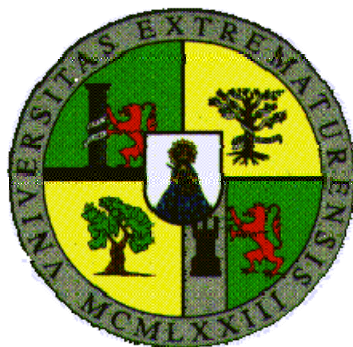


UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA Y ORGANIZACIÓN DE EMPRESAS



EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA CON FACTORES EXÓGENOS
MEDIANTE EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS.
UNA APLICACIÓN A LA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN ESPAÑA

Tesis Doctoral realizada por
José Manuel Cordero Ferrera

Dirigida por
Francisco Pedraja Chaparro

Badajoz, Diciembre de 2006

***Edita: Universidad de Extremadura
Servicio de Publicaciones***

Caldereros 2. Planta 3^a
Cáceres 10071
Correo e.: publicac@unex.es
<http://www.unex.es/publicaciones>

Agradecimientos

Hace bastante tiempo que deseaba escribir estas líneas. Miro hacia atrás y recuerdo el tiempo dedicado a la lectura de libros y artículos, la organización de ideas, las estimaciones. Un largo proceso con muchos momentos de dudas y bastantes agobios. Es entonces cuando uno más valora el apoyo y la ayuda recibida por quienes le rodean. Ahora, con la satisfacción del deber cumplido, llega el momento de agradecer a todos aquellos que, de un modo u otro, han contribuido a la realización de esta Tesis Doctoral.

Mis primeras palabras no pueden ser para otra persona que para mi director, Francisco Pedraja, que siempre ha tenido las ideas muy claras acerca del camino a seguir, no sólo en la Tesis, sino en todo lo relativo a mi formación como investigador. La posibilidad de contar con su dirección, en el sentido más amplio de la palabra, es un regalo que no tiene precio. Por todo lo anterior, y por lo que me resulta imposible expresar con palabras, te doy las gracias, Paco.

Asimismo, quiero transmitir también mi más sincero agradecimiento a todos los que han colaborado activamente en diferentes fases de esta investigación. En primer lugar, a Javier Salinas, que me acogió en el Instituto de Estudios Fiscales cuando iniciaba mi período de formación investigadora y, desde entonces, ha seguido este trabajo con especial dedicación. En segundo lugar, a María Jesús Mancebón y Manolo Muñiz, cuyas tesis doctorales prácticamente han sido mis libros de cabecera en los últimos años, y que siempre han atendido mis preguntas con gran amabilidad. También a Julián Ramajo, que siempre se ha mostrado dispuesto y atento para resolver mis múltiples dudas sobre los aspectos metodológicos de esta investigación, y a Rafaela Dios, cuya ayuda fue fundamental en un período crítico de la misma. Y por último, pero no menos importante, a Daniel Santín, a quien agradezco enormemente su implicación, por encima de lo razonable, durante la última fase de elaboración de esta Tesis, así como sus continuas palabras de ánimo.

Dentro del ámbito universitario, ha sido fundamental el apoyo y los ánimos recibidos de Inés P. Murillo, Francisco Parejo, María del Mar García Galán, Marta Rahona y Marián García Valiñas. Tampoco quiero olvidar la ayuda inestimable que me ha prestado el personal de la Biblioteca Central de la Universidad de Extremadura, facilitándome el acceso a toda la documentación que he necesitado.

También quiero agradecer el interés y las palabras de aliento de mis compañeros y amigos en la Diputación Provincial de Badajoz, Ángela, Amparo, Manuel, Silvia y Juan Carlos, y en especial, a su Presidente, Juan María Vázquez, por facilitarme en todo momento la posibilidad de compaginar el trabajo en dicha institución con mi labor investigadora.

Un agradecimiento muy especial les debo a todos mis amigos, y en particular a Ana, Marga, Mónica, Javi, Jorge, Pablo, Iván, Carlos, David, Alberto, Francis, Paco y, como no, a mi hermana Esther, con los que me siento en deuda por no haberles podido dedicar tanto tiempo como hubiera deseado. Pese a ello, todos se han mostrado siempre comprensivos y me han dado ánimos en los momentos que más los necesitaba.

Pero si alguien se ha visto afectada por los sacrificios que ha requerido la elaboración de esta Tesis Doctoral ha sido Elena. Confío en que la satisfacción que ahora comparte conmigo pueda compensar de algún modo los malos momentos pasados. En todo caso, no quiero dejar pasar esta ocasión para agradecerle su apoyo incondicional.

Aunque les haya dejado para el final, lógicamente mi principal reconocimiento es para mis padres, a los que quiero agradecer su labor y esfuerzo a lo largo de toda una vida para poder facilitarnos a mi hermana y a mi la educación universitaria a la que ellos no tuvieron acceso. Para mi, ellos son los verdaderos artífices de cualquier éxito que yo pueda conseguir.

Por último, quisiera mencionar la ayuda financiera recibida del Ministerio de Educación y Ciencia y el Instituto de Estudios Fiscales, sin la cual habría sido imposible el desarrollo de este trabajo.

TESIS DOCTORAL

EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA CON FACTORES EXÓGENOS MEDIANTE EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS. UNA APLICACIÓN A LA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN ESPAÑA

INDICE

INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
<u>CAPÍTULO 1: LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA Y EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS</u>.....	9
1.1. Introducción.....	11
1.2. El concepto de eficiencia y su medición	13
1.3. Metodologías para la medición de la eficiencia	23
1.3.1. Aproximación paramétrica	24
1.3.2. Aproximación no paramétrica	26
1.4. El Análisis Envolvente de Datos (DEA).....	29
1.4.1. Descripción del modelo original.....	29
1.4.2. Algunas extensiones del modelo.....	35
1.4.2.1. Rendimientos de escala en la tecnología de producción.....	36
1.4.2.2. Especificación del modelo y problemas de medición.....	39
1.4.2.3. Homogeneidad entre las unidades evaluadas.....	44
1.5. La utilización del DEA en el sector público.....	45
1.6. Recapitulación.....	51

CAPÍTULO 2: ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS Y FACTORES

EXÓGENOS: MODELOS ALTERNATIVOS.....	55
2.1. Introducción.....	57
2.2. Análisis de las distintas opciones metodológicas.....	61
2.2.1. Modelos de separación de frontera.....	62
2.2.2. Modelos de una etapa.....	63
2.2.3. Modelos multietápicas.....	69
2.2.3.1. Modelos de segunda etapa.....	70
a. Modelos básicos.....	70
b. Modelos básicos con <i>bootstrap</i>	75
c. Modelo de Simar y Wilson.....	76
2.2.3.2. Modelos de valores ajustados.....	81
a. Enfoque no paramétrico (Modelo de tres etapas).....	83
b. Enfoque semi-paramétrico (Modelo de cuatro etapas).....	86
2.3. Recapitulación.....	93

<u>CAPÍTULO 3: EFICIENCIA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA: ANÁLISIS</u>	
 APLICADO A CENTROS PÚBLICOS DE TRES	
 COMUNIDADES AUTÓNOMAS.....	101
3.1. Introducción.....	103
3.2. La medición de la eficiencia en educación secundaria.....	105
3.3. Unidades productivas: centros públicos de educación secundaria.....	112
3.4. Variables seleccionadas.....	114
3.4.1. Aproximación al “output escolar”.....	117
3.4.2. Los inputs escolares.....	121
3.4.3. Los inputs exógenos.....	125
3.4.3.1. La encuesta.....	128
3.4.3.2. Las variables iniciales.....	130
3.4.3.3. Obtención de los inputs no controlables.....	132
3.4.3.4. Las características del alumnado: un análisis comparado.....	135
3.5. Resultados.....	140
3.5.1. Análisis de los centros de Extremadura.....	142
3.5.1.1. Las variables exógenas.....	142
3.5.1.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos.....	149
3.5.1.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos.....	161
3.5.2. Análisis de los centros de Asturias.....	166
3.5.2.1. Las variables exógenas.....	166
3.5.2.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos.....	171
3.5.2.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos.....	177
3.5.3. Análisis de los centros de Aragón.....	180
3.5.3.1. Las variables exógenas.....	180
3.5.3.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos.....	185
3.5.3.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos.....	191
3.6. Recapitulación.....	195

CAPÍTULO 4: LA CALIDAD DE LOS MODELOS ALTERNATIVOS : COMPARACIÓN MEDIANTE UN EXPERIMENTO DE MONTE-CARLO	199
4.1. Introducción	201
4.2. La simulación de Monte Carlo en los análisis de eficiencia.....	203
4.3. Diseño de un experimento para comparar las distintas opciones metodológicas para incorporar variables exógenas al DEA.....	205
4.3.1. Trabajos previos y principales limitaciones.....	206
4.3.2. Generación de datos en un contexto multi-output multi-input ..	208
4.3.3. Diseño del experimento	215
4.4. Resultados de las simulaciones.....	221
4.4.1. Criterios y posibles indicadores.....	221
4.4.2. Análisis de los resultados	222
4.5. Recapitulación.....	229
CONCLUSIONES FINALES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	233
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	241
ANEXOS	265
ANEXO I: CONTENIDO DE LA ENCUESTA	267
ANEXO II: DATOS DE LOS INSTITUTOS DE LA COMUNIDAD AUTÓNOMA DE EXTREMADURA	273
ANEXO III: DATOS DE LOS INSTITUTOS DEL PRINCIPADO DE ASTURIAS	287
ANEXO IV: DATOS DE LOS INSTITUTOS DE LA COMUNIDAD AUTÓNOMA DE ARAGÓN	299

INTRODUCCIÓN GENERAL

La enorme expansión experimentada por el gasto público en los países avanzados durante las últimas décadas y las dificultades existentes para incrementar los recursos mediante el aumento de la presión fiscal han convertido a las actuaciones encaminadas a mejorar la eficiencia en el ámbito público en una prioridad de la política económica. El logro de ese objetivo está condicionado por la posibilidad de obtener una medida apropiada del comportamiento más o menos eficiente del sector público.

La evaluación de la eficiencia en el ámbito público requiere la consideración de aquellas características propias de la producción en ese ámbito. Las instituciones públicas realizan un proceso de producción distinto al que tiene lugar en el sector privado. En la mayoría de los casos, existen dificultades para definir las producciones públicas, medir su calidad y agregar sus resultados en un índice ante la inexistencia o sospecha de precios.

En este sentido, las peculiaridades de la producción de servicios públicos ha hecho que la técnica conocida como análisis envolvente de datos (DEA) haya sido una de las más utilizadas en este campo, al ofrecer una aproximación sensata a los anteriores problemas de multiplicidad del output, desconocimiento del proceso productivo y ausencia de precios, especialmente si la actividad evaluada es relativamente sencilla (abastecimiento de agua o recogida de basuras, por ejemplo).

Mayores problemas surgen cuando tratamos de medir la eficiencia en otros servicios públicos más complejos en los que existen varios principales interesados, que no siempre persiguen los mismos objetivos, o donde los resultados no dependen tanto de la cantidad de los típicos factores productivos como de otros de carácter exógeno que escapan al control de los gestores. En estos casos, la utilización del DEA requiere un tratamiento específico para adaptarse a esas circunstancias.

El interés de esta investigación se concentra en el papel que juegan estos factores exógenos y, más concretamente, en el análisis de las distintas alternativas existentes en la literatura para incorporarlas al análisis de eficiencia

mediante DEA. Con este objetivo se lleva a cabo, en primer lugar, una discusión de las principales ventajas e inconvenientes de estas propuestas desde un punto de vista teórico y, en segundo lugar, una aplicación empírica en un sector concreto, el educativo, donde esos factores tienen una importancia destacada.

Como han puesto de manifiesto muchos estudios empíricos en el sector educativo y más concretamente en el ámbito de la enseñanza no universitaria, las variables exógenas, representadas por indicadores relativos al estatus socioeconómico y familiar de los estudiantes, tienen un efecto decisivo sobre los resultados.

Una de las principales limitaciones a las que habitualmente se enfrentan los investigadores que pretenden evaluar la actuación de un conjunto de centros educativos es la ausencia de información válida acerca de estas variables. En nuestro caso, el problema se ha superado mediante la realización de encuestas en los centros evaluados que, al tener esa finalidad, nos ha permitido disponer de toda la información necesaria sobre las características de su alumnado.

Su realización fue posible gracias a la concesión de un Proyecto de Investigación por parte del Ministerio de Educación a un grupo de investigadores pertenecientes a tres universidades españolas (Universidad de Oviedo, Universidad de Zaragoza y Universidad de Extremadura) en el año 2001, que tenía por objeto la medición de la eficiencia de los institutos de enseñanza secundaria en sus regiones (Asturias, Aragón y Extremadura)¹. Posteriormente, este trabajo tuvo su continuación con la concesión en 2004 de un nuevo Proyecto de Investigación con un propósito más amplio y de carácter más metodológico, la medición de la eficiencia en el ámbito público, uno de cuyos frutos es este trabajo de investigación².

¹ El investigador principal encargado del Proyecto de Investigación era Javier Suárez Pandiello, Catedrático de Economía Aplicada de la Universidad de Oviedo.

² En este caso el investigador principal es Francisco Pedraja Chaparro, Catedrático de Economía Aplicada de la Universidad de Extremadura.

Con el objetivo central de evaluar distintas propuestas que ofrece la literatura del DEA para medir la eficiencia con factores exógenos utilizamos un contraste a dos niveles. En primer lugar, el proporcionado por tres muestras distintas de datos reales, con lo que se amplía la perspectiva aplicada que se utiliza normalmente en estos trabajos de investigación, limitada a una única muestra. En segundo lugar, el que se deriva de un ejercicio de simulación con un diseño similar al del modelo planteado para el ámbito educativo, en el que la eficiencia es conocida y, por tanto, puede valorarse la calidad de cada alternativa.

Con ese propósito, el trabajo se ha estructurado en cuatro capítulos cuyo contenido es el siguiente.

El capítulo primero se dedica al estudio del concepto económico de eficiencia y las diferentes aproximaciones que pueden emplearse para medirla. Entre ellas, nuestro interés se concentra en el Análisis Envolvente de Datos (DEA). El análisis de esta técnica comienza con la descripción de su formulación básica y una aproximación a sus principales características.

A continuación, se introducen algunas de las extensiones que serán tratadas con mayor detalle en el resto de capítulos y, finalmente, se ofrecen algunos argumentos que justifican su elección como una técnica apropiada para evaluar el nivel de eficiencia con el que actúan unidades productivas que operan en el ámbito público.

En el capítulo segundo se realiza una aproximación teórica a la cuestión central de esta investigación, analizando el efecto que tienen los factores exógenos al proceso productivo sobre los resultados cuando se emplea el DEA para medir la eficiencia. Para ello se revisan las diferentes opciones metodológicas que pueden encontrarse en la literatura, algunas de las cuales no habían sido objeto de un análisis similar en ningún trabajo previo. El objetivo perseguido mediante el examen de las alternativas existentes es conocer cuáles son las principales ventajas y debilidades de cada una de ellas, a partir de las cuales se puede establecer inicialmente cuáles son las alternativas más

apropiadas para este propósito y las que, por sus limitaciones metodológicas, son menos recomendables.

Tras analizar las diferentes propuestas desde una perspectiva teórica, en el capítulo tercero se presenta una aplicación empírica en la que se evalúa, mediante los distintos modelos considerados, el nivel de eficiencia de un conjunto de centros públicos de enseñanza secundaria pertenecientes a tres regiones españolas, en los que las variables exógenas están representadas por las características de su alumnado. La posibilidad de contar con esta información, captada mediante encuestas, es uno de los principales activos de la investigación, de ahí que se dedique una especial atención al diseño del cuestionario, la construcción de las variables y la explicación del criterio seguido para sintetizar la detallada información disponible en un número reducido de variables. Con esta aplicación, en la que se emplean datos reales pertenecientes a tres muestras distintas, se podrá apreciar si la decisión de optar por una u otra alternativa para incorporar los factores exógenos tiene o no consecuencias sobre los resultados.

En el capítulo cuarto, la evaluación anterior se complementa con un nuevo análisis en el que se utilizan datos generados mediante un experimento de Monte-Carlo. Con este diseño se dispone de una medida de la eficiencia real, de modo que, comparando los resultados obtenidos al aplicar a estos datos las distintas propuestas metodológicas, es posible determinar cuál es la que ofrece una mejor aproximación a la verdadera eficiencia. Aunque en la literatura existen precedentes de este tipo de ensayos, nuestro planteamiento es novedoso, pues utiliza un método para la generación de los datos que se adapta mejor a las características propias del campo educativo, esto es, a un contexto multi-input multi-output.

