

## *Modelado de la morfodinámica de playas por medio de formulaciones de «Equilibrio»*

R. MEDINA, C. VIDAL, M. GONZÁLEZ

Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas.  
Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente.  
Universidad de Cantabria. 39005, Santander

A. M. BERNABEU

Departamento de Geociencias Marinas y Ordenación del Territorio.  
Universidad de Vigo. 36200

J. GALOFRÉ

Demarcación de Costas de Tarragona. Dirección General de Costas.  
Plaza Imperial Tarraco, Tarragona

### RESUMEN

El presente artículo recoge los avances producidos en los últimos años en la representación de lo que se ha dado en llamar «playa de equilibrio», entendiendo como tal la configuración a la que tiende la forma de la playa bajo condiciones estacionarias de la dinámica actuante. Si bien en sentido estricto esta configuración de equilibrio no existe en la naturaleza, puesto que no existe dicha condición estacionaria, este concepto «ideal» de una playa es ampliamente usado puesto que permite tener una representación aproximada, pero fiel, de la morfología de la misma. La «playa de equilibrio» queda definida por tres aspectos: su perfil de equilibrio, su planta de equilibrio y su granulometría de equilibrio. En lo que se refiere al primer aspecto se presentan los últimos modelos de perfil de equilibrio que adoptan expresiones de dos tramos al objeto de permitir una mejor representación de los diferentes procesos que tienen lugar en la zona de rotura y en la zona de asomeramiento. Las recientes formulaciones (Medina *et al.*, 2000) permiten, además, incluir el efecto de la reflexión y de la marea en la forma del perfil. En lo que se refiere a la forma en planta de equilibrio las formulaciones utilizadas siguen siendo las propuestas por Hsu y Evans (1989) si bien los últimos avances permiten utilizar esta formulación de modo predictivo (González y Medina, 2001). Por último se presentan los últimos avances desarrollados en el tema de granulometría de equilibrio que ha sido recientemente incluido en los estudios de playa de equilibrio (Galofré y Medina, 2000) y proporciona información sobre la granulometría que es compatible con la dinámica actuante en una playa.

### ABSTRACT

In this paper recent advances in the so-called «Equilibrium Beach» representation are presented. The equilibrium beach is defined as the hypothetical final shape that a beach would reach for a given constant wave forcing. Although this equilibrium shape is

not possible in nature, since the stationary state is never reach, this «ideal» concept is widely used since allows beach investigators to have an approximate, but realistic, representation of the beach morphology. Equilibrium beach consists of three elements, equilibrium beach profile, equilibrium plan form and equilibrium grain size distribution. Regarding the equilibrium beach profile, new developed models represent the profile in two different zones, allowing a better representation of the processes involved in the breaking and shoaling part of the profiles. These new models (Medina *et al.*, 2000) also allow including the effect of the wave reflection from the beach and the tide. The most widely used formulation for representing the equilibrium plan form is the one proposed by Hsu and Evans (1989), recent advances in this area have been oriented to increase the capabilities of the formulation for predictive and design purposes (González y Medina, 2001). Finally new equilibrium grain size distribution formulations are presented. These formulations have been recently developed (Galofré y Medina, 2000) and give information on the sand distribution compatible with the existing wave conditions.

## 1. INTRODUCCIÓN

El siglo XX ha sido testigo de una explosión demográfica sin precedentes y de una revolución en las formas de vida y de trabajo, que de forma conjunta han potenciado y renovado los usos de las zonas litorales. Las playas, en el contexto antes mencionado, constituyen por lo general los elementos más valorados de la costa, lo que ha originado que sean receptoras de un sinnúmero de actuaciones y agresiones, que han generado importantes problemas de gestión en esta franja del territorio. Decidir las actuaciones más adecuadas en cada caso es tarea fundamental de muchas personas, profesionales de distintas disciplinas, que deben actuar de forma conjunta, si se quiere llegar a soluciones óptimas, máxime cuando dichas actuaciones suelen comprometer no sólo el presente, sino también el futuro de muchas generaciones. Es, por tanto, imprescindible, aumentar los conocimientos científicos existentes sobre estos ámbitos del litoral para así poder evaluar los costes y beneficios, a corto y largo plazo, de cada intervención.

Un rápido repaso a la evolución de los conocimientos sobre morfodinámica de playas nos conduce a un camino con dos vías paralelas, una inductiva basada en conceptos de equilibrio y otra deductiva basada en los procesos litorales (dinámicas y transporte de sedimentos). En efecto, hasta finales de los años 50 el conocimiento científico que se tenía de las playas era puramente empírico y estaba basado en las observaciones realizadas por físicos, geólogos y geomorfólogos. Estos investigadores fueron los primeros en reconocer ciertas propiedades «agregadas» de la morfología de las playas. Estas propiedades agregadas, también conocidas como condiciones de equilibrio, ponían de manifiesto que las playas, a pesar de estar formadas por infinidad de pequeñas partículas de arena, fácilmente susceptibles de ser erosionadas y transportadas, adoptaban una configuración determinada que seguía un cierto patrón reconocible en todas ellas. En esa época, y gracias al trabajo de algunos ingenieros de

costas (Bruun, 1954; Silverter, 1960; Dean, 1977...), se propusieron formulaciones empíricas que permitían una primera aproximación a las formas de equilibrio antes mencionadas.

A finales de los años sesenta, con el descubrimiento de los flujos medios asociados al oleaje que alcanza a una playa (Bowen, 1969; Longuet Higgins, 1970...), se establecieron los principios básicos de los procesos que gobiernan la morfodinámica de las mismas. Este «descubrimiento» de dinámicas asociadas al oleaje no ha cesado desde entonces y a los términos que en su día aparecieron en la ingeniería de costas tales como: corrientes longitudinales, corrientes de retorno, sobre-elevación del nivel del mar... se van añadiendo otros como son: ondas de borde, ondas de cizalla, ondas infragravitatorias... que nos ilustran sobre la complejidad de los procesos que acontecen en la zona de rotura de las playas. El conocimiento de estos «procesos» abrió una nueva línea de aproximación al estudio de una playas basada, no ya en elementos empíricos agregados, sino en el análisis pormenorizado de las dinámicas existentes en una playa y la evaluación del transporte de arena asociadas a las mismas.

El enorme desarrollo de los ordenadores en los años 80 hizo pensar a la comunidad científica que sería capaz, a través de esta vía de análisis, de cuantificar la evolución a medio y largo plazo de los cambios acontecidos en una playa. La realidad ha mostrado, sin embargo, que ese día está aun lejos, no solo por potencia de computación sino por el incompleto conocimiento que aún se tiene del conjunto de procesos que gobiernan la morfología de las playas.

La situación actual es la existencia de dos vías de análisis que proporcionan información complementaria, una inductiva, basada en conceptos de equilibrio, que da información sobre la morfología de una playa a largo plazo (meses, años) y otra deductiva o de procesos que permite obtener información sobre la morfodinámica de una playa en corto plazo (horas-días). En la actualidad se están realizando esfuerzos en el sentido de combinar ambas vías habiéndose desarrollado modelos de procesos que incluyen condiciones de equilibrio y formulaciones de equilibrio que cuya deducción parte de un análisis de los procesos.

En este artículo nos centraremos en las contribuciones más recientes relativas a este último particular y en concreto a las formulaciones que evalúan el perfil de equilibrio, planta de equilibrio y granulometría de equilibrio.

## **2. PERFIL DE EQUILIBRIO**

### **2.1. Introducción**

El perfil de equilibrio representa, junto con la planta de equilibrio, uno de los pilares básicos en los que se sustenta el concepto de playa de equilibrio, entendiéndose como tal la configuración a la que tiende la forma de la playa bajo una situación estacionaria de la dinámica actuante. Si bien en sentido estricto

esta configuración de equilibrio no existe en la naturaleza, puesto que no existe dicha condición estacionaria, este concepto «ideal» de una playa permite tener una representación aproximada, pero fiel, de la morfología de una playa.

