



UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA E INGENIERÍA

ELECTROMECAÁNICA

TRATAMIENTO DE SEÑALES CINEMÁTICAS Y DE MASAS  
DE TEJIDO BLANDO EN EL ANÁLISIS DINÁMICO INVERSO  
DE MODELOS BIOMECÁNICOS ESQUELETARES

Directores:

José María Del Castillo Granados

Publio Pintado Sanjuán

Francisco Javier Alonso Sánchez

**2005**

# TESIS DOCTORAL

Tratamiento de Señales Cinemáticas y de Masas de Tejido  
Blando en el Análisis Dinámico Inverso de Modelos  
Biomecánicos Esqueletares

por

Francisco Javier Alonso Sánchez

*Ingeniero Industrial*

presentada en la

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

para la obtención del

GRADO DE DOCTOR INGENIERO INDUSTRIAL

por la

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA



Departamento de Electrónica e Ingeniería Electromecánica

BADAJOS, 2005

*A Carmenchu*

*A mis padres, Bienvenido y Santa*

Edita: Universidad de Extremadura  
Servicio de Publicaciones  
c/ Caldereros 2, Planta 3ª  
Cáceres 10071  
Correo e.: [publicac@unex.es](mailto:publicac@unex.es)  
<http://www.pcid.es/public.htm>

# Índice general

---

Prefacio	VII
Resumen y planteamiento	IX
Summary	XV
Nomenclatura	XIX
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción y motivación . . . . .	1
1.2. Marco de trabajo y objetivos . . . . .	4
1.3. Metodología . . . . .	8
<b>2. El problema de la derivación de señales cinemáticas. Filtrado.</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Error asociado a la derivación de señales cinemáticas . . . . .	13
2.3. Marco Teórico: Singular Spectrum Analysis . . . . .	13
2.3.1. Elección de los parámetros . . . . .	19
2.4. Resultados . . . . .	20
2.4.1. Señal 1: Señal sinusoidal estacionaria . . . . .	20

---

2.4.2.	Señal 2: Señal de origen biomecánico . . . . .	24
2.4.3.	Señal 3: Señal no-estacionaria con impacto . . . . .	28
2.4.4.	Señal 4: Señal no-estacionaria sin impactos . . . . .	30
2.5.	Filtrado automático basado en SSA . . . . .	32
2.6.	Marco teórico: El filtro de Hodrick-Prescott . . . . .	38
2.6.1.	Filtro de HP de tercer orden . . . . .	42
2.6.2.	Determinación del parámetro de alisado . . . . .	43
2.7.	Resultados . . . . .	48
2.8.	Comparación SSA - filtro de HP . . . . .	55
2.9.	Discusión . . . . .	55
2.9.1.	Filtrado mediante SSA . . . . .	55
2.9.2.	Filtrado mediante el filtro de Hodrick-Prescott . . . . .	57
<b>3.</b>	<b>Corrección del movimiento de la piel respecto al sistema esquelético</b>	<b>61</b>
3.1.	Introducción . . . . .	61
3.2.	Modelado del sistema biomecánico . . . . .	63
3.3.	Error asociado al movimiento de la piel respecto al sistema esquelético	65
3.4.	Revisión de las técnicas de corrección del movimiento de la piel . . . . .	68
3.5.	Corrección del movimiento de la piel . . . . .	69
3.5.1.	Ecuaciones de restricción . . . . .	70
3.5.2.	Problema de posición inicial . . . . .	71
3.5.3.	Problema de los desplazamientos finitos . . . . .	73
3.6.	Resultados y discusión . . . . .	75
<b>4.</b>	<b>Efecto de las masas de tejido blando</b>	<b>79</b>
4.1.	Introducción . . . . .	79

---

4.2.	Revisión de los modelos con masas de tejido blando . . . . .	80
4.3.	Modelo simplificado con masas de tejido blando concentradas . . . . .	84
4.3.1.	Ecuaciones de movimiento . . . . .	86
4.3.2.	Identificación de los parámetros del modelo con mtb . . . . .	89
4.4.	Estudio de un caso. Fase de impacto durante la carrera . . . . .	95
4.4.1.	Análisis con datos cinemáticos observados . . . . .	98
4.4.2.	Filtrado automático de los datos mediante SSA . . . . .	99
4.4.3.	Filtrado mediante filtro de Hodrick-Prescott . . . . .	99
4.4.4.	Corrección del movimiento de la piel . . . . .	102
4.4.5.	Efecto de las masas de tejido blando . . . . .	104
4.4.6.	Discusión . . . . .	109
4.5.	Análisis de la fase de impacto de un salto . . . . .	111
4.6.	Discusión . . . . .	113
<b>5.</b>	<b>Evaluación experimental. Resultados</b>	<b>117</b>
5.1.	Introducción . . . . .	117
5.2.	Planteamiento de la metodología de tratamiento de errores . . . . .	118
5.3.	Evaluación experimental de la metodología . . . . .	118
5.4.	Análisis de los resultados . . . . .	120
5.4.1.	Discusión . . . . .	122
5.5.	Aplicaciones de la metodología . . . . .	125
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y desarrollos futuros</b>	<b>127</b>
6.1.	Resumen . . . . .	127
6.1.1.	Capítulo 2 . . . . .	127
6.1.2.	Capítulo 3 . . . . .	128
6.1.3.	Capítulo 4 . . . . .	128

---

6.1.4. Capítulo 5 . . . . .	129
6.2. Conclusiones generales . . . . .	129
6.3. Resumen de las contribuciones . . . . .	130
6.4. Desarrollos futuros . . . . .	131
<b>Bibliografía</b>	<b>133</b>



## Prefacio

---

La presente tesis doctoral *Tratamiento de Señales Cinemáticas y de Masas de Tejido Blando en el Análisis Dinámico Inverso de Modelos Biomecánicos Esqueletares* es la síntesis de un trabajo de investigación llevado a cabo durante el período Abril 2002 - Mayo 2005. Me gustaría agradecer la supervisión y crítica del trabajo realizado a los profesores José María del Castillo Granados de la E.II.II. de Badajoz y Publio Pintado Sanjuán de la E.T.S.I.I. de Ciudad Real, les debo mi ilusión por el trabajo bien hecho. Asimismo, debo reconocer el apoyo prestado por la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Ciudad Real, que ha proporcionado las instalaciones de su laboratorio de Biomecánica, donde se ha llevado a cabo la parte experimental de esta tesis doctoral.

Francisco Javier Alonso Sánchez

Badajoz, 23 de Mayo de 2005



# Resumen y planteamiento

---

El Análisis Dinámico Inverso (en adelante ADI) se utiliza para calcular las fuerzas y momentos que intervienen en el movimiento de un sistema mecánico cuando el movimiento del sistema es conocido. En las últimas décadas, este tipo de análisis se ha aplicado con profusión en el campo de la Biomecánica. El objetivo es la obtención de información cuantitativa sobre la cinemática, la dinámica y el comportamiento mecánico del sistema músculo-esquelético humano durante la ejecución de un determinado movimiento o actividad física.

Para realizar el ADI basta modelar el cuerpo humano como un sistema mecánico formado por sólidos rígidos unidos mediante pares cinemáticos y caracterizar su cinemática mediante un sistema de captura de movimiento. Existen numerosas fuentes de error que afectan al resultado de este análisis. Una forma sencilla de comprobarlo consiste en comparar las fuerzas de reacción con el suelo calculadas mediante el ADI con las medidas por una placa de fuerza. Esta discrepancia entre las magnitudes observables generadas por el sistema biológico real y las calculadas mediante el ADI del modelo biomecánico se ha denominado *problema fundamental de la dinámica inversa mioesquelética* (Hatze, 2002).

El problema fundamental de la dinámica inversa se debe a una serie de inconsistencias entre la dinámica del sistema real y la obtenida mediante la simulación del modelo biomecánico. Cabe destacar tres fuentes de error: el ruido que introduce

el sistema de captura de movimiento en las señales cinemáticas de desplazamiento adquiridas, el movimiento de la piel respecto al sistema esquelético y el efecto del movimiento de las masas de tejido blando (en adelante mtb).

En este trabajo se presenta un procedimiento sistemático para tratar de forma integrada estas tres fuentes de error. El objetivo es tratar de mejorar los resultados del ADI de sistemas biomecánicos procesando las señales cinemáticas adquiridas.

En el capítulo 1 se analizan con mayor profundidad las causas del problema fundamental de la dinámica inversa mioesquelética, se expone un esquema del trabajo desarrollado y se describen los sistemas de adquisición de datos empleados.

En el capítulo 2 se presenta el problema de la derivación de señales cinemáticas. En síntesis, el ruido que introduce el sistema de captura de movimiento se amplifica de forma dramática durante el proceso de derivación numérica, produciendo resultados inadmisibles. Para reducir la amplificación del ruido, es necesario filtrar la señal de desplazamiento antes de realizar la derivación. Se presentan dos métodos de filtrado especialmente indicados para el tratamiento de señales cinemáticas no estacionarias con impactos: El Análisis de Espectro Singular y el Filtro de Hodrick-Prescott. Estos dos métodos de filtrado constituyen una contribución significativa en este campo. El Análisis de Espectro Singular (en inglés Singular Spectrum Analysis, en adelante SSA), descompone la serie original en un conjunto de series temporales aditivas independientes (ortogonales). Esta descomposición permite realizar la separación del ruido de la señal adquirida de forma sencilla e intuitiva. El filtro de Hodrick-Prescott (en adelante FHP), establece un conjunto de hipótesis estadísticas sobre el ruido presente en la señal de desplazamiento y sobre la señal de sobreaceleración filtrada. El filtro ofrece resultados satisfactorios comparables a los obtenidos mediante SSA cuando la señal de movimiento es de tipo periódico.

En el capítulo 3 se presenta el problema del movimiento de la piel respecto al sis-

tema esquelético. Este movimiento oscilatorio produce una violación de las ecuaciones de restricción cinemática del sistema multicuerpo que da lugar a errores en los resultados del ADI. Este problema se resuelve corrigiendo las señales de desplazamiento filtradas de forma que satisfagan el conjunto de ecuaciones de restricción cinemática del sistema multicuerpo. De esta forma, se asegura la consistencia cinemática de las señales de desplazamiento con el modelo biomecánico.

En el capítulo 4 se presenta el efecto del movimiento de las masas de tejido blando. Un modelo de cuerpos rígidos no puede reproducir el movimiento de las masas de tejido blando (vísceras, músculos, etc) respecto al sistema esquelético. Este movimiento es significativo en situaciones de gran sobreaceleración, como los impactos con el suelo durante la carrera o el salto. Para simular el movimiento de las mtb y cuantificar su efecto en el ADI se propone un modelo con masas de tejido blando concentradas unidas mediante una conexión viscoelástica al sistema esquelético. Se aplican las técnicas de proceso de datos expuestas en los capítulos 2 y 3 a dos movimientos con distinto grado de impacto, la carrera y la fase de aterrizaje de la caída desde una altura de 0.5 m. El objetivo es comprobar la importancia relativa de cada tipo de error en el ADI. Se comprueba que los errores más importantes son los relacionados con el filtrado y la inconsistencia cinemática (movimiento de la piel) de las señales de desplazamiento. Se concluye que la influencia de la cinética de las masas de tejido blando sólo es significativa en situaciones de gran sobreaceleración (caída) y despreciable en movimientos con menor grado de impacto, como la carrera. Se discute el número mínimo de masas de tejido blando que han de añadirse al modelo para reproducir la fuerza de reacción con el suelo de forma aceptable. Se concluye que el efecto de la masa de tejido blando del tronco es el más significativo.

En el capítulo 5 se concreta el procedimiento sistemático de tratamiento de errores en el ADI. El procedimiento consta de tres fases: filtrado de las señales de

desplazamiento, corrección del movimiento de la piel respecto al sistema esquelético y modelado del efecto de las mtb. Se aplica esta metodología de tratamiento de errores a un conjunto de 45 ensayos realizados por cinco sujetos que ejecutan tres movimientos con distinto grado de impacto. El objetivo es generalizar los resultados obtenidos en el capítulo 4 y llevar a cabo un análisis de sensibilidad de los errores en función del tratamiento de los datos cinemáticos y del tipo de movimiento. Como medida del error del ADI se emplea la diferencia entre la fuerza vertical de reacción con el suelo medida por una placa de fuerza y la calculada mediante el ADI.

Por último, en el capítulo 6 se presenta un resumen de la tesis y una síntesis de los resultados y conclusiones que se han obtenido. Se repasan las principales contribuciones realizadas en este estudio y se señalan algunas directrices de las líneas de investigación que se seguirán en el futuro.

La investigación sintetizada en esta tesis doctoral ha dado lugar a los siguientes artículos y comunicaciones presentadas a congresos:

### **Artículos**

- Alonso, F. J., Del Castillo, J. M. and Pintado, P., 2004. An automatic filtering procedure for processing biomechanical kinematic signals. *Lecture Notes in Computer Science*, 3337, 281-291.
- Alonso, F. J., Del Castillo, J. M. and Pintado, P., 2005. Application of singular spectrum analysis to the smoothing of raw kinematic signals. *Journal of Biomechanics*, 38, 1085-1092.
- Alonso, F. J., Pintado, P., and Del Castillo, J. M., 2005. Filtering of kinematic signals using the Hodrick-Prescott filter. *Journal of Applied Biomechanics*, 21(3), corrección de pruebas.
- Alonso, F. J., Pintado, P., and Del Castillo, J. M., Robust estimation of human

vertical ground reaction force using displacement signals. *Human Movement Science*, enviado.

### **Congresos**

- Alonso, F. J., Del Castillo, J. M. and Pintado, P., 2003. Filtrado de señales cinemáticas mediante Singular Spectrum Analysis. XXI Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica. Mérida, Spain., pp. 121-124.
- Alonso, F. J., Pintado, P. and Del Castillo, J. M., 2004. Singular Spectrum Analysis: A tool for smoothing kinematic signals from biomechanical tests. 2004 Hawaii International Congress on Sciences and Computer Sciences. Honolulu, Hawaii.
- Alonso, F. J., Del Castillo, J. M. and Pintado, P., 2005. A systematic procedure for account raw displacement, skin motion and wobbling masses movement in skeletal biomechanical models. *Multibody Dynamics 2005: Advances in computational Multibody Dynamics*. Madrid, Spain.





# Summary

---

The Inverse Dynamic Analysis (IDA) uses kinematic data to calculate net reaction forces and net driver moments acting in a mechanical system. In the last years, this type of analysis has been extensively applied in the field of Biomechanics. The objective is to obtain quantitative information about kinematics, dynamics and mechanical behavior of the human musculoskeletal system in motion.

To perform the IDA, the human body is modeled by means of a multibody model. The kinematics of the system is acquired using a motion capture system. This type of analysis is prone to numerous sources of error that affect its results and reduce its usefulness. The most important sources of error include the inaccuracy of velocities and accelerations derived from experimentally measured displacements, the skin motion that affects the kinematic consistency of the data and the wobbling masses motion.

This work presents a systematic methodology to treat the three biomechanical analysis errors mentioned above.

Chapter one introduces the methodology, an scheme of the study and a description of the experimental equipment.

Chapter 2 presents the problem of differentiation of raw kinematic data. In essence, the high-frequency noise in the displacement signal introduced by the motion capture system is dramatically amplified when obtaining velocities and accelerations.

ations. It is absolutely necessary to filter or to smooth the displacement signal prior to differentiation in order to increase the accuracy of the inverse dynamic analysis. In this chapter two filtering methods well-suited to the task of displacement signal filtering are presented: Singular Spectrum Analysis (SSA) and the Hodrick-Prescott Filter (HPF). SSA is a novel non-parametric technique based on principles of multivariate statistics. The original time series is decomposed into a number of additive time series, each of which can be easily identified as being part of the modulated signal, or as being part of the random noise. HPF assumes that the noise in the displacement signal and the jerk filtered signal satisfy some statistical hypotheses. The HPF produces acceptable results, comparable to SSA results.

Chapter 3 deals with skin motion with respect to the underlying bone. This motion affects the estimation of the skeletal system kinematics, and is regarded as one of the most critical sources of error in the IDA. Skin motion produces a violation of the kinematic constraint equations. The raw data smoothing procedure does not ensure the kinematic data consistency with the biomechanical model because the kinematic constraint equations are not necessarily satisfied. In this work, we correct the filtered displacement signals in order to satisfy the kinematic multibody equations to assure that the length of each body segment remains constant during the simulation.

Chapter 4 presents wobbling masses movement effect. The soft tissue motion is considered by adding wobbling masses connected to the original multibody system by viscoelastic links. The model is a simplified 2D biomechanical model composed by seven bone segments (feet, shanks, thighs and trunk) and wobbling masses of shanks, thighs and trunk. Two physical activities are studied: the drop landing phase of a fall from a height of 0.5 m because of the high acceleration involved in this movement and the impact phase of running. The parameters of the new rigid-

wobbling multibody model are identified to reproduce some observables produced by the real biosystem, namely, the vertical ground reaction force measured with a forceplate.

Chapter 5 summarizes the methodology to correct the errors in the IDA and apply it to 5 subjects performing 3 different activities. The objective is to perform a sensitivity analysis to determine the relative importance of each type of error in the determination of ground reaction force and to generalize the results obtained in chapter 4.

Chapter 6 presents a summary of the work and a synthesis of the results, conclusions and contributions. Several research lines in which future works will focus are outlined.



# Nomenclatura

---

## Abreviaturas

ADI	Análisis Dinámico Inverso.
BW	Body Weight, Peso Corporal.
COM	Center of Mass, centro de masa.
GCVSPL	General Cross-Validation Splines.
GRF	Ground Reaction Force, Fuerza de reacción con el suelo.
FHP	Filtro de Hodrick-Prescott.
IMC	Índice de masa corporal.
KC	Kinematic Consistency (Consistencia Cinemática).
mtb	Masa de tejido blando.
PSD	Power Spectral Density, densidad espectral de potencia.
rms	Raíz cuadrática media.
RMSE	Raíz cuadrática media del error.
SSA	Singular Spectrum Analysis, Análisis de espectro singular.
SVD	Singular Value Decomposition, Descomposición en valor singular.

**Símbolos**

$\mathbf{c}$	Señal residual.
$c_i$	Amortiguamiento del acoplamiento viscoelástico de la mtb $m_i^w$ .
$d_i$	Distancia COM-articulación distal del segmento $i$ .
$\mathbf{E}_i$	Matriz elemental.
$f_s$	Frecuencia de muestreo.
$f_c$	Frecuencia de corte.
$f_0^y(t)$	Fuerza de reacción vertical medida por la placa de fuerza.
$g$	Aceleración de la gravedad.
$H(\omega)$	Función de respuesta en frecuencia del FHP.
$k_i$	Rigidez del acoplamiento viscoelástico de la mtb $m_i^w$ .
$L$	Tamaño de ventana.
$m_i$	Masa del segmento corporal $i$ .
$m_i^b$	Masa ósea del segmento corporal $i$ .
$m_i^w$	Masa de tejido blando del segmento corporal $i$ .
$n$	Número de segmentos corporales.
$n_w$	Número de masas de tejido blando.
$N$	Longitud de la serie temporal.
$p_i$	Distancia COM-articulación proximal del segmento $i$ .
$\mathbf{q}$	Coordenadas generalizadas.
$r$	Valor de truncamiento.
$s_i(t)$	Desplazamiento de la mtb $m_i^w$ .
$\mathbf{x}$	Señal de desplazamiento filtrada.
$\mathbf{X}$	Matriz de trayectoria.
$\mathbf{y}$	Señal de desplazamiento observada.

---

$\square^T$	Matriz traspuesta.
$\square^{-1}$	Matriz inversa.
$\ \square\ $	Norma de la matriz.
$\Delta^n$	Diferencia finita de orden $n$ .
$\theta_i(t)$	Ángulo que forma el segmento $i$ con la horizontal.
$\ddot{\theta}_i(t)$	Aceleración angular del segmento $i$ .
$\lambda$	Parámetro de alisado.
$\lambda_i$	Autovalor $i$ de la SVD.
$\lambda^*$	Parámetro de alisado óptimo.
$\lambda_{PSD}$	Parámetro de alisado obtenido mediante el criterio PSD.
$\xi_i$	Coefficiente de amortiguamiento de la mtb $m_i^w$ .
$\Phi(\mathbf{q})$	Matriz de ecuaciones de restricción cinemática.
$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q})$	Jacobiano de las ecuaciones de restricción.
$\omega_i$	Frecuencia natural de la mtb $m_i^w$ .





# Introducción

---

## Contenidos

---

1.1. Introducción y motivación . . . . .	1
1.2. Marco de trabajo y objetivos . . . . .	4
1.3. Metodología . . . . .	8

---

## 1.1. Introducción y motivación

La Biomecánica es la ciencia que estudia el movimiento de seres vivos y las fuerzas que intervienen en dicho movimiento. Como parte de ella, el análisis del movimiento humano obtiene información cuantitativa sobre la mecánica del sistema músculo–esqueletar humano durante la ejecución de un determinado movimiento o actividad física (Winter, 1974; Woltring, 1985; Glitsch y Baumann, 1997; Novacheck, 1998; Kuo, 1998; Nigg et al., 1999; Andriacchi et al., 2000; Capozzo et al., 2005). Los orígenes de la Biomecánica se remontan a la época griega, sin embargo, el primer tratado científico sobre Biomecánica aparece en el año 1680 con la publicación de *De Motu Animalium* por Borelli (Fig. 1.1). En la actualidad, se trata de una ciencia emergente que está experimentando un rápido desarrollo debido a sus múltiples

aplicaciones.

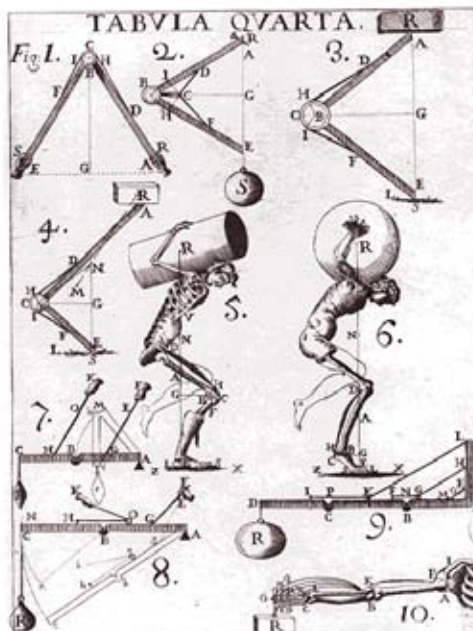


Figura 1.1: Ilustración del libro *De Motu Animalium*, de Borelli (1680).

Las aplicaciones de la Biomecánica pueden clasificarse en tres grandes grupos: aplicaciones médicas y/o fisioterapéuticas, aplicaciones deportivas y aplicaciones ergonómicas (Chaffin et al., 1999). Ejemplos de estas aplicaciones son el diseño ergonómico del puesto de trabajo, de herramientas manuales, de prótesis de cadera o rodilla, la mejora de una técnica deportiva para alcanzar un rendimiento óptimo, la concepción de un dispositivo de rehabilitación o de asistencia a un discapacitado o el diseño de calzado deportivo con propiedades de absorción de impactos.

En general, en estas aplicaciones es necesario conocer el conjunto de fuerzas de reacción a que están sometidas las articulaciones del individuo cuando el sujeto realiza el movimiento en cuestión, así como los momentos motores necesarios para realizar dicho movimiento. Para calcular estas magnitudes, basta caracterizar la cinemática del sistema mediante un sistema de captura de movimiento, y disponer

de un conjunto de datos antropométricos (máscicos e inerciales) del sujeto, para plantear las ecuaciones de la dinámica y realizar un Análisis Dinámico Inverso (en adelante ADI).

El modelo biomecánico comúnmente utilizado para estimar estas magnitudes – que no son directamente observables– consiste en una cadena cinemática abierta compuesta por un conjunto de sólidos rígidos unidos mediante pares cinemáticos convencionales (Delp et al., 1995; Silva y Ambrósio, 1997; Huang, 1998; Komistek et al., 1998; Aggarwal et al., 1999; Eberhard, 1999; Davoodi, 2002; Wojcik, 2003; Wojtyra, 2003). Cada sólido rígido representa una porción del cuerpo humano llamada segmento corporal.

Una vez modelado el cuerpo humano, el problema del ADI de sistemas biomecánicos se resuelve de dos formas distintas (Kuo, 1998; Cahouët et. al, 2002). La primera consiste en plantear directamente las ecuaciones de movimiento de cada segmento corporal, conociendo la cinemática del movimiento del mismo adquirida experimentalmente (Barden et al., 1994; Zatsiorsky, 1998). La segunda forma, llamada método bottom-up usa las mediciones cinemáticas y las fuerzas de reacción con el suelo y plantea un sistema de ecuaciones dinámicas sobredeterminado (Vaughan et al., 1992).

Existen numerosas fuentes de error que afectan al resultado del ADI. Las más importantes han sido señaladas recientemente por Hatze (2002) y Cappozo et al. (2005). Una forma sencilla de comprobar estos errores consiste en comparar las fuerzas de reacción con el suelo calculadas mediante el ADI con las medidas por una placa de fuerza. Esta discrepancia entre las magnitudes observables generadas por el sistema real y las calculadas mediante el ADI del modelo biomecánico se ha denominado *Problema fundamental de la dinámica inversa mioesquelética* (Hatze, 2002).

Este problema se produce por una serie de inconsistencias entre la dinámica del sistema biológico real y la simulada mediante el modelo biomecánico. Las fuentes de error se clasifican en fuentes dependientes de la topología del modelo utilizado y las independientes del modelado (Woltring, 1995; Zatsiorsky, 1998). Entre los errores más comunes del primer tipo se encuentra el uso de modelos bidimensionales (Kingma et al., 2000; Alkjaer et al., 2000), la suposición de que los segmentos corporales son sólidos rígidos cuando en realidad son cuerpos formados por partes de gran rigidez (huesos) y masas de tejido blando (músculos, ligamentos, órganos, vísceras, tejido adiposo, piel), la suposición de que las articulaciones se comportan como pares de revolución o esféricas, cuando en realidad admiten ciertos desplazamientos y deformaciones, el número de segmentos corporales utilizados, etc.

Los errores no dependientes del modelo hacen referencia a la calidad de los datos de entrada al modelo biomecánico. Entre ellos cabe destacar los debidos a la inexactitud del cálculo cinemático y de los datos antropométricos. El sistema de captura de movimiento introduce errores de medida aleatorios en los datos de desplazamiento en forma de ruido de baja amplitud y alta frecuencia (Winter, 1974; Dowling, 1985; Woltring, 1986; D'Ámico et al. 1990; 1992). El ruido se amplifica respecto a la señal cuando es derivado produciendo señales de velocidad y aceleración que contienen ruido de alta frecuencia. Es necesario filtrar o suavizar la señal de desplazamiento antes de la derivación para evitar obtener velocidades y aceleraciones con errores inaceptables que produzcan un ADI incorrecto. Los datos antropométricos (masas y tensores de inercia de cada uno de los segmentos corporales) se estiman mediante ecuaciones de regresión sobre una población de cadáveres determinada o mediante la aproximación de los segmentos corporales a cuerpos de características geométricas conocidas (cilindros, cuerpos troncocónicos, elipsoides, etc.). Estas aproximaciones producen errores en el ADI (Pearsaly Costigan, 1996, 1999; Challis, 1999; Doriot,

2001; Reynolds, 2002; Lenzi, 2003).

La lista de errores anterior no es completa. En la tabla 1.1. se presenta un resumen de los errores más comunes que aparecen en el ADI de modelos biomecánicos esqueléticos.

## 1.2. Marco de trabajo y objetivos

Este trabajo se presentan una serie de técnicas para compensar los errores que se producen debido a tres causas, que han sido señaladas como las más importantes fuentes de error en el ADI de sistemas biomecánicos (Hatze, 2002, Gunther, 2003):

- Amplificación del ruido en el proceso de derivación numérica de las señales de desplazamiento adquiridas experimentalmente.
- Movimiento la piel sobre el sistema esquelético.
- Movimiento de las masas de tejido blando respecto al sistema esquelético.

Existe una amplia literatura sobre el tema. Sin embargo, tradicionalmente cada uno de estos errores se ha estudiado de forma aislada. En este trabajo se propone un procedimiento sistemático para tratar estos errores de forma integrada.

Las principales objetivos que se pretende alcanzar son:

- Proponer nuevos métodos de filtrado de señales cinemáticas que presenten ventajas frente a los métodos de filtrado convencionales, en especial, en situaciones de impacto.
- Proponer estrategias para reducir los errores debidos al movimiento de la piel sobre el sistema esquelético.

<b>Propiedad o característica</b>	<b>Sistema real</b>	<b>Modelo biomecánico esquelético</b>
Composición de segmentos corporales	Compuestos por huesos, masas de tejido blando, fluidos corporales, tendones y ligamentos	Sólidos rígidos indeformables
Parámetros antropométricos de los segmentos corporales	No se pueden medir in-vivo	Estimados mediante ecuaciones antropométricas
Conexión entre segmentos corporales (articulaciones)	Compleja, formada por huesos y ligamentos	Simple, formada por pares cinemáticos
Posición de las articulaciones	Variable con el movimiento	Definida a partir de la posición de ciertos puntos de anatómicos
Desplazamiento de ciertas coordenadas del cuerpo humano	Definido de forma inherente por el movimiento del cuerpo	Observado experimentalmente mediante sistemas de captura de movimiento
Aceleraciones de los centros de masa de cada segmento	Definidas de forma inherente por el movimiento del cuerpo	Calculadas mediante procedimientos numéricos que introducen errores adicionales

Tabla 1.1: Errores más comunes en el ADI de sistemas biomecánicos.

- Cuantificar la influencia del movimiento de las masas de tejido blando sobre el sistema esquelético en los resultados del ADI.
- Proponer un procedimiento sistemático para tratar de forma integrada estas tres fuentes de error.

Para conseguir los objetivos propuestos, el estudio se ha organizado en cinco capítulos.

En el capítulo 2 se expone la problemática de la obtención de aceleraciones a partir de las señales cinemáticas de desplazamiento adquiridas mediante un sistema de captura de movimiento. Se revisa la extensa literatura sobre el tema. Se presentan dos métodos de filtrado especialmente indicados para el tratamiento de señales cinemáticas no estacionarias con impactos: el Análisis de Espectro Singular (en inglés Singular Spectrum Analysis, en adelante SSA) y el filtrado mediante el Filtro de Hodrick-Prescott (en adelante FHP). Se analizan las ventajas de ambas técnicas respecto a los métodos de filtrado convencionales y se proponen estrategias de automatización del filtrado mediante SSA.

El algoritmo SSA descompone la serie original en un conjunto de series temporales aditivas independientes (ortogonales). Esta descomposición permite realizar la separación del ruido de la señal adquirida sin necesidad de asumir una estructura particular para la señal. El filtro de Hodrick-Prescott establece un conjunto de hipótesis estadísticas sobre el ruido presente en la señal de desplazamiento y sobre la señal de sobreaceleración filtrada. El filtro produce resultados satisfactorios comparables a los obtenidos mediante SSA cuando la señal de desplazamiento se analiza durante un ciclo de movimiento.

En el capítulo 3 se introduce el problema del movimiento de la piel respecto al sistema esquelético. Este movimiento, que no puede ser tratado como un ruido, produce

una violación de las ecuaciones de restricción cinemática del modelo biomecánico utilizado en el análisis que se traduce en un error en el cálculo de las reacciones en las articulaciones y momentos motores (Silva y Ambrosio, 2002). Se repasa la literatura sobre el tema y se introduce un procedimiento de corrección de las señales de desplazamiento basado en el cumplimiento de las ecuaciones de restricción cinemática del sistema multicuerpo. El procedimiento constituye una variación del introducido por Silva y Ambrosio (2002).

En el capítulo 4 se estudia el movimiento de las masas de tejido blando respecto al sistema rígido esquelético. Se propone un modelo simplificado para simular dicho movimiento y un procedimiento sencillo para identificar los parámetros del modelo. Por último, se presenta un ejemplo de aplicación de las técnicas de tratamiento de datos cinemáticos expuestas en los capítulos 2 y 3.

En el capítulo 5 se plantea un procedimiento sistemático de proceso de los datos cinemáticos adquiridos que incluye el filtrado, la consistencia cinemática y el modelado del movimiento de las mtb. Para evaluar experimentalmente la metodología propuesta se aplica a una muestra de 5 individuos que realizan tres actividades con distinto grado de impacto: marcha, carrera, y fase de aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m. Se realiza un análisis de sensibilidad de la importancia de cada tipo de error en función del tipo de movimiento y del índice de masa corporal (IMC) del sujeto.

Por último, en el capítulo 6 se presenta un resumen de la tesis y una síntesis de los resultados y conclusiones que se han obtenido. Se repasan las contribuciones realizadas, las publicaciones a que ha dado lugar la tesis y se señalan las directrices de las líneas de investigación que se seguirán en el futuro.



### 1.3. Metodología

Para comprobar experimentalmente los errores que se producen en el ADI, y evaluar la bondad de los métodos de tratamiento de señales y de masas de tejido blando que se proponen en este trabajo es necesario comparar algún resultado calculado mediante el ADI con una magnitud observable generada por el sistema real. No existe en la actualidad la tecnología necesaria para medir las fuerzas de reacción y los momentos motores en las articulaciones, por ello, se utiliza una medida indirecta. En concreto, se utiliza como medida del error de ADI la diferencia entre la fuerza vertical de reacción con el suelo (en adelante GRF) calculada mediante el ADI y la medida por una placa de fuerza.

La adquisición y reconstrucción del movimiento del sistema esquelético se realiza por medio de un sistema optoelectrónico de captura de movimiento. El sistema permite una estimación no-invasiva de la posición instantánea de una serie de puntos situados sobre la superficie corporal. En los ensayos de esta tesis se adquiere la posición de una serie de marcadores pasivos reflectantes de forma hemiesférica situados en determinados puntos anatómicos que describen la posición de las articulaciones.

En síntesis, el sistema de captura de movimiento (Qualisys ProReflex 500) consta de tres cámaras infrarrojas que permiten estimar mediante reconstrucción fotogramétrica la posición tridimensional de una serie de marcadores pasivos reflectantes hemiesféricos en función de su luminosidad (Woltring, 1995; Gianikellis, 1996) a una frecuencia máxima de 200 fotogramas por segundo. En la figura 1.2. se presenta la configuración del sistema de captura de movimiento.

La fuerza vertical de reacción con el suelo generada por el sujeto se mide mediante una placa de fuerza KISTLER 9286AA sincronizada con el sistema de captura de

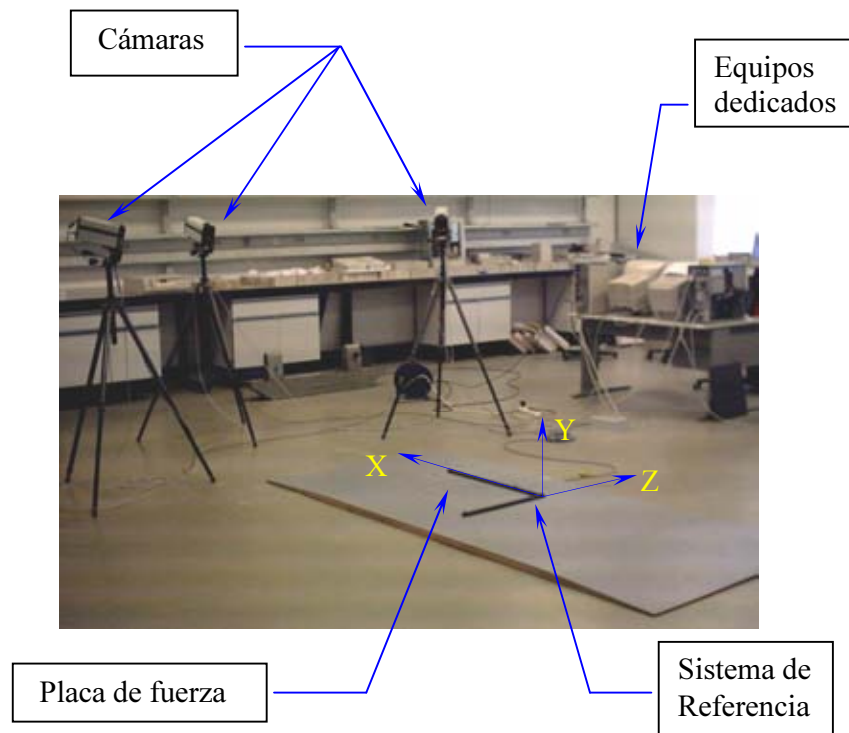


Figura 1.2: Configuración del laboratorio de Biomecánica

movimiento. La placa de fuerza está formada por dos placas rectangulares unidas mediante una serie de sensores piezoeléctricos que permiten calcular la resultante de las fuerzas de interacción pie-suelo, así como el centro de presiones de la distribución de fuerzas (ver Fig. 1.2). Los datos de movimiento y fuerza se exportan a la herramienta MATLAB 6.1., en la que se ha realizado el tratamiento de los datos.

