LA PROPIEDAD DE SIMETRIA EN LOS RENDIMIENTOS FINANCIEROS DIARIOS ESPAÑOLES*

Amado Peiró**

WP-EC 96-03

^{*} Agradezco las sugerencias de un evaluador anónimo. Los errores subsistentes sólo se deben a mi contumacia.

^{**} Universitat de València

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Primera Edición Febrero 1996.

ISBN: 84-482-1203-7 Depósito Legal: V-543-1996

Impreso por Copisteria Sanchis, S.L., Quart, 121-bajo, 46008-Valencia.

Impreso en España.

LA PROPIEDAD DE SIMETRIA EN LOS RENDIMIENTOS FINANCIEROS DIARIOS ESPAÑOLES

Amado Peiró

RESUMEN

En este trabajo se analiza la simetría de los rendimientos diarios de la Bolsa de Madrid y de los tipos de cambio de la peseta frente al dólar USA, el yen japonés y el marco alemán. Ante la ausencia de normalidad de estos rendimientos, se aborda el problema bajo distribuciones alternativas y se propone un procedimiento de análisis basado en métodos no paramétricos. A diferencia de otros trabajos, en varias series se detectan ciertas asimetrías pero éstas son relativamente débiles.

PALABRAS CLAVE: Acciones, simetría, tipos de cambio.

ABSTRACT

This paper analyses the symmetry of daily returns in the Madrid stock market and in the exchange rates of the peseta against the US dollar, the Japanese yen and the German mark. Given the non-normality of the returns, the problem is tackled under alternative distributions, and a procedure is propossed that relies on nonparametric methods. Unlike other studies, some asymmetric features are detected in several series, but these features are rather feeble.

KEY WORDS: Exchange rates, skewness, stocks, symmetry.



1. INTRODUCCIÓN

Ante los evidentes signos de no normalidad que presentan los rendimientos financieros, especialmente en frecuencias elevadas, numerosos estudios han propuesto distribuciones estadísticas alternativas. Así, para los rendimientos diarios o semanales, se han sugerido distribuciones Pareto-estables, mixturas de normales, distribuciones t de Student, logísticas, y distribuciones de Box-Tiao, entre otras. Básicamente, con estas distribuciones se intenta captar la elevada curtosis que presentan las rentabilidades financieras.

Mientras que la elevada curtosis es un hecho indiscutible, sobre el que existe un consenso total, la situación no es tan clara respecto a la simetría. Diversos autores han señalado que la distribución de los rendimientos financieros es asimétrica (véase, por ejemplo, Simkowitz y Beedles, 1980, Kon, 1984 y So, 1987); esta hipotética asimetría justificaría algunos modelos financieros propuestos que se basan fuertemente en este supuesto (véase, por ejemplo, Francis, 1975, Arditti y Levy, 1975, Kraus y Litzenberger, 1976, Simkowitz y Beedles, 1978 o Conine y Tamarkin, 1981). En este sentido, Sánchez (1994) y Gallego y Marhuenda (1996) se preguntan si, en la bolsa española, la coasimetría de un activo con la cartera de mercado en un factor explicativo de su rentabilidad. En ambos trabajos los resultados empíricos apuntan una respuesta negativa. Por otra parte, para tratar específicamente el problema de la asimetría se han considerado ciertas distribuciones estadísticas (véase So, 1987 y Tucker, 1992).

La mayoría de los estudios que advierten un comportamiento asimétrico de los rendimientos presentan un rasgo común; la medición de la asimetría se realiza a través del denominado coeficiente de asimetría,

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^{T} (R_t - \bar{R})^3 / T}{\hat{\sigma}^3}$$
 [1]

donde T es el número de observaciones, R_t es el rendimiento en la fecha t, \overline{R} es la media muestral y $\hat{\sigma}$ es la desviación típica muestral. Bajo el supuesto de normalidad, la

distribución asintótica de este estadístico viene dada por

$$\hat{\alpha} \rightarrow N(0,6/T)$$
 [2]

Los contrastes que utilizan [1] y [2] se han interpretado de dos formas bien distintas: como contrastes de simetría o como contrastes de normalidad. Como contrastes de simetría, la aceptación de la hipótesis nula supondría la aceptación de la simetría de la distribución de los rendimientos, mientras que el rechazo de la hipótesis nula implicaría el rechazo de su simetría. Como contraste de normalidad, la aceptación de la hipótesis nula supondría la aceptación de la normalidad de los rendimientos, mientras que el rechazo de la hipótesis nula implicaría el rechazo de la normalidad. En la literatura, con frecuencia, no se ha distinguido adecuadamente entre estas dos posibilidades.

Una fuente de confusión es el hecho de que ambos procesos de inferencia no son independientes. La normalidad implica la simetría, pero ésta no implica a aquélla. Si interpretamos el contraste con [1] y [2] como un contraste de simetría, podemos rechazar la nula de simetría cuando la verdadera distribución subyacente sea realmente simétrica, pero no normal. Si, en cambio, se contempla como un contraste de normalidad, la aceptación de la nula supone la aceptación de la normalidad de los rendimientos y, consecuentemente, la aceptación de su simetría, mientras que el rechazo de la nula supone el rechazo de su normalidad, pero no necesariamente de su simetría. Por estos motivos pensamos que los contrastes con [1] y [2] se deben interpretar como contrastes de normalidad, y no como contrastes de simetría.

En este trabajo se analiza la propiedad de simetría de la distribución no condicional de los rendimientos financieros españoles. Para ello, en el segundo apartado se presentan las series de rendimientos consideradas: rendimientos diarios de la Bolsa de Madrid y rendimientos diarios de los tipos de cambio de la peseta frente al dólar, yen y marco. En el tercer apartado se examina la evidencia inicial sobre estas series. En el cuarto apartado se estudia el problema de la simetría bajo dos distribuciones no normales. Ante los problemas y dificultades que se plantean, en el quinto apartado se aborda el análisis de la simetría con métodos no paramétricos. Por último, en el sexto apartado se resumen las principales conclusiones alcanzadas.