En el caso del perfil de playa las aplicaciones de este «perfil de equilibrio» son múltiples destacándose su utilización en las obras de regeneración y restauración de playas y en múltiples modelos numéricos y conceptuales que han de suponer una configuración previa de la morfología del perfil de playa.

En lo que se refiere al primer aspecto, el perfil de equilibrio es utilizado, junto con la planta de equilibrio, en la cubicación del volumen de arena necesario en una regeneración de playa o en el dimensionamiento de las longitudes y cotas de obras de protección del litoral tales como espigones de contención de arenas o diques exentos. Este particular, de evidentes repercusiones económicas, estéticas y sociales confiere, por sí solo, una gran importancia a las formulaciones de equilibrio pues de su precisión y capacidad de representar la realidad depende el éxito de gran número de actuaciones en la costa.

Además de lo anterior el perfil de equilibrio es utilizado, como ya se ha comentado, en numerosos modelos numéricos y conceptuales de los llamados de «procesos» (p.e. «one-line», modelos de transporte, corrientes medias en playa...) que requieren tener información de alguna característica de los perfiles de playa (p.e. pendiente media de la playa, profundidad de corte, forma del perfil...).

## 2.2. Trabajos previos: perfil de un solo tramo

Brunn (1954) encontró, a partir del análisis de perfiles de playa de la costa norte danesa y de Mission Bay (California), que estos seguían la siguiente relación:

$$h(x) = Ax^{-2/3} \quad (1)$$

donde  $h(x)$  es la profundidad a una distancia  $x$  de la línea de costa, y  $A$  es un parámetro de escala que depende, principalmente, de las características sedimentarias. La aplicación inicial de esta expresión estaba limitada a la zona del perfil aguas-adentro del punto de rotura.

Dean (1977) extendió la aplicación de esta expresión a la zona de rompientes, ajustándola a 504 perfiles de la costa atlántica y del golfo de Estados Unidos medidos por Hayden *et al.* (1975). Utilizando el método de mínimos cuadrados obtuvo la misma expresión que Bruun, ecuación (1). A pesar de que, inicialmente, esta formulación se obtuvo de forma empírica, Dean (1977) dio una base teórica a su modelo basándose en la asunción de que la disipación de energía por unidad de volumen,  $D^*$ , en la zona de rotura es constante.

A partir de la revisión de los datos analizados por Dean (1977), Moore (1982) propuso una relación empírica entre el coeficiente de proporcionalidad

A y el tamaño de grano del sedimento. Posteriormente, Dean (1987) relacionó el parámetro A con la velocidad de caída de grano, transformando los datos de Moore, y obteniendo la expresión:

$$A = 0,51 w^{0,44} \quad (2)$$

donde  $w$  es la velocidad de caída de grano, expresada en m/s.

A partir del estudio de la erosión de dunas, utilizando ensayos llevados a cabo en un tanque, Vellinga (1983) desarrolló una expresión para el perfil en erosión donde se incluía el efecto de la altura de ola significativa en profundidades indefinidas,  $H_{os}$ , y de la velocidad de caída de grano,  $w$ :

$$\left(\frac{7,6}{H_{os}}\right)h = 0,47 \left[ \left(\frac{7,6}{H_{os}}\right)^{1,28} \left(\frac{w}{0,0268}\right)^{0,56} x + 18 \right]^{0,5} - 2,0 \quad (3)$$

Vellinga (1983) fijó el exponente  $n = 0,5$  de forma empírica. Posteriormente, en un nuevo análisis de los resultados de sus ensayos, concluyó que el perfil de erosión podía ser definido por una curva potencial, similar a la propuesta por Brunn (1954) y Dean (1977), donde el exponente de mejor ajuste para sus ensayos era  $n = 0,78$ :

$$h(x) = Ax^{0,78} \quad (4)$$

Contrastando los resultados obtenidos utilizando  $n = 2/3$  y  $n = 0,78$ , los perfiles representados eran prácticamente coincidentes.

Bodge (1992) comprobó que una expresión exponencial aproximaba mejor la forma del perfil en equilibrio de ciertas playas. Así, desarrolló un modelo de perfil exponencial dado por la expresión:

$$h = B(1 - e^{-kx}) \quad (5)$$

donde  $B$  y  $k$  eran unos coeficientes empíricos. Considerando los mismos perfiles utilizados por Dean (1977), Bodge (1992) demostró que, en ciertas playas, este perfil exponencial ajustaba mejor que la formulación potencial de Brunn/Dean, ecuación (1), incluso cuando se dejaba como variable libre el exponente  $n$ . En el modelo, el coeficiente  $k$  determina la concavidad del perfil, mientras que el coeficiente de proporcionalidad  $B$  define la profundidad aguas adentro a la que se aproxima el perfil de forma asintótica.

Siguiendo los trabajos de Bodge (1992), Komar y McDougal (1994) utilizaron una expresión exponencial en el análisis de perfiles medidos a lo largo de la costa del Delta del Nilo. Esta expresión es ligeramente diferente a la propuesta por Bodge (1992), dependiendo directamente de la pendiente del frente

de playa,  $S_o$ , y con un único coeficiente por ajustar,  $k$ , que determina el grado de concavidad del perfil:

$$h = \frac{S_o}{k} (1 - e^{-kx}) \quad (6)$$

Todas estas formulaciones no permiten, sin embargo, representar algunas características de los perfiles reales como son la influencia del oleaje en la forma del perfil, la influencia de la marea o la interacción entre el perfil sumergido y el perfil de rotura, puesto que la obtención de las mismas se basa, exclusivamente, en ajustes a datos.

### 2.3. Nuevos avances: perfil en dos tramos

La idea de utilizar un perfil compuesto por dos tramos separados en el punto de rotura fue inicialmente propuesta, de forma heurística, por Iribarren (1954). Posteriormente, y con base en datos de campo, Inman *et al.* (1993) propusieron una forma compuesta del perfil, ajustando un perfil de Brunn/Dean a cada uno de los tramos. El tramo superior del perfil lo denominaron *bar-berm*, mientras que al tramo inferior se refirieron como *shorerise*. Los autores justificaron esta división, considerando los diferentes procesos que actúan dentro de cada uno de los segmentos, con el asomeramiento de ondas a lo largo del segmento *shorerise* y la rotura del oleaje y la propagación de olas rotas (*bores*) en el segmento *bar-berm*.

Recientemente, Medina *et al.* (2000) han desarrollado una formulación de perfil de equilibrio cuya deducción teórica está basada en la importancia relativa de los diferentes procesos que intervienen en el balance energético de la propagación del oleaje en el perfil de playa. El modelo desarrollado parte de la ecuación de conservación de flujo de energía:

$$\frac{dF_t}{dx} = \varepsilon_b + \varepsilon_f \quad (7)$$

donde  $F_t$  es el flujo total de energía (incidente y reflejado),  $\varepsilon_b$  es la disipación debida a las olas rotas y  $\varepsilon_f$  es la disipación por fondo. Utilizando como modelo de disipación el propuesto por Thornton y Guza (1983) y analizando la importancia relativa de los términos con base en datos medidos en los ensayos de SUPERTANK, estos autores han obtenido expresiones de perfil de equilibrio válidas para las diferentes zonas del perfil de playa y en las que, en función de las dinámicas incluidas en  $F_t$ , se puede tener en cuenta la variación del oleaje, la influencia de la marea o la importancia de la reflexión en el perfil de playa.

