

## CONTROVERSIAS SOBRE LA INTRODUCCIÓN DE LAS LÓGICAS NO-CLÁSICAS

### CONTROVERSIES ON THE INTRODUCTION OF NON-CLASSIC LOGICS

**ÁNGEL GARRIDO**

Doctor en Filosofía

*Departamento de Matemáticas Fundamentales*

*Facultad de Ciencias UNED, Madrid*

agarrido@mat.uned.es

**Resumen:** Con la aparición de la Inteligencia Artificial (IA, en acrónimo), que algunos datan en la famosa Conferencia de Darmouth, celebrada en 1956 (encabezada por Marvin Minsky y John MacCarthy, dos de los grandes precursores de la IA), aunque su origen puede considerarse muy anterior, se ve la necesidad de nuevos métodos, herramientas y formas de razonar, que sean “comprensibles” para el ordenador, y esa es la gran dificultad: conseguir la transferencia a este del “sentido común” de los humanos (el menos común de los sentidos, según Descartes). Recordaremos aquí todo lo relativo a la Máquina de Turing, o al famoso Test de Turing, o aquello relacionado con el experimento de la “caja china”, que llevaron aparejadas las subsiguientes objeciones del filósofo John R. Searle, acerca de si puede o no “pensar” una máquina, o si puede considerarse inteligente, y desde qué momento podríamos considerarlo. Además, vemos toda la problemática originada por la introducción en entornos bastante cerrados, como el español, de la lógica no-clásica, y en particular, de la lógica difusa.

**Palabras clave:** Lógicas No-Clásicas, Lógica Multivaluada, Lógica Difusa, Inteligencia Artificial.

**Abstract:** With the emergence of Artificial Intelligence (IA), which some date back to the famous Darmouth Conference in 1956 (headed by Marvin Minsky and John MacCarthy, two of the great precursors of AI), although their origin may be considered very prior, one sees the need for new methods, tools and forms of reasoning, which are “comprehensible” to the computer, and that is the great difficulty: to achieve the transference of the “common sense”. Recall here everything about the Turing Machine, or the famous Turing Test, or that related to the experiment of the “Chinese box”, which is accompanied by the subsequent objections of the philosopher John R. Searle, about whether he can or not “Think” a machine, or if it can be considered intelligent, and from what moment we can do it. Also, we see all the problematic originated by the introduction in quite closed environments, as the Spanish, of the Non-Classic Logics, and in particular, of the Fuzzy Logic.

**Keywords:** Non-Classical Logic, Many-Valued Logic, Fuzzy Logic, AI.

Copyright © 2018 ÁNGEL GARRIDO BULLÓN

*Ápeiron. Estudios de filosofía*, monográfico «Artes de la controversia. Homenaje a Quintín Racionero», n.º 8, 2018, pp. 109–116,  
Madrid-España (ISSN 2386 – 5326)  
<http://www.apeironestudiosdefilosofia.com/>

**Recibido:** 6/6/2017 **Aceptado:** 21/9/2017

*Everything is vague to a degree which you do not realize  
until they tried to specify.*

(Bertrand Russell, *Vagueness* [25])

## Introducción

El estudio de las *Lógicas no-clásicas* debe partir, como parece obvio, de aquellos principios de la lógica aristotélica que durante muchos siglos han sido las bases fundamentales del pensamiento científico. Nos estamos refiriendo concretamente a dos principios esenciales, como son los de *contradicción*, y *tercio excluso*, o *de tercero excluido*.

NOTA: La posibilidad misma de que leyes como estas sean vulneradas abre un panorama mucho más amplio para la ciencia, y para la matemática en particular, aparte de las innumerables aplicaciones que luego tenga ese hecho en computación, admitiendo nuevas lógicas, que sean más operativas y flexibles, o más adecuadas para las aplicaciones y la tecnología. Pero también crean desconfianza en los medios más conservadores, más dados a la inercia, pertenecientes —como suele suceder— al “establishment” académico.

Con la aparición de la Inteligencia Artificial (IA, en acrónimo), que algunos datan en la famosa Conferencia de Darmouth, celebrada en 1956 (encabezada por Marvin Minsky y John MacCarthy, dos de los grandes precursores de la IA), aunque su origen puede considerarse muy anterior, se ve la necesidad de nuevos métodos, herramientas y formas de razonar, que sean “comprensibles” para el ordenador, y esa es la gran dificultad: conseguir la transferencia a este del “sentido común” de los humanos (el menos común de los sentidos, según Descartes).