2. SERIES UTILIZADAS

Se disponía del índice general diario de la Bolsa de Madrid y de los tipos de cambio diarios de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán desde el 2 de enero de 1980 hasta el 27 de septiembre de 1993. Los tipos de cambio se obtuvieron del mercado de Londres, principal mercado mundial de divisas, y están expresados en pesetas por unidad de divisa extranjera. Una vez excluidos los sábados y domingos, se generaron las series de rendimientos diarios a través de diferencias logarítmicas. Es decir, mediante

$$R_t = \log(\frac{X_t}{X_{t-1}}), ag{3}$$

donde R_i es el rendimiento correspondiente al día t y X es el valor del índice general o del tipo de cambio correspondiente a ese mismo día. Aquellos rendimientos cuyo cómputo suponía la utilización de algún valor faltante (debido a los días en los que no ha habido sesión de contratación en la Bolsa de Madrid o en el mercado de divisas de Londres) se han considerado, a su vez, valores faltantes y se han excluido de la muestra. De esta forma, todos los rendimientos son diarios (generados en un solo día natural) excepto los rendimientos de los lunes que han sido generados a lo largo de tres días (desde el cierre del viernes hasta el cierre del lunes).

Las series así obtenidas se extienden desde el día 3 de enero de 1980 hasta el día 27 de septiembre de 1993. En lo sucesivo se denominará IG a la serie de rentabilidades del índice general de la Bolsa de Madrid, y PD, PY y PM a las series de rentabilidades del tipo de cambio de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán, respectivamente. La serie IG consta de 2862 observaciones y las series PD, PY y PM constan de 3392 observaciones cada una. La elevada diferencia entre los números de observaciones se debe, en buena medida, a que hasta 1984 no se realizaba contratación los lunes en la bolsa de Madrid.

Obsérvese que se consideran dos tipos de activos financieros bien diferentes: un índice de bolsa y tres tipos de cambio. En la literatura se han examinado las propiedades estadísticas de unos y otros, discurriendo a menudo la investigación de forma paralela. Si

bien el problema de la simetría ha sido generalmente considerado en relación a los precios de las acciones, nada impide que se extienda a los tipos de cambio; los modelos económicos basados en el supuesto de asimetría también serían aplicables a otros activos financieros y, en particular, a los tipos de cambio. Por otra parte, tanto con acciones como con tipos de cambio o con cualquier otro tipo de activo serían concebibles estrategias de negociación que pretendan explotar su presunta asimetría.

Se deben realizar algunas precisiones sobre la información estadística utilizada. Para analizar la simetría de la distribución no condicional de los rendimientos, se considerará que estos son independientes e idénticamente distribuidos. Este supuesto ha sido discutido en los últimos años. Así, se ha señalado la existencia de estacionalidad en ciertos rendimientos financieros, de modo que sus distribuciones difieren en los distintos días de la semana. También se han señalado posibles cambios en su distribución a lo largo de estos años, debidos a cambios en los procedimientos de contratación o liquidación. Por otra parte, numerosos trabajos han detectado relaciones de dependencia no lineal en los rendimientos, en particular heteroscedasticidad condicional. Sin embargo, el supuesto de independencia e idéntica distribución es un supuesto simplificador necesario. Su abandono haría virtualmente imposible el análisis de la simetría, pues entonces se tendrían diversos rendimientos financieros, cada uno de ellos con varias distribuciones (correspondientes a distintos días de la semana o a distintos períodos muestrales) y sujetos a diferentes relaciones de dependencia. En cualquier caso, no parece que las posibles violaciones de este supuesto sean del calibre suficiente para afectar a los resultados obtenidos. Por otra parte, se debe tener en cuenta que entre los rendimientos de los distintos tipos de cambio también existen relaciones de dependencia, debidas sobre todo a que los tres tipos de cambio están referidos a la peseta, por lo que estas muestras no son completamente independientes.

3. RESULTADOS INICIALES

En la tabla 1 se presentan algunos estadísticos de interés de las series de rendimientos. En relación a nuestro objetivo, dos son las conclusiones que, inicialmente, parecen desprenderse de estos estadísticos. En primer lugar, si utilizamos [1] y [2] para contrastar la simetría de los rendimientos, ésta se debería rechazar. El mercado de

acciones presentaría una fuerte asimetría negativa, mientras que los mercados de divisas presentarían una fuerte asimetría positiva. En segundo lugar, y como era de esperar, se rechaza contundentemente la normalidad de los rendimientos, a la vista de la curtosis, el rango Studentizado, el estadístico de Kolmogorov-Smirnov y el de Jarque-Bera. Como se ha señalado anteriormente, estos procesos de inferencia son inconsistentes, ya que si se rechaza la normalidad cabe dudar de [2], que se basa en el supuesto de normalidad subyacente de los rendimientos.

Tabla 1 Estadísticos de los Rendimientos

	IG	PD	PY	PM
Observaciones	2.862	3.392	3.392	3.392
Media (%)	0,065	0,019	0,041	0,021
Desviación Típica	0,010	0,007	0,007	0,005
Asimetría	-0,398	0,414	0,976	1,603
	(0,046)	(0,042)	(0,042)	(0,042)
Asimetría*	-0,126	0,073	0,499	0,281
Curtosis	12,221	10,630	14,445	46,902
Rango Studentizado	13,662	18,026	18,982	30,315
Kolmogorov-Smirnov	0,084	0,058	0,072	0,096
Jarque-Bera	10,165	8,325	19,053	273,859

^{*}Se ha excluido la observación de mayor valor absoluto.

Nota: Asimetría: = m_3/s^3 , Curtosis: = m_4/s^4 , Rango Studentizado: = $(\text{Max}\{R_t\}-\text{min}\{R_t\})/s$ y Jarque-Bera: = $T(\text{Simetría}^2/6 + (\text{Curtosis-3}^\circ)/24)$, donde $m_k = \Sigma(R_t - \bar{R}^{\frac{1}{2}})/T$, ${}^2s = \Sigma(R_t - \bar{R}^{\frac{1}{2}})/(T-1)$ y T es el número de observaciones. Kolmogorov-Smirnov es el estadístico usual de Kolmogorov-Smirnov para contrastar la normalidad. Los valores entre paréntesis son los errores estándar de los coeficientes de asimetría, obtenidos a partir de [2].