El perfil de playa obtenido es, en cualquier caso, un perfil compuesto por dos tramos: un perfil de rotura y un perfil de asomeramiento (Fig. 1). La intersección entre ambos tramos coincide con el punto de rotura, ya que dicho punto marca la separación entre la acción del asomeramiento y la rotura sobre el perfil. La localización del punto de inflexión en el perfil viene definida por los parámetros  $x_r$ , distancia horizontal entre el inicio del perfil de rotura y el punto de separación, y  $h_r$ , profundidad a la que se localiza dicho punto. El parámetro  $x_0$ , que también aparece en la Figura 1, marca la distancia horizontal entre el inicio del perfil de rotura y el inicio virtual del perfil de asomeramiento sobre el nivel medio del mar. La profundidad  $h_a$  determina el límite exterior del perfil de equilibrio que estos autores fijaron, de acuerdo a consideraciones de inicio de transporte de sedimentos, en  $h_a \cong 3 H_s$ , siendo  $H_s$  la altura de ola significativa media mensual incidente en el perfil.

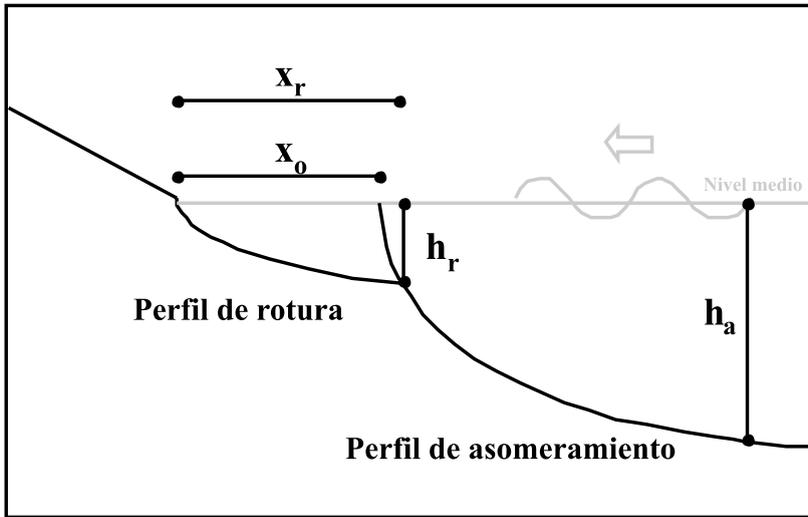


Figura 1. Esquema del modelo de perfil de equilibrio en dos tramos propuesto.

*Playa disipativa sin marea*

El caso más simple de los analizados por estos autores corresponde al de un perfil de playa ubicada en un mar sin marea en el que toda la energía incidente se disipa a lo largo del perfil de playa. En este caso la expresión de los diferentes tramos del perfil resulta:

$$h = A_R^{2/3} \quad 0 < x < x_r \tag{8}$$



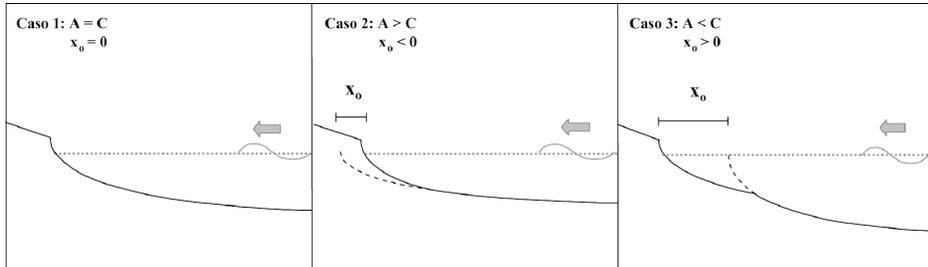


$$X = x - x_o = \left(\frac{h}{C}\right)^{3/2} \quad x_r < x < x_a \quad (9)$$

$$x_o = x_r \left(1 - \frac{A_R^{3/2}}{C^{3/2}}\right) \quad (10)$$

donde  $A_R$  y  $C$  son dos parámetros de ajuste que dependen de las características del sedimento del oleaje incidente, véase ecuaciones (15, 16 y 17). Teniendo en cuenta la expresión obtenida para definir la localización del inicio del perfil de asomeramiento, ecuación (10), podemos encontrar tres situaciones posibles, que aparecen representadas en la Figura 2:

- Cuando  $A_R = C$ . En esta situación, el parámetro  $x_o$  es nulo, lo cual nos indica que el perfil de rotura y de asomeramiento coinciden. El perfil de equilibrio se define con una única curva.
- Cuando  $A_R > C$ . El parámetro  $x_o$  se hace negativo, es decir, el inicio del perfil de asomeramiento se localiza antes del inicio del perfil de rotura.
- Cuando  $A_R < C$ . El parámetro  $x_o$  toma valores positivos. El inicio del perfil de asomeramiento se sitúa entre el punto de inicio del perfil de rotura y el punto de inflexión del perfil.



**Figura 2.** Morfologías posibles del perfil en dos tramos, considerando sólo disipación, en función de la relación entre los coeficientes de forma.

### Playa reflejante sin marea

La mayor parte de la energía incidente que alcanza una playa se disipa debido a la rotura del oleaje aunque, bajo determinadas condiciones, se puede llegar a producir una reflexión significativa, devolviendo parte de dicha energía hacia aguas más profundas. Diversos autores (Elgar *et al.*, 1994, Baquerizo *et al.*, 1997, 1998) han analizado datos de oleaje registrados a lo largo del perfil de playa, procedentes tanto de medidas de campo, como de laboratorio. Esto ha

permitido evaluar la relevancia del coeficiente de reflexión,  $R$ , que, en algunos casos estudiados, llega a alcanzar un valor del 18% de la energía incidente.

La inclusión de la reflexión en la ecuación (7) es directa si bien su resolución requiere el establecimiento de una nueva condición de contorno que, consecuentemente, da lugar a un nuevo parámetro de ajuste. En este caso la expresión de los diferentes tramos del perfil resulta:

$$x = \left( \frac{h}{A_R} \right)^{3/2} + \frac{B}{A_R^{3/2}} h^3 \quad 0 < x < x_r \quad (11)$$

$$X = x - x_o = \left( \frac{h}{C} \right)^{3/2} + \frac{D}{C^{3/2}} h^3 \quad x_r < x < x_a \quad (12)$$

$$x_o = x_r - \left( \frac{h_r}{C} \right)^{3/2} - \frac{D}{C^{3/2}} h_r^3 \quad (13)$$

donde  $B$  y  $D$  son dos parámetros de ajuste que dependen de la importancia de la reflexión del oleaje en el perfil de rotura y en el perfil de asomeramiento respectivamente.