Finalmente, se sintetizan las principales conclusiones obtenidas, que se encuentran más desarrolladas al final de cada capítulo, y se exponen algunas ampliaciones y líneas futuras de investigación.

**CAPÍTULO 1: LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA
Y EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS**

1.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se realiza una breve revisión de los diferentes conceptos y posibilidades de medición de la eficiencia, prestando un especial interés a la técnica envolvente de datos, dada su enorme utilidad en el ámbito de la economía pública en el que se sitúa esta investigación.

Con este propósito, el capítulo se ha estructurado en cuatro epígrafes. El primero parte de la idea de eficiencia económica, distinguiendo entre eficiencia técnica y asignativa, y continúa con el estudio de los instrumentos empleados para su medición, tomando como referencia el análisis planteado en el artículo seminal de Farrell (1957). Posteriormente, la segunda sección se centra en la exposición de las diferentes alternativas que pueden encontrarse en la literatura para obtener una medida adecuada de la eficiencia, y que pueden dividirse, fundamentalmente, en técnicas paramétricas y no paramétricas.

Una vez expuestas las diferencias entre estas dos aproximaciones, en el tercer epígrafe se presenta un estudio detallado del método no paramétrico más representativo, el Análisis Envolvente de Datos (DEA), en el que, además de su formulación básica, se presentan algunas extensiones del DEA que resultan de gran utilidad para el desarrollo posterior de esta investigación. Finalmente, en el último epígrafe se analizan las especiales características que acompañan a los servicios públicos y que, a nuestro juicio, justifican la decisión de emplear el DEA cuando se pretende evaluar la actuación de un conjunto de unidades pertenecientes a este ámbito.

Somos conscientes de que la mayoría de las cuestiones tratadas en este capítulo inicial han sido examinadas con mayor profundidad en otras investigaciones y en los textos específicos sobre la materia. En todo caso, el objetivo primordial es ofrecer una exposición sintética de las cuestiones más relevantes, introduciendo términos y nociones básicas necesarias para la explicación de los desarrollos más complejos que se abordan en el capítulo segundo, además de presentar las principales características de la técnica utilizada en los análisis empíricos de los capítulos tercero y cuarto.

1.2. EL CONCEPTO DE EFICIENCIA Y SU MEDICIÓN

En general, los economistas muestran un elevado grado de consenso en considerar que una asignación de recursos es eficiente cuando lo es en sentido de Pareto, es decir, cuando no existe otra posible asignación de los mismos que mejore la situación de alguna unidad productiva sin perjudicar a otra. Se trata, por tanto, de un concepto relativo, basado en la comparación de la actuación de una unidad con la de otras similares.

El estudio y medición de las posibles ineficiencias presentes en un proceso productivo están claramente vinculados con la idea de optimización que sustenta la teoría económica³. A través de estas medidas resulta posible distinguir entre los productores que están gestionando adecuadamente sus recursos y los que no lo hacen, lo que resulta de gran utilidad tanto para los propios agentes que intervienen en el proceso como para el conjunto de la economía.

Al hablar del concepto de eficiencia productiva deben distinguirse dos dimensiones distintas, la eficiencia técnica y la asignativa, de modo que la consecución de la eficiencia global requiere el logro de ambas.

La primera hace referencia a la idea de evitar el derroche de recursos, ya sea utilizando más factores de los necesarios para producir una determinada cantidad de output o produciendo menos de lo que cabría esperar dada la dotación de inputs. De esta forma, el análisis de la eficiencia técnica puede tener una orientación hacia la maximización del output o la minimización de los inputs. La eficiencia asignativa, por su parte, está relacionada con la capacidad de los productores para combinar los inputs y los outputs del modo más adecuado teniendo en cuenta sus precios y productividades marginales.

La presente investigación se centra esencialmente en la eficiencia técnica y los mecanismos que pueden emplearse en su medición, puesto que

³ Álvarez Pinilla (2001, p. 19).

en el contexto público, los precios de los factores productivos y de los outputs del proceso se desconocen o son inadecuados, haciendo imposible o inútil la obtención de una medida de la eficiencia asignativa.

El primer autor que plantea consideraciones teóricas relativas a la eficiencia técnica fue Koopmans (1951), definiéndola como un vector compuesto por inputs y outputs, donde es tecnológicamente imposible incrementar algún output (o reducir algún input) sin reducir simultáneamente algún otro output (o incrementar algún otro input). Por tanto, un productor técnicamente ineficiente podría producir los mismos outputs con menor cantidad de al menos un input, o podría usar los mismos inputs para producir más de, al menos, un output.

A pesar de su indudable valor, esta primera definición resulta bastante limitada pues sólo permitía diferenciar a los productores eficientes de los ineficientes, sin ofrecer ningún mecanismo para medir el grado de la ineficiencia (Färe *et al.*, 1994).

Debreu (1951) y Farrell (1957) se encargaron de dar el siguiente paso, desarrollando una medida radial que permitiera cuantificar, porcentualmente el nivel de eficiencia con el que actuaban los productores y que se denominó “coeficiente de utilización del recurso”. Este se definía como la máxima reducción equiproporcional posible de todos los inputs que puede conseguirse para un nivel dado de outputs. Según este criterio, un coeficiente unitario indicaba que la unidad era técnicamente eficiente puesto que no resultaba factible reducir proporcionalmente los inputs si se quería seguir produciendo la misma cantidad de outputs. En el caso de que el coeficiente fuera inferior a la unidad, su valor reflejaba la proporción en la que podría reducirse el uso de los factores productivos.

Esta medida resulta menos estricta que la propuesta por Koopmans ya que un productor considerado como eficiente en el sentido de Debreu-Farrell todavía puede reducir la cantidad empleada de algunos inputs (o incrementar algún output) aunque no sea de manera proporcional, dando lugar a la

aparición de las denominadas holguras⁴. Estas diferencias conceptuales hacen que la medida de la eficiencia sea diferente en función del enfoque adoptado.

Siguiendo la explicación desarrollada por Lovell (1993), a continuación se introducen algunos conceptos básicos y su notación con el propósito de facilitar la identificación de las diferencias existentes entre la medida propuesta por Debreu y Farrell y el concepto de eficiencia definido por Koopmans, así como el modo en el que ambas se relacionan con la estructura de la tecnología de producción.

Considérese un proceso productivo en el que las unidades productivas emplean un vector de factores productivos o inputs $x = (x_1, \dots, x_n) \in R_+^n$ con el fin de obtener un conjunto de productos, los cuales se definen mediante un vector de outputs $y = (y_1, \dots, y_m) \in R_+^m$.

El conjunto de posibilidades de producción (CPP) o tecnología de producción está compuesto por todos los procesos productivos imaginables factibles. Aunque la tecnología es desconocida y no se puede observar, hay un conjunto de supuestos que deben cumplirse:

- a) Se debe garantizar que la producción de cualquier nivel de output no nulo requiera el uso de una cantidad positiva de inputs:

$$0 \notin L(y) \text{ si } y > 0$$

- b) Axioma de disponibilidad débil de inputs. Si se incrementa la cantidad de factores productivos empleados, el output no puede disminuir:

$$x \in L(y) \Rightarrow \lambda x \in L(y) \quad \forall \lambda \geq 1$$

⁴ El análisis de las holguras se aborda con detalle en una sección posterior. En todo caso, en Coelli, Rao y Battese (1998) se pueden revisar las distintas posibilidades existentes para el tratamiento específico de las holguras.

Su versión fuerte es: $x' \geq x \in L(y) \Rightarrow x' \in L(y)$

- c) Axioma de disponibilidad débil de outputs. Si se reduce la cantidad de outputs obtenidos, los inputs no pueden incrementarse:

$$L(\theta y) \subseteq L(y) \quad \forall \theta \geq 1$$

Su versión fuerte es: $y' \geq y \Rightarrow L(y') \subseteq L(y)$

- d) L es una correspondencia cerrada. Con este supuesto se garantiza la existencia de un subconjunto de puntos eficientes.

En el caso de optar por una orientación a la reducción de inputs, el conjunto de posibilidades de producción suele representarse formalmente mediante la siguiente expresión:

$$L(y) = \{x : (y, x) \text{ es posible}\}$$

La frontera del conjunto de posibilidades de producción se representa mediante una isocuanta, definida como el subconjunto de procesos productivos que permiten producir al menos un determinado vector de output:

$$IsoqL(y) = \{x : x \in L(y), \lambda x \notin L(y), \lambda \in (0,1)\}$$

La medida de la eficiencia se establece con respecto a un subconjunto de la tecnología de referencia denominado subconjunto eficiente (incluye exclusivamente combinaciones eficientes), que se define mediante la expresión:

$$EffL(y) = \{x : x \in L(y), x' \notin L(y), x' \leq x\}$$

A la vista de estas dos expresiones, se puede comprobar que todo punto perteneciente al conjunto eficiente forma parte también de la isocuanta

$[EffL(y) \subseteq IsoqL(y)]$, pero no necesariamente a la inversa (si $x \in IsoqL(y)$ no implica que $x \in EffL(y)$).

A partir de los anteriores conceptos se puede definir la medida de eficiencia de Debreu- Farrell de un modo más formal, mediante la función distancia orientada al input (Shepard, 1970):

$$D_I(y, x) = \min\{\lambda : \lambda x \in L(y)\}$$

donde λ es un escalar perteneciente al intervalo (0,1) que mide la distancia radial que separa al vector input de la frontera de producción.

De manera análoga, si se utiliza un enfoque de maximización de los outputs todos estos conceptos se representan de modo alternativo:

CPP: $P(x) = \{y : (x, y) \text{ es posible}\}$

Isocuanta: $IsoqP(x) = \{y : y \in P(x), \theta y \notin P(x), \theta \in (1, \infty)\}$

Subconjunto eficiente: $EffP(x) = \{y : y \in P(x), y' \notin P(x), y' \geq y\}$

Función distancia: $D_O(x, y) = \max\{\theta : \theta y \in P(x)\}$

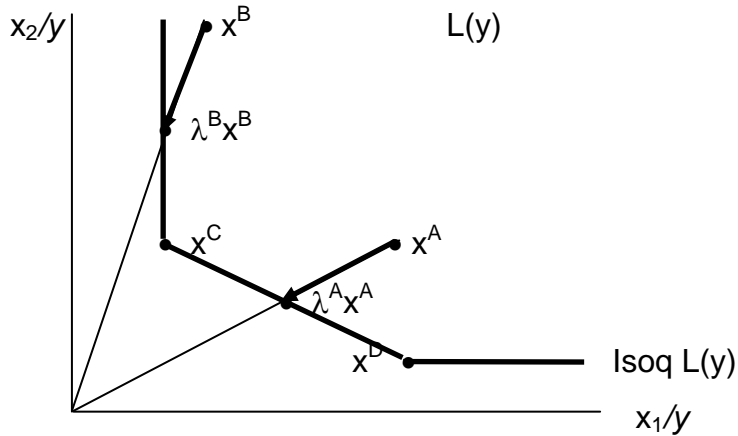
La Figura 1.1 permite ilustrar la medida de la eficiencia técnica con sus dos posibles orientaciones: (a) minimización de inputs y (b) maximización de outputs. A través de estos dos gráficos pueden apreciarse mejor las diferencias entre las definiciones propuestas por Koopmans y Debreu-Farrell.

La medida de eficiencia desarrollada por Debreu y Farrell considera que todos los productores que se sitúan sobre la isocuanta $L(y)$ o $P(x)$ son eficientes. Sin embargo, la definición de Koopmans es mucho más estricta, puesto que para que una unidad sea considerada como eficiente exige que,

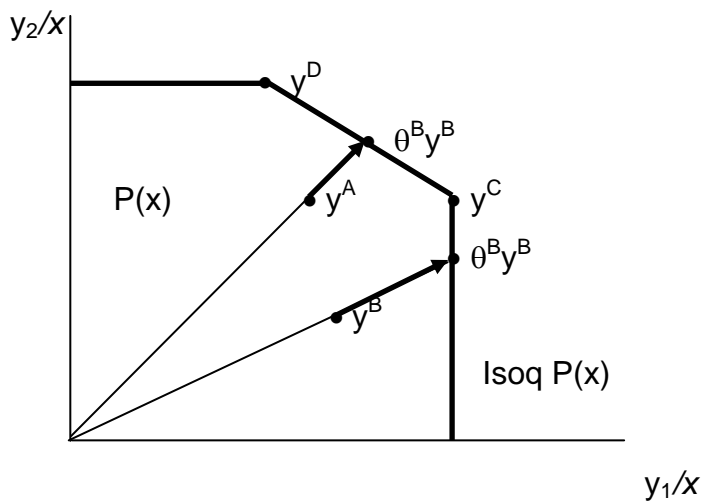
además de pertenecer a la isocuanta, debe formar parte del subconjunto eficiente.

Figura 1.1. Medidas de la eficiencia técnica

(a) Orientación al input



(b) Orientación al output



Fuente: Lovell (1993), p. 12.

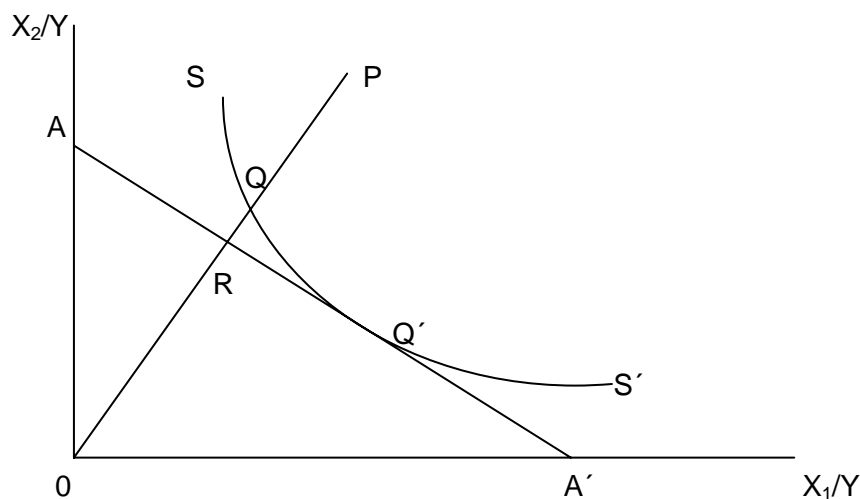
Así, en la Figura 1.1 pueden encontrarse productores eficientes según las dos definiciones (puntos C y D) e ineficientes (A y B). No obstante, si nos fijamos en las proyecciones sobre la frontera, la del punto A es eficiente según

los dos criterios, mientras que la de B sólo lo es según la medida de Debreu-Farrell, se sitúa sobre la isocuanta, pero no sobre el subconjunto eficiente.

El trabajo de Farrell (1957), además de definir el concepto de eficiencia técnica, desarrolló también un mecanismo basado en la utilización de ratios que permitía calcular índices de eficiencia para cada unidad, distinguiendo entre sus dos componentes: técnico y asignativo.

La explicación de su propuesta se apoya en el análisis gráfico representado en la Figura 1.2. El autor parte de una función de producción conocida que combina dos factores (X_1, X_2) para obtener un único producto (Y): $Y = f(X_1, X_2)$, asumiendo rendimientos constantes de escala⁵. Las cantidades mínimas de cada factor necesarias para producir una unidad de output se representan a través de una isocuanta unitaria (SS'), de manera que los puntos situados por encima son técnicamente ineficientes, pues en todos ellos existe un cierto despilfarro en el uso de los recursos productivos.

Figura 1.2. Eficiencia Técnica, Eficiencia Asignativa y Eficiencia global



La observación de la Figura 1.2 permite deducir que la unidad productiva P no es técnicamente eficiente en sentido de Farrell, ya que la isocuanta indica

⁵ Al asumir rendimientos constantes de escala la relación entre el output y los inputs no cambia cuando estos últimos crecen. Por tanto, $f(x_1 / y, x_2 / y) = 1$

que el output producido por P podría ser obtenido utilizando una cantidad inferior de inputs sin variar la combinación de los mismos, mientras que la unidad Q es técnicamente eficiente.

La ineficiencia técnica en la que incurre la unidad P puede definirse mediante el ratio OQ/OP , a partir del cual se obtiene una medida de la proporción en la que deben reducirse los inputs empleados por P (X_1^*, X_2^*) para convertirse en eficiente: $1 - OQ/OP$. La unidad Q, sin embargo, sí es eficiente pues se sitúa en la isocuanta ($OQ/OQ = 1$).