Otro fenómeno que se observa en la tabla 1, y que ha sido señalado por Peña (1989) en relación a diversos tipos de cambio de la peseta, es la gran sensibilidad que

¹ No obstante, estas presuntas asimetrías no se aprecian con claridad en los histogramas de las distribuciones empíricas.

presenta el coeficiente de asimetría a las observaciones extremas. Al excluir una única observación, el coeficiente de asimetría cambia sustancialmente. Resultados similares se obtuvieron al excluir el 5% o el 10% de los rendimientos de mayor valor absoluto, o al considerar submuestras correspondientes a diversos subperíodos. Esta acusada sensibilidad provoca serias dudas sobre la calidad de esta medida de asimetría.

4. EL ANÁLISIS DE LA SIMETRÍA BAJO DISTRIBUCIONES ALTERNATIVAS

Se trata, por consiguiente, de analizar el problema de la simetría de los rendimientos teniendo en cuenta que estos no siguen una distribución normal. Los contrastes mediante [1] y [2] no nos permiten discriminar entre el rechazo de la propiedad conjunta de simetría y normalidad y el simple rechazo de la normalidad. Para superar esta dificultad podemos abordar el problema de la simetría bajo distribuciones alternativas. Entre las distribuciones propuestas para los rendimientos financieros, las mixturas discretas de distribuciones normales y las distribuciones t de Student figuran entre las más aceptadas (véase Boothe y Glassman, 1987, Peiró, 1992 y Peiró, 1994). En el caso de las mixturas discretas, dos o tres distribuciones normales suele ser suficiente. La función de densidad de una mixtura discreta de dos distribuciones normales es

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1-\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}},$$
 [4]

donde δ , μ_1 , μ_2 , σ_1 y σ_2 son los parámetros de la distribución y $0 \le \delta \le 1$. En los casos límites en que $\delta = 0$ ó $\delta = 1$ se obtiene la distribución normal. Excluyendo estos casos límites, esta distribución es simétrica si y sólo si se verifica (Johnson, Kotz y Balakrishnan, 1994):

$$\mu_1 = \mu_2 \tag{5}$$

o bien que

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

$$\delta = \frac{1}{2}$$
[6]

En la tabla 2 se presentan las estimaciones por máxima verosimilitud de la mixtura [4], de la mixtura [4] con la restricción [5] y de la mixtura [4] con la restricción [6], así como los correspondientes logaritmos de la función de verosimilitud. Las restricciones [5] y [6] se pueden contrastar a través de contrastes de razón de verosimilitudes en los que la hipótesis nula será que los rendimientos siguen la mixtura [4] con la restricción considerada y la hipótesis alternativa será que los rendimientos siguen la distribución [4] sin restricciones. Para realizar los contrastes se utiliza el estadístico $-2\log(L(H_0)/L(H_1))$, siendo $L(H_0)/L(H_1)$ la razón de verosimilitudes. Este estadístico sigue asintóticamente una distribución χ^2 , con un número de grados de libertad igual al de restricciones que supone la hipótesis nula frente a la alternativa, un grado de libertad en el caso de la restricción [5] y dos grados de libertad en el caso de [6].

En la tabla 3 se muestran los niveles de significación críticos que suponen estos contrastes. Mientras que la restricción [6] se rechaza claramente para todas las series, los resultados para la restricción [5] no son tan claros. Se acepta la restricción [5], y por tanto la simetría, para IG y PD pero no se acepta para PY y PM. Las conclusiones son, pues, bien diferentes a las que se obtenían con [1] y [2]. Bajo la hipótesis de que los rendimientos siguen una mixtura discreta de dos distribuciones normales, la evidencia empírica no permite rechazar la restricción [5] para IG y PD y, por consiguiente, no podemos rechazar su simetría.

En cualquier caso, y aunque para otros mercados pueda proporcionar una buena descripción, no parece que para estas series la mixtura discreta sea una representación adecuada. En particular, a la vista de los valores de los logaritmos de las funciones de verosimilitud de la tabla 2, la distribución t de Student parece representar mejor a los rendimientos.

Tabla 2 Estimaciones por Máxima-Verosimilitud

	IG	PD	PY	PM
Mixtura ([4])				
δ	0,195	0,220	0,137	0,051
μ_1 (%)	0,163	0,053	0,293	0,372
1	0,020	0,012	0,013	0,014
μ_2 (%)	0,041	0,010	0,000	0,002
σ_2	0,006	0,005	0,005	0,003
log(L)	9.334,3	12.137,4	12.452,6	14.194,6
Mixtura con espe	eranzas iguales ([4]	+ [5])		
δ	0,194	0,225	0,137	0,051
μ (%)	0,049	0,014	0,016	0,005
σ_1	0,019	0,012	0,014	0,014
σ_2	0,006	0,005	0,005	0,003
log(L)	9.333,5	12.137,1	12.444,9	14.189,6
Mixtura equiprob	oable con varianzas	iguales ([4] +	[6])	
μ_1 (%)	-0,031	-0,078	-0,024	0,031
μ_2 (%)	0,161	0,116	0,105	0,136
σ_1	0,010	0,007	0,007	0,008
log(L)	8.992,6	11.927,9	12.162,2	12.835,9
t de Student ([7])				-
μ (%)	0,047	0,016	0,016	0,006
σ	0,011	0,007	0,007	0,004
υ	2,932	3,960	3,767	3,195
log(L)	9.361,1	12.166,2	12.480,0	14.235,9

Tabla 3 Contrastes de Razón de Verosimilitud

	IG	PD	PY	PM
Contraste de [5] en [4]				
Valor P	0,241	0,439	0,000	0,002
Contraste de [6] en [4]				
Valor P	0,000	0,000	0,000	0,000

La distribución t de Student tiene como función de densidad

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\upsilon+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)\sqrt{\pi(\upsilon-2)\sigma^2}} \left(1 + \frac{(x-\mu)^2}{(\upsilon-2)\sigma^2}\right)^{\frac{-(\upsilon+1)}{2}},$$
 [7]

donde Γ es la función gamma, μ es un parámetro de localización igual a la esperanza si v>1, σ es un parámetro de escala igual a la desviación típica si v>2 y v es un parámetro al que se denomina grados de libertad. Como esta distribución es simétrica en torno a μ , la aceptación de esta distribución implica la simetría de los rendimientos.

