

# Álgebra de la experiencia (o de cómo puede ser entendido lo no directamente intuible como parte integrante de la experiencia posible) y su aplicación a la Teoría de la relatividad

*Algebra of the experience (how to can be understanding there isn't straight intuitively about the member part of the possible experience) and his application at the Theory of the relativity*

Juan CANO DE PABLO

Departamento de Filosofía  
Universidad de Castilla - La Mancha

Recibido: 12-07-2007

Aceptado: 10-01-2008

## Resumen

El problema fundamental para que la Teoría de la relatividad pueda ser acorde con la filosofía de Kant es el de la utilización de una geometría no euclídea. Que sus principios sean interpretados como juicios sintéticos *a priori* es, a nuestro entender, un problema secundario. Si queremos que los principios de una ciencia de la naturaleza sean universales y necesarios sin recurrir a dogmatismos, no queda otra posibilidad que entenderlos trascendentalmente. Como se observa en el principio de relatividad, Einstein también pensaba que las leyes físicas son universales y necesarias. Sin embargo, su perspectiva fue más racionalista que crítica. Sea como fuere, si los principios de la Teoría de la relatividad son *a priori* y enlazan sintéticamente la experiencia posible, esta teoría nos servirá para entender que las geometrías no euclídeas no son ajenas a los planteamientos de Kant, si bien requieren dar un rodeo epistemológico. La doctrina que nos permite fundamentar las geometrías no euclidianas desde la filosofía de Kant la llamamos “Álgebra de la experiencia”.

*Palabras clave:* Geometría euclídea, geometría no euclídea, Teoría de la relatividad, juicios sintéticos *a priori*, matemática.

## Abstract

The main problem for the Theory of the relativity to be in agreement with the Kant's philosophy is the use of a non-Euclidean geometry. The fact that their principles could be interpreted *a priori* as synthetic trials is, in our opinion, a secondary problem. If we want that the principles of a science of the nature would be universal and necessary ones without appealing to dogmatisms, then, he have to understand them transcendently. As in the principle of relativity it is observed, Einstein also thought that the physical laws are universal and necessary ones. However, their perspective was more rationalistic than critic. In any case, if the Theory of Relativity principles are *a priori* and they synthetically connect the possible experience, then, this theory will allow us to understand that the non-Euclidean geometries are not far away from the Kant's positions, although they require to made a epistemological turn around. The principle that allows us to base the geometries non Euclidian from the Kant's philosophy is called "Algebra of the experience"

*Keywords:* Euclidian Geometry, Non-Euclidean geometry, Theory of the relativity, *a priori* synthetic judgements, mathematical.

La filosofía racionalista se propuso fundamentar la nueva física matemática establecida por Galileo. Sin embargo, tal fundamentación se sustentaba en una metafísica dogmática. La matemática se convirtió en el ideal de racionalidad, desprendiéndose del suelo que la vio nacer.<sup>1</sup> Por otro lado, el recurso a la experiencia como la auténtica fuente del conocimiento de la naturaleza, despojaba a las leyes físicas y matemáticas de la universalidad y necesidad de que hacían gala.

Así pues, al intentar fundamentar el mayor descubrimiento de todos los tiempos, la Filosofía erró su camino iniciando una pérdida de sentido sin precedentes. Kant quiso atajar este problema instaurando una Filosofía diferente a las anteriores, pero que conservara los avances de éstas, nace así la Filosofía trascendental. El idealismo crítico es un punto de inflexión en la Historia de la filosofía. Sin la filosofía de Kant no se puede entender la filosofía posterior, como dijo Ortega, en Kant hace el pensamiento europeo un giro de ciento ochenta grados.

Sin embargo, una luz poderosa amenazaba con cegar la crítica kantiana de la razón. Se trataba de una nueva geometría destilada a través de los siglos, de manera callada pero implacable, eclosionando apenas un cuarto de siglo después de la muerte de Kant. La geometría no euclídea parecía eliminar la intuición pura del ámbito de la matemática. Este hecho dejaba a la ontología kantiana de la naturale-

<sup>1</sup> En este sentido, véase muy especialmente el § 9 de *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental* de Edmund Husserl.

za fuera de lugar y, aunque el resto de su obra no se viera afectada aparentemente, el peso del descrédito se localizaba en su misma base.

Con la Teoría de la relatividad el problema se agravó, puesto que Einstein adoptó una geometría riemanniana en su descripción física del Universo. Sin embargo, de esta aparente refutación de la gnoseología kantiana, es posible hacer surgir un *álgebra de la experiencia* acorde con la ontología de la naturaleza de Kant.

Kant entendió el espacio como intuición debido a su concepción de la geometría. Por consiguiente, si eliminásemos la intuición de ella, la concepción kantiana del espacio sería insostenible. En el capítulo primero de la *Doctrina trascendental del método* Kant define la ciencia matemática como el conocimiento que no procede por conceptos, sino por construcción de los mismos. La construcción es aquel acto que crea la definición de un concepto, definición que no podía obtenerse por mero análisis de éste. Por tanto, para construir un concepto hace falta una intuición no empírica que se refiera a un objeto singular como intuición y que sea universal como construcción de un concepto; tiene que expresar en su representación una validez universal en relación con todas las posibles intuiciones pertenecientes al mismo concepto.<sup>2</sup>

Dado que las geometrías no euclídeas no son intuitivas, ensayaremos una “corrección” de la filosofía kantiana que pueda dar cuenta de ellas.

## 1. El espacio como modalidad simultánea del tiempo.

Según la crítica que hace Roberto Torretti a la concepción del tiempo como forma del sentido interno, es preferible entender el tiempo como la forma universal de la sensibilidad.<sup>3</sup> Esta forma de entender el tiempo no fue ajena a Kant, sino que es la elegida en el § 14 de la *Dissertatio*. En la *Crítica* cambiaría de concepción debido a las objeciones de J. H. Lambert, M. Mendelssohn y el pastor J. Schultz acerca de la idealidad del tiempo.<sup>4</sup>

El tiempo es la forma de la sensibilidad y el espacio es una modalidad del tiempo. Por consiguiente, toda afección tiene que conformarse al tiempo. Que el tiempo es intuición y no concepto lo demuestra Kant en la *Estética trascendental*, por lo que no vamos a insistir en los argumentos allí expuestos. Sin embargo expondremos un argumento no tratado por Kant, nos referimos al de las *parejas incongruentes* (*inkongruente Gegenstücke*) aplicado al tiempo. Este razonamiento lo refirió Kant al espacio en varias obras y con diferentes propósitos, pero no aparece en la

<sup>2</sup> Cfr. *KrV*, A 713/B 741.

<sup>3</sup> Cfr. Torretti, R., *Manuel Kant. Estudio sobre los fundamentos de la filosofía crítica*. Ediciones de la universidad de Chile, Chile, 1967, p. 169 n. 232, 209-214, 381-382, 513 n. 72 y 73.

<sup>4</sup> Cfr. Torretti, R., *Op. cit.*, 207-209. Cfr. Vleeschauwer, H.-J de, *Op. cit.*, 62-63 y 76.

*Crítica*.<sup>5</sup> Sabemos que el argumento de las parejas incongruentes no sirve para el espacio, dado que la matemática puede pensarlo de manera analítica ya que se trata de una relación simétrica reversible.<sup>6</sup> Sin embargo, la relación temporal es asimétrica e irreversible, no puede ser pensada analíticamente. El tiempo es esencialmente intuitivo en virtud de su irreversibilidad. La matemática es una ciencia constructiva, requiere de alguna suerte de intuición.<sup>7</sup>

Si esto es así, cabe preguntarse qué tipo de intuición se da en las geometrías no euclídeas, puesto que algo tiene que haber que complemente a sus conceptos. El problema es que los objetos matemáticos propios de una geometría no euclídea no se pueden intuir, aunque Helmholtz se empeñara en lo contrario.<sup>8</sup> Sin embargo, tiene que haber alguna pauta de construcción que determine el tiempo según las diferentes estructuras de las nuevas geometrías. Por eso hemos postulado la existencia de una determinación tal del tiempo y la hemos denominado *esquema espacial*, puesto que determina la forma tempo-espacial de la sensibilidad.<sup>9</sup> Cuando el esquema espacial sustituye a la intuición pura de la geometría intuitiva lo llamamos *intuición intrateórica*.

Por consiguiente, entenderemos que los juicios de las geometrías no euclídeas son un tipo especial de juicios sintéticos *a priori* a los que denominamos *juicios esquemáticos*.

---

<sup>5</sup> Sobre la repercusión de las parejas incongruentes en la obra de Kant ver: *Principios formales del mundo sensible y del inteligible (Disertación de 1770)*. Versión castellana de Ramón Ceñal Lorente, Estudio preliminar y Complementos de José Gómez Caffarena, CSIC, Colección clásicos del pensamiento, Madrid, 1996, p. 22 (Ak., II, 403). *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*. Introducción, traducción, comentarios y notas de Mario Caimi, Epílogo de Norbert Hinske, Colección Fundamentos n.º 153, Itsmo, Madrid, 1999, p. 92-95, § 13 (Ak., 285-286); en adelante citaremos esta obra como *Proleg.* o *Prolegómenos*, indistintamente. *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*. Estudio preliminar y traducción de José Aleu Benítez, Tecnos, Colección Clásicos del pensamiento, Madrid, 1991, p. 24, 3.ª Observación (Ak., IV, 483, 25); en adelante *MANW. Cómo orientarse en el pensamiento*. Traducción de Carlos Correas, Leviatán, Buenos Aires, 1982, p. 38 (Ak., VIII, 134-135).