### *Perfil de playa en mares con marea*

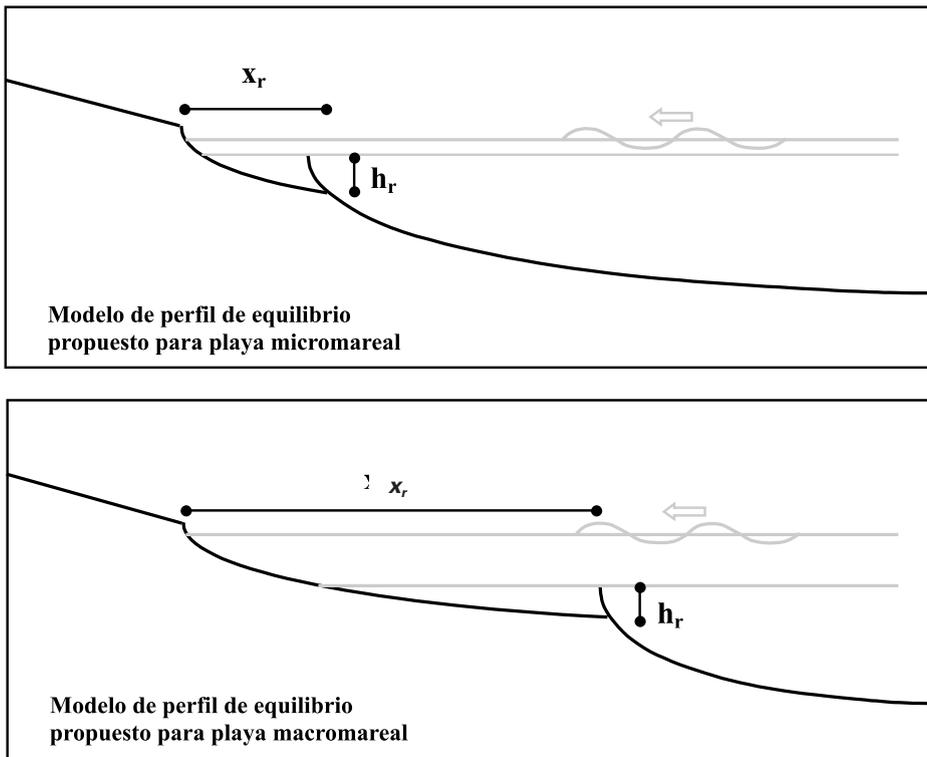
La marea genera una variación continua de la profundidad en cada punto del perfil cuyo principal efecto es la modificación de las condiciones hidrodinámicas en la playa. En un ciclo de marea, la posición de la zona de ascenso-descenso, de rotura y de asomeramiento cambia, de tal forma que el perfil intermareal estará sometido, en diferente medida, a cada uno de estos procesos a lo largo del ciclo de marea. Como consecuencia, el perfil evoluciona constantemente para adaptarse a estos cambios, existiendo un desequilibrio permanente.

Nótese que bajo estas circunstancias nunca existirá un perfil de equilibrio puesto que el perfil siempre estará en continuo cambio tratando de adaptarse a las nuevas condiciones que le impone el cambio de nivel del mar. Puede, no obstante, definirse una nueva condición de equilibrio como aquella en la que el transporte de sedimento neto, en un ciclo de marea, es nulo. Por tanto, se establecerá el equilibrio del perfil cuando:

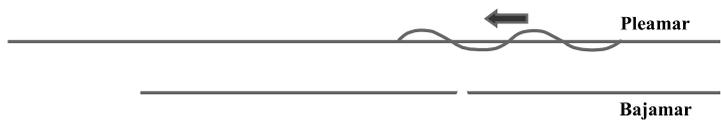
$$\bar{Q} = \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} Q dt = 0 \quad (14)$$

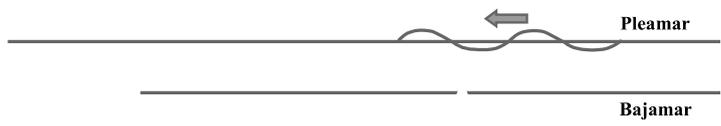
Utilizando el modelo de transporte de Kriebel y Dean (1985), Bernabeu (1999) obtuvo una expresión para los diferentes tramos de un perfil sometido a la acción de la marea. Así mismo demostró que en los casos en los que la relación entre la carrera de marea  $M$ , y la altura de ola incidente  $H$ , era menor que 3 ( $M/H \leq 3$ ), la condición de equilibrio dada por la expresión (14) puede ser aproximada por otra que señala que el transporte debido a la rotura del oleaje domina la morfología del perfil en todos aquellos puntos donde, en algún instante a lo largo del ciclo de marea, se ha producido rotura. De este modo Bernabeu (1999) comprobó que la expresión del perfil de equilibrio de la zona de rotura obtenida en la ecuación, 11 es válida desde la cota de pleamar hasta el punto de rotura en la cota de bajamar. Más aún, el perfil de equilibrio de una playa con marea mantiene constante la morfología en cada uno de los tramos, siendo la formulación idéntica a la de las playas micromareales.

Como ya hemos establecido, en playas con marea el perfil intermareal (perfil de rotura en el modelo propuesto) se extiende desde la cota de pleamar hasta el punto de rotura en bajamar. Por ello, cuanto mayor sea el rango de ma-



**Figura 3.** Representación del efecto de la marea sobre el perfil de playa, comparando respecto a un perfil de playa micromareal.





rea, la longitud del perfil de rotura aumentará. El efecto principal de la marea sobre el perfil de playa se refleja, por tanto, en un estiramiento del perfil de rotura que será función del rango de marea. Al objeto de ilustrar dicho efecto se ha confeccionado la Figura 3 en la que se presenta la forma de dos perfiles de playa con la misma granulometría y oleaje incidente, pero ubicados en mares con mares diferentes.

### Parámetros de ajuste

Las formulaciones anteriores requieren, para su uso como formulaciones predictivas, de la especificación de cinco parámetros de forma:  $A_R$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $x_0$ . Estos parámetros fueron ajustados por Bernabeu (1999) y relacionados con las variables sedimentológicas y de la dinámica marina de los diferentes perfiles. Para ello se seleccionaron perfiles ubicados en las diferentes fachadas del litoral español cubriendo un amplio espectro de rangos de marea, oleaje y tamaños de sedimento. Como resultado de este trabajo se propusieron los ajustes que se señalan a continuación:

$$A_R = 0,21 - 0,02 \left( \frac{H}{wT} \right) \quad ; \quad B = 0,89 e^{[-1,24H/wT]} \quad (15)$$

$$C = 0,06 + 0,04 \left( \frac{H}{wT} \right) \quad ; \quad D = 0,22 e^{(-0,83H/wT)} \quad (16)$$

$$x_r = \left( \frac{h_r + M}{A_R} \right)^{3/2} + \frac{B}{A_R^{3/2}} (h_r + M)^3 \quad ; \quad h_r = 1,1 * H_{sa} \quad (17)$$

donde  $H$  es la altura de ola significativa media mensual,  $w$  es la velocidad de caída del grano,  $T$  es el periodo de pico medio mensual y los subíndices  $()_R$  indica perfil de rotura,  $()_a$  perfil de asomeramiento. Es importante señalar que los ajustes presentados en las ecuaciones (15, 16 y 17) son solo válidos en el intervalo ( $1,5 \leq H/wT \leq 4,5$ ).

### Variabilidad de los perfiles

Al margen de la mejor representación de los perfiles conseguida por la utilización de dos tramos diferenciados, la formulación presentada es capaz de representar la variabilidad de la forma de los perfiles debido a las variaciones del oleaje incidente como, por ejemplo, ocurren en el ciclo invierno-verano. Estas variaciones de altura de ola producen cambios en los valores de los parámetros

de forma, ecuaciones (15, 16 y 17), modificándose así la forma de los perfiles de playa. De esta manera un perfil puede pasar de un estado reflejante a otro disipativo tal y como se indica en la tabla adjunta. Nótese que los cambios en la forma del perfil afectan tanto al perfil de rotura como al perfil de asomeramiento.

$\uparrow \frac{H}{wT}$	<b>Perfil de ROTURA</b>	$\downarrow A_R$	Pendiente inicial tendida	<b>PERFIL DISIPATIVO</b>
		$\downarrow\downarrow B$	Pendiente aguas-adentro pronunciada	
	<b>Perfil de ASOMERAMIENTO</b>	$\uparrow C$	Pendiente inicial pronunciada	
		$\downarrow\downarrow D$	Pendiente aguas-adentro pronunciada	
$\downarrow \frac{H}{wT}$	<b>Perfil de ROTURA</b>	$\uparrow A_R$	Pendiente inicial pronunciada	<b>PERFIL REFLECTANTE</b>
		$\uparrow B$	Pendiente aguas-adentro tendida	
	<b>Perfil de ASOMERAMIENTO</b>	$\downarrow C$	Pendiente inicial tendida	
		$\uparrow D$	Pendiente aguas-adentro tendida	

### 3. PLANTA DE EQUILIBRIO

#### 3.1. Introducción

La forma en planta de las playas ha sido un tema que ha atraído la atención de numerosos investigadores que han reconocido la existencia de un patrón en la forma de las playas ubicadas al abrigo de un cabo o saliente. Sin embargo, puede considerarse que son los trabajos de Silvester (1960), quien realizó ensayos en un modelo físico de una playa recta encajada entre dos obstáculos bajo la influencia de un oleaje a  $45^\circ$  sin el suministro adicional de sedimentos, los que señalan el comienzo de una serie de formulaciones tendentes a proporcionar una expresión para representar las formas en planta de playas formadas al resguardo de obstáculos.