Bajo esta distribución, pudiera ocurrir que la distribución del coeficiente de asimetría difiera sustancialmente de [2]. Para conocer el comportamiento del coeficiente de asimetría bajo la distribución t de Student se simularon 100.000 muestras de T observaciones de variables t de Student con v grados de libertad. T se fijó en 100, 1.000 y 3.400 (valor próximo al número de observaciones de PD, PY y PM). Las estimaciones de v en las series consideradan están comprendidas entre 2,93 y 3,96 (véase tabla 2). Por ello v se fijó en 2, 3 y 4. Conviene recordar que la distribución t de Student con v grados de libertad carece de momentos de orden igual o inferior a v. Por consiguiente, carece de momentos de tercer orden cuando v=2 ó v=3.

En la tabla 4 se muestran los cuantiles 0,95, 0,975 y 0,995 de la distribución muestral de $\hat{\alpha}$ en las simulaciones. Para facilitar las comparaciones, también se muestran los mismos cuantiles para la distribución asintótica de $\hat{\alpha}$ bajo normalidad, obtenidos con [2]. Los resultados son bien diferentes en ambos casos. Como era de esperar, los cuantiles de las distribuciones t de Student son superiores a los de la normal, disminuyendo a medida que aumentan los grados de libertad para un mismo tamaño muestral. Para v=2 ó v=3 los cuantiles son extremadamente elevados, lo que también era previsible dado que estas distribuciones carecen de momentos de tercer orden, y además aumentan a medida que aumenta el tamaño muestral. Otra conclusión sorprendente es que las diferencias relativas entre los cuantiles de las distribuciones t de Student y los de la normal crecen conforme aumenta el tamaño muestral. Así, para v=4 y t=100, el cuantil 0,975 es aproximadamente cinco veces el de la distribución normal (2,44 frente a 0,48) mientras que para los mismos grados de libertad y t=1000 el mismo cuantil es más de 18 veces el de la distribución

normal (1,46) frente a 0,08).² La conclusión importante a destacar de esta tabla es clara: si los rendimientos financieros siguen una distribución t de Student con un número reducido de grados de libertad y contrastamos la simetría mediante [1] y [2], rechazaremos incorrectamente la hipótesis nula de simetría con demasiada frecuencia.

A la luz de estos cuantiles, el examen de los valores de los coeficientes de asimetría mostrados en la tabla 1 arroja resultados diametralmente opuestos a los que se obtienen con [2]. Mientras que entonces la hipótesis nula se rechazaba contundentemente, bajo el supuesto de una distribución t de Student no se puede rechazar la hipótesis nula en las series consideradas. Lo que resulta más llamativo no es el hecho de obtenerse diferentes conclusiones, sino los diferentes niveles de significación críticos que se obtienen: prácticamente iguales a cero bajo el supuesto de normalidad y muy elevados bajo el supuesto de t de Student.

Tabla 4
Cuantiles de la Distribución de $\hat{\alpha}$ en Muestras de Tamaño t Bajo Distribuciones t de Student con v Grados de Libertad

	0,95	0,975	0,995
T = 100			
v=2	5,57	7,18	9,30
v=2	2,69	3,82	6,67
v=2	1,63	2,30	4,44
Normal	0,40	0,48	0,63
T = 1000			
v=2	13,93	19,76	28,58
v = 2	3,41	5,58	13,85
v=2	1,22	1,89	4,93
Normal	0,13	0,15	0,2
T=3400			
v=2	22,84	33,88	51,46
v=2	3,63	6,25	18,68
v=2	0,98	1,55	4,48
Normal	0,07	0,08	0,11

² Un hecho sorprendente para el que no disponemos de ninguna explicación consiste en que el cuantil 0,995 es mayor para v=4 que para v=2 y v=6. Nuevas simulaciones arrojaron el mismo resultado.

5. CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS

De lo visto anteriormente se puede concluir que la utilización de [1] para analizar la simetría de los rendimientos plantea serios problemas: acusada sensibilidad de $\hat{\alpha}$ a las observaciones extremas y grandes diferencias en su distribución bajo supuestos alternativos. Por otra parte, los resultados del apartado anterior se basan en determinadas distribuciones para los rendimientos (mixtura discreta de dos normales y distribuciones t de Student). Y si bien existe evidencia empírica que avala estas distribuciones, el consenso dista de ser total. Por consiguiente, parece razonable considerar otros métodos que no incurran en estos problemas. Los métodos no paramétricos (más exactamente, los métodos de distribución libre) son especialmente adecuados en estas circunstancias puesto que sólo requieren supuestos muy generales sobre la distribución subyacente.

Antes de pasar a aplicar estos procedimientos no paramétricos, recordemos que los rendimientos son simétricos respecto a μ si para cualquier k se verifica que

$$f(\mu + k) = f(\mu - k)$$
 [8]

donde f es la función de densidad de los rendimientos. Si se cumple [8], μ es la media y la mediana.³ En este caso, los rendimientos superiores a μ seguirán la misma distribución que los rendimientos inferiores, tomados estos últimos en valor absoluto.

De acuerdo con esta idea, para estudiar la simetría de los rendimientos procederemos del siguiente modo. En primer lugar, restaremos a los rendimientos la media de la serie, obteniendo una nueva serie que denominaremos rendimientos en exceso. Obviamente, los rendimientos originales mayores que la media dan lugar a rendimientos en exceso positivos, mientras que los rendimientos originales menores que la media dan lugar a rendimientos en exceso negativos. En segundo lugar, para cada serie formaremos

³ En torno a este punto abundan los errores. Ni siquiera Kendall y Stuart (1969), tercera edición, es una excepción. Véanse, a este respecto, los comentarios de la página 217 de Dudewicz y Mishra (1988). Debemos añadir que en Kendall, Stuart y Ord (1987), quinta edición, se ha modificado la primera de las dos afirmaciones mencionadas por Dudewicz y Mishra (1988).

dos submuestras: la formada por los rendimientos en exceso negativos, tomados en valor absoluto,

$$|R^{-}| = \{\bar{R} - R_{t} | R_{t} < \bar{R}\}$$
 [9]

y la formada por los rendimientos en exceso positivos,

$$R^{+} = \{R_{t} - \overline{R} \mid R_{t} > \overline{R}\}$$
 [10]

Por último, procederemos a comparar las distribuciones de estas dos submuestras. 4 Si la distribución de los rendimientos es simétrica, entonces la probabilidad de ambos tipos de rendimientos debe ser la misma y, además, la distribución de $|R^-|$ debe ser igual a la de R^+ . Por lo que respecta al primer requisito, si ambos tipos de rendimientos son equiprobables, entonces, al excluir los rendimientos en exceso iguales a cero, el número de rendimientos en exceso negativos (o positivos) seguirá una distribución binomial cuyos parámetros serán iguales al número de rendimientos y 1/2.

