	
		Teorías superiores		Puntos y rectas imaginarias	10ª
				Sistemas de rectas	11ª
				Transversales	
				Razón anarmónica	12ª
				Homografía	13ª
				Involución	
	Circunferencia	Cas cartesianas		Determinación	14ª
				Tangente y Polar	15ª
					16ª
		Cas triangulares			17ª
		Cas tangenciales		Ejes radicales	18ª
		Sistemas	Dobles	Centros de semejanza	19ª
			Triples	Centros radicales	20ª
				Ejes de semejanza	
	Cónicas	Cas cartesianas	Ecuación general	Forma y dimensión	21ª
				Centro y diámetro	22ª
				Tangente y polar	23ª
				Reducción	24ª
			Ecuaciones reducidas	Forma y construcción	25ª
				Focos y directrices	26 y 27ª
				Tangente y Polar	28 y 29ª
				Diámetros y cuerdas suplementarias	30ª
				Asíntotas	31ª
		Cas triangulares		Dimensión	32ª
				Centro y diámetro	
				Tangente y Polar	34ª
				Inscripción de polígonos	
		Cas tangenciales		Dimensión	33ª
				Centro y diámetro	
				Punto de contacto y Polo	
				Circunscripción de Polígonos	34ª
				Asíntotas	35ª
				Homotecia	36ª
				Notaciones abreviadas	37ª, 38ª y 39ª
				Identidades	40ª
	Teorías generales			Polares recíprocas	41ª
				Transformación homográfica	42ª
				Transformación homológica	43ª
				Curvas inversas	
				Curvas de grado m	44ª

-23-

Tabla 1. Analítica plana [MUNDI, 1880, p. 23].

Analítica del Espacio

Secciones	Subsecciones	Divisiones	Teorías	Lecciones
Teorías fundamentales			Proyecciones	25ª
			Sistemas de coordenadas	26ª
			Transformación de coordenadas	27ª
Recta y Plano	Cas cartesianas	Recta	Determinación	48ª
			Problemas	49ª
		Plano	Determinación	50ª
			Problemas	51ª
		Recta y Plano		52ª
	Cas tetraédricas		Determinación	53ª
			Problemas	54ª
	Cas tangenciales	Referentes á las cartesianas		55ª
		Referentes á las tetraédricas		56ª
	Propiedades anarmónicas			57ª
Esfera	Cas cartesianas			58ª
	Cas tetraédricas			59ª
	Cas tangenciales			59ª
	Sistemas		Plano radical	60ª
			Centros de semejanza	61ª
Supes de 2º orden	Cas cartesianas	Ecuación general	Centro	62ª
			Planos diametrales y diámetros	63ª
			Planos principales	64ª
			Reducción y discusión	65ª
			Plano tangente y polar	66ª
		Ecuaciones reducidas	Forma y secciones	67ª
			Secciones cíclicas – Ombligos	68ª
			Planos tangtes – Cono asintótico	69ª
			Planos diametrales – Diámetros	70ª
			Generatrices rectilíneas	71ª-72ª
			Líneas focales	73ª-74ª
			Superficie homofocales	75ª
	Cas tetraédricas			76ª
	Cas tangenciales			77ª
Teorías generales			Homotecia	78ª
			Proyecciones abreviadas	79ª-80ª
			Polares recíprocas	81ª
			Transformación homográfica	82ª
			Transformación homológica	83ª
			Generación de superficies	84ª-85ª
			Planos tangentes	86ª
			Superficies de grado m	87ª

Tabla 2. Analítica del espacio [MUNDI, 1880, p. 24].

3. Contenidos

En este apartado podemos destacar los siguientes aspectos:

1) *Desaparece el análisis determinado*.

Mundi prescinde de la ley de homogeneidad y de la construcción gráfica de expresiones algebraicas, tradicionales en las obras de geometría analítica y lo hace con ciertas reservas ("quizás se nos critique") y justificando la ausencia: "estas teorías importantes tienen cabida en el primer curso de análisis y no forman parte de la asignatura [geometría analítica]"[2].

2) *Equilibrio entre la geometría del plano y del espacio*.

En contra de lo que es común en los textos da la época, que priman la geometría plana en detrimento de la analítica del espacio, el *Programa* de Mundi mantiene un perfecto equilibrio entre la geometría del plano (44 lecciones) y la del espacio (43 lecciones).