Como continuación a estos trabajos, diversos investigadores realizaron ensayos en laboratorio con el objetivo de determinar la forma en planta de una playa sometida a un oleaje estacionario (e.g. Vichetpan 1969; Ho, 1971). Con base en estos ensayos Silvester (1970a) propuso una formulación, basada en la espiral logarítmica, como una primera aproximación a la forma en planta de una playa en equilibrio con el oleaje incidente.

Silvester (1970a, b, 1976, 1978) intentó durante muchos años desarrollar una técnica de diseño con la espiral logarítmica, pero no obtuvo el éxito deseado debido, entre otras razones, a la dificultad de ubicación del polo de la espiral, el cual no estaba definido, y al pobre ajuste de la espiral logarítmica a la zona alejada de la playa. En ese sentido Hsu *et al.* (1987) mostraron, analizando de nuevo los datos experimentales de playas encajadas en equilibrio, que las espirales logarítmicas, cuando su origen coincidía con el punto de control, ajustaban bien a la zona curva de la línea de costa, detrás del punto de control «aguas arriba», pero se desviaba en la parte recta en la zona «aguas abajo». Es por ello que posteriormente Hsu y Evans (1989), propusieron, como curva de mejor ajuste a los datos medido, una función parabólica del tipo:

$$\frac{R}{R_0} = C_0 + C_1 \left( \frac{\beta}{\theta} \right) + C_2 \left( \frac{\beta}{\theta} \right)^2 \tag{18}$$

donde  $R_0$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son variables geométricas representadas en la Figura 4 y  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  son coeficientes que dependen de  $\beta$ .

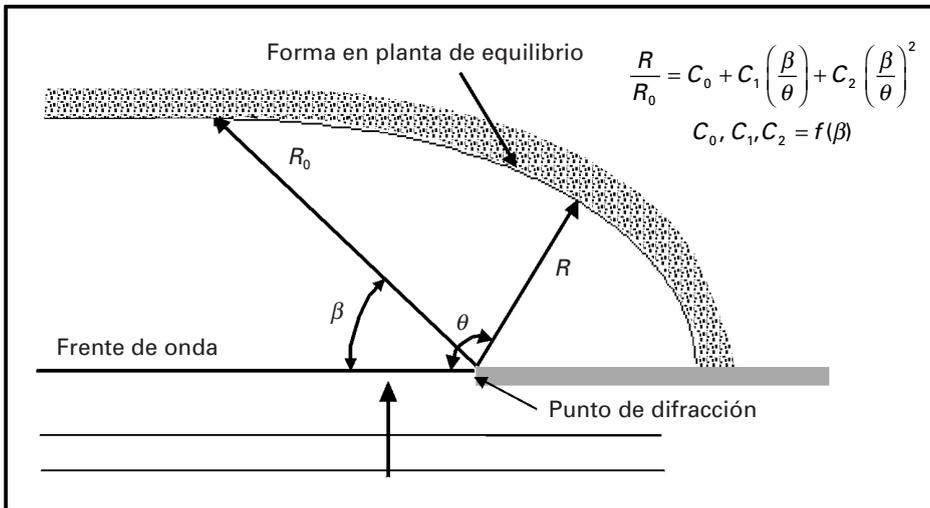


Figura 4. Croquis de la forma en planta de equilibrio de una playa.

Si bien Tan y Chiew (1994) propusieron algunas modificaciones a la expresión indicada en la ecuación (18), dicha ecuación puede ser considerada como la que proporciona los mejores ajustes a datos de playas en equilibrio estático. Más aún, Gonzalez (1995) analizó la bondad de la expresión de Hsu y

Evans (1989) legando a la conclusión de que la misma es incluso aplicable en mares con marea dado que representa adecuadamente tanto la línea de pleamar como la de bajamar. No obstante este autor puso de manifiesto la incapacidad de la misma para ser aplicada como formulación predictiva dado que no existe un criterio que permita: (1) relacionar el oleaje predominante de la zona con el frente en el límite «aguas arriba», y (2) Definir el punto de la playa «aguas abajo» donde comienza a ser válida la ecuación (18). Para subsanar dicho inconveniente Gonzalez y Medina (2001) han propuesto una metodología basada en una aproximación teórica que se resume a continuación.

### 3.2. Modelo de forma en planta de equilibrio: $\alpha_{\min}$

La forma en planta de una playa viene condicionada, principalmente, por el sistema de corrientes asociado a la rotura del oleaje, por el sedimento existente (cantidad, tamaño) y por los contornos o geometría donde ha de encajarse dicha playa. Las corrientes longitudinales son de especial importancia en la disposición de equilibrio de una playa y, más concretamente, en su forma en planta, dado su importancia en el potencial transporte de arena. Bajo la hipótesis de que una playa alcanza un estado de equilibrio estático cuando las corrientes netas longitudinales son nulas ( $V \sim 0$ ), y utilizando la expresión analítica de corriente longitudinal, es posible llegar a la siguiente ecuación diferencial, la cual se cumple en playas en equilibrio estático:

$$C = F + \int_{H_0}^H K_2 dH \quad (19)$$

donde la línea de costa en equilibrio,  $C$ , se define por el frente de ola en la zona de rotura,  $F$ , más una relación proporcional,  $K_2$ , al gradiente longitudinal de altura de ola ( $\Delta H$ ).

Cuando un oleaje incide en una barrera o dique, tal como se muestra en la Figura 5, se producen efectos de refracción y difracción detrás del mismo, pudiéndose definir tres regiones desde el punto de vista del oleaje:

- La región 1, donde no existe efecto del dique sobre el oleaje, los gradientes de altura de ola son prácticamente cero y los frentes del oleaje permanecen invariables,
- En la región 2 se presentan gradientes de altura de ola y los frentes sufren solo efecto de refracción y
- La región 3 donde existen gradientes de altura de ola y giro de los frentes debido a la refracción-difracción del oleaje.

El límite entre las regiones 1 y 2, que denominaremos punto  $P_0$ , corresponde al límite «aguas abajo» de la playa, donde no existen gradientes longi-

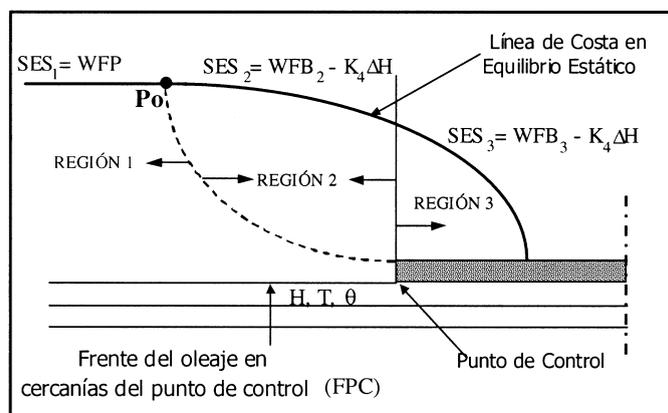


Figura 5. Regiones de una playa por efecto de la difracción.

tudinales de altura de ola debidos al dique y donde, de acuerdo al modelo de la ecuación (19), la costa en equilibrio es igual al frente de ola ( $C = F$ ). El punto,  $P_0$ , define, por tanto, el punto de inicio donde es aplicable el modelo parabólico y define, así mismo, la orientación del frente que ha de ser utilizado en la ecuación (18) como el del oleaje de la zona.