<sup>6</sup> Además existen espacios no-orientables. Un ejemplo de espacio no-orientable de dos dimensiones nos lo proporciona la *banda de Möbius*. Los espacios no-orientables de tres dimensiones no pueden representarse de una manera tan sencilla. Kant desconocía la existencia de estos espacios.

<sup>7</sup> Cfr. Torretti, R., *Op. cit.*, 172.

<sup>8</sup> Estaría por ver que toda intuición pura sea euclidiana ya que, según la escuela de Palo Alto, nuestras percepciones se explican mejor desde el espacio riemanniano que desde el euclídeo. Cfr. Duque, F., *La fuerza de la razón. Invitación a la lectura de la "Crítica de la razón pura" de Kant*. Edit. Dickinson, Madrid, 2002, p. 78, n. 88. En todo caso, nosotros no tomamos en consideración estos estudios y entendemos que la geometría que mejor se adapta a la intuición humana es la euclidiana, puesto que es la que se aplica en la matemática con la que se manejan las demás geometrías.

<sup>9</sup> Con la expresión "tempo-espacial" queremos enfatizar que el espacio es una modalidad del tiempo.

## 2. La síntesis figurada

En la segunda edición de la *Crítica de la razón pura* encontramos que la síntesis figurada o figurativa (*synthesis speciosa*) media entre la síntesis empírica de la aprehensión y la síntesis intelectual. Esta síntesis puede referirse a la diversidad de la intuición sensible (síntesis pura de la aprehensión) o a la unidad sintética de la apercepción (síntesis trascendental de la imaginación).<sup>10</sup> Mediante ella es estructurado el espacio y el tiempo como formas puras de la sensibilidad.<sup>11</sup>

La unidad sintética de la apercepción es la condición de posibilidad de la apercepción trascendental para que pueda representarse el contenido de lo múltiple de las representaciones. La apercepción trascendental hace referencia a la síntesis pura o intelectual, pensada en la pura categoría.

La síntesis de una sensibilidad en general viene dada por el entendimiento, que es la espontaneidad de la mente tomada en abstracto. La síntesis de una sensibilidad espacial y temporal viene dada por la imaginación, que es la misma espontaneidad tomada en concreto.<sup>12</sup>

La intuición intrateórica es una intuición espacial y temporal, de lo contrario sería intuición intelectual, por lo que su síntesis tiene que darse en la imaginación. Pero para estructurar las multiplicidades infinitas y continuas que son el espacio y el tiempo como formas puras de la intuición, Kant cuenta con la actualización proporcionada por las percepciones empíricas. La idea de Kant consiste en que el ser racional tiene las condiciones del enlace de las multiplicidades empíricas en una representación sensible. Son las formas puras de la sensibilidad. Estas condiciones vienen dadas por dos multiplicidades infinitas y continuas. Al ejercerse el enlace o síntesis de lo múltiple sensible en virtud de estas formas puras de la sensibilidad, se activa en la imaginación productiva una ley que ya tenía, porque estaba implícita en dichas formas puras de la sensibilidad (que son enteramente *a priori*), y entonces enlaza las multiplicidades infinitas y continuas que marcaban el enlace de la multiplicidad sensible en una representación pura. Esta representación o intuición pura es, pues, pasiva, dado que no ha podido tenerse hasta que la síntesis de la multiplicidad empírica ha activado la espontaneidad (o ley que residía “dormida” en la imaginación productiva) imaginativa capaz de sintetizarlas en una representación formal o intuición pura. La intuición pura es la representación singular de la pauta a que debe conformarse la estructura de toda intuición, es una intuición que la afec-

<sup>10</sup> Cfr. *KrV*, B 151.

<sup>11</sup> *KrV*, B 160. Acerca de la distinción entre formas puras e intuiciones puras ver: Paton, H. J., *Kant's Metaphysics of Experience*. G. Allen and Unwin LTD, London 1965, vol. 1, pp. 105-106. Torretti, R., *Op. cit.*, 177-179. Rábade Romeo, S.; López Molina, A. M.; Pesquero, E., *Kant, conocimiento y racionalidad*, Cincel, Madrid, 1987, vol. 1, p.131.

<sup>12</sup> *Ibid.*, B 162 n.

ción sensible provoca pero no produce (la comienza pero no la origina) de la posibilidad que se hace efectiva en la percepción. La intuición pura es, en definitiva, la conciencia de la propia posibilidad de percibir; aquello que nos permite prever la estructura de los objetos y de los procesos sensibles sin que tengan que estar siéndonos dados en la afección.<sup>13</sup>

Para nosotros, la forma pura de la sensibilidad puede ser enlazada de diversas maneras. Las diferentes maneras de enlazar o estructurar la forma pura de la sensibilidad viene dada por los esquemas espaciales correspondientes a cada geometría. Pero, como vemos en la argumentación de Kant, sin una referencia a la multiplicidad sensible, todo esto se queda en nada.<sup>14</sup>

### 3. Relación del ámbito directamente intuitivo con el indirectamente intuible

Debido a que la intuición intrateórica se sustenta en un esquema que no proporciona imagen, el ser humano tiene que poder manejarla indirectamente. La relación entre el ámbito intuitivo y el no intuitivo se divide en dos partes: 1- Conexión de la intuición pura con la intuición intrateórica. 2- Conexión de los fenómenos empíricos intuitivos con los fenómenos empíricos no intuitivos.

Con el fin de exponer la relación entre los objetos propios de las geometrías no euclídeas y los objetos euclidianos, invertiremos el orden de exposición de los principios puros del entendimiento.<sup>15</sup>

#### 3.1. Existencia de los objetos no euclídeos (Postulados del pensamiento empírico)

Como no estamos tratando con *cosas en sí*, sino con fenómenos en el espacio y en el tiempo, éstos tienen que sernos dados mediante una percepción. Pero, ¿cómo va a darse una percepción sin imagen? Sin embargo, Kant nos dice que “el postulado según el cual conocemos la realidad efectiva de la cosa, no exige la *percepción* (y, consiguientemente, la sensación, de la cual somos conscientes) inmediata del objeto mismo, cuya existencia se trata de conocer, pero sí exige la conexión de tal objeto con alguna percepción efectiva de acuerdo con las analogías de la experien-

<sup>13</sup> Es curioso que Kant no haga referencia alguna en la *Estética trascendental* a la diferenciación entre formas puras de la intuición e intuiciones puras, tal salvedad hubiera contribuido a esclarecer esta parte de la obra. Aunque, como dice H. J. Paton, no se puede explicar todo a la vez.

<sup>14</sup> Cfr. *KrV*, A 157/B 196.

<sup>15</sup> Acerca de la interconexión entre los diferentes principios del entendimiento, en orden al establecimiento de las características necesarias que debe cumplir todo objeto, ver: López Molina, A. M., “Principios matemáticos y objeto de conocimiento según Kant” *Praxis filosófica*, 19, Universidad del Valle, Julio-Diciembre de 2004, pp. 41-64.

cia, las cuales establecen todo enlace real en una experiencia en general".<sup>16</sup> Por tanto, si podemos enlazar la percepción de un objeto sensible intuitivo con un objeto sensible no intuitivo, estaremos dotando a éste de existencia, ya no estaremos entreteniéndonos con un mero fantasma.

Incluso si las relaciones de los objetos directamente percibidos se explicaran mejor si su geometría no fuera la intuitiva, podíamos considerarlos como objetos no euclidianos. Como toda necesidad es condicionada, siempre que exista la percepción de un objeto, existirá necesariamente también como objeto no euclídeo. Por tanto, los objetos no euclídeos tienen que poder conectarse con alguna percepción directa conforme a las analogías de la experiencia.

### 3.2. Relación causal entre ambas especies de objetos. Analogías de la experiencia

Las analogías filosóficas establecen relaciones cualitativas entre elementos heterogéneos. El miembro ausente no puede construirse, pero puede ser reconocido gracias a que poseerá una determinada característica establecida por la regla de la analogía.<sup>17</sup> Analogía "no significa, como se entiende ordinariamente la palabra, una semejanza imperfecta entre dos cosas, sino una semejanza perfecta entre dos relaciones completamente desemejantes".<sup>18</sup> Por eso, las reglas expresadas en las analogías de la experiencia, sirven para encontrar la existencia de algo ausente mediante la relación que guarda con la existencia de lo dado.

La segunda analogía de la experiencia expresa el principio de la sucesión temporal según la ley de la causalidad. Ésta categoría subordina necesariamente el efecto a la causa. Si los objetos que percibimos responden mejor a una geometría no euclídea que a la geometría euclídea de cara a establecer las leyes que enlazan los fenómenos en una experiencia posible, podemos entender que son los efectos directamente observables de unos fenómenos sometidos a una geometría no euclídea (objetos no euclídeos).