En la tabla 5 se muestran, para cada serie, el número de rendimientos en exceso negativos y positivos, los intervalos de confianza al 95% y al 99% y los valores *P* correspondientes a la hipótesis de que ambos tipos de rendimientos son equiprobables. Para PD se acepta que ambos tipos de rendimientos tienen la misma probabilidad, y, consecuentemente, no se aprecian síntomas de asimetría. Para IG, PY y PM se rechaza, al 5%, la igualdad de probabilidades. A este nivel de significación, debemos concluir que los rendimientos negativos son más probables que los positivos. Sin embargo, al nivel de significación del 1% no se puede rechazar la hipótesis de igual probabilidad (valores *P* de 2,7%, 1,1% y 2,6%). De acuerdo con estos niveles de significación, la asimetría de estas variables debida a la mayor frecuencia de rendimientos en exceso negativos no parece ser muy acusada.⁵

⁴ En términos poco rigurosos pero intuitivos, estos pasos suponen *plegar* la distribución empírica a lo largo de un eje vertical igual a la media y estudiar el solapamiento de las dos partes.

⁵ Como la suma de los rendimientos en exceso negativos es igual a la suma de los rendimientos en exceso positivos, este contraste puede ser contemplado como un contraste de igualdad de esperanzas. De hecho, los resultados son bastante similares a los que se obtienen con el contraste *t* habitual.

Tabla 5 Intervalos de Confianza para los Rendimientos en Exceso

	T^-	T^{+}	INTERVALO DEL 95%	INTERVALO DEL 99%	Valor P
IG	1490	1372	(1379, 1483)	(1362, 1500)	0,027
PD	1685	1707	(1639, 1753)	(1621, 1771)	0,706
PY	1770	1622	(1639, 1753)	(1621, 1771)	0,011
PM	1761	1631	(1639, 1753)	(1621, 1771)	0,026

Nota: T^- es el número de rendimiantos en exceso negativos y T^+ es el número de rendimientos en exceso positivos. Los intervalos para los rendimientos en exceso negativos (o positivos) se han obtenido bajo la hipótesis de que ambos tipos de rendimientos son equiprobables. Los valores P corresponden al contraste de dicha hipótesis.

Para ver si la distribución de $|R^-|$ es igual a la de⁺R, utilizaremos tres contrastes no paramétricos: el contraste de Kolmogorov-Smirnov de dos muestras, el de suma de rangos de Wilcoxon y el de Siegel-Tukey. Los tres son contrastes de dos muestras y nos van a permitir la comparación de las distribuciones de $|R^-|$ (primera muestra) y R^+ (segunda muestra). En los tres casos la hipótesis nula establece la igualdad de las distribuciones, pero mientras que el contraste de Kolmogorov-Smirnov es sensible a cualquier diferencia, el de Wilcoxon es especialmente sensible a diferencias de localización y el de Siegel-Tukey a diferencias en dispersión (véase Gibbons y Chakraborti, 1992).

En el contraste de Kolmogorov-Smirnov, el estadístico del contraste, KS, es la diferencia máxima en valor absoluto entre las dos distribuciones empíricas,

$$KS = \max_{0 < x < \infty} |F^{-}(x) - F^{+}(x)|$$
 [11]

donde F^- y $^+\!\!F$ son las funciones de distribución empíricas de $\mid R^- \mid$ y $^+\!\!R$, respectivamente.

En el contraste de suma de rangos de Wilcoxon, el estadístico del contraste, W, es la suma de los rangos de los valores absolutos de los rendimientos en exceso negativos en

De hecho, los resultados son bastante similares a los que se obtienen con el contraste t habitual.

la muestra ordenada resultante de combinar la dos submuestras,

$$W = \sum_{t=1}^{T} I_t r(\overline{R} - R_t)$$
 [12]

donde el operador $r(\cdot)$ denota al rango e

$$I_{t} = \frac{1}{0} \quad if \quad R_{t} < \overline{R}$$

$$if \quad R_{t} > \overline{R}$$
[13]

es decir, I_i =1 si, en la muestra combinada y ordenada, el lugar t-ésimo está ocupado por una observación proveniente de la primera muestra e I_i =0 en caso contrario. Bajo el supuesto de iguales distribuciones, la distribución asintótica de W viene dada por

$$W \to N\left(\frac{T_1(T+1)}{2}, \frac{T_1T_2(T+1)}{12}\right)$$
 [14]

donde T_I es el número de rendimientos en exceso negativos (primera muestra) y T_I es el número de positivos (segunda muestra).

En el contraste de Siegel-Tukey, el estadístico del contraste es

$$ST = \sum_{t=1}^{T} I_t w_t$$
 [15]

donde I_t se define igual que en [13]. Para T impar, los pesos, ψ , vienen dados por

$$w_{t} = \begin{cases} 2t & si \quad t \leq \frac{T}{2}, \quad t \quad par \\ 2t-1 & si \quad t \leq \frac{T}{2}, \quad t \quad impar \end{cases}$$

$$2(T-t)+2 & si \quad t \geq \frac{T}{2}, \quad t \quad par$$

$$2(T-t)+1 & si \quad t \geq \frac{T}{2}, \quad t \quad impar$$

$$[16]$$

Y si T es par se excluye la observación central y se aplican estos pesos a las restantes observaciones. De este modo, las ponderaciones menores se asignan a los extremos y las mayores a las centrales de la muestra combinada y ordenada (véase Siegel y Tukey, 1960). Bajo la hipótesis nula de iguales distribuciones, la distribución asintótica de ST es la misma que la de W,

$$ST \to N\left(\frac{T_1(T+1)}{2}, \frac{T_1T_2(T+1)}{12}\right)$$
 [17]

En la tabla 6 se muestran los resultados de estos contrastes. Para los rendimientos de los tipos de cambio (PD, PY y PM) los contrastes de Kolmogorov-Smirnov no permiten rechazar la hipótesis nula de igual distribución. Este resultado se ve ratificado por los otros dos contrastes. Ni el contraste de la suma de rangos de Wilcoxon, especialmente sensible a las diferencias en la localización, ni el contraste de Siegel-Tukey, especialmente sensible a las diferencias en la dispersión, permiten rechazar la simetría de los rendimientos.