En cuanto a la obtención de una medida de la eficiencia asignativa, si se asume que los precios de los factores productivos son conocidos y están representados por la pendiente de puntos AA' (contiene las diferentes combinaciones lineales de inputs que pueden ser adquiridos con un determinado coste), la capacidad de la unidad P para utilizar sus inputs de manera óptima, teniendo en cuenta sus precios relativos, se define a través del ratio OR/OQ , siendo la ineficiencia asignativa $1 - OR/OQ$. La distancia RQ representa la reducción necesaria que debe producirse en los costes de producción para alcanzar el punto Q', en el que éstos son mínimos. Tanto Q como Q' son eficientes técnicamente por estar situados sobre la isocuanta, pero los costes de producción en Q' son inferiores, de modo que Q es ineficiente en sentido asignativo, mientras que Q' es eficiente en ambos sentidos (técnico y asignativo).

Finalmente, Farrell define una medida de eficiencia global (EG) como el producto de la eficiencia técnica (ET) y la eficiencia asignativa (EA):

$$EG (OR/OP) = ET (OQ/OP) \times EA (OR/OQ)$$

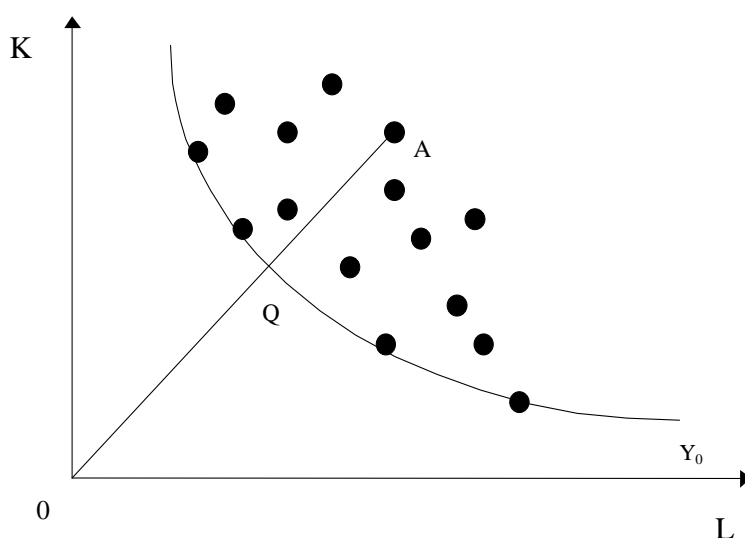
Todo el análisis desarrollado a partir de la figura anterior parte de la idea de que se conoce la función de producción, representada por medio de la isocuanta SS', la cual constituye el punto de referencia para el cálculo de las medidas de eficiencia. Sin embargo, existen muchas situaciones reales en las

que se desconocen cuáles son las relaciones técnicas existentes entre las variables, lo que complica la medición operativa de la eficiencia.

Este problema es considerado también por Farrell en su artículo original, en el que propone un método para estimar la isocuanta eficiente a partir de los datos de las entidades evaluadas. Esta estimación de lo que denomina una *función de producción empírica* ha tenido una extraordinaria repercusión en la literatura aplicada posterior sobre la medición de la eficiencia.

Para explicar esta propuesta nos apoyamos de nuevo en el análisis gráfico. En la Figura 1.3 se representan, mediante puntos, las combinaciones de dos inputs (trabajo y capital) utilizadas por diferentes unidades productivas para obtener una unidad de output.

Figura 1.3. La medición empírica del concepto de eficiencia



Farrell impone dos condiciones a la isocuanta que va a estimar: convexidad y que no tenga pendiente positiva en ningún punto. La primera, normalmente planteada en la teoría microeconómica, supone que si dos puntos se pueden alcanzar en la práctica, entonces también se podrá obtener cualquier otro que sea una combinación lineal de aquellos. La segunda, por su

parte, es necesaria para asegurar que el aumento de los factores utilizados no implicará nunca una reducción en la cantidad de producto⁶.

A partir de estas condiciones es fácil deducir que la isocuanta eficiente está representada por la curva Y_0 , es decir, por el conjunto de puntos más próximos al origen. Una vez determinada la isocuanta eficiente, el proceso empleado para medir la eficiencia de cualquier unidad productiva es el mismo que el que se expuso anteriormente. Es decir, se trata de comparar cada entidad que no pertenece a la frontera con otra entidad eficiente que utilice los factores productivos en la misma proporción (esto es, que se encuentre en el mismo radio vector desde el origen), que puede ser real o hipotética, gracias a la asunción del supuesto de convexidad.

Así, en la Figura 1.3, la eficiencia del punto A se mide comparando los factores que utiliza con los que usa la unidad ficticia Q. De este modo, la frontera eficiente que propone Farrell está constituida por las unidades productivas reales que utilizan las menores cantidades de factores productivos por unidad de output, en comparación con las demás, y por un conjunto de unidades hipotéticas que representan una media ponderada de los de las unidades reales que delimitan el tramo que las define⁷.

⁶ Este supuesto impide la existencia de posibles *áreas de congestión o saturación*, donde un aumento en un input supondría una disminución del output, a lo largo de la función de producción.

⁷ La esencia del método propuesto por Farrell radica precisamente en la construcción de esas unidades hipotéticas y no en la representación de la isocuanta.

1.3. METODOLOGÍAS PARA LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA

Los modelos de evaluación de la eficiencia pueden clasificarse en dos grandes grupos según consideren o no una función de producción tipo frontera. Mientras que los primeros (tipo frontera) estiman el *valor máximo* de output que puede alcanzarse en proporción a los inputs según las unidades más eficientes de la muestra; las segundas (tipo no frontera) calculan el *valor medio* del output que puede obtenerse dada la cantidad de inputs disponible.

De ellos, los que han encontrado una mayor aceptación entre la comunidad investigadora han sido los modelos tipo frontera, pues se adaptan mejor a la idea de comparar el comportamiento de unas unidades (ineficientes) con el de las que alcanzan la máxima producción (situadas en la frontera). Con el enfoque alternativo, la referencia se construye con la información proporcionada por todas las unidades que componen la muestra, incluyendo a aquellas que presentan unos peores resultados. Además, un estándar de actuación de tipo medio tiende a institucionalizar la ineficiencia y es inconsistente con la noción teórica de eficiencia que se refiere a un comportamiento maximizador (Ganley y Cubbin, 1992).

En nuestra investigación seguimos un modelo tipo frontera para medir la eficiencia. Con este propósito, a continuación se define el concepto de función frontera y se exponen las principales características de los distintos enfoques aplicables al cálculo de la misma.

El concepto de función de producción frontera se interpreta como la relación técnica que define el máximo nivel de output que se puede obtener dados unos inputs y una tecnología. Es decir, la función frontera representa el límite máximo de producción que sirve de referencia para el cálculo de la ineficiencia del resto de las unidades observadas. Sin embargo, como la frontera no es observable en la práctica, normalmente ésta se calcula a partir de las mejores prácticas observadas de entre todas las unidades evaluadas.

La estimación empírica de la frontera puede realizarse siguiendo diversas aproximaciones que, en general, suelen dividirse fundamentalmente en dos grandes grupos: aproximación paramétrica y no paramétrica⁸.

En términos generales, carece de sentido apostar por la superioridad de unas técnicas frente a otras, pues no existe ningún tipo de aproximación que resulte totalmente óptima para llevar a cabo la evaluación de un conjunto de unidades productivas. Por tanto, serán las propias características del sector analizado, así como las restricciones de información, las que determinen, en cada caso, cuál es la técnica de análisis más apropiada. A continuación se exponen las características fundamentales de cada uno de estos enfoques y, de acuerdo con la anterior observación, sus principales fortalezas y debilidades⁹.

1.3.1. Aproximación paramétrica

Los modelos paramétricos utilizan una forma funcional predeterminada con parámetros constantes para construir la función de producción que posteriormente estiman mediante técnicas econométricas, excepto en algunos casos particulares en los que se emplea la programación matemática, como ocurre en Aigner y Chu (1968).

La eficiencia se mide con respecto a esta función estimada, que será distinta según la forma funcional especificada *a priori*¹⁰. En principio, estos

⁸ A estos dos bloques de técnicas tradicionales se puede incorporar una tercera vía más novedosa que se sitúa a medio camino entre ambas: las Redes Neuronales Artificiales (RNAs). Estos modelos son estocásticos y no paramétricos, lo que les hace especialmente atractivos en aquellos casos en los que el proceso generador de datos es desconocido y/o existan posibles relaciones no lineales entre las variables, supuestos muy habituales en las relaciones económicas. En nuestro país, los trabajos de Santín (2003), en el ámbito educativo, y Delgado (2005), con una aplicación en el servicio de recogida de basuras, son dos buenos ejemplos que reflejan la utilidad de esta técnica en el ámbito público.

⁹ Para una excelente discusión de las ventajas e inconvenientes que plantean las técnicas paramétricas y no paramétricas así como las fronteras determinísticas y estocásticas puede acudir a Lovell (1993).

¹⁰ Las dos formas funcionales más habituales en los trabajos aplicados son la Cobb-Douglas y la Translog:

$$\text{Cobb-Douglas: } \ln y_i = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln x_i + \varepsilon$$

métodos admiten la posibilidad de que existan observaciones que se sitúen por encima de la frontera eficiente, algo que no admite el propio concepto de frontera. Por tanto, el principal problema que plantea el análisis empírico consiste en averiguar cuánto hay que desplazar hacia arriba la estimación media hasta alcanzar una frontera productiva.

En el modelo de mínimos cuadrados ordinarios corregidos la frontera se determina por la media de los comportamientos, que posteriormente puede elevarse por diferentes vías hacia los puntos extremos. Por el contrario, en los modelos que utilizan la optimización mediante funciones de verosimilitud se fuerza a que todos los errores sean positivos, lo que permite obtener directamente la frontera al realizar la estimación.

Dentro de los modelos que siguen esta aproximación paramétrica puede hacerse otra distinción en función de que tengan un carácter determinista o estocástico. Los primeros atribuyen toda la desviación de la frontera a la ineficiencia técnica, de modo que su función de producción puede definirse como $Y = f(x) - u$, donde u es una perturbación aleatoria que mide la distancia de cada unidad a la frontera de producción¹¹, a la que se impone una forma particular de su distribución¹².

Por su parte, las fronteras estocásticas consideran que las unidades evaluadas pueden verse afectadas por diversos factores al margen de la propia ineficiencia del productor, con lo que la función de producción pasa a tener la siguiente forma: $Y = f(x) + \varepsilon$; donde $\varepsilon = v - u$ ¹³. En este caso, el componente aleatorio v representa sucesos que no son controlables por la unidad, como la suerte o posibles errores de medida derivados de la no consideración de

$$\text{Translog: } \ln y = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{ni}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \beta_{mn} \ln(x_{mi}) \ln(x_{ni})$$

¹¹ El trabajo inicial de Farrell es un ejemplo claro de este enfoque.

¹² Los trabajos de Afriat (1972), Richmond (1974), Schmidt (1976) y Greene (1980) desarrollan estudios de estimaciones de frontera con estas características.

¹³ Para profundizar en el estudio de las fronteras estocásticas pueden consultarse los trabajos de Forsund *et al.* (1980), Battese (1992), Färe *et al.* (1994), Coelli *et al.* (1998) o Kumbhakar y Lovell (2000).

variables significativas en el modelo, mientras que u representa una medida de la ineficiencia¹⁴.

Las principales críticas que han recibido estos modelos se basan en que los resultados obtenidos están fuertemente condicionados por los supuestos que asume respecto a la forma funcional especificada y la distribución del error, sobre todo cuando únicamente se dispone de datos de corte transversal. Además, es una técnica que no puede utilizarse en un contexto multi-output, excepto en aquellos casos en los que sea posible la agregación de todos los outputs en uno solo, aunque con ello se incurra en una importante pérdida de información¹⁵.

Entre sus aspectos positivos destaca la incorporación al análisis de posibles factores explicativos de las desviaciones respecto a la frontera al margen de la propia ineficiencia de los productores, la posibilidad de realizar tests estadísticos previos que permitan conocer cuáles son las variables explicativas que deben ser incluidas en el modelo y la menor influencia de las unidades extremas, al utilizarse las medias de los mejores comportamientos como referencia para desplazar hacia arriba la frontera.

1.3.2. Aproximación no paramétrica

Los métodos no paramétricos no requieren la imposición de una forma determinada a la función de producción, siendo suficiente con la definición de un conjunto de propiedades formales que debe satisfacer el conjunto de posibilidades de producción. La flexibilidad que implica esta estructura supone

¹⁴ La forma funcional específica dependerá de los supuestos que se hagan sobre la distribución de v y u . Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y van den Broeck (1977) fueron los primeros que establecieron una especificación concreta para cada uno de ellos, al considerar que v sigue una distribución normal, mientras que u tiene una distribución seminormal. Para consultar las diferentes extensiones de esta propuesta puede acudir a Battese y Coelli (1995).

¹⁵ No obstante, los modelos paramétricos pueden ser acomodados a situaciones de múltiples outputs de diversas maneras, entre las que destaca la posibilidad de sustituir la frontera de producción por una función de distancia (Coelli y Perelman, 2001). Esta posibilidad será abordada con detalle en el capítulo cuarto.

una importante ventaja para aquellos procesos productivos cuya modelización a través de una forma funcional conocida resulte demasiado compleja.

Por contra, estos métodos presentan como limitación más significativa su carácter determinístico, esto es, que cualquier desviación de la frontera productiva se atribuye a un comportamiento ineficiente por parte de los productores, dificultando su aplicación en aquellos casos en los que se detecten errores de medida o existan puntos extremos (*outliers*). Además, su carácter no paramétrico hace que las variables incluidas en el análisis no posean propiedades estadísticas y que la contrastación de hipótesis resulte imposible¹⁶.

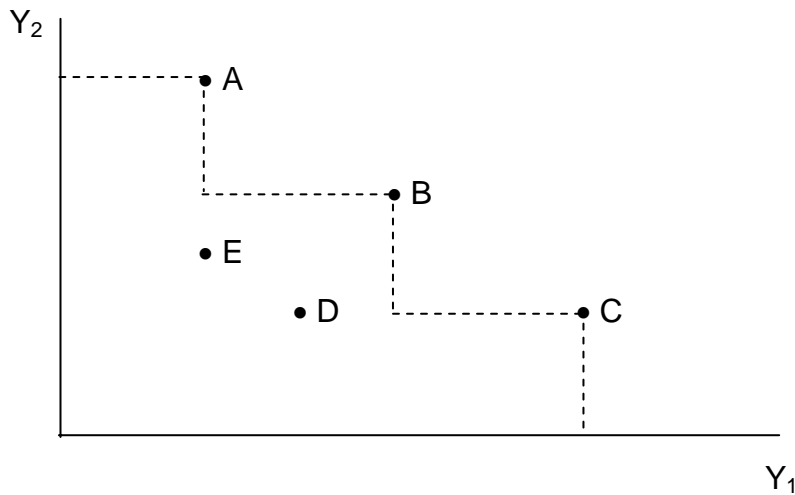
La técnica empleada para la estimación de la frontera a través de estos métodos es la programación matemática, siendo posible distinguir dos metodologías alternativas: el *Free Disposal Hull (FDH)* y el Análisis Envolvente de Datos o *Data Envelopment Analysis (DEA)*. Ambas asumen que existe libre disponibilidad de inputs y outputs y que todas las unidades reales consideradas en el estudio pueden formar parte del conjunto de referencia, pero se diferencian en uno de los supuestos asumidos en la estimación de la frontera de referencia: la convexidad.

Así, los modelos FDH, introducidos por Deprins *et al.* (1984) y desarrollados posteriormente por Tulkens *et al.* (1993), se fundamentan en asegurar que las evaluaciones de eficiencia deben basarse únicamente en las actuaciones de las unidades efectivamente observadas y no en la de unidades ficticias construidas a partir de combinaciones lineales entre unidades que se consideren eficientes, tal y como plantea Farrell (1957). Esta característica otorga a la representación gráfica de la frontera FDH una forma escalonada muy peculiar, como la que se muestra en la Figura 1.4. Por el contrario, en el DEA sí se incorporan a la construcción de la frontera estas combinaciones

¹⁶ Por tanto, las limitaciones de un enfoque coinciden con las fortalezas del otro y viceversa. Como señala Lovell (1993), "lo deseable sería convertir los modelos de programación lineal en estocásticos o hacer que los modelos econométricos fueran más flexibles en su estructura paramétrica".

lineales entre unidades eficientes, lo que otorga una forma convexa a la frontera de producción de referencia.

Figura 1.4. Representación gráfica del *Free Disposal Hull (FDH)*



Dado que el Análisis Envoltente de Datos es la técnica que sirve como base para el desarrollo de los modelos que se presentan en el capítulo posterior, además de ser el método que va a ser empleado en los análisis empíricos, se ha optado por dedicar un epígrafe específico dentro de este capítulo al análisis detallado de su formulación básica y algunas de sus principales extensiones.