3) *Tipos de coordenadas.*

Junto a las coordenadas *cartesianas* (oblicuas y rectangulares) en el plano y a las coordenadas *cartesianas*, *polares* y *esféricas*[3] en el espacio, el autor considera también las *triangulares* (tetraédricas) y las *tangenciales*:

> "Las triangulares que basamos en las cartesianas aunque podríamos tratarlas directamente, y que no deben confundirse con el método de las anotaciones abreviadas, conducen a ecuaciones homogéneas y permite simplificaciones notables tomando por lados del triángulo de referencia rectas que forman parte de la figura propuesta. Las tangenciales deducidas de las cartesianas y de las triangulares permiten establecer con gran facilidad en la Geometría mixta el principio de dualidad que constituye el principal timbre de gloria de la Geometría pura" [MUNDI, 1880, p. 7].

Se trata, por tanto, de un artificio para simplificar las expresiones y no de una introducción sistemática de tipo proyectivo. Con relación a sus fuentes el autor declara “haberse ajustado a la nomenclatura y división de sistemas en que Painvin principia su importante obra” [MUNDI, 1880, p. 17]. Entendemos que se refiere a

[2] En 1857, la Ley Moyano había incluido tres asignaturas de geometría en el currículo de las facultades de ciencias: Complementos de álgebra, geometría y trigonometría rectilínea y esférica; Geometría analítica de dos y tres dimensiones; y Geometría descriptiva. En 1877 la asignatura de Complementos fue dividida en Análisis Matemático I y Análisis Matemático II en las universidades de Madrid y Barcelona.

[3] Mundi insiste en la diferencia entre estos dos últimos tipos de coordenadas: “Distinguimos al hablar de las coordenadas polares, éstas de las esféricas que son las que acostumbran a designarse por aquel nombre” [MUNDI, 1880, p. 17].

los *Principes de la Géométrie analytique* (v. I, 1869, Donai; v. II, 1872, París)[4], la obra más conocida de Louis Painvin, si bien Mundi introduce los diferentes tipos de coordenadas a medida que éstas van siendo necesarias y no al principio de la teoría como hace el autor francés.

El *Programa* no recoge, y es una laguna importante, las coordenadas *homogéneas*. Este tipo de coordenadas independientes de todo concepto métrico, y por tanto más adecuadas para tratar los problemas proyectivos no se introducen en las *Lecciones* hasta la tercera edición (1904).

4) *Ley de dualidad.*
Mundi se sirve de las coordenadas tangenciales para poner de manifiesto la *ley de dualidad.* Esta propiedad es, como ya había indicado Gergonne en 1847 [LORENZO, 1998, p. 49], esencial para elaborar una geometría independiente de la noción euclidea de la medida; y permite la escritura a dos columnas tan habitual en los textos de la época. Sin embargo, el uso que de ella hará Mundi en sus *Lecciones* se circunscribe a casos muy concretos como los Teoremas de Pascal y Brianchon.

5) *El estudio de la circunferencia (esfera) precede al de las cónicas (cuádricas).*
Mundi justifica la inclusión de una sección dedicada a la circunferencia (esfera) previa a la dedicada a las cónicas (superficies de 2º orden) en la posibilidad de generalizar las propiedades que aquí se obtengan:

> "...verificado el estudio de la circunferencia o de la esfera puede generalizarse y suponerlo aplicado a cualquiera de las curvas o superficies de segundo orden, por uno de los métodos generales de transformación de figuras, tratado en las últimas secciones" [MUNDI, 1880, p. 6].

Este párrafo nos recuerda al *Traité* de Poncelet cuya obra

> "...está dominada por la idea de reducir mediante proyecciones el estudio de las figuras planas al de algún caso particular notable; así el estudio de las cónicas al del círculo (como ya Desargues y Pascal), el estudio de un cuadrilátero al de un paralelogramo, etc" [ENRIQUES, 1947, p. 375].

[4] Este texto debe ser uno de los libros más manejados por Mundi por cuanto, fue uno de los que solicitó para preparar la "encerrona" en las oposiciones a la cátedra de la Universidad de Barcelona. Los otros fueron: *Analítica* de Carnoy, de Rubini y de Catalan; el *Análisis aplicado a la Geometría de tres dimensiones* de Leroy, y la *Analítica* de Desboves. Véase LLOMBART [1997, p. 555].