Tabla 6 Contrastes no Paramétricos

	IG	PD	PY	PM
KS	0,0545	0,0299	0,0359	0,0352
	(0,029)	(0,433)	(0,226)	(0,246)
W	2.079.663	2.891.084	2.988.228	3.002.566
	[-2,412]	[1,139]	[-0,512]	[0,527]
	(0,016)	(0,255)	(0,609)	(0,598)
ST	2.158.129	2.864.630	3.047.992	3.023.818
	[-1,1408]	[0,214]	[1,586]	[1,273]
	(0,254)	(0,831)	(0,113)	(0,203)

Nota: Los valores entre corchetes son los valores Z. Los valores entre paréntesis son los valores P.

En cambio, para IG, se rechaza la igualdad de distribuciones en el contraste de Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significación del 5%, pero no se puede rechazar al 1% (el nivel de significación crítico es 2,9%). Este rechazo parece venir provocado por diferencias en la localización, pues también se rechaza en el contraste de la suma de rangos de Wilcoxon (con un valor P igual a 1,6%), pero no en el de Siegel-Tukey. En consecuencia, los contrastes no paramétricos solamente detectan una distribución asimétrica en los rendimientos de la bolsa de Madrid. Pero esta asimetría tampoco parece ser muy acusada, a juzgar por los valores P de los contrastes.

Como resultado de los contrastes realizados en este apartado, tenemos que no se observa ningún indicio de asimetría en los rendimientos derivados del tipo de cambio de la peseta frente al dólar USA. Los rendimientos inferiores a la media parecen ser más frecuentes que los superiores a la media para los rendimientos de los tipos de cambio de la peseta frente al yen japonés y frente al marco alemán, así como para los de la bolsa española. Pero este fenómeno es significativo a un nivel de significación del 5%, pero no al 1%. Al margen de este hecho, sólo se observa una ligera asimetría (al igual que antes significativa al 5%, pero no al 1%) en los rendimientos de la bolsa, al parecer debida a diferencias en la localización de ambas clases de rendimientos.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha abordado el tema de la simetría de los rendimientos diarios de la bolsa española y de los derivados de los tipos de cambio diarios de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán.

Numerosos estudios de la simetría de los rendimientos financieros han supuesto que estos siguen una distribución normal y, contradictoriamente, concluían que su distribución no era simétrica. Como existe abundante evidencia sobre su no normalidad, se ha examinado el problema de la simetría desde la perspectiva de distribuciones alternativas, obteniéndose una conclusión bien distinta. Bajo el supuesto de mixturas discretas de dos distribuciones normales, no se puede rechazar la simetría de los rendimientos de la bolsa española ni la simetría de los rendimientos del tipo de cambio de la peseta frente al dólar

USA. Bajo el supuesto, más apropiado, de distribuciones t de Student, los valores de los coeficientes de asimetría de las distintas series no sobrepasan los valores críticos tabulados.

Ante la sensibilidad a las observaciones extremas del estadístico utilizado en los contrates de simetría, y ante el desconocimiento de la distribución subyacente, hemos examinado la simetría de los rendimientos a la luz de contrastes no paramétricos. En tres de las cuatro series examinadas, los rendimientos inferiores a la media parecen ser más probables que los superiores a la media, pero la evidencia no es muy fuerte. Los contrastes no paramétricos solamente detectan una ligera asimetría en los rendimientos de acciones, que posiblemente se deba a diferencias en la localización de los rendimientos en exceso negativos, tomados en valor absoluto, y de los rendimientos en exceso positivos.

Por consiguiente, de acuerdo con la evidencia aportada en este trabajo, los rendimientos financieros diarios españoles presentan ciertas asimetrías en sus distribuciones, pero éstas parecen ser relativamente tenues. En consecuencia, cabe dudar de la pertinencia de ciertos modelos financieros que descansan sobre la asimetría de los rendimientos, así como de hipotéticas estrategias de negociación que pretendan explotar este fenómeno.



REFERENCIAS

Arditti, F. D. y Levy H. (1975): «Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case». *Journal of Finance*, 30, pp. 797-809.

Boothe, P. y Glassman D. (1987): «The statistical distribution of exchange rates». *Journal of International Economics*, 22, pp. 297-319.

Conine, T. E. y Tamarkin M. J. (1981): «On diversification given asymmetry in returns». *Journal of Finance*, 36, pp. 1143-1155.

Dudewicz, E. J. y Mishra S. N. (1988): «Modern mathematical statistics». John Wiley & Sons, Nueva York.

Francis, J. C. (1975): «Skewness and investors' decisions». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 10, pp. 163-176.

Gallego, A. y Marhuenda, J. (1996): «Riesgo sistemático, total y coasimetría en la valoración de activos». Revista Española de Financiación y Contabilidad.

Gibbons, J. D. y Chakraborti S. (1992): «Nonparametric statistical inference». 3ª edición, Marcel Dekker, Nueva York.

Johnson, N. L., Kotz S. y Balakrishnan N. (1994): «Continuous univariate distributions». Volume 2, Segunda edición, John Wiley & Sons, Nueva York.

Kendall, M. G. y Stuart A. (1969): «The advanced theory of statistics». Volumen 1, Distribution theory, Tercera edición, Hafner, Nueva York.

Kendall, M. G., Stuart A. y Ord J. K. (1987): «The advanced theory of statistics». Volumen 1, Distribution theory, Quinta edición, Hafner, Nueva York.

Kon, S. J. (1984): «Models of stock returns-A comparison». Journal of Finance, 39, pp. 147-165.

Kraus, A. K. y Litzenberger R. H. (1976): «Skewness Preference and the valuation of risky assets». *Journal of Finance*, 31, pp. 1085-1100.