Recordemos aquí todo lo relativo a la Máquina de Turing, o al famoso Test de Turing, o aquello relacionado con el experimento de la “caja china”, que lleva aparejadas las subsiguientes objeciones del filósofo John R. Searle, acerca de si puede o no “pensar” una máquina, o si puede considerarse inteligente, y desde qué momento podemos hacerlo.

Así, se pueden analizar diversos métodos. Principalmente, los denominados:

- *Procedimientos de búsqueda.*

Entre los cuales tenemos la “*Blind Search*”, o de “fuerza bruta”, esto es, la que se lleva a cabo sin un conocimiento previo del dominio (históricamente, fueron los primeros métodos), como la *búsqueda en amplitud* y la *búsqueda en profundidad*, pero también otras derivadas de ellas, como la *búsqueda bidireccional* o la *búsqueda con retroceso*.

- Otro típico método de ese “rastreo” sería la llamada *búsqueda heurística*, que se realiza ya con conocimiento del dominio, y mediante la que podemos elegir cuál será el camino óptimo; por ejemplo, cuando recorremos un grafo, para llegar desde el nodo-raíz hasta el nodo-meta, camino que nos da la solución.
- Y los *Procedimientos de representación*. De entre ellos, uno de los más relevantes vendrá a ser el campo de las lógicas. Pero digamos que su alcance rebasa todo lo conocido hasta ahora de las lógicas clásicas, pasando a desplegar toda una infinita variedad de nuevas lógicas, adaptables y útiles, cada una de ellas para trabajar en un dominio específico. Así, la lógica modal, la *Fuzzy Logic* (o Lógica difusa), las lógicas no-monótonas, la lógica temporal, la lógica deóntica, la lógica relevante, etcétera.

Aunque hay también otros procedimientos, a veces alternativos a los anteriores, y que en ocasiones pueden ser utilizados junto con alguna de las lógicas anteriores. Podemos citar las Reglas (*Rules*) y los SBRs (o Sistemas Basados en Reglas) a los que estas dan lugar; muy útiles, por ejemplo, en su versión *Fuzzy*, para los sistemas de control, los sistemas expertos, las redes neuronales, el tratamiento de problemas o situaciones con vaguedad e incertidumbre, etcétera.

Otras herramientas muy útiles y en estudio actualmente, con avances constantes, son las redes, con su firme soporte en la teoría de grafos; muy en especial, sería el caso de las redes Bayesianas (o *Bayesian Networks*), donde a la típica estructura de los nodos y los enlaces que aparecen o no entre ellos, se le asocian los valores dados por una distribución de probabilidad. Una herramienta hoy fundamental sería también la de las redes neuronales, o neurales (*Artificial Neural Networks*).

Otros procedimientos, o “herramientas”, son los llamados *marcos* (*Frames*) y los *guiones* (*Scripts*), pero también los gráficos de Sowa, las redes de Shapiro, u otras, a veces muy sofisticadas.

Dentro de las lógicas mencionadas tendremos el caso de la *Fuzzy Logic*, que en castellano se suele denominar lógica borrosa o lógica difusa, incluso a veces lógica heurística, pues el nombre elegido inicialmente (lo de *fuzzy*) ha contribuido en buena medida a la controversia, a que sea con frecuencia ésta mal entendida y aceptada con cierta renuencia por muchos. Se trata de una lógica fundamental dentro del campo de la Inteligencia Artificial, pues permite el tratamiento de la incertidumbre y de la *fuzziness* (o “borrosidad”). Sus orígenes parecen remontarse a la Antigua India y a otras civilizaciones emparentadas con el budismo o el pensamiento oriental, ya que estos permitieron —con la posibilidad de coexistencia en un mismo objeto del análisis o proposición de un cierto grado de verdad y otro cierto grado de falsedad— hacerlos más permeables a la entrada y difusión de las innovadoras teorías.