González y Medina (2001) propusieron como sistema para la determinación de dicho punto,  $P_0$ , la evaluación de las variables  $\alpha_{\min}$ ,  $Y/L$ , donde el ángulo  $\alpha_{\min}$  representa el ángulo complementario de  $\beta$  e  $Y/L$  representa la distancia a la cual se encuentra la playa adimensionalizada con la longitud de onda, véase croquis de la Figura 7.

Al objeto de obtener una expresión para  $\alpha_{\min}(Y/L)$  válida para playas naturales, estos autores seleccionaron playas de la costa Atlántica y Mediterránea Española, con los siguientes criterios: (1) playas desarrolladas; (2) con una zona recta «aguas abajo», paralela al frente resultante del flujo medio de energía del oleaje en el punto de control.

Para definir el frente resultante en cada playa González y Medina (2001) realizaron el siguiente procedimiento: (1) determinaron, para diferentes sectores en aguas indefinidas, la altura de ola y períodos medios (correspondientes al flujo medio de energía por sector), (2) propagaron estos oleajes, hasta la playa, y (3) determinaron el frente resultante del flujo medio de energía en el punto de control, (el cual corresponde a la parte recta de la playa). Posteriormente midieron en cada playa el ángulo,  $\alpha_{\min}$ , y relacionaron este valor con el parámetro,  $Y/L$ , Figura 6.

Es importante señalar que para definir la longitud de onda,  $L$ , en la zona cercana al punto de difracción, y por consistencia con el perfil de equilibrio que define la profundidad de cierre con,  $H_{s12}$ , la determinación del valor de  $L$  se

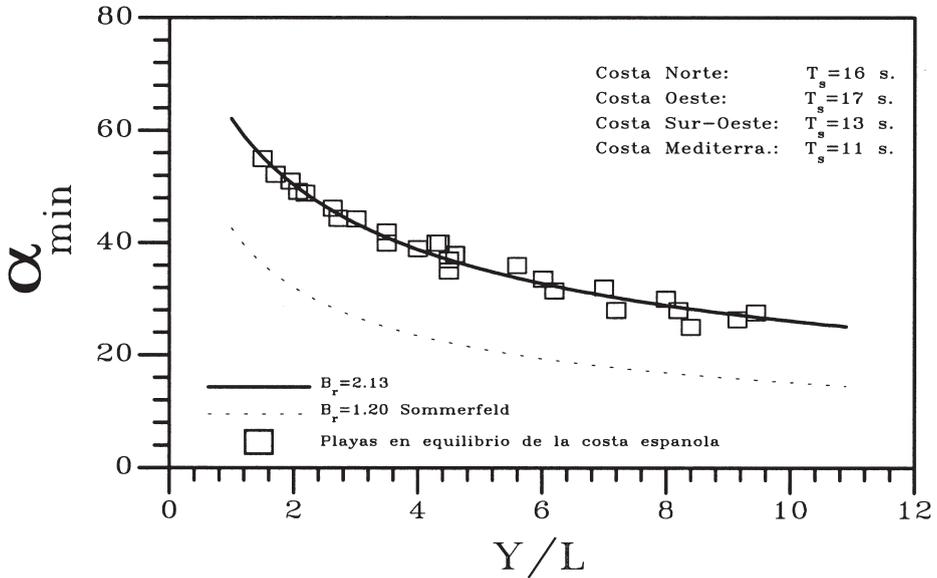


Figura 6. Valores medidos y curva de mejor ajuste del ángulo  $\alpha_{min}$  de inicio de la playa en equilibrio.

efectuó con el valor del período,  $T_s$ , asociado a  $H_{s12}$ . La expresión que se obtuvo del ajuste fue:

$$\alpha_{min} = \arctan \left[ \frac{\left( \frac{\beta_r^4}{16} = \frac{\beta_r^2 Y}{2 L} \right)^{1/2}}{\frac{Y}{L}} \right] \tag{20}$$

con  $\beta_r = 2,13$ .

### 3.3. Método de diseño de playas en equilibrio

Haciendo uso de las formulaciones de perfil de equilibrio y de planta de equilibrio desarrollados en los apartados anteriores es posible determinar cual será la forma que adoptará una playa en la que se prevé realizar una actuación. Los pasos de la metodología a seguir se presentan a continuación y se resumen en la Figura 7:

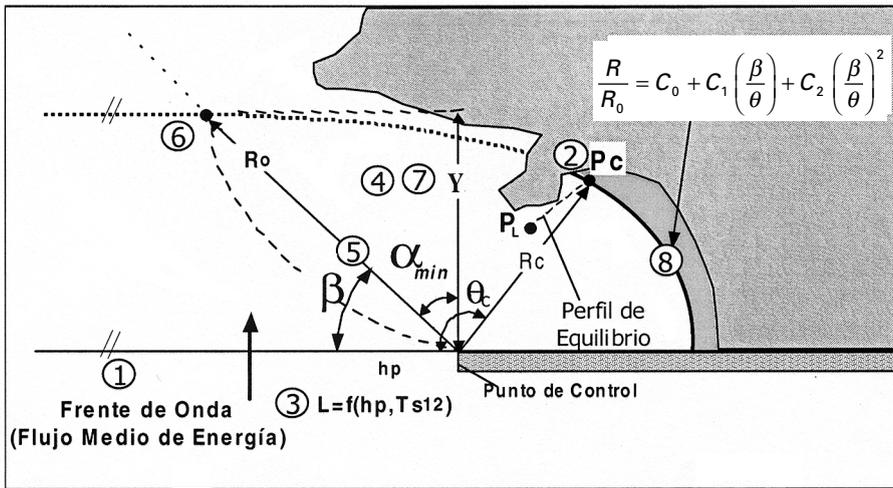


Figura 7. Esquema general del proceso de diseño de una playa por medio de formulaciones de equilibrio.

1. Determinar la orientación del flujo medio de energía, en el punto de difracción.
2. De acuerdo a la geometría de la bahía (contornos laterales y batimetría), definir el factor limitante (apoyo lateral, apoyo de fondo y volumen de arena) y su punto de aplicación. En el caso de la Figura 7 el factor limitante de la playa sería el pequeño cabo ubicado en el punto 2 de la figura, puesto que el avance de la playa esta limitado por la longitud de dicho cabo.
3. Inscribir el perfil de equilibrio a partir del punto limitante y el tamaño representativo ( $D_{50}$ ) del sedimento, para conseguir,  $P_c(\theta_c > \beta, R_c)$ , punto por donde pasará la línea de costa en equilibrio.
4. Definir la longitud de onda del frente en el punto de control,  $L = f(T_{s12}, h_p)$ ,  $h_p$  no es un valor constante en cercanías del punto de control, por tal se toma un valor medio a lo largo del frente, una distancia aproximada dentro de la influencia de la playa a diseñar. Si  $L$  no puede determinarse exactamente, se realizará una primera estima  $\bar{L}$  que será corregida al final del proceso iterando.
5. Definir como una primera aproximación, un  $Y/L$ . Dado que no se conoce bien el punto, ( $Y$ ), de la playa, Figura 7, se da un valor inicial en cercanías por donde va a pasar la línea de costa.
6. Se evalúa el ángulo  $\alpha_{min}$ , quedando definido por tal,  $\beta$ .
7. A partir del Modelo Parabólico de Hsu y Evans (1989), ecuación (18):

$$\frac{R}{R_0} = C_0 + C_1 \left( \frac{\beta}{\theta} \right) + C_2 \left( \frac{\beta}{\theta} \right)^2 \quad (21)$$

con  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2 = f(\beta)$  y dado que se conoce  $\beta$ ,  $R_C$  y  $\theta_C$ , evaluar  $R_0$  como:

$$R_0 = \frac{R_C}{C_0 + C_1 \left( \frac{\beta}{\theta_C} \right) + C_2 \left( \frac{\beta}{\theta_C} \right)^2} \quad (22)$$

## 4. GRANULOMETRÍA DE EQUILIBRIO

### 4.1. Introducción

El análisis de la granulometría de los sedimentos en la playa ha sido abordado históricamente por diferentes autores que han constatando en sus trabajos la existencia de una variabilidad espacial y temporal de las granulometrías de las muestras de una playa. Entre estos trabajos cabe destacar a Krumbein, 1938; Bascom, 1951; Inman, 1953; Miller y Zeigler, 1958; y más recientemente a Moutzouris, 1988 y 1991; Stauble, 1992; y Medina *et al.*, 1994.