Pero entre un efecto directamente observable y otro no directamente observable no media tiempo alguno, se dan simultáneamente. ¿Cómo podemos establecer una relación causal sin que medie tiempo entre sus dos miembros? La tarea parece compleja, ahora bien, Kant distingue entre el *curso del tiempo*, que caracteriza los eventos tal como se dan en una conciencia, y el *orden del tiempo*, que caracteriza los eventos tal como se nos dan objetivamente, en la conciencia trascendental.

<sup>16</sup> *KrV*, A 225/B 272.

<sup>17</sup> Cfr. *Ibíd.*, A 179-180/B 222.

<sup>18</sup> *Proleg.*, § 58, 267 (*Ak.*, IV, 367-358). Kant inserta una nota a esta observación en la que ofrece varios ejemplos.

Hay que observar aquí que consideramos el orden del tiempo, y no su *curso*. La relación permanece, aunque no haya transcurrido tiempo alguno. El tiempo entre la causalidad de la causa y su efecto inmediato puede ser *fugaz* (pueden, por tanto, ser simultáneos), pero la relación de la una respecto del otro sigue siendo determinable de acuerdo con el tiempo.<sup>19</sup>

La magnitud intensiva es la que nos permite seguir a través de todos los grados la constitución del efecto, sin embargo, como aquí lo directamente intuido es el efecto, la relación se invierte, de ahí que los objetos no euclídeos tengan que ser manejados por una geometría euclídea diferencial.

### 3.3. Magnitud intensiva y geometría diferencial

La categoría de limitación marca un *quantum* de realidad, un grado, siendo susceptible de más y de menos. Los fenómenos son así delimitados entre dos puntos que marcan el contenido de lo real. Tal magnitud es anterior al despliegue de la sucesión del tiempo y de la coexistencia de las partes en el espacio no es, pues, extensiva. Para que esta magnitud fuese extensiva tendría que referirse a un conjunto formado por adición de unidades en un espacio y no a un conjunto que varía de manera inextensa, es decir, a una intensidad.

La sensación como materia, como lo determinable en general es anterior a las intuiciones del espacio y del tiempo, por eso la sensación es instantánea. Pero, como ya vimos, hay que distinguir entre el curso del tiempo y el orden del tiempo. Por eso el esquema de las categorías de la cualidad es la variación continua de la intensidad, que resulta de la determinación categorial del tiempo en lo relativo a su contenido. En virtud de ello esta variación puede ser cuantificada, apoyándose en la posibilidad de un tránsito continuo desde la plenitud de lo real, objeto de la sensación, hasta el cero absoluto. Entre dos límites hay, por tanto, una sucesión de infinitas sensaciones intermedias. En ello consiste la matematización indirecta de las cualidades sensibles (pléoras).

Gracias al cálculo infinitesimal podemos calcular tal variación. Este tipo de cálculo trata sobre “cantidades muy pequeñas”, “evanescentes” o “últimas” ((cuasi) elementos) diferenciales. Dichas cantidades no tienen una magnitud determinada, sino que disminuye sin límite. Newton dijo que:

Estas razones últimas con las que se desvanecen las cantidades no son verdaderamente las razones de cantidades últimas, sino límites hacia los que siempre convergen las razones de cantidades que decrecen sin límite, y a los cuales se aproximan más que por ninguna diferencia dada, pero sin ir más allá ni efectivamente alcanzarlo hasta disminuir

<sup>19</sup> *KrV*, A 203/B 248.

infinitamente las cantidades [...]. Así pues, si para que sea más fácilmente entendido en lo sucesivo hablara de cantidades mínimas, evanescentes o últimas, no debe suponerse que quiero decir con ello cantidades de cualquier magnitud determinada, sino aquellas que se conciben disminuyendo siempre sin límite.<sup>20</sup>

Aunque fueron muchos los que contribuyeron a desarrollar este tipo de cálculo, fueron Leibniz y Newton los que vieron con claridad la posibilidad del cálculo diferencial propiamente dicho. La mayoría de los intentos que pueden ser tomados como precursores fueron en la dirección del cálculo integral y menos en la del cálculo diferencial, sólo ellos dos vieron la íntima relación entre ambas vertientes del cálculo infinitesimal. Newton descubrió el método de series infinitas y el cálculo durante los años 1665-1666. En la primera edición de los *Principia* Newton reconocía que Leibniz estaba en posesión de un método análogo, pero en la tercera edición (1726) fue suprimida la referencia. Desde mediados del pasado siglo se sabe que Newton descubrió el cálculo unos diez años antes que Leibniz. Éste descubrió de manera independiente el cálculo y lo publicó antes que Newton en las *Acta Editorum* de 1684. Otro mérito de Leibniz consistió en la elección de la notación, fue tan clara y simple que es la que se usa actualmente.

Lo que se buscaba en con el cálculo integral era un método general para hallar el área o volumen de (o someter a cuadratura) las figuras geométricas curvas y que, por supuesto, empezara por englobar con los mismos resultados todos los casos ya conocidos por métodos anteriores. Con el cálculo diferencial ocurría algo parecido, pues se trataba de hallar un método que englobara los diferentes procedimientos practicados para determinar las tangentes respectivas de las diferentes figuras.

Newton comenzó considerando en sus métodos infinitesimales aquellas cantidades que van fluyendo, o “fluentes”.<sup>21</sup> En 1742 publicó el *Methodus fluxionum et serierum infinitorum*. En 1676 escribió *De quadratura curvarum*, en el que trató de evitar tanto las cantidades infinitamente pequeñas como las cantidades fluentes, reemplazándolas por una teoría de las llamadas “razones primeras y últimas”. Pero no sería hasta 1687 cuando expusiera su cálculo, éste lo encontramos en la sección primera del Libro primero de los *Principia*, titulada: “Del método de las razones primeras y últimas por cuyo medio se demuestra lo que sigue”<sup>22</sup> y en el Lema II del Libro segundo.<sup>23</sup> Con ello se consiguió la matemática adecuada que hizo posible la nueva física matemática instaurada por Galileo.

<sup>20</sup> Newton, I., *Principios matemáticos de la filosofía natural y su sistema del mundo*, edición preparada por A. Escotado, editora nacional, Madrid, 1982, pp. 257-259.

<sup>21</sup> Cfr. *KrV*, A 170/B 211-212.

<sup>22</sup> Newton, I., *Principios matemáticos de la filosofía natural*. Introducción, traducción y notas de Eloy Rada, Alianza. Ensayo, Madrid, 1998, vol. 1, (en 058) p.157.

<sup>23</sup> *Ibid.*, vol. 2, (en 059) p. 430.

Kant identificó a los fenómenos, en cuanto magnitudes, con las fluxiones newtonianas.<sup>24</sup>

Podemos decir que el principio de las magnitudes intensivas aplicado al espacio es el responsable de la geometría diferencial. Esta geometría ocupó un notable lugar en la geometría de finales del siglo XVIII, pero fue Gauss quien inició en 1827 esta nueva rama de la geometría con su tratado *Disquisitiones circa superficies curvas*. Este tratado consiste en una generalización de la obra de Huygens y Clairaut sobre la curvatura de una curva plana o alabeada en uno de sus puntos, definiendo la curvatura de una superficie en un punto. Así pues, este tipo de geometría se interesa por las propiedades de una curva o una superficie en las proximidades de uno de sus puntos. Al definir el entorno de un punto tal, estudia las propiedades locales de las curvas y de las superficies, la “curvatura gaussiana” o “curvatura total”.

La geometría diferencial llevó a Gauss a formular una serie de “teoremas notables” sobre propiedades de familias especiales de curvas sobre la superficie, tales como las geodésicas. En el proceso de creación de la teoría general de las superficies, la geometría diferencial adquirió nuevas relaciones, especialmente con las geometrías no euclidianas. Por ello entendemos que el aspecto “microscópico” de la geometría diferencial o geometría local o de “pequeña escala” es la herramienta matemática que permite manejar los espacios no euclídeos mediante la integración de infinitos planos diferenciales euclidianos.<sup>25</sup>

### 3.5. Los fenómenos como magnitudes extensivas. Axiomas de la intuición

El principio de los axiomas de la intuición rige la aplicabilidad de los axiomas de la geometría al espacio físico. Su idea fundamental es que todos los fenómenos son espaciales y temporales, lo cual significa que incluyen la representación de un trozo de espacio y un lapso de tiempo. Debido a eso, sólo pueden ser aprehendidos mediante la síntesis de lo múltiple requerida para engendrar la representación de un espacio y un tiempo determinados.

Todas las intuiciones son magnitudes, pero no todas las magnitudes son directamente intuibles. Es posible captar en su evidencia inmediata a los axiomas de la geometría euclídea, siendo tal evidencia mediata para las geometrías no euclídeas. Una magnitud (*quantum*) no directamente intuible, expresa la conciencia de la unidad sintética de lo homogéneo (del tiempo como forma pura de la intuición) en una intuición intrateórica, en virtud de un esquema espacial.<sup>26</sup>

<sup>24</sup> Cfr. *KrV*, A 170/B 211-212.

<sup>25</sup> Este argumento es citado por Paul Natorp y en Ernst Cassirer, pero el que más lo desarrolló fue Karl Bollert. *Vid.*, Bollert, K., *Einsteins Relativitätstheorie und ihre Stellung im System der Gesamterfahrung*, Dresde, Steinkopf, 1921, pp. 62-65.