# El problema de la derivación de señales cinemáticas. Filtrado.

---

## Contenidos

---

<b>2.1. Introducción</b>	<b>11</b>
<b>2.2. Error asociado a la derivación de señales cinemáticas</b>	<b>13</b>
<b>2.3. Marco Teórico: Singular Spectrum Analysis</b>	<b>13</b>
2.3.1. Elección de los parámetros	19
<b>2.4. Resultados</b>	<b>20</b>
2.4.1. Señal 1: Señal sinusoidal estacionaria	20
2.4.2. Señal 2: Señal de origen biomecánico	24
2.4.3. Señal 3: Señal no-estacionaria con impacto	28
2.4.4. Señal 4: Señal no-estacionaria sin impactos	30
<b>2.5. Filtrado automático basado en SSA</b>	<b>32</b>
<b>2.6. Marco teórico: El filtro de Hodrick-Prescott</b>	<b>38</b>
2.6.1. Filtro de HP de tercer orden	42

---

2.6.2. Determinación del parámetro de alisado . . . . .	43
<b>2.7. Resultados . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>2.8. Comparación SSA - filtro de HP . . . . .</b>	<b>55</b>
<b>2.9. Discusión . . . . .</b>	<b>55</b>
2.9.1. Filtrado mediante SSA . . . . .	55
2.9.2. Filtrado mediante el filtro de Hodrick-Prescott . . . . .	57

---

## 2.1. Introducción

Como se ha comentado en la introducción, existen numerosas fuentes de error que afectan al resultado del ADI de sistemas biomecánicos. Las más importantes han sido señaladas recientemente por Hatze (2000, 2002). Entre ellas cabe destacar las debidas a la inexactitud del cálculo de velocidades y aceleraciones. Esta inexactitud se produce por el error de medida que introduce el sistema de captura de movimiento en los datos de desplazamiento en forma de ruido de alta frecuencia (Pezzack et al., 1977; Bobbert et al., 1991; Gianikellis et al., 1998; Richards, 1999; Chiari et al., 2005). El ruido se amplifica respecto a la señal cuando ésta es derivada produciendo señales de velocidad y aceleración en las que la amplitud del ruido es inaceptable.

Es necesario filtrar o suavizar la señal de desplazamiento antes de la derivación para obtener velocidades y aceleraciones suaves que contribuyan a aumentar la precisión del ADI (Bobbert et al., 1991; Barden et al., 1994, Bogert y de Koning, 1996; Giakas y Baltzopoulos, 1998a).

El problema del filtrado de señales de desplazamiento para obtener velocidades y aceleraciones sin ruido con mínima pérdida de información ha sido ampliamente estudiado. Tradicionalmente se han propuesto técnicas basadas en filtros digitales de

Butterworth, splines, ajuste a funciones polinómicas y análisis espectral (Vaughan, 1982; Dámico y Ferrigno, 1990,1992; Fioretti, 1996; Peham et al., 1996; Dujardin et al., 1997; Giakas y Baltzopoulos, 1997a,b; Hamil et al., 1997; Bing et al., 1999; Yu et al., 1999; Gordon et al., 2003), técnicas de optimización (Cahouet, 2002) y filtros de Kalman (Cerveri et al., 2003).

Se han realizado estudios comparando los resultados obtenidos por los distintos métodos (Giakas y Baltzopoulos, 1997b; Fazel-Rezai y Shedyck, 1998; Walker, 1998), siendo, en general, los métodos basados en splines los más estables frente a distintas combinaciones señal-ruido. Sin embargo, los métodos tradicionales no pueden aplicarse de forma satisfactoria al filtrado o suavizado de señales no estacionarias, como las que tienen lugar durante la fase de impacto con el suelo en cualquier actividad física (Woltring, 1995; Giakas et al., 2000, Georgiakis et al., 2002a). Otras técnicas de filtrado más avanzadas que han demostrado su eficacia en el filtrado de señales cinemáticas no estacionarias incluyen el uso de la transformada wavelet discreta (Adham and Shibab., 1999, Gensay, 2002) y la función de Wigner (Giakas et al., 2000; Georgiakis et al., 2002a,b). La automatización de estos métodos, no obstante, es compleja debido a la necesidad de elección de la función wavelet madre apropiada en el caso de la transformada wavelet discreta, y de los parámetros de la función de filtrado en el caso de la función de Wigner.

En este capítulo se presenta en primer lugar la problemática de la derivación de señales cinemáticas. Posteriormente se introducen los fundamentos teóricos de los filtros basados en SSA y de Hodrick-Prescott. Se presentan las ventajas e inconvenientes de ambos filtros frente a los métodos usados en la literatura. Para demostrar la utilidad de ambos filtros se lleva a cabo el cálculo de la aceleración de cuatro señales de desplazamiento diferentes que incluyen señales estacionarias y no estacionarias.

## 2.2. Error asociado a la derivación de señales cinemáticas

El sistema de captura de movimiento introduce errores de medida aleatorios en las señales de desplazamiento. Este error de baja amplitud y alta frecuencia se amplifica de forma inaceptable al derivar la señal cinemática. Para ilustrar la importancia de este error se llevó a cabo un experimento sencillo: se realizó el cálculo de la aceleración vertical de un marcador reflectante situado en el extremo de una barra de aluminio de  $120\text{mm}$ . La barra realiza un movimiento de rotación en torno a una articulación fija a una frecuencia constante de  $0.6\text{ Hz}$  (ver figura 2.1). El movimiento se adquirió mediante tres cámaras infrarrojas (ProReflex MCU 500) a una frecuencia de  $100\text{ Hz}$ , durante  $8\text{ segundos}$ .

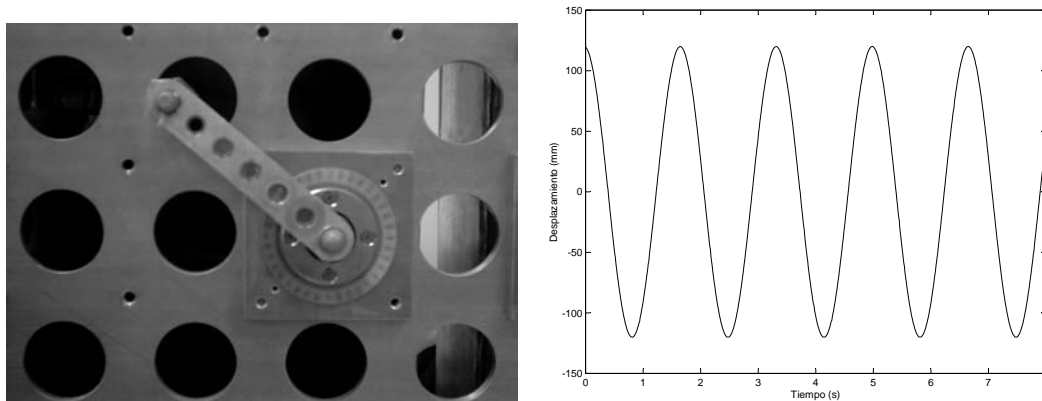


Figura 2.1: Configuración del experimento. Marcador reflectante colocado sobre la barra (arriba). Señal de desplazamiento capturada (abajo).

Al realizar la primera y segunda derivadas de la señal adquirida, se observa en las figuras 2.2 y 2.3 el efecto de amplificación de las altas frecuencias tanto en el dominio temporal (figura 2.2) como en el dominio de la frecuencia (figura 2.3).

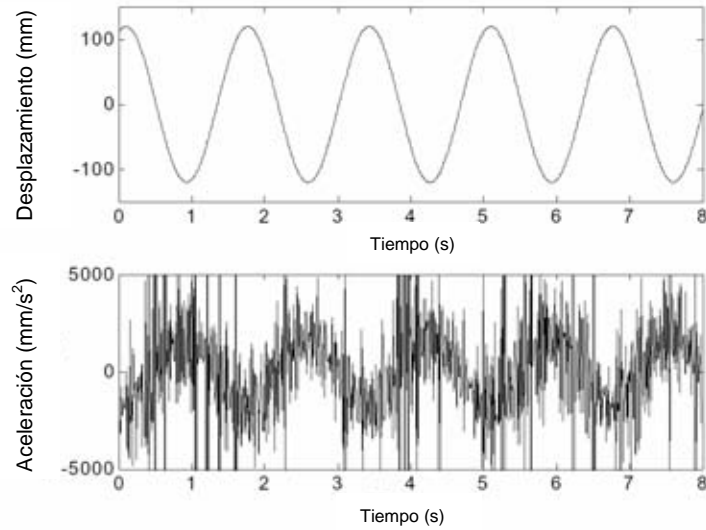


Figura 2.2: Efecto de la derivación de las señales cinemáticas (dominio temporal).

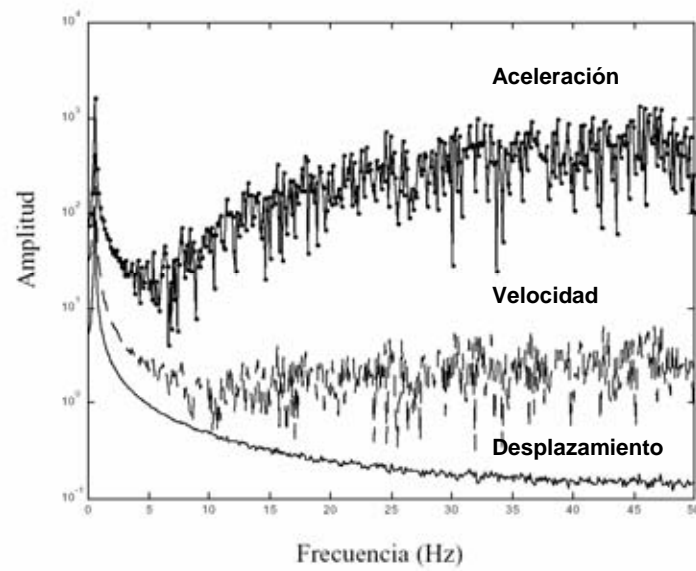


Figura 2.3: Efecto de la derivación de las señales cinemáticas (dominio de la frecuencia).

### 2.3. Marco Teórico: Singular Spectrum Analysis

El Análisis de Espectro Singular (en inglés Singular Spectrum Analysis, en adelante, SSA) es una nueva técnica no paramétrica de análisis de series temporales basada en principios de estadística multivariante cuya utilidad ha sido probada en el análisis de series climáticas, meteorológicas y geofísicas (Golyandina et al., 2001).

Básicamente, el método SSA descompone la serie temporal original en un conjunto de series temporales aditivas independientes o separables (ortogonales). El conjunto de series temporales resultantes puede ser interpretado como una tendencia general, un conjunto de series oscilatorias (periódicas) y un ruido aperiódico. Para realizar la descomposición de la serie original, ésta se proyecta sobre una base ortonormal de vectores generados a partir de la propia serie temporal, siguiendo el esquema del Análisis de Componentes Principales.

Las primeras aplicaciones del SSA fueron la extracción de tendencias, de componentes armónicas y la eliminación de ruido en series climáticas y geofísicas (Vautard y Ghil, 1989; Vautard et al., 1992) y la identificación de movimientos periódicos en sistemas dinámicos complejos (Pasmarter, 1995).

En nuestro caso, el problema que nos ocupa es el siguiente: Dada una señal cinemática adquirida con un sistema de captura de datos, descomponer los datos originales mediante SSA y reconstruir los datos a partir de las componentes que representan la tendencia, con la menor pérdida de información posible. En las señales de desplazamiento adquiridas, en general, la amplitud del ruido introducido por el sistema de captura de movimiento es pequeña en comparación con la señal. El algoritmo SSA puede en este caso separar de forma óptima y sencilla la tendencia del ruido independientemente de la estacionariedad de ruido y señal.

A continuación se describe de manera cualitativa el algoritmo de descomposición



SSA, para un desarrollo detallado del método puede consultarse el libro de Golyandina et al. (2001).

La versión básica del algoritmo SSA consta de cuatro pasos que se muestran a continuación.

Paso 1 Embebido (Embedding)

Sea  $\mathbf{F} = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$  la serie temporal de longitud  $N$  a analizar y sea  $L$ , con  $1 < L < N$  un número entero denominado longitud de ventana, haciendo  $K = N - L + 1$  y definiendo  $K$  vectores del tipo  $\mathbf{X}_j = (f_{j-1}, f_j, \dots, f_{j+L-2})^T, j = 1, 2, \dots, K$  se puede construir la llamada matriz de trayectoria como  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_K]$ . Se puede demostrar que la matriz de trayectoria  $\mathbf{X}$  es una matriz de Hankel, lo que significa que los elementos de las diagonales  $i + j = \text{constante}$  son iguales.

Paso 2 Descomposición en Valor Singular (Singular Value Decomposition, SVD) de la matriz de trayectoria

Se obtienen los autovalores y autovectores de la matriz  $\mathbf{S} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T$  de dimensión  $L \times L$ , denominada matriz de covarianza retrasada. Llamando  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  a los autovalores de la matriz  $\mathbf{S}$  dispuestos en orden decreciente y  $\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_L$  a los autovectores asociados, se construyen los vectores  $\mathbf{V}_i = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{U}_i$  para  $i = 1, \dots, d$ , siendo  $d$  el número de autovalores distintos de cero ( $d = L$  si todos los autovalores son distintos de cero). Como resultado de la SVD se obtiene una descomposición de la matriz de trayectoria como suma de matrices de trayectoria de rango unidad linealmente independientes llamadas matrices elementales  $\mathbf{X} = \mathbf{E}_1 + \dots + \mathbf{E}_d$ , siendo  $\mathbf{E}_i = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T$  con  $(i = 1, \dots, d)$ .

La norma de la matriz de elemental  $\mathbf{E}_i$  es igual a  $\sqrt{\lambda_i}$  (Golyandina et al., 2001). Por lo tanto, la contribución de las primeras matrices elementales a la norma de la matriz de trayectoria  $\mathbf{X}$  es mucho mayor que la contribución de las últimas, que representan el ruido de la señal observada. La representación gráfica de los

autovalores en orden decreciente se denomina espectro singular y constituye una herramienta clave a la hora de reconstruir la serie original.

### Paso 3 Agrupamiento

En este paso se elige la agrupación de componentes principales con las que llevar a cabo la reconstrucción de la serie original. La idea es aproximar la matriz de trayectoria  $\mathbf{X}$  por la suma de las primeras  $r$  matrices elementales que representan la tendencia de la señal observada, es decir,  $\mathbf{X} \approx \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_r$ .

### Paso 4 Reconstrucción (Promediado Diagonal)

En este último paso se transforman las matrices elementales de las agrupación seleccionada en varias series temporales reconstruidas de longitud  $N$ . La matriz de trayectoria aproximada no es una matriz de Hankel, pero se puede obtener una serie temporal aproximada calculando el valor medio de sus diagonales. Para ello se aplica una transformación lineal conocida como promediado diagonal o deHankelización.

A continuación se presenta el algoritmo de promediado diagonal, que consiste en aplicar la correspondencia uno a uno entre la serie temporal de longitud  $N$  y la matriz de Hankel de dimensión  $L \times (N - L + 1)$  correspondiente a la matriz elemental  $\mathbf{E}_i$  (Golyandina et al., 2001).

Sea  $\mathbf{Y}$  una matriz  $L \times K$ , con elementos  $y_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ . Llamando  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$  y  $N = L + K - 1$ . El algoritmo de promediado diagonal transforma la matriz  $\mathbf{Y}$  en la serie temporal reconstruida  $g_0, \dots, g_{N-1}$ , aplicando la siguiente expresión:

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2} & \text{for } 0 \leq k < L^* - 1 \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+2} & \text{for } L^* - 1 \leq k < K^* \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+2} & \text{for } K^* \leq k < N \end{cases}$$

Una vez elegida la forma de agrupación  $\mathbf{I} = [1, 2, \dots, r]$ , obtenemos dos series,

que podemos denotar  $x_t$  y  $c_t$ , denominadas serie reconstruida y serie residuo, que provienen de la aplicación del promediado diagonal sobre las matrices  $\mathbf{E}_I$  y  $\mathbf{E}_{\bar{I}}$ . Siendo  $\mathbf{X} = \mathbf{E}_I + \mathbf{E}_{\bar{I}}$ , donde  $\mathbf{E}_I = \sum_{i \in I} \mathbf{E}_i$  y  $\mathbf{E}_{\bar{I}} = \sum_{i \notin I} \mathbf{E}_i$ . En adelante, denominaremos componentes principales a las series reconstruidas a partir de cada una de las matrices elementales correspondientes a un determinado tamaño de ventana  $L$ .

Hay que destacar que para la aplicación del algoritmo SSA sólo es necesario definir dos parámetros: la longitud o tamaño de la ventana  $L$  y el valor de truncamiento  $r$  con el que llevar a cabo la reconstrucción. La elección de estos parámetros es fundamental para obtener una descomposición apropiada de la serie. En el próximo apartado se ofrecen algunas recomendaciones para la elección de estos parámetros.

### 2.3.1. Elección de los parámetros

No existen reglas generales para la elección de los parámetros de la descomposición SSA (Golyandina et al., 2001). La elección varía en función del tipo de señal con la que estemos trabajando y el tipo de análisis que queramos realizar: extracción de la tendencia, extracción de armónicos, eliminación de ruido, etc.

A continuación se ofrecen algunas recomendaciones para la elección del tamaño de ventana  $L$  y la partición de componentes con que reconstruir la serie original  $\mathbf{I}$  de forma que la separabilidad de las componentes de tendencia y de las componentes de ruido sea óptima. Para una explicación detallada sobre la elección de parámetros para este caso se puede consultar (Golyandina et al., 2001).

La estrategia general consiste en elegir un tamaño de ventana que produzca una separabilidad (independencia) adecuada de las series temporales reconstruidas a partir de cada matriz elemental (componentes principales). Una vez identificadas las componentes principales que corresponden a la tendencia de la serie, se realiza

la reconstrucción de la serie a partir de ellas.

El primer parámetro que hay que definir es el tamaño de ventana. Una elección inapropiada puede hacer que no encontremos posteriormente una forma de agrupación que produzca una descomposición satisfactoria. Existen una serie de principios a tener en cuenta:

1. Las SVD de las matrices de trayectoria que se obtienen con una longitud de ventana  $L$  y  $K = N - L + 1$  son equivalentes, por lo que no tiene sentido elegir un tamaño de ventana mayor que la mitad de la longitud de la serie.
2. Cuanto mayor es el tamaño de ventana, la descomposición de la serie es más detallada, por lo que la descomposición de la serie más detallada posible se consigue para  $L \approx N/2$ . Además, un tamaño de ventana pequeño puede dar lugar a una mezcla de componentes (mala separación).
3. Cuando la estructura de la serie es compleja, un tamaño de ventana demasiado grande puede dar lugar a una descomposición no deseada, produciendo la mezcla de ruido y ciertas componentes de la tendencia de la serie. Una variación pequeña del tamaño de ventana puede dar lugar a una mejor separación de las componentes de la serie. En este caso (un ejemplo se trata en los resultados), es necesario probar con varios tamaños de ventana, partiendo de un tamaño  $L \approx N/2$ , e ir disminuyendo  $L$  hasta conseguir la separación deseada.

Realizada la descomposición, debemos seleccionar la agrupación de componentes que representan la tendencia. La práctica demuestra que las primeras componentes principales representan un alto porcentaje de la norma de la matriz de trayectoria, luego son una buena representación de la tendencia. Denominaremos  $r$ , valor de truncamiento, al número de componentes con que realizamos la reconstrucción de la señal.

## 2.4. Resultados

Para comprobar la eficacia del método se aplicó el mismo a cuatro señales de distinta naturaleza. A continuación se ofrece una sucinta descripción de cada señal. En todos los casos se realizó el alisado mediante SSA de los datos de desplazamiento y una doble derivación posterior mediante diferencias finitas de primer orden (Burden et al., 1981). Se comentan y comparan los resultados con los obtenidos por otros autores.

### 2.4.1. Señal 1: Señal sinusoidal estacionaria

Para ilustrar cada uno de los pasos del algoritmo se aplicó a una señal cinemática estacionaria adquirida experimentalmente. En concreto, se realizó el cálculo de la aceleración vertical de un marcador reflectante situado en el extremo de una barra aligerada de aluminio de  $120\text{mm}$ . La barra realiza un movimiento de rotación en torno a una articulación fija a una frecuencia constante de  $0.6\text{ Hz}$  (ver figura 2.4). El movimiento se adquirió mediante tres cámaras infrarrojas (Qualisys ProReflex 500) a una frecuencia de  $100\text{ Hz}$ , durante  $8$  segundos. El algoritmo SSA se implementó en el entorno Matlab (The Mathworks Inc.).

En la figura 2.5 se ha representado en escala logarítmica el espectro singular de la señal adquirida, efectuando la descomposición con un tamaño de ventana  $L = 40$ . Se observa la importancia de los dos primeros autovalores, en concreto, los dos primeros autovalores retienen un  $99,9992\%$  de la suma total de los valores singulares. Destaca, asimismo, la variación suave del resto de autovalores lo que, en general, indica que estos autovalores representan un ruido, entendido como una señal aperiódica sin ninguna estructura latente (Golyandina et al., 2001).

Es conveniente, con objeto de elegir la agrupación de componentes con que re-

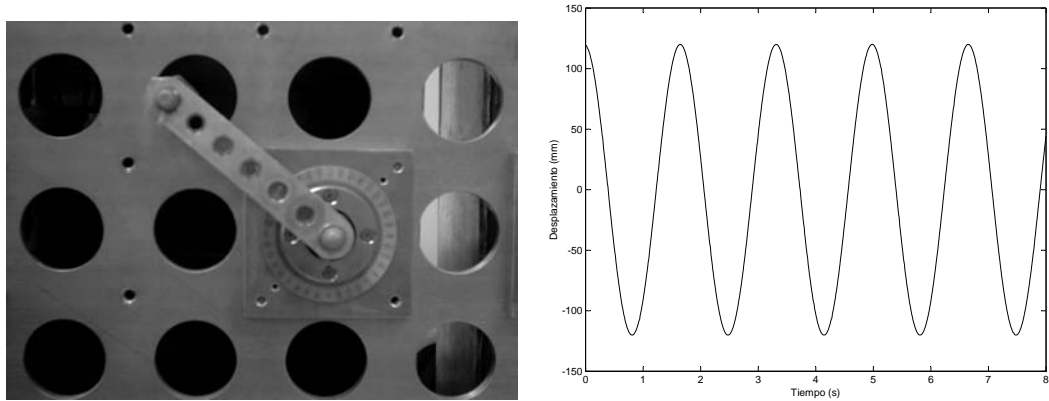


Figura 2.4: Configuración del experimento. Marcador reflectante colocado sobre la barra (arriba). Señal de desplazamiento capturada (abajo).

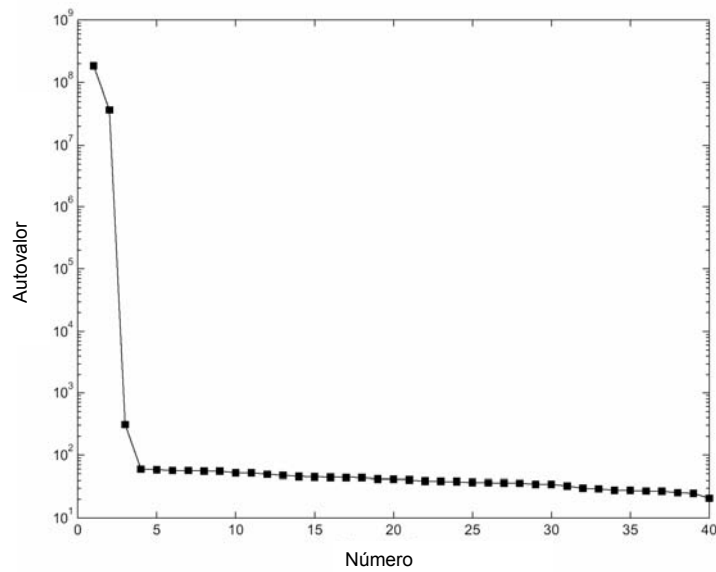


Figura 2.5: Espectro singular de la señal de desplazamiento capturada usando un tamaño de ventana  $L = 40$  (escala logarítmica).

construir la serie original, llevar a cabo la reconstrucción, de la señal que corresponde a cada componente principal. En la figura 2.6 se observa la señal reconstruida que

corresponde a cada una de las cinco primeras componentes principales (ver detalles en la figura).

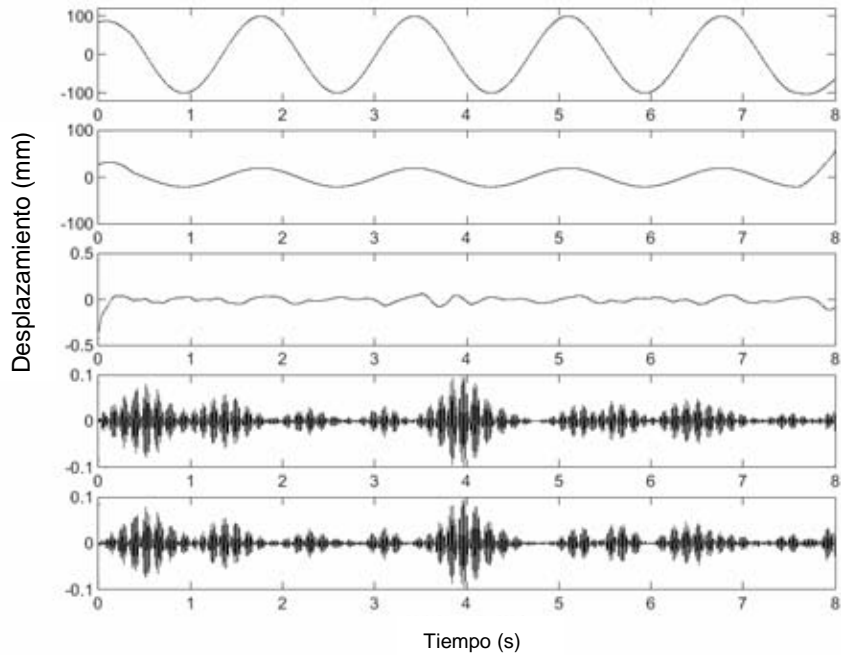


Figura 2.6: Reconstrucción individual de las primeras cinco componentes. Las figuras se han representado en escalas diferentes. Se aprecia que las primeras dos componentes representan la tendencia, las tres últimas componentes representan el ruido. Este resultado está de acuerdo con el espectro singular de la señal (Fig. 2.5.)

A la vista de los resultados obtenidos realizamos la reconstrucción de la señal a partir de las dos primeras componentes principales (ver figura 2.7). Para comprobar la efectividad del método, se comparan las aceleraciones obtenidas de la reconstrucción SSA con las que resultan de la señal de desplazamiento filtrada mediante un filtro de Butterworth de segundo orden con una frecuencia de corte de 4 Hz.(véase figura 2.8). Se demuestra la superioridad del filtrado SSA sobre el filtro de

Butterworth sobre todo en la eliminación de los errores en los extremos de la señal (Vint et al., 1996). Se han propuesto técnicas basadas en la extensión de la señal en los extremos para minimizar los errores en los extremos (Giakas y Baltzopoulos, 1998b), con el método SSA no es necesario esta extensión, pues los errores debidos a este efecto son despreciables (figura 2.8).

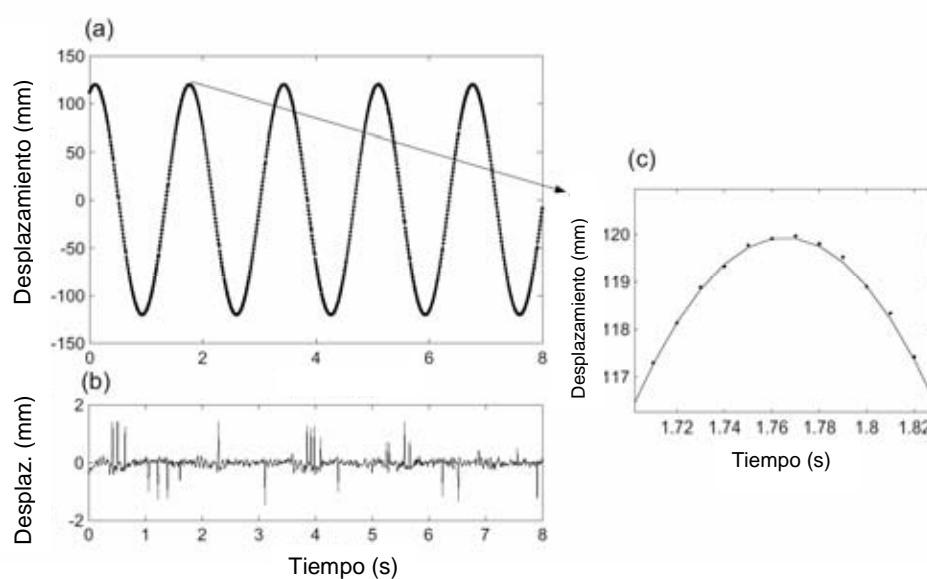


Figura 2.7: (a) señal de desplazamiento original (línea punteada) y desplazamiento filtrado mediante SSA (línea continua). (b) Residuo, definido como la diferencia entre la señal original y la filtrada. (c) Zoom en las cercanías de  $t = 1,77s$  para apreciar las diferencias entre la señal original y la señal filtrada.

### 2.4.2. Señal 2: Señal de origen biomecánico

La segunda señal que vamos a analizar es la señal de desplazamiento correspondiente al movimiento medio-lateral de un marcador colocado sobre el tubérculo tibial derecho que ha sido filtrado a 6.25 Hz (Giakas and Baltzopoulos, 1997a,b). La fuente



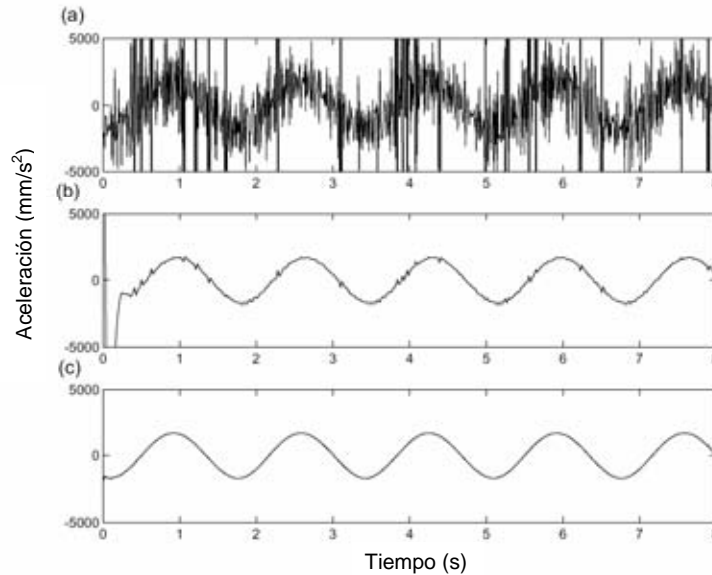


Figura 2.8: (a) Aceleración calculada a partir de la señal original de desplazamiento. (b) Aceleración calculada mediante filtrado con filtro de Butterworth. (c) Aceleración calculada mediante filtrado SSA. Se observa en la figura la ausencia de los errores en los extremos de la señal (end-point errors) cuando se aplica filtrado SSA.

de esta señal fue el archivo 'woman' de GAITLAB (Vaughan et al., 1992). La señal se adquirió a una frecuencia 50 Hz durante 0.94 segundos, por lo que la longitud de la serie es de 48 puntos.

Para medir el desempeño del método de filtrado se consideró esta señal como referencia y se le superpuso un ruido blanco con varios niveles de amplitud (Giakas y Baltzopulos, 1997a). Se ha elegido el ruido generado en el tiempo y con nivel de amplitud 1 para realizar las comparaciones con los resultados obtenidos por Giakas y Baltzopulos (1997a).

Se realizó una descomposición (ver figura 2.9) eligiendo como tamaño de ventana  $L = N/2 = 24$  para separar las componentes de tendencia de las de ruido. la recons-

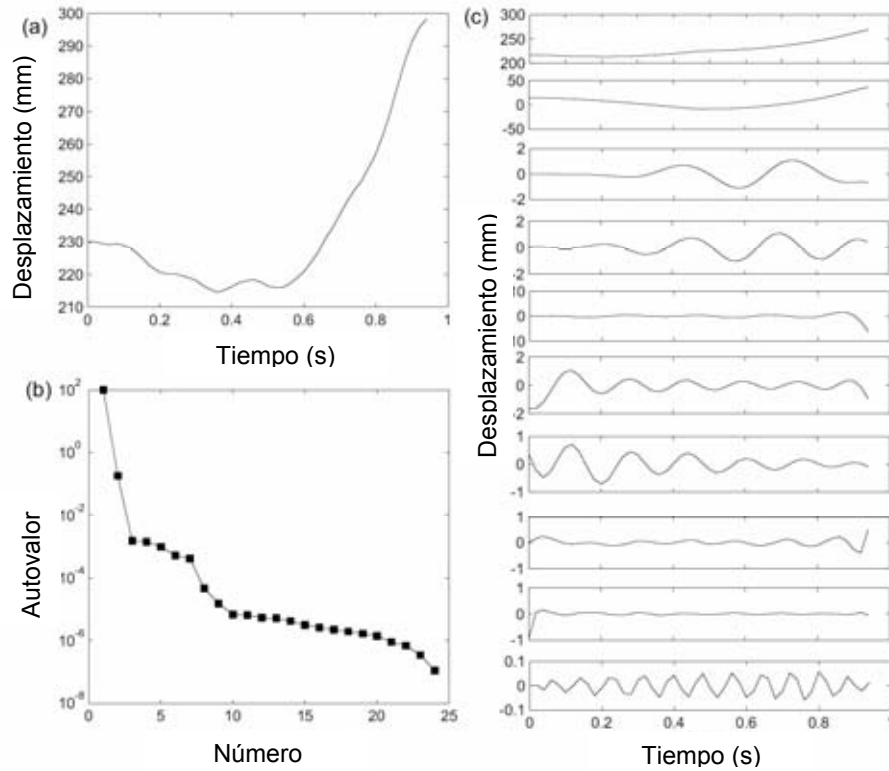


Figura 2.9: (a) Señal de desplazamiento original . (b) Espectro singular (c) Reconstrucción de las diez primeras componentes.

trucción de la tendencia se realizó a partir de las 9 primeras componentes. Como se puede apreciar en la figura 2.9, esta elección es lógica ya que la décima componente representa un movimiento de baja amplitud y alta frecuencia.

Para comparar los resultados obtenidos mediante SSA con las técnicas tradicionales de filtrado descritas en Giakas y Baltzopoulos (1997a,b), se compararon los errores RMS de las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración, obtenidas mediante SSA, respecto a la señal de referencia y sus derivadas. En los desplazamientos se obtuvo  $RMSE = 0,109$  mm , frente a los 0.3 mm obtenidos por Giakas y Baltzopoulos, (1997a), en velocidades  $RMSE = 4,352mm/s$ , frente a los más de

10mm/s obtenidos por estos autores, en aceleraciones,

$RMSE = 256,893mm/s^2$  frente a los más de  $400mm/s^2$  obtenidos por Giakas y Baltzupoulos (1997a). En la figura 2.10 se representa la aceleración obtenida con la descomposición SSA respecto a la aceleración de la señal de referencia, calculada derivando dos veces mediante diferencias finitas de primer orden la señal de referencia.

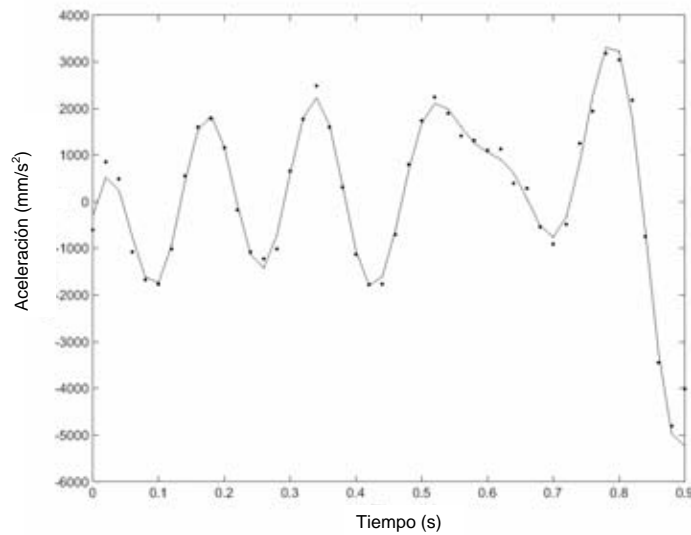


Figura 2.10: Comparación de la aceleración de referencia (línea continua) con la aceleración calculada a partir de la señal de desplazamiento filtrada mediante SSA (línea de puntos).

### 2.4.3. Señal 3: Señal no-estacionaria con impacto

La señal de desplazamiento corresponde en este caso a la coordenada angular de un péndulo que impacta contra una barrera no rígida. La aceleración se adquirió simultáneamente mediante tres acelerómetros a una frecuencia de muestreo de 512 Hz (figura 2.11 a). La aceleración medida por los tres acelerómetros se promedió para reducir el ruido y se dividió por la longitud del péndulo para obtener la aceleración angular (Dowling, 1985). El tamaño de la serie temporal es de 600 fotogramas. Como recientemente ha demostrado Giakas et al. (2000) al derivar dos veces la señal y filtrarla mediante un filtro digital de Butterworth de segundo orden los resultados son inaceptables debido a la no estacionariedad de la señal. Se ha escogido esta señal para comparar los resultados del nuevo método con los obtenidos mediante la aplicación de la distribución de Wigner (Giakas et al., 2000).