Entre los aspectos más relevantes que estos autores han puesto de manifiesto cabe destacar:

- La variación de la granulometría entre las muestras de la barra, el frente de playa y la berma.
- Las variaciones estacionales (invierno-verano) de las granulometrías.
- La clasificación de las muestras por tamaños en función de la profundidad.
- La segregación a lo largo del perfil de playa de los sedimentos con diferentes características; como pueden ser las playas con gravas en la parte emergida y arenas en la sumergida.

A pesar de esta demostrada variabilidad, Galofré y Medina (2000) exploraron una nueva idea, la «granulometría de equilibrio», que se define como la granulometría final, invariable en el tiempo, existente en un punto del perfil de playa bajo condiciones estacionarias de dinámica marina. La invariabilidad en el tiempo debe entenderse en el sentido laxo de la misma teniendo en cuenta que pueden haber pequeñas variaciones en el tiempo (p.e. estacionales) y en el espacio (p.e. en función del grado de exposición o la profundidad) alrededor de una distribución media de equilibrio.

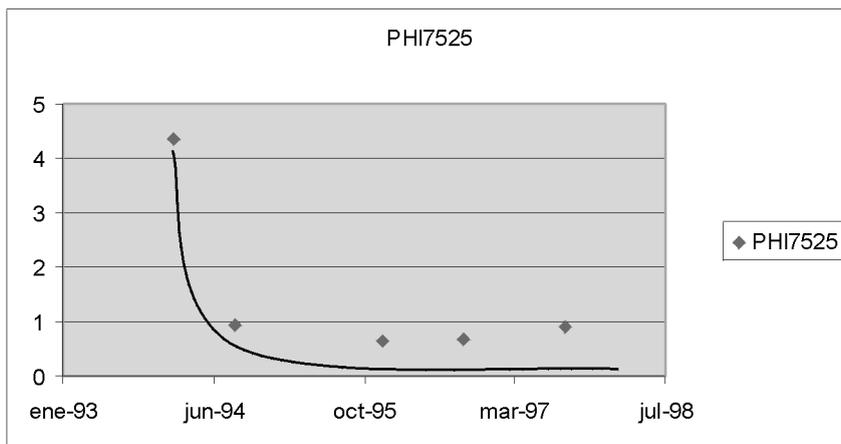
De acuerdo con estos autores, este concepto de granulometría de equilibrio puede intuirse si aceptamos, como es habitual, el concepto de equilibrio en un

perfil de playa. En ese sentido, si el perfil de playa alcanza una posición de equilibrio, las granulometrías que se corresponden a cada punto del perfil también tendrán, lógicamente, un equilibrio, no siendo coherente, aunque sea teóricamente posible, que existiendo un perfil de equilibrio la granulometría en cada punto del mismo sea variable en el tiempo.

## 4.2. Granulometría de Equilibrio en una playa

Para validar esta nueva idea de granulometría de equilibrio Galofré y Medina (2000) realizaron un desarrollo teórico en el que demostraron que bajo la acción de una dinámica turbulenta capaz de movilizar los diferentes tamaños que componen una muestra granulométrica y después de  $N$  acciones de dicha dinámica la granulometría de la muestra final adopta una distribución log-normal cuyas características ( $D_{50}$ ,  $\sigma$ ) dependen de la muestra inicial y del nivel de turbulencia de la dinámica actuante, respectivamente. Trasladando estos resultados teóricos a playas reales estos autores sugieren que el tamaño medio de la granulometría de equilibrio de una playa no es predecible pues depende de la fuente de suministro que lo formó. La varianza de la distribución granulométrica, sin embargo, es función del oleaje que recibe la playa.

Este modelo teórico fue contrastado con datos de más de 3000 muestras granulométricas procedentes de playas del litoral español incluyendo tomas realizadas en playas regeneradas. En estas últimas se hace patente la evolución de la varianza de la distribución de la muestra desde su valor al ser vertido en la playa hasta alcanzar el valor de equilibrio correspondiente al oleaje actuante. Para ilustrar este particular en la Figura 8 se muestra, a modo de ejemplo, la



**Figura 8.** Evolución de  $\phi_{7525}$  a lo largo del tiempo tras la regeneración de la playa de El Milagro, Tarragona.

evolución del estadístico  $\phi_{7525}$  ( $\phi_{7525} = 1,33 \sigma$ ) en un punto del perfil (cota -2 m.) tras la regeneración de la playa del Milagro, Tarragona.

En dicha figura se observa la evolución temporal del parámetro  $\phi_{7525}$  en una playa que fue regenerada con un material de aportación tipo «sauló», granito descompuesto, con un  $\phi_{7525}$  inicial grande. Este valor tan elevado del  $\phi_{7525}$  inicial favorece la visualización del proceso de «evolución hacia una situación de equilibrio» tendente a reducir dicho valor. De este modo el  $\phi_{7525}$  evoluciona con el tiempo decreciendo hasta hacerse sensiblemente constante con un valor final del  $\phi_{7525}$  del orden de 0,9.

Posteriormente estos autores relacionaron los valores medidos de la varianza de las distribuciones granulométricas con el oleaje que alcanza las mismas obteniendo entre ambos la correlación que se muestra en la Figura 9.

$$\phi_{7525} = -0,1 \cdot H_{s12}(\text{local}) + 1,16 \tag{23}$$

Donde  $H_{s12}$  representa la altura de ola significativa excedida durante 12 horas al año y  $\phi_{7525}$  es un estadístico de la varianza de la muestra granulométrica ( $\phi_{7525} = 1,33 \sigma$ ).

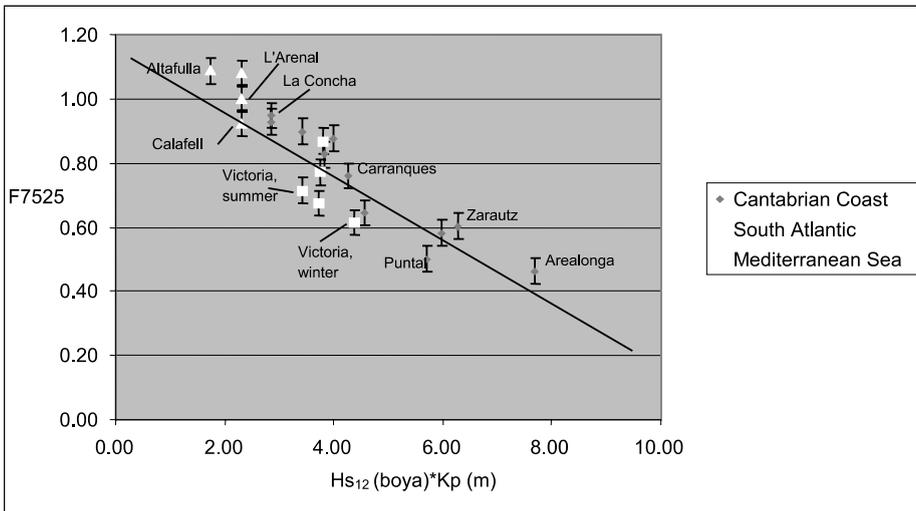


Figura 9. Relación entre  $H_{s12}$  y  $\phi_{7525}$  en las playas del litoral español.