### Los orígenes de estas nuevas lógicas

Aristóteles, al enunciar el principio de no contradicción —“es imposible que, al mismo tiempo y bajo una misma relación, se dé y no se dé un mismo atributo en un mismo sujeto” (*Met.* IV, 3 1005a)—, comprendió, no obstante, que “hay un más y un menos en la naturaleza de los seres” (*Ibid.*, 1009a), y que algunas afirmaciones son más verdaderas que otras, en cuanto se aproximan más a la verdad.

Pero fueron los filósofos y los matemáticos (principalmente, aquellos de finales del XIX y comienzos del siglo XX) quienes intentaron —y progresivamente, fueron logrando— formalizar estas ideas mediante la elaboración de nuevas y más dúctiles herramientas lógicas. Tal sería el caso de Max Black, o el de Bertrand Russell (a quien algunos, por cierto, atribuyen la paternidad de la lógica borrosa).

Mas el avance fundamental, desde el punto de vista de la lógica, seguramente sea la contribución del lógico y matemático polaco Jan Lukasiewicz (en la segunda década del pasado siglo). Él fue quien introdujo de una forma convincente y bien fundamentada las lógicas multi-valoradas (*Many-Valued Logics*; en acrónimo, MVLs), y en principio, la lógica tri-valorada, con un valor de verdad intermedio (al que denominaba “posible”), entre lo absolutamente cierto (con valor veritativo de uno) y lo absolutamente falso (con valor veritativo de cero). A ese tercer valor se le asignaba un valor de 0.5, o lo que es equivalente, de 1/2. Luego planteó la posibilidad de desarrollar una lógica tetra-valorada, para terminar proponiendo la generalización plausible a una lógica n-valorada. A esto contribuirá más adelante el matemático rumano Grigore Constantin Moisil, que también tuvo en su haber el haber introducido en su país la ciencia de computación.

Estas ideas permanecieron hasta cierto punto en un estado de “hibernación”, hasta que Lofti Asker Zadeh, matemático e ingeniero eléctrico (nacido en la ciudad de Bakú, capital de Azerbaiján, pero formado en la Universidad de Teherán, y que recaló finalmente en la Universidad de California), trató no sólo de matematizarlo más y más, sino de ver sus posibles aplicaciones, para él fundamentales, como ingeniero. Así, planteó los inicios de lo que con el tiempo iba a convertirse en una deslumbrante generalización de la Teoría clásica de conjuntos de George Cantor. Su artículo de 1965 llevaba ya el nombre de *Fuzzy Sets*, y fue publicado en la revista *Information and Control*. De él arranca toda la nueva revolución conceptual e industrial de lo difuso: lógica, sistemas, control, etcétera, todos ellos *fuzzy*. Luego consiguió darle este tratamiento a la lógica, de donde proviene su *Fuzzy Logic*, o lógica difusa. Esto ya sería en la década siguiente.

Desde ese tiempo, la teoría se ha ido desarrollando sin cesar, tanto en dirección al campo que podríamos considerar estrictamente matemático (por ejemplo, con la *Fuzzy Measure Theory*, o *FMT*, en acrónimo, que viene a generalizar la Teoría clásica de la medida, de Lebesgue, y la que a su vez generalizaba la idea de Integral de Riemann), como hacia el campo de sus aplicaciones en ciencias de la computación; por ejemplo, en el diseño de Sistemas expertos, que son de gran utilidad industrial y sirven para cuestiones como el

diagnóstico y tratamiento de enfermedades, así como para la resolución de complejos problemas en biomedicina, no abordables por la lógica ni la matemática clásicas. También sirven para resolver problemas de robótica, como la búsqueda de caminos, algo que es esencial para las aplicaciones a la industria. Lo que se pretende es, por así decirlo, “volcar” el conocimiento del experto (técnico, cirujano, etcétera) en el programa, y que luego el sistema pueda funcionar de modo adecuado sin necesitar ya de su concurso.

### Las controversias suscitadas por la introducción de las nuevas lógicas

Las polémicas, o controversias, para este particular “estudio de caso” de la lógica borrosa, se desencadenaron de forma virulenta y lo fueron ya desde el primer momento, siendo especialmente airada y visceral en los medios académicos occidentales. Posiblemente, al estar tan imbuidos de ideas cristianas y de base aristotélica, contra las cuales chocaba frontalmente esta nueva doctrina de los “grados de verdad”. La religión cristiana especialmente, con su rígida visión dualista, tan exclusiva y tan excluyente, la del blanco y el negro, de los buenos absolutos y de los malos absolutos, de Dios y del Demonio, del Bien y del Mal, etcétera.