Peiró, A. (1992): «Distribución de los rendimientos de acciones». *Estadística Española*, 34, pp. 431-453.

Peiró, A. (1994): «The distribution of stock returns: international evidence». *Applied Financial Economics*, 4, pp. 431-439.

Peña, J. I. (1989): «Análisis estadístico de los tipos de cambio diarios de la peseta», Cuadernos de Opinión 3, Centro Internacional Carlos V, Universidad Autónoma de Madrid.

Sánchez, P. L. (1994): «Análisis media-varianza-asimetría: una aplicación a las primas de riesgo en el mercado de valores español». Centro de Estudios Monetarios y Financieros, Documento de Trabajo nº 9426.

Siegel, S. y Tukey J. W. (1960): «A nonparametric sum of ranks procedure for relative spread in unpaired samples». *Journal of the American Statistical Association*, 55, pp. 429-445.

Simkowitz, M. A. y Beedles W. L. (1978): «Diversification in a three-moment world». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13, pp. 927-941.

Simkowitz, M. A. y Beedles W. L. (1980): «Asymmetric stable distributed security returns». *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 306-312.

So, J. C. (1987): "The distribution of foreign exchange price changes: trading day effects and risk measurement-A comment". *Journal of Finance*, 42, pp. 181-188.

Tucker, A. L. (1992): «A reexamination of finite- and infinite-variance distributions as models of daily stock returns». *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, pp. 73-81.

DOCUMENTOS PUBLICADOS*

WP-EC 92-01	"Asignaciones Igualitarias y Eficientes en Presencia de Externalidades" C. Herrero, A. Villar. Abril 1992.
WP-EC 92-02	"Estructura del Consumo Alimentario y Desarrollo Economico" E. Reig. Abril 1992.
WP-EC 92-03	"Preferencias de Gasto Reveladas por las CC.AA." M. Mas, F. Pérez. Mayo 1992.
WP-EC 92-04	"Valoración de Títulos con Riesgo: Hacia un Enfoque Alternativo" R.J. Sirvent, J. Tomás. Junio 1992.
WP-EC 92-05	"Infraestructura y Crecimiento Económico: El Caso de las Comunidades Autónomas" A. Cutanda, J. Paricio. Junio 1992.
WP-EC 92-06	"Evolución y Estrategia: Teoría de Juegos con Agentes Limitados y un Contexto Cambiante" F. Vega Redondo. Junio 1992.
WP-EC 92-07	"La Medición del Bienestar mediante Indicadores de `Renta Real': Caracterización de un Indice de Bienestar Tipo Theil" J.M. Tomás, A. Villar. Julio 1992.
WP-EC 92-08	"Corresponsabilización Fiscal de Dos Niveles de Gobierno: Relaciones Principal-Agente" G. Olcina, F. Pérez. Julio 1992.
WP-EC 92-09	"Labour Market and International Migration Flows: The Case of Spain" P. Antolín. Julio 1992.
WP-EC 92-10	"Un Análisis Microeconométrico de la Demanda de Turismo en España" J.M. Pérez, A. Sancho. Julio 1992.
WP-EC 92-11	"Solución de Pérdidas Proporcionales para el Problema de Negociación Bipersonal" M.C. Marco. Noviembre 1992.
WP-EC 92-12	"La Volatilidad del Mercado de Acciones Español" A. Peiró. Noviembre 1992.
WP-EC 92-13	"Evidencias Empíricas del CAPM en el Mercado Español de Capitales" A. Gallego, J.C. Gómez, J. Marhuenda. Diciembre 1992.
WP-EC 92-14	"Economic Integration and Monetary Union in Europe or the Importance of Being Earnest: A Target-Zone Approach" E. Alberola. Diciembre 1992.
WP-EC 92-15	"Utilidad Expandida y Algunas Modalidades de Seguro" R. Sirvent, J. Tomás. Diciembre 1992.
WP-EC 93-01	"Efectos de la Innovación Financiera sobre la Inversión: El Caso del Leasing Financiero" M.A. Díaz. Junio 1993.
WP-EC 93-02	"El problema de la Planificación Hidrológica: Una Aplicación al Caso Español" A. González, S.J. Rubio. Junio 1993.

^{*} Para obtener una lista de documentos de trabajo anteriores a 1992, por favor, pónganse en contacto con el departamento de publicaciones del IVIE:

WP-EC 93-03	"La Estructura de Dependencia del Precio de las Acciones en la Identificación de Grupos Estratégicos: Aplicación al Sector Bancario Español" J.C. Gómez Sala, J. Marhuenda, F. Más. Noviembre 1993.
WP-EC 93-04	"Dotaciones del Capital Público y su Distribución Regional en España" M. Mas, F. Pérez, E. Uriel. Noviembre 1993.
WP-EC 93-05	"Disparidades Regionales y Convergencia en las CC.AA. Españolas" M. Mas, J. Maudos, F. Pérez, E. Uriel. Noviembre 1993.
WP-EC 93-06	"Bank Regulation and Capital Augmentations in Spain" S. Carbó. Diciembre 1993.
WP-EC 93-07	"Transmission of Information Between Stock Markets" A. Peiró, J. Quesada, E. Uriel. Diciembre 1993.
WP-EC 93-08	"Capital Público y Productividad de la Economía Española" M. Mas, J. Maudos, F. Pérez, E. Uriel. Diciembre 1993.
WP-EC 93-09	"La Productividad del Sistema Bancario Español (1986-1992)" J.M. Pastor, F. Pérez. Diciembre 1993.
WP-EC 93-10	"Movimientos Estacionales en el Mercado de Acciones Español" A. Peiró. Diciembre 1993.
WP-EC 93-11	"Thresholds Effects, Public Capital and the Growth of the United States" J. García Montalvo. Diciembre 1993.
WP-EC 94-01	"International Migration Flows: The Case of Spain" P. Antolín. Febrero 1994.
WP-EC 94-02	"Interest Rate, Expectations and the Credibility of the Bank of Spain" F.J. Goerlich, J. Maudos, J. Quesada. Marzo 1994.
WP-EC 94-03	"Macromagnitudes Básicas a Nivel Sectorial de la Industria Española: Series Históricas" F.J. Goerlich, V. Orts, S. García. Mayo 1994.
WP-EC 94-04	"Job Search Behaviour" P. Antolín. Mayo 1994.
WP-EC 94-05	"Unemployment Flows and Vacancies in Spain" P. Antolín. Mayo 1994.
WP-EC 94-06	"Paro y Formación Profesional: Un Análisis de los Datos de la Encuesta de Población Activa" C. García Serrano, L. Toharia. Mayo 1994.
WP-EC 94-07	"Determinantes de la Dinámica de la Productividad de los Bancos y Cajas de Ahorro Españolas" J.M. Pastor. Junio 1994.
WP-EC 94-08	"Estimación Regionalizada del Stock de Capital Privado (1964-1989)" F.J. Escribá, V. Calabuig, J. de Castro, J.R. Ruiz. Junio 1994.
WP-EC 94-09	"Capital Público y Eficiencia Productiva Regional (1964-1989)" M. Mas, J. Maudos, F. Pérez, E. Uriel. Julio 1994.
WP-EC 94-10	"Can the Previous Year Unemployment Rate Affect Productivity? A DPD Contrast" R. Sánchez. Septiembre 1994.
WP-EC 94-11	"Comparing Cointegration Regression Estimators: Some Additional Monte Carlo Results" J. García Montalvo. Septiembre 1994.