<sup>26</sup> El esquema espacial expresa las variaciones del quinto postulado, dando lugar a la intuición intrateórica propia de cada geometría.

La magnitud como *quantum*, como lo medible o mensurable, es la intuición pura, ya sea la intuición pura del espacio, que es la imagen pura de todos los objetos del sentido externo; ya sea la intuición pura del tiempo, que es la imagen pura de todos los objetos sensibles en general. Definamos los conceptos *quantum* y *quantitas*:

*Quantitas (quantitas phaenomenon)*: El número, es decir, el esquema puro de las categorías de la cantidad. Constituye una representación que sintetiza la adición sucesiva de unidades homogéneas. Cuantificación o medición.

El *quantum* es lo cuantificable, el sustrato de la cuantificación o medición (*quantitas*). La magnitud como *quantum* es siempre un continuo, en el que el todo es anterior a las partes (magnitud continua), no es un *compositum*, sino un *totum*. Solamente sobre la base de la magnitud continua, puede surgir la magnitud como *quantitas* mediante la posterior división y composición o síntesis de esa magnitud cuantificable continua.

El espacio y el tiempo, en cuanto formas de la intuición son esas magnitudes continuas e infinitas, es decir, sin unificar (de lo infinito no hay intuición). Las intuiciones puras son magnitudes, continuas y finitas, es decir, unificadas.<sup>27</sup> Por consiguiente, el espacio y el tiempo como formas de la intuición son el todo que es limitado o determinado por la síntesis de la imaginación productiva, la cual representa un progreso temporal.<sup>28</sup> Dicho de otro modo, las intuiciones puras limitan o determinan a la forma pura, al todo infinito y continuo, dando lugar a las posiciones (puntos, instantes, límites), permitiendo así la medida, es decir, el número (*quantitas*). Según se determine la forma de la intuición tendremos unas propiedades u otras de medida (una u otra métrica) y, por tanto, generaremos un espacio u otro, pero ese es otro asunto, ya que aquí *limitación* solamente significa coger un trozo del continuo, que es a su vez continuo pero limitado.

Por intuición pura debemos entender aquello que permite estructurar al todo y tratarlo como *compositum*, divide en muchos espacios y tiempos el todo espacio-temporal, permitiendo así que se den puntos e instantes (posiciones de su limitación o estructura), haciendo posible el número y la medida. Como en las geometrías no euclidianas no podemos hablar de intuición pura del espacio, sustituimos este término por el de *intuición intrateórica*, la cual carece de imagen, pero no de esquema estructurador del espacio.

El espacio y el tiempo como formas puras son un continuo sin estructura, las intuiciones puras son limitaciones ideales en ese continuo, le dan estructura. La estructura del espacio es la intuición pura, la intuición pura es la imagen sin intuición empírica de las formas de los objetos. En lo que coinciden las diferentes geometrías es en que son magnitudes infinitas y continuas, es decir, en la forma pura

<sup>27</sup> Cfr. *KrV*, A 169-170/B 211.

<sup>28</sup> Cfr. *L. c.*, A 170/B 211.

(potencialidad, posibilidad de recibir estructuras). En lo que no coinciden es en las intuiciones. En el caso de la geometría euclídea se dan intuiciones puras, en el caso de las geometrías no euclídeas se dan esquemas sin imagen. Estas pseudo-intuiciones tienen una condición sensible, pero no intuitiva, por eso las llamamos intuiciones intrateóricas, ya que proporcionan algo que se puede manejar matemáticamente, pero que no puede ser directamente percibido por el ser humano. Lo que se ajusta a la estructura de las intuiciones puras, posibilitada por las formas puras, son las intuiciones empíricas, pudiendo ser éstas indicios de fenómenos sometidos a otra métrica.

Espacio y tiempo, como magnitudes continuas (*quanta*), carecen de magnitud en el sentido de tener tales o cuales medidas; son más bien los que hacen posible la magnitud en este último sentido, es decir, la magnitud como *quantitas*. Si hay cantidades (*quantitates*) es porque hay algo cuantificable (*quantum*). Así pues, si los fenómenos son magnitudes extensivas, es decir, si tienen una determinada medida o tamaño, ello se debe a su carácter espacial y temporal.

Según lo dicho podemos definir estos términos de la siguiente manera:

- *Quantum* o *quanta continua*: Un todo (un trozo, una cantidad), lo que posibilita la medida.
- *Formas puras*: Posibilitan la medida porque proporcionan la forma del continuo. Es la idea de infinito aplicada al espacio y al tiempo.
- *Intuiciones puras*: Unidad del concepto de *quanta continua*, permite la medida porque acota un trozo, forma todos limitados. Limitación llevada a cabo por la síntesis de la imaginación productiva que limita el todo (formas puras). No son magnitudes discretas sino continuas, es decir, un continuo estructurado limitado, un trozo del continuo. No son otros espacios o tiempos, sino partes de un espacio y un tiempo infinitos.
- *Intuiciones intrateóricas*: La función de éstas es la misma que la de la intuición pura, pero careciendo de imagen, sustentándose tan sólo en un esquema espacial.
- *Quantitas*: Medida posibilitada por el espacio y el tiempo como intuiciones puras. Es una magnitud extensiva discreta (si se toma como unidad de medida), en ella las partes preceden al todo.
- *Quanta continua como intuiciones puras*: Son un todo (*quantum*) infinitamente dividido (continuo estructurado) dentro del todo que da la forma (forma pura).
- *Espacio y tiempo como formas puras*: *Quanta continua* sin unificar. El todo infinito y continuo (del que no tenemos intuición) que da la forma de los fenómenos. La forma es la estructura infinita y continua (aunque sin acotar).

La síntesis pura de la imaginación es la que da estructura a las multiplicidades infinitas y continuas (formas puras). Las formas puras ya tienen una estructura infinita y continua (formas puras de la sensibilidad), por eso son formas. La intuición pura es necesaria para la geometría porque necesita una estructura cuantificable en acto, no sólo en potencia, es decir, que se aplique a los fenómenos externos (los que actualizan a las intuiciones puras).

La forma pura en su aspecto simultáneo puede tener varias estructuras, estas estructuras vienen dadas por los esquemas espaciales, tenemos, pues, dos tipos de esquemas para este cometido:

- Esquemas que son susceptibles de imagen (intuiciones puras), dan lugar a la *geometría euclídea*.
- Esquemas que no son susceptibles de imagen o esquemas espaciales (intuiciones intrateóricas), se trata de aquellos monogramas o patrones de la sensibilidad (no de lo sensible) tanto espaciales como temporales que dan lugar a las *geometrías no euclidianas*.

Los esquemas son reglas que permiten constituir objetos, pero no tiene por qué proporcionar imagen de ellos, es decir, dan pautas para ser aplicadas a lo sensible.

La posible confusión del *quantum* y de éste con la *quantitas* viene de que todo es magnitud:

- *Quantum*:
  - Magnitud continua infinita (formas puras).
  - Magnitud continua determinada (intuición pura). Lo medido o mensurable.
- *Quantitas*:
  - Magnitud que compone la diversidad homogénea mediante unidades. La unidad de medida.
  - Magnitud resultante de medir una cosa como acto de agregar una unidad a otra. La medida.

Si preguntamos por la longitud de algo, preguntamos por su *quantitas*. El resultado de medir es el acto de agregar una unidad a otra. Aquí la representación de las partes es necesariamente anterior a la representación del todo, puesto que la hace posible. La magnitud extensiva es el resultado de la producción del tiempo mismo en la aprehensión sucesiva de un objeto en la intuición.

La prueba trascendental del principio de los axiomas de la intuición demuestra que es la estructura misma de la intuición pura del tiempo y del espacio esquemati-

zado, del espacio y del tiempo como *quanta continua* limitadas, la que posibilita la aplicación de las categorías de la cantidad a los fenómenos, aplicación que hace de éstos magnitudes extensivas, es decir, objetos de una determinada figura, tamaño y dimensiones.<sup>29</sup> Tomados matemáticamente (en cuanto intuiciones, en cuanto espacial y temporal, en cuanto a la forma) los fenómenos son magnitudes extensivas. Los fenómenos son espacios delimitados de los *quanta continua*, es decir del espacio y el tiempo.

La “intuición pura” de un “objeto” no euclidiano no es una intuición, sino el esquema del objeto. No podemos intuirlo, es decir, representárnoslo, pero sí podemos aprehenderlo mediante una *síntesis sucesiva*. De él tenemos algo así como una intuición (intrateórica o esquemática) pero no podemos formarnos su imagen. Por eso no podemos llamar en rigor intuición a esa representación que de él tenemos. Sin embargo, sabemos a qué nos referimos cuando pensamos en la forma de un “objeto” no euclídeo, podemos manejarlo y definirlo matemáticamente, medirlo. Tenemos su regla de construcción sensible, lo construimos y lo encontramos en el mundo, pero no tenemos intuición de él, ni pura ni empírica. Aunque percibamos un objeto cualquiera que esté inmerso en un espacio no euclídeo lo percibimos euclídeamente. De un objeto no euclídeo sólo tenemos su esquema, el cual permite tener de él una “(cuasi)intuición” (generada en la imaginación productiva) aunque sea como reconstrucción euclidiana del esquema del objeto. El esquema nos proporciona dos cosas: 1) el tratamiento matemático del objeto (intuición intrateórica); 2) una (cuasi)imagen del objeto en su reconstrucción euclidiana.