Por otra parte, a los profesionales de la Estadística les pareció que con ella les surgía una fuerte competidora, que podía poner en peligro su campo de la “Teoría de la probabilidad”, de la cual se sentían los únicos y auténticos propietarios. Estos celos profesionales llevaron a que en la primera mitad del siglo XX, el patriarca de los italianos dedicados a este ramo, el profesor Bruno De Finetti, cargara reiteradamente contra la lógica borrosa. Así, decía que la consideraba innecesaria, absurda y altamente peligrosa, por lo que debía excluirse de todo currículo científico serio. Aún andan muchos seguidores de estas opiniones ocultos entre los estadísticos, participando de tales ideas adversas de un modo confeso o soterrado. Todo lo cual procede en buena medida de envenenados malentendidos no siempre inocentes, porque en realidad ambas teorías pueden y seguramente deben coexistir, dado que la *Fuzzy Logic* utiliza los grados de verdad como un modelo matemático del fenómeno de la vaguedad (*vagueness*) o incertidumbre, mientras que la probabilidad sería un modelo matemático de la ignorancia que tenemos acerca de un suceso aleatorio.

Frente a esta descalificación furibunda e interesada de la lógica borrosa, tenemos el caso de algunos que pudiéramos llamar “apóstoles” que han venido predicando la *Fuzzy Logic*. El caso más señero es el del propio Lofti A. Zadeh, que va por el mundo, de Congreso en Congreso, “predicando” su teoría, con más de noventa años. Y tal es el caso también (aunque en tono menor) del americano Bart Kosko, quien es al mismo tiempo un escritor muy popular en los EE. UU., al tiempo que reconocido científico de la computación.

Pero son muchos los matemáticos de primera fila que se han dedicado a trabajar en la fundamentación de la lógica difusa, tanto en los países occidentales como en los orientales. Tal es el caso, por mencionar algunos de los más sobresalientes en los últimos tiempos (alguno de ellos, por desgracia, recientemente fallecidos), de Siegfried Gottwald, o Hans-Jürgen Zimmermann, en Alemania; de Petr Hájek, Jan Pavelka o Vilém Nývák, en Chequia; de Henri Prade o Didier Dubois, de Elie Sanchez o de Bernadette Bouchon-Meunier, en Francia; de Enric Trillas, Miguel Delgado Calvo-Flores, Humberto Bustince, Luis Magdalena, Francesc Esteva o Lluís Godó, en España (que es hoy día —a pesar de todo— muy relevante en este campo de investigación); de Zdzisław Pawlak o Andrej Skowron, en Polonia; de Janos Fodor, en Hungría; de Solomon Marcus (heredero intelectual de Grigore C. Moisil) y de sus discípulos: Cristian Calude, Gheorge Georgescu, Afrodita Iorgulescu, o Gheorge Paun, en Rumanía; del japonés Michio Sugeno; de Lofti Asker Zadeh, G. Klir, Ronald R. Yager, o Z. Wang, en los Estados Unidos, etcétera.

Paralelamente, en los países orientales —más en concreto, en el ya mencionado del Japón, pero luego esta corriente se fue extendiendo a China, Corea del Sur o la India—, estas nuevas ideas calaron muy rápido y muy hondo, tanto que en muchos casos parecen haberse convertido en casi una segunda “piel” (o naturaleza) de sus cultivadores y de sus numerosos admiradores. Más todavía, cuando se comprobó la increíble utilidad para el desarrollo y la mejora de las aplicaciones, entre las que pueden mencionarse la que incorporan los sistemas de frenos ABS, en los termostatos, en la robótica, o en la guía autónoma de coches, metros o trenes sin conductor, como el de Sendai (Japón), para citar sólo alguno de ellos. Así, muchos de los más impresionantes avances de la tecnología japonesa están basados precisamente en esta *Fuzzy Logic*. De hecho, existen centros de investigación y universidades allí que tienen estos temas como problema central —ahora también en China o en la India—, y se publican revistas, tesis y artículos innumerables sobre estos avances.