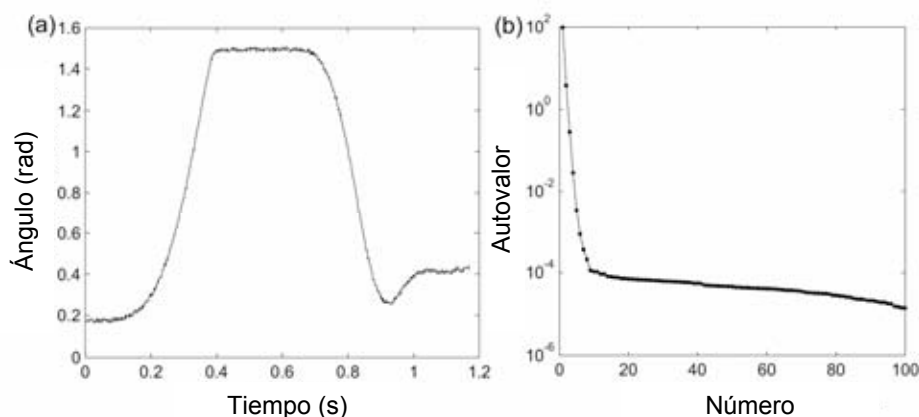


Figura 2.11: (a) Señal de desplazamiento original capturada con una cámara (Dowling, 1985). (b) Espectro Singular.

Se descompuso la serie temporal original usando un tamaño de ventana de  $L = 100$ , en la figura 2.11 b se representa el espectro singular y la reconstrucción de las

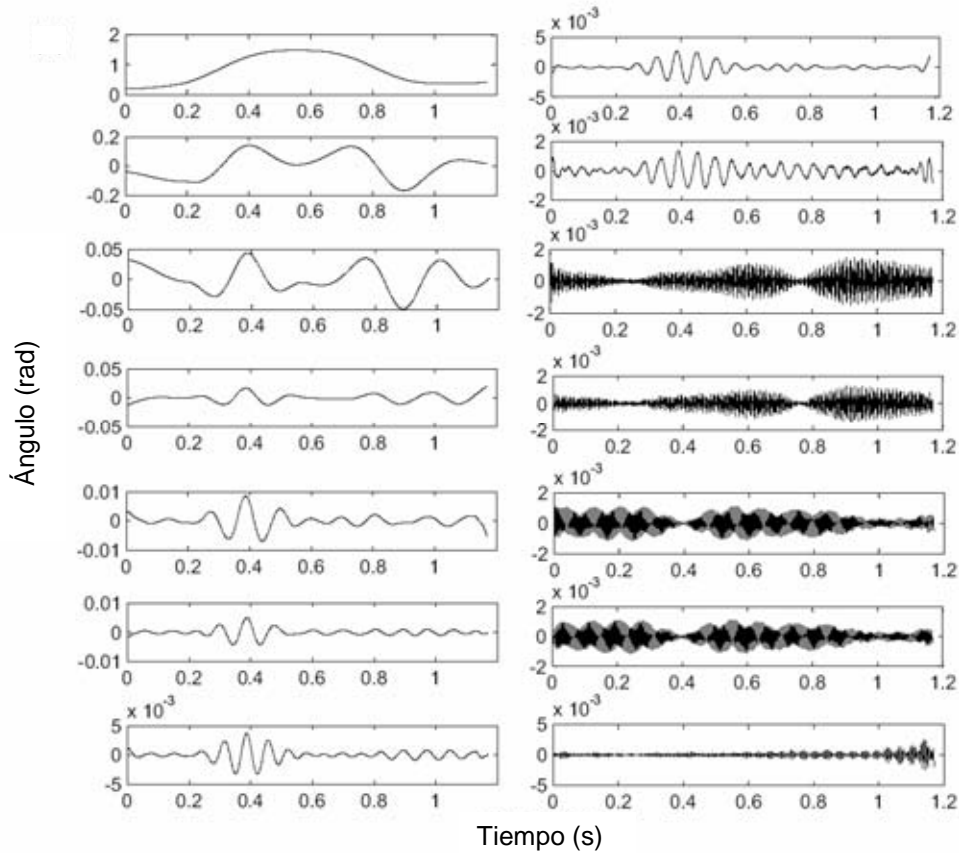


Figura 2.12: Reconstrucción de las primeras catorce componentes.

catorce primeras componentes se representa en la figura 2.12. Hay que destacar la reconstrucción del impacto (que se produce aproximadamente en  $t = 0,4$  segundos) con las componentes  $[5 : 9]$ . Eligiendo una agrupación  $\mathbf{I} = [1 : 9]$ , se obtiene un ( $RMSE = 64,98rad/s^2$ ). Esto es debido a que se ha reconstruido parte del ruido con la tendencia original. Para minimizar este efecto se realiza una descomposición SSA secuencial (Golyandina et al., 2001), que consiste en realizar descomposiciones SSA de las sucesivas tendencias reconstruidas de forma que el ruido vaya siendo eliminado en sucesivas reconstrucciones.

Se realizó una segunda descomposición SSA de la tendencia obtenida. Se probó con

varios tamaños de ventana y formas de agrupación . Los mejores resultados se obtuvieron para  $L_2 = 20$  e  $\mathbf{I}_2 = [1 : 2]$ , con un  $RMSE = 23,04rad/s^2$  (ver figura 2.13). Este resultado es comparable al obtenido por Giakas et al. (2000) mediante el uso de la distribución de Wigner ( $RMSE = 23,60rad/s^2$ ). La reconstrucción de la aceleración es peor en el instante del impacto, pero mejor en las inmediaciones del mismo. No obstante, el numero de parámetros a fijar para definir el filtrado es menor. Además no es necesario extrapolar la señal en sus extremos para evitar los errores en los extremos de la señal. La pérdida de precisión queda compensada por la facilidad de aplicación del método.

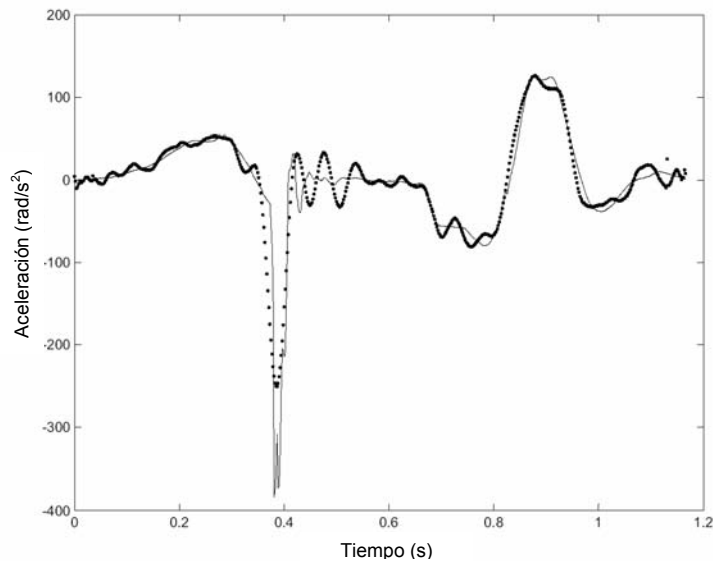


Figura 2.13: Comparación de la aceleración angular de referencia (línea continua) y de la aceleración calculada a partir de la señal de desplazamiento filtrada mediante SSA (línea de puntos).

#### 2.4.4. Señal 4: Señal no-estacionaria sin impactos

La última señal capturada es el movimiento vertical de una deslizadera sobre un par de guías. El montaje experimental que se muestra en la figura 2.14. Un acelerómetro se ha montado firmemente sobre una deslizadera para medir las aceleraciones verticales y sobre el acelerómetro se ha fijado un marcador pasivo reflectante para medir la posición vertical con el sistema Qualisys (Qualisys ProReflex 500). Con objeto de producir una señal no estacionaria de origen biomecánico, un sujeto movió la deslizadera de forma aleatoria y mediante movimientos rápidos de arriba abajo. La gráfica de desplazamiento de la deslizadera puede verse en la figura 2.15 (a). Las señales de desplazamiento y aceleración fueron muestreadas a 200 Hz, la duración del ensayo fue de 5.90 segundos, la longitud de la serie temporal, 1182 datos.

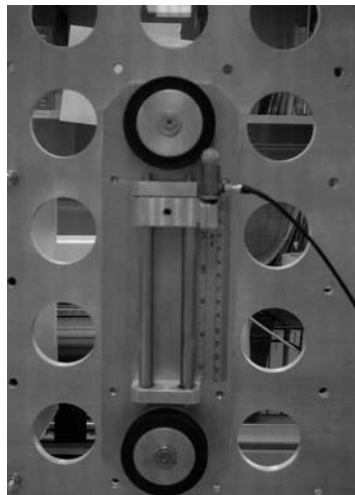


Figura 2.14: Configuración del experimento. Acelerómetro con marcador reflectante sobre deslizadera.

Para realizar la descomposición SSA de la señal se eligió un tamaño de ventana

de  $L = 100$ . En la figura 2.15 (b) se representa el espectro singular de la señal, la reconstrucción de las dieciséis primeras componentes principales se presenta en la figura 2.16.

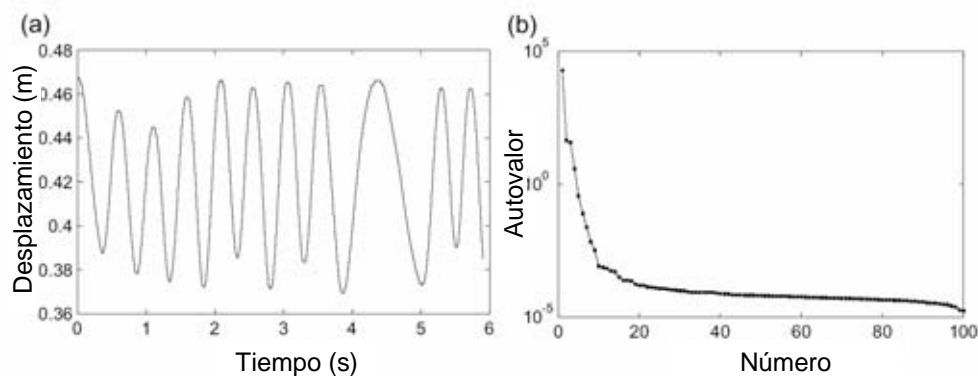


Figura 2.15: (a) Señal de desplazamiento adquirida experimentalmente. (b) Espectro singular de la señal original

Se realizó la reconstrucción de la señal de posición a partir de las dieciséis primeras componentes principales y de las cinco primeras componentes principales. Se llevó a cabo una doble derivación mediante diferencias finitas de primer orden para comparar la aceleración así obtenida con la medida por el acelerómetro. En la figura 2.17 se presenta la aceleración calculada derivando directamente los datos de posición y los datos reconstruidos con las 16 y 5 primeras componentes. Se obtuvieron errores RMSE de  $2,0372m/s^2$  y  $1,4749m/s^2$  respectivamente.

## 2.5. Filtrado automático basado en SSA

El procedimiento de filtrado que se ha presentado está basado en el hecho de que las señales de desplazamiento adquiridas presentan un ratio señal-ruido muy alto. En esta situación, la contribución de las primeras matrices elementales a la norma



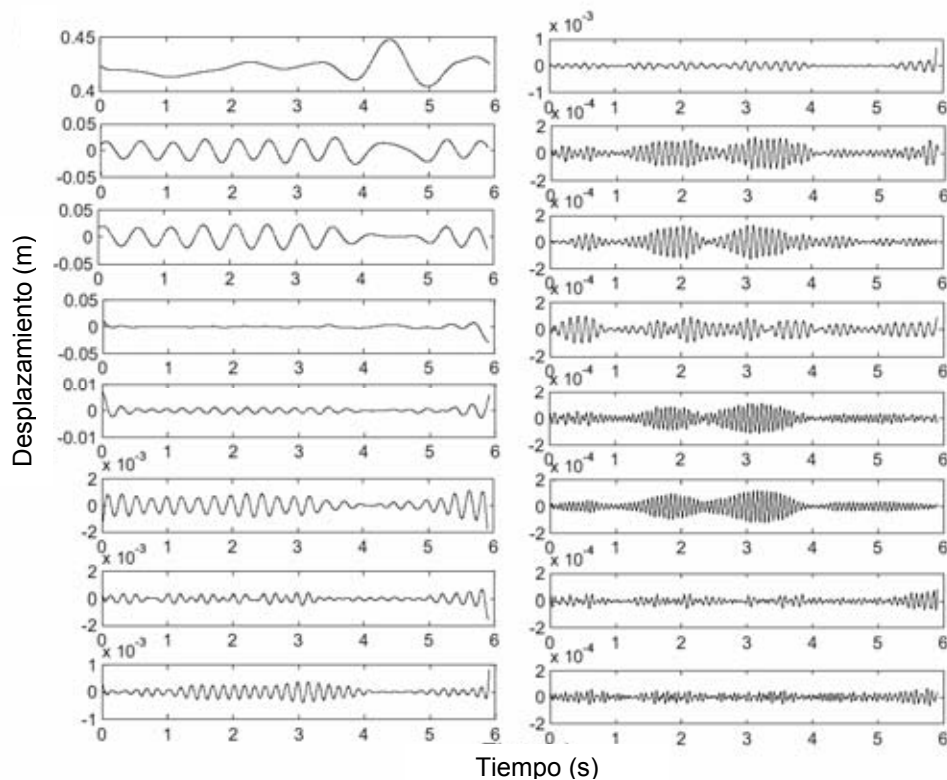


Figura 2.16: Reconstrucción de las primeras dieciseis componentes.

de la matriz de trayectoria  $\mathbf{X}$  es mucho mayor que la contribución de las últimas matrices, que representan el ruido de la señal observada.

Para eliminar el ruido presente en la señal de desplazamiento es suficiente elegir los primeros autovalores, que representan un gran porcentaje del espectro singular de la señal.

Como ha sido puesto de manifiesto (Golyandina et al., 2001), una de las desventajas de la aplicación del algoritmo SSA es la ausencia de reglas generales para llevar a cabo la elección de los parámetros  $L$  y  $r$ . Además, ciertas elecciones del tamaño de ventana y del valor de truncamiento producen una inadecuada separación de la tendencia y el ruido. En otras palabras, ciertas componentes de la tendencia de la

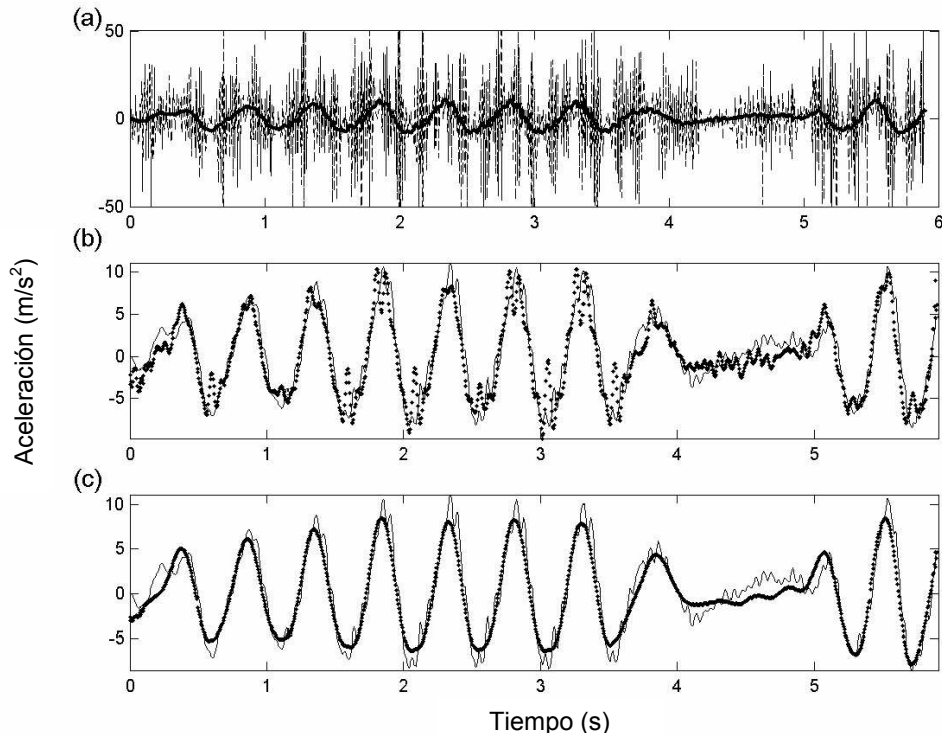


Figura 2.17: (a) Aceleración calculada a partir de la señal de desplazamiento capturada (línea discontinua) y aceleración capturada mediante acelerómetro (línea continua). (b) Aceleración calculada de la señal de desplazamiento reconstruida a partir de las primeras 16 componentes (línea de puntos) y aceleración capturada mediante acelerómetro (línea continua). (c) Aceleración calculada de la señal de desplazamiento reconstruida a partir de las primeras 16 componentes (línea de puntos) y aceleración capturada mediante acelerómetro (línea continua).

señal pueden aparecer mezcladas con componentes del ruido en la reconstrucción de la señal.

Una estrategia para reducir la incertidumbre en la elección de la estrategia de truncamiento  $r$  consiste en aplicar el procedimiento de SSA secuencial. Este pro-

cedimiento consiste en extraer algunas componentes de la señal original aplicando SSA y posteriormente extraer las componentes de interés aplicando filtrado SSA a la señal reconstruida. La aplicación recursiva de SSA produce una eliminación gradual del ruido presente en la señal original. Para asegurar que una parte significativa del ruido es eliminada, el número de autovalores  $L - r$  a eliminar en cada iteración se elige de forma que satisfaga el siguiente criterio:

$$\log \frac{\lambda_r}{\lambda_{r-1}} < \frac{1}{L} \log \frac{\lambda_1}{\lambda_L} \quad r = 2, \dots, L \quad (2.1)$$

Este criterio asegura que se eliminan autovalores cuya diferencia logarítmica  $\log \frac{\lambda_r}{\lambda_{r-1}}$  es menor que la diferencia logarítmica media del espectro singular completo:  $\frac{1}{L} \log \frac{\lambda_1}{\lambda_L}$ . Este criterio asegura que eliminamos autovalores en una zona donde el espectro singular es suficientemente plano en relación al resto del espectro, independientemente de la longitud de ventana elegida.

La convergencia del procedimiento puede medirse a través de la diferencia entre los valores eficaces (RMS) de las aceleraciones obtenidas en cada iteración. El algoritmo se detiene cuando la diferencia en términos porcentuales es suficientemente pequeña. El procedimiento de filtrado automático se resume de la siguiente forma:

- Elegir un tamaño de ventana arbitrario  $L$ .
- aplicar SSA secuencial (El valor de truncamiento  $r$  se elige para cumplir el criterio de truncamiento).
- Calcular de forma numérica la aceleración en cada iteración.
- Detener el procedimiento cuando la diferencia, en términos porcentuales, entre los valores RMS de las aceleraciones en dos iteraciones sea suficientemente pequeña.

El procedimiento de filtrado automático se aplicó a las señales 2 y 3 de la sección 2.4. Con objeto de guiar la selección del tamaño de ventana, se representaron los valores RMS de la aceleración obtenida (señal 2) aplicando el procedimiento anterior usando varios tamaños de ventana (Figura 2.18, parte inferior). Cabe esperar que cuando el valor RMS de la aceleración obtenida sea demasiado pequeño se ha realizado un filtrado excesivo. Por el contrario, cuando el valor RMS de la aceleración obtenida es demasiado alto, se necesita un filtrado adicional. Para corroborar el razonamiento anterior, en la parte superior de la figura 2.18 se ha representado la raíz cuadrática media del error entre la aceleración de referencia y la aceleración obtenida (señal 2) después del alisado de la señal de desplazamiento original usando el procedimiento automático. En las zonas donde la curva de aceleración RMS es suficientemente plana, la curva de error RMS (RMSE) es también plana. Para la señal 2, se recomienda elegir un tamaño de ventana en el intervalo  $[13, 18]$ , donde la curva de aceleración RMS es plana. Usando  $L = 14$  el procedimiento automático consigue  $RMSE = 298,87mm/s^2$ , frente a  $RMSE = 400mm/s^2$  obtenidos por Giakas y Baltzopoulos, (1997a) usando el método Power Spectrum Assessment (PSA) y  $RMSE = 256,8939mm/s^2$  usando el método SSA simple (no automatizado).

La precisión de la aceleración obtenida se puede apreciar en la figura 2.19 (parte inferior), donde se ha representado la aceleración obtenida de la señal de referencia frente a la aceleración calculada a partir de la señal de desplazamiento filtrada. En la parte superior de la figura 2 se muestra la evolución del espectro singular en cada una de las tres iteraciones requeridas para alcanzar el criterio de convergencia. Se puede apreciar en la figura que el procedimiento propuesto reduce de forma secuencial la amplitud del ruido en cada iteración.

El mismo procedimiento se llevó a cabo con la señal 3 de la sección 2.4. Se recomienda elegir en este caso un tamaño de ventana mayor de 20, donde la curva

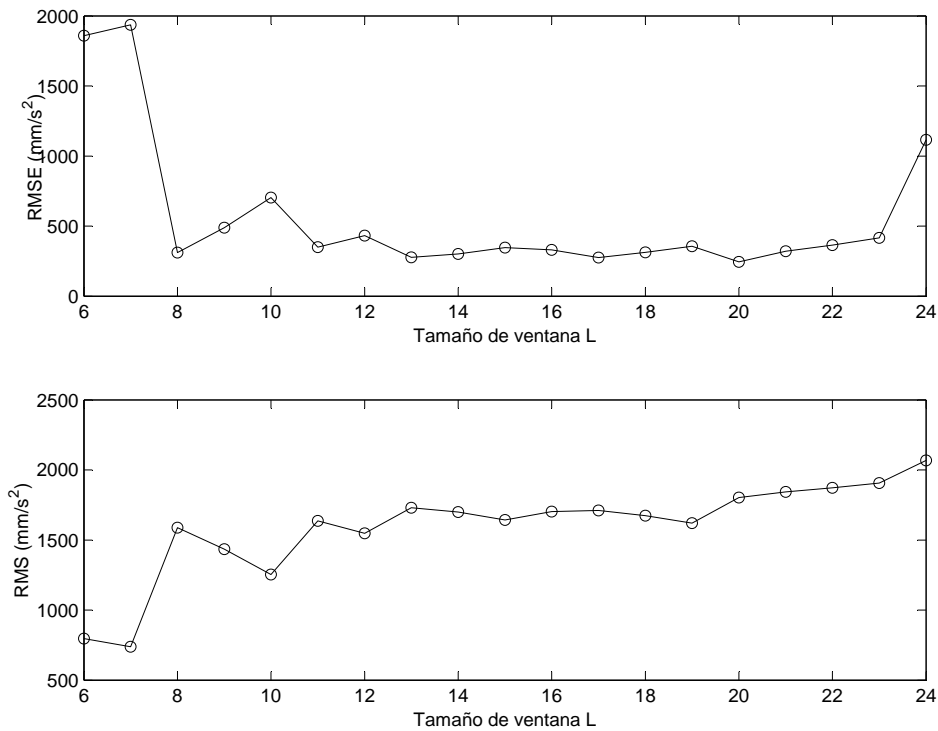


Figura 2.18: RMSE (superior) y valor RMS de la aceleración obtenida (inferior) en función del tamaño de ventana.

de aceleración RMS es más plana (Figura 2.20, parte inferior). Con  $L = 28$  el procedimiento automático obtiene  $RMSE = 24,37rad/s^2$  (Figura 2.21). El resultado es similar al valor  $RMSE = 23,60rad/s^2$  obtenido por Giakas et al. (2000), con ayuda de la distribución de Wigner. Además, el procedimiento de filtrado automático obtiene resultados similares para un rango razonable de longitudes de ventana.

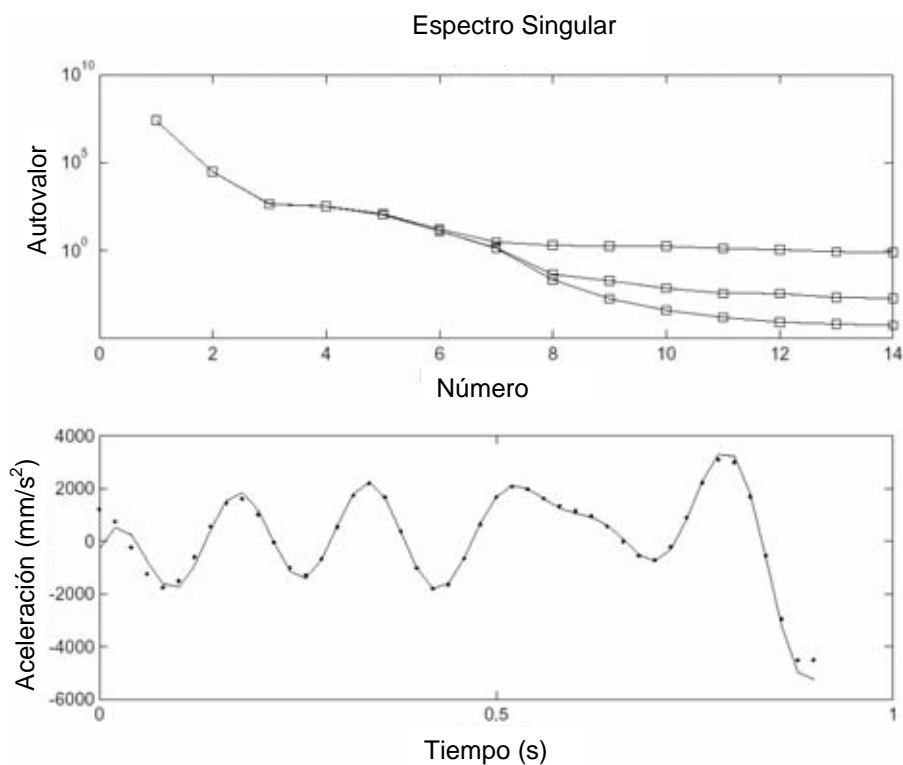


Figura 2.19: Superior. Evolución del espectro singular. Inferior. Aceleración obtenida de la señal de referencia (línea continua) y calculada a partir de la señal filtrada con SSA (línea de puntos).

## 2.6. Marco teórico: El filtro de Hodrick-Prescott

El filtro de Hodrick-Prescott (en adelante FHP) es una herramienta ampliamente usada en Economía para descomponer una serie temporal de datos macroeconómicos  $\mathbf{y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_N)$  en una componente de tendencia no-estacionaria  $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  y en una componente residual estacionaria  $\mathbf{c}^T = (c_1, c_2, \dots, c_N) = \mathbf{y}^T - \mathbf{x}^T$  (Hodrick y Prescott, 1980; King y Rebelo, 1993; Baxter y King, 1999; Reeves et al., 2000; Pedersen, 2001; Gençay et al., 2002). En este trabajo se denominará  $\mathbf{y}^T$  a la señal observada u original,  $\mathbf{x}^T$  a la señal filtrada y  $\mathbf{c}^T$  a la señal residual o ruido.

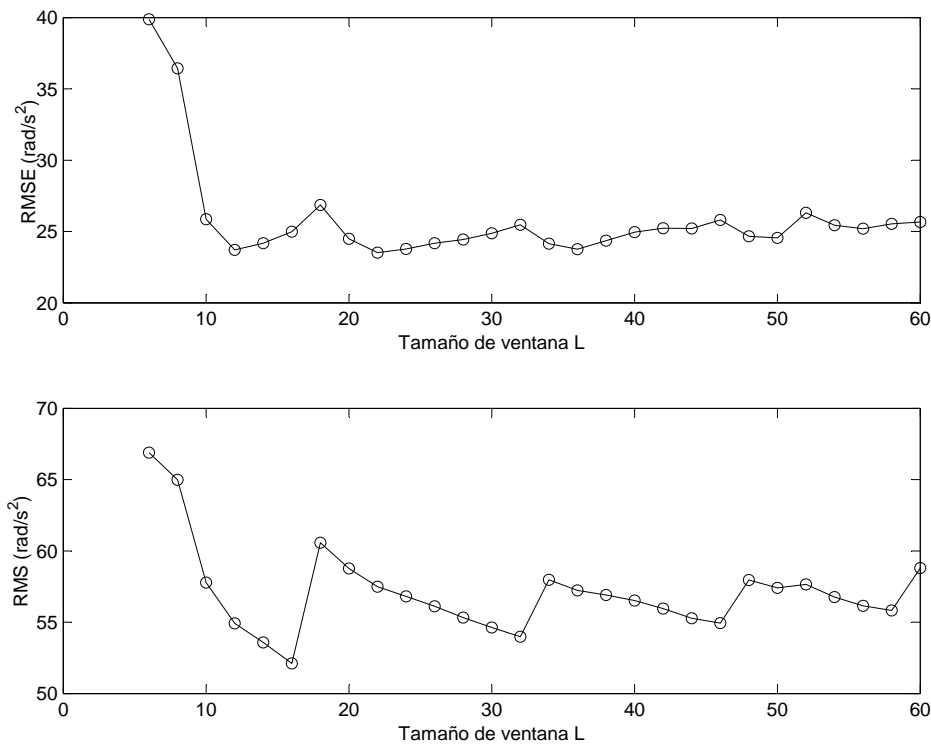


Figura 2.20: RMSE (superior) y valor RMS de la aceleración (inferior) en función del tamaño de ventana.

Las ecuaciones del filtro se derivan partiendo de las siguientes hipótesis:

- 1.-  $\Delta^2 \mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_x^2 \mathbf{I})$
- 2.-  $\mathbf{c} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_c^2 \mathbf{I})$
- 3.-  $\Delta^2 \mathbf{x}$  y  $\mathbf{c}$  son independientes
- 4.-  $\sigma_c^2$  y  $\sigma_x^2$  son conocidas

Donde  $\Delta^2 x_t = ((x_{t+1} - x_t) - (x_t - x_{t-1}))$ , que está relacionado con la aceleración en el instante  $t$ . Las hipótesis anteriores implican que la señal observada  $\mathbf{y}$  es la suma de un ruido gaussiano de media cero,  $\mathbf{c}$ , y una señal de desplazamiento filtrada  $\mathbf{x}$ ,

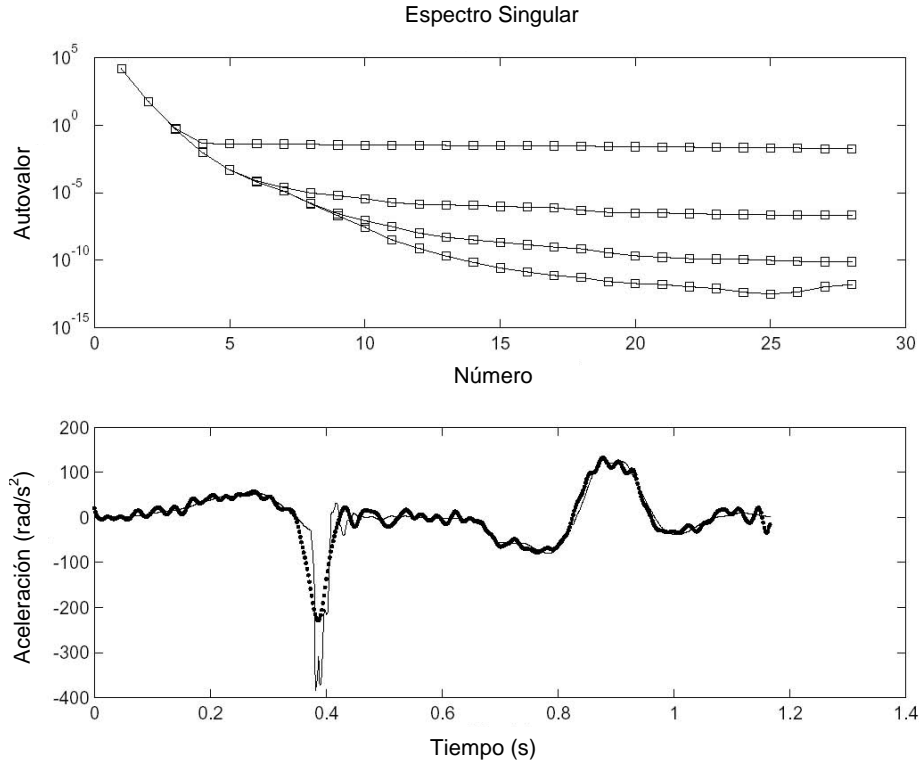


Figura 2.21: Superior. Evolución del espectro singular. Inferior. Aceleración obtenida de la señal de referencia (línea continua) y calculada a partir de la señal filtrada con SSA (línea de puntos).

independiente de  $\mathbf{c}$  cuya diferencia finita de segundo orden  $\Delta^2 \mathbf{x}$  es independiente de  $\mathbf{c}$  y sigue una distribución normal de media cero. La función densidad de probabilidad conjunta de  $\Delta^2 \mathbf{x}$  y  $\mathbf{c}$  es entonces (Reeves et al., 2000):

$$\begin{aligned}
 f(\Delta^2 \mathbf{x}, \mathbf{c} | \sigma_x^2, \sigma_c^2) &= f(\Delta^2 \mathbf{x}, \sigma_x^2) f(\mathbf{c}, \sigma_c^2) = \\
 \frac{1}{(2\sigma_x^2 \pi)^{\frac{N-2}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\Delta^2 \mathbf{x})^T \Delta^2 \mathbf{x}}{\sigma_x^2}\right\} &\frac{1}{(2\sigma_c^2 \pi)^{\frac{N}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}{\sigma_c^2}\right\} = \\
 \frac{1}{(2\sigma_c^2 \pi)^{\frac{N}{2}} (2\sigma_x^2 \pi)^{\frac{N-2}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}{\sigma_c^2} + \frac{(\Delta^2 \mathbf{x})^T \Delta^2 \mathbf{x}}{\sigma_x^2}\right)\right\} &
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

La ecuación anterior es la función de verosimilitud de  $\Delta^2 \mathbf{x}$  y  $\mathbf{c}$ . El estimador



de máxima verosimilitud de  $\mathbf{x}$  es el valor que maximiza esta función (Reeves et al., 2000). Como  $\sigma_c^2$  y  $\sigma_x^2$  son conocidas, para obtener el estimador de máxima verosimilitud de  $\mathbf{x}$  basta minimizar:

$$\frac{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}{\sigma_c^2} + \frac{(\Delta^2 \mathbf{x})^T \Delta^2 \mathbf{x}}{\sigma_x^2} \quad (2.3)$$

Definiendo  $\lambda$  como el ratio entre las varianzas,  $\lambda = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_x^2}$ , se tiene el siguiente problema de minimización:

$$\min_{\{x_t\}_{t=1}^N} \left[ \mathbf{c}^T \mathbf{c} + \lambda (\Delta^2 \mathbf{x})^T \Delta^2 \mathbf{x} \right] \quad (2.4)$$

De esta forma, cuando las hipótesis se cumplen, la señal filtrada  $\hat{\mathbf{x}}$  es el estimador de máxima verosimilitud de la señal no observada  $\mathbf{x}$ .

En el problema de minimización anterior, el efecto de  $\lambda$ , conocido como parámetro de alisado, es penalizar la suma de las aceleraciones al cuadrado en el segundo término de la ecuación (2.4). Existen dos objetivos contrapuestos. Uno de ellos es la minimización de la suma de los cuadrados de los residuos, el otro es la minimización de la suma de los cuadrados de los términos  $\Delta^2 x_t = ((x_{t+1} - x_t) - (x_t - x_{t-1}))$  que están relacionados con la aceleración  $\ddot{\mathbf{x}}$  en el instante  $t$ . El parámetro de alisado,  $\lambda$ , establece el peso relativo que se le asigna a cada uno de los objetivos contrapuestos. Cuando  $\lambda = 0$ , la señal filtrada es igual a la señal observada. Incrementos de  $\lambda$  suavizan la estimación de la señal filtrada. Cuando  $\lambda$  se hace tender a infinito, la señal de aceleración tiende a cero, y la señal filtrada se reduce a línea de mínimos cuadrados que mejor se ajusta a la señal observada.

### 2.6.1. Filtro de HP de tercer orden

En este trabajo se utiliza una extensión del FHP conocida como filtro de Hodrick-Prescott de tercer orden (Reeves et al., 2000) o filtro HP3rd. En este caso el problema

de minimización es:

$$\min_{\{x_t\}_{t=1}^N} \left[ \mathbf{c}^T \mathbf{c} + \lambda (\Delta^3 \mathbf{x})^T \Delta^3 \mathbf{x} \right] \quad (2.5)$$

Donde  $\Delta^3 x_t$  es la diferencia finita central de tercer orden de  $\mathbf{x}$ . Este filtro extrae un estimador de máxima verosimilitud de la señal no observada cuando se cumplen las siguientes hipótesis:

- 1.  $\Delta^3 \mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_x^2 \mathbf{I})$
- 2.  $\mathbf{c} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_c^2 \mathbf{I})$
- 3.  $\Delta^3 \mathbf{x}$  y  $\mathbf{c}$  son independientes
- 4.  $\sigma_c^2$  y  $\sigma_x^2$  son conocidas

Las tres primeras condiciones implican que la señal de sobreaceleración filtrada sigue una distribución normal y es independiente del ruido blanco introducido en la señal de desplazamiento por el sistema de captura de movimiento. La cuarta condición permite calcular el parámetro de alisado  $\lambda$ . Los detalles del procedimiento seguido para hallar  $\lambda$  se exponen en la siguiente sección.

### 2.6.2. Determinación del parámetro de alisado

El valor de  $\lambda$ , que condiciona la atenuación del filtro a altas frecuencias es el único parámetro que debe ser elegido. Es imposible tener un conocimiento a priori de las varianzas del ruido,  $\sigma_c^2$ , y de la sobreaceleración filtrada no observada  $\sigma_x^2$ , correspondientes a una señal observada para calcular  $\lambda$  directamente.