1.4. EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA)

1.4.1. Descripción del modelo original

El DEA se da a conocer con la publicación del trabajo realizado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978)¹⁷, en el que se planteó una nueva vía para obtener estimaciones empíricas de relaciones extremas, como sucede con las funciones de producción (conjuntos de posibilidades de producción eficientes).

En el caso de la función de producción, el objetivo del DEA es obtener una envolvente que incluya a todas las unidades eficientes, junto con sus combinaciones lineales, quedando el resto de unidades (ineficientes) por debajo de la misma. Dicha envolvente se identifica con la figura de la frontera eficiente, de manera que la distancia de las unidades ineficientes a la envolvente proporciona una medida de su nivel de ineficiencia. En consecuencia, la medida de eficiencia obtenida mediante el DEA es relativa, puesto que a cada unidad se la compara con aquellas que operan con un valor similar de inputs y outputs, con el propósito de determinar su situación en la envolvente (si es eficiente) o identificar sus unidades de referencia de cara a una mejora posterior de sus resultados (en el caso de ser calificada como ineficiente).

A diferencia de los modelos paramétricos, con el DEA la construcción no se establece a priori basándose en la una función de producción ideal, sino que son los propios datos disponibles los que determinan la forma y la localización de la frontera productiva, lo que supone una aproximación a la verdadera frontera de eficiencia, cuya observación resulta imposible.

Desde el punto de vista de su formulación, el Análisis Envolvente de Datos plantea un problema de programación matemática para cada unidad observada o DMU¹⁸, cuya resolución permite asignarle un índice de eficiencia.

¹⁷ Este modelo es conocido en la literatura por las iniciales de sus autores como Modelo CCR.

¹⁸ Este término es la abreviatura de "*Decision Making Unit*" empleada por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) para referirse a los productores evaluados.

La formulación estándar de este programa puede adoptar varias formas en función de que se opte por una orientación de minimización de inputs o la maximización de outputs, se presente como un programa fraccional, lineal o dual. Sin embargo, todas ellas comparten el mismo enfoque: la eficiencia de cada unidad depende de la capacidad de cada productor para mejorar sus resultados o reducir el consumo de recursos, estando sujeto a unas restricciones que reflejan la actividad del resto de productores.

La manera más intuitiva de aproximarse a la idea que subyace en esta técnica es a través de su programa fraccional, en el que se plantea un problema de maximización o minimización (según la orientación) de un ratio de productividad total para cada unidad evaluada¹⁹:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & h_0(u, v) = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{s.a.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \\ & v_i, u_r \geq 0 \\ & j = 1, \dots, n \quad r = 1, \dots, s \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

donde h_0 es la medida de la eficiencia de la unidad 0, y_{r0} es la cantidad de output r producido por la unidad evaluada; x_{i0} es la cantidad de input i consumido por la unidad evaluada; y_{rj}, x_{ij} son los outputs e inputs de la unidad j y $v_i, u_r \geq 0$ son los pesos variables o ponderaciones virtuales determinados por la solución del problema.

¹⁹ Con el propósito de no complicar en exceso la explicación del modelo DEA hemos optado por presentar únicamente la formulación orientada a la maximización del output, basándonos en que es la orientación que se emplea posteriormente en el estudio empírico. La formulación orientada al input, análoga a la que aquí se expone, se puede consultar en cualquiera de los manuales desarrollados sobre la metodología DEA, como por ejemplo Charnes *et al.* (1994), Emrouznejad, A. (1995) o Cooper *et al.* (2000).

La utilización de esta formulación deja claro que el DEA es una extensión del análisis de ratios output-input (Boussofiane, Dyson y Thanassoulis, 1991). El objetivo perseguido es pasar de una situación de múltiples inputs y outputs a otra con un único input y un único output “virtuales”, mediante la asignación de las ponderaciones más favorables a las diferentes variables, las cuales varían para cada unidad. La eficiencia de cada productor viene dada por el máximo ratio posible entre inputs y outputs ponderados, sujeto a unas restricciones que reflejan la actividad del resto de productores. Dichas restricciones exigen que la relación entre el output virtual y el input virtual estimado para cada unidad ha de ser menor o igual a uno.

La resolución del programa permite obtener las correspondientes ponderaciones, de forma que los pesos resultantes proporcionen el mayor índice de eficiencia posible para cada productor evaluado. Un valor unitario implica que la producción observada y potencial coinciden, es decir, el productor es eficiente. Si el índice es menor que uno, la unidad evaluada será ineficiente, ya que existen otras unidades en la muestra (las que forman el grupo de referencia en la comparación) que muestran un mejor comportamiento.

Este programa fraccional puede transformarse fácilmente en un programa lineal para facilitar su resolución. Para ello, basta con maximizar el numerador de la función objetivo manteniendo constante el denominador:

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \\
 & v_i, u_r \geq 0 \\
 & j = 1, \dots, n \quad r = 1, \dots, s \quad i = 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

El programa lineal selecciona las ponderaciones que maximizan el output virtual de la unidad (u_r, y_{r0}) , condicionadas a que su input virtual (v_i, x_{i0}) sea igual a la unidad, así como que la aplicación de dichas ponderaciones al resto de unidades de decisión no permita que su output virtual exceda del input virtual. La unidad será eficiente si su output virtual es unitario.

No obstante, en la práctica, el cálculo de los índices de eficiencia resulta más sencillo si se utiliza la forma dual de este programa, a través de la cual se construye una aproximación lineal por tramos a la verdadera frontera de producción²⁰. La formulación dual es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \theta_0 \\
 & \text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \theta y_{r0} \\
 & \quad \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \\
 & \quad \quad \lambda_j \geq 0 \\
 & \quad \quad j = 1, \dots, n \quad r = 1, \dots, s \quad i = 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

En este caso, si $\theta=1$, la unidad evaluada se considerada eficiente, pues no existe otra que produzca más o que consiga el mismo nivel de producción con menores recursos que ella.

Al margen de ofrecer un índice que refleja el porcentaje de incremento de outputs (o reducción de inputs) necesario para que una unidad sea eficiente, el DEA también permite detectar posibles reducciones adicionales en los inputs o incrementos potenciales en los outputs mediante la incorporación al modelo dual de las denominadas variables de holgura o *slacks*²¹, que reflejan las

²⁰ Esta preferencia por el modelo dual se explica por el importante esfuerzo computacional que requiere la resolución del modelo de programación lineal (Cooper, Seiford y Tone, 2000).

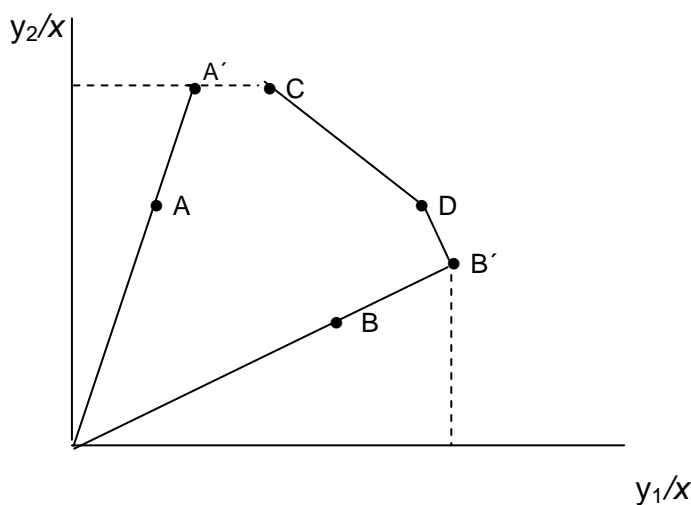
²¹ En la literatura pueden encontrarse trabajos en los que se utiliza una denominación distinta para referirse a las holguras de los inputs (slacks) y los incrementos potenciales en los outputs (surplus) (Fried *et al*, 1999 y 2002). Sin embargo, en la mayor parte de los trabajos el término slack se utiliza indistintamente para referirse a las holguras de los inputs y los outputs, criterio por el que también se ha optado en esta investigación.

diferencias entre las dos medidas alternativas de eficiencia explicadas con anterioridad (Koopmans y Debreu-Farrell).

Concretamente, para los inputs estas holguras representan la cantidad que se podría ahorrar cada productor en la utilización de los mismos en el caso de ser eficiente, mientras que, para los outputs se identifican con cuánto podría incrementar la producción si alcanzara un comportamiento eficiente.

La Figura 1.5 nos permite ilustrar esta definición. En ella se muestran los resultados obtenidos por cuatro unidades que utilizan un input para producir dos outputs. A y B representan las unidades ineficientes, mientras que C y D son eficientes y conforman la frontera, de modo que la ineficiencia de las dos primeras puede calcularse mediante los cocientes OA'/OA y OB'/OB respectivamente. Sin embargo, en el caso de A, su proyección no encuentra la frontera interpolada entre C y D, sino el punto A' , el cual no puede definirse como auténticamente eficiente ya que es posible incrementar la producción del output y_2 en la cantidad $A'C$. La diferencia entre estos dos puntos (el que se sitúa sobre la extensión de la frontera y el punto extremo que pertenece a la misma) es el *slack* asociado con el output y_2 (Tofallis, 2001).

Figura 1.5. Medida de eficiencia y slacks en los outputs



Estas variables de holgura se pueden incluir en el DEA a través de las siguientes expresiones:

$$s_i^- = x_{i0} - \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \right) \quad s_r^+ = \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \right) - \theta y_{r0}$$

donde s_i^- refleja el exceso de input i y s_r^+ la carencia del output r . De este modo, el modelo dual de maximización del output adopta la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \theta + \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = \theta y_{r0} \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0; \quad s_r^+ \geq 0; \quad s_i^- \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

en el que θ_0 es el índice de eficiencia, λ_i son las ponderaciones y s_i^- y s_r^+ son las variables de holgura de los inputs y outputs, respectivamente. En este caso, un productor es relativamente eficiente si y sólo si su índice de eficiencia es igual a la unidad y además todos los *slacks* son nulos.

Con esta formulación del programa, además de asignar un índice de eficiencia a cada unidad, se obtiene un valor que refleja la ineficiencia del productor (radial y no radial) en el uso de cada input o en la consecución de cada output, la cual puede deberse a diversos factores. Esta información es mucho más rica que la que ofrece el índice de eficiencia y puede ser de gran utilidad a la hora de identificar el origen de posibles ineficiencias por parte del productor, tal y como se pone de manifiesto en el capítulo segundo.

1.4.2. Algunas extensiones del modelo

El modelo DEA planteado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), pese a su enorme utilidad, representa sólo el punto de partida en el desarrollo de esta técnica, cuya aplicación ha experimentado un crecimiento exponencial en las dos últimas décadas²². Fruto de este desarrollo, pueden encontrarse en la literatura diversos trabajos que plantean ampliaciones del modelo original.

La mayor parte de estas extensiones han sido diseñadas para superar las principales limitaciones que caracterizan a esta metodología, permitiendo así adaptar mejor la técnica a la realidad estudiada y con ello conseguir una mayor precisión en la medida de la eficiencia.

Es obvio que la realización de un análisis exhaustivo de todas ellas está fuera del alcance de esta investigación. Sin embargo consideramos que la revisión de algunas de estas propuestas resulta de interés para aproximarnos a la obtención de una medida apropiada del nivel de eficiencia de un conjunto de unidades productivas en el contexto específico en el se desarrolla la aplicación empírica de esta tesis doctoral (educación no universitaria).

En consecuencia, a continuación se presenta un repaso selectivo e interesado de algunas de las extensiones que pueden encontrarse en la literatura en relación a las siguientes cuestiones:

- a) Tipos de rendimientos de escala en la tecnología de producción.
- b) Especificación del modelo y problemas de medición
- c) Homogeneidad entre las unidades evaluadas

²² Véase Seiford (1997) para una excelente revisión de la bibliografía sobre DEA en los últimos veinte años.

1.4.2.1. Rendimientos de escala en la tecnología de producción

El modelo DEA explicado incorpora implícitamente un supuesto muy restrictivo sobre la tecnología de producción, la existencia de rendimientos constantes de escala. Es decir, se asume que cualquier incremento en los inputs utilizados se traduce en un aumento proporcional equivalente de los outputs, con lo que se excluye la posibilidad de que exista ineficiencia por razones de escala, atribuyéndose cualquier toda desviación de la frontera a una gestión ineficiente.

Este supuesto fue relajado por Banker, Charnes y Cooper (1984)²³ con la inclusión de una nueva restricción en el programa que permite rendimientos variables de escala en la producción:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

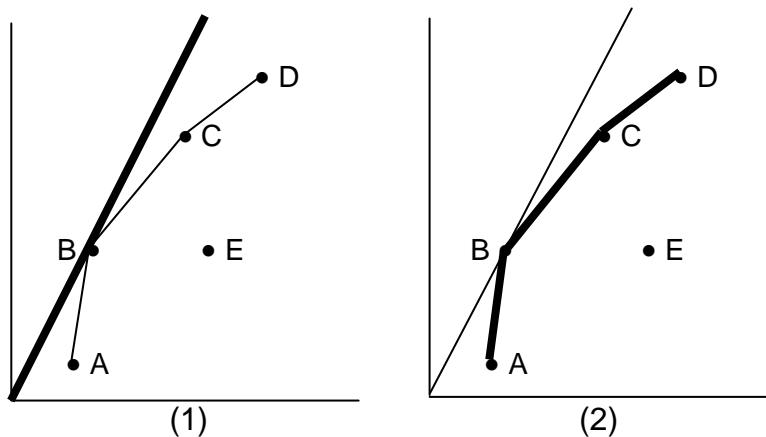
Con esta restricción adicional, las unidades ineficientes son comparadas únicamente con otras que operan en la misma escala. De esta forma se dota de mayor flexibilidad a la técnica, al facilitar la realización del análisis en aquellos casos (muy comunes) en los que no todas las unidades evaluadas operan en una escala similar.

A través del análisis gráfico puede apreciarse el efecto de esta modificación del programa original en la construcción de la frontera eficiente. En la Figura 1.6 se representa el caso más sencillo, un proceso productivo en el que se utiliza un solo input para producir un solo output. En ella se puede comprobar que la envolvente construida con el modelo CCR (1) se representa mediante un radio vector que, partiendo del origen, pasa por la única unidad considerada eficiente con rendimientos constantes de escala (B), la de mayor ratio output/input, situándose por debajo el resto de unidades (A, C, D y E), que en este caso serían calificadas como ineficientes. Por el contrario, si se

²³ Este modelo también se conoce en la literatura a través de las iniciales de sus autores: BCC.

asumen rendimientos variables de escala (2), la frontera se construye mediante combinaciones lineales convexas de las unidades que se consideran mejor práctica, independientemente de que éstos presenten rendimientos constantes, decrecientes o crecientes de escala. De esta forma, se obtiene una nueva frontera lineal por tramos formada por los puntos A, B, C y D, donde sólo B se sitúa en la escala óptima, mientras que C y D se sitúan en una escala superior y A en una inferior. La unidad E vuelve a ser ineficiente.

Figura 1.6. Envoltentes con distintos rendimientos de escala



(*) Elaborado a partir de Zhu (2003)

La obtención de esta nueva medida de eficiencia lleva a plantearse cuál es la relación que existe entre ella y la ofrecida por el modelo original. Esta cuestión fue abordada por Grosskopf (1986), que, basándose en el hecho de que el espacio de producción del modelo CCR es más restrictivo, demuestra que los índices de eficiencia obtenidos con el modelo BCC siempre son iguales o mayores que los del modelo original, de modo que todas las unidades consideradas eficientes en el modelo CCR también lo son en el modelo BCC, pero no al revés. En la práctica este fenómeno se traduce en un incremento de los índices de eficiencia proporcionados por el modelo BCC con respecto al CCR.

La elección entre ambos dependerá del contexto y los objetivos del análisis. En la evaluación de unidades gestoras de recursos suele ser más habitual la utilización del modelo BCC, pues la heterogeneidad que caracteriza

a estos productores suele conducir a considerar diferentes escalas de producción.

Hollingsworth y Smith (2003), por su parte, analizaron la restricción que imponen los datos al tipo de rendimientos de modo que si se utilizan ratios en los inputs y/o en los outputs debe emplearse el modelo BCC ya que en caso contrario los resultados obtenidos serían incorrectos. Esta afirmación se sustenta en el siguiente análisis técnico.

Supóngase un output en forma de ratio; $y_{rj} = s_{rj} / p_{rj}$, de modo que la combinación de los ratios para el conjunto de unidades de una muestra se obtiene mediante el cálculo de la media ponderada:

$$y_r^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_j s_{rj}}{\sum_{j=1}^n w_j p_{rj}}$$

donde w_j son las ponderaciones para calcular la media aplicadas sobre el numerador y el denominador. Por su parte, cuando el DEA combina los ratios de las unidades para establecer las restricciones se crea el siguiente ratio:

$$y_r^d = \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{s_{rj}}{p_{rj}}$$

Para que y_r^* e y_r^d sean equivalentes los coeficientes de s_{rj} en cada uno de los ratios deben ser iguales: $\frac{w_j}{\sum_{j=1}^n w_j p_{rj}} = \frac{\lambda_j}{p_{rj}}$, lo que requiere $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ (BCC).