Recientes todavía los ecos producidos por la última obra de Darwin (*Descent of man*, 1871), Mundi utiliza el estudio de las ecuaciones de grado superior para mostrar su adscripción al darvinismo:

> "...estudiamos las ecuaciones de grado superior que representan varias rectas reales o imaginarias. Algébricamente considerada esta teoría está fuera de lugar,... [pero] constituye una de tantas transiciones que demuestran una vez más que *natura non fecit saltum*" [MUNDI, 1880, p. 8][5].

6) *Puntos y rectas imaginarios. Puntos cíclicos.*

El principio de "permanencia de las relaciones matemáticas" o *principio de continuidad* permite la introducción de los elementos impropios en la geometría proyectiva. En su *Programa* Mundi propone la utilización de los *puntos y las rectas imaginarias:*

> "...si bien resultan puntos y rectas sin representación gráfica, no obstante su estudio es necesario para interpretar algunas ecuaciones y dar al enunciado de un teorema toda la generalidad posible" [MUNDI, 1880, p. 8];

Para encontrar la definición de rectas *isótropas* (perpendiculares a sí mismas) y de los puntos cíclicos que él denomina puntos *circulares del infinito* ("puntos en que la recta del infinito corta a todos los círculos"), será necesario esperar hasta la tercera edición de sus *Lecciones*. La introducción de estos conceptos, que ya estaban en la obra de Poncelet (*Traité des propriétés proyectives des figurés*, 1832), en las *Lecciones* supone un avance respecto de los textos de Cortázar o Sánchez Solís, pero la utilización práctica que de los mismos se realiza es muy limitada.

7) *Propiedades proyectivas*.

Las lecciones 11 (Transversales), 12 (Razón armónica) y 13 (Homografía. Involución) están dedicadas al estudio de propiedades de tipo proyectivo: teoremas correlativos de Menelao y de Ceva, teorema de Desargues (*base de la homología*), teorema de Pappus, razón armónica, polo y polar, homografía, involución,...

[5] Las ideas de Mundi, progresistas para la época, le llevaron años más tarde a mantener una sonada polémica con Lauro Clariana y José Doménech, también catedráticos de la Universidad de Barcelona, a cerca del "infinito geométrico" con marcado trasfondo religioso. Clariana hablaba de los "nuevos sabios que no quieren consentir en aceptar aquellas verdades que Dios deposita en el alma de cada mortal", mientras que Mundi consideraba la intolerancia clerical como la causa del atraso intelectual del país. Con relación a esta polémica puede consultarse VIÑAS [1987].

Se trata de propiedades proyectivas (incidencia de rectas, colineación de puntos) pero no son propiamente de geometría proyectiva. Sobre el origen histórico de estos temas Mundi cita a Desargues, Pascal, Carnot (*Geometría de la posición*), Pappus, Pascal, Simpson, Brianchon, Poncelet y Chasles. Es también evidente, aunque no se cite, la influencia de los *Porismas* de Euclides que Chasles había reconstruido unos años antes (*Les trois livres de Porismes d´Euclides*, 1860)[6].

8) *Cónicas.*
Una buena parte del *Programa* (20 lecciones) está dedicada al estudio de las cónicas consideradas como secciones de un cono y como ecuaciones de 2º grado:

> "Este doble origen [de las cónicas] lo patentizamos discutiendo primero la ecuación general de segundo grado y demostrando después que las curvas resultantes pueden considerarse como secciones planas de un cono" [MUNDI, 1880, pp. 11-12].

Es, por tanto, el mismo planteamiento que podemos encontrar en las obras de Zorraquín o Cortázar. Sin embargo, en la introducción de los elementos notables en sus *Lecciones* encontramos, a lo largo de las tres ediciones, cambios importantes que muestran la evolución del autor y que suponen un avance con relación a los textos anteriores.

En su *Programa* Mundi no alude al concepto de haz ni a otros aspectos previos, como la determinación o la posición relativa de dos cónicas. En las tres ediciones de las *Lecciones* hay breves referencias a la determinación e intersección de curvas, redactadas con un estilo genérico e intuitivo.

9) *Cuádricas*
La clasificación de las cónicas se realiza a partir de la ecuación general de segundo grado, sin embargo en las cuádricas prefiere -en el *Programa* y en las tres ediciones de sus *Lecciones*- exponer primero las propiedades del centro y de los planos diametrales, reducir las ecuaciones a su forma canónica y discutir finalmente estas últimas. Para determinar los planos principales introduce la *ecuación característica* y demuestra que sus tres raíces son reales, "sin considerar previamente nin-

[6] Para Chasles: "Un Porisme est la conséquence d´un théorème ou de la solution d´une problème, qui elle-même constitue un théorème. Le Porisme exprime la même chose que le théorème dont il se déduit, mais sous une autre forme et d´une façon moins complète et qui laisse quelque chose à déterminer.... La transformation des théorèmes en Porismes tendait à simplifier les énoncés des propositions en les débarrassant des certaines déterminations complémentaires qui n´étaient pas toujours nécessaires" [EUCLIDES, 1860, p. 36].

gún caso particular; sino transformando la ecuación de modo que podamos demostrarlo directamente y con toda generalidad" [MUNDI, 1880, p. 18][7].