En Occidente se ha ido aceptando con no pocas resistencias, aunque ya hay países donde van siendo mejor acogidas, incluso se investiga bastante sobre ellas (como en Chequia, Polonia, Francia, Hungría, Italia, Austria, USA,...); sobre todo, en lo relativo a computación, pero también en los aspectos más matemáticos o filosóficos.

De estas polémicas, del estado actual de su debate y de las previsiones de futuro, así como de la posible identificación de los patrones difusos que comparte con otras polémicas, es de lo que nos estuvimos ocupando en nuestro subgrupo de estudio, dentro del Proyecto de Investigación del profesor Quintín Racionero, sobre *Polémicas y Controversias*, luego tan brillantemente dirigido por la profesora Cristina de Peretti.

De acuerdo con lo que en su momento dijo nuestro inicial IP (el por desgracia desaparecido profesor Quintín Racionero), la polémica sobre la lógica difusa sería un interesante paradigma, dentro de las controversias, que merece ser estudiado con más detenimiento. Podemos establecer para ello unas características o propiedades comunes que todas las polémicas comparten en mayor o menor grado, y luego cuantificar esos valores a través de la llamada función de pertenencia, que mida ese grado de cumplimiento (sería la correspondiente *membership function*).

### Otras polémicas emparentadas con ella

Podríamos referirnos también, aunque de un modo más breve, y en este caso, más como elemento de comparación o contraste, a la controversia originada en torno a la fundamentación y el uso de la *Modal Logic*, o lógica modal (LM, en posible acrónimo, pero equívoco con el de lógica matemática). La lógica modal ha sido rechazada históricamente; sobre todo, por ciertos autores. De hecho, desde Aristóteles parecen haber estado más interesados en ella los filósofos que los matemáticos. La modal es un tipo de lógica formal comenzada a desarrollar de modo sistemático el pasado siglo. En ella se trata de ampliar la lógica proposicional y de predicados clásicas para incluir los llamados “modos de verdad” (de ahí lo de modal); concretamente, los modos de *necesidad* (denotado por  $\Box$ ) y *posibilidad* (denotado por  $\Diamond$ ). La fundó Clarence Irving Lewis en 1910, culminándola en 1932 con la publicación de su obra *Symbolic Logic*, donde introdujo los cinco sistemas conocidos: del S1 al S5. También existe el modelo K (que es el más simple de todos ellos), denominado así en honor a Saúl Aaron Kripke, otra de las figuras señeras en su estudio.

La estructura matemática de la lógica modal se construye a partir de las álgebras booleanas, añadiéndoles ciertas operaciones. Porque la semántica algebraica interpreta las conectivas de la lógica modal como si fueran operadores de una álgebra de Boole, o booleana. Y la semántica relacional utilizaría para ello estructuras cuyos elementos son los “mundos posibles” (PWs, por *Possible Worlds*). A menudo, se los conoce como *modelos de Kripke*. Estableciendo una relación de accesibilidad entre modelos, tendremos las llamadas *estructuras de Kripke*.

Arthur N. Prior estableció —a partir de ella— la denominada lógica temporal, en 1957. Para lo cual vino a añadirle dos nuevos operadores modales, designados por [F] y por [P], significando respectivamente *henceforth* (adverbio que significaría “de ahora en adelante”), e *hitherto* (otro adverbio, que en este caso significaría “hasta el momento”).

Estas lógicas, y las que de ellas derivan, han desencadenado también algunas más o menos agrias polémicas, que iremos estudiando en nuestros próximos trabajos, para establecer su comparación con la hasta ahora comentada, pues para este trabajo se pensaba en limitarnos a los problemas que trajo consigo la introducción de la lógica difusa.