1.4.2.2. Especificación del modelo y problemas de medición

Las estimaciones obtenidas con el DEA tienen, como dijimos, un carácter determinista, lo que hace que sean muy sensibles a los errores de medida (Sexton *et al.*, 1986) y a la especificación del modelo.

El primero de estos problemas ha dado lugar al desarrollo de un modelo DEA estocástico que permita estimar indicadores de eficiencia más estables, eliminando, en la medida de lo posible, los efectos de las perturbaciones aleatorias (Sengupta, 1987; Land, Lovell y Thore, 1988; Olesen y Petersen, 1995). No obstante, las aplicaciones empíricas realizadas con este modelo hasta el momento son escasas pues su correcta implementación requiere una gran cantidad de datos²⁴.

En lo relativo a la especificación del modelo, la inexistencia de una forma funcional específica convierte a la selección de las variables incluidas en el programa en la decisión más trascendental del proceso. A diferencia de los modelos econométricos, en el DEA no se dispone de un test previo como el R^2 o la F, con lo que el investigador no sabe con certeza si los resultados obtenidos son robustos o se deben exclusivamente a la selección de las variables utilizadas²⁵. Además, el carácter no paramétrico de la técnica sólo permite obtener índices puntuales de eficiencia de las unidades productivas, haciendo imposible determinar la precisión de las estimaciones mediante la contrastación de hipótesis o la inferencia²⁶ (González y Miles, 2002).

Este fenómeno se debe a que inicialmente no existían herramientas para el diagnóstico y la inferencia similares a las que existen en las aproximaciones paramétricas. Sin embargo, recientemente se han desarrollado diferentes propuestas metodológicas para tratar de dotar a estos modelos de un soporte

²⁴ Los trabajos realizados por Fethi, Jackson y Weyman-Jones (2001a y 2001b) en el ámbito de las compañías aéreas y la banca, respectivamente, son dos de las escasas aplicaciones empíricas que emplean esta metodología.

²⁵ Este problema se hace aún más grave en los casos en los que la muestra es de tamaño reducido (Nunamaker, 1985).

²⁶ La importancia de este fenómeno es especialmente significativa en aquellos casos en los que se sabe *a priori* que existen variables que afectan a los resultados del proceso que no han sido incluidas en la evaluación.

estadístico adecuado²⁷. En este sentido, la alternativa más atractiva consiste en utilizar una aproximación empírica para estimar las distribuciones de los estadísticos poblacionales a través de métodos de remuestreo, entre los que el *bootstrap* suele ser la alternativa más común.

Dado que una de los aspectos más novedosos de esta investigación consiste en el análisis de las posibles mejoras que pueden conseguirse con la utilización del *bootstrap* en la estimación de los índices de eficiencia, a continuación se exponen algunas ideas básicas sobre este método.

El *bootstrap* tiene su origen en el trabajo pionero de Efron (1979) y se caracteriza por ser un método basado en cálculos intensivos destinados a obtener medidas de la precisión de las estimaciones²⁸. Se diferencia del enfoque tradicional paramétrico en que emplea un gran número de cálculos repetitivos para estimar la forma de la distribución muestral de los estadísticos en lugar de aceptar fuertes asunciones sobre dicha distribución²⁹. De esta manera resulta posible hacer inferencias en aquellos casos en los que tales asunciones son difíciles de sostener³⁰.

La base del *bootstrap* descansa en la analogía existente entre la muestra disponible y la población de la cual es extraída la muestra (Figura 1.7). Concretamente, la idea que subyace en el planteamiento de este método es que resulta razonable extraer conclusiones sobre las características de una población tomando como referencia la muestra disponible. De este modo, el *bootstrap* permite estimar la distribución muestral de un conjunto de variables que forman parte de una muestra aleatoria $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ representativa de una población con una distribución desconocida F , a partir de los datos

²⁷ En Grosskopf (1996) puede consultarse una recopilación de los primeros intentos realizados con este propósito hasta entonces.

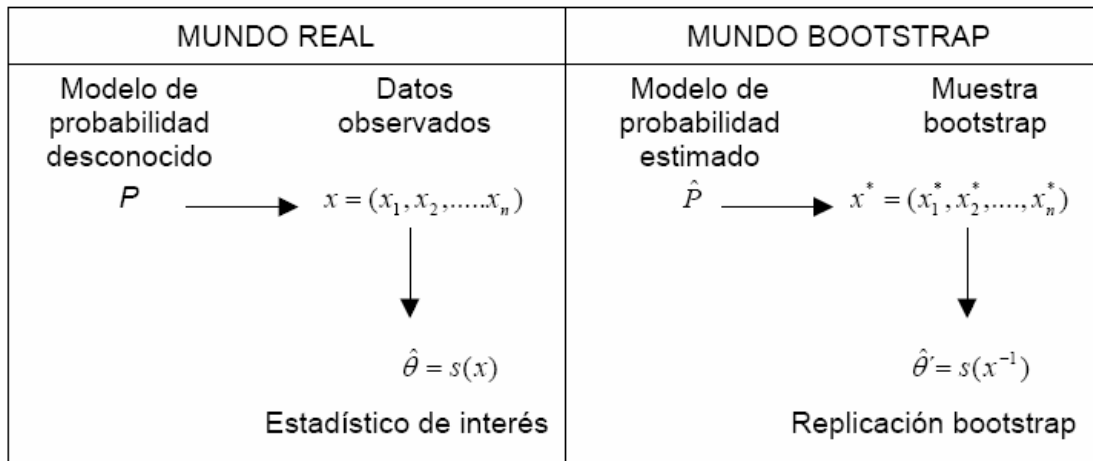
²⁸ El significado del término *bootstrap* procede de la frase “*to pull oneself up by one’s bootstrap*”, que puede traducirse como “seguir adelante sin ayuda” (Efron y Tibshirani, 1993, p. 5).

²⁹ Uno de los motivos que explican que el desarrollo de estos métodos sea relativamente reciente es que requiere el uso de un ordenador para poder realizar los múltiples cálculos necesarios.

³⁰ El *bootstrap* no debe entenderse como un estadístico *per se*, sino más bien como una aproximación al uso de la estadística para hacer inferencias sobre los parámetros poblacionales.

observados que componen una muestra $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, de los que se pueden extraer tantas muestras representativas de la población como se desee a través del reemplazamiento de los valores observados en la muestra original.

Figura 1.7. Diagrama explicativo de la estimación *bootstrap*



Fuente: Efron y Tibshirani (1993), p. 91.

Las utilidades del *bootstrap* son muy diversas. En principio su ámbito de aplicación se limitaba al campo estadístico y econométrico, pues permitía superar diversos problemas asociados con la estimación de regresiones, tales como el cálculo de la varianza muestral, los errores estándar o los intervalos de confianza³¹. Sin embargo, en la última década su uso se ha extendido a otros más complejos como la estimación de fronteras a través de técnicas no paramétricas³².

El algoritmo *bootstrap* más sencillo que puede plantearse (conocido habitualmente en la literatura como “*naive bootstrap*”) está compuesto por los siguientes pasos (Efron, 1979):

1. Se construye la distribución de probabilidad de la muestra (\hat{F}) asignando una probabilidad $1/n$ a cada observación: x_1, x_2, \dots, x_n .

³¹ Para profundizar sobre estas cuestiones puede consultarse el manual sobre *bootstrap* elaborado por Efron y Tibshirani (1993).

³² Una muestra de la relevancia que ha tomado el uso de estas técnicas es el creciente número de publicaciones relacionadas con el *bootstrap* que han aparecido en la última década en las revistas más prestigiosas a nivel mundial en el ámbito de la investigación operativa.

2. A partir de la distribución (\hat{F}) se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño n con reposición.
3. Se calcula el estadístico de interés (\hat{X}) a partir de esa remuestra.
4. Se repiten los pasos 2 y 3 R veces, siendo R un número suficientemente elevado (si el objetivo es calcular el error estándar del estadístico debe repetirse entre 50 y 200 veces, mientras que si se pretenden estimar intervalos de confianza el número de repeticiones ha de ser como mínimo 1000).
5. Se calcula una distribución de probabilidad a partir de los estadísticos asignando una probabilidad $1/R$ a cada uno. La distribución muestral calculada puede emplearse para hacer inferencias sobre X .
6. El estimador *bootstrap* se define como la media de los valores del estadístico calculados en las R remuestras *bootstrap*: $\hat{X}^* = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R X_r^*$

En todo caso, esta formulación no resulta válida si lo que se pretende estimar es una función de tipo frontera ya que esta estructura no permite calcular las medidas radiales de ineficiencia definidas por Farrell. Además, en esta situación no se puede asumir una distribución de probabilidad como la que se propone en el primer paso de este algoritmo porque los valores de los índices estimados están truncados en el valor unitario³³. Por tanto, se hace necesaria la introducción de algunas modificaciones en el *bootstrap* tradicional para evitar problemas de inconsistencia en las estimaciones.

El trabajo de Simar (1992) fue el primero que se planteó esta cuestión, proponiendo un mecanismo que permitía estimar los intervalos de confianza de los índices de eficiencia, aunque en su aplicación se utilizaba el FDH en lugar del DEA³⁴. Posteriormente, surgieron otros trabajos que abordaron cuestiones específicas dentro de este contexto³⁵, hasta que Simar y Wilson (1998; 2000a)

³³ Para profundizar sobre esta cuestión puede consultarse Simar y Wilson (1998; 2000b).

³⁴ En realidad, el trabajo de Simar (1992) planteaba la posible aplicación del *bootstrap* en la estimación de fronteras tanto con técnicas paramétricas como no paramétricas e incluso con modelos semiparamétricos, utilizando en todos los casos datos de panel.

³⁵ Así, Hall, Härdle y Simar (1995) plantearon un *bootstrap* iterativo para incrementar la precisión de los intervalos de confianza en el contexto de la estimación de fronteras con datos

desarrollaron un mecanismo específico para generar distribuciones empíricas de los índices de eficiencia obtenidos mediante métodos de frontera no paramétricos.

Estos autores hacen hincapié en la necesidad de definir un modelo estadístico específico o Proceso Generador de Datos (PGD) que se ajuste a las características del proceso de medición de la eficiencia en el que se emplee como referencia una frontera formada por las mejores prácticas observadas para poder garantizar que los estimadores *bootstrap* obtenidos sean válidos. Con este propósito, plantean un nuevo algoritmo compuesto por los siguientes pasos³⁶:

1. Se calcula el índice de eficiencia ($\hat{\theta}_i$) para cada una de las unidades mediante DEA.
2. A partir de la distribución (\hat{F}) se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño n con reposición: $(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*)$.
3. Se genera una pseudo muestra $X^* = \{x_i^*, y_i\}$, corrigiendo los valores de los outputs³⁷ mediante la siguiente expresión: $y_i^* = \frac{\hat{\theta}_i^*}{\theta_i^*} y_i$
4. Se vuelven a calcular las estimaciones de los índices de eficiencia utilizando los nuevos valores ajustados de los inputs .

de panel; Atkinson y Wilson (1995) propusieron una metodología para construir intervalos de confianza en muestras de reducido tamaño y Ferrier y Hirschberg (1997) plantearon un método que permitía calcular el sesgo en el que incurren los índices de eficiencia obtenidos con DEA.

³⁶ Este nuevo diseño está basado en la utilización de la técnica de reflexión propuesta por Silverman (1986) combinada con el método de estimación no paramétrica empleado por Färe y Whittaker (1995). La descripción detallada y exhaustiva de ambos mecanismos, además de resultar compleja, excede el objetivo de esta investigación, de modo que se ha optado por no incluirla para no complicar en exceso la exposición. No obstante, tanto el diseño del PGD como el procedimiento empleado para la obtención de los estimadores *bootstrap* puede consultarse en los artículos originales de estos autores.

³⁷ Si se emplea una orientación de minimización de inputs los valores que deben corregirse son los de los inputs, para lo cual se utilizaría una expresión análoga:

$$x_i^* = \frac{\hat{\theta}_i^*}{\theta_i^*} x_i$$

5. Se repiten los pasos 2, 3 y 4 B veces, siendo B un número suficientemente elevado. De esta forma se obtienen B diferentes estadísticos *bootstrap* de los índices de eficiencia.
6. Se calcula una distribución de probabilidad a partir de los estadísticos asignando una probabilidad $1/B$ a cada uno, a partir de la cual pueden calcularse los intervalos de confianza y el valor medio de los estimadores *bootstrap*:
$$\bar{\hat{\theta}}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^*$$

La utilidad de este algoritmo para obtener unos estimadores insesgados y consistentes de los índices de eficiencia ha sido probada por estos autores mediante la realización de diferentes estudios de Monte-Carlo. De hecho, incluso puede encontrarse en el mercado algún *software* específico sobre DEA que ha incorporado la posibilidad de calcular intervalos de confianza para los índices mediante esta metodología³⁸.

No obstante, la utilidad del método *bootstrap* para mejorar la precisión de las estimaciones obtenidas mediante el DEA no se limita a los modelos más básicos (CCR o BCC), sino que también se ha extendido su uso a otros modelos más complejos, como se podrá comprobar en el capítulo siguiente.

1.4.2.3. Homogeneidad entre las unidades evaluadas

Uno de los requisitos que establece el DEA para su correcta implementación es que las unidades comparadas sean homogéneas, lo que implica que no puedan existir grandes disparidades en términos de inputs empleados y outputs producidos, así como que todas ellas actúen en circunstancias similares. En caso contrario, una evaluación negativa de alguna de ellas podría depender de factores fuera de su alcance.

Esta situación daría lugar a una contradicción. Una correcta evaluación requeriría la inclusión de estos factores en el análisis pero, por otro lado, no

³⁸ Por ejemplo “DEA ANALYST”, desarrollado por *Analistas Económicos de Andalucía*.

tendría sentido establecer, por ejemplo, un objetivo sobre el porcentaje de reducción en el consumo de un input que la unidad tendría que alcanzar para ser eficiente, si dicho input estuviera al margen de su control.

Como no se trata de una cuestión menor, uno de los principales objetivos de este trabajo de investigación es el análisis de las diferentes ampliaciones del modelo básico que se han planteado en la literatura con el propósito de incorporar las variables exógenas al análisis de eficiencia mediante DEA, al que se dedica el capítulo siguiente.

1.5. LA UTILIZACIÓN DEL DEA PARA LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO

El uso óptimo de los recursos disponibles es una guía incuestionable en la conducta de cualquier empresa o entidad que persiga un beneficio o superávit. En el sector público los objetivos perseguidos son diferentes, sustituyéndose la anterior referencia por la exigencia constitucional de una actuación con racionalidad económica en el uso de los recursos (artículo 31.2)³⁹.

La evaluación de la eficiencia con la que actúan las unidades públicas resulta mucho más compleja que la de los agentes privados debido a una serie de peculiaridades que caracterizan a la actividad pública, las siguientes tal vez sean las principales:

- Los objetivos públicos son complejos, múltiples y contradictorios.
- Existe una estrecha relación entre la gestión de la producción y las decisiones políticas.

³⁹ Concretamente el artículo 31.2 de la Constitución Española señala que: “*El gasto público realizará una asignación equitativa de los recursos públicos y su programación y ejecución responderán a los criterios de eficiencia y economía*”.

- La medición de los resultados obtenidos es difícil cuando no imposible, lo que convierte en una práctica habitual el uso de outputs intermedios para tratar de aproximarse al verdadero output público.
- Los bienes y servicios que produce el sector público se valoran generalmente sólo por sus costes, ya que la actuación pública se caracteriza por la ausencia o bien escasa presencia del mercado
- La utilización de precios de mercado no resulta apropiada. Aunque teóricamente el precio de un mercado competitivo debe aproximarse al coste marginal del bien y éste reflejar su valoración social, en la práctica existen notables divergencias con respecto a este principio⁴⁰.
- La ausencia de competencia o, más concretamente, de bases de comparación adecuadas, otorga un carácter de incertidumbre a las relaciones entre inputs y outputs (tecnología de producción).

La técnica empleada para medir la eficiencia debe adaptarse a estas peculiaridades de la oferta pública, fundamentalmente al carácter multidimensional del output y al habitual desconocimiento de la tecnología de producción, lo que aconseja la utilización de aproximaciones flexibles en su formulación y que no impongan supuestos demasiado restrictivos sobre la frontera de producción. En este sentido, el DEA se presenta como una opción que se ajusta bastante bien a estos criterios por diversos motivos.