"Factores Determinantes de la Innovación en las Empresas de la Comunidad Valenciana" WP-EC 94-12 M. Gumbau. Septiembre 1994. "Competencia Imperfecta y Discriminación de Precios en los Mercados de Exportación. El WP-EC 94-13 Caso del Sector de Pavimentos Cerámicos" J. Balaguer. Noviembre 1994. "Utilidad Expandida Estado Dependiente: Algunas Aplicaciones" WP-EC 94-14 R.J. Sirvent, J. Tomás. Noviembre 1994. "El Efecto de las Nuevas Tecnologías de Transacción en la Demanda de Dinero en España" WP-EC 94-15 J. Maudos. Noviembre 1994. "Desajustes en los Tipos de Cambio e 'Hysteresis' en los Flujos Comerciales: Las WP-EC 94-16 Exportaciones Españolas a EE.UU." J. de Castro, V. Orts, J.J. Sempere. Diciembre 1994. "Stock Prices and Macroeconomic Factors: Evidence from European Countries" WP-EC 94-17 A. Peiró. Diciembre 1994. "Margen Precio-Coste Marginal y Economías de Escala en la Industria Española: 1964-WP-EC 95-01 1989" F.J. Goerlich, V. Orts. Abril 1995. "Temporal Links Between Price Indices of Stock Markets with Overlapping Business Hours" WP-EC 95-02 A. Peiró, J. Quesada, E. Uriel. Abril 1995. "Competitive and Predatory Multi-Plant Location Decisions" WP-EC 95-03 A. García Gallego, N. Georgantzis. Abril 1995. "Multiproduct Activity and Competition Policy: The Tetra Pack Case" WP-EC 95-04 A. García Gallego, N. Georgantzis. Junio 1995. "Estudio Empírico de la Solvencia Empresarial en Comunidad Valenciana" WP-EC 95-05 J.L. Gandía, J. López. R. Molina. Junio 1995. "El Método Generalizado de los Momentos" WP-EC 95-06 A. Denia, I. Mauleón, Junio 1995. "Determinación de una Tipología de Hogares en el Marco de una Matriz de Contabilidad WP-EC 95-07 Social" M.L. Moltó, S. Murgui, E. Uriel. Junio 1995. "Relaciones Rentabilidad-Riesgo en Futuros Sobre Deuda a Largo Plazo" WP-EC 95-08 R.M. Ayela. Junio 1995. "Eficiencia, Cambio Productivo y Cambio Técnico en los Bancos y Cajas de Ahorros WP-EC 95-09 Españolas: Un Análisis Frontera no Paramétrico" J.M. Pastor. Junio 1995. "Infrastructures and Productivity in the Spanish Regions" WP-EC 95-10 M. Mas, J. Maudos, F. Pérez, E. Uriel. Octubre 1995. "Macroeconomic Performance of Sixteen Ibero-American Countries over the Period 1980-WP-EC 95-11 1991" C.A. Knox Lowell, J.T. Pastor. Octubre 1995. "Determinantes de la Demanda de Educación en España" WP-EC 95-12 P. Beneito, J. Ferri, Ma. Moltó, E. Uriel. Octubre 1995.

WP-EC 95-13	"GMM Estimation of Count Panel Data Models with Fixed Effects and Predetermined Instruments" J. García Montalvo. Noviembre 1995.
WP-EC 95-14	"Prestación de Servicios Bancarios en las Cajas de Ahorros Españolas: Cajeros Automáticos <i>Versus</i> Oficinas" J. Maudos, J.M. Pastor. Noviembre 1995.
WP-EC 95-15	"Unemployment Determinants for Women in Spain" N. Lázaro, M.L. Moltó, R. Sánchez. Noviembre 1995.
WP-EC 95-16	"Indicadores de Capital Humano y Productividad" L. Serrano Martínez. Noviembre 1995.
WP-EC 95-17	"Strategic Consumer Location in Spatial Competition Models" M.A. García Gallego, N. Georgantzis, V. Orts Rios. Noviembre 1995.
WP-EC 95-18	"Efficiency Analysis in Banking Firms: An International Comparison" J.M. Pastor, F. Pérez, J. Quesada. Noviembre 1995.
WP-EC 95-19	"Análisis de Cointegración en la Estructura Temporal de los Tipos de Interés de la Deuda Pública" P. Rico Belda. Diciembre 1995.
WP-EC 95-20	"Transition Probabilities to Employment and Non-Participation" P. Antolín Nicolás. Diciembre 1995.
WP-EC 96-01	"Determinantes de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés de la Deuda Pública" P. Rico. Febrero 1996.
WP-EC 96-02	"Una Estimación Econométrica del Stock de Capital de la Economía Española" A. Denia, A. Gallego, I. Mauleón. Febrero 1996.
WP-EC 96-03	"La Propiedad de Simetría en los Rendimientos Financieros Diarios Españoles" A. Peiró. Febrero 1996.