En este trabajo se utiliza la función de respuesta en frecuencia del filtro y las propiedades de la densidad espectral de potencia (PSD) de la señal observada para elegir el valor de  $\lambda$  con el que obtener una frecuencia de corte conveniente.

Para determinar el valor de  $\lambda$  que proporciona una cierta atenuación de la señal a una cierta frecuencia  $f$ , Se debe obtener la función de respuesta en frecuencia del filtro HP3rd en función de  $\lambda$ . En el siguiente desarrollo se lleva a cabo tal derivación:

El problema consiste en minimizar

$$F = \left[ \mathbf{c}^T \mathbf{c} + \lambda (\mathbf{\Delta}^3 x_t)^T \mathbf{\Delta}^3 x_t \right] \quad (2.6)$$

Igualando a cero el vector gradiente de la ecuación a anterior,

$$\frac{\partial F}{\partial x_t} = 0; t = 1 \dots N \quad (2.7)$$

Se obtiene el vector residuo  $\mathbf{c}$  (Reeves et al., 2000):

$$c_1 = \lambda(x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4) \quad (2.8)$$

$$c_2 = \lambda(-3x_1 + 10x_2 - 12x_3 + 6x_4 - x_5) \quad (2.9)$$

$$c_3 = \lambda(3x_1 - 12x_2 + 19x_3 - 15x_4 + 6x_5 - x_6) \quad (2.10)$$

$$c_t = \lambda(-x_{t-3} + 6x_{t-2} - 15x_{t-1} + 20x_t - 15x_{t+1} + 6x_{t+2} - x_{t+3}), t = 4, 5, 6, \dots, N - 3 \quad (2.11)$$

$$c_{N-2} = \lambda(-x_{N-5} + 6x_{N-4} - 15x_{N-3} + 19x_{N-2} - 12x_{N-1} + 3x_N) \quad (2.12)$$

$$c_{N-1} = \lambda(-x_{N-4} + 6x_{N-3} - 12x_{N-2} + 10x_{N-1} - 3x_N) \quad (2.13)$$

$$c_N = \lambda(-x_{N-3} + 3x_{N-2} - 3x_{N-1} + x_N) \quad (2.14)$$

Este conjunto de ecuaciones se escribe de forma compacta:

$$\mathbf{c} = \lambda \mathbf{F} \mathbf{x} \quad (2.15)$$

donde

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & & & & 0 \\ -3 & 10 & -12 & 6 & -1 & 0 & \dots & \dots & & & & 0 \\ 3 & -12 & 19 & -15 & 6 & -1 & 0 & \dots & & & & 0 \\ -1 & 6 & -15 & 20 & -15 & 6 & -1 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & -1 & 6 & -15 & 20 & -15 & 6 & -1 & 0 & \dots & & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 6 & -15 & 20 & -15 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & & \dots & \dots & 0 & -1 & 6 & -15 & 20 & -15 & 6 & -1 \\ 0 & & & \dots & \dots & 0 & -1 & 6 & -15 & 19 & -12 & 3 \\ 0 & & & & & \dots & 0 & -1 & 6 & -12 & 10 & -3 \\ 0 & & & & & & \dots & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Lo que implica que

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{c} = \mathbf{x} + \lambda\mathbf{F}\mathbf{x} = (\lambda\mathbf{F} + \mathbf{I})\mathbf{x} \quad (2.16)$$

Entonces, la estimación de la señal filtrada  $\hat{\mathbf{x}}$  es

$$\hat{\mathbf{x}} = (\lambda\mathbf{F} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{y} \quad (2.17)$$

Y los residuos estimados son

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}} \quad (2.18)$$

Para obtener la expresión de la función de respuesta en frecuencia del filtro, partimos de la expresión del vector residuo  $\mathbf{c}$ .

$$c_t = \lambda(-x_{t-3} + 6x_{t-2} - 15x_{t-1} + 20x_t - 15x_{t+1} + 6x_{t+2} - x_{t+3}), t = 4, 5, 6, \dots, N - 3 \quad (2.19)$$

Usando los operadores retraso  $L$  y adelanto  $L^{-1}$ ,  $Lx_t = x_{t-1}$ ,  $L^{-1}x_t = x_{t+1}$ , la expresión anterior se describe de la siguiente forma:

$$c_t = \lambda(1 - L^{-1})^3(1 - L)^3x_t, t = 4, 5, 6, \dots, N - 3 \quad (2.20)$$

Usando  $y_t = x_t + c_t$

$$y_t = (1 + \lambda(1 - L^{-1})^3(1 - L)^3)x_t, t = 4, 5, 6, \dots, N - 3 \quad (2.21)$$

Después de calcular la transformada de Fourier de la ecuación anterior y usando la relación de Euler para  $e^{i\omega}$ , se obtiene la respuesta en frecuencia del filtro HP3rd:

$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{y(\omega)} = \frac{1}{1 + \lambda((1 - e^{i\omega})^3(1 - e^{-i\omega})^3)} = \frac{1}{1 + 8\lambda(1 - \cos(\omega))^3} \quad (2.22)$$

Usando la diferencia central de orden  $r$ ,  $\Delta^r x_t$  en la ecuación (2.6), se obtiene la función de respuesta en frecuencia del filtro HP de orden  $r$ :

$$H^r(\omega) = \frac{x(\omega)}{y(\omega)} = \frac{1}{1 + 2^r \lambda (1 - \cos(\omega))^r} \quad (2.23)$$

Hemos obtenido que la función de transferencia en la frecuencia de la señal filtrada en relación a la señal observada es:

$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{y(\omega)} = \frac{1}{1 + 8\lambda(1 - \cos(\omega))^3} \quad (2.24)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia angular adimensional:

$$\omega = 2\pi \frac{f}{f_s} \quad (2.25)$$

Siendo  $f_s$  la frecuencia de muestreo. La figura 1 muestra la función de transferencia para varios valores de  $\lambda$  en función del cociente entre  $f$  y  $f_s$ .

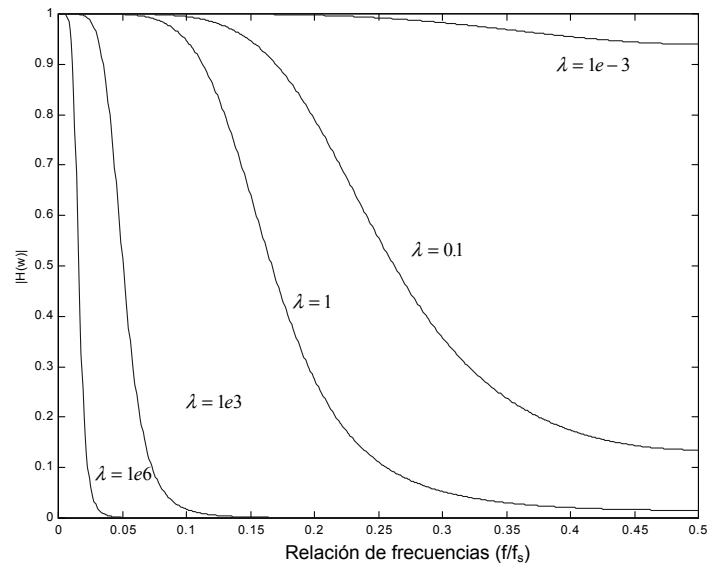


Figura 2.22: Función de respuesta en frecuencia del filtro HP3rd para varios valores de  $\lambda$ .

La elección del parámetro de alisado (o frecuencia de corte) puede basarse en la densidad espectral de potencia (en inglés Power Spectral Density, en adelante PSD) de la señal de desplazamiento observada. Si asumimos que el ruido presente en la señal observada es un ruido blanco, estacionario y de media cero, su función de autocorrelación debe ser próxima a cero para cualquier retraso temporal y densidad espectral de potencia debe ser una línea recta. Challis (1999) usa la función de autocorrelación de los residuos para determinar la frecuencia de corte. En este trabajo se estima la frecuencia de corte usando la PSD y las propiedades estadísticas del ruido.

En la práctica, las señales de desplazamiento observadas presentan una elevada relación señal-ruido. Además, el ruido introducido por el sistema de captura de movimiento se concentra en las altas frecuencias. Teniendo en cuenta estas dos propiedades es sencillo estimar la frecuencia de corte mediante inspección visual de

la PSD de la señal observada. El heurístico que aplicamos para elegir la frecuencia de corte óptima es el siguiente: por encima de esta frecuencia la PSD es mucho más pequeña que a frecuencias por debajo de ella. Además, en las cercanías de la frecuencia de corte la PSD debe aproximarse a una línea recta debido a la naturaleza gaussiana de la señal de ruido. Una vez que la frecuencia de corte ha sido determinada, el parámetro de alisado  $\lambda$  se calcula en función de la respuesta en frecuencia del filtro  $H(w)$ . De la ecuación (2.24) se obtiene:

$$\lambda = \frac{1 - H(\omega)}{8H(\omega)(1 - \cos(\omega))^3} \quad (2.26)$$

Un criterio cuantitativo de filtrado es imponer que la ganancia del filtro  $H(w)$  sea igual a 0,1 en la frecuencia de corte  $f_c$  determinada por el procedimiento heurístico basado en la PSD descrito anteriormente. El valor correspondiente del parámetro de alisado  $\lambda_{PSD}$  es entonces función del cociente entre la frecuencia de corte  $f_c$  y la frecuencia de muestreo  $f_s$ :

$$\lambda_{PSD} = \frac{1,125}{(1 - \cos(2\pi \frac{f_c}{f_s}))^3} = \frac{1,125}{(1 - \cos \omega_c)^3} \quad (2.27)$$

La figura 2.23 muestra una representación de esta función.

## 2.7. Resultados

Para comprobar la bondad de los resultados del FHP, se utilizaron las mismas señales observadas y de referencia que en el filtrado mediante SSA.

Las aceleraciones derivadas numéricamente calculadas a partir de las señales observadas filtradas se compararon con las señales de aceleración de referencia para comprobar los resultados obtenidos con el filtrado mediante HP3rd. La raíz cuadrática media de los errores (RMSE) se usa como medida de la bondad del filtro.

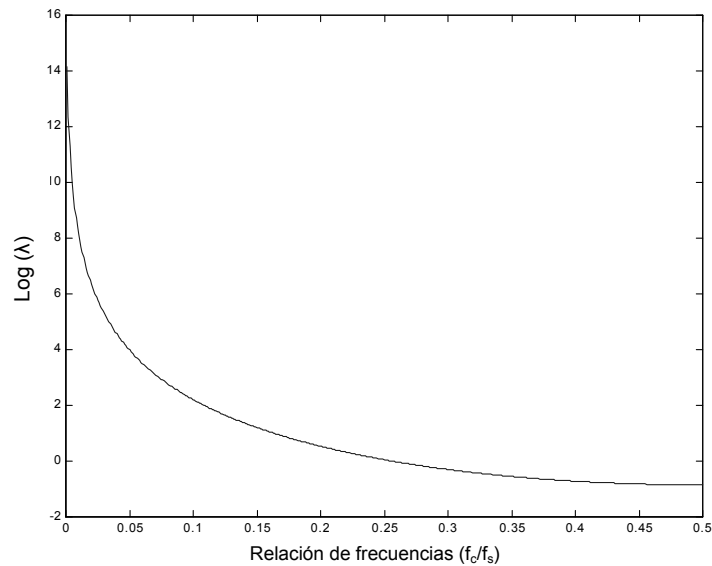


Figura 2.23: Parámetro de alisado como función del cociente de frecuencias (escala logarítmica en el eje vertical), asumiendo que la ganancia del filtro a la frecuencia de corte es  $H(\omega) = 0,1$ .

La frecuencia de corte se determinó para cada señal mediante inspección visual de la PSD. La figura 2.24 muestra las densidades espectrales de potencia de cada señal, y la tabla 2.1 lista las frecuencias de corte y los parámetros de alisado  $\lambda_{PSD}$  correspondientes a cada señal.

Para evaluar el método de selección de la frecuencia de corte y la robustez de los resultados respecto a la elección de  $\lambda$ , se llevó a cabo una búsqueda exhaustiva del valor óptimo de  $\lambda$  en un amplio rango de valores del parámetro. Definimos el óptimo,  $\lambda^*$ , como el valor del parámetro de alisado que produce el mínimo RMSE respecto a la aceleración de referencia. Se compararon Las frecuencias de corte y los errores RMSE obtenidos con cada  $\lambda_{PSD}$  y  $\lambda^*$ .

Se obtuvieron resultados satisfactorios en los cuatro casos, tanto con señales



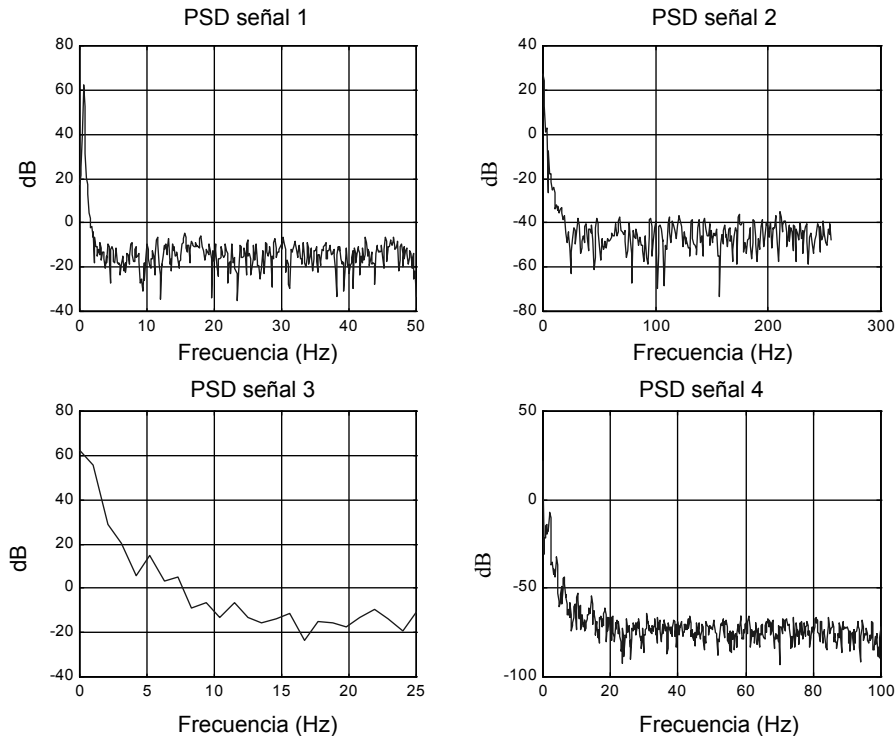


Figura 2.24: PSD de las señales de desplazamiento observadas.

Señal	Frec. corte ( $f_c$ , Hz)	Frec. muestreo ( $f_s$ , Hz)	Ratio frec.	$\lambda_{PSD}$
Señal 1	4	100	0.04	36280
Señal 2	30	512	0.058	3739.28
Señal 3	15	50	0.3	0.5016
Señal 4	10	200	0.05	9595.5

Tabla 2.1: Frecuencias de corte para cada señal y valores estimados del parámetro de alisado.

estacionarias como con señales no-estacionarias. En la figura 2.25 se ha representado la aceleración obtenida de la doble diferenciación de las señales filtradas usando el

valor de  $\lambda$  dado en la Tabla 2.1 junto con la aceleración de referencia.

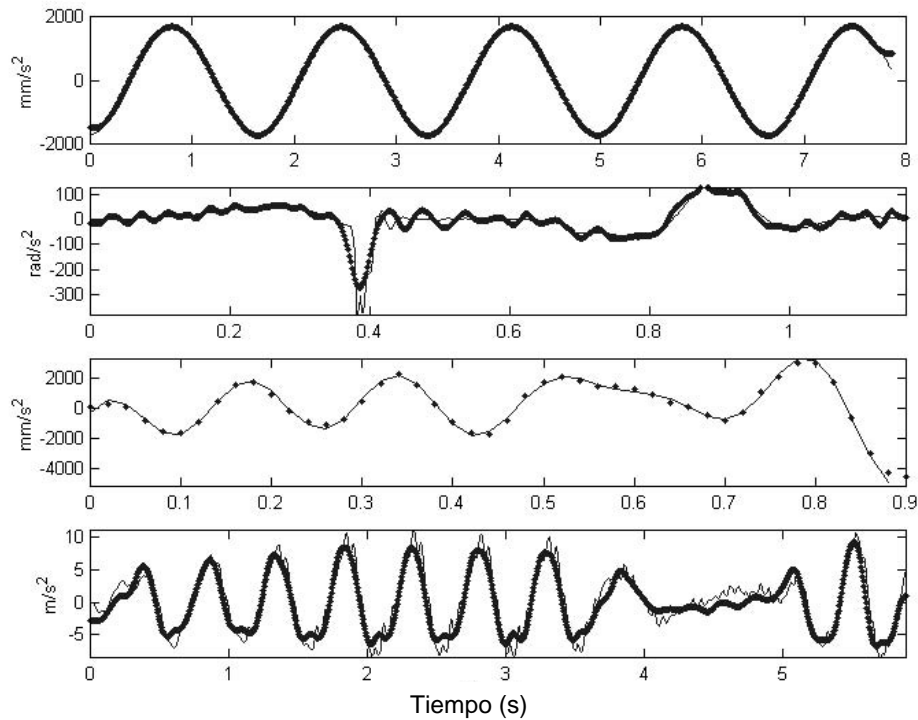


Figura 2.25: Aceleración obtenida de las señales de referencia (línea continua) y calculada a partir las señales filtradas mediante HP3rd (línea punteada). En orden, de la parte superior a la inferior, señales 1-4.

La figura 2.26 muestra el error RMSE como función de  $\lambda$ , y el error RMSE que corresponde a  $\lambda_{PSD}$ . Se observa que el criterio basado en la PSD produce errores RMSE próximos a los valores óptimos obtenidos mediante búsqueda exhaustiva. El error RMSE es poco sensible a las variaciones del valor  $\lambda$ , ya que la curva de error es plana en el entorno de  $\lambda^*$ . Como se observa, el criterio PSD produce valores en el entorno de  $\lambda^*$ . Este hecho asegura que los resultados son robustos a las variaciones en la elección de la frecuencia de corte basada en el criterio PSD. Las variaciones en la frecuencia de corte producen además ligeras variaciones en el ratio de frecuencias ya

que la frecuencia de corte es en general pequeña en comparación con la frecuencia de muestreo (ver Tabla 2.1). Aunque estas pequeñas variaciones en el ratio de frecuencias producen grandes variaciones de  $\lambda$  (ver Figura 2.23), las variaciones resultantes en el RMSE son de nuevo pequeñas (ver Tabla 2.2).

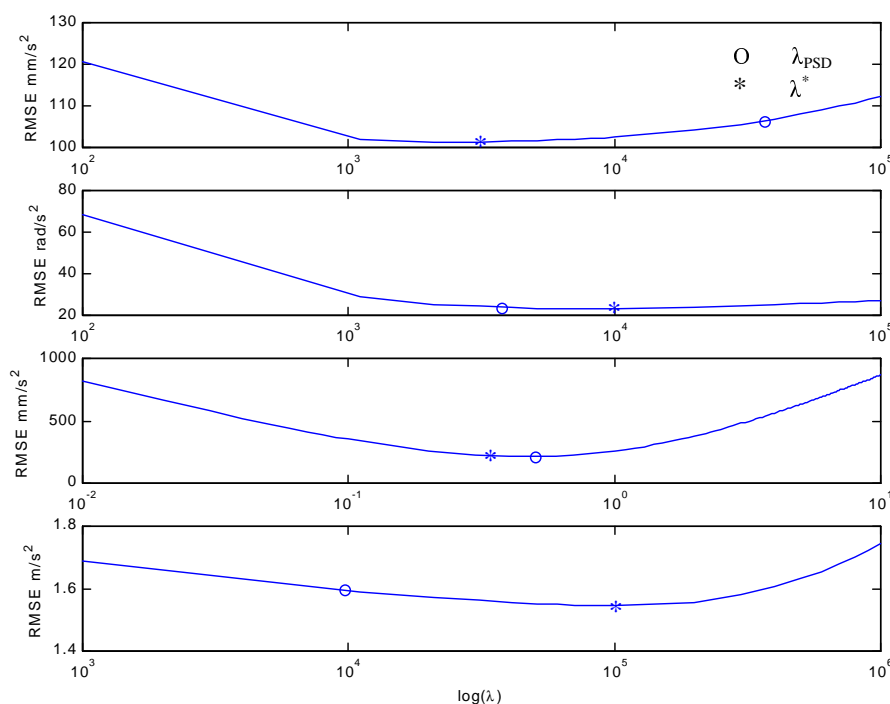


Figura 2.26: Comparación de los errores RMS obtenidos mediante búsqueda exhaustiva (el asterisco indica el caso óptimo para cada curva) y por el criterio basado en la PSD (círculo)

Los resultados producidos mediante el filtro HP3rd son comparados con los obtenidos por el filtro HP de segundo orden, el filtro de Butterworth de segundo orden, y las generalized cross-validation quintic spline (GCVSPL) en la tabla 2.3. Las frecuencias de corte para los filtros HP2nd y de Butterworth son las mismas que la usada para el filtro HP3rd. Los grandes errores producidos por el filtro de Butter-

Señal	$\lambda_{PSD} (f_c)$	$\lambda^* (f_c^*)$	RMSE $\lambda_{PSD}$	RMSE $\lambda^*$	$\Delta$ RMSE
Señal 1	36280 (4)	3162(4.0029)	0.1063 $m/s^2$	0.1 $m/s^2$	0.063 $m/s^2$
Señal 2	3739.28 (30)	10000(25.42)	23.76 $rad/s^2$	23.01 $rad/s^2$	0.75 $rad/s^2$
Señal 3	0.5016 (15)	0.316(16.91)	0.209 $m/s^2$	0.195 $m/s^2$	0.014 $m/s^2$
Señal 4	9595.5 (10)	100000(6.75)	1.596 $m/s^2$	1.53 $m/s^2$	0.066 $m/s^2$

Tabla 2.2: Diferencias en los resultados obtenidos aplicando el parámetro de alisado estimado y el óptimo obtenido mediante búsqueda exhaustiva.

worth son debidos a los errores en los extremos de la señal (Giakas y Batzopoulos, 1998). No es necesaria la extensión de la señal en los extremos en el caso del filtro HP3rd. El filtro HP3rd y GCVSPL producen resultados similares. De hecho, HP3rd produce resultados ligeramente mejores que GCVSPL en las señales 3 y 4 (señales de origen biomecánico) y ligeramente peores que GCVSPL en las señales 1 y 2 (señales de origen no biomecánico). El filtro de segundo orden HP2nd produce peores resultados en las señales 1 y 3, y resultados aceptables en las señales 2 y 4.

Señal	RMSE $\lambda_{PSD}$ (HP 3rd)	RMSE $\lambda_{PSD}$ (HP 2nd)	RMSE Butterworth	RMSE GCVSPL
Señal 1	0.1063 $m/s^2$	0.1896 $m/s^2$	2367.5 $m/s^2$	0.1024 $m/s^2$
Señal 2	23.76 $rad/s^2$	23.90 $rad/s^2$	193.28 $rad/s^2$	23.24 $rad/s^2$
Señal 3	0.209 $m/s^2$	0.660 $m/s^2$	54.226 $m/s^2$	0.2362 $m/s^2$
Señal 4	1.596 $m/s^2$	1.540 $m/s^2$	38.45 $m/s^2$	2.3153 $m/s^2$

Tabla 2.3: Comparación de los resultados obtenidos mediante HP 3rd, HP 2nd, filtro de Butterworth y GCVSPL.

La elección del orden del filtro de HP condiciona el carácter paso-bajo del filtro. En concreto, al aumentar el orden del filtro, éste se aproxima mejor a un filtro paso-bajo ideal. Este resultado se aprecia en la figura 2.27, donde se han comparado las funciones de transferencia en la frecuencia de los filtros HP2nd, HP3rd y HP de orden 4 usando  $\lambda = 1$ .

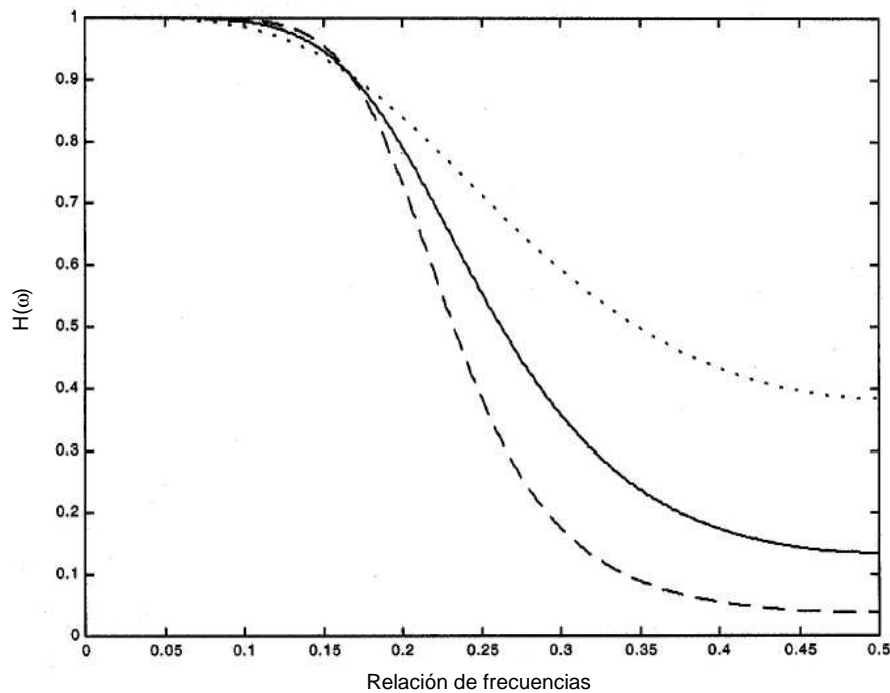


Figura 2.27: Funciones de respuesta en frecuencia de los filtros de HP de segundo orden (línea de puntos), tercer orden (línea continua) y cuarto orden (línea discontinua) usando un valor  $\lambda = 1$ .

Los resultados son también comparables con los obtenidos por otros autores que usan diferentes métodos avanzados de filtrado (señales 2 y 3). En la señal 2, se obtiene un valor  $RMSE = 23,76rad/s^2$  (ver tabla 2.2) que es similar al valor  $RMSE = 23,60rad/s^2$  obtenido por Giakas et al. (2000) usando la distribución de Wigner. La reconstrucción en el momento del impacto es más imprecisa, pero esta

pérdida de precisión es compensada por la facilidad con la que el método es aplicado, en particular, un sólo parámetro debe ser elegido.

En la señal 3, el presente estudio consigue un  $RMSE = 209,87mm/s^2$ , mientras que el valor obtenido por Giakas and Baltzopoulos (1997a) usando power spectrum assessment (PSA) fue  $RMSE = 400mm/s^2$ . Este resultado es mejor que el obtenido por SSA,  $RMSE = 256,89mm/s^2$ .

Una comparación entre los resultados de los métodos de filtrado propuestos en esta tesis se lleva a cabo en la sección siguiente.

## 2.8. Comparación SSA - filtro de HP

En la tabla 2.4 se presenta una comparación de los resultados obtenidos aplicando los métodos de filtrado propuestos con otros métodos de filtrado. De estos datos puede deducirse que los métodos de filtrado presentados pueden ser usados con éxito como una alternativa al filtrado mediante splines (GCVSPL), tradicionalmente usado por la comunidad biomecánica.

Señal	RMSE $\lambda_{PSD}$ (HP 3rd)	RMSE $\lambda_{PSD}$ (HP 2nd)	RMSE Butterworth	RMSE GCVSPL	RMSE SSA
1 ( $m/s^2$ )	0.1063	0.1896	2367.5	0.1024	0.1015
2 ( $rad/s^2$ )	23.76	23.90	193.284	23.24	23.04
3 ( $m/s^2$ )	0.209	0.660	54.226	0.2362	0.2568
4 ( $m/s^2$ )	1.596	1.540	38.45	2.3153	1.4706

Tabla 2.4: Comparación de los resultados obtenidos mediante HP 3rd, HP 2nd, filtro de Butterworth y GCVSPL y SSA.

## 2.9. Discusión

### 2.9.1. Filtrado mediante SSA

Los resultados de este estudio indican la superioridad de las técnicas de alisado basadas en SSA sobre los métodos de filtrado usados en la literatura. El algoritmo SSA descompone la señal original en un conjunto de serie aditivas independientes. Este resultado justifica el éxito del algoritmo SSA a la hora de separar el ruido producido por el sistema de captura de la tendencia latente. En concreto, como ventajas del método pueden destacarse la fácil interpretación de la reconstrucción de las componentes principales para llevar a cabo la agrupación y reconstruir la tendencia, la posibilidad de aplicar el método a todo tipo de señales independientemente de su estacionariedad y la necesidad de elección de únicamente dos parámetros, en concreto el tamaño de ventana con el que realizar la descomposición y el conjunto de componentes con el que llevar a cabo la reconstrucción.

Como inconveniente, puede citarse la ausencia de reglas fijas para la elección del tamaño de ventana y la forma de agrupación. No obstante, como se ha demostrado en los apartados anteriores, basta realizar una descomposición SSA eligiendo un tamaño de ventana donde la curva RMS de la aceleración obtenida sea suficientemente plana y realizar una reconstrucción con las componentes predominantes del espectro singular para obtener resultados satisfactorios. En este sentido, el alisado mediante SSA ofrece una ventaja fundamental respecto a los anteriores métodos de alisado y filtrado, la facilidad con que puede automatizarse. Para ello basta realizar varias descomposiciones SSA de los datos de desplazamiento, reconstruyendo la señal en las sucesivas descomposiciones con los autovalores dominantes. Como mecanismo de paro se propone la diferencia de valores RMS entre aceleración actual y la acel-

eración anterior. La descomposición se para cuando este valor sea lo suficientemente pequeño.

En conclusión se ha presentado un nuevo método de filtrado de datos cinemáticos a la comunidad biomecánica que ha demostrado su efectividad en la descomposición de señales complejas.

En próximos trabajos es necesario abordar un estudio más detallado sobre la automatización del método y su implementación en paquetes comerciales de análisis biomecánico y su aplicación a la descomposición de series donde se produzcan cambios abruptos y rápidos en la señal de desplazamiento como los que ocurren en las señales utilizadas por Adham and Shibab (1999). En este caso, es necesario aplicar una extensión del SSA para detectar cambios estructurales en la serie. Dicha extensión detecta el punto donde se produce el cambio estructural y aplica diferentes parámetros ( $L$  y  $r$ ) antes, durante, y después del cambio estructural.

### **2.9.2. Filtrado mediante el filtro de Hodrick-Prescott**

Se ha presentado un procedimiento de filtrado basado en ciertas hipótesis sobre las propiedades estadísticas de la sobreaceleración de la señal filtrada y del ruido presente en la señal de desplazamiento observada. En particular, el ruido introducido en la señal observada por el sistema de captura de movimiento y la sobreaceleración de la señal filtrada se suponen variables no correladas que siguen una distribución normal de media cero.

Es razonable asumir que el valor medio de la sobreaceleración en un movimiento humano cíclico estacionario, como la marcha, la carrera, el pedaleo o la natación es cero. En otro caso, la tasa de cambio de la aceleración no nula durante el ciclo produciría aceleraciones diferentes en los puntos inicial y final de cada ciclo, lo cual es contraintuitivo.



Esta es una condición que debe ser satisfecha en cada ciclo de movimiento, pero puede ser violada en las cercanías de un impacto, como el que ocurre cuando el pie contacta con el suelo, durante el cual la sobreaceleración resultante puede ser grande. En consecuencia, el método de filtrado propuesto no debe ser aplicado sobre señales de desplazamiento que reproduzcan sólo el entorno de una fase de impacto, sino sólo sobre señales que contengan esos impactos como parte de un ciclo de movimiento completo.

La segunda hipótesis (naturaleza gaussiana y no correlada con la sobreaceleración del ruido introducido en la señal observada) representa el patrón de ruido típico introducido por el sistema de captura de movimiento en la señal de desplazamiento observada. Es importante observar que el movimiento de los marcadores asociado al movimiento de la piel no puede ser considerado parte del ruido. Este movimiento de tipo oscilatorio amortiguado es debido al desplazamiento relativo de la piel respecto al sistema esquelético y no puede ser eliminado mediante los métodos de filtrado convencionales, su tratamiento será estudiado en el capítulo 3. El movimiento de la piel no sigue una distribución normal y debe ser considerado una parte de la señal de desplazamiento filtrada. Este error debe ser eliminado de la señal filtrada imponiendo las restricciones asociadas a las ecuaciones cinemáticas que aseguran la consistencia de los datos cinemáticos con el modelo biomecánico (Silva et al., 2002).

El filtro de HP3rd parece por tanto un método apropiado para realizar el filtrado de las señales observadas para calcular de forma precisa la derivada segunda. Los resultados son comparables a los obtenidos por otros métodos de filtrado (GCVSPL, Butterworth, PSA, SSA, función de Wigner). De hecho, el filtro de HP llega a unos resultados similares a GCVSPL en las cuatro señales investigadas. Como desventaja, cabe destacar que el filtro de HP produce una estimación discreta de la señal de aceleración. El uso de GCVSPL presenta la ventaja de producir una estimación continua

de la aceleración, que es necesaria en ciertas aplicaciones.

El filtro HP3rd proporciona unos resultados razonablemente aceptables con la ventaja de la facilidad de uso. Además sólo requiere la elección de un parámetro: el parámetro de alisado  $\lambda$ . El criterio basado en la PSD para la elección de la frecuencia de corte produce valores de  $\lambda$  en las cercanías del valor óptimo del parámetro de alisado,  $\lambda^*$ , que produce el menor RMSE posible. Sin embargo, el diseño de un algoritmo para elegir automáticamente  $\lambda$  debe ser tratado de forma rigurosa para automatizar el filtrado. En el futuro, puede ser del máximo interés diseñar un algoritmo para elegir  $\lambda$  de forma automática basándose en las hipótesis sobre las propiedades de la señal y el ruido, en las propiedades de la PSD o usando un criterio basado en la función de autocorrelación (Challis, 1999).

En suma, pensamos que la comunidad biomecánica puede beneficiarse de esta nueva técnica de filtrado, que ha probado su efectividad con señales complejas como una alternativa a los métodos de filtrado GCVSPL basados en splines. Futuros trabajos deben centrarse en la posibilidad de producir un algoritmo de filtrado automático que pueda ser implementado en los paquetes de análisis biomecánico.

# Corrección del movimiento de la piel respecto al sistema esquelético

---

## Contenidos

---

3.1. Introducción . . . . .	61
3.2. Modelado del sistema biomecánico . . . . .	63
3.3. Error asociado al movimiento de la piel respecto al sistema esquelético . . . . .	65
3.4. Revisión de las técnicas de corrección del movimiento de la piel . . . . .	68
3.5. Corrección del movimiento de la piel . . . . .	69
3.5.1. Ecuaciones de restricción . . . . .	70
3.5.2. Problema de posición inicial . . . . .	71
3.5.3. Problema de los desplazamientos finitos . . . . .	73
3.6. Resultados y discusión . . . . .	75

---

### 3.1. Introducción

Las señales de desplazamiento adquiridas por el sistema de captura de movimiento son el resultado de la composición de varias señales que se han representado en la figura 3.1.: el ruido introducido por el sistema de captura, el movimiento del sistema esquelético y el movimiento del marcador respecto al sistema esquelético (Fuller et al., 1997, Chèze et al., 2000; Alexander y Andriacchi, 2001; Alexander et al., 2003). En efecto, los marcadores se colocan sobre la piel del individuo, por lo que existe un movimiento relativo entre el marcador y el sistema esquelético tanto mayor cuanto mayor sea el grado de aceleración del movimiento realizado. El movimiento de la piel respecto al sistema esquelético tiene su origen en la deformación y el desplazamiento de la piel de las proximidades de las articulaciones debido a efectos inerciales y a contracciones musculares. Este movimiento es de tipo oscilatorio amortiguado y produce errores que presentan una dinámica oscilatoria en el ADI. En concreto, produce una inconsistencia cinemática con el movimiento de sistema esquelético subyacente y constituye una de las fuentes de error más críticas en el análisis del movimiento humano (Silva y Ambrosio, 2002). El problema fundamental radica en que este error no puede ser eliminado mediante las técnicas de filtrado expuestas, ya que su contenido en frecuencia está más próximo al contenido en frecuencia del movimiento esquelético (Lu et al., 1999). Además, la amplitud del movimiento de la piel es mayor que la del ruido que introduce el sistema de adquisición de datos. Este error debe ser eliminado de la señal adquirida una vez ésta ha sido filtrada.