En primer lugar, permite incorporar fácilmente más de un output a la evaluación de la eficiencia, en contraste con las técnicas econométricas en las que esta posibilidad resulta mucho más compleja. Además, el mecanismo que plantea para asignar internamente las ponderaciones a las diferentes unidades se adapta perfectamente a un contexto en el que no se dispone de información acerca de los precios de los factores productivos y los resultados del proceso.

⁴⁰ Ejemplos de estas divergencias son los efectos externos, los monopolios, etc.

En segundo lugar, una de las ventajas del DEA es que no impone a priori ninguna forma funcional en la tecnología de producción, sino que son los propios datos disponibles los que determinan la forma y la localización de la frontera productiva. Esta cualidad resulta enormemente útil cuando se pretende evaluar el comportamiento de un conjunto de unidades productivas públicas, en las que las relaciones funcionales subyacentes son difíciles de especificar (Bowlin, 1986). Un claro ejemplo de esta dificultad lo constituye la construcción de una función de producción en el sector educativo, tal y como pone de manifiesto en el capítulo tercero de esta investigación.

Otro aspecto positivo del DEA es su respeto a la heterogeneidad en la conducta de las diferentes unidades productivas, siempre que exista un cierto grado de homogeneidad entre ellas que garantice la validez de los resultados de la evaluación. El hecho de que la medida obtenida no dependa de ningún estándar teórico de producción garantiza que el índice asignado a un productor es el resultante de un proceso de optimización individualizada para cada unidad.

Además de estas ventajas compartidas con el resto de modelos no paramétricos, el DEA ofrece un gran volumen de información sobre cada una de las unidades analizadas, lo que puede resultar de gran utilidad desde la perspectiva de la gestión. Esta riqueza informativa está representada por los propios índices individualizados de eficiencia, las ponderaciones asignadas a los inputs y outputs, los grupos de referencia con los que se comparan las unidades y los objetivos de consumo y producción para las unidades ineficientes (Pedraja y Salinas, 1994).

Asimismo, el DEA ha experimentado un gran desarrollo en las dos últimas décadas, ofreciendo diferentes alternativas para incorporar a la evaluación el efecto de factores que están fuera del control de las propias unidades, lo que la convierte en una técnica muy recomendable para la correcta evaluación de los productores en contextos en los que la influencia de este tipo de variables es relevante. Esta situación es común en las actividades públicas, donde hay sectores en los que su efecto sobre los resultados puede

ser incluso mayor que el producido por aquellas controladas por las unidades como es el caso de la educación no universitaria⁴¹.

Como no podía ser de otra forma, la técnica también cuenta con debilidades que ya fueron puestas de manifiesto con anterioridad, como las derivadas de su carácter determinista y no paramétrico. En ese contexto interesa destacar dos cuestiones de especial relevancia para unidades que desarrollan su actividad en sectores complejos del ámbito público.

La primera es que las medidas de eficiencia obtenidas con el DEA dependen en parte de la relación existente entre el número de observaciones y variables incluidas en el modelo, de manera que, a medida que aumenta el número total de variables consideradas (inputs + outputs) respecto el tamaño de la muestra, la capacidad del DEA para discriminar entre las unidades disminuye significativamente. Es decir, se incrementa la probabilidad que una unidad encuentre algún conjunto de ponderaciones de outputs e inputs que la haga aparecer como eficiente (Yunos y Hawdon, 1997). Por tanto, muchas unidades pueden ser consideradas eficientes no porque dominen a otras, sino simplemente porque no existe otra unidad o combinación de unidades con la que puedan ser comparadas, lo que puede conducir a una escasa fiabilidad de los resultados.

El criterio propuesto por Banker *et al.* (1989), de que el número de observaciones analizadas sea mayor al número total de variables multiplicado por tres, aún careciendo de justificación teórica, ha sido utilizado en multitud de estudios aplicados y suele considerarse como un criterio válido para “garantizar” la fiabilidad de los resultados obtenidos⁴².

La segunda cuestión está también relacionada con la flexibilidad del DEA. Lo que constituye una de las principales ventajas de la técnica, puede

⁴¹ Cuestión que trataremos con detalle en el capítulo tercero.

⁴² Aunque este criterio goza de un elevado nivel de aceptación, Pedraja *et al.* (1999) muestran cómo la fiabilidad de los resultados proporcionados por el DEA no depende únicamente del número de observaciones y variables incluidos en el análisis, sino también de la distribución de las eficiencias reales, del nivel de correlación existente entre los inputs y los outputs y de los objetivos perseguidos por el análisis.

acabar convirtiéndose en uno de sus principales defectos. Una libertad absoluta en la asignación de las ponderaciones puede hacer que se asignen valores nulos a factores que se consideren relevantes en el proceso y con ello que factores de menor importancia sean determinantes para estimar el comportamiento de las unidades⁴³.

Un modo de evitar este problema y mejorar notablemente los resultados suministrados por la técnica consiste en aplicar el DEA con ponderaciones restringidas, es decir, estableciendo límites entre los que pueden variar las ponderaciones de las variables que sean consideradas como indispensables en un determinado proceso productivo⁴⁴.

Esta posibilidad ha sido objeto de múltiples críticas basadas en que la fijación de las restricciones depende más de consideraciones técnicas que de fundamentos de tipo económico (Pedraja *et al.*, 1997), siendo especialmente desaconsejable su aplicación en sectores en los que se desconoce cuáles son los factores que más influyen sobre los resultados.

Otro de los argumentos que suelen utilizarse en contra de estas propuestas es que incorporan juicios de valor sobre la importancia de los distintos inputs y outputs, lo que provoca una cierta pérdida de objetividad de la técnica. No obstante, esta última crítica no debe invalidar la utilización de estas técnicas, pues también el DEA sin restricciones asume juicios de valor⁴⁵. En definitiva, el DEA ES un mecanismo útil para la medición de la eficiencia, aunque los resultados obtenidos deban ser interpretados con precaución especialmente cuando se aplica a unidades complejas que desarrollan su

⁴³ Este fenómeno explica que las unidades que presentan valores extremos en alguna de las variables sean automáticamente evaluadas como eficientes con el DEA, puesto que si una unidad es superior al resto en un ratio output-input podrá basar su análisis exclusivamente en dicho ratio asignando ponderaciones nulas al resto.

⁴⁴ Esta extensión del DEA, propuesta inicialmente por Dyson y Thanassoulis (1988), se ha utilizado en múltiples trabajos teóricos y aplicados (Roll, Cook y Golany, 1991; Pedraja, Salinas y Smith, 1997, entre otros), gozando en la actualidad de un elevado nivel de aceptación entre los investigadores de este campo.

⁴⁵ La formulación del DEA asume implícitamente que las ponderaciones asignadas a cada unidad evaluada son aceptables y que es posible que alguna o algunas de las variables consideradas, en el caso de obtener una ponderación nula, no tengan ninguna influencia sobre el índice de eficiencia final (Allen *et al.*, 1997; Pedraja, Salinas y Smith, 1997).

actividad en el ámbito público. sino más bien debe alertar sobre la necesidad de interpretar con precaución los resultados obtenidos.

Buena prueba del interés de la técnica para evaluar la eficiencia de unidades públicas es la gran cantidad de trabajos que pueden encontrarse en la literatura en campos como la sanidad (Grosskopf y Valdamis, 1987; Parkin y Hollingsworth, 1997), la justicia (Lewin, Morey y Cook, 1982; Salinas, 1995) o la educación⁴⁶.

⁴⁶ Algunas de las aplicaciones del DEA en el sector educativo serán revisadas en capítulos posteriores. No obstante, pueden avanzarse una serie de trabajos como muestra de su general utilización: Bessent *et al.* (1980), Bessent *et al.* (1982), Ganley y Cubbin (1992), Lovell *et al.* (1994), Pedraja y Salinas (1996), Mancebón (1996) o Muñiz (2000).

1.6. RECAPITULACIÓN

A lo largo de este capítulo se han expuesto las nociones básicas acerca de la idea de eficiencia y las diferentes aproximaciones que pueden emplearse para obtener una medida que refleje el comportamiento de un conjunto de unidades productivas, centrando la atención en la cantidad de recursos humanos o de capital empleados en la producción de uno o varios bienes y servicios, esto es, en el estudio de la eficiencia técnica o productiva.

Entre los diferentes enfoques que pueden seguirse para tratar de obtener una medida de eficiencia técnica, la opción que cuenta con un mayor nivel de aceptación entre los investigadores son los modelos tipo frontera, por ser los que mejor se aproximan a la idea de comparar el comportamiento de unas unidades (ineficientes) con el de las que alcanzan la máxima producción (situadas en la frontera), adaptándose así al concepto de eficiencia en sentido relativo.

Dentro de los modelos de tipo frontera, pueden distinguirse básicamente dos tipos de aproximaciones: paramétrica y no paramétrica. A grandes rasgos, la primera de ellas se caracteriza por imponer una forma funcional predeterminada a la frontera, mientras que en la segunda basta con la definición de un conjunto de propiedades formales que debe satisfacer el conjunto de posibilidades de producción. Cada enfoque tiene sus propias fortalezas y debilidades. La elección entre ellas dependerá entre otras consideraciones de las características del sector analizado y de la información disponible.

Dado que el propósito de esta investigación es la medición de la eficiencia en el ámbito público, hemos centrado nuestra atención en el estudio de los métodos no paramétricos y, de un modo más concreto, en su principal representante, el análisis envolvente de datos (DEA), pues consideramos que sus características son las que mejor se adaptan a las peculiaridades de la prestación de servicios por parte del sector público.

Entre estas peculiaridades destaca el carácter multidimensional del output, la diversidad de objetivos, la ausencia de información acerca de los precios de los factores productivos y los resultados o las dificultades que plantea la modelización de las complejas relaciones existentes entre inputs y outputs.

En este contexto, el DEA se presenta como una opción atractiva que permite incorporar fácilmente varios outputs en la evaluación de la eficiencia y, dada su flexibilidad se ajusta a las características de incertidumbre y desconocimiento que rodea a la tecnología de producción pública.

Esta técnica no está exenta de problemas, entre los que destaca el hecho de que cualquier desviación de la frontera productiva se atribuya a un comportamiento ineficiente por parte de los productores, lo que hace que sea muy sensible a los errores de medida, o que las variables incluidas en el análisis no posean propiedades estadísticas, haciendo imposible la contrastación de hipótesis.

No obstante, en los últimos años se han desarrollado múltiples extensiones que permiten minimizar estos problemas. Entre ellas, en este capítulo hemos dedicado una especial atención a la posibilidad de aplicar el método *bootstrap* como mecanismo para dotar a la técnica de un mayor soporte estadístico, aspecto que resulta de gran utilidad en la posible incorporación al análisis de factores que están fuera del control de las propias unidades.

Sobre este aspecto, el DEA también ha experimentado un gran desarrollo reciente hasta llegar a convertirse en una opción especialmente recomendable en contextos en los que la influencia de este tipo de variables es muy significativa. Precisamente, el objeto del siguiente capítulo de esta investigación se centra en el análisis de las diferentes metodologías desarrolladas en la literatura para lograr este propósito.

CAPÍTULO 2: ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS Y FACTORES EXÓGENOS: MODELOS ALTERNATIVOS

2.1. INTRODUCCIÓN

La mayor parte de los trabajos realizados en el campo de la medición de la eficiencia se concentra en el estudio del comportamiento de los productores y en su habilidad en el manejo de los factores que están bajo su control para tratar de conseguir la mayor cantidad de output posible. Sin embargo, en la práctica, los resultados obtenidos en todo proceso productivo dependen de multitud de variables, gran parte de las cuales se encuentran al margen de la gestión de los productores.

Cualquier evaluación que pretenda analizar el nivel de eficiencia con el que desempeñan su actividad un conjunto de unidades productivas debe tomar en consideración el contexto en el que éstos operan. Esta es la única forma de que los resultados del estudio reflejen si el productor calificado como ineficiente lo es realmente o si aún haciendo todo lo que está en su mano, hay factores que no le permiten alcanzar los objetivos que otros sí logran.

En el ámbito del DEA, el interés suscitado por el estudio de la influencia de estas variables en los análisis de eficiencia ha crecido enormemente en los últimos años, dando lugar a la aparición de diversas propuestas metodológicas para su incorporación. Ante este escenario, una cuestión previa a la que debe responder el investigador que pretende evaluar el comportamiento de un conjunto de unidades productivas afectadas por el efecto de este tipo de variables es decidirse entre las opciones existentes. La tarea no es sencilla, ya que trata de alternativas cuyo fundamento metodológico y/o posibles resultados son distintos.

El propósito de este capítulo es revisar las diferentes propuestas existentes en la literatura tratando de identificar las principales ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. A partir de este análisis se pueden extraer conclusiones relevantes acerca de la conveniencia de su aplicación, tanto desde el punto de vista metodológico, como en función de los objetivos perseguidos por el estudio (ordenación de las unidades según el efecto positivo o negativo de las variables exógenas, construcción de nuevos índices de

eficiencia que incorporen los efectos exógenos, etc.) o de las características de la muestra disponible (tamaño, dotación de inputs no controlables entre las unidades, diferencias entre ellas, etc.).

No obstante, antes de abordar el estudio de las diferentes alternativas, resulta fundamental realizar unos breves comentarios sobre la necesaria diferenciación que debe hacerse entre dos tipos de variables que, en ocasiones son consideradas como análogas en la literatura y que, sin embargo, poseen características específicas que exigen un tratamiento diferenciado en el análisis. Nos referimos a los factores exógenos o inputs no controlables y las variables de entorno o ambientales⁴⁷.

Los primeros son factores que, al igual que el resto de inputs, intervienen en el proceso de producción, pero están fijados exógenamente, es decir, la cantidad utilizada no está bajo el control de los productores aunque influyan en los resultados.

Estos factores deben tenerse en cuenta en la estimación de los índices de eficiencia, si bien han de recibir un tratamiento distinto al de los inputs discrecionales. Su inclusión en la evaluación permite que el índice asignado finalmente a cada unidad refleje realmente aquella parte del proceso productivo de la que se puede responsabilizar a cada productor, con lo que se posibilita una comparación homogénea y equitativa entre las unidades (Muñiz, 2000). En el contexto educativo, en el que se desarrolla la aplicación empírica presentada en el capítulo tercero, las características de los estudiantes son considerados inputs no controlables o variables exógenas continuas en la medida que los centros no puedan seleccionar el tipo de alumnado que les corresponda.

Las variables ambientales, por el contrario, no intervienen directamente en el proceso productivo por lo que deberían quedar excluidas en la

⁴⁷ La distinción entre estos dos tipos de variables es una cuestión tratada en muy pocas investigaciones. Entre las escasas excepciones destacan los trabajos de Muñiz (2000), en el que se exponen con claridad las diferencias entre ambos conceptos, y Dios *et al.* (2005), donde se ofrece una útil y detallada clasificación de los diferentes tipos de variables que intervienen en un proceso productivo atendiendo a su papel en el mismo y al grado de control que pueden ejercer los productores sobre ellas.

construcción de los índices de eficiencia. No obstante, estas variables juegan un importante papel en el proceso en la medida que informan sobre el origen de un comportamiento más o menos eficiente de los productores. No se trata, por tanto, de modificar los índices de eficiencia, sino de ofrecer explicaciones *a posteriori* del grado de eficiencia. Un ejemplo de estas variables en el sector educativo está representado por el tipo de propiedad de los centros (públicos o privados) o por su ubicación geográfica (rurales o urbanos).

Una vez aclarada esta cuestión que a menudo se confunde en la literatura, en el siguiente epígrafe se lleva a cabo un análisis detallado de las diferentes propuestas para incorporar el efecto de ambos tipos de variables, tomando como referencia los trabajos realizados en el contexto educativo, o incluso otras que no han sido aplicadas aún en este ámbito. Este repaso permitirá detectar, entre otros hechos destacables, que no extraño encontrar trabajos que consideran variables representativas de inputs no controlables como factores explicativos de posibles ineficiencias o que utilizan factores ambientales como inputs del propio proceso productivo⁴⁸.

Posteriormente, en el apartado que cierra el capítulo, se resumen los aspectos más relevantes derivados del análisis, así como algunas cautelas necesarias al aplicar estos modelos a una muestra concreta de datos.

⁴⁸ Mancebón (1996) y Worthington (2001) ofrecen dos excelentes revisiones de los trabajos que han tratado esta cuestión en el ámbito educativo, en las que se recogen, de manera sintética, las variables exógenas consideradas en cada uno de ellos.

2.2. ANÁLISIS DE LAS DISTINTAS OPCIONES METODOLÓGICAS

La literatura sobre DEA ha desarrollado diversas metodologías para incorporar al análisis de eficiencia la influencia de factores exógenos, categoría en la que se incluyen ambos tipos de variables (no controlables y ambientales). Hasta el momento, como señala Muñiz (2002) no existe acuerdo entre los investigadores sobre la superioridad de alguna de ellas.