Como sucediera con las cónicas, Mundi no alude a los haces de cuádricas ni, en este caso, a las cuestiones sobre la determinación e intersección de cuádricas.

10) *Teorías generales*.

La última sección de cada una de las partes (plano y espacio) está dedicada al estudio de diversas propiedades agrupadas bajo el epígrafe de "Teorías generales". Entre éstas, Mundi concede gran importancia (4 lecciones) a las "anotaciones abreviadas" (notación abreviada de Plücker) que permiten "simplificar los cálculos algebraicos y facilitar las demostraciones". Como aplicación de esta notación demuestra el teorema de Pascal y su correlativo: el teorema de Brianchon.

El concepto de *transformación* o paso de una figura a otra es uno de los conceptos básicos de la geometría proyectiva y es, también, uno de los aspectos que mejor evidencian la evolución matemática de Mundi. Así, en las sucesivas ediciones de sus *Lecciones* amplían estos contenidos y modifica la presentación de los mismos que se vuelve más sintetizada y ordenada de lo general a lo particular.

4. Metodología

Las principales innovaciones de Mundi hay que buscarlas en los aspectos didácticos y metodológicos a los que el autor, al contrario de lo que venía siendo habitual en la época, presta gran interés:

1) *Requisitos previos*

Supone que los alumnos dominan las teorías auxiliares para el estudio de la analítica: determinantes (hace un uso continuado para simplificar las expresiones), teoría de proyecciones en el plano y las transformaciones de las series de fracciones iguales. En el desarrollo, está también implícito que el alumno dispone de unos conocimientos de geometría sintética adquiridos en al asignatura de *Geometría*[8].

[7] La noción de ecuación característica está ya en los trabajos de Lagrange y de Laplace sobre sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. La demostración de que sus raíces son reales en el caso de una forma cuadrática de tres variables se debe Hachette y Monge (*Journal de l´École Polytechnique, 4, 1801-1802*, pp. 143-169), y a Poisson y Hachette (*Journal de l´École Polytechnique, 4, 1801-1802*, pp. 170-172. Por su parte Cauchy lo demostró para las formas de *n* variables (CAUCHY, A. L. (1882-1958) *Oeuvres complètes*, 26 vol. París, Gauthier-Villars, T. IX, pp. 174-195). Véase KLINE [1992, T. 3, p. 1055] y BOURBAKI [1976, p. 179].

[8] El Plan Lasala (13-8-1880) estableció una nueva asignatura de *Geometría:* "Se trataba a todas luces de una geometría euclídea, y previa a la geometría analítica, con la que estaba

2) *Aúna los diferentes métodos de la geometría.*

En su *Programa*, Mundi pretende conjugar los tres métodos, que según él, coexisten en la geometría:

Geometría de la extensión: Euclides, Arquímedes, Apolonio, Pappus...

Geometría analítica: Descartes.

Geometría pura: Carnot, Poncelet, Steiner, Chasles, Staudt...

> "Fueron injustos los que encariñados con los procedimientos generales del fundador de la escuela cartesiana, creyeron poder abandonar, casi por completo las profundas huellas que habían impreso en la ciencia de la extensión las inmortales obras de Euclides, Arquímedes, Apolonio, Pappus. Y son ahora injustos también los que creen que la Analítica y hasta el mismo cálculo infinitesimal, son poco menos que innecesarios desde que los métodos de transformación de figuras han comunicado a la Geometría pura un carácter de facilidad y universalidad completamente desconocido de los antiguos" [MUNDI, 1880, p. 2].

Si los métodos cartesianos completan la geometría griega (axiomática y sintética), nosotros echamos de menos en la exposición de Mundi, el reconocimiento de los geómetras que hicieron avanzar los métodos analíticos durante el siglo XIX (Gergonne, Plücker, Möbius...).