El problema del tratamiento de errores asociados al movimiento de la piel respecto al sistema esquelético (en inglés *skin motion artifact*) ha sido ampliamente estudiado en la literatura (Fuller et al., 1997, Lucchetti, 1998; Lu et al., 1999, Chèze

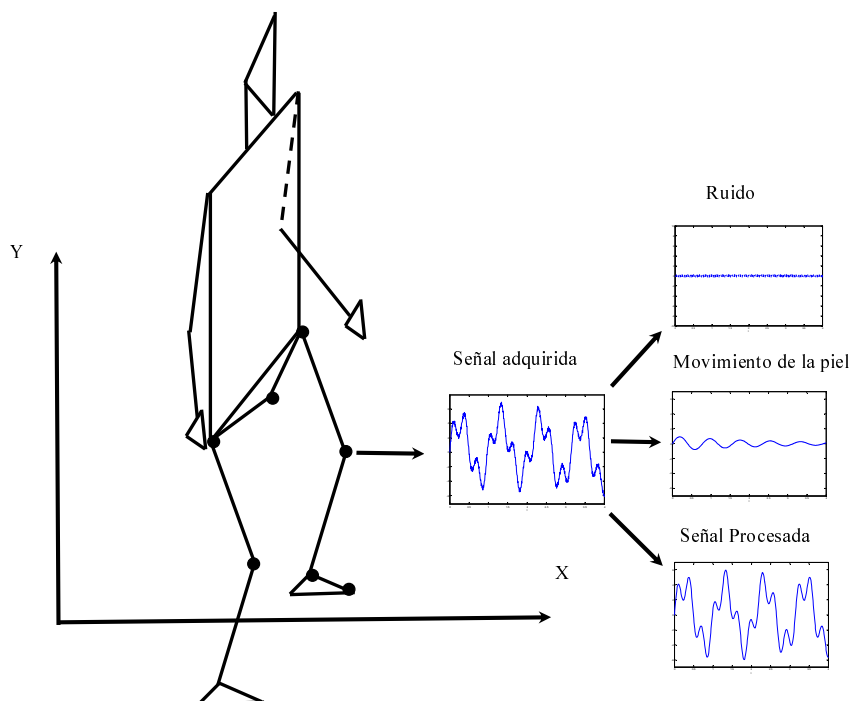


Figura 3.1: Ruido y movimiento de la piel en la señal adquirida.

et al., 1995, Chèze, 2000; Alexander y Andriacchi, 2001; Manal et al., 2002; Silva and Ambrosio, 2002). Recientemente Leardini et al. (2005) han revisado los distintos métodos existentes para corregir este error, analizando las ventajas e inconvenientes de cada método.

En este capítulo se presenta, en primer lugar, una sucinta revisión de las técnicas empleadas en la literatura para minimizar y compensar este error. A continuación se propone una técnica específica basada el cumplimiento de las ecuaciones de restricción cinemática del modelo biomecánico utilizado. De esta forma queda asegurada la consistencia cinemática de las señales de desplazamiento con el modelo biomecánico utilizado.

## 3.2. Modelado del sistema biomecánico

Para imponer la consistencia cinemática con un modelo, en primer lugar se debe definir el modelo de trabajo. El modelo que se utiliza en este trabajo es un sistema mecánico simple que ha sido empleado con éxito en diversos trabajos (Gunther et al., 2003; Richard Casius et al., 2004). Se trata de un mecanismo plano de cadena abierta formado por 7 cuerpos que representan los pies, pantorrillas, muslos y tronco (que agrupa tronco, brazos, cabeza y cuello en un único segmento corporal) unidos por pares cinemáticos de revolución de un grado de libertad. El modelo se representa en la figura 3.2, junto con la base vectorial elegida para describir el movimiento. La dirección  $X$  coincide con la dirección anteroposterior de movimiento y la dirección  $Y$  con la dirección vertical. Los círculos negros representan las articulaciones del modelo.

## 3.3. Error asociado al movimiento de la piel respecto al sistema esquelético

Como se ha comentado en la sección 1, el error debido al movimiento de la piel se produce por el deslizamiento de los marcadores colocados en la piel del sujeto sobre el sistema esquelético subyacente. Este movimiento se amplifica de forma considerable en situaciones con sobreaceleraciones elevadas, por ejemplo, cada vez que el sujeto impacta con sus pies en el suelo. De forma exagerada, la situación es la que se representa en la figura 3.3.

En la figura, los círculos negros representan las articulaciones del modelo y los círculos blancos la posición de los marcadores adquirida mediante el sistema de captura de movimiento. Justo después del impacto, la contribución del movimiento de

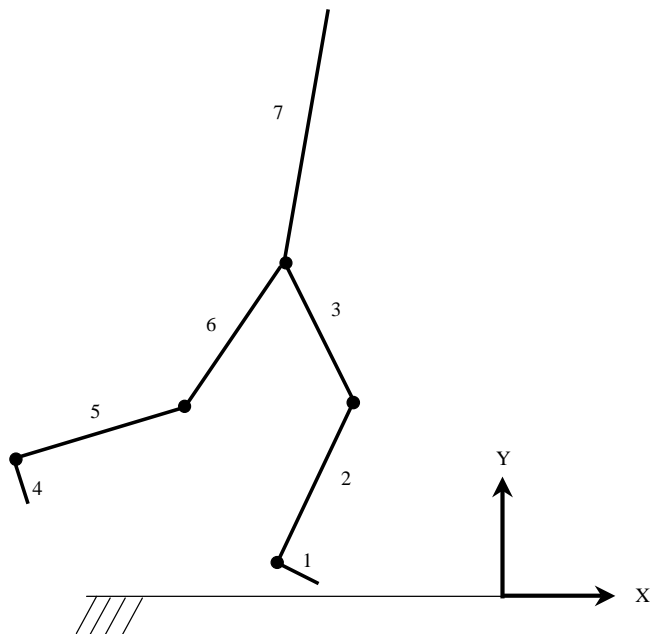


Figura 3.2: Modelo multicuerpo

la piel al movimiento de los marcadores puede ser significativa. Este movimiento relativo al sistema esquelético se traduce en una violación de las ecuaciones cinemáticas del sistema multicuerpo, ya que los segmentos corporales no cumplen la condición de longitud constante durante la simulación. Esta violación produce un error en los resultados del ADI, ya que las aceleraciones de los centros de masa de cada segmento corporal están contaminadas por este efecto.

Se han utilizado diversas técnicas para cuantificar este error, entre ellas cabe destacar las técnicas basadas en la colocación de pines intracorticales, marcadores subcutáneos y técnicas basadas en rayos X (Leardini et al., 2005). Se han obtenido desplazamientos relativos respecto a la posición de equilibrio (sujeto parado) de marcadores situados sobre la piel del trocánter mayor (sobre la articulación de la cadera) de hasta 14 mm (Leardini et al., 2005). En general, los errores son mayores a

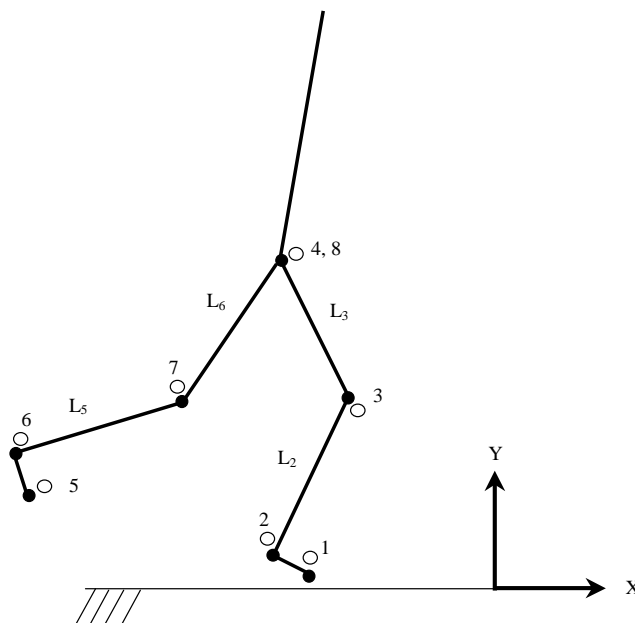


Figura 3.3: Modelo biomecánico con marcadores. Los círculos negros representan las coordenadas naturales del modelo de sólidos rígidos, los puntos blancos la posición de los marcadores situados sobre la piel.

medida que vamos ascendiendo desde la articulación del tobillo hasta la articulación de la cadera (Leardini et al., 2005). Este resultado es intuitivo, puesto que el grosor de la masa de tejido blando que rodea a la articulación va aumentando.

Para poner de manifiesto la importancia del movimiento de la piel, en la figura 3.4 se ha representado la distancia entre un marcador situado en la rodilla (epicóndilo lateral) y un marcador situado en la cadera (trocánter mayor). Las mediciones corresponden a la fase de impacto (impacto del pie con el suelo) de tres movimientos con diferente grado de sobreaceleración: marcha normal, carrera suave y fase de aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m. En todos los casos se ha analizado una ventana de 200 ms en las cercanías del impacto con el suelo.



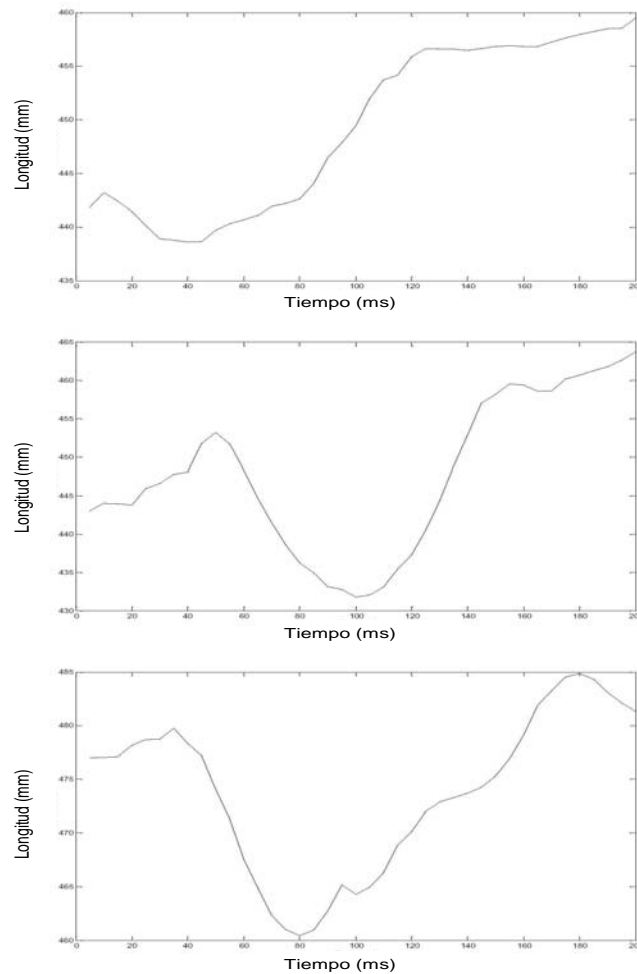


Figura 3.4: Longitud del muslo derecho de un sujeto durante la fase de impacto con el suelo en la marcha (gráfica superior), en la carrera (gráfica intermedia) y en la fase de aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m (gráfica inferior).

Se observa en la figura que durante la marcha, la variación de la longitud del muslo es de unos 23 mm, durante la carrera, de unos 32 mm, y durante la fase de impacto del salto, la variación es de unos 24 mm. No se pueden establecer conclusiones generales a partir de este sencillo experimento, la menor deformación en el caso de la caída puede deberse a una rigidización de la pierna por activación muscu-

lar. Únicamente se trata de mostrar la inconsistencia que existe entre los datos que caracterizan la cinemática del modelo y la hipótesis de que el modelo está formado por un conjunto de cuerpos rígidos.

### **3.4. Revisión de las técnicas de corrección del movimiento de la piel**

Las técnicas que se usan para compensar los efectos de este error y minimizar su contribución a los resultados del ADI se pueden dividir en tres grandes grupos. En primer lugar, existen técnicas que modelan y simulan el comportamiento viscoelástico de la piel para reproducir su movimiento relativo al sistema esquelético, entre ellas se encuentran el modelado de la superficie de la piel y las técnicas basadas en clusters de puntos. Otro grupo de técnicas se basa en corregir la posición adquirida de los marcadores correspondientes a un segmento corporal para que cumplan ciertas ecuaciones de restricción cinemática. Dentro de este grupo se encuentran el procedimiento de solidificación (Chèze et al., 1995), la calibración de marcadores anatómicos múltiples, la calibración dinámica y técnicas basadas en algoritmos de optimización global de funciones de error. Por último, las técnicas basadas en la colocación de pines intracorticales, marcadores subcutáneos y técnicas basadas en rayos X (Leardini et al., 2005) tratan de adquirir directamente la posición de una serie de puntos del sistema esquelético.

El objetivo de estas técnicas es obtener una estimación fiable de la cinemática del sistema de sólidos rígidos corrigiendo el movimiento de una serie de marcadores situados sobre la piel o adquiriendo la posición del sistema esquelético de forma directa. Este objetivo no ha sido alcanzado aún de manera satisfactoria (Reinschmidt et al., 1997; Chèze, 2000; Leardini et al., 2005), lo que limita las contribuciones del

ADI de sistemas biomecánicos al análisis del movimiento humano.

En general, las técnicas de uso más generalizado son las que corrigen la posición de los marcadores de un segmento para asegurar su consistencia con la longitud constante del segmento. La limitación de estas técnicas es que cada segmento corporal es tratado de forma separada, sin imponer las restricciones al movimiento en que se traducen los pares cinemáticos que unen los sólidos del sistema mecánico. De esta forma, se asegura la invariabilidad de la longitud de los segmentos corporales, pero no la unión entre ellos. Este hecho produce dislocaciones y traslaciones en las articulaciones que no pueden justificarse desde un punto de vista anatómico (Leardini et al., 2005) y por lo tanto, da lugar una estimación no fiable de la cinemática del modelo.

Para intentar solventar estas deficiencias, en este trabajo se ha utilizado un procedimiento bien conocido en el análisis cinemático de sistemas multicuerpo, aplicado por primera vez a este problema por Silva y Ambrosio (2002). En síntesis, se trata de corregir las señales de desplazamiento filtradas, de manera que satisfagan las ecuaciones de restricción cinemática del sistema multicuerpo. Para ello, se minimiza de forma iterativa la suma de distancias entre las coordenadas medidas por el sistema de captura de movimiento y aquellas que cumplen las ecuaciones de restricción de la cadena cinemática. De esta forma, se asegura la consistencia cinemática de los datos de movimiento con el modelo biomecánico de sólidos rígidos (Silva y Ambrosio, 2002).

### **3.5. Corrección del movimiento de la piel**

Para asegurar la consistencia cinemática de las señales de desplazamiento con el modelo biomecánico, se calculó en primer lugar la longitud de cada segmento

corporal antes del impacto. Los detalles del procedimiento se presentan en la sección siguiente. Los segmentos correspondientes a los pies se deforman considerablemente durante la fase de impacto con el suelo, por lo que es discutible suponer que se comportan como cuerpos rígidos, no se asegura su consistencia cinemática.

### 3.5.1. Ecuaciones de restricción

Para imponer las restricciones cinemáticas del mecanismo a las señales de desplazamiento, en primer lugar se define un conjunto de coordenadas naturales  $\mathbf{q}$  que coinciden con las articulaciones del modelo (Jalon y Bayo, 1994), correspondientes a las posiciones filtradas de los marcadores. El sistema de sólidos rígidos deberá cumplir una serie de ecuaciones de restricción cinemática definidas por la topología del modelo (Silva y Ambrósio 2002; 2004):

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \tag{3.1}$$

Para resolver el conjunto de restricciones cinemáticas (3.1), se puede aplicar el método de Newton-Raphson, para ello, se desarrolla en serie de Taylor la ecuación (3.1) alrededor de una posición inicial que cumpla las restricciones de sólido rígido (posición parada o posición antes del impacto),  $\mathbf{q}_0$ , obteniendo:

$$\Phi(\mathbf{q}) \cong \Phi(\mathbf{q}_0) + \Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_0)(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) \tag{3.2}$$

Siendo  $\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_0)$ , el jacobiano de las ecuaciones de restricción evaluado en  $\mathbf{q}_0$ . La ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_0)(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) = -\Phi(\mathbf{q}_0) \tag{3.3}$$

que constituye un sistema lineal, del que puede despejarse el vector incremento de las

coordenadas generalizadas  $\mathbf{q} - \mathbf{q}_0$ . Definiendo  $\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i$  como el incremento de las coordenadas generalizadas en el instante  $t = i$ , la ecuación (3.3) puede plantearse para el instante  $t = i$  como:

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_i) \Delta \mathbf{q}_i = -\Phi(\mathbf{q}_i) \quad (3.4)$$

De donde se obtiene  $\Delta \mathbf{q}_i$ , que permite obtener la posición corregida de los marcadores en el instante  $t$  como:

$$\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \Delta \mathbf{q}_i \quad (3.5)$$

Como condición de paro del proceso iterativo en cada instante temporal, imponemos que la norma de la matriz de ecuaciones de restricción sea menor que un determinado valor:

$$\|\Phi(\mathbf{q}_i)\| < \varepsilon = 1e - 6 \quad (3.6)$$

### 3.5.2. Problema de posición inicial

El procedimiento anterior se denomina problema de posición inicial. Consiste en determinar una posición  $\mathbf{q}$  que cumpla las ecuaciones de restricción del sistema multicuerpo partiendo de una posición  $\mathbf{q}_0$  suficientemente próxima. Para ilustrar su aplicación, se va a aplicar al conjunto formado por la pantorrilla y el muslo de la pierna derecha (segmentos 2 y 3 de las figuras 3.2 y 3.3). El vector de coordenadas generalizadas es:

$$\mathbf{q} = (x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, \theta_2, \theta_3)^T \quad (3.7)$$

Siendo los grados de libertad del sistema  $x_2, y_2, \theta_2, \theta_3$ . La posición del tobillo

queda definida por  $x_2, y_2$  y  $\theta_2, \theta_3$  son los ángulos que forman los segmentos 2 y 3 con la horizontal. Se ha supuesto que la posición de los tobillos observada cumple las restricciones de sólido rígido y que los ángulos observados coinciden con los del modelo de sólidos rígidos. Esta suposición es incorrecta, no obstante, el error debido al movimiento de la piel en los tobillos es menor que en las rodillas y las caderas, como han señalado otros autores (Leardini et al., 2005). Respecto a los ángulos, aunque están calculados con los datos filtrados, es decir, no cumplen las restricciones de sólido rígido, el error asociado a ellos es menor que el error asociado a cada uno de los marcadores con los que son calculados (Leardini et al., 2005). Las ecuaciones de restricción cinemática son:

$$\Phi(\mathbf{q}) = \begin{Bmatrix} (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - L_2^2 \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 - L_3^2 \\ (x_3 - x_2) - L_2 \cos \theta_2 \\ (x_4 - x_3) - L_3 \cos \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

El Jacobiano de las restricciones es:

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -2x_{32} & -2y_{32} & 2x_{32} & 2y_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2x_{43} & -2y_{43} & 2x_{43} & 2y_{43} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & L_2 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & L_3 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

siendo  $x_{jk} = x_j - x_k$ ,  $y_{jk} = y_j - y_k$

El jacobiano es una matriz rectangular, por lo que no se puede invertir, no obstante, el valor de las variables que representan a los grados de libertad es conocido, con lo cual el valor de  $\Delta q_i$  es nulo para los grados de libertad. Por lo tanto, para llegar al sistema cuadrado basta eliminar las columnas (1,2,7 y 8) del jacobiano correspondientes a los grados de libertad  $x_2, y_2, \theta_2, \theta_3$ , quedando:

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 2x_{32} & 2y_{32} & 0 & 0 \\ -2x_{43} & -2y_{43} & 2x_{43} & 2y_{43} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ya es posible plantear el sistema lineal (3.4).

$$\begin{bmatrix} 2x_{32}^i & 2y_{32}^i & 0 & 0 \\ -2x_{43}^i & -2y_{43}^i & 2x_{43}^i & 2y_{43}^i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{33}^{\Delta i} \\ y_{33}^{\Delta i} \\ x_{44}^{\Delta i} \\ x_{44}^{\Delta i} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} (x_{32}^i)^2 + (y_{32}^i)^2 - L_2^2 \\ (x_{43}^i)^2 + (y_{43}^i)^2 - L_3^2 \\ x_{32}^i - L_2 \cos \theta_2 \\ x_{43}^i - L_3 \cos \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Siendo  $x_{jk}^i = x_j^i - x_k^i$ ,  $y_{jk}^i = y_j^i - y_k^i$  la diferencia de las coordenadas en el instante  $i$  y  $x_{jj}^{\Delta i} = x_j^{i+1} - x_j^i$ ,  $y_{jj}^{\Delta i} = y_j^{i+1} - y_j^i$  la corrección de las coordenadas  $x_j$  e  $y_j$  en el instante  $t = i$  necesaria para satisfacer las restricciones cinemáticas del modelo de cuerpos rígidos. Al resolver el problema de posición inicial en cada instante de simulación del mecanismo, se hacen converger las coordenadas observadas en cada instante a las que cumplen las ecuaciones de restricción cinemática del modelo. Lo que se está haciendo es determinar la configuración del mecanismo en cada posición, partiendo de una posición observada filtrada que es próxima a la que cumple las restricciones.

### 3.5.3. Problema de los desplazamientos finitos

Una variante del problema anterior consiste en la resolución en cada instante del sistema lineal:

$$\begin{bmatrix} 2x_{32}^t & 2y_{32}^t & 0 & 0 \\ -2x_{43}^t & -2y_{43}^t & 2x_{43}^t & 2y_{43}^t \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{33}^{\Delta t} \\ y_{33}^{\Delta t} \\ x_{44}^{\Delta t} \\ x_{44}^{\Delta t} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} (x_{32}^t)^2 + (y_{32}^t)^2 - L_2^2 \\ (x_{43}^t)^2 + (y_{43}^t)^2 - L_3^2 \\ x_{32}^t - L_2 \cos \theta_2 \\ x_{43}^t - L_3 \cos \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

siendo  $x_{jk}^t = x_j^t - x_k^t$ ,  $y_{jk}^t = y_j^t - y_k^t$  la diferencia de las coordenadas en el instante  $t$  y  $x_{jk}^{\Delta t} = x_j^{t+1} - x_k^t$ ,  $y_{jk}^{\Delta t} = y_j^{t+1} - y_k^t$  la variación de las coordenadas entre los instantes  $t$  y  $t + 1$ . Se usa el superíndice  $t$  en lugar de  $i$ , para resaltar que en este caso la solución del sistema es la variación de las coordenadas entre dos instantes temporales próximos. En este caso, el problema se denomina de los desplazamientos finitos.

Para resolver el problema de los desplazamientos finitos, es necesario obtener unas coordenadas consistentes con el modelo multicuerpo en el instante de partida, para lo cual se resuelve el problema de la posición inicial. Para obtener la posición del mecanismo en el resto de instantes se resuelve el sistema 3.12. El problema de los desplazamientos finitos es el mismo que el problema de posición inicial del mecanismo, con la diferencia de que en el problema de los desplazamientos finitos la posición de partida es la posición anterior del mecanismo. El resultado obtenido es una buena aproximación a la posición en el instante posterior siempre que los incrementos que se proporcionen a los grados de libertad no sean demasiado grandes. En este caso, cuanto mayor sea la frecuencia de muestreo mejor será la aproximación, la frecuencia de muestreo elegida, 200 Hz, garantiza en todo caso que estos incrementos son lo suficientemente pequeños.

Como se mostrará en la próxima sección, la resolución de los problemas de posición inicial y de los desplazamientos finitos arrojan resultados parecidos. Sin embargo, en el análisis biomecánico se dispone de la posición de las coodenadas del



modelo en cada instante de tiempo. En este caso, parece más lógico determinar la configuración del mecanismo en cada instante de tiempo a partir de la posición observada que ensamblar el mecanismo en el instante inicial y luego resolver el problema de desplazamientos finitos. Los resultados dependen en menor medida del instante inicial.

### 3.6. Resultados y discusión

No se han realizado estudios sobre la conveniencia de asegurar la consistencia cinemática resolviendo el problema de la posición inicial o bien el de los desplazamientos finitos en el ADI de sistemas biomecánicos. Para tener una idea del desempeño de ambos métodos, se compararon los resultados obtenidos al asegurar la consistencia cinemática de los segmentos corporales del tren inferior (segmentos 2, 3, 5 y 6) durante la fase de impacto de la carrera de un sujeto. La pierna que impacta con el suelo es la derecha. En la figura 3.5 se muestra la evolución de las longitudes de los segmentos corporales (pantorrillas y muslos) antes y después de aplicar la consistencia cinemática.

En cada una de las figuras se ha representado en línea continua la longitud de cada uno de los segmentos corporales obtenida a partir de los datos observados filtrados, es decir, no consistentes. En línea discontinua se han representado las longitudes de los segmentos resolviendo el problema de posición inicial del mecanismo en cada instante temporal. En línea de trazo y punto se representan las longitudes resolviendo el problema de desplazamientos finitos partiendo de una posición inicial que cumple las ecuaciones del modelo, esto es, obtenida mediante la resolución del problema de posición inicial en el instante de partida.

Analizando la figura 3.5 pueden establecerse una serie de conclusiones destaca-

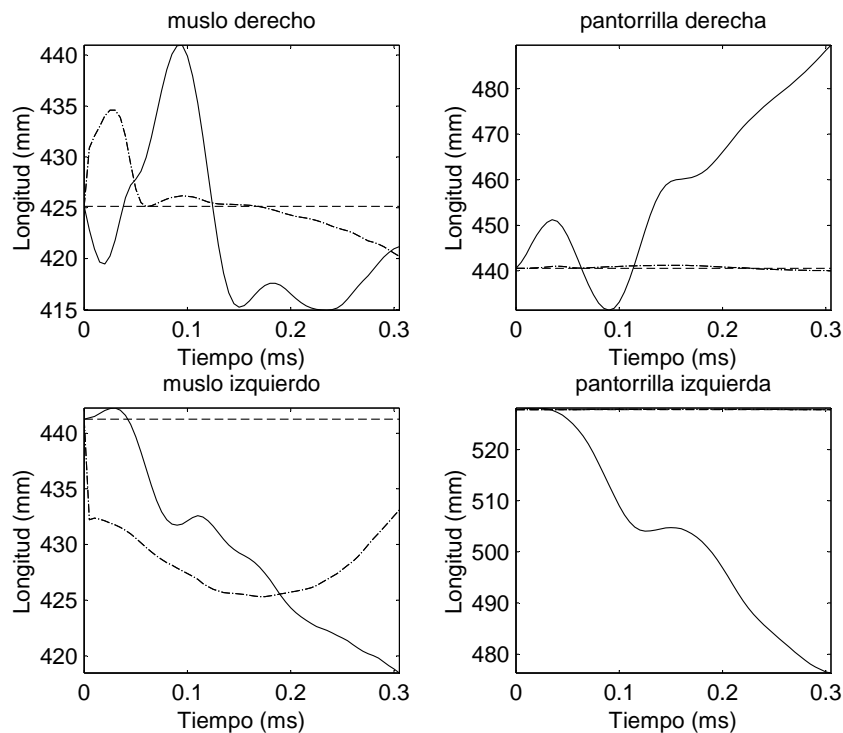


Figura 3.5: Longitud de los segmentos corporales de la pierna antes y después de la aplicación de la consistencia cinemática. En línea continua se representan los resultados obtenidos con datos no consistentes, en línea discontinua con los datos consistentes resolviendo el problema de posición inicial en cada instante de la simulación, en línea de trazo y punto, resolviendo el problema de los desplazamientos finitos.

bles. Ambos métodos obtienen resultados parecidos en las pantorrillas izquierda y derecha. En los muslos, donde el movimiento de la piel es más crítico, mientras que la resolución del problema de posición inicial produce longitudes constantes, consistentes con la hipótesis de sólido rígido, el problema de los desplazamientos finitos produce una violación de la condición de sólido rígido. Este resultado es lógico ya

que aunque se parta de una configuración inicial ensamblada del mecanismo, la simulación cinemática se realiza con valores de los grados de libertad del sistema que no cumplen las restricciones del modelo. Para asegurar la consistencia cinemática de los datos, en esta tesis se resolverá el problema de la posición inicial en cada instante en lugar del problema de los desplazamientos finitos, ya que el sistema de captura de movimiento proporciona una estimación de la posición de la cadena cinemática en cada instante. En los próximos capítulos se estudiará la influencia de la inconsistencia cinemática de las señales de desplazamiento en el problema fundamental de la dinámica inversa mioesqueletar (Hatze, 2002).



# Efecto de las masas de tejido blando

---

## Contenidos

---

<b>4.1. Introducción</b>	<b>79</b>
<b>4.2. Revisión de los modelos con masas de tejido blando</b>	<b>80</b>
<b>4.3. Modelo simplificado con masas de tejido blando con-</b> <b>centradas</b>	<b>84</b>
4.3.1. Ecuaciones de movimiento	86
4.3.2. Identificación de los parámetros del modelo con mtb	89
<b>4.4. Estudio de un caso. Fase de impacto durante la carrera</b>	<b>95</b>
4.4.1. Análisis con datos cinemáticos observados	98
4.4.2. Filtrado automático de los datos mediante SSA	99
4.4.3. Filtrado mediante filtro de Hodrick-Prescott	99
4.4.4. Corrección del movimiento de la piel	102
4.4.5. Efecto de las masas de tejido blando	104
4.4.6. Discusión	109

---

4.5. Análisis de la fase de impacto de un salto . . . . .	111
4.6. Discusión . . . . .	113

---

## 4.1. Introducción

Los segmentos corporales no son cuerpos rígidos, sino cuerpos formados por partes de gran rigidez (huesos) y masas de tejido blando (músculos, ligamentos, órganos, vísceras, tejido adiposo y piel) unidas de forma viscoelástica a la masa ósea. La hipótesis de cuerpo rígido da lugar a errores en el ADI, especialmente cuando se producen impactos, o en general sobreaceleraciones altas, debido al movimiento relativo de las masas de tejido blando (en adelante mtb) respecto al sistema esquelético (Gruber, 1991; Andrews y Dowling 1993; McGuan, 1994, 2001; Pain y Challis, 1995; Lafortune, 1995a,b, 1996; Sorensen, 1999; Neptune et al., 2000). En este capítulo se estudia el efecto que produce el movimiento de las masas de tejido blando en el problema fundamental de la dinámica inversa. Para ello, se conectan una serie de masas de tejido blando al modelo multicuerpo. Las masas de tejido blando y los parámetros de la conexión al sistema multicuerpo son aquellos que minimizan la discrepancia entre la GRF vertical calculada mediante el ADI y la medida por una placa de fuerza.

## 4.2. Revisión de los modelos con masas de tejido blando

La literatura sobre modelos biomecánicos que incluyen masas de tejido blando (en inglés wobbling masses, masas oscilantes) es limitada (Blickhan, 1989; Cole et

al., 1996; Gruber et al., 1998; Jarrah et al., 1998; Wright et al., 1998; Nigg y Liu, 1999; Derrick et al., 2000; Liu and Nigg, 2000; Volle, 2000; McGuan, 2001; Gunther et al., 2003; Pain y Challis, 2005). Este error de modelado ha recibido una atención mucho menor que los errores de filtrado y de movimiento de la piel, en parte, por la complejidad que supone su modelado y porque es necesario identificar los parámetros del nuevo sistema. En los modelos propuestos en la literatura, las masas oscilantes son masas puntuales o sólidos rígidos unidos al sistema multicuerpo mediante conjuntos viscoelásticos lineales o no lineales.

En general, los parámetros que hay que estimar en el nuevo sistema son la distribución de masas de la parte ósea y de tejido blando de cada segmento corporal y los parámetros de la conexión viscoelástica de la masa de tejido blando al segmento rígido (Seyfarth et al., 1999; Tregoubov, 2000; Zhang et al., 2000; Yue y Mester, 2002). Ambos parámetros se pueden estimar a partir de estudios y ensayos sobre cadáveres (Cole et al., 1996; Pain y Challis, 2001, 2004, 2005). Otra vía consiste en estimar los parámetros de forma que la simulación del modelo genere una GRF vertical que sea lo más parecida a la medida por una placa de fuerza (Gruber et al., 1991, 1998, Andrews y Dowling, 2000; Peikenkamp, 2002).

En los modelos propuestos en la literatura (Cole et al., 1996; Gruber et al., 1998; Wright et al., 1998; Nigg y Liu, 1999; Liu y Nigg, 2000) cada segmento corporal está compuesto por una parte rígida (masa ósea) y una parte de tejido blando (la masa oscilante). Se han propuesto modelos con una sola masa visceral (Wright et al., 1998) y con varias masas viscerales. Nigg y Liu (1999) y Liu y Nigg (2000) usaron un modelo de dos segmentos (tronco y piernas) con dos masas de tejido blando unidas al sistema esquelético mediante muelles y amortiguadores lineales para obtener la fuerza vertical de reacción con el suelo durante la fase de impacto de una carrera. El modelo sólo permitía el movimiento vertical de cada masa. Gruber et al. (1998)

usaron un modelo bidimensional con tres masas de tejido blando para reproducir la fuerza de reacción con el suelo de un sujeto en la fase de impacto de un salto. Demostraron que las fuerzas de reacción con el suelo, los momentos motores y las fuerzas de reacción en las articulaciones calculadas eran considerablemente diferentes utilizando un modelo de cuerpos rígidos y el modelo con masas oscilantes. Las masas de tejido blando y los parámetros del modelo fueron optimizados para que la fuerza de reacción con el suelo simulada fuera parecida a la medida experimentalmente. Sin embargo, la masa de la parte de tejido blando superaba los rangos indicados mediante disección (Gunther et al., 2003), además, no se impuso la consistencia cinemática de las señales de desplazamiento. Pain y Challis (2004) han estudiado la sensibilidad de los resultados del ADI a los parámetros del modelo, y han demostrado que la compensación de errores en el ADI de modelos con mtb puede producir incongruencias de tipo anatómico, p.e.: que la proporción de masa de tejido blando sea muy grande en relación a la masa total del segmento corporal.

Los estudios previos han mostrado la influencia potencial de las mtb en la dinámica del sistema biomecánico. No obstante, este tipo de estudios está todavía en su fase preliminar, ya que los modelos empleados presentan una serie de limitaciones (Hatze, 2002). Entre ellas cabe destacar las siguientes:

- Obtención de movimientos de las mtb no realistas. Por ejemplo, movimiento de rotación de la mtb respecto al sistema esquelético.
- Identificación de los parámetros del sistema minimizando la discrepancia con patrones de fuerzas de reacción y momentos motores resultantes en las articulaciones. En realidad, éstos datos no pueden ser obtenidos de forma experimental, no pueden considerarse observables.
- En los trabajos en los que la identificación de los parámetros del modelo se



realiza mediante búsqueda exhaustiva, el número de búsquedas muy reducido (Wang y Yen-Hsiu, 2004).

- En ninguno de los estudios anteriores se ha comprobado que el movimiento de las masas de tejido blando es consistente desde el punto de vista anatómico. En concreto, pueden haberse obtenido reproducciones aceptables de la fuerza de reacción con el suelo produciendo movimientos inadmisibles de las mtb.
- Tratamiento aislado del error debido al movimiento de las mtb. En la mayoría de los estudios, el movimiento de las mtb se trata de forma independiente de los errores de filtrado y de inconsistencia cinemática de los datos adquiridos. En la bibliografía consultada sólo existe un trabajo donde se han tratado estos errores de manera conjunta (Gunther et al., 2004). En este estudio, sin embargo, el error de consistencia cinemática se corrige imponiendo que la distancia entre marcadores de un mismo segmento corporal sea constante, lo cual es necesario pero no suficiente para asegurar consistencia cinemática de los datos con el modelo biomecánico.
- No se ha realizado un estudio del número mínimo de masas de tejido blando necesarias para reproducir las fuerzas de reacción con el suelo. Tampoco se ha discutido la importancia del movimiento de las mtb en actividades físicas con distinto grado de impacto.
- Por último, cabe destacar que en todos los trabajos que se han realizado, se estudia en general un sujeto realizando un único movimiento. No se han encontrado en la literatura estudios con una muestra de sujetos realizando varios movimientos. Este hecho supone una importante limitación, ya que no se pueden inferir conclusiones acerca de la influencia del tipo de movimiento y del sujeto en los resultados del ADI.

Todas estas limitaciones son debidas a que en la mayoría de los trabajos –salvo en los estudios de Liu y Nigg, (2000) y Gunther et al. (2003)– las ecuaciones de movimiento del sistema con masas de tejido blando no se obtienen de forma analítica. En la mayoría de los estudios se trabaja con paquetes de simulación dinámica, en los que la identificación de los parámetros del modelo no es sencilla, y en todo caso, el número de búsquedas que puede llevarse a cabo es reducida.

El objetivo de este capítulo es determinar el efecto que las mtb tienen en la determinación de la fuerza vertical de reacción con el suelo simulada. Como medida indirecta del error en el ADI se utiliza la discrepancia entre la GRF vertical observada y simulada. Para realizar el estudio se ha concebido un nuevo modelo con masas de tejido blando. En concreto, se propone un modelo biomecánico compuesto por siete segmentos corporales rígidos y tres masas puntuales de tejido blando. Los parámetros del modelo se obtienen resolviendo un problema de optimización en el que se establecen ecuaciones de restricción de tipo anatómico. De esta forma, el proceso de identificación asegura que la reproducción de la GRF vertical sea óptima para un movimiento de las mtb que satisfaga restricciones de tipo anatómico. Se discute, asimismo, la influencia del número de mtb en los resultados. En este capítulo, en primer lugar, se presenta el modelo biomecánico de trabajo, se obtienen las ecuaciones de movimiento de las mtb y se plantea el proceso de identificación de los parámetros del modelo. Posteriormente se estudian los errores en la determinación de la fuerza de reacción vertical con el suelo durante la fase de impacto de una carrera y un salto desde una altura de 0.5 m. En concreto, se estudia la evolución del error aplicando sobre los datos cinemáticos observados los métodos de filtrado expuestos (capítulo 2), la consistencia cinemática con el modelo multicuerpo (capítulo 3), y considerando el movimiento de las mtb. En el próximo capítulo, se generaliza este procedimiento y se analiza la evolución de los errores de reproducción de la

GRF vertical en una muestra más amplia de sujetos y movimientos. El objetivo es realizar un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos en función del sujeto, la actividad física y el tipo de tratamiento de los datos cinemáticos.