En este epígrafe se describen las diferentes propuestas existentes, planteando, en algunos casos, modificaciones que permitan mejorar la calidad de determinados modelos. Con el propósito de simplificar la exposición, las alternativas han sido agrupadas en tres grupos:

- **Modelos de separación de frontera.** Estos modelos persiguen la identificación de diferencias entre programas productivos alternativos mediante la realización de varios DEAs consecutivos.
- **Modelos de una etapa.** Los inputs no controlables se incluyen desde el principio en el cálculo de los índices de eficiencia mediante la realización de un único DEA en el que se da un tratamiento específico a estas variables.
- **Modelos de varias etapas.** El análisis se efectúa a través de un proceso que consta de varias fases. En la primera de ellas se estiman mediante DEA unos índices de eficiencia iniciales obviando el efecto de los inputs no controlables para, posteriormente, corregirlos en función del efecto de tales inputs. Dicha corrección puede realizarse directamente sobre los índices o modificando los valores originales de las variables lo que da lugar a nuevas alternativas dentro de este grupo.

2.2.1. Modelos de separación de frontera

El primer estudio que abordó el problema de la incorporación de los factores exógenos al DEA fue el trabajo seminal de Charnes *et al.* (1981). Este modelo no estaba enfocado a la evaluación de cada productor individual sino a detectar posibles diferencias entre las unidades que actuaban siguiendo distintos programas de producción. Este hecho hace que su aplicación sólo tenga sentido en aquellos casos en los que la variable no controlable es categórica o discreta, sin que pueda establecerse *a priori* una jerarquía entre sus valores.

El modelo divide el conjunto total de unidades en varias submuestras, atendiendo a los valores discretos que toma la variable exógena, y seguidamente, se aplica el DEA en cada bloque. A continuación, se modifican los valores originales de las unidades ineficientes con el fin de compensar las diferencias de eficiencia entre unidades del mismo programa. Estos valores modificados se corresponden con los que alcanzaría una unidad si fuera eficiente (proyección sobre la frontera) teniendo en cuenta la restricción de actuar con las condiciones de un determinado programa. Por último, se estima la frontera y los nuevos índices de eficiencia utilizando un DEA en el que se incluyen todas las unidades con sus datos modificados. Estos nuevos índices reflejan la ineficiencia explicada por pertenecer a una determinada categoría.

La literatura ha desarrollado varias extensiones de este modelo entre las que podemos destacar el trabajo de Brockett y Golany (1996), cuya principal aportación consiste en formalizar estadísticamente la comparación de fronteras y el uso del estadístico de Mann-Whitney para evaluar la significación estadística de las diferencias observadas entre los programas. Asimismo, Dios *et al.* (2005) proponen una ampliación basada en la incorporación de una etapa adicional que permite estimar el nivel de eficiencia con el que actúa cada unidad tras eliminar el efecto de la variable exógena categórica.

Como se ha comentado, el uso de estas propuestas resulta especialmente recomendable cuando se utilizan variables exógenas que sólo

toman un conjunto discreto de valores, es decir, cuando se pueden dividir las unidades incluidas en la evaluación en diferentes grupos atendiendo a una característica específica. Esta situación suele ser habitual cuando se emplean variables ambientales o de entorno, aunque es extraña cuando se trata de inputs no controlables. Por tanto, cuando estos últimos presentan valores continuos, lo habitual, la técnica no resulta adecuada.

Como requisito adicional, la correcta aplicación de estas técnicas está condicionada a que las diferencias entre productores mediante la variable categórica seleccionada permita obtener submuestras homogéneas entre sí. En el ámbito educativo, esta posibilidad existe si se consideran variables de entorno o contextuales (por ejemplo si se comparan centros públicos y privados), pero no cuando se utilizan inputs no controlables, como sucede con las características de los estudiantes que aparecen representadas por variables cuya diversidad impide una separación clara a partir de un único criterio.

2.2.2. Modelos de una etapa

Este enfoque se caracteriza por aplicar en la estimación de los índices de eficiencia un único DEA en el que se incluyen todas las variables que influyen sobre los resultados, tanto discrecionales como no discrecionales. Los trabajos de Bessent *et al.* (1982) y Smith y Mayston (1987) fueron los primeros que incluyeron los inputs no discrecionales junto con los discrecionales en un DEA estándar, lo que provocaba errores de medida, al establecerse unos objetivos de producción que no podían ser alcanzados debido a la imposibilidad de modificar los inputs no controlables del proceso productivo.

Para evitar este inconveniente, se desarrollaron diferentes modelos que incorporaban una modificación de las restricciones del programa estándar del DEA considerando de forma explícita el carácter no discrecional o fijo de algunas de las variables. El más representativo de este grupo es el propuesto por Banker y Morey (1986a), cuya utilización está muy extendida entre los investigadores ya que la mayoría de los programas informáticos desarrollados para el cálculo del DEA permiten incluir los inputs no controlables siguiendo

esta opción (Barr, 2004). La formulación propuesta por estos autores es la siguiente⁴⁹:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^M s_{i0}^+ + \sum_{r=1}^S s_{r0}^- \right) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - s_0^- = Y_0 \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + s_0^+ = \theta X_0 \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j Z_j + s_0^f = Z_0 \\
 & \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \\
 & s_0^+, s_0^-, s_0^f \geq 0
 \end{aligned}$$

donde s_0^f representa el *slack* del input no controlable.

El programa resultante no persigue la reducción equiproporcional de todos los inputs, sino tan solo del subvector formado por los controlables. Esto supone que cada unidad es comparada únicamente con los productores que utilizan una cantidad igual o inferior del correspondiente input no controlable⁵⁰. Con esta modificación, los nuevos índices de eficiencia serán iguales o menores que los obtenidos si las variables exógenas fueran incluidas como inputs discrecionales.

Posteriormente, estos mismos autores también desarrollaron un modelo complementario para el caso específico en que los inputs no controlables fueran variables categóricas (Banker y Morey, 1986b). El planteamiento de esta

⁴⁹ Este diseño sigue una orientación de minimización de inputs con rendimientos variables de escala.

⁵⁰ El modelo permite incorporar variables exógenas con valores continuos, aunque resulta necesario conocer a priori el sentido que tiene su influencia sobre el proceso productivo, esto es, si un valor elevado de estas variables facilita el desempeño de la actividad o lo dificulta.

propuesta está basado en una estratificación de las unidades de la muestra, mediante la cual el comportamiento de cada productor es comparado únicamente con el de aquellos otros que dispongan una dotación de inputs no controlables con un valor ordinal igual o inferior a la suya.

Asimismo, Golany y Roll (1993) propusieron una extensión del modelo pionero (Banker y Morey, 1986a) que permite introducir en el análisis el grado de discrecionalidad de un input no controlable como porcentaje. De este modo, se podían analizar algunos casos especiales en los que los gestores de las unidades evaluadas pueden ejercer un control limitado sobre determinados inputs. Otra extensión del modelo es la propuesta de Pastor *et al.* (2001), que establece un procedimiento para determinar qué variables son las que influyen significativamente sobre los índices de eficiencia del modelo básico; una vez identificadas, son las únicas que se introducen en el modelo⁵¹. Por último, Prior *et al.* (2006) plantean un modelo similar, pero con un objetivo distinto ya que lo que pretenden estos autores es medir el máximo output potencial dada la dotación de inputs discrecionales y exógenos⁵².

La principal ventaja del tradicional enfoque unietápico es que permite introducir todas las variables relevantes en un único análisis DEA, simplificando en gran medida el cálculo de los índices de eficiencia. Sin embargo, esta opción presenta problemas metodológicos que deben ser tenidos en cuenta por los investigadores que pretendan emplear esta técnica para incorporar la información relativa a los inputs no controlables.

Un primer inconveniente es que la utilidad de este modelo está restringida a aquellos casos en los que se adopta una orientación de minimización de inputs, puesto que con una orientación al output todos los inputs quedan fijados y no existe posibilidad de dar un tratamiento diferenciado a los que están fuera del control de los productores. Esta limitación adquiere una enorme relevancia en el ámbito público y, en particular, en el sector

⁵¹ Lozano *et al.* (2001) y Lozano *et al.* (2002) utilizan esta metodología para evaluar la eficiencia en el sector bancario.

⁵² El objetivo perseguido por este modelo se aproxima más a la idea de eficacia en la gestión de recursos.

educativo, donde las unidades administrativas suelen ser evaluadas en función de su capacidad para obtener los mejores resultados posibles con un presupuesto fijado previamente (enfoque de maximización del output).

Una segunda desventaja de este enfoque es que las unidades que son calificadas como eficientes son las mismas que las que resultarían en un DEA estándar en el que todas las variables se incluyeran como inputs controlados por el gestor, puesto que la frontera construida a través del DEA modificado es la misma que se obtendría con un DEA estándar. De este modo, los resultados finales pueden depender en mayor medida del número de variables incluidas en la evaluación y no solo de que éstas sean controlables o no.

Una tercera debilidad del modelo es que la inclusión de un mayor número de variables en el análisis incrementa automáticamente las posibilidades de que una unidad pase a ser calificada como eficiente. Este fenómeno se explica por la pérdida de grados de libertad que implica la inclusión de nuevas variables en el modelo, cuya consecuencia directa es la pérdida de poder de discriminación entre los productores cuanto mayor sea el número de variables consideradas.

Finalmente, Ruggiero (1996) puso de manifiesto un defecto adicional en la formulación del modelo original con variables continuas (Banker y Morey, 1986a), que, en su opinión, conduce a una sobreestimación del nivel de ineficiencia. Este problema se debe a que se asume convexidad en los inputs no controlables, de modo que se compara la unidad evaluada con un grupo de referencia compuesto (X_0^*, Y_0^*) y no con una unidad concreta que forme parte de la muestra. Para corregir este problema, este autor propone un modelo unietápico en el que se excluyen del grupo de referencia todas las unidades que cuentan con un entorno más favorable que la unidad evaluada. La formulación concreta de este modelo es la siguiente⁵³:

⁵³ Esta formulación también sigue una orientación de minimización de inputs con rendimientos variables de escala.

$$\min \quad \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^M s_{i0}^+ + \sum_{r=1}^S s_{r0}^- \right)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - s_0^- = Y_0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + s_0^+ = \theta X_0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Z_j + s_0^f = Z_0$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \text{si } Z_j \leq Z_0$$

$$\lambda_j = 0 \quad \text{si } Z_j > Z_0$$

$$s_0^+, s_0^- \geq 0$$

Esta modificación garantiza que el grupo de referencia fijado para cada unidad es alcanzable, asegurando que el índice de eficiencia obtenido con este modelo sea mayor o igual que el que se obtiene con el modelo planteado por Banker y Morey (1986a). Esta alterantiva, sin embargo, incurre en un error aún más grave, pues al disminuir el número de observaciones con las que es comparado cada productor, la técnica pierde aún más poder de discriminación. Además, su uso se limita a aquellos casos en los que sólo hay un input no controlable, puesto que en su formulación se ignora cualquier tipo de *trade-off* entre variables no discrecionales. Estas limitaciones, reconocidas por el propio autor en un trabajo posterior, le llevaron a desarrollar posteriormente un modelo compuesto por tres etapas (Ruggiero,1998), que será discutido en la sección 2.2.3.

Por último, dentro de este enfoque unietápico también se enmarcan otras propuestas más novedosas como las de Yang y Paradi (2003) o Daraio y Simar (2005), cuya aplicación en el contexto educativo no resulta sencilla por diversos motivos.

La primera de ellas está basada en el uso del denominado “*handicapped DEA*”, en el que se los valores de los inputs y/o los outputs originales se alteran en función de la dotación relativa de inputs no controlables que tenga cada unidad, mediante la incorporación en las restricciones de los inputs y/o los outputs de un factor (h_j), representativo de la influencia del conjunto de las variables exógenas, que penaliza en mayor medida a las unidades que actúan en un entorno más favorable y menos a las que operan en peores condiciones. El principal problema al que se enfrenta este modelo es que no existe una fórmula general para construir dicho factor, lo que puede ocasionar discrepancias a la hora de ponderar la importancia relativa de cada una de las variables exógenas consideradas.

En el trabajo de Daraio y Simar (2005) se plantea un nuevo e interesante enfoque totalmente no paramétrico para introducir el efecto de factores exógenos que afectan al proceso de producción, utilizando una formulación probabilística para definir la frontera y la eficiencia, basada en las ideas propuestas en Cazals, Florens y Simar (2002). No obstante, esta propuesta únicamente puede emplearse cuando las variables exógenas son ambientales y su influencia sobre la actividad desarrollada por los productores es desconocida y no en aquellos casos en los que se pretende incorporar al análisis en qué medida influyen sobre los resultados del proceso una serie de variables que participan en él y de las que ya se conoce *a priori* el sentido de dicha influencia, como ocurre con los inputs no controlables.

Las limitaciones e inconvenientes señalados en las líneas anteriores nos lleva a seleccionar inicialmente la opción multietápica como un enfoque más apropiado para incorporar los inputs no controlables en los análisis de eficiencia.

2.2.3. Modelos multietápicos

Estos modelos parten de los resultados obtenidos en un DEA inicial en el que no se considera explícitamente la influencia de los inputs no controlables, aunque sí se lleva a cabo un proceso de ajuste sobre los índices incluyendo el efecto de estas variables. Este proceso permite incorporar al análisis un mayor número de variables exógenas, lo que constituye una ventaja en relación al enfoque unietápico en el que, por las características del DEA, la inclusión de variables adicionales incrementa automáticamente el número de unidades eficientes.

Este enfoque se basa en que los índices estimados en primera instancia, pese a ignorar el efecto de las variables exógenas que afectan al proceso, recogen de manera implícita la influencia de otros factores además de la ineficiencia de los productores. Por tanto, una adecuada descomposición de los mismos permite obtener unos índices finales válidos. Aunque por su estructura adoptan formulaciones específicas distintas, es posible distinguir dos grandes grupos:

- **Modelos de segunda etapa.** Los índices de eficiencia iniciales se corrigen directamente a partir de los parámetros estimados mediante el uso de técnicas econométricas. Este enfoque es el que más se utiliza en la literatura, tanto en el ámbito educativo como en otros campos⁵⁴, aunque en la mayoría de los casos el objetivo perseguido no es la construcción de nuevos índices de eficiencia, sino la explicación de las variaciones en la distribución de los índices de eficiencia obtenidos con el DEA, tratando de identificar los factores que influyen sobre los índices de eficiencia⁵⁵.

⁵⁴ Por ejemplo sanidad (Kooreman, 1994; Burgess y Wilson, 1998), servicios de transporte (Sexton *et al.*, 1994) o sector bancario (Jackson y Fethi, 2001).

⁵⁵ Como señala Ray (1988), si las variables introducidas en el análisis posterior son imprescindibles en el proceso, en el sentido de que ningún output podría alcanzarse sin emplear esos inputs no controlables, este planteamiento puede ser apropiado para reflejar la importancia de cada variable.

- **Modelos de valores ajustados.** Se utilizan las holguras (*slacks*) estimadas en la primera etapa para corregir los valores de los inputs y/o outputs originales (según la dotación relativa de inputs no controlables de cada unidad) y se realiza un nuevo DEA con los valores ajustados, una vez eliminado el efecto de las variables exógenas. Aunque permite identificar cuáles son los elementos externos que más afectan a los resultados de la actividad, el objetivo principal de este enfoque es distinto y constituye una opción especialmente atractiva cuando se conocen los inputs exógenos y se desea separar su efecto del comportamiento más o menos eficiente de los productores.

2.2.3.1. Modelos de segunda etapa

a. Modelos básicos

Dentro de los modelos multietápicas, la opción más sencilla se conoce habitualmente en la literatura como “*análisis de regresión o segunda etapa*”. Estos modelos tienen su origen en el trabajo de Timmer (1971), en el que se trataban de explicar las diferencias interestatales en la eficiencia del sector agrario mediante una serie de variables. Posteriormente, el enfoque se extendió a muchos otros campos, con el propósito siempre de conocer las variables que explicaban el comportamiento de los productores.

Estos modelos aplican una regresión en la que se incluyen los índices de eficiencia iniciales (θ_i) como variable dependiente y las variables representativas de los inputs no controlables (Z_i) como regresores:

$$\theta_i = f(Z_i, \beta_i) + u_j$$

A partir de las estimaciones se pueden identificar cuáles son las variables influyentes (significativas) y su signo (positivo o negativo), además de poder corregir los índices estimados con el DEA estándar a partir de los parámetros estimados. Un repaso a la bibliografía nos permite comprobar que

tanto la estimación de la regresión como los mecanismos de ajuste sobre los índices pueden realizarse de diversas formas.