La existencia de una granulometría de equilibrio en las playas compatible con el oleaje existente abre todo un abanico de posibles aplicaciones científicas y técnicas tales como su inclusión en formulaciones de transporte de sedimentos o en los modelos numéricos de evolución morfodinámica de playas.







Este nuevo concepto de equilibrio permitió a Galofré y Medina (2001) desarrollar una formulación para la determinación de la cantidad de arena que, en una regeneración de playa, es perdida del sistema al no ser «compatible» con la dinámica actuante.

## REFERENCIAS

- BASCOM, W. J. (1951): «The relationship between sand size and beach-face slope», *Trans. Amer. Geoph. Union*, 32, 6, pp. 866-874.
- BAQUERIZO, A., M. A. LOSADA, J. M. SMITH and N. KOBAYASHI (1997): «Cross-shore variation of wave reflection from beaches», *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, vol. 123, n.º 5, pp. 274-279.
- BAQUERIZO, A., M. A. LOSADA and J. M. SMITH (1998): «Wave reflection from beaches: A predictive model», *Journal of Coastal Research*, 14, 1, pp. 291-298.
- BERNABEU, A. M. (1999): *Desarrollo, validación y aplicaciones de un modelo general de perfil de equilibrio en playas*. Tesis Doctoral, Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria. Santander
- BODGE, K. (1992): «Representing equilibrium beach profiles with an exponential expression», *Journal of Coastal Research*, 8-1, pp. 47-55.
- BOWEN, A. J. (1969): «Rip currents I. Theoretical investigations», *J. Geophysical Research*, vol 74, pp. 5467-5478.
- BRUNN, P. (1954): «Coast erosion and the development of beach profiles», *Beach Erosion Board, Tech. Memo*, n.º 44.
- DEAN, R. G. (1977): «Equilibrium beach profiles: U.S. Atlantic and gulf coasts», *Ocean Eng. Tech. Rep.*, n.º 12, Univ. of Delaware.
- ELGAR, S., T. H. C. HERBERS and R. T. GUZA (1994): «Reflection of ocean surface waves from a natural beaches», *Journal of Physical Oceanography*, 24, pp. 1503-1511.
- GALOFRÉ, J. y R. MEDINA (2000): «An equilibrium grain size distribution model for beaches», *Proc. 27th Int. Coastal Eng. Conf. A.S.C.E. 2000*, ISBN 0-7844-0549-2. pp. 2509-2521
- GALOFRÉ, J. y R. MEDINA (2001): «Compatibility of borrow material for beach fills: A revised formulation». *Proc. Coastal Dynamics'01*, ISBN 0-7844-0566-2, pp 858-867.
- GONZÁLEZ, E. M. (1995): *Morfología de Playas en Equilibrio: Planta y Perfil*. Tesis Doctoral, Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria. Santander.
- GONZÁLEZ, E. M. y R. MEDINA (2001): «On the application of static equilibrium bay formulations to natural and man-made beaches», *Coastal Engineering*, Ed. Elsevier. En prensa.
- KOMAR, P. D. and W. G. McDUGAL (1994): «The analysis of exponential beach profiles», *Journal of Coastal Research*, 10-1, pp. 59-69.
- KRIEBEL, D. L. and R. C. DEAN, (1985): «Numerical simulation of time-dependent beach and dune erosion», *Coastal Engineering*, 9, pp. 221-245.
- KRUMBEIN, W. C. (1938): «Size frequency distribution of sediments and the normal Phi curve», *Journal of Sedimentary Petrology*, vol. 18, pp.84-90.

- HAYDEN, B., W. FELDER, J. FISHER, D. RESIO, L. VINCENT and R. DOLAN (1975): «Systematic variations in inshore bathymetry», Department of Environmental Sciences, *Technical Report*, n.º 10, University of Virginia, Charlottesville, Virginia.
- HO, S. K. (1971): «Crenulate Shaped Bays». Thesis No. 346, Asian Institute of Technology, at Bangkok, Thailand, Master of Engineering.
- HSU, J. R. C., R. SILVESTER and Y. M. XIA (1987): «New Characteristic of Equilibrium-shaped Bays». In: *Proc. 8th Austral. Conf. on Coast & OC. Engrg.*, 140-144.
- HSU, J. R. C. and C. EVANS (1989): «Parabolic Bay Shapes and Applications», *Proc., Institution of Civil Engineers*, London, England, vol. 87 (Part 2), 556-570.
- INMAN, D. L. (1953): «A real and seasonal variations in beach and nearshore sediments at La Jolla, California», *Technical Memories*, 39, Beach Erosion Board, Washington D.C.
- INMAN, D. L., M. H. ELWANY and S. A. JENKINS (1993): «Shorerise and bar-berm profiles on ocean beaches», *Journal of Geophysical Research*, vol. 98, n.º c10, pp. 18,181-18,199.
- IRIBARREN, R. (1954): *Proyecto de regeneración de las playas de Cartagena de Indias*, Colombia.
- LONGUET-HIGGINS, M. S. (1970): «Longshore currents generated by obliquely incident sea waves», *J. Geophysical Research*, vol. 75, pp 6778-6790.
- MEDINA, R., M. A. LOSADA, I. J. LOSADA and C. VIDAL (1994): «Temporal and spatial relationship between sediment grain size and beach profile», *Marine Geology*, vol. 118, pp. 195-206.
- MEDINA, R., A. M. BERNABEU, C. VIDAL, M. GONZALEZ (2000): «Relationship between beach morphodynamics and equilibrium profiles». *Proc. 27<sup>th</sup> Int. Coastal Eng. Conf. A.S.C.E.* pp 2589-2601.
- MILLER, R. L. and J. M. ZEIGLER (1958): «A model relating dynamic and sediment pattern equilibrium in the region of shoaling waves, breaking zone, and foreshore», *Journal of Geology*, vol. 66, pp.417-441.
- MOORE, B. (1982): «Beach profile evolution in response to changes in water level and wave height». M. S. Thesis, University of Delaware, Newark.
- MOUTZOURIS, C. I. (1988): «Longshore sediment transport rate vs. cross - shore distribution of sediment grain sizes», *Coastal Engineering*, pp. 1959-1973.
- SILVESTER, R. (1960): «Stabilization of Sedimentary Coastlines», *Nature*, 188 (4749), 467-469.
- SILVESTER, R. (1970a): «Growth of Crenulate Shaped Bays to Equilibrium», *J. Waterway an Harbour Div.*, ASCE, 96 (ww4): 275 - 287.
- SILVESTER, R. (1970b): «Coastal Defense», *Proce. Inst. Civ. Eng.*, 45: 677-682.
- SILVESTER, R. (1976): «Headland Defense of Coasts», *Proc. 15 th. Conf. Coastal Eng.*, 2: 1394-1406.
- SILVESTER, R. (1978): «Some Facts and Fancies on Beach Erosion», *Proc. 16 th int. conf. Coastal Eng.*, 2: 1888-1902.
- STAUBLE, D. K. (1992): «Long term profile and sediment morpho-dynamics: Field research facility case history», *Technical Report CERC-92-7*. Dep. Army U.S. Army Corps. Eng.
- TAN, S. and Y. CHIEW (1994): «Analysis of Bayed Beaches in Static equilibrium», *J. of Waterway, Port., Coa. and Oce. Eng.*, vol. 120, No 2, ASCE, 145-153.
- THORTON, E. B. and R. T. GUZA (1983): «Transformation of wave height distribution», *Journal of Geophysical Research*, vol. 18, pp. 5925-5938.

- VELLINGA, P. (1983): «Predictive computational model for beach and dune erosion during storm surges» *Proceedings of the Specialty Conf. of Coastal Structures'83*, ASCE, pp. 806-819.
- VICHETPAN, N. (1969): «Equilibrium Shapes of Coastline in Plan». Thesis, No. 280, Asian Ins. of thechnology, Bangkok, Thailand.