## Comentario final

Otra polémica, que se ha reavivado últimamente, adquiriendo a veces tonos muy agresivos, en la prensa y en los medios en general, es la de la posibilidad o no de la aparición de lo que Ray Kurzweil llama una “singularidad”, esto es, un momento en la historia en el cual la inteligencia de la máquina sobrepase a la de los humanos. El mencionado autor, que dirige las investigaciones de la empresa Google, dice que así va a ser, y que concretamente, esto ocurrirá el año 2035. Algunas voces alarmadas (como la de Stephen Hawking u otros científicos) anuncian con ello que está llegando el fin de la civilización humana tal y como la conocemos, aparte de otros males, todos ellos apocalípticos. De hecho, un escrito firmado por cierto número de científicos nos avisa del gran peligro para la humanidad que supone, para todos nosotros y las generaciones futuras, la Inteligencia Artificial. La posible “verdad” sobre la IA es que sólo parece que pueda tener peligro su mal uso. Lo mismo se decía en su momento de la energía nuclear, y en cambio, la existencia de bombas tan destructivas, llevó a que con la “guerra fría” se alejara el peligro de usarlas, aparte de ir consiguiendo aumentar sus aplicaciones pacíficas. Pues son muchos e interesantes los beneficios que pueden derivarse de este tipo de investigaciones. Todo lo cual se conecta con la siempre más o menos soterrada polémica entre las habituales dos posiciones, o formas de ver el tema, contrapuestas entre sí (la dura frente a la blanda); sería la denominada:

### *Hard AI vs Soft AI*

La primera de las cuales indica aquella postura (que es la de los mencionados Marvin Minsky, John McCarthy o Ray Kurzweil, entre otros) que pronostica la venida de la “singularidad”, en no demasiado tiempo, mientras que la segunda es la de un Roger Penrose (por ejemplo, en su obra *La nueva mente del Emperador*), que defiende que esa especie de *sorpasso* no va a ocurrir nunca porque, según él, hay diversas características “puramente humanas”, como la imaginación, la sensibilidad o la intuición, que no podrán ser nunca emuladas por una máquina.

Un “avance” de apariencia tal vez lúdica, pero que tiene también importantes aplicaciones médicas y de otros tipos, es el de construir programas y máquinas (*software* y *hardware*) que puedan derrotar a los campeones humanos de los diversos juegos de estrategia. Tal sería el caso de lo sucedido con el *Deep Blue*, de la empresa IBM, que consiguió vencer al gran dominador de entonces, al famoso maestro de ajedrez, que era el ruso Gary Kasparov.

Desafío que se viene ahora a encontrar renovado, pero cambiando de juego: ahora, se trata de uno aún más complejo: el clásico Go (o juego del “cercado”) de los países orientales; principalmente, es hoy una auténtica pasión, tanto en el Japón como en China o Corea del Sur. Se pensaba que no se podría conseguir en bastantes décadas esa soñada victoria, pero el equipo *DeepMind*, de Google, que ha creado el programa *AlphaGo*, en enero de 2016 ya derrotó a Fan Hui, el campeón europeo de Go, y luego desafió para marzo de este año al coreano Lee Sedol, que es una auténtica “leyenda” de este juego, del que ha venido viviendo como profesional, y que se consideraba el mejor del mundo. Consiguieron vencerle la conjunción del programa y la máquina, y lo hicieron de forma contundente.

Por tanto, habrá que seguir con mucha atención todos estos rápidos avances de la ciencia, sin temor o repulsión por ellos, ya que tantas esperanzas guardan para el futuro de los humanos, a pesar del coro de los inveterados agoreros.