### **4.3. Modelo simplificado con masas de tejido blando concentradas**

En la figura 4.1. se representa la configuración del modelo con masas de tejido blando concentradas. Se trata de un sistema mecánico de cadena abierta formado por siete segmentos corporales, 6 segmentos que representan las piernas y un segmento que representa la masa e inercia del tronco, los brazos, el cuello y la cabeza. Se han conectado al modelo de sólidos rígidos masas de tejido blando en el tronco y en la pantorrilla y muslo de la pierna que impacta con el suelo. Esta suposición es lógica, ya que la transmisión del impacto es mayor a través de la pierna que impacta con el suelo que en la pierna libre. Si en el movimiento estudiado las dos piernas impactan simultáneamente con el suelo, basta considerar una sola cadena cinemática formada por 4 segmentos que representan los dos pies, las dos pantorrillas, los dos muslos y el tronco y las 3 mtb descritas anteriormente (Pain and Challis, 2004; 2005).

Las mtb se consideran masas puntuales que están obligadas a deslizar sobre cuerpo rígido al que están conectadas por medio de un par prismático y un conjunto viscoelástico muelle-amortiguador lineal invariante en el tiempo. Esta restricción al movimiento de las mtb parece lógica ya que en realidad las mtb no realizan ni rotaciones sobre ejes perpendiculares al plano del movimiento ni grandes desplazamientos en la dirección anteroposterior respecto al segmento al que están unidas, como han supuesto otros autores (Pain and Challis, 2004; 2005).

En el modelo simplificado se han realizado las siguientes hipótesis:

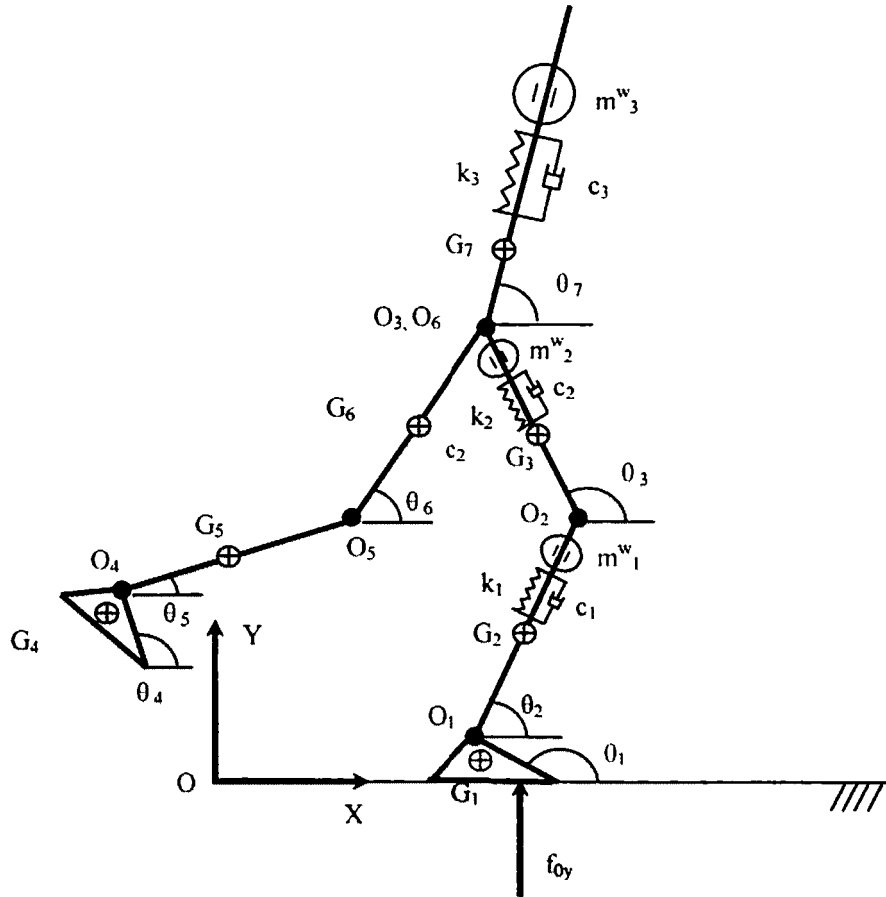


Figura 4.1: Topología del modelo esquelético bidimensional con masas de tejido blando.

- Las masas de tejido blando se comportan como masas puntuales
- Las mta están obligadas a desplazarse a lo largo de la directriz del segmento rígido.
- La conexión de cada mta al segmento rígido se realiza mediante un conjunto viscoelástico lineal e invariante en el tiempo (Linear Time Invariant, LTI).
- El punto de conexión de cada masa al segmento rígido es el centro de gravedad

del segmento corporal.

- La longitud inicial del muelle es tal que en su posición comprimida (cuando soporta la masa de tejido blando), la mtb se encuentra en el centro de gravedad del segmento corporal.

Los parámetros desconocidos del modelo son las masas de tejido blando del tronco  $m_w^3$ , del muslo  $m_w^2$  y de la pantorrilla  $m_w^1$ , junto con los parámetros de la conexión viscoelástica a la parte rígida de cada segmento:  $k_3, c_3, k_2, c_2, k_1, c_1$ . Es necesario estimar nueve parámetros para identificar completamente el modelo. El vector de parámetros a estimar es:

$$\mathbf{p} = [m_w^1, m_w^2, m_w^3, k_1, c_1, k_2, c_2, k_3, c_3]^T \quad (4.1)$$

La identificación de los parámetros se llevará a cabo de forma que el movimiento de las mtb produzca una fuerza vertical de reacción con el suelo similar a la medida por la placa de fuerza. El procedimiento de identificación de parámetros se detalla en la sección 4.3.2. En la siguiente sección se obtienen las ecuaciones de movimiento de las mtb.

### 4.3.1. Ecuaciones de movimiento

Para cada masa de tejido blando se puede plantear la ecuación de movimiento respecto a un sistema fijo a la parte ósea  $x'y'$  (véase la figura 4.3). El objetivo es obtener la ecuación que describe el desplazamiento  $s$  de la mtb respecto al centro de masa del segmento corporal.

Para derivar de forma sencilla la ecuación de movimiento de la mtb se hace uso de las ecuaciones de Lagrange particularizadas para sistemas no conservativos. Tomamos como coordenada generalizada  $s$  el desplazamiento de la masa de tejido

blando respecto al COM del segmento, esto es, el desplazamiento de la mtb respecto a su posición de equilibrio. Las ecuaciones de Lagrange particularizadas para sistemas no conservativos para un sistema mecánico definido por las coordenadas generalizadas  $\mathbf{q} = [q_0, q_1, \dots, q_n]^T$  son de la forma:

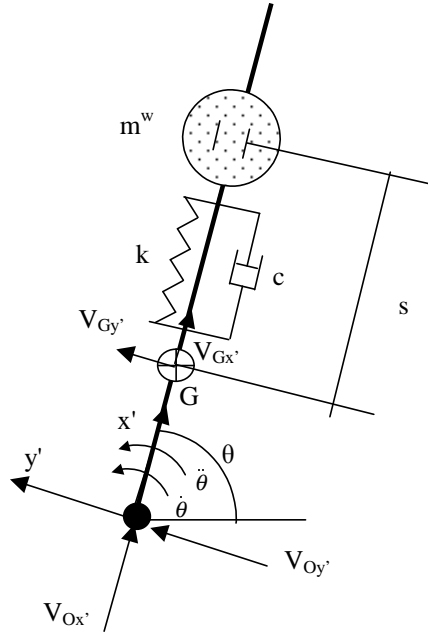


Figura 4.2: Posición de la masa de tejido blando

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i(t); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

Siendo  $T$  la energía cinética del sistema,  $U$  su energía potencial, y  $D$  la función de disipación de energía. Para determinar la energía cinética de la mtb es necesario determinar su velocidad. Las componentes de la velocidad absoluta de la masa de tejido blando son:

$$\mathbf{V}^w = [V_{Gx'} + \dot{s}, V_{Gy'} + s\dot{\theta}]^T = [\dot{x}'_G + \dot{s}, \dot{y}'_G + s\dot{\theta}]^T \quad (4.3)$$

Siendo  $V_{Gx'} = \dot{x}'_G$  y  $V_{Gy'} = \dot{y}'_G$  las componentes de la velocidad absoluta del centro de gravedad del segmento, expresadas en la base vectorial del sistema que se mueve con el segmento.

Los términos de la ecuación de Lagrange son:

$$T = \frac{1}{2}m[(\dot{x}'_G + \dot{s})^2 + (\dot{y}'_G + s\dot{\theta})^2] \quad (4.4)$$

$$U = \frac{1}{2}ks^2 \quad (4.5)$$

$$D = \frac{1}{2}c\dot{s}^2 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = m\dot{x}'_G + m\dot{s}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = m\ddot{x}'_G + m\ddot{s} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial s} = ms\dot{\theta}^2 + m\dot{\theta}\dot{y}'_G; \quad \frac{\partial U}{\partial s} = ks; \quad \frac{\partial D}{\partial s} = cs \quad (4.8)$$

Reagrupando terminos:

$$m\ddot{s} + c\dot{s} + (k - m\dot{\theta}^2)s + m\ddot{x}'_G - m\dot{\theta}\dot{y}'_G = 0 \quad (4.9)$$

Particularizando para la mtb  $m_i^w$ :

$$m_i^w \ddot{s}_i + c_i \dot{s}_i + (k_i - m_i^w \dot{\theta}_i^2) s_i + m_i^w \ddot{x}'_{Gi} - m_i^w \dot{\theta}_i \dot{y}'_{Gi} = 0 \quad (4.10)$$

Siendo  $\ddot{x}'_{Gi}$  la aceleración del punto de acoplamiento de la masa de tejido blando sobre el segmento rígido expresada en la base vectorial del sistema que se mueve con el segmento y  $\dot{\theta}_i^2$  la velocidad angular del segmento rígido  $i$  al cuadrado.

Se observa que el movimiento de la mtb responde a una ecuación de vibración forzada. La fuerza excitadora se origina por el término inercial  $m_i^w \ddot{x}'_{Gi}$  y el término giroscópico  $m_i^w \dot{\theta}_i \dot{y}'_{Gi}$ . La ecuación anterior puede ser integrada mediante cualquier método numérico, en este trabajo se ha utilizado el método de Euler por su sencillez. Se ha supuesto que las condiciones iniciales de posición y velocidad son nulas. Esta

hipótesis implica que en el instante inicial (antes del impacto) la posición de la masa de tejido blando coincide con la del punto de acoplamiento (COM del segmento) y que en ese instante la velocidad de la masa de tejido blando es nula respecto al sistema solidario al segmento rígido.

Obtenida la ecuación de movimiento de las mtb, se puede resolver numéricamente para cada terna  $[k_i, c_i, m_i^w]$ . El objetivo de la identificación es obtener los valores de estos parámetros de forma que el ADI produzca una fuerza de reacción vertical con el suelo próxima a la medida experimentalmente.

### 4.3.2. Identificación de los parámetros del modelo con mtb

La idea básica de la identificación de sistemas consiste en obtener determinados parámetros del modelo teórico a través de la comparación de los resultados de la simulación del modelo con datos adquiridos experimentalmente que registren el comportamiento real del sistema (Griffin, 2001; Matsumoto y Griffin, 2003). En este trabajo, la identificación de los parámetros del sistema se realizará de forma que el ADI del modelo biomecánico produzca una GRF vertical con el mínimo error respecto a la GRF vertical medida con una placa de fuerza.

Planteando el balance de fuerzas verticales para el conjunto de los cuerpos rígidos y masas de tejido blando que componen el sistema se obtiene:

$$f_0^y(t) - Mg = \sum_{i=1}^n m_i^b \ddot{y}_i + \sum_{i=1}^{n_w} m_i^w \ddot{Y}_i^w \quad (4.11)$$

Siendo  $M = \sum_{i=1}^n m_i^b + \sum_{i=1}^{n_w} m_i^w$ , la masa total del sujeto,  $f_0^y(t)$  la fuerza de reacción vertical con el suelo medida por la placa de fuerza,  $\ddot{y}_i$  la aceleración vertical absoluta del COM del segmento rígido  $i$  e  $\ddot{Y}_i^w$  la aceleración vertical absoluta de la mtb  $m_i^w$ . La aceleración absoluta  $\ddot{Y}_i^w$  se puede determinar de forma sencilla, una vez



integrada la ecuación de movimiento de la mtb (4.10), empleando las ecuaciones que describen el movimiento relativo:

$$\ddot{X}_i^w = \ddot{x}_i + \ddot{s}_i \cos \theta_i - \dot{\theta}_i^2 s_i \cos \theta_i - \ddot{\theta}_i s_i \sin \theta_i - 2\dot{\theta}_i \dot{s}_i \sin \theta_i \quad (4.12)$$

$$\ddot{Y}_i^w = \ddot{y}_i + \ddot{s}_i \sin \theta_i - \dot{\theta}_i^2 s_i \sin \theta_i + \ddot{\theta}_i s_i \cos \theta_i + 2\dot{\theta}_i \dot{s}_i \cos \theta_i \quad (4.13)$$

Las ecuaciones 4.11 y 4.13 permiten identificar los parámetros  $[k_i, c_i, m_i^w]$ , que son los únicos desconocidos. Debe observarse que la ecuación de Euler no aporta ninguna información para la identificación del sistema ya que los momentos motores resultantes en las articulaciones no pueden medirse directamente (Hatze, 2002). Despejando de la ecuación (4.11) el término que contiene las aceleraciones verticales absolutas de las masas de tejido blando se obtiene:

$$f_0^y(t) - Mg - \sum_{i=1}^n m_i^b \ddot{y}_i = \sum_{i=1}^{n_w} m_i^w \ddot{Y}_i^w \quad (4.14)$$

Sustituyendo la ec. 4.13 en la ec. 4.14 pueden estimarse mediante búsqueda exhaustiva los valores  $[k_i, c_i, m_i^w]$  que producen el mínimo error respecto a la fuerza medida por la placa. El error normalizado se define como el valor rms de los residuos del modelo respecto a la GRF vertical normalizado por el peso del sujeto (Hatze, 2002):

$$U_y = \frac{1}{Mg} \sqrt{\sum_{t=1}^N \left[ f_0^y(t) - Mg - \sum_{i=1}^n m_i^b \ddot{y}_i(t) - \sum_{i=1}^{n_w} m_i^w \ddot{Y}_i^w(t) \right]^2 / N} \quad (4.15)$$

Con objeto de obtener una medida de los errores relativa a la magnitud de las fuerzas de reacción con el suelo, la función de error se define como el cociente entre el valor rms de los errores del modelo y el valor rms de fuerza medida por la placa  $f_0^y(t)$ , esto es:

$$\Gamma = \frac{U_y}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (f_0^y(t)/Mg)^2/N}} \quad (4.16)$$

La identificación óptima del sistema es la que hace mínima la función  $\Gamma$ , que da una idea del porcentaje en tanto por uno del valor eficaz del error respecto al valor eficaz de la fuerza real. El problema de identificación de los parámetros del sistema, se puede plantear como el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min } \Gamma(\mathbf{p})$$

*s.a.*

$$\mathbf{p}^l \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^u$$

$$\text{Max}_{[t]}(|s_i(t)|) \leq L_i^* \quad L_i^* = \min\{p_i L_i, d_i L_i\} \quad i = 1, 2, 3$$

La función objetivo  $\Gamma(\mathbf{p})$  está relacionada con las variables de diseño a través de las ecuaciones diferenciales (4.10), que describen el movimiento de las masas de tejido blando. La primera ecuación de restricción, impone que el vector de parámetros  $\mathbf{p} = [m_w^1, m_w^2, m_w^3, k_1, c_1, k_2, c_2, k_3, c_3]^T$  esté comprendido entre dos valores límites  $\mathbf{p}^l$  y  $\mathbf{p}^u$ , que estén de acuerdo con ciertas restricciones anatómicas, por ejemplo, la distribución lógica de las masas de tejido blando y rígido de cada segmento corporal. La segunda ecuación de restricción asegura que el desplazamiento relativo a la parte ósea de la masa de tejido blando,  $s(t)$ , no sobrepase las articulaciones del cuerpo rígido al que está conectada. La distancia del COM del segmento a las articulaciones proximal y distal del segmento se representa mediante los términos  $p_i L_i$  y  $d_i L_i$  respectivamente. De forma sorprendente, esta última ecuación no se ha impuesto en ninguno de los trabajos existentes, con lo cual los resultados obtenidos por otros autores pueden ser inconsistentes con esta restricción, que por otra parte



uniforme). El parámetro  $\xi_i^*$  es el coeficiente de amortiguamiento. El problema de identificación se escribe en función de estas nuevas variables:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \Gamma(\omega_i^*, \xi_i^*) \quad i = 1, 2, 3 \\ & \text{s.a.} \\ & (\omega_i^*)^l \leq \omega_i^* \leq (\omega_i^*)^u \quad i = 1, 2, 3 \\ & (\xi_i^*)^l \leq \xi_i^* \leq (\xi_i^*)^u \quad i = 1, 2, 3 \\ \text{Max}_{[t]}(|s_i(t)|) \leq & L_i^* \quad L_i^* = \min\{p_i L_i, d_i L_i\} \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Sólo resta imponer los intervalos de variación de las variables de diseño para realizar la búsqueda exhaustiva. Para obtener un límite inferior de la frecuencia natural  $\omega_i^*$  se puede plantear el siguiente razonamiento: cuando los segmentos corporales están en equilibrio, la frecuencia natural de cada mtb se puede expresar en función de la deflexión estática del elemento elástico  $\delta_i$  como:

$$\omega_i^* = \sqrt{\frac{g}{\delta_i}} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.18)$$

Siendo  $g$  la aceleración de la gravedad. Se ha supuesto que en reposo la mtb se encuentra situada en el centro de gravedad del segmento. Se puede imponer un límite inferior a las frecuencias naturales para que la deflexión estática no produzca resortes de longitud natural mayor que la semilongitud del segmento corporal. En la figura 4.3 se representa la deflexión estática en función de la frecuencia natural  $\omega_i^*$

Se observa que para obtener una deflexión estática admisible desde el punto de vista anatómico, por ejemplo menor de 10 cm, la frecuencia natural mínima debe ser mayor que 10 rad/s, es decir, mayor que 1.59 Hz. En cuanto al límite superior de  $\omega_i^*$  se impone arbitrariamente en 100 rad/s (15.9 Hz). Estas hipótesis son razonables, ya que es bien conocido que las frecuencias naturales de un ser humano en vibración

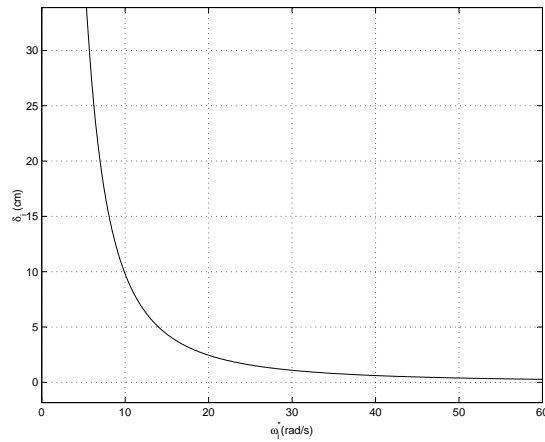


Figura 4.3: Deflexión estática en función de la frecuencia natural de la masa de tejido blando.

vertical están comprendidas en el intervalo de 4 a 8 Hz (Chaffin et al., 1999), que está contenido en el intervalo de frecuencias propuesto. En cuanto a la imposición de los límites del coeficiente de amortiguamiento, es más arbitraria y se supone que va desde el caso subamortiguado  $\xi_i^* = 0.1$  al sobreamortiguado  $\xi_i^* = 1.5$ . Finalmente, el problema de identificación se formula:

$$\text{Min } \Gamma(\omega_i^*, \xi_i^*) \quad i = 1, 2, 3$$

*s.a.*

$$10 \leq \omega_i^* \leq 100 \quad i = 1, 2, 3$$

$$0,1 \leq \xi_i^* \leq 1,5 \quad i = 1, 2, 3$$

$$\text{Max}_{[t]}(|s_i(t)|) \leq L_i^* \quad L_i^* = \min\{p_i L_i, d_i L_i\} \quad i = 1, 2, 3$$

#### 4.4. Estudio de un caso. Fase de impacto durante la carrera

Para verificar experimentalmente el problema fundamental de la dinámica inversa mioesquelética (Hatze, 2002), se comparó la GRF vertical estimada mediante ADI del modelo con la medida por una placa de fuerza. La configuración y el funcionamiento del sistema de adquisición de movimiento y la placa de fuerza se ha descrito en el capítulo 1 de la tesis. El movimiento estudiado es la fase de impacto con el suelo de un sujeto ejecutando una carrera ligera. Se estudian únicamente las cercanías del impacto, donde los resultados del ADI serán más desfavorables. En la tabla 4.1 se muestran los detalles del experimento. En la tabla 4.2 se detallan los parámetros antropométricos del sujeto, obtenidos de la tabla antropométrica de Clauser et al. (Nigg y Herzog, 1999). En la figura 4.4 se presenta un esquema de la captura experimental de datos.

Característica	Descripción o valor
Sistema de captura de movimiento	Qualisys ProReflex MCU 500
Número de cámaras	3
Frecuencia de muestreo cámaras	200 Hz
Placa de fuerza	KISTLER 9286AA
Frecuencia de muestreo placa	1000 Hz
Tiempo de simulación	160 ms después del impacto
Número de marcadores	9 (Fig 4.4)
Marcadores	Pasivos reflectantes

Tabla 4.1: Parámetros de la captura de datos

Segmento	% masa	masa (kg)	$d_i$
pie	1.45	1.09	0.449
pantorrilla	4.65	3.49	0.567
muslo	10	7.5	0.567
tronco, cabeza y brazos	67.8	50.85	0.374

Tabla 4.2: Parámetros antropométricos

El objeto de este experimento es estudiar la evolución de los errores que se producen en el ADI de sistemas biomecánicos, en función del tratamiento de los datos cinemáticos. Además, se trata de ilustrar mediante un ejemplo los procedimientos de tratamiento de errores que se han estudiado en la tesis. Para ello, se compararon las fuerzas de reacción con el suelo medidas experimentalmente y calculadas por el ADI, usando como datos de entrada al ADI:

- Datos cinemáticos observados (no tratados, NT).
- Datos filtrados mediante SSA automático (SSA).
- Datos filtrados mediante filtro HP (FHP).
- Datos no filtrados y consistentes con el modelo (KC).
- Datos filtrados y consistentes con el modelo (SSAKC).
- Datos filtrados, consistentes, y modelado de la cinética de las masas de tejido blando (SSAKCWM).

#### 4.4.1. Análisis con datos cinemáticos observados

Los datos cinemáticos no procesados (adquiridos directamente por el sistema de captura de movimiento) se utilizaron para calcular la fuerza vertical de reacción

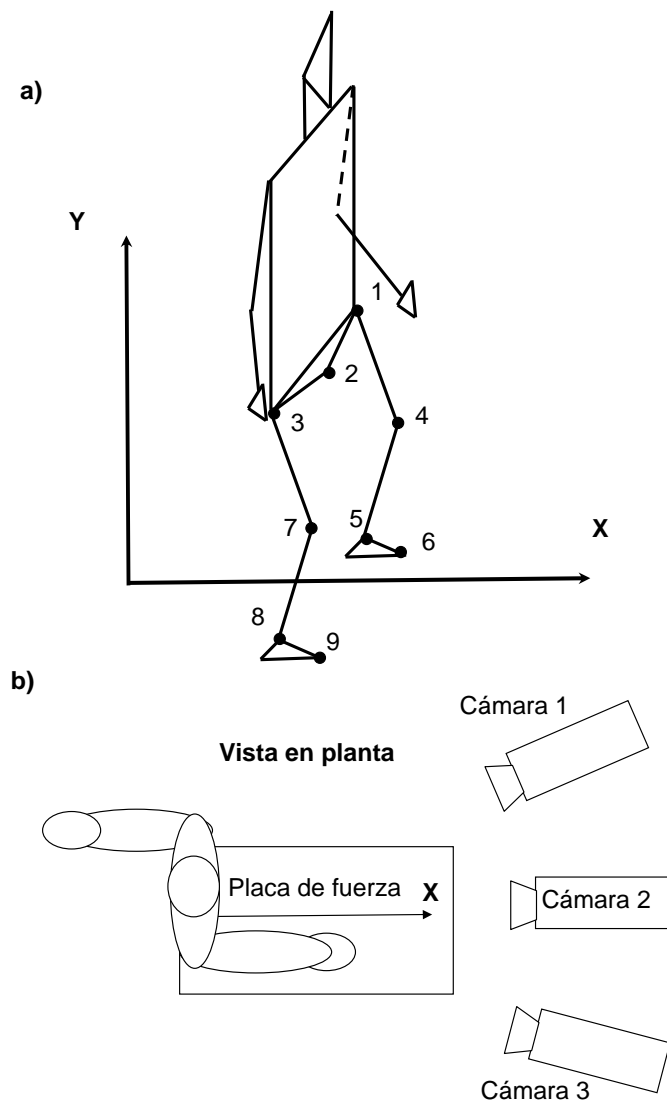


Figura 4.4: (a) Protocolo de marcadores. (b) Configuración del laboratorio.

con el suelo durante la fase de impacto de una carrera ligera. La fuerza vertical de reacción con el suelo calculada mediante el ADI y la medida por la placa de fuerza se muestran en la figura 4.5. En la figura, ambas fuerzas se han normalizado por el peso total del sujeto (en inglés *body weight*, en adelante BW).

Se observa, como ya se había comentado en el capítulo 1, que los errores son



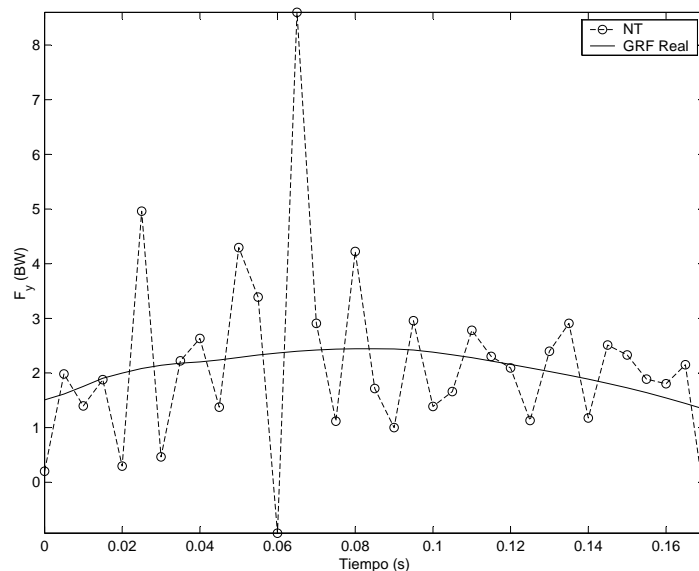


Figura 4.5: Fuerza vertical de reacción con el suelo calculada con los datos no tratados (NT, línea discontinua) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

totalmente inadmisibles. En concreto, el valor eficaz del error normalizado (ec. 4.15) es  $U_y = 1.58$  y el valor la función de error del problema de minimización (ec. 4.16) es  $\Gamma = 75.68 \%$ . Además, aparecen fuerzas de reacción negativas; el sujeto ejerce una fuerza de tracción vertical sobre la placa de fuerza. Si se realizara un Análisis Dinámico Inverso para calcular las fuerzas de reacción en las articulaciones con estos datos observados se obtendrían resultados totalmente incoherentes. El filtrado de los datos cinemáticos es pues imprescindible como primer paso en el proceso de datos.

#### 4.4.2. Filtrado automático de los datos mediante SSA

Para filtrar los datos cinemáticos, se aplicó el procedimiento automático basado en SSA descrito en el capítulo 2. En la figura 4.6 se presenta el valor rms de la aceleración obtenida aplicando el método de filtrado automático en función del tamaño

de ventana elegido para las aceleraciones verticales de los COM de los 7 segmentos corporales.

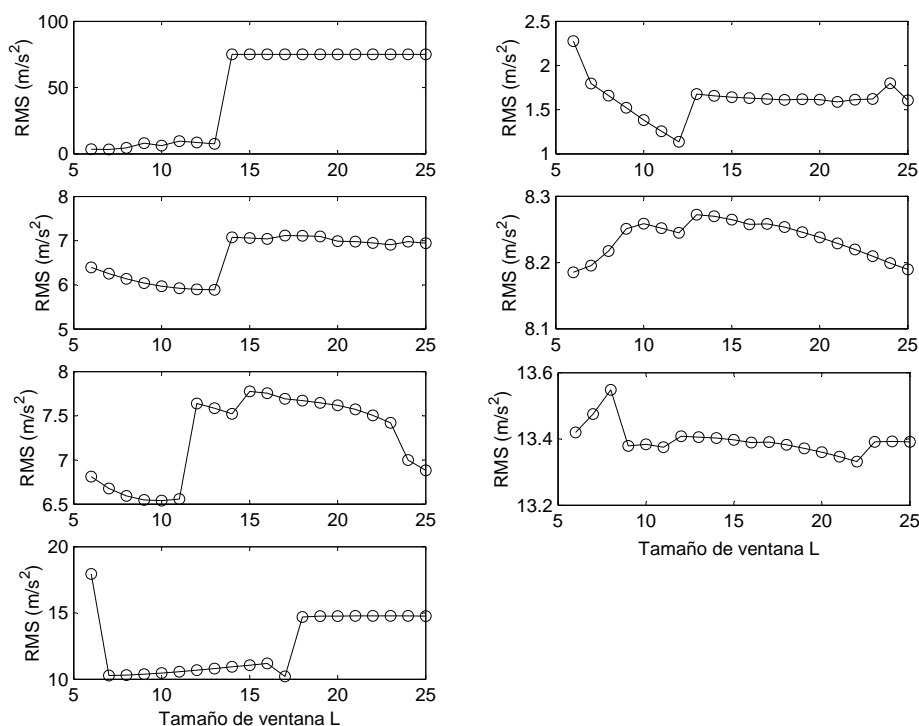


Figura 4.6: Efecto del tamaño de ventana en los resultados del filtrado automático mediante SSA.

Se eligió un tamaño de ventana  $L = 20$ , ya que en esa zona las curvas de error son más planas, resultado que es extensible a las componentes horizontales de los COM de los segmentos. Calculando la fuerza de reacción vertical con el suelo mediante los datos filtrados con SSA automático se obtienen los resultados que se muestran en la figura 4.7.

Se observa en la figura 4.7 que el error de reproducción de la GRF se reduce drásticamente. En concreto, se eliminan las oscilaciones de alta frecuencia presentes

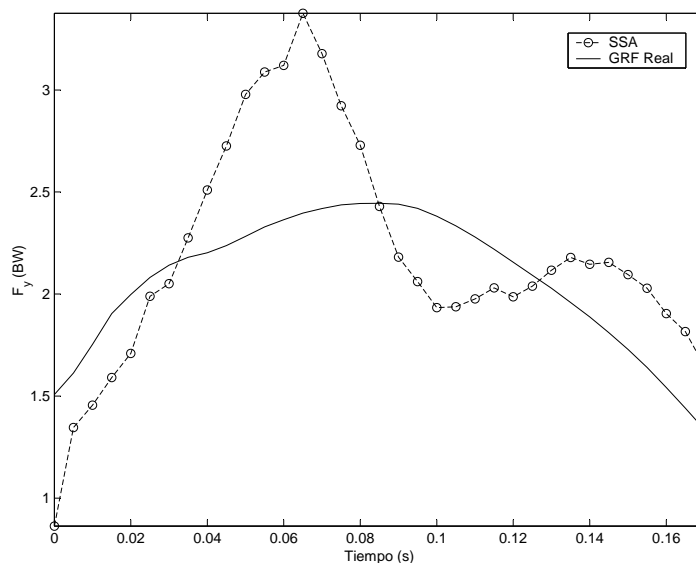


Figura 4.7: Fuerza vertical de reacción con el suelo calculada con los datos filtrados mediante SSA automático (SSA, línea discontinua) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

en la GRF calculada. En este caso  $U_y = 0.42$ ,  $\Gamma = 20.10$  %. Es destacable la dinámica oscilatoria que presenta la GRF calculada. Estas oscilaciones presumiblemente pueden ser debidas al movimiento de deslizamiento de la piel respecto al sistema esquelético.

#### 4.4.3. Filtrado mediante filtro de Hodrick-Prescott

Para comparar los resultados obtenidos por los dos métodos de filtrado propuestos en este trabajo se filtraron las señales de desplazamiento mediante el FHP de tercer orden. En la figura 4.8 se representan las PSD de las componentes verticales de los COM de los segmentos corporales. La frecuencia de muestreo en cada caso fue 200 Hz. Es destacable que las densidades espectrales de potencia de los segmen-

tos de la pierna que impacta con el suelo (pierna derecha) presentan una mayor irregularidad en las altas frecuencias.

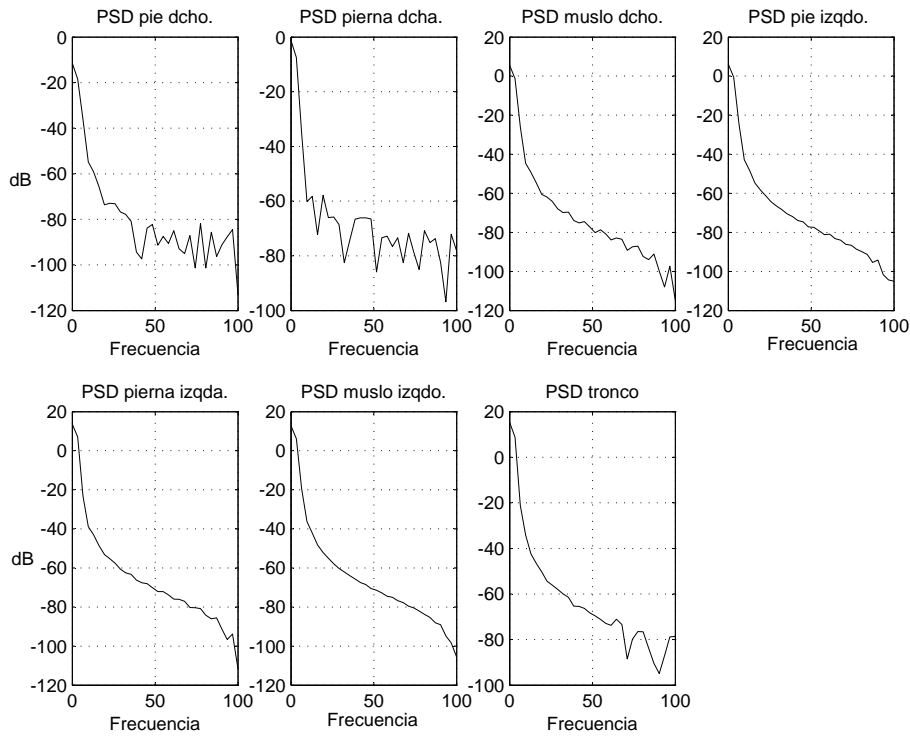


Figura 4.8: Densidad espectral de potencia de las señales de posición observadas de los COM de los segmentos corporales.

Se eligió como frecuencia de corte en todas las señales 15 Hz, ya que la PSD ha alcanzado a esa frecuencia un valor de -40 dB y es suficientemente plana. El parámetro de alisado para todas las señales de desplazamiento es:

$$\lambda_{PSD} = \frac{1,125}{(1 - \cos(2\pi \frac{15}{200}))^3} = 10,32 \quad (4.19)$$

Los resultados obtenidos – que se representan en la figura 4.9.– son parecidos (aunque menos satisfactorios) que los obtenidos mediante el filtrado SSA automático.

En este caso  $U_y = 0.45$  (frente a  $U_y = 0.42$  obtenido mediante SSA automático),  $\Gamma = 21.73 \%$  (frente a  $\Gamma = 20.10 \%$  obtenido mediante SSA automático). Es posible justificar este hecho, ya que estamos estudiando un entorno del impacto con el suelo y no un ciclo completo de movimiento. En este caso no se cumplen las hipótesis del método. En concreto, la sobreaceleración no sigue una distribución normal en las cercanías del impacto. En el próximo capítulo se utilizará el filtrado automático mediante SSA como método de filtrado frente al FHP, puesto que los movimientos estudiados comprenden el entorno de un impacto.

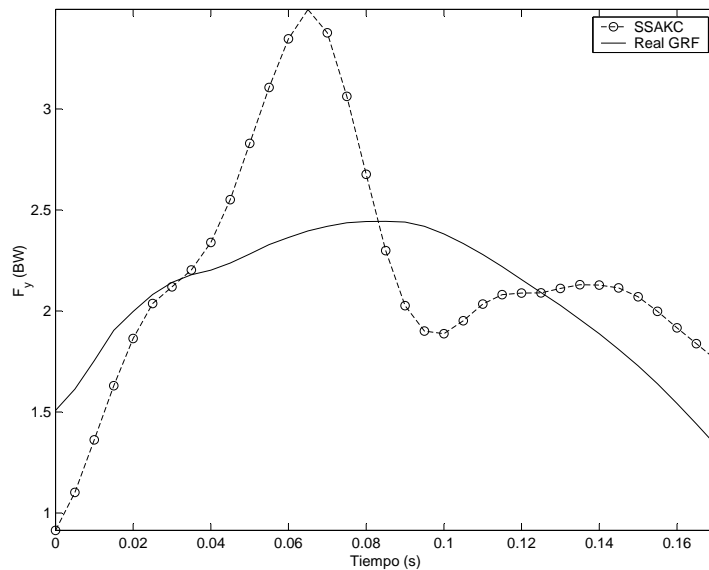


Figura 4.9: Fuerza de reacción vertical con el suelo calculada con los datos filtrados mediante el FHP de tercer orden (línea discontinua) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

#### 4.4.4. Corrección del movimiento de la piel

El siguiente paso consiste en asegurar la consistencia cinemática de las señales de desplazamiento filtradas con el modelo biomecánico de trabajo. La consistencia cinemática se asegura resolviendo el problema de posición inicial en cada instante de la simulación (consulte el capítulo 3). En primer lugar, se impuso la consistencia cinemática sobre los datos de desplazamiento no filtrados. Los resultados se representan en la figura 4.10.