Las cosas, en cuanto “fenómenos” no euclidianos, están sujetas necesariamente a las formas puras de la sensibilidad y a la estructura que le confieren los esquemas espaciales puros (determinaciones de las formas puras), los cuales nos permiten estructurarlas de varias maneras, dando lugar a las diferentes geometrías. Estas determinaciones de las formas puras no son intuiciones, pues no podemos tener imagen de ellas, pero hacen las veces de la intuición pura de cara a la aplicabilidad de las matemáticas a los objetos no euclidianos y, además, permiten formarnos una pseudo-imagen intuitiva euclídea de ellas.

Según Kant, la clave reside en identificar la síntesis sucesiva en la determinación pura del espacio y el tiempo en general (síntesis figurada de la matemática pura) con la de la aprehensión de los fenómenos según su forma. El principio de la determinación de las magnitudes extensivas de todas las intuiciones constituye el “principio trascendental de la matemática de los fenómenos”, puesto que fundamenta la posibilidad de los conocimientos *apriorísticos*.<sup>30</sup> Nosotros diríamos que además hace aplicable la matemática a los objetos de la experiencia (que también es intrateórica), es decir, que aparta la idea de que las geometrías no euclídeas son

<sup>29</sup> Cfr. *Ibíd.*, 163/B 203-204.

<sup>30</sup> Cfr. *Ibíd.*, 165/B 206.

un “juego analítico” sin referente empírico. Los objetos no euclídeos son objetos de una experiencia intrateórica (que también es experiencia posible) de la cual tenemos (aunque solamente) los esquemas, no las imágenes.

Los esquemas espaciales nos proporcionan las diferentes estructuras del espacio<sup>31</sup>. En esas estructuras se encuadran las reglas de construcción de los objetos expresadas por sus esquemas particulares. Los objetos directamente perceptibles (euclídeos) aportan su multiplicidad de la intuición. Los objetos indirectamente perceptibles (no euclídeos) aportan su multiplicidad de las determinaciones que de las formas puras hacen los esquemas espaciales puros.

Según esto, tenemos tres tipos de objetos no intuibles:

- “Objetos” nouménicos.
- Objetos no matemáticos: sólo percibidos por el sentido interno de manera subjetivo-individual (objetos temporales, no espacio-temporales).
- Objetos matemáticos de una experiencia intrateórica o de segundo orden, es decir, objetos no euclidianos.

La experiencia intrateórica se refiere a objetos externos (espaciales, espacio-temporales) de los cuales no podemos tener intuición, pero de los que sí podemos tener experiencia mediata. Podemos manejarlos mediante el tratamiento matemático de sus esquemas puros y tener una (cuasi)imagen de ellos en virtud de su analogía con los objetos euclidianos (analogía euclídea).

La matemática es aplicable a los fenómenos porque la intuición empírica sólo es posible en virtud de las intuiciones puras del espacio y el tiempo.<sup>32</sup> Esta demostración remite al principio supremo de los juicios sintéticos, argumento circular clave de toda filosofía trascendental. Los fenómenos que se ajustan a una geometría no euclídea pertenecen a una realidad sensible imaginada (experiencia intrateórica). Esta experiencia intrateórica es enlazable con la experiencia sensible porque ambas comparten las mismas condiciones de posibilidad, es decir, todo el sistema *a priori* de la filosofía trascendental. Ciertamente, el álgebra de la experiencia parte de la espontaneidad del entendimiento, pero se enlaza con la sensibilidad en virtud de su aplicación a la experiencia directamente percibida. No hay dos experiencias, pero hay fenómenos que se perciben directa o indirectamente por los sentidos y fenómenos de los que sólo podemos tener indicios. Además, el manejo de éstos, se

---

<sup>31</sup> En la Teoría de la relatividad se da un espacio-tiempo tetradimensional, pero el tiempo jamás es algo reversible; si el tiempo pudiera ser reversible estaríamos fuera de la experiencia posible, de ahí que no se pueda superar la velocidad de la luz. La libertad consiste también en esto, conoceríamos las consecuencias de una determinada acción y podríamos cambiarlas, el acto libre inicia una cadena causal, no es a su vez causa de nada.

<sup>32</sup> Cfr. Ídem.

realiza mediante el tratamiento diferencial de la geometría euclídea. El conocimiento de los objetos no euclidianos parte de las condiciones de la posibilidad de la experiencia, los cuales regresan a ella de manera indirecta. La totalidad de este proceso la denominamos *álgebra de la experiencia*.

#### 4. El álgebra de la experiencia en relación a la Teoría de la relatividad

Para poder relacionar la ontología kantiana con la Teoría de la relatividad (especial y general) debíamos resolver, de entrada, el problema que plantean las geometrías no euclídeas. Con ese propósito hemos esbozado un posible procedimiento al que hemos denominado “álgebra de la experiencia”. Para que dicho procedimiento pudiera cerrar su argumentación, hemos tenido que suponer que las relaciones de los objetos directamente percibidos se explican mejor desde una geometría no euclídea. De esta manera pudimos dotar de existencia a los objetos no euclídeos, mediante la relación que guardan con la existencia de los objetos directamente percibidos. Tal supuesto lo confirma la Teoría relatividad. No obstante, para que la relatividad apoye nuestra hipótesis debería poder ser fundamentada desde la filosofía trascendental. El problema es que los principios de la Teoría de la relatividad son tomados por el neopositivismo como eminentemente empíricos.<sup>33</sup> Sin embargo, en un breve artículo de E. Adam titulado “Zur erkenntnistheoretischen Bedeutung des Relativitätsprinzips”<sup>34</sup> se decía que el principio de relatividad es un juicio sintético *a priori*, porque sin proceder de la experiencia sirve para enlazar los fenómenos de la experiencia posible. En efecto, una diferencia considerable entre las concepciones de Hendrik Antoon Lorentz y las de Einstein es que para éste el principio de relatividad es un postulado, mientras que para aquél no lo era:<sup>35</sup>

[Nos vemos conducidos] a la conjetura... de que... para todos los sistemas de coordenadas en los que las ecuaciones mecánicas son válidas [sistemas de referencia inerciales], también lo serán las mismas leyes de la electrodinámica y de la óptica... elevaremos esta conjetura (cuya sustancia será llamada a partir de ahora “principio de relatividad”) a la categoría de un postulado...<sup>36</sup>

La Teoría de la relatividad especial se sustenta también de otro principio: el postulado de la constancia de la velocidad de la luz. Nosotros pensamos que este pos-

<sup>33</sup> Cfr. Schlick, M., *Allgemeine Erkenntnislehre*. Suhrkamp, Francfort, 1979, p. 95.

<sup>34</sup> En *Kant-Studien*, 50 (1958-1959), pp. 405-408.

<sup>35</sup> Cfr. Sánchez Ron, *El origen y desarrollo de la relatividad*, Madrid, Alianza, 1983, p.62.

<sup>36</sup> Einstein, A., “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”. En *Annalen der Physik*, 17, pp. 891-921, 1905. *Apud.*, Sánchez Ron, J. M., *Loc. cit.*

tulado es también, y por idénticos motivos que el anterior, un juicio sintético *a priori*. Se puede objetar que la velocidad de la luz es un dato empírico, lo cual es cierto, pero Einstein no manifiesta solamente eso en él. Dicho postulado expresa que en la naturaleza no puede haber nada que se propague con mayor velocidad que la de la luz. Es como si circulando por las autopistas del espacio nos encontráramos constantemente con la señal de prohibido circular a más de 0,3 m/ns.

Otros autores, como Reichenbach, consiguen reconciliar a Kant con Einstein cambiando el sentido del término *a priori*. El precio a pagar, sin embargo, es demasiado alto puesto que elimina la apodicticidad implícita en el término kantiano. No obstante, Reichenbach lleva a cabo una reformulación de la teoría kantiana digna de ser tenida en cuenta. En ella se pregunta “¿con qué principios se hace unívoca la coordinación entre ecuaciones y realidad?”<sup>37</sup> Nosotros planteamos esta cuestión al establecer la relación entre los objetos no euclidianos y su existencia, respondiendo que la “coordinación” viene mediada por las relaciones establecidas en las analogías de la experiencia.