3) *Fundamenta el desarrollo del programa con argumentos históricos.*

Mundi introduce en su *Programa* diversas justificaciones de tipo histórico, en ellas parece observarse una mayor precisión en la geometría sintética que en la analítica y en los avances del primer tercio del siglo XIX que en los posteriores. A lo largo del programa se cita a Chasles, sin precisar la obra, en diversas ocasiones y, de hecho, parece clara la influencia de su famosa aportación histórica *Aperçu historique sur l´origine et développement des méthodes en Géométrie...* (1837). Es difícil precisar, sin embargo, si Mundi tomó directamente los datos de la obra de Chasles o a través del *Tratado de geometría elemental* de Rouché y Comberousse cuya traducción al español acababa de publicarse en 1878 con un "Prefacio" histórico en la línea de Chasles. En cualquier caso las referencias históricas no siempre son acertadas, por ejemplo considera que la *Géométrie* de Descartes incluye un sistema de coordenadas explícitos y coloca a Descartes (1596-1650) como continuador de la obra de La Hire (1640-1718):

> "... la construcción geométrica de las fórmulas algébricas, debida a Viéte, no trata jamás de sistemas coordenados, objeto preferente e instru-

fuertemente relacionada, más aún siendo explicada por el mismo profesor" [MILLÁN, 1991, p. 4].

mento exclusivo de que se sirve la obra inmortal de Descartes dada a luz en 1637..." [MUNDI, 1880, p. 4].

"...La Hire fue el primero en considerar estas curvas [las cónicas], prescindiendo del cono generador, dióles su carácter moderno y sus definiciones actuales. Por fin el inventor de la geometría analítica Descartes encontró las tres cónicas discutiendo la ecuación de segundo grado. Desde entonces se les da indistintamente el nombre de curvas de segundo orden y de cónicas" [MUNDI, 1880, p. 11].

4) *Metodología diferente en el plano y en el espacio.*

En su *Programa*, Mundi establece una similitud entre la geometría del plano y del espacio:

> “Para legitimar el programa en su segunda parte “analítica del espacio” basta observar que cambiando sólo los nombres, los mismos razonamientos aducidos en la plana deberían hacerse ahora, pues las dos partes de la Geometría marchan completamente paralelas” [MUNDI, 1880, p. 17].

Sin embargo, en la exposición de las mismas hay importantes diferencias metodológicas. Así, en el plano realizará los cálculos a la vista de los alumnos y en espacio los escribirá con antelación en el encerado, resaltando de este modo la importancia de la explicación frente al mecanismo algorítmico. Aunque Mundi considera este método una "innovación", su empleo venía siendo habitual en las Academias Militares (método de las pizarras)[9].

En realidad las diferencias van más allá de los métodos seguidos en la exposición de los conceptos, como puede comprobarse en el tratamiento de las cónicas y de las cuádricas.

5) *Importancia de la parte práctica.*

> "Tenemos la pretensión de atender por igual a las dos partes que componen toda ciencia matemática una especulativa y otra práctica por regla general bastante desatendida, por lo que exigiremos a nuestros alumnos una colección numerosa de problemas casi tan útil e importante como las mismas lecciones recibidas en clase" [MUNDI, 1880, p. 21].

6) *Preparar al alumno para la geometría descriptiva.*

Algunos temas de la analítica del espacio (como el estudio de las superficies homofocales) están orientados a servir de base para la geometría descriptiva, que la

[9] Véase VELAMAZÁN y AUSEJO [1991, p. 1310].

Ley Moyano incluía en los estudios de Exactas, en los de ingeniería de cualquier especialidad y en los de Arquitectura[10].

Conclusiones

El *Programa de Geometría Analítica* supone una clara apuesta por la modernización de la enseñanza de esta materia mediante la inclusión de diferentes sistemas coordenados, y conceptos y métodos de la geometría proyectiva. Sin embargo, Mundi no llega a dar una formulación explícita de la misma y, por consiguiente, su propuesta no significó una ruptura con los métodos euclideos que imperaban en la geometría española.

Referencias bibliográficas

BOURBAKI, N. (1976) *Elementos de historia de las matemáticas*. 2ª ed. Madrid, Alianza Editorial.

CHASLES, M. (1837) *Aperçu historique sur l´origine et développement des méthodes en Géométrie, suivi d´un Mémoire de Géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l´homographie*. Bruxelles, Hayez. (Hay una reimpresión de la primera edición publicada en 1989, Paris, Édition Jacques Gabay).

ENRIQUES, F. (1943) *Lecciones de Geometría Proyectiva*. Madrid, Ediciones Rialto. Traducidas por T. R. Bachiller.