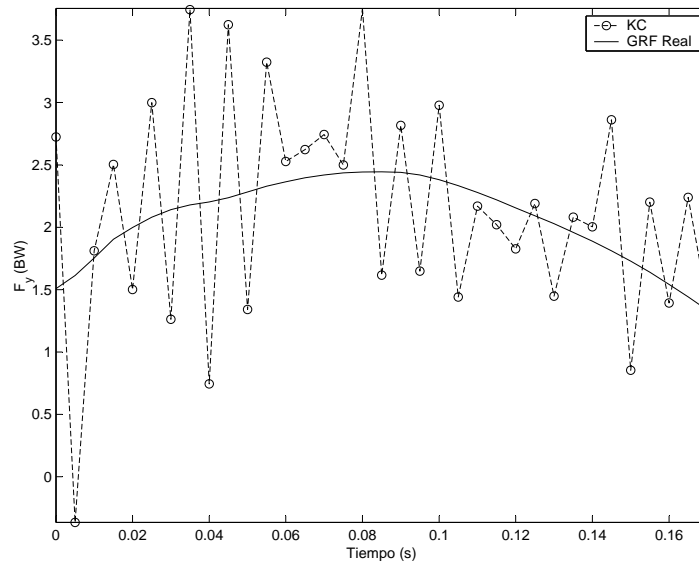


Figura 4.10: Fuerza de reacción con el suelo calculada con los datos consistentes con el modelo y no filtrados (KC, línea discontinua) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

En este caso  $U_y = 0.82$ ,  $\Gamma = 39.40$  %. Este resultado permite establecer una conclusión importante que no ha sido puesta de manifiesto en otros trabajos. No es correcto imponer la consistencia cinemática sobre los datos no filtrados ya que la consistencia cinemática no elimina el ruido de alta frecuencia que introduce el

sistema de captura de datos.

Posteriormente se impuso la consistencia cinemática sobre los datos de posición filtrados mediante SSA automático. Los resultados se muestran en la figura 4.11. Se obtuvieron  $U_y = 0.17$ ,  $\Gamma = 8.31\%$ . Se observa, como cabía esperar, que se han eliminado las oscilaciones debidas al movimiento de la piel (compare las figuras 4.7 y 4.11).

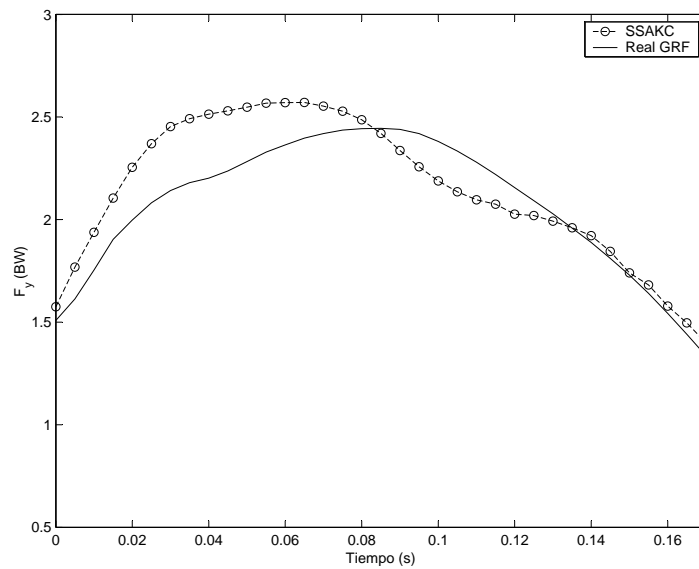


Figura 4.11: Fuerza de reacción con el suelo calculada mediante los datos filtrados con SSA y consistentes con el modelo (SSAKC, línea discontinua) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

#### 4.4.5. Efecto de las masas de tejido blando

Para finalizar el estudio, se incluyó en el modelo el efecto de las masas de tejido blando. El objetivo primordial es estudiar la importancia relativa del efecto cinético de las masas de tejido blando respecto a los errores de filtrado y consistencia

cinemática. Para determinar el número mínimo de mtb que deben considerarse en el modelado se realizó el estudio en dos casos. En primer lugar, con una masa de tejido blando que simula la masa visceral del tronco. En segundo lugar, con tres masas de tejido blando correspondientes a la masa del tronco y a las mtb de la pierna que impacta con el suelo. En ambos casos se utilizaron como entradas al modelo los datos cinemáticos filtrados con SSA automático y consistentes con el modelo de cuerpos rígidos (SSAKC).

### **Modelo con 1 mtb**

Según se ha descrito en el apartado 4.3.2, el problema de identificación de parámetros del modelo con una mtb consiste en el siguiente problema de optimización:



$$\begin{aligned}
& \text{Min} \quad \Gamma(\omega_1^*, \xi_1^*) \\
& \quad \quad \quad \text{s.a.} \\
& 10 \leq \omega_1^* \leq 100 \\
& 0,1 \leq \xi_i^* \leq 1,5 \\
& \text{Max}_{[t]}(|s_1(t)|) \leq L^* \quad L^* = \min\{p_1 L_1, d_1 L_1\}
\end{aligned}$$

El proceso de optimización se realizó de la siguiente forma: dado un valor de la mtb,  $m_1^w$ , se realiza una búsqueda exhaustiva de los parámetros  $\omega_1^*$  y  $\xi_i^*$  entre los límites recomendados. Se acotaron los valores de la mtb del tronco  $m_1^w$  como porcentaje de la masa total del tronco con objeto de realizar la búsqueda entre valores aceptables desde un punto de vista anatómico. En concreto, estudiando las distribuciones mtb–masa total del segmento obtenidas en otros trabajos (Cole et al., 1996; Gruber et al., 1998; Wright et al., 1998; Nigg and Liu, 1999; Liu and Nigg, 2000; Gunther et al., 2003; Pain y Challis, 2005), la búsqueda se realizó en el intervalo:

$$1/2 \leq \frac{m_1^w}{m_1} \leq 3/4 \quad (4.20)$$

Siendo  $m_1 = 50.85$  kg la masa total del tronco del sujeto que realiza el ensayo, es decir,  $25.42 \text{ kg} \leq m_1^w \leq 38.13 \text{ kg}$ .

Se realizó la búsqueda exhaustiva de  $\omega_1^*$  y  $\xi_i^*$  para tres valores de  $m_1^w$  equiespaciados dentro del intervalo propuesto, en concreto,  $m_1^w = [25, 31, 38]^T$ . Para cada valor de  $m_1^w$  se evaluó la función  $\Gamma$  en 10000 puntos, esto es, se realizaron un total de 30000 evaluaciones.

En la figura 4.12 se muestran los resultados de la búsqueda exhaustiva para  $m_1^w = 25$  kg. En la figura superior izquierda se representa la superficie  $U_y = U_y(\omega^*, \xi^*)$ , en

la figura superior derecha un mapa de contorno de dicha superficie. En la figura inferior izquierda se representa la excursión máxima de la mtb  $S = \max(|s(\omega^*, \xi^*, t)|)$  y en la figura inferior derecha un mapa de contorno de dicha superficie. Cabe destacar que existe una amplia zona donde los errores son esencialmente insensibles a los parámetros  $\omega^*$  y  $\xi^*$ . En esta zona se encuentra el óptimo local. Este resultado está de acuerdo con los resultados de Pain y Challis (2004; 2005), el error es poco variable en las zonas de alta frecuencia natural y gran amortiguamiento, donde el comportamiento converge al de sólido rígido.

En la tabla 4.3 se presentan los resultados óptimos para cada valor de  $m_1^w$ . Se observa que las soluciones óptimas producen excursiones aceptables de la mtb. Es destacable que los resultados son esencialmente insensibles a la elección del valor de  $m_1^w$ , asimismo, los resultados óptimos se producen para el mismo rango de valores de  $\omega^*$  y  $\xi^*$ . No obstante, al aumentar la masa los mínimos se desplazan a zonas de mayor frecuencia natural y mayor amortiguamiento

En la figura 4.13 se representan los resultados obtenidos con los parámetros  $\omega_{opt}$  y  $\xi_{opt}$  de la tabla 4.3 para  $m_1^w = 25kg$ . En línea continua se muestra la fuerza de reacción medida por la placa de fuerza, en línea discontinua las fuerzas obtenidas con el modelo de sólidos rígidos con los datos filtrados y consistentes, la línea de círculos representa las fuerzas de reacción obtenidas con una mtb. Se observa una ligera disminución del error en las cercanías del impacto, de hecho,  $\Gamma = 7,33\%$  frente a  $\Gamma = 8,31\%$  del modelo sin mtb. No obstante, esta mejora no justifica el empleo de modelos con masas de tejido blando, al menos, en la fase de impacto de la carrera. Se puede concluir que la adición de una mtb al modelo no mejora sustancialmente la reproducción de la GRF vertical medida por la placa de fuerza.

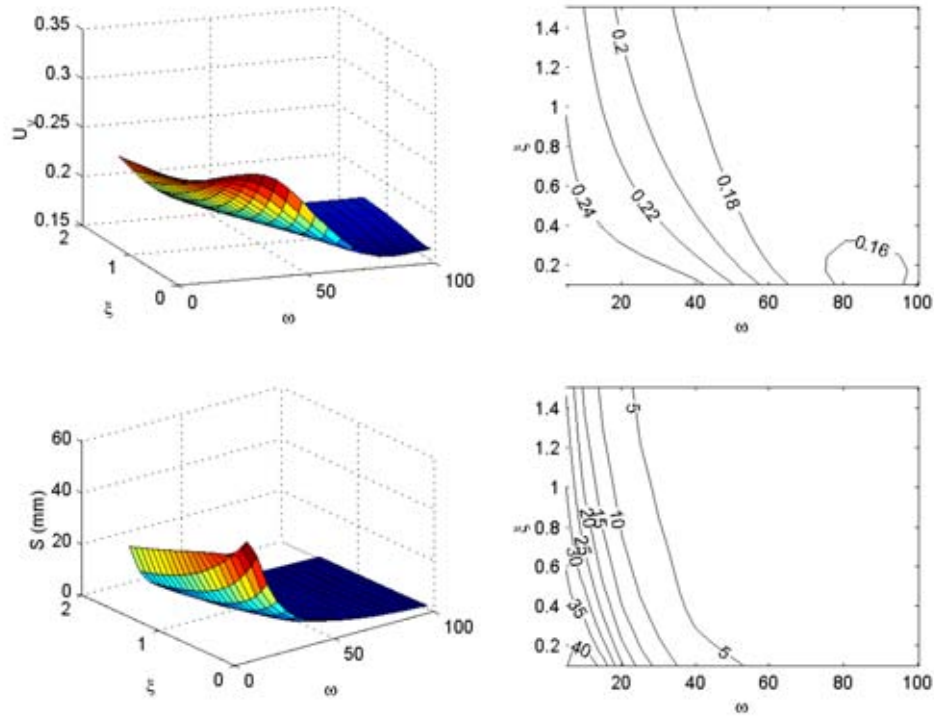


Figura 4.12: Superficie (superior izquierda) y mapa de contorno (superior derecha) del error  $U_y$ . Superficie (inferior izquierda) y mapa de contorno (inferior derecha) del desplazamiento máximo de la masa de tejido blando  $s$ .

$m^w$	$\xi_{opt}$	$w_{opt}$ (rad/s)	$S_{max}$ (mm)	$U_y$	$\Gamma$ (%)
25	0.13	83.68	1.45	0.15	7.33
31	0.17	84.38	1.25	0.15	7.29
38	0.24	90.52	0.97	0.15	7.24

Tabla 4.3: Resultados del modelo con 1 mtb.

### Modelo con 3 mtb

Se simuló el modelo con tres mtb, correspondientes a las masas del tronco y de los segmentos corporales de la pierna que impacta con el suelo. Los valores de cada

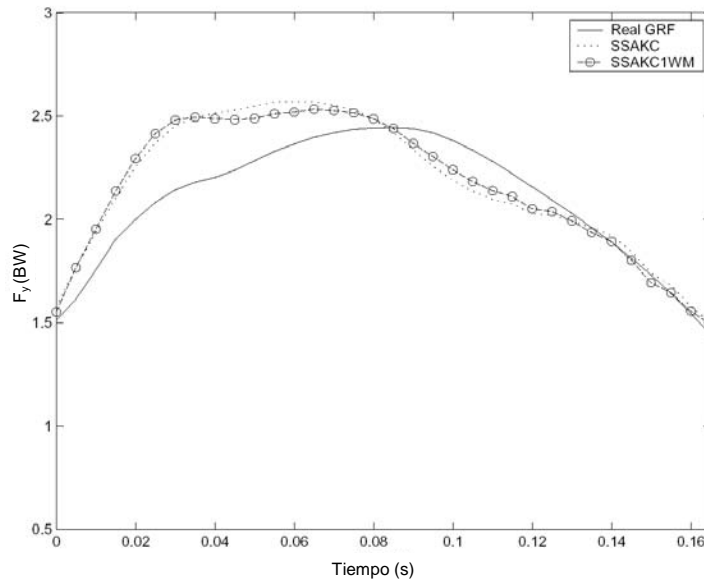


Figura 4.13: Fuerza de reacción con el suelo calculada mediante los datos filtrados, consistentes e incluyendo en el análisis una mtb  $\frac{m_1^w}{m_1} = 1/2$ , (SSAKC1WM) y medida por la placa de fuerza (línea continua).

$m^w$	$\xi_{opt}$	$w_{opt}$ (rad/s)	$S_{max}$ (mm)	$U_y$	$\Gamma$ (%)
25	0.13	83.68	1.45	0.15	7.33
3.75	0.27	94.38	0.64	0.15	7.21
2.3	0.19	80.26	0.86	0.15	7.12

Tabla 4.4: Resultados del modelo con 3 mtb.

mtb son 1/2 de la masa total del segmento corporal. Se obtuvieron los siguientes resultados realizando una búsqueda exhaustiva sobre 10000 valores de  $\omega^*$  y  $\xi^*$  para cada valor de mtb,  $U_y = 0.15$ ,  $\Gamma = 7.12\%$ . En la figura 4.14 se muestran gráficamente los resultados, en la tabla 4.4 se presenta un resumen de los valores óptimos de los parámetros considerando el efecto de las masas de tejido blando del tronco, muslo y pantorrilla.

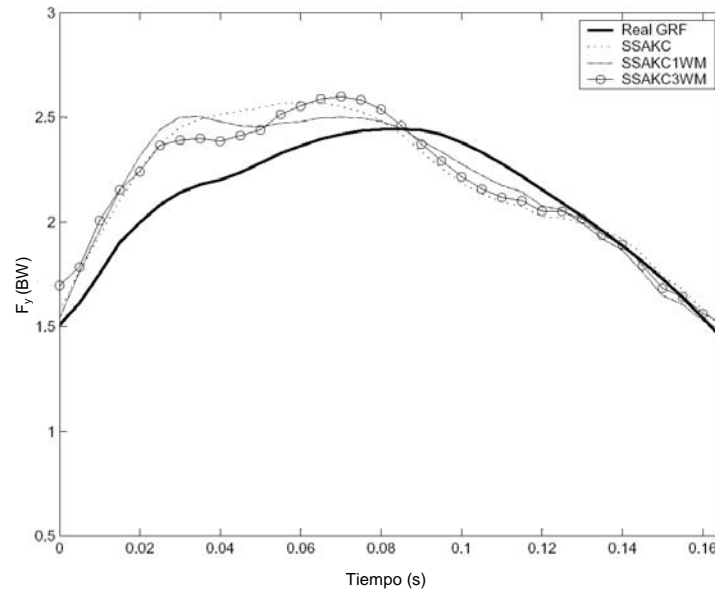


Figura 4.14: Fuerza de reacción con el suelo calculada mediante los datos filtrados, consistentes e incluyendo en el análisis tres mtb  $\frac{m_i^w}{m_i} = 1/2$ , (SSAKC3WM)) y medida por la placa de fuerza.

#### 4.4.6. Discusión

En la tabla 4.5 se presenta un resumen de los errores al reproducir la fuerza vertical de reacción con el suelo para los diferentes niveles de tratamiento de los datos cinemáticos.

A la vista de los resultados puede concluirse que en este caso los errores más importantes del ADI son los debidos a la amplificación del ruido en el proceso de derivación y a la inconsistencia cinemática que produce el movimiento de la piel respecto al sistema esquelético. La inclusión de masas de tejido blando (wobbling masses) en el análisis no supone mejoras significativas. A partir de estos resultados, no obstante, no puede inferirse ningún tipo de conclusión general ya que se trata de un movimiento ejecutado por un sujeto. En el próximo apartado, se llevará a cabo

Corrección	$U_y$	$\Gamma$ (%)
<i>NT</i>	1.58	75.68
<i>SSA</i>	0.42	20.10
<i>FHP</i>	0.45	21.73
<i>KC</i>	0.82	39.40
<i>SSAKC</i>	0.17	8.31
<i>SSAKC1WM</i>	0.15	7.24
<i>SSAKC3WM</i>	0.15	7.12

Tabla 4.5: Errores de reproducción de la GRF en función del tratamiento de los datos cinemáticos.

este mismo estudio para la fase de aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m. En el capítulo 5 se generalizán los resultados a una muestra más amplia de sujetos y movimientos.

## 4.5. Análisis de la fase de impacto de un salto

Se llevó a cabo el mismo análisis anterior con el mismo sujeto durante la fase de aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m. Los parámetros de la captura de datos son idénticos a los del caso anterior. En la figura 4.15 se muestra una evolución de las GRF simuladas y medidas en cada etapa del proceso de datos cinemáticos. En la tabla 4.6 se presenta un resumen de los resultados.

A la vista de los resultados se pueden extraer las mismas conclusiones que para el caso del análisis de la fase de impacto durante la carrera ligera. La única diferencia constatable es que la mejora del error al incluir la masa de tejido blando del tronco es mayor que en el caso de la carrera. En la tabla 4.7 se presentan los resultados

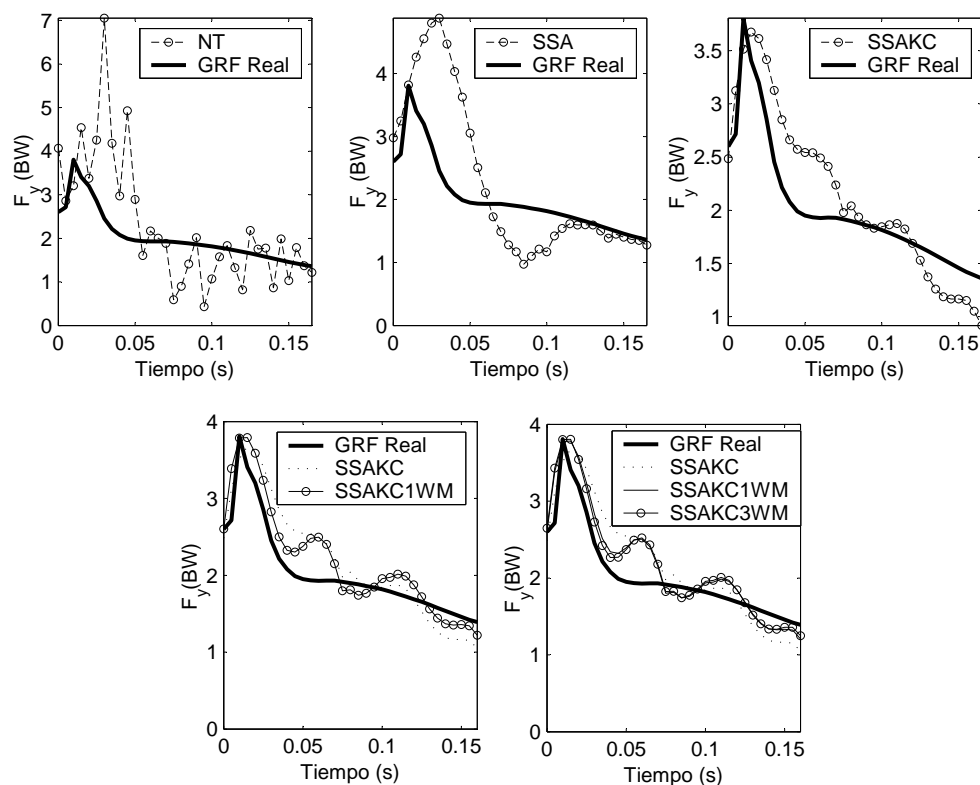


Figura 4.15: Evolución del error de reproducción de la GRF durante el impacto con el suelo en el salto en función del tratamiento de los datos cinemáticos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo se representa la GRF calculada con los datos cinemáticos no tratados (NT), filtrados mediante SSA (SSA), filtrados y consistentes (SSAKC), y añadiendo 1 masa (SSAKC1WM) y 3 masas (SSAKC3WM) de tejido blando al modelo biomecánico.

óptimos para cada valor de  $m_1^w$  (masa de tejido blando del tronco). Se observa que las soluciones óptimas producen excursiones de la mtb mayores que en la carrera ligera, como cabía esperar. En el ADI de este movimiento, la inclusión de la mtb del tronco en el modelo puede estar justificada. No obstante, la inclusión de las mtb de las piernas no produce mejoras significativas.

Corrección	$U_y$	$\Gamma$ (%)
<i>NT</i>	1.20	57.27
<i>SSA</i>	0.88	42.03
<i>SSAKC</i>	0.36	17.22
<i>SSAKC1WM</i>	0.29	13.82
<i>SSAKC3WM</i>	0.29	13.78

Tabla 4.6: Errores de reproducción de la GRF en función del tratamiento de los datos.

$m^w$	$\xi_{opt}$	$w_{opt}$ (rad/s)	$S_{max}$ (mm)	$U_y$	$\Gamma$ (%)
25	0.44	70.61	9.27	0.29	13.82
31	0.37	76.12	8.61	0.29	13.87
38	0.52	81.63	7.94	0.29	13.69

Tabla 4.7: Resultados del modelo con 1 mtb. Salto.

## 4.6. Discusión

En este capítulo se ha estudiado el efecto de la cinética de las masas de tejido blando. Se ha presentado un modelo con mtb concentradas, se han obtenido las ecuaciones de movimiento de las mtb y se ha establecido un procedimiento de identificación de parámetros del modelo basado en la minimización del error de reproducción de la GRF vertical medida.

Se ha realizado un análisis de sensibilidad de la importancia relativa de los errores de filtrado, inconsistencia cinemática y movimiento de masas de tejido blando. Para ello se ha calculado la discrepancia de la GRF vertical medida con la obtenida a partir de los datos cinemáticos observados (NT), filtrados con SSA y FHP, consistentes



(KC), filtrados y consistentes (SSAKC) y filtrados, consistentes y considerando el efecto de las mtb (SSAKCWM). El estudio se ha realizado en las cercanías del impacto con el suelo de dos movimientos realizados por un mismo sujeto: carrera ligera y aterrizaje de un salto desde una altura de 0.5 m.

A la vista de los resultados obtenidos puede concluirse:

- El error más importante del ADI es la amplificación del ruido en el proceso de derivación numérica de los datos cinemáticos, por ello, la elección de un método de filtrado adecuado en situaciones de impacto es clave.
- Los resultados obtenidos por SSA y FHP son parecidos, no obstante, se recomienda el uso del algoritmo SSA automático si el movimiento a analizar no incluye un ciclo completo de movimiento.
- Después del error de amplificación del ruido, el error más significativo es el de inconsistencia de los datos cinemáticos con el modelo biomecánico utilizado debido al movimiento de la piel. La consistencia cinemática debe imponerse sobre los datos filtrados, ya que la consistencia no elimina el ruido de alta frecuencia presente en los datos de movimiento. No es necesario un filtrado posterior de los datos consistentes, ya que el aseguramiento de la consistencia no introduce ruido adicional en las señales de desplazamiento.
- La consideración de las masas de tejido blando mejora ligeramente los resultados del ADI, la mejora es mayor en el salto que en la carrera. No obstante, este efecto es secundario aún en situaciones de impacto elevado como el salto. Se ha presentado un modelo sencillo para implementar este efecto.

En el próximo capítulo realizaremos el mismo estudio sobre una muestra de 5 sujetos realizando tres actividades físicas con distinto grado de impacto. El objetivo

es generalizar los resultados obtenidos en este experimento a una muestra más amplia de sujetos y movimientos para estudiar la influencia del grado de impacto del movimiento y el índice de masa corporal del sujeto en los errores del ADI.

# Evaluación experimental.

## Resultados

---

### Contenidos

---

5.1. Introducción . . . . .	117
5.2. Planteamiento de la metodología de tratamiento de errores . . . . .	118
5.3. Evaluación experimental de la metodología . . . . .	118
5.4. Análisis de los resultados . . . . .	120
5.4.1. Discusión . . . . .	122
5.5. Aplicaciones de la metodología . . . . .	125

---

## 5.1. Introducción

En el capítulo anterior se ha introducido un procedimiento sistemático de tratamiento de las señales cinemáticas y se ha aplicado a la fase de impacto de una carrera y de un salto. En este último capítulo de la tesis se extienden los resultados

a una muestra de 5 sujetos ejecutando tres movimientos diferentes. Los objetivos de este capítulo son:

- Plantear un procedimiento sistemático de tratamiento de errores en el ADI.
- Realizar un análisis de sensibilidad de los errores del ADI sobre la muestra de sujetos y movimientos.

## 5.2. Planteamiento de la metodología de tratamiento de errores

Como se ha explicado en diferentes puntos a lo largo de esta tesis, la metodología de tratamiento de errores comprende tres etapas fundamentales, a saber:

- Filtrado de los datos adquiridos por el sistema de captura de movimiento.
- Corrección del movimiento de la piel imponiendo la consistencia cinemática de las señales filtradas con las ecuaciones de restricción del modelo multicuerpo.
- Modelado del efecto de las masas de tejido blando.

Un esquema de la metodología de trabajo se presenta en la figura 5.1. Como se puede observar, es necesario disponer de la GRF medida para poder obtener los parámetros del modelo con mtb. Sin embargo, si el objetivo es estimar la GRF vertical, basta filtrar las señales de movimiento y asegurar su consistencia cinemática con el modelo biomecánico.

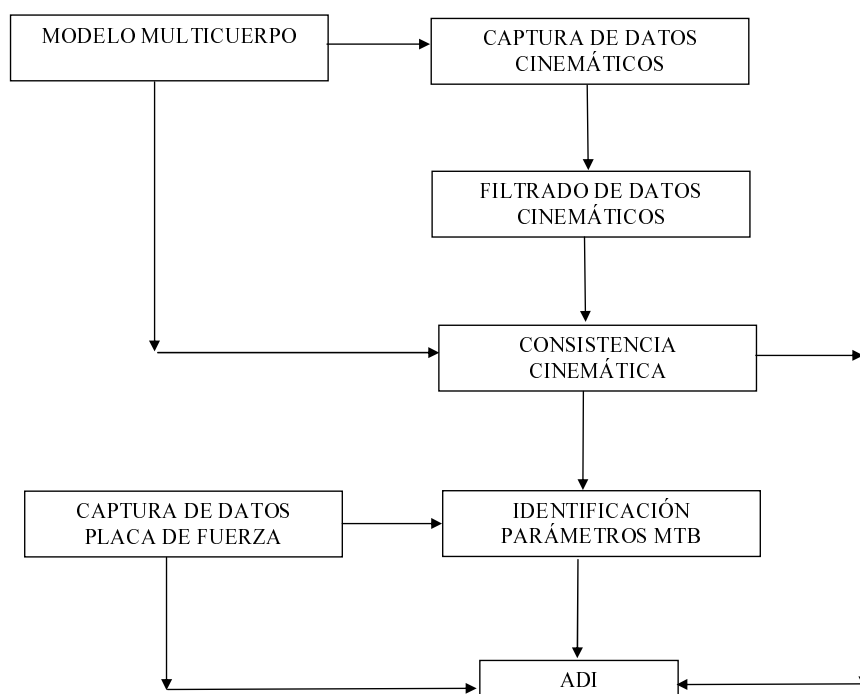


Figura 5.1: Metodología de tratamiento de datos cinemáticos.

### 5.3. Evaluación experimental de la metodología

Para evaluar experimentalmente la metodología propuesta, se aplicó a una muestra de 5 sujetos sanos de masas  $90,04 \pm 11,99$  kg, e índices de masa corporal (en adelante, IMC)  $27,05 \pm 2,71$ . En la muestra se ha incluido un sujeto con peso normal, tres sujetos con sobrepeso y un sujeto con obesidad de tipo I <sup>1</sup>. La muestra se ha seleccionado de esta forma para estudiar la evolución del error en función del sobrepeso del individuo. Cada sujeto realiza tres movimientos con diferente grado

<sup>1</sup>Se considera peso normal  $IMC \in [19, 24.9]$ , sobrepeso  $IMC \in [25, 29.9]$  y obesidad tipo I  $IMC \in [30, 34.9]$

de impacto: marcha normal, carrera ligera y salto desde una altura de 0.5 m. Se realizaron un total de 75 ensayos (5 repeticiones de cada movimiento por cada individuo), de los cuales 59 resultaron válidos y 16 no resultaron válidos debido a la ocultación de marcadores. Para obtener una muestra homogénea de 3 repeticiones de cada movimiento por cada sujeto se seleccionaron un total de 45 experimentos. Se calcularon los errores de reproducción de la GRF vertical medida por la placa de fuerza en cada una de las etapas de tratamiento de datos cinemáticos. El objetivo es generalizar las conclusiones del capítulo anterior a un conjunto de movimientos y sujetos más amplio. En la tabla 5.1 se presentan los detalles de la captura experimental.

## 5.4. Análisis de los resultados

Se realizó para cada ensayo un análisis de los errores  $\Gamma$  de reproducción la GRF vertical medida por la placa de fuerza en función del tratamiento de los datos cinemáticos. Para identificar cada una de las fases del procedimiento sistemático de tratamiento de datos se usa la misma nomenclatura que en capítulo 4, esto es:

- Datos observados, no tratados (NT).
- Datos filtrados mediante SSA automático (SSA).
- Datos filtrados mediante SSA y consistentes con el modelo de sólidos rígidos (SSAKC).
- Datos filtrados mediante SSA, consistentes con el modelo de sólidos rígidos y modelado de una masa de tejido blando (SSAKC1WM).

En las tablas 5.2, 5.3 y 5.4 se presentan los resultados medios obtenidos para cada movimiento (marcha, carrera y salto) y sujeto. Los resultados se han ordenado por el

Característica	Descripción o valor
Sistema de captura de movimiento	Qualisys ProReflex MCU 500
Número de cámaras	3
Frecuencia de muestreo cámaras	200 Hz
Placa de fuerza	KISTLER 9286AA
Frecuencia de muestreo placa de fuerza	1000 Hz
Tiempo de simulación	160 ms después del impacto
Número de marcadores	9
Marcadores	Pasivos reflectantes
Movimientos	3 (marcha, carrera, salto)
N. Sujetos	5
Repeticiones	5
N. total experimentos	75
N. total exp. válidos	59
Muestra válida	45 exp.
Masas	$90,04 \pm 11,99$ kg
IMC	$27,05 \pm 2,71$

Tabla 5.1: Parámetros de los experimentos.

IMC del sujeto, de menor a mayor. En la tabla 5.5. se presenta un resumen estadístico (media y desviación típica) de los resultados obtenidos para cada movimiento.

A la vista de los resultados podemos inferir dos conclusiones generales: la metodología propuesta mejora la reproducción de la fuerza vertical de reacción con el suelo en cada etapa, y, en general, al aumentar el IMC del sujeto aumentan los errores en cada etapa de la metodología, independientemente del grado de impacto del movimiento. Esta conclusión queda reflejada en la figura 5.2, donde se aprecia la

Sujeto	IMC	NT	SSA	SSAKC	SSAKC1WM
1	24.21	88.40	51.03	22.72	22.82
2	25.56	111.75	55.29	23.55	24.08
3	26.50	80.96	43.34	24.12	23.47
4	27.35	104.61	46.07	25.43	25.71
5	31.35	119.31	49.38	26.34	26.16

Tabla 5.2: Tabla de resultados. Marcha

Sujeto	IMC	NT	SSA	SSAKC	SSAKC1WM
1	24.21	97.41	19.59	7.34	5.59
2	25.56	151.81	18.36	11.89	11.39
3	26.50	124.18	28.45	16.04	14.37
4	27.35	114.18	21.71	16.73	15.55
5	31.35	131.13	26.90	17.03	15.76

Tabla 5.3: Tabla de resultados. Carrera

evolución de los errores SSAKC medios en función del IMC para los tres movimientos estudiados.

Otra conclusión importante que cabe extraer es que el efecto de las masas de tejido blando es apreciable –produce mejoras significativas del error– en el salto, siendo despreciable su efecto en la marcha y en la carrera, como puede apreciarse en la figura 5.3.

#### 5.4.1. Discusión

Se ha realizado un análisis de sensibilidad de los errores de reproducción de la GRF vertical partiendo de datos cinemáticos sobre una muestra de cinco sujetos



Sujeto	IMC	NT	SSA	SSAKC	SSAKC1WM
1	24.21	67.73	42.55	18.89	15.35
2	25.56	98.81	54.60	23.34	16.54
3	26.50	109.04	57.75	24.23	21.80
4	27.35	104.46	53.20	20.94	18.36
5	31.35	130.79	49.95	25.20	22.61

Tabla 5.4: Tabla de resultados. Salto.

Movimiento	NT	SSA	SSAKC	SSAKC1WM
Marcha	$125.59 \pm 6.00$	$56.90 \pm 5.00$	$24.38 \pm 2.92$	$25.06 \pm 2.78$
Carrera	$109.04 \pm 37.66$	$23.19 \pm 2.66$	$13.53 \pm 3.19$	$12.73 \pm 3.28$
Salto	$120.90 \pm 63.21$	$49.17 \pm 9.27$	$19.45 \pm 7.17$	$15.91 \pm 7.31$

Tabla 5.5: Tabla resumen de resultados.

realizando tres movimientos con distinto grado de impacto: marcha, carrera y salto. El objetivo es cuantificar la influencia del tratamiento de los datos cinemáticos, del sujeto y del tipo de movimiento en los errores del ADI. Analizando los resultados obtenidos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La metodología propuesta produce resultados aceptables, con errores de reproducción  $\Gamma_{SSAKC}$   $24.38 \pm 2.92$  para la marcha,  $13.53 \pm 3.19$  para la carrera y  $19.45 \pm 7.17$  para el salto.
- El error más importante del ADI es la amplificación del ruido en el proceso de derivación numérica de los datos cinemáticos, por ello, la elección de un método de filtrado adecuado en situaciones de impacto es clave.
- Después de la amplificación del ruido, el error más importante es el de incon-

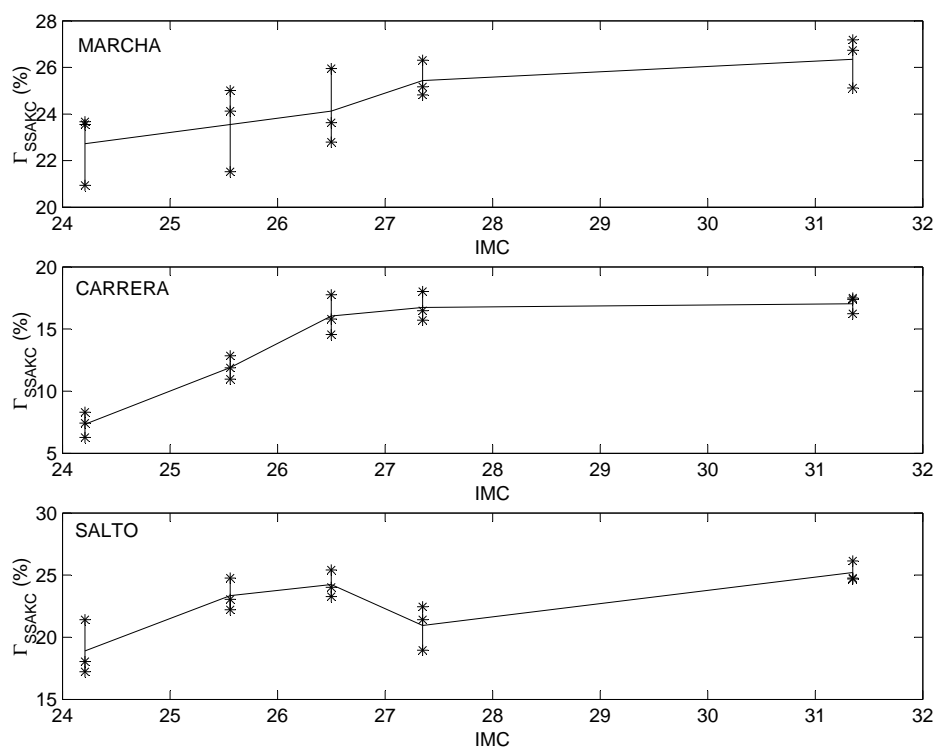


Figura 5.2: Error  $\Gamma$  (SSAKC) en función del IMC. La línea continua representa la evolución de la media del error  $\Gamma_{SSAKC}$  en función del IMC. Los asteriscos representan los errores  $\Gamma_{SSAKC}$  obtenidos en los 45 experimentos.

sistencia de los datos cinemáticos con el modelo biomecánico.