En resumen, lo que tratamos de defender es que la aparición de la Teoría de la relatividad cambia algunos planteamientos básicos de la Física newtoniana, pero la epistemología kantiana no se ve arrastrada en la caída de ésta.<sup>38</sup>

## 5. El principio empírico de la Teoría de la relatividad

Lo que hace que la relatividad sea interpretada como una teoría empírica es el *principio de equivalencia*. Se trata de una ley empírica, o como diría Carnap, una generalización inductiva. Este principio dice que la masa inercial es igual que la masa gravitatoria, es decir, hace que la *gravedad* y la *inercia* sean la misma cosa. Esta genial idea es necesaria si queremos hacer depender la gravitación de la geometría del espacio-tiempo. Los conceptos de masa inercial y masa gravitatoria expresan propiedades *a priori* diferentes de la naturaleza y son, por tanto, diferentes. Sin embargo, ya en el marco de la Física newtoniana, la experiencia demuestra que eligiendo un sistema de unidades adecuado, sus valores son idénticos, por lo que en la práctica no se establecen diferencias entre ambos. Este hecho, conocido tanto por Newton como por sus seguidores, será aprovechado por Einstein en su Teoría de la relatividad general al establecer un marco conceptual en el que ambas masas sean una misma entidad física. Al hacer depender la gravitación de la geo-

<sup>37</sup> Reichenbach, H., *Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie*, Vieweg & Sohn Braunschweig-Wiesbaden, 1979, p. 273.

<sup>38</sup> La filosofía de Kant no es solamente una fundamentación de la Física newtoniana. Cfr. Sellien, E., “Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie”, *Kant-Studien*, Ergänzungsheft n° 48, Berlín, 1919, pp. 15.

metría se consigue simplificar bastante las leyes físicas, si bien, hay que introducir una geometría no euclídea.

Podríamos decir que el principio de equivalencia es un postulado de la Teoría de la relatividad que responde a un criterio de simplicidad convencional. Sin embargo, pensamos que tanto la elección de uno u otro criterio de simplicidad, como entender que el principio de equivalencia es eminentemente empírico, resulta indecidible desde el punto de vista de la razón pura. Cosa diferente ocurre con el principio de relatividad, puesto que postula una necesaria conexión entre los diferentes sistemas de referencia, considerándolo el propio Einstein un postulado de su teoría. El principio de constancia de la velocidad de la luz tampoco puede considerarse empírico porque establece *a priori* un límite máximo para la velocidad en el Universo.

Ahora bien, si el principio de covarianza o de relatividad es un principio necesario de la experiencia posible, puesto que postula una necesaria conexión entre los diferentes sistemas de referencia, y este principio requiere a su vez del principio de equivalencia para poder ser aplicado a todos los sistemas de referencia, se deduce que el principio de equivalencia debe ser un principio universal y necesario. Si el principio de equivalencia es universal y necesario no puede ser un mero principio empírico, sino un principio *a priori* que permite enlazar sintéticamente los fenómenos de la experiencia posible bajo unas leyes que conservan universalmente su forma. Como dijo Einstein, “no existe ningún método inductivo que guíe hasta los conceptos fundamentales de la física. El desconocimiento de esto constituyó el error filosófico básico de muchos estudiosos del siglo XIX”.<sup>39</sup>

## 6. Hacia una fundamentación ontológica de la naturaleza acorde con la Teoría de la relatividad

Para establecer los fundamentos apriorísticos de la física einsteiniana debemos entender por materia tanto la masa como la energía. Ciertamente, para la Teoría de la relatividad, la masa de un cuerpo aumenta con la velocidad, pero eso no significa que la materia de un móvil varíe. La materia permanece, es una característica de los cuerpos en general. La materia, como concepto metafísico, no está afectada por relatividades.

La masa en Física clásica es una característica del móvil. En la Teoría de la relatividad, por el contrario, no lo es, sino que depende del sistema de referencia adoptado, es decir, de su velocidad relativa. Sin embargo, tanto en Física clásica como en relatividad el peso y la masa son proporcionales.

<sup>39</sup> Beveridge, W. I. B., *The Art of Scientific Investigation*. Vintage, Nueva York, 1950, p.77.

El espacio y el tiempo en la física de Newton son absolutos, por eso en la filosofía de Kant el concepto metafísico de espacio y tiempo coincide con el concepto físico. Sin embargo, en la física de Einstein espacio y tiempo son relativos. Por tal motivo, si queremos que la filosofía de Kant tenga sentido en la concepción relativista, debemos distinguir entre espacio y tiempo como conceptos metafísicos (simultaneidad pura y sucesión pura) y espacio y tiempo como magnitudes (fenómenos) físicos.

El tiempo como forma pura (y el espacio como modalidad suya) es susceptible de recibir diferentes estructuras.<sup>40</sup> Tales estructuras son de carácter intuitivo en la geometría euclídea o de naturaleza esquemática (esquema espacial) en el resto de geometrías. El tiempo y el espacio como magnitudes físicas dependen de la masa y, en este sentido, son empíricos, pero su posibilidad es *a priori*, tal como vieron Eduard Sellien<sup>41</sup>, A. C. Elsbach<sup>42</sup>, Paul Natorp<sup>43</sup> o Ernst Cassirer<sup>44</sup>. Tal aprioridad se manifiesta en los postulados de la Teoría de la relatividad los cuales, como veremos a continuación, son sintéticos *a priori*.

Einstein sustituyó la fuerza gravitatoria por un espacio no euclídeo. Este espacio no euclídeo elimina la fuerza gravitatoria metafísica por un álgebra de la experiencia, también *a priori*, más conforme a las percepciones fenoménicas.

La mecánica se ocupa de la acción recíproca de las fuerzas. Einstein sustituye la acción recíproca, por unas propiedades del espacio que se modifican en función de la materia que se da en él (siendo sólo apreciable para los cuerpos con grandes masas, pero que se supone para todos los cuerpos). Esto supone una aproximación de la acción de los cuerpos sobre el espacio, una infinita aproximación de la naturaleza a la idea.

En relatividad no existe el reposo absoluto, pero sí el relativo. Como la materia se percibe por su movimiento, el reposo ha de ser considerado como un movimiento infinitesimal, el cual es percibido como nulo dentro de un mismo sistema de referencia.<sup>45</sup>

Dado que Einstein no logró unificar toda la física, la razón por la que los cuer-

<sup>40</sup> Cfr. Sellien, E., "Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie", *Kant-Studien*, Ergänzungsheft n° 48, Berlín, 1919, pp. 18-19.

Algunos autores niegan que Kant diera estructura al espacio, por lo que éste no es euclídeo ni no euclídeo. Para ello se apoyan en algunos textos de Kant en los que se baraja la posibilidad de hacer geometrías diferentes a la tradicional. Cfr. Javier de Lorenzo, *Kant y la matemática*, Tecnos, Madrid, 1992, p. 37.

<sup>41</sup> Cfr. Sellien, E., *Art. Cit.*, 1-59.

<sup>42</sup> Cfr. Elsbach, A. C., *Kant und Einstein*, Berlín-Leipzig, Walter de Gruyter, 1924.

<sup>43</sup> Cfr. Natorp, P., *Die logische Grundlagen der exakten Wissenschaften*, Leipzig, Teubner, 1910, p. 338 y 396.

<sup>44</sup> Cfr. E. Cassirer, *Zur modernen Physik*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1972, p. 68.

<sup>45</sup> Cfr. *MANW.*, 28 (Ak., IV, 485, 7-486). Sucede lo mismo que con el contacto físico absoluto.

pos sean impenetrables se sigue debiendo a unas fuerzas fundamentales. La fuerza expansiva pertenece al cuerpo, a la masa, el cual se mantiene unido por la fuerza atractiva. Esta fuerza sólo se da en el cuerpo, no se trasmite a distancia, pero deforma el espacio-tiempo con una velocidad finita, generando un campo gravitatorio.<sup>46</sup>

Las fuerzas que originan la impenetrabilidad de los cuerpos tienen un grado, el espacio-tiempo tiene un grado de curvatura, la velocidad tiene un grado, en resumen, el Universo es un agregado de intensidades. Toda magnitud intensiva es susceptible de variar su grado de intensidad, no es absoluta, es relativa.

## 7. Axiomas pre-geométricos de la Teoría de la relatividad

Lo sintético *a priori* en la Teoría de la relatividad acontece, primeramente en la posibilidad de aplicar la matemática al mundo no directamente intuible. Tal posibilidad la explicamos en lo que llamamos axiomas pre-geométricos y que se corresponden con los axiomas de la intuición pero mediados por el álgebra de la experiencia. Gracias a esta modificación, el principio de los axiomas pre-geométricos puede conservarse casi intacto: *todos los fenómenos son, en virtud de su intuición directa o intrateórica, magnitudes extensivas*.<sup>47</sup>

## 8. Principios perceptivos de la Teoría de la relatividad

El enunciado del principio de las anticipaciones de la percepción se conserva prácticamente igual: *en todos los fenómenos (directa e indirectamente intuibles), la sensación – y lo que en ella corresponde a los objetos (realitas phaenomenon)– posee una magnitud intensiva, es decir, un grado*.<sup>48</sup>

Los principios perceptivos, o anticipaciones de la percepción, se fundan en las categorías de la cualidad. La categoría de limitación es necesaria para que algo pueda ser percibido. La Teoría de la relatividad corrige así esta deficiencia de la Física clásica y de la filosofía kantiana, ya que introduce un límite superior para la velocidad de propagación de todo aquello que podamos percibir. Además elimina la posibilidad de que un cuerpo con masa llegue a alcanzar dicha velocidad.

Como consecuencia de ello, la Teoría de la relatividad establece: que si la velo-

<sup>46</sup> En un *campo* no intervienen fuerzas instantáneas a distancia, sino que los sucesos se propagan por la suma de pasos infinitesimales de un punto a otro, los fenómenos físicos no se ven afectados por fuerzas, sino por el espacio que las rodea, el cual, para explicar los fenómenos físicos que se dan en él, ha de tener una geometría propia.