ESCRIBANO BENITO, J. J. (2000) *Estudio histórico de la obra matemática de Sixto Cámara Tecedor (1878-1964) en el contexto de la matemática española*. Logroño, Universidad de La Rioja (Tesis Doctoral).

ESCRIBANO BENITO, J. J. y ESPAÑOL GONZÁLEZ, L. (2000) "Análisis interno del libro de texto *Lecciones de geometría analítica*, de Santiago Mundi y Giró". En: J. Batlló Ortiz, Fuente Collell, Pere de la, Puig Aguilar, R. (cords) *Actes de les V Trobades D´ Història de la Ciència i de la Tècnica*. Societat Catalana D´ Història de la Ciència i de la Tècnica, 343-350.

EUCLIDES (1860) *Les trois livres de Porismes d´Euclides rétablis pour la première fois sur la forme d'énoncés de ces propositions par M. Chasles*. Paris, Mallet-Bachelier.

KLIME, M. (1992) *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. T. III. Madrid, Alianza Universidad.

LLOMBART PALET, J. (1997) "La oposición a la Cátedra de geometría Analítica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona (1881). Cronología Biográfico-Científica de Santiago Mundi (1842-1915)". En: *Actes de les IV Tro-*

[10] Para realizar estos estudios había que cursar tres asignaturas de geometría: Complementos de Álgebra, Geometría y Trigonometría rectilínea, Geometría analítica de dos y tres dimensiones, y Geometría descriptiva. Por su parte el Plan García Alix aumentó, los contenidos en geometría y, en particular en geometría descriptiva, de los diferentes currículos.

bades D´ Història de la Ciència i de la Tècnica. Societat Catalana D´ Història de la Ciència i de la Tècnica, (Alcoi-Barcelona, SCHCT, 1997), 553-561.

LORENZO, J. de (1998) *La matemática: de sus fundamentos y crisis*. Madrid, Ed. Tecnos.

MILLÁN GASCA, A. (1991) "Los estudios de Geometría Superior en España en el siglo XIX". *LLULL, 14 (26),* 117-186.

MUNDI Y GIRÓ, S. (1880) *Programa razonado de Geometría Analítica*. Programa presentado para participar en las oposiciones a la cátedra de Geometría Analítica de la Universidad de Barcelona. Manuscrito fechado a 31-08-1880, 58 p. (Archivo General de la Administración Civil del Estado, sección de Educación y Ciencia, Caja 16300.)

MUNDI Y GIRÓ, S. (1883) *Lecciones de Geometría analítica explicadas en cátedra por [...].* Barcelona, Tipografía "La Academia" de Evaristo Ullastre.

MUNDI Y GIRÓ, S. (1884) *Apuntes de geometría de la posición tomados de las explicaciones del Dr. [....], catedrático de la asignatura en esta Universidad, por D. Julio Enamorado, D. Arturo Ydrach, D. Luis Cuello y D. Arturo Vidal*. Barcelona, autografiados.

MUNDI Y GIRÓ, S. (1893) *Lecciones de Geometría analítica por [...]*. 2ª ed., corregida y considerablemente aumentada. Barcelona, E. Tipográfico de la Casa P. de Caridad.

MUNDI Y GIRÓ, S. (1903) *Lecciones de Geometría Métrica explicadas por [...] en la Universidad de Barcelona*. Barcelona, Tipografía de la Casa Provincial de la Caridad.

MUNDI Y GIRÓ, S. (1904) *Lecciones de Geometría analítica por [...].* 3ª ed. Barcelona.

ROUCHÉ, E. y COMBEROUSSE, Ch. de (1878) *Tratado de geometría elemental por [...].* Madrid, Aribau y Cía. Traducido de la 3ª ed. francesa por A. Portuondo y J. Portuondo.

VELAMAZÁN, M. A. y AUSEJO, E. (1991) "La enseñanza de las Matemáticas en la Academia de Ingenieros en España en el siglo XIX". En: M. Valera y C. López (ed.), *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de la Técnicas*. Murcia, Promociones y Publicaciones Universitarias, Vol. 2, 1307-1317.

VIÑAS, J. (1987) "El zero i l´ infinit: la geometria a Barcelona a tombat de segle". En: *Cinquanta anys de Ciència i Tècnica a Catalunya. Entorn l´ activitat científica d´ E. Terradas (1883-1950)*. Barcelona, Institut D´ Estudis Catalans, 135-148.