## Bibliografía

- [1] Bezdec, J.C., *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum Press, New York, 1981.
- [2] Chiu, S., "Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 3, 1994.
- [3] Dubois, D. and H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press, New York, 1980.
- [4] Jang, J.-S. R., "Fuzzy Modeling Using Generalized Neural Networks and Kalman Filter Algorithm". *Proc. of the Ninth National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI-91)*, pp. 762-767, July 1991.
- [5] Garrido, A., "Searching the Arcane Origins of Fuzzy Logic", *BRAIN (Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience) journal*, Vol. 2, Issue No. 2, pp. 51-57, EduSoft, University of Bacau, 2011.
- [6] *Ibid.*, "Some Results on Fuzzy Theory", *BRAIN (Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience) journal*, Vol. 1, Issue No. 2, pp. 107-110, EduSoft, University of Bacau, 2011.
- [7] *Ibid.*, "A Brief History of Fuzzy Logic", *BRAIN*, Vol. 3, Issue No. 1, 8 pp., EduSoft, University of Bacau, 2012.
- [8] *Ibid.*, "Logical Foundations of Fuzzy Logic", *BRAIN*, Vol. 1, No. 2, pp. 149-152, EduSoft, University of Bacau, 2011.
- [9] *Ibid.*, *Lógicas de nuestro tiempo*. Editorial Dykinson, Madrid, 2014.
- [10] *Ibid.*, *Lógica Aplicada. Vaguedad e Incertidumbre*. Editorial Dykinson, Madrid, 2014.
- [11] *Ibid.*, *Lógica Matemática e Inteligencia Artificial*. Editorial Dykinson, Madrid, 2015.
- [12] *Ibid.*, con Yuste, P., "Leibniz, AI and MVLs". *Acts from the X. Leibniz Congress*. Hannover, Leibniz University, July 2016.
- [13] *Ibid.*, "New Challenges of AI". *AUA (Acta Universitatis Apulensis)*, vol. 24, Special Issue ICTAMI 2015, pp. 23-34. Alba Iulia Universitatea, Editura Aeternitas, Transilvania.
- [14] Jang, J.-S. R., and C.-T. Sun, "Neuro-fuzzy Modeling and Control". *Proceedings of the IEEE*, March 1995.
- [15] Jang, J.-S. R. and C.-T. Sun, *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Prentice Hall, 1997.
- [16] Kosko, B., *Fuzzy Thinking: The New Science of Fuzzy Logic*. Hyperion, 1993.
- [17] Kurzweil, R., *The Age of Spiritual Machines: When Computers Exceed Human Intelligence (La era de las máquinas espirituales. Cuando los ordenadores superen la mente humana)*, Penguin Books, 1999.
- [18] Kurzweil, R., *The Singularity Is Near*. Penguin Books. Publicada en castellano bajo el título "La singularidad está cerca", por Lola Books, 2011.
- [19] Kurzweil, R. *How Create a Mind?* Penguin Books. Publicada en castellano bajo el título "¿Cómo crear una mente?", por Lola Books, 2013.
- [20] Lukasiewicz, J.: *Écrits logiques et philosophiques*. Collection Mathesis. Librairie Philosophique Jacques Vrin, Paris, 2013.
- [21] Mamdani, E.H. and S. Assilian, "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller," *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-13, 1975.
- [22] Mamdani, E.H., "Advances in the Linguistic Synthesis of Fuzzy Controllers", *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 8, pp. 669-678, 1976.
- [23] Mamdani, E.H., "Applications of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Synthesis", *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 26, No. 12, pp. 1182-1191, 1977.
- [24] Mira, J., et al., *Aspectos Básicos de la Inteligencia Artificial*. Editorial Sanz y Torres. Madrid, 1995.
- [25] Russell, B.: "Vagueness". *Australasian Journal of Philosophy*, vol. 1, issue 2, pp. 84-92, 1923.
- [26] Searle, J., "Minds, Brains and Programs". *The Behavioral and Brain Sciences*, 3, pp. 417-424, 1980.
- [27] Silver, D., et al., "Mastering the Game of Go with Deep Neural Networks and Tree Search". *Nature* 529, 484-489 (28 January 2016), doi:10.1038/nature16961, published online 27 January 2016.
- [28] Sugeno, M., "Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals: a Survey" (M. M. Gupta, G. N. Saridis, and B. R. Gaines, editors). *Fuzzy Automata and Decision Processes*, pp. 89-102, North-Holland, NY, 1977.
- [29] Sugeno, M., *Industrial Applications of Fuzzy Control*. Elsevier Science Pub. Co., 1985.
- [30] Turing, A., "Computing Machinery and Intelligence". *Mind*, vol. 59, pp. 433-60, 1950.
- [31] Wang, L.-X., *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*. Prentice Hall, 1994.
- [32] Wiener, N., *Cybernetics*. MIT Press and John Wiley. New York, 1947.

- [33] Yager, R., "On a General Class of Fuzzy Connectives". *Fuzzy Sets and Systems*, 4, pp. 235-242, 1980.
- [34] Zadeh, L.A., "Fuzzy sets". *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [35] Zadeh, L.A., "The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, Parts 1, 2, and 3". *Information Sciences*, 1975, vol. 8, pp. 199-249, and pp. 301-357, vol. 9, pp. 43-80.
- [36] Zadeh, L.A., "Fuzzy Logic". *Computer*, Vol. 1, No. 4, pp. 83-93, 1988.
- [37] Zadeh, L.A., "Knowledge Representation in Fuzzy Logic". *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 1, pp. 89-100, 1989.
- [38] Williamson, T., *Vagueness*. Routledge and Kegan, London, 1994.