<sup>47</sup> Cfr. *KrV*, A 162.

<sup>48</sup> Cfr. *Ibíd.*, A 166.

cidad de los cuerpos con masa igualara a la de la luz se produciría una contracción máxima del espacio y una dilatación máxima del tiempo para ese cuerpo. Ello haría que el Universo percibido desde él fuera adimensional, un punto infinitamente denso, una singularidad absoluta, por lo que no se podría percibir. Por el contrario, si la velocidad fuese cero, tendríamos un Universo infinito. Nuestro Universo es finito pero ilimitado,<sup>49</sup> posee una estructura espacio-temporal gracias a que las velocidades relativas que se dan en él tienen un grado entre cero y  $c$ .<sup>50</sup>

El Universo tiene una intensidad que es el sumatorio de todas las intensidades, así como el espacio-tiempo tiene una curvatura constante, suma de todas las curvaturas parciales.

Un Universo como el newtoniano supone la existencia de un infinito actual, el cual no es intuible. El Universo relativista, finito pero ilimitado, sugiere que el Universo es un infinito potencial, es decir, un Universo intuible.

La categoría de limitación determina el reposo como límite inferior y como límite superior el valor de la constante  $c$ , que se corresponde con la velocidad de la luz en el vacío. Que exista una limitación en la velocidad es necesario, ya que de la velocidad infinita no podemos tener percepción alguna. Esta constante se determina empíricamente, sin embargo sabemos *a priori* que para que se dé la experiencia posible (causalidad) tienen que establecerse los límites donde se pueda dar. El intervalo temporal delimita la experiencia directa, pero el intervalo espacial requiere una teoría que lo haga comprensible (no un álgebra de la experiencia, porque ésta requiere la percepción indirecta de los fenómenos) para poder ser enlazado. No olvidemos que el postulado de la constancia de la velocidad de la luz es un requerimiento *a priori* de la Teoría de la relatividad, por consiguiente no es empírico, es un límite impuesto a la naturaleza de manera universal y necesaria.

Por tanto, la existencia de un límite superior de la velocidad de la luz determina el marco de la experiencia posible directa, todo lo que se dé en un intervalo espacial podrá ser entendido mediante la teoría, pues no existe observación ni directa ni indirecta.<sup>51</sup> Según esto la Teoría de la relatividad tendría una parte sintética *a priori* y otra parte puramente analítica, la parte analítica sólo podrá ser caracterizada de manera analógica, pues es aquella en la que las categorías esquematizadas dejan de poder ser aplicadas. Algo parecido ocurre en la mecánica cuántica, en la cual se rompe el marco de la causalidad a favor del marco de la complementariedad de Bohr.

<sup>49</sup> Lo cual no significa que no tenga límites, sino que no podemos encontrarlos debido a nuestra dimensionalidad. Que el Universo sea ilimitado, en este sentido, hace que sea un mundo fenoménico, un infinito potencial pero no actual. De hecho, no es infinito, sólo ilimitado.

<sup>50</sup> La velocidad es una magnitud intensiva, de ahí que se le apliquen las categorías de la cualidad.

<sup>51</sup> No en vano, el intervalo espacial se corresponde con el llamado espacio-tiempo "fantasma" de Minkowski.

## 9. Relaciones espacio-temporales

Las analogías de la experiencia reformuladas a la altura de la Teoría de la relatividad han de contemplar la relatividad de la masa, así como el postulado de la constancia de la velocidad de la luz en el vacío.

Como principio general puede conservarse el de la segunda edición del la *Crítica de la razón pura*: “la experiencia sólo es posible mediante la representación de una necesaria conexión de las percepciones.”<sup>52</sup> Las percepciones pueden ser conectadas entre los diferentes sistemas gracias al principio de covarianza (especial y general). Como dijo E. Adam, el principio de relatividad es un juicio sintético *a priori*, porque sin proceder de la experiencia sirve para enlazar los fenómenos de la experiencia posible.<sup>53</sup>

Dado que el principio de relatividad general no puede ser aplicado sin postular el *principio de equivalencia*, concluimos que este último debe ser entendido como un principio necesario para que puedan darse leyes universales en la naturaleza.

## 10. Principio de permanencia de la materia

Entendemos que la sustancia es el sustrato gracias al cual se da lo permanente en el tiempo, lo permanente en el tiempo es la materia (masa y/o energía). Su principio se enuncia así: *en todo cambio de los fenómenos (directa e indirectamente intuibles) permanece la materia, y el quantum de la misma no aumenta ni disminuye en la naturaleza.*<sup>54</sup> Masa y/o energía son de naturaleza empírica, pero en tanto que permanentes en el tiempo son *a priori*.

El grado de masa que llena un volumen determina el grado de curvatura del espacio-tiempo. Como la suma total de materia es constante en el Universo, éste tiene necesariamente un grado de curvatura constante y positivo; eso hace que sea finito y más o menos esférico. A su vez, el Universo einsteiniano, ilimitado pero finito, permite que la cantidad de materia (masa o energía) que en él se da pueda mantenerse constante, cosa que era difícilmente aplicable en un Universo infinito como el de la Física newtoniana. Ante este argumento estamos tentados a decir con Natorp que la Teoría de la relatividad no sólo no contradice a la *Crítica de la razón pura*, sino que la corrobora,<sup>55</sup> al menos en algunos aspectos.

<sup>52</sup> Ibid., A 176/B 218.

<sup>53</sup> Cfr. Adam, E., “Zur erkenntnistheoretischen Bedeutung des Relativitätsprinzips” *Kant-Studien*, 50 (1958-1959), pp. 405-408.

<sup>54</sup> Cfr. *KrV*, B 224.

<sup>55</sup> Cfr. Natorp, P., *Op. cit.*, 403.

## 11. Principios de causalidad y de acción recíproca

La gravitación universal de la Física newtoniana establece una simultaneidad recíproca instantánea entre todos los cuerpos del Universo. Kant defendió la idea de una acción causal a distancia como condición de posibilidad de la experiencia. Desde el marco conceptual de la Teoría de la relatividad la acción a distancia es imposible. Sólo existiría acción a distancia desde la perspectiva de un objeto que fuera a la velocidad de la luz, en el sentido de que el espacio se contrae y el tiempo se dilata infinitamente,<sup>56</sup> pero no así para el observador que es el que genera la experiencia posible.

La atracción a distancia no se da, se da acción causal instantánea sólo entre cosas adyacentes, y aún así existe un lapso mínimo de tiempo. Este lapso mínimo de tiempo puede ser despreciado. Kant también desprecia el espacio mínimo que se da en entre dos objetos contiguos cuando habla de la mecánica en los *Principios metafísicos de la ciencia natural*. En esta misma obra, al tratar el tema de la dinámica, Kant establece un par de fuerzas que dan cohesión a la materia. Una fuerza es de atracción y la otra de repulsión.<sup>57</sup> La fuerza de atracción en la Teoría de la relatividad sólo se daría en el interior del cuerpo, pues lo que se trasmite no es una fuerza, sino una deformación en la geometría del espacio-tiempo, como corresponde a la idea de campo físico. Era intención de Einstein unificar toda la Física bajo principios relativistas, estableciendo una teoría del campo unificada, pero tal cosa no fue posible.<sup>58</sup>

El problema de eliminar la acción a distancia instantánea, o si se prefiere, introducir un límite al valor de la velocidad de propagación de la acción causal, es que el concepto de simultaneidad se torna problemático. Si ninguna acción causal se propaga a una velocidad superior a la de la luz, la simultaneidad absoluta sólo puede atribuirse a hechos que ocurran en un mismo lugar (simultaneidad local); en los demás casos, la simultaneidad es definida por convenio y relativa al marco de referencia que se elija.<sup>59</sup>

La relatividad de la simultaneidad implica la relatividad de la sucesión, pero el orden de sucesión de dos fenómenos es absoluto dentro de un intervalo temporal. Es decir, dados dos fenómenos A y B, A precede a B con respecto a todos los sistemas de referencia, cuando la distancia espacio-temporal entre A y B es tal que una

<sup>56</sup> Además, tal cosa no puede darse porque su masa se haría infinita, requiriendo una energía infinita. Las partículas que se aceleran hasta alcanzar velocidades próximas a la de la luz tienen una masa muy pequeña. Los corpúsculos que alcanzan la velocidad de la luz tienen naturaleza dual, transformándose en una onda (energía) cuando alcanzan dicha velocidad.

<sup>57</sup> Cfr. *MANW.*, 46 (Ak., IV, 498, 16 ss.).

<sup>58</sup> El propósito de Einstein era reunir en una sola fórmula la explicación de los campos gravitatorios y electromagnéticos. Cfr. Wisehart, M. K., "A Close Look at the World's Greatest Thinker". *American* (junio de 1930), p. 21. En Brian, D., *Einstein*. Acento, Madrid, 2005, p. 278.