- El efecto de las mtb es mayor en el salto que en la carrera y en la carrera que en la marcha. Como cabía esperar, en los movimientos con mayor grado de impacto la influencia del movimiento de las mtb es mayor.
- En general, los errores del ADI aumentan con el IMC del sujeto.

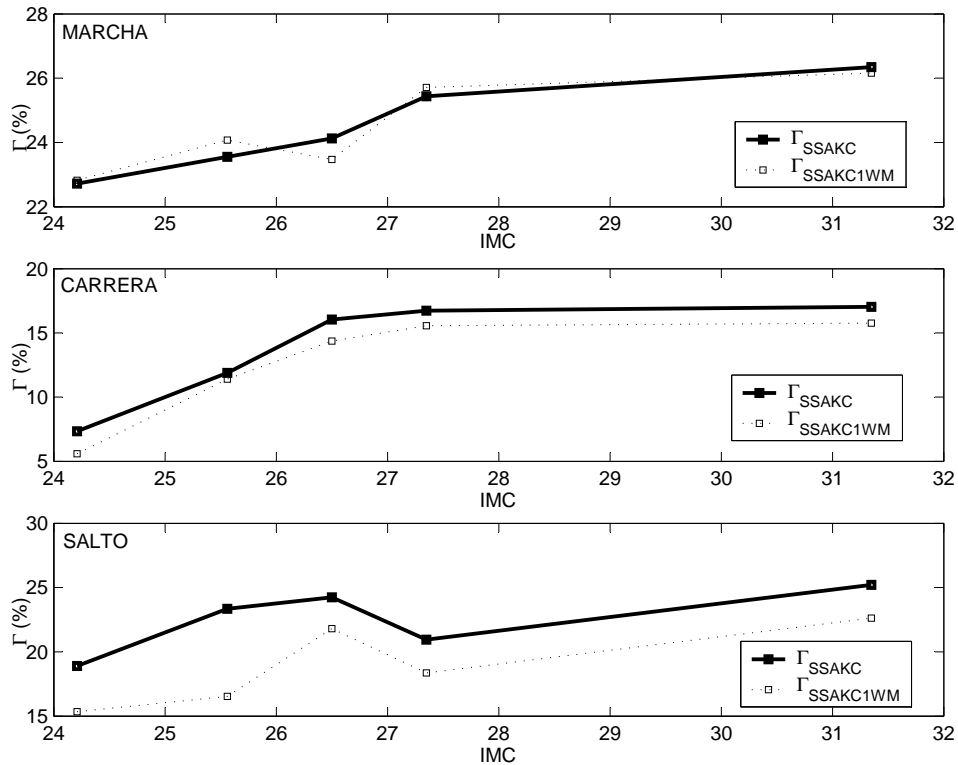


Figura 5.3: Errores medios  $\Gamma_{SSAKC}$  y  $\Gamma_{SSAKC1WM}$  en función del IMC.

## 5.5. Aplicaciones de la metodología

La metodología de tratamiento de errores en el ADI de sistemas biomecánicos presenta dos aplicaciones principales, la estimación de la fuerza vertical de reacción con el suelo a partir de datos cinemáticos y el cálculo de fuerzas verticales de reacción en las articulaciones sin placa de fuerza.

Basándose en los resultados obtenidos, se propone el filtrado mediante SSA de los datos adquiridos y la imposición de la consistencia cinemática con el modelo de los datos filtrados como un método apropiado para la estimación de la fuerza vertical de reacción con el suelo. Esta aplicación ofrece ventajas en situaciones donde no se disponga de una placa de fuerza o sea difícil la instalación de una, por ejemplo en

pruebas deportivas, entrenamientos, entornos industriales, etc (Peikenkamp et al., 2002; Hunter et al., 2005). Además, de esta forma se reduce el efecto que la placa de fuerza produce en la forma en que el sujeto ajusta su movimiento para pisar sobre la placa, que adultera el movimiento que se está tratando de analizar (Rabuffetti, 1999, 2001).

Por otra parte, las reacciones verticales en las articulaciones pueden ser estimadas con suficiente aproximación en situaciones de impacto mediante la metodología propuesta usando únicamente datos cinemáticos. Es importante destacar que los momentos motores en las articulaciones no podrían calcularse únicamente partiendo de datos cinemáticos, ya que en este caso es necesario conocer la posición del centro de presiones de la GRF (Hatze, 2002).

# Conclusiones y desarrollos futuros

---

## Contenidos

---

<b>6.1. Resumen . . . . .</b>	<b>127</b>
6.1.1. Capítulo 2 . . . . .	127
6.1.2. Capítulo 3 . . . . .	128
6.1.3. Capítulo 4 . . . . .	128
6.1.4. Capítulo 5 . . . . .	129
<b>6.2. Conclusiones generales . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>6.3. Resumen de las contribuciones . . . . .</b>	<b>130</b>
<b>6.4. Desarrollos futuros . . . . .</b>	<b>131</b>

---

## 6.1. Resumen

### 6.1.1. Capítulo 2

Se han presentado dos métodos de filtrado, el Análisis de espectro singular (SSA) y el filtro de Hodrick-Prescott (FHP), que proporcionan buenos resultados en el filtrado de señales cinemáticas estacionarias y no-estacionarias.

El algoritmo SSA descompone la señal original en una serie de componentes aditivas independientes de peso decreciente. Este resultado permite separar de forma sencilla la tendencia latente de la señal del ruido introducido por el sistema de captura de movimiento. Se ha presentado un procedimiento heurístico de filtrado automático basado en SSA secuencial para seleccionar el valor de truncamiento  $r$ .

El FHP impone ciertas hipótesis sobre las propiedades estadísticas de la sobreaceleración de la señal filtrada y del ruido presente en la señal de desplazamiento observada. En particular, el ruido introducido en la señal observada por el sistema de captura de movimiento y la sobreaceleración de la señal filtrada se suponen variables no correladas que siguen una distribución normal de media cero. El filtro de HP3rd es un método apropiado para realizar el filtrado de las señales observadas durante un ciclo de movimiento. Los resultados son comparables a los obtenidos por otros métodos de filtrado (GCVSPL, Butterworth, PSA, SSA, función de Wigner). De hecho, el filtro de HP llega a unos resultados similares a GCVSPL en las cuatro señales investigadas.

### 6.1.2. Capítulo 3

Se presenta el problema del movimiento de la piel respecto al sistema esquelético y los diversos métodos que se han utilizado para resolverlo. Para asegurar la consistencia cinemática de los datos filtrados con el modelo biomecánico se presenta un método bien conocido en el análisis cinemático de sistemas multicuerpo. En concreto, se corrigen las señales de movimiento filtradas para que satisfagan las ecuaciones de restricción cinemática del modelo biomecánico, resolviendo el problema de posición inicial en cada instante de la simulación.

### 6.1.3. Capítulo 4

El objetivo de este capítulo es determinar el efecto de las mtb en la simulación de la fuerza vertical de reacción con el suelo. Para realizar el estudio se ha concebido un nuevo modelo compuesto por siete segmentos corporales rígidos y tres masas de tejido blando concentradas. Los parámetros del modelo se identifican mediante la resolución de un problema de optimización en el que se establecen ecuaciones de restricción lógicas desde el punto de vista anatómico.

En primer lugar se presenta el modelo biomecánico utilizado, se derivan las ecuaciones de movimiento de las mtb y el procedimiento que se sigue para la identificación de los parámetros del modelo. Posteriormente se estudian los errores de reproducción de la GRF vertical medida durante la fase de impacto de una carrera y de un salto. En concreto, se analiza la evolución del error aplicando sobre los datos cinemáticos observados los métodos de filtrado expuestos (capítulo 2), la consistencia cinemática (capítulo 3), y el efecto cinético de las mtb.

### 6.1.4. Capítulo 5

En este capítulo se expone un procedimiento sistemático de tratamiento de datos cinemáticos en el ADI de sistemas biomecánicos. La metodología consta de tres fases: filtrado automático de los datos mediante SSA, imposición de la consistencia cinemática con el modelo biomecánico e identificación de los parámetros del modelo con masas de tejido blando.

Se aplica esta metodología a una muestra de 5 sujetos que realizan 3 movimientos con diferente grado de impacto: marcha, carrera ligera y salto desde una altura de 0.5 m.

## 6.2. Conclusiones generales

Como conclusiones más importantes de este trabajo cabe destacar las siguientes:

- El error más importante del ADI de sistemas biomecánicos es la amplificación del ruido en el proceso de derivación numérica de los datos cinemáticos. La elección de un método de filtrado adecuado en situaciones de impacto es clave.
- Los resultados obtenidos por SSA y FHP son parecidos, no obstante, se recomienda el uso del algoritmo SSA automático frente a FHP cuando el movimiento a analizar no sea un ciclo completo.
- Después de la amplificación del ruido, el error más significativo es el de inconsistencia de los datos cinemáticos con el modelo biomecánico utilizado.
- La consideración de las masas de tejido blando mejora ligeramente los resultados del ADI. Se ha presentado un modelo sencillo para implementar este efecto. Como cabía esperar, en los movimientos con mayor grado de impacto la influencia del movimiento de las mtb es mayor. No obstante, este efecto es secundario aún en situaciones de impacto elevado como la carrera.

## 6.3. Resumen de las contribuciones

Las principales aportaciones de la tesis doctoral son las siguientes:

- Se han propuesto dos métodos de filtrado (SSA y FHP) nunca antes aplicados al filtrado de señales cinemáticas de origen biomecánico que constituyen una alternativa razonable a las GCVSPL.



- Se ha presentado un algoritmo de automatización del filtrado basado en SSA, que supone una importante simplificación frente a otros algoritmos automáticos de filtrado.
- Se ha propuesto un método para asegurar la consistencia cinemática de los datos filtrados basado en la satisfacción de las ecuaciones de restricción cinemática del modelo biomecánico. La principal contribución consiste en la comparación de los resultados obtenidos por el problema de posición inicial y el problema de los desplazamientos finitos.
- Se ha realizado un análisis de sensibilidad de los errores de filtrado y consistencia cinemática y del efecto de las masas de tejido blando en el ADI de sistemas biomecánicos. Para medir la bondad del ADI se ha utilizado como parámetro la discrepancia entre la GRF calculada y la medida por una placa de fuerza. Se ha puesto de manifiesto la mayor importancia relativa de los errores de filtrado y consistencia cinemática frente al efecto cinético del movimiento de las mtb. En concreto, se concluye que la consideración de las mtb en la simulación sólo tiene sentido en situaciones de gran impacto, como el salto. La importancia del estudio realizado radica en que utiliza una mayor muestra de sujetos y movimientos que los realizados hasta ahora.
- Se ha propuesto un método fiable para estimar la GRF vertical y las reacciones verticales en las articulaciones a partir de las señales de desplazamiento. Esta aplicación ofrece ventajas en situaciones donde no se disponga de una placa de fuerza o sea difícil la instalación de una, por ejemplo en pruebas deportivas, entrenamientos, entornos industriales, etc.

Las publicaciones a que ha dado lugar esta tesis se repasan en el apartado titulado resumen y planteamiento.

## 6.4. Desarrollos futuros

Esta tesis constituye apenas el inicio de una línea de investigación que tiene por objeto arrojar luz sobre los errores más comunes que tienen lugar en el ADI de sistemas biomecánicos. Los desarrollos futuros deben centrarse en:

- Extender a tres dimensiones el modelo multicuerpo.
- Automatizar el filtrado mediante el Filtro de Hodrick-Prescott.
- Mejorar el algoritmo de consistencia cinemática estimando los ángulos entre segmentos mediante algoritmos de mínima energía.
- Mejorar la precisión del modelado de las articulaciones, incluyendo elementos elásticos y de contacto entre superficies óseas (Arampatzis, 1999; Gunther y Blickhan, 2002).
- Considerar modelos no lineales y variables en el tiempo de amortiguamiento y rigidez y con amortiguamiento fraccionario en la conexión de las masas de tejido blando a las masas óseas, que expliquen de manera más efectiva la rigidización del modelo después de la fase de impacto (Boyer y Nigg, 2004, 2005; Wakeling, 2001, 2002, 2003; Chu y Caldwell, 2004).
- Introducir en la simulación modelos viscoelásticos de contacto pie-suelo y estudiar su influencia en los resultados (Guler et al., 1998; Pain y Challis, 2001; Shorten, 2002).
- Implementar un programa que siguiendo la metodología propuesta permita la estimación automática de la GRF vertical y de las reacciones verticales en las articulaciones a partir de datos cinemáticos.

# Bibliografía

---

- Adham, R.I., Shihab, S.A., 1999. Discrete wavelet transform: a tool in smoothing kinematic data. *Journal of Biomechanics* 32, 317–321.
- Aggarwal, J.K., Cai, Q., 1999. Human motion analysis: a review. *Computer Vision and Image Understanding* 73(3), 428–440.
- Alkjaer, T., Simonsen, E.B., Dyhre-Poulsen, P., 2001. Comparison of inverse dynamics calculated by two- and three-dimensional models during walking. *Gait and Posture* 13, 73–77.
- Alexander, E. J., Andriacchi, T.P., 2001. Correcting for deformation in skin-based marker systems. *Journal of Biomechanics* 34, 355–361.
- Alexander, E. J., Bregler, C., Andriacchi, T.P., 2003. Non-rigid modeling of body segments for improved skeletal motion estimation. *Computer Modelling in Engineering and Sciences* 4(3-4), 351–364.
- Andrews, D., Dowling, J.J., 1993. The contribution of below knee wobbling mass to the estimation of vertical knee joint forces following impact with the ground, *Journal of Biomechanics* 26, 359.
- Andrews, D.M., Dowling, J.J., 2000. Mechanical modelling of tibial accelerations following impulsive heel impact. *Journal of Applied Biomechanics* 16, 276–288.

- Andriacchi, T.P., Alexander, E.J., 2000. Studies of human locomotion: past, present and future. *Journal of Biomechanics* 33, 1217–1224.
- Arampatzis, A., Brüggemann, G.P., Metzler, V., 1999. The effect of speed on leg stiffness and joint kinetics in human running. *Journal of Biomechanics* 32, 1349–1353.
- Barden, J.M., Gordon, D., Robertson, E., 1994. Validation of an inverse dynamics method to predict joint kinetics in the absence of dynamometry. VIII Conference of the Canadian Society for Biomechanics, Calgary, Canada.
- Baxter, M., King, R.G., 1999. Measuring business cycles: approximate band-pass filters for economic time series. *The Review of Economics and Statistics* 81(4), 575–593.
- Bing, Y., Gabriel, D., Noble, L., An, K., 1999. Estimate of the optimum cutoff frequency for the butterworth low-pass digital filter. *Journal of Applied Biomechanics* 15, 318–329.
- Blickhan, R., 1989. The spring-mass model for running and hopping. *Journal of Biomechanics* 22, 1217–1227.
- KISTLER Instrument Corporation, 2001. BioWare Software Analysis System: Operating Manual for Version 3.2 Type 2812A1-3, Amherst, NY.
- Bobbert, F., Schamhardt, H.C., Nigg, B.M., 1991. Calculation of vertical ground reaction force estimates during running from positional data. *Journal of Biomechanics* 24, 1095–1105.
- Bogert, A.J. van den, de Koning J.J., 1996. On optimal filtering for inverse dynam-

- ics analysis. Proceedings of the 9th Canadian Society of Biomechanics Congress. Burnaby, B.C., pp. 214–215.
- Boyer, K.A., Nigg, B.M., 2004. Muscle activity in the leg is tuned in response to impact force characteristics. *Journal of Biomechanics* 37, 1583–1588.
- Boyer, K.A., Nigg, B.M., 2005. Soft tissue vibrations within one soft tissue compartment. *Journal of Biomechanics*, en prensa.
- Burden, R.L., Faires, J.D., Reynolds, A.C., 1981. *Numerical Analysis*. PWS Publishers, Boston.
- Cahouët, V., Luc, M., Amarantini, D. 2002. Static Optimal estimation of joint accelerations for inverse dynamics problem solution, *Journal of Biomechanics* 35, 1507–1513.
- Cappozzo A., Della Croce U., Leardini A., Chiari, L., 2005. Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 1: theoretical background. *Gait and Posture* 21, 186–196.
- Cerveri, P., Pedotti, A., Ferrigno, G., 2003. Robust recovery of human motion from video using Kalman filters and virtual humans. *Human Movement Science* 22, 377–404.
- Chaffin, D.B., Andersson, G.B.J., Martin, B.J., 1999. *Occupational Biomechanics*. John Wiley & Sons, New York, NY.
- Challis, J.H., 1999. A procedure for automatic determination of filter cutoff frequency for the processing of biomechanical data. *Journal of Applied Biomechanics*, 15, 303–317.

- Challis, J.H., 1999. Precision of the estimation of human limb inertial parameters. *Journal of Applied Biomechanics* 15, 418–428.
- Chiari, L., Della Croce U., Leardini A., Cappozzo A., 2005. Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 2: Instrumental errors. *Gait and Posture* 21, 197–211.
- Chèze, L., Fregly, B.J., Dimnet, J., 1995. A solidification procedure to facilitate kinematic analyses based on video system data. *Journal of Biomechanics* 33, 1695–1699.
- Chèze, L., 2000. Comparison of different calculations of three-dimensional joint kinematics from video-based system data. *Journal of Biomechanics* 28, 879–884.
- Chu, J.J., Caldwell, G.E., 2004. Stiffness and Damping Response Associated With Shock Attenuation in Downhill Running. *Journal of Applied Biomechanics* 20, 291–308.
- Cole, G.K., Nigg, B.M., van den Bogert, A.J., Gerritsen, K.G.M. , 1996. Lower extremity joint loading during impact in running. *Clinical Biomechanics* 11, 181–193.
- DÁmico, M., Ferrigno, G., 1990. Technique for the evaluation of derivatives from noisy biomechanical displacement data using a model-based bandwidth-selection procedure. *Med. and Biol. Eng. and Comp.* 28, 407–415.
- DÁmico, M., Ferrigno, G., 1992. Comparison between the more recent techniques for smoothing and derivative assesment in biomechanics. *Med. and Biol. Eng. and Comp.*, 30, 193–204.

- Davoodi, R., Loeb, G.E., 2002. A software tool for faster development of complex models of musculoskeletal systems and sensorimotor controllers in Simulink. *Journal of Applied Biomechanics* 18, 357–365.
- Delp, S.L., Loan, J.P., 1995. A graphics-based software system to develop and analyze models of musculoskeletal structures. *Comput. Biol. Med.* 25(1), 21–34.
- Derrick, T.R., Caldwell, G.E., Hamill, J., 2000. Modelling the stiffness characteristics of the human body while running with various stride lengths. *Journal of Applied Biomechanics* 16, 36–51.
- Doriot, R., Chèze, L., 1994. Influence of the parameters used to define the body model on the joint moments. XXVIè Congrès de la Société de Biomécanique, Marseille, France.
- Dowling, J., 1985. A modelling strategy for the smoothing of biomechanical data. In: Johnsson, B. (Ed.), *Biomechanics, Vol. XB. Human Kinetics*, Champaign, IL, pp 1163–1167.
- Dujardin, F.H., Ertaud, J. Y., Aucouturier, T., Nguen, J., Thomine, J.M., 1997. Smoothing technique using Fourier transforms applied to stereometric data obtained from optoelectronic recordings of human gait. *Human Movement Science* 16, 275–282.
- Eberhard, P., Spägle, T., Gollhofer, A., 1999. Investigations for the dynamical analysis of human motion. *Multibody System Dynamics* 3, 1–20.
- Fazel-Rezai, R., Shwedyk, E., 1998. Biomechanical signal filtering for dynamic analysis purpose: A quantitative comparison between different methods. 11th Conference of the ESB, Toulouse, France.

- Fioretti, S., 1996. Signal processing in movement analysis (a state-space approach). *Human Movement Science* 15, 389–410.
- Fuller, J., Liu, L.-J., Murphy, M.C., Mann, R.W., 1997. A comparison of lower-extremity skeletal kinematics measured using skin- and pin-mounted markers. *Human Movement Science* 16, 219–242.
- Gençay, R., Selçuk, F., Whitcher, B. 2002. *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*. Academic Press, San Diego, CA, pp. 15–90.
- Georgiakakis, A., Stergioulas, L.K., Giakas, G., 2002a. Wigner filtering with smooth roll-off boundary for differentiation of noisy non-stationary signals. *Signal Processing* 82, 1411–1415.
- Georgakis, A., Stergioulas, L.K., Giakas, G., 2002b. Automatic algorithm for filtering kinematic signals with impacts in the Wigner representation. *Med. Biol. Eng. Comput.* 40, 625–633.
- Giakas, G., Baltzopoulos, V., 1997a. A comparison of automatic filtering techniques applied to biomechanical walking data. *Journal of Biomechanics* 30, 847–850.
- Giakas, G., Baltzopoulos, V., 1997b. Optimal digital filtering requires a different cut-off frequency strategy for the determination of the higher derivatives. *Journal of Biomechanics* 30, 851–855.
- Giakas, G., Baltzopoulos, V., 1998a. The effects of noise and filtering on the calculation of net joint dynamics of the lower segments during walking. 11th Conference of the ESB, Toulouse, France.



- Giakas, G., Baltzopoulos, V., 1998b. Improved extrapolation techniques in recursive digital filtering: a comparison of least squares and prediction. *Journal of Biomechanics* 31, 87–91.
- Giakas, G., Stergioulas, L.K., Vourdas, A., 2000. Time-frequency analysis and filtering of kinematic signals with impacts using the Wigner function: accurate estimation of the second derivative. *Journal of Biomechanics* 33, 567–574.
- Gianikellis, K., 1996. Características técnicas y prestaciones de los sistemas opto-electrónicos más difundidos en el campo de la biomecánica del movimiento humano. Estado actual de conocimientos. *Revista Motricidad* 2, 191–210.
- Gianikellis, K., Gutiérrez, M., 1998. Estado actual de conocimientos de las técnicas de tratamiento de los datos posición-tiempo en el campo de la biomecánica del aparato locomotor. *Revista Motricidad* 4, 7–25.
- Glitsch, U., Baumann, W., 1997. The three-dimensional determination of internal loads in the lower extremity. *Journal of Biomechanics* 30, 1123–1131.
- Golyandina, N., Nekrutkin, V., Zhigljavsky, A., 2001. *Analysis of Time Series Structure - SSA and Related Techniques*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida, pp. 13–78.
- Gordon, D., Robertson, E., Dowling, J.J., 2003. Design and responses of Butterworth and critically damped digital filters, *Journal of Electromyography and Kinesiology* 13, 569–573.
- Griffin, M.J., 2001. The validation of biodynamic models. *Clinical Biomechanics* 16 Supplement No.1, S81–S92.

- Gruber, K., Denoth, J., Ruder, H., Stüssi, E., 1991. Mechanics of joint stress. *Zeitschrift Fur Orthopadie Und Ihre Grenzgebiete* 129(3), 260–267.
- Gruber, K., Ruder, H., Denoth, J., Schneider, K., 1998. A comparative study of impact dynamics: wobbling mass model versus rigid body models. *Journal of Biomechanics* 31, 439–444.
- Güler, H. C., Berme, N., Simon, S.R., 1998. A viscoelastic sphere model for the representation of plantar soft tissue during simulations. *Journal of Biomechanics* 31, 847–853.
- Gunther, M., Blickhan, R., 2002. Joint stiffness of the ankle and the knee in running. *Journal of Biomechanics* 35, 1459–1474.
- Gunther, M., Sholukha, V.A., Kebler, D., Vank, W., Blickhan, R., 2003. Dealing with skin motion and wobbling masses in inverse dynamics. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology* 3, 309–335.
- Hamil, J., Caldwell, G.E., Derrick, T.R., 1997. Reconstructing digital signals using Shannon's sampling theorem. *Journal of Applied Biomechanics* 13, 226–238.
- Hatze, H. The inverse dynamics problem of neuromuscular control. *Biological Cybernetics* 82, (2000) 133–141.
- Hatze, H., 2002. The fundamental problem of myoskeletal inverse dynamics and its implications. *Journal of Biomechanics* 35, 109–115.
- Hodrick, R.J., Prescott, E.C., 1980. Post-war U.S. business cycles: an empirical investigation, Discussion paper 451, Carnegie-Mellon University.
- Huang, S., 1998. Analysis of human body dynamics in simulated rear-end impacts. *Human Movement Science* 17, 821–838.

- Hunter, J.P., Marshall, R.N., McNair, P.J., 2005. Relationships between ground reaction force impulse and kinematics of sprint-running acceleration. *Journal of Applied Biomechanics* 21, 31–43.
- Jalon, J., Bayo, E. Kinematic and dynamic simulation of mechanical systems—the reel-time challenge. Springer, Berlin, 1994.
- Jarrah, M., Qassem, W., Othman, M., Gdeisat, M., 1998. Human body model response to mechanical impulse. *Med. Eng. Phys.* 19(4), 308–316.
- King, R.G., Rebelo, S.T., 1993. Low frequency filtering and real business cycles. *Journal of Economic Dynamics and control* 17, 207–231.
- Kingma, I., de Looze, M.P., Toussaint, Klijnsma H.G., Bruijnen, T.B.M., 1996. Validation of a full body 3-D dynamic linked segment model. *Human Movement Science* 15, 833–860.
- Komistek, R. D., Stiehl, J.B., Dennis, D.A., Paxson, R.D., Soutas-Little, R.W., 1998. Mathematical model of the lower extremity joint reaction forces using Kane’s method of dynamics. *Journal of Biomechanics* 31, 185–189.
- Kuo, A.D., 1998 A least squares estimation approach to improving the precision of inverse dynamics computations. *ASME Journal of Biomechanical Engineering* 120, 148–159.
- Lafortune, M.A., Lake, M.J., Hennig, E.M., 1995a. Transfer function between tibial acceleration and ground reaction force. *Journal of Biomechanics*, 28, 113–117.
- Lafortune, M.A., Hennig, E., Valiant, G.A., 1995b. Tibial shock measured with bone and skin mounted transducers. *Journal of Biomechanics* 28, 989–993.

- Lafortune, M.A., Lake, M.J., Hennig, E.M., 1996. Differential shock transmission response of the human body to impact severity and lower limb posture. *Journal of Biomechanics* 29, 1531–1537.
- Leardini A., Chiari, L., Della Croce, U., Cappozzo A., 2005. Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 2: Soft tissue artifact assesment and compensation. *Gait and Posture* 21, 212–225.
- Lenzi D., Cappello, A., Chiari L., 2003. Influence of body segment parameters and modelling assumptions on the estimate of center of mass trajectory. *Journal of Biomechanics* 36, 1335–1341.
- Liu, W., Nigg, B.M., 2000. A mechanical model to determine the influence of masses and mass distribution on the impact force during running. *Journal of Biomechanics* 33, 122–134.
- Lu, T.-W., O'Connor, J.J., 1999. Bone position estimation from skin marker coordinates using global optimisation with joint constraints. *Journal of Biomechanics* 32, 129–134.
- Lucchetti, L., Capozzo, A., Cappello, A., Della Croce, U. 1998. Skin movement artefact assesment and compensation in the estimation of knee-joint kinematics. *Journal of Biomechanics* 31, 977–984.
- Manal, K., McClay, I., Richards, J., Galinat, B., Stanhope, S., 2002. Knee moment profiles during walking: errors due to soft tissue movement of the shank and the influence of the reference coordinate system. *Gait and Posture* 15, 10–17.
- Matsumoto, Y., Griffin, M.J., 2003. Mathematical models for the apparent masses of standing subjects exposed to vertical whole body vibration. *Journal of Sound and Vibration* 260, 431–451.

- McGuan, S., Gutkowski, L., Liu, Q., 1994. An approach for a detailed analytical model of the human lower extremity during a drop landing. 18th Annual Meeting of the American Society of Biomechanics, Columbus, Ohio.
- McGuan, S., 2001. Human modeling-from bubblemen to skeletons. 2001 SAE Digital Human Modeling Conference, Arlington, VA.
- Nigg, B.M., Liu, W., 1999. The effect of muscle stiffness and damping on simulated impact force peaks during running. *Journal of Biomechanics* 32, 849–856.
- Nigg, B.M. Herzog, W., 1999. *Biomechanics of the musculo-skeletal system*. Wiley, West Sussex, England.
- Neptune, R.R., Wright, I.C., Van den Bogert, A.J., 2000. A method for numerical simulation of single limb ground contact events: application to heel-toe running. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 3, 321–324.
- Novacheck, T.F., 1998. The biomechanics of running. *Gait and Posture* 7, 77–95.
- Pain, M.T.G., Challis, J.H., 2001. The role of the heel pad and shank soft tissue during impacts: a further resolution of a paradox. *Journal of Biomechanics* 34, 327–333.
- Pain, M. T. G., Challis, J. H., 2001. High resolution determination of body segment inertial parameters and their variation due to soft tissue motion. *Journal of Applied Biomechanics* 17, 326–334.
- Pain, M.T.G., Challis, J.H., 1995. Soft tissue motion during impacts: their potential contributions to energy disipations, *Journal of Applied Biomechanics* 18, 231–242.

- Pain, M. T. G., Challis, J. H., 2004. Wobbling mass influence on impact reaction forces: a simulation model sensitivity analysis. *Journal of Applied Biomechanics* 20, 309–316.
- Pain, M. T. G., Challis, J. H., 2005. The influence of soft tissue movement on ground reaction forces, joint torques and joint reaction forces in drop landings. *Journal of Biomechanics*, en prensa.
- Pasmanter, R.A., 1995. Variational search of periodic motions in complex dynamical systems. *Chaos, Solitons and Fractals* 6, 447–454.
- Pearsall, D.J., Costigan, P.A., 1996. The effect of segment parameter error on gait analysis. 20th Annual Meeting of the American Society of Biomechanics, Atlanta, Georgia.
- Pearsall, D.J., Costigan, P.A., 1999. The effect of segment parameter error on gait analysis results. *Gait and Posture* 9, 173–183.
- Peham, C., Sheidl, M., Licka, T., 1996. A method of signal processing in motion analysis of the trotting horse. *Journal of Biomechanics* 29, 1111–1114.
- Pedersen, T.M., 2001. The Hodrick-Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effect of filters. *Journal of Economic Dynamics & Control* 25, 1081–1101.
- Peikenkamp, K., Fritz, M., Nicol, K., 2002. Simulation of the vertical ground reaction force on sport surfaces during landing. *Journal of Applied Biomechanics* 18, 219–224.
- Pezzack, J. C., Norman, R. W., Winter, D. A., 1977. An assessment of derivative determining techniques used for motion analysis. *Journal of Biomechanics* 10, 377–382.

- Qualisys Medical AB, 2002. Qualisys Track Manager 1.5.0 User manual, Gothenburg, Sweden.
- Rabuffetti, M., Frigo, C., 2001. Ground Reaction: intrinsic and extrinsic variability assesment and related method for artefact treatment. *Journal of Biomechanics* 34, 363–370
- Rabuffetti, M., Baroni, G., 1999. Validation protocol of models for centre of mass estimation. *Journal of Biomechanics* 32, 609–613.
- Reeves, J.J., Blyth, C.A., Triggs, C.M., Small, J.P., 2000. The Hodrick-Prescott filter, a generalization and a new procedure from extracting an empirical cycle from a series. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 4(1), 1–16.
- Reinschmidt, C., van den Bogert, A.J., Nigg, B.M., Lundberg, A., Murphy, N., 1997. Effect of skin movement on the analysis of skeletal knee joint motion during running. *Journal of Biomechanics* 30, 729–732.
- Reynolds, N.J., Walt, S.E., 2002. The effect of error in inertial parameter estimation on walking and running kinetic analysis of gait. *ISB Seventh Symposium of 3-Dimensional Analysis of Human Movement*, Newcastle, UK.
- Richard Casius, L.J., Bobbert, M.F., van Soest, A. J. 2004. Forward dynamics of two-dimensional skeletal models. A Newton-Euler approach. *Journal of Applied Biomechanics* 20, 421–449.
- Richards, J.G., 1999. The measurement of human motion: A comparison of commercially available systems, *Human Movement Science* 18, 589–602.
- Seyfarth, A., Friedrichs, A., Wank, V., Blickhan, R., 1999. Dynamics of the long jump. *Journal of Biomechanics* 32, 1259–1267.

- Silva, M.P.T., Ambrósio, J.A.C., Pereira, M.S., 1997. Biomechanical model with joint resistance for impact simulation, *Multibody System Dynamics* 1, 65–84.
- Silva, M.P.T., Ambrósio, A.C., 2002. Kinematic Data Consistency in the Inverse Dynamic Analysis of Biomechanical Systems. *Multibody System Dynamics* 8, 219–239.
- Silva, M.P.T., Ambrósio, A.C., 2004. Sensitivity of the results produced by the inverse dynamic analysis of a human stride to perturbed input data. *Gait and Posture* 19, 35–49.
- M.R. Shorten, 2002. The myth of running shoe cushioning, IV International conference on the engineering of sport, Kyoto, Japan.
- Sorensen, H., Simonsen, E.B., Van den Bogert, A.J., 1999. A simulation model of the long jump takeoff. VIIth International Symposium on Computer Simulation in Biomechanics (ISCSB-VII), Calgary, Canada.
- Tregoubov, V.P., 2000. Problems of mechanical model identification for human body under vibration. *Mechanism and Machine Theory* 35, 491–504.
- Vaughan, C.L., 1982. Smoothing and differentiation of displacement-time data: an application of splines and digital filtering. *International Journal of Bio-Medical Computing* 13, 375–386.
- Vaughan, C., Davis, B. and O'Connor, J., 1992. *Gait Analysis Laboratory. Human Kinetics*, Champaign, IL.
- Vautard, R., Ghil, M., 1989. Singular spectrum analysis in nonlinear dynamics, with applications to paleoclimatic time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 35, 395–424.



- Vautard, R., Yiou, P., Ghil, M., 1992. Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 58, 95–126.
- Vint, P.F., Hinrichs, R.N., 1996. Endpoint error in smoothing and differentiating raw kinematic data: an evaluation of four popular methods. *Journal of Biomechanics* 29, 1637–1642.
- Volle, A., 2000. The influence of wobbling masses on biomechanical systems. 20th IUTAM Congress, ICTAM 2000, Chicago, IL.
- Wakeling, J.M., Nigg, B.M., 2001. Soft-tissue vibrations in the quadriceps measured with skin mounted transducers. *Journal of Biomechanics* 34, 539–543.
- Wakeling, J.M., Nigg, B.M., Rozitis, A.I., 2002. Muscle activity damps the soft tissue resonance that occurs in response to pulsed and continuous vibrations. *Journal of Applied Physiology* 93, 1093–1103.
- Wakeling, J.M., Liphardt, A.M., Nigg, B.M., 2003. Muscle activity reduces soft-tissue resonance at heel-strike during walking. *Journal of Biomechanics* 36, 1761–1769.
- Walker, J.A., 1998. Estimating velocities and accelerations of animal locomotion: a simulation experiment comparing numerical differentiation algorithms. *The Journal of Experimental Biology* 201, 981–995.
- Wang, N., Yen-Hsiu, L., 2004. Application of Taguchi's design of experiments to the study of biomechanical systems. *Journal of Applied Biomechanics* 20, 219–229.
- David A. Winter , H. Grant Sidwall and Douglas A. Hobson, Measurement and reduction of noise in kinematics of locomotion, *Journal of Biomechanics*, Volume 7, Issue 2, March 1974, Pages 157–159.

- 
- Wojcik, L.A. Modeling of musculoskeletal structure and function using a modular bond graph approach. *Journal of the Franklin Institute* 340, (2003) 63–76.
- Wojtyra, M., 2003. Multibody Simulation Model of Human Walking, *Mechanics Based Design of structures and machines* 31, 357–379.
- Woltring, H. J., 1985. On optimal smoothing and derivative estimation from noisy displacement data in biomechanics. *Human Movement Science* 4, 229–245.
- Woltring, H. J., 1986. A Fortran package for generalized, cross-validatory spline smoothing and differentiation. *Adv. Eng. Software* 8(2), 104–107.
- Woltring, H.J., 1995. Smoothing and differentiation techniques applied to 3-D data. In: Allard, P., Stokes, I.A.F., Blanchi, J.P. (Eds.), *Three Dimensional Analysis of Human Movement*. Human Kinetics, 1995, Champaign, IL, pp. 79–99.
- Wright, I.C., Neptune, R.R., Van den Bogert, A.J., Nigg, B.M., 1998. Passive regulation of impact forces in heel-toe running. *Clinical Biomechanics* 13, 521–531.
- Yu, B., Gabriel, D., Noble, L., K.N. An, 1999. Estimate of the optimum cutoff frequency for the butterworth low-pass digital filter, *Journal of Applied Biomechanics* 15, 318–329.
- Yue, Z., Mester, J., 2002. A model analysis of internal loads, energetics, and effects of wobbling mass during the whole-body vibration. *Journal of Biomechanics* 35, 639–647.
- Zatsiorsky, V.M., 1998. *Kinematics of Human Motion*. Human Kinetics, Champaign, IL, pp. 147–221.
- Zhang, L.Q., Xu, D., Makhsous, M., Lin, F., 2000. Stiffness and viscous damping of the human leg. 24th Annual meeting of the ASB, Chicago, IL.