<sup>59</sup> Cfr. Sánchez Ron, J. M., *Op. cit.*, 68.

acción causal iniciada en el lugar de A al tiempo de ocurrir este fenómeno, puede, en principio, afectar a B.<sup>60</sup> Debido a esto, las leyes de la física son las mismas independientemente del sistema de referencia empleado, tal como dice el principio de relatividad. Las ecuaciones de transformación de Lorentz permiten relacionar diferentes sistemas teniendo en cuenta la única magnitud absoluta que encontramos en la física relativista, la constante  $c$ .

Esta conclusión corrobora el análisis kantiano de la función del concepto de causalidad en la ordenación de la experiencia: también en la física relativista sólo la conexión causal entre dos fenómenos autoriza para establecer el orden objetivo de sucesión entre ellos. El presente es el punto de inflexión en el que se unen los sucesos pasados cuyos efectos pueden alcanzarme, con aquellos sucesos futuros alcanzables por mis efectos. Los sucesos que caen fuera de mi intervalo temporal, es decir, en un intervalo espacial, solamente podrán ser conocidos cuando sus efectos me afecten, cuando entren en mi “cono de luz”. En este sentido mi cono de luz es el horizonte de mi experiencia posible. El espacio-tiempo fantasma que descubrió Hermann Minkowski define para mí una región fantasma de la experiencia, puesto que está desconectada de mi experiencia posible.

Por consiguiente, el principio de causalidad de la Teoría de la relatividad puede enunciarse del siguiente modo: *todos los cambios tienen lugar de acuerdo con la ley que enlaza causa y efecto en un intervalo temporal, o si se prefiere, en mi experiencia posible.*<sup>61</sup>

## 12. Dios no juega a los dados

Ya vimos los postulados del pensamiento empírico al hablar del álgebra de la experiencia, por eso ahora sólo nos ocuparemos de los principios que resumen el sistema de la ontología *a priori* de la naturaleza en virtud del postulado de la *necesidad*.<sup>62</sup>

*In mundo non datur hiatus e In mundo non datur saltus*: Para ver la aceptación de estos dos principios baste recordar el rechazo que sentía Einstein hacia la Mecánica cuántica, debido a que esta introducía una discontinuidad fundamental en la naturaleza.<sup>63</sup> Einstein veía a la teoría cuántica como un inadmisibles juego de dados.<sup>64</sup>

<sup>60</sup> Weyl, H., *Space-Time-Matter*: Dover Publications, New York, 1952, pp. 174-177; v a., Minkowski, H., “Space and time”, en *The Principle of Relativity*. Dover Publications, New York, 1952, pp. 75-91.

<sup>61</sup> Cfr. *KrV*, B 232.

<sup>62</sup> Cfr. *Ibid.*, A 228-229/B 280-282.

<sup>63</sup> *Vid.*, Popper, K. R., *Post Scriptum a la lógica de la investigación científica, Volumen III. Teoría cuántica y el cisma en física*. Traducción de Marta Sansigre Vidal, Tecnos, Madrid, 1995, pp. 30-34, 121-122, 164-167.

<sup>64</sup> Cfr. *Born-Einstein Letters*, núm. 81, Walker, Nueva York, 1971, p. 148. En Brian, D., *Op. cit.*, 524.

*In mundo non datur casus*: Este principio elimina el azar de la naturaleza. La frase de Einstein *Dios no juega a los dados* resume de una manera incomparablemente gráfica este principio.<sup>65</sup>

*In mundo non datur fatum*: Plantea una inteligibilidad esencial de lo real. La idea rectora de Einstein es justamente ésta. Por encima de todas las relatividades podemos encontrar unas leyes universales y necesarias. El planteamiento de Einstein es, en el fondo, completamente kantiano.

## Bibliografía

- ADAM, E., titulado “Zur erkenntnistheoretischen Bedeutung des Relativitätsprinzips”, En *Kant-Studien*, 50 (1958-1959).
- BEVERIDGE, W. I. B., *The Art of Scientific Investigation*. Vintage, Nueva York, 1950.
- BOLLERT, K., *Einsteins Relativitätstheorie und ihre Stellung im System der Gesamterfahrung*, Dresde, Steinkopf, 1921.
- BRIAN, D., *Einstein*. Acento, Madrid, 2005, p. 278.
- CASSIRER, E., *Zur modernen Physik*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1972.
- DE LORENZO, J., *Kant y la matemática*, Tecnos, Madrid, 1992.
- DUQUE, F., *La fuerza de la razón. Invitación a la lectura de la “Crítica de la razón pura” de Kant*. Edit. Dickinson, Madrid, 2002.
- EINSTEIN, A., *El significado de la relatividad*. Traducción de Carlos E. Prélat y Albino Arenas Gómez, Espasa-Calpe (Planeta-De Agostini), Barcelona, 1985.
- EINSTEIN, A., *The Collected Papers of Albert Einstein*. Princeton University Press, Princeton, 1989.
- EINSTEIN, A., *Sobre la Teoría de la relatividad especial y general*. Traducción de Miguel Paredes Larrucea, Alianza (RBA), Barcelona, 2002.
- EINSTEIN, A., *Ideas y opiniones*. Traducción de Álvarez Flórez y Ana Goldar, Antoni Bosch, editor, (RBA), Barcelona, 2002.
- EINSTEIN, A., “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”. En *Annalen der Physik*, 17.
- ELSBACH, A. C., *Kant und Einstein*, Berlín-Leipzig, Walter de Gruyter, 1924.
- HUSSERL, E., *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental*. Traducción de Jacobo Muñoz y Salvador Mas, Crítica, Barcelona, 1991.
- KANT, I., *Crítica de la razón pura*. Prólogo, traducción, notas e índices por Pedro Ribas. Alfaguara, Madrid, 2002.

<sup>65</sup> Cfr. Seelig, C., *Albert Einstein: A Documentary Biography*, p. 184. En Brian, D., *Op. cit.*, 495.

- KANT, I., *Principios formales del mundo sensible y del inteligible (Disertación de 1770)*. Versión castellana de Ramón Ceñal Lorente, Estudio preliminar y Complementos de José Gómez Caffarena, CSIC, Colección clásicos del pensamiento, Madrid, 1996.
- KANT, I., *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*. Introducción, traducción, comentarios y notas de Mario Caimi, Epílogo de Norbert Hinske, Colección Fundamentos n.º 153, Itsmo, Madrid, 1999.
- KANT, I., *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*. Estudio preliminar y traducción de José Aleu Benítez, Tecnos, Colección Clásicos del pensamiento, Madrid, 1991.
- KANT, I., *Cómo orientarse en el pensamiento*. Traducción de Carlos Correas, Leviatán, Buenos Aires, 1982.
- KANT, I., *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*. Introducción, traducción, comentarios y notas de Mario Caimi, Epílogo de Norbert Hinske, Colección Fundamentos n.º 153, Itsmo, Madrid, 1999.
- LÓPEZ MOLINA, A. M., “Principios matemáticos y objeto de conocimiento según Kant” *Praxis filosófica*, 19, Universidad del Valle, Julio-Diciembre de 2004, pp. 41-64.
- MINKOWSKI, H., “Space and time”, en *The Principle of Relativity*. Dover Publications, New York, 1952.
- NATORP, P., *Die logische Grundlagen der exakten Wissenschaften*, Leipzig, Teubner, 1910.
- NEWTON, I., *Principios matemáticos de la filosofía natural*. Introducción, traducción y notas de Eloy Rada, Alianza. Ensayo, Madrid, 1998.
- PATON, H. J., *Kant's Metaphysic of Experience*. G. Allen and Unwin LTD, London 1965.
- POPPER, K. R., *Post Scriptum a la lógica de la investigación científica, Volumen III. Teoría cuántica y el cisma en física*. Traducción de Marta Sansigre Vidal, Tecnos, Madrid, 1995.
- RABADE ROMEO, S.; LÓPEZ MOLINA, A. M.; PESQUERO, E., *Kant, conocimiento y racionalidad*, Cincel, Madrid, 1987, vol. 1.
- REICHENBACH, H., *Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie*, Vieweg & Sohn Braunschweig-Wiesbaden, 1979.
- SÁNCHEZ RON, J. M., *El origen y desarrollo de la relatividad*, Madrid, Alianza, 1983.
- SCHLICK, M., *Allgemeine Erkenntnislehre*. Suhrkamp, Francfort, 1979.
- SELLIEN, E., “Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie”, *Kant-Studien*, Ergänzungsheft n° 48, Berlín, 1919.

- TORRETTI, R., *Manuel Kant. Estudio sobre los fundamentos de la filosofía crítica*. Ediciones de la universidad de Chile, Chile, 1967./ Editorial Charcas, Buenos Aires, 1980.
- TORRETTI, R., “La geometría en el pensamiento de Kant”. *Anales del seminario de metafísica*, IX, Madrid, 1974.
- VLEESCHAUWER, H.-J. de, *La déduction transcendentale dans l’oeuvre de Kant*. 3 Vols. “De Sikkel”, Antwerpen, 1834-1836-1837.
- VLEESCHAUWER, H.-J. de, *La evolución del pensamiento kantiano. Historia de una doctrina*. Traducción de Ricardo Guerra, Universidad Nacional Autónoma de México, México, DF., 1962.
- WEYL, H., *Space-Time-Matter*. Dover Publications, New York, 1952.