Respecto a la primera cuestión, la mayoría de los trabajos estiman la regresión a través de un modelo *Tobit* apoyándose en el hecho de que los valores de los índices de eficiencia están censurados y que un gran número de unidades se sitúa en la frontera (McCarty y Yaisawarng, 1993; Kirjavainen y Loikkanen, 1998)⁵⁶. También se encuentran en la literatura trabajos que no tienen en cuenta este hecho y aplican mínimos cuadrados ordinarios –MCO– (Ray, 1988 y 1991; Noulas y Ketkar, 1998) aunque ésta resulte inapropiada (por el sesgo que ello supone implícito, mayor cuanto más unidades se sitúen en la frontera). Otros estudios optan por modificar los índices de eficiencia para evitar la censura y poder así utilizar MCO. Entre estos últimos destaca el uso de logaritmos para transformar los índices de eficiencia convencionales (Banker y Johnston, 1994; Ray, 1999), o la modificación del programa DEA original para permitir que los valores de los índices de eficiencia sean superiores a la unidad⁵⁷ (Lovell *et al.*, 1994).

En cuanto a la segunda, en el ámbito educativo son muchos los trabajos que emplean inputs no controlables como regresores en este tipo de análisis con el propósito de identificar qué variables resultan significativas en la explicación del comportamiento ineficiente de los productores. Este procedimiento, como se indicó en la introducción, resulta apropiado cuando se trata de valorar el efecto de variables ambientales, pero en el caso de variables no discrecionales, cuya influencia sobre los resultados del proceso se recoge implícitamente al calcular la eficiencia, deben corregirse los valores iniciales de

⁵⁶ La estructura de estos modelos es la siguiente:

$$\begin{aligned} \theta_k &= \beta Z_k + u_k && \text{si } \theta_k^* \leq 1 \\ \theta_k &= 1 && \text{si } \theta_k^* > 1 \end{aligned}$$

donde θ_k representa a los índices de eficiencia.

⁵⁷ Esta modificación, propuesta por Andersen y Petersen (1993), consiste en establecer un *ranking* de las unidades eficientes eliminando la observación que se está evaluando de su propio conjunto de referencia. De este modo, la dimensión del modelo se reduce en una unidad y los índices de eficiencia obtenidos dejan de estar acotados por el valor 1 (índices de supereficiencia).

los índices en función de la dotación de factores exógenos de las diferentes unidades.

Una primera opción para ajustar los índices originales es hacerlo directamente mediante los valores estimados a partir de los parámetros en la regresión: $\hat{\theta} = \hat{\beta}Z_i$. Sin embargo, estos índices no reflejan el nivel de eficiencia de los productores, sino la parte de los índices que se explica por el efecto de los inputs no controlables. En consecuencia, la información más relevante que ofrece esta alternativa no son los índices estimados, sino los residuos ($u_i = \theta - \hat{\theta}$), que reflejan la medida en la que los productores están siendo eficientes dada su dotación de factores exógenos. Un valor negativo del residuo es indicativo de que se está produciendo por debajo de lo esperado, mientras que un valor positivo implica que la actuación es mejor de lo que cabría esperar. Además, los índices estimados ($\hat{\theta}$) no reflejan el nivel de eficiencia que pueden alcanzar las unidades considerando su dotación de recursos, más bien recogen el índice que le correspondería a cada unidad en el hipotético caso de que dispusiera de una dotación de inputs no controlables igual a la media de todas las unidades⁵⁸. Pese al interés que tiene conocer cuáles son las unidades perjudicadas y favorecidas en el análisis inicial⁵⁹, el procedimiento no permiten fijar objetivos alcanzables adecuados para los productores.

Esta limitación puede superarse mediante la corrección del valor estimado para cada unidad tomando como referencia la información relativa a los residuos individuales. Aquí caben diferentes opciones⁶⁰, aunque la más empleada consiste es la propuesta por Greene (1980) que permite obtener estimadores consistentes añadiendo el residuo positivo mayor a cada valor

⁵⁸ La media de los errores o residuos (diferencia entre el valor predicho y el valor original de cada unidad) es igual a cero si se trata de una regresión estimada mediante MCO o muy próxima a dicho valor si se trata de una regresión Tobit.

⁵⁹ McCarty y Yaisawarng (1993) calculan incluso un ranking de las unidades tomando como referencia el valor de estos errores.

⁶⁰ Posibilidad de ajustar a la baja el valor de todos los índices en función de que hayan sido beneficiados en mayor o menor medida por el efecto de los inputs no controlables o incrementar todos los índices en función del grado en el que los resultados estén influidos por la dotación de factores exógenos.

estimado⁶¹. De este modo se garantiza que la unidad que tiene una peor dotación (de inputs no controlables) es la que realiza un ajuste (al alza) de mayor cuantía. Su principal problema es que al impedir corregir a la baja el índice de eficiencia otorgado en la etapa inicial a las unidades que cuentan con una buena dotación de inputs no controlables, no resulta un mecanismo apropiado para fijar objetivos de producción a las unidades.

Otra opción, sugerida por Ruggiero (1998), utiliza los valores estimados de los parámetros estimados y de las variables no discrecionales en la construcción de un indicador global de la influencia de estas variables sobre los resultados. Posteriormente, se incorpora en un nuevo DEA en el que se calculan nuevos índices de eficiencia⁶².

Todos estos modelos comparten una serie de ventajas e inconvenientes. Su principal virtud frente al resto de modelos multietápicos es su sencillez. Es decir, utilizan como variables dependientes los propios índices de eficiencia obtenidos en la primera etapa y eso facilita la realización de los ajustes. Como contrapartida a su sencillez su limitación se deriva del hecho de tener solo en cuenta el componente radial de la ineficiencia en la corrección de los índices, despreciándose con ello las posibles ineficiencias derivadas de la existencia de holguras o *slacks*⁶³.

Un segundo inconveniente que plantea esta opción, éste de orden práctico, es que sólo puede aplicarse si existe una relación significativa entre los índices de eficiencia y las variables exógenas. Muchos trabajos asumen erróneamente que si los resultados del proceso productivo han sido afectados por condiciones externas, también debe serlo el índice de eficiencia que se construye a partir de estos datos. Sin embargo, este supuesto no se cumple con carácter general, dado que la eficiencia depende de factores de diverso

⁶¹ Este criterio es el que emplean Ray (1988 y 1991) y Noulas y Ketkar (1998) para evaluar el comportamiento de un conjunto de centros educativos de Connecticut y New Jersey, respectivamente.

⁶² En realidad esta propuesta está compuesta por tres etapas, pero las similitudes en cuanto a su estructura con los modelos de segunda etapa nos ha llevado a incluirla dentro de este apartado.

⁶³ Fried *et al.* (1999) señalan que este hecho puede sesgar la estimación de los parámetros y conducir a conclusiones engañosas sobre el impacto de cada variable exógena en la eficiencia.

tipo que en muchos casos no se especifican (Thieme, 2006). Por tanto, la utilización de este modelo está supeditada a que exista una relación significativa entre ambas variables.

Asimismo, los resultados obtenidos con esta técnica pueden plantear problemas de sesgo e inconsistencia en el caso de que exista correlación entre las variables incluidas en la primera etapa y las que se incorporan como independientes en la segunda etapa⁶⁴, en el sentido de que no se podría mantener que las dos etapas del análisis incorporan diferentes tipos de inputs si éstos están altamente correlacionados entre sí (Grosskopf, 1996; Chalos, 1997).

Sin embargo, las principales críticas que han recibido estos modelos están basadas en el sesgo que incorporan las estimaciones de las regresiones por incumplir uno de los requisitos básicos de este tipo de análisis: el supuesto de independencia en los errores. Este fenómeno se produce porque los índices de eficiencia estimados en la primera etapa (variable dependiente en la regresión) se construyen a partir de la información de todas las unidades que componen la muestra y, por tanto, son dependientes entre sí (Xue y Parker, 1999).

Este problema de correlación en los errores desaparece cuando el tamaño de la muestra es suficientemente grande, sin embargo los resultados obtenidos mediante la realización de inferencias en una muestra pequeña no son válidos (Simar y Wilson, 2007), lo que convierte a estos modelos básicos de regresión en una alternativa poco recomendable desde el punto de vista metodológico. El único modo de evitar incurrir en estos problemas de sesgo es mediante la utilización de técnicas de *bootstrap* en la estimación de los parámetros de la regresión.

⁶⁴ En Ruggiero (2004) se analizan con detalle los efectos que puede tener sobre la medida de la eficiencia la existencia de correlación entre la eficiencia técnica y las variables exógenas.

b) Modelos básicos con *bootstrap*

Xue y Parker (1999) y Hirschberg y Lloyd (2002) son los primeros que reconocen la existencia de correlación entre los índices de eficiencia y la necesidad de utilizar el *bootstrap* para evitar los problemas de dependencia en los errores que caracterizan a los modelos básicos de segunda etapa.

El primero de ellos hace hincapié en el hecho de que la correlación existente entre los índices de eficiencia iniciales supone que los errores estándar de los coeficientes estimados en la regresión $\hat{se}(\hat{\beta}_j)$ están sesgados y, consecuentemente, la estimación de la región de confianza y los contrastes de hipótesis calculados a partir de ellos no son válidos. Para evitar estos problemas los autores proponen la utilización del algoritmo *bootstrap* más sencillo (*naïve bootstrap*) para la estimación de los errores estándar, definido por Efron y Tibshirani (1993) y Ferrier y Hirschberg (1997), que consta de los siguientes pasos:

1. Se construye la distribución de probabilidad de la muestra (\hat{F}) asignando una probabilidad $1/n$ a cada observación: x_1, x_2, \dots, x_n .
2. Se extraen c (constante) muestras aleatorias de tamaño n con reposición a partir de la muestra original:
3. $S_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}) \quad k = 1, \dots, c$
4. donde x_{ki} , compuesta por los valores de los inputs y los outputs utilizados en el DEA inicial y las variables incluidas en la regresión, se denomina *muestra bootstrap*,
5. Para cada *muestra bootstrap* S_k , se aplica un nuevo DEA y se recalculan los índices de eficiencia para todas las unidades (θ_{ki})
6. Para cada *muestra bootstrap* S_k se calculan los nuevos parámetros de las replicaciones *bootstrap*, $\hat{\beta}_{kj}$, estimando el modelo de regresión:
$$\theta_{ki} = G(\beta_k, Z_{ki}) + \varepsilon_{ki}$$

7. Se calcula el nuevo error estándar $se(\hat{\beta}_j)$ a partir de las desviaciones estándar de las c replicaciones *bootstrap* de $\hat{\beta}_j$.

Por su parte, Hirschberg y Lloyd (2002) también pretenden evitar los problemas de sesgo con la utilización de un proceso de *bootstrap* análogo al anterior, con el que comparten los tres primeros puntos, aunque en este caso en lugar de estimar los parámetros de la regresión para cada una de las replicaciones (paso 4), los autores se decantan por utilizar el valor medio de los índices estimados con las diferentes muestras *bootstrap* como un estimador apropiado del índice de eficiencia inicial⁶⁵. Por tanto, sólo se estima una regresión: $\bar{\theta} = \beta Z + \varepsilon$, donde $\bar{\theta}$ es un vector que refleja la media de los índices de eficiencia.

Pese a su originalidad, la solución propuesta por estos dos trabajos no resulta correcta desde el punto de vista metodológico. El método *bootstrap* que plantean ambos, en su intento de corregir el problema de correlación existente, está basado en el remuestreo a partir de una distribución empírica (*naive bootstrap*) que resulta inconsistente en la estimación de la eficiencia a través de métodos no paramétricos.

c) Modelo de Simar y Wilson

El modelo planteado por estos autores incluye la descripción de un proceso generador de datos (PGD) específico para este proceso, a partir del cual se aplican técnicas de *bootstrap* para obtener estimadores consistentes e insesgados de unos índices de eficiencia que incorporen el efecto de variables exógenas al proceso.

El PGD diseñado está compuesto por ocho supuestos, tres de los cuales establecen el conjunto de posibilidades de producción basándose en los

⁶⁵ La explicación para la introducción de esta modificación respecto al modelo original es que utilizan una muestra formada por un número muy elevado de unidades (21.618). La utilización de valores medios permite simplificar el proceso sin que ello tenga un efecto significativo sobre los resultados.

conceptos microeconómicos básicos (Shephard, 1970), otros dos relativos a la forma y la composición de la frontera⁶⁶, que garantizan la consistencia de los estimadores (Kneip *et al.*, 1998), y los tres últimos incluidos específicamente para incorporar las variables exógenas⁶⁷.

El modelo planteado comparte con los de segunda etapa la idea de que la eficiencia depende de las variables exógenas: $\theta = \psi(z_i, \beta) + \varepsilon_i$, donde ψ es una función continua, β un vector de parámetros, z_i es un vector que representa los valores de las variable exógena y ε_i es una variable aleatoria que sigue una distribución normal $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ con una truncación en $1 - \psi(z_i, \beta)$ ⁶⁸.

En este caso se puntualiza que la variable incluida como dependiente en esta regresión no representa a los “verdaderos” índices de eficiencia (θ), porque estos son desconocidos, de modo que éstos se suelen reemplazar por unas estimaciones ($\hat{\theta}$) obtenidas a partir de las observaciones que componen la muestra disponible $S_n = (x_i, y_i)$ que, como ya se indicó al explicar los modelos de segunda etapa, están correlacionadas.

El propósito inicial de este enfoque no es conseguir un estimador consistente para los índices de eficiencia, sino poder realizar inferencias válidas sobre ellos. Para tal fin, se plantea un algoritmo (*Algoritmo 1*) en el que las múltiples muestras necesarias para el remuestreo se extraen del proceso generador de datos descrito. El procedimiento concreto está compuesto por los siguientes pasos:

1. Se calcula el índice de eficiencia ($\hat{\theta}_i$) para todas las unidades
2. Se estima la ecuación $\hat{\theta}_i = z_i\beta + \varepsilon_i$ por máxima verosimilitud, teniendo en cuenta que es una regresión truncada. A través de la estimación se obtienen dos parámetros estimados de β y σ_ε ($\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}_\varepsilon$)

⁶⁶ Se asume que el modelo está orientado al output.

⁶⁷ El desarrollo de estos supuestos se puede consultar en las páginas 3-7 del artículo original.

⁶⁸ Este truncamiento se debe a que los índices de eficiencia están censurados por el valor 1.

3. Se computan L estimaciones de β y σ_ε mediante *bootstrap* a través de las cuales se obtiene una matriz $A = \{(\hat{\beta}^*, \hat{\sigma}_\varepsilon^*)\}_{b=1}^L$
 Para ello, partiendo del error ε_i de una distribución normal $[N(0, \hat{\sigma}_\varepsilon)]$ con un truncamiento a la izquierda en $(1 - z_i \hat{\beta})$, se calcula por máxima verosimilitud $\hat{\theta}_i^* = z_i \hat{\beta} + \varepsilon_i$ para cada $i=1, \dots, n$. De esta forma se obtienen los estimadores $\hat{\beta}^*, \hat{\sigma}_\varepsilon^*$.
4. A partir de los valores que componen la matriz A y las estimaciones originales ($\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}_\varepsilon$) se pueden construir intervalos de confianza para β y σ_ε e incluso se pueden calcular los valores predichos para los índices de eficiencia: $\hat{\theta}^* = \hat{\beta}^* z_i$

No obstante, los resultados obtenidos con este algoritmo no son válidos en casos en los que el tamaño de la muestra es pequeño en relación al número de variables empleadas en el DEA inicial, pues los problemas de falta de discriminación que caracterizan al DEA cuando se dan estas circunstancias introducen un sesgo hacia el valor unitario en la estimación de los índices de eficiencia obtenidos en la primera etapa, siendo insuficientes las correcciones realizadas mediante este algoritmo para evitar el sesgo.

Para evitar este problema, los autores plantean un segundo algoritmo (*Algoritmo 2*) en el que se incluye un *bootstrap* adicional en la primera etapa del proceso que permite corregir el problema de sesgo de los índices de eficiencia iniciales. Una vez resuelto, se vuelve a aplicar el algoritmo anterior para estimar correctamente los parámetros de la regresión. Concretamente, los pasos que se llevan a cabo en este proceso son los siguientes:

1. Se calcula el índice de eficiencia ($\hat{\theta}_i$) para todas las unidades
2. Se estima la ecuación $\hat{\theta}_i = z_i \beta + \varepsilon_i$ por máxima verosimilitud, teniendo en cuenta que es una regresión truncada. A través de la estimación se obtienen dos parámetros estimados de β y σ_ε ($\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}_\varepsilon$)

3. Se obtienen L_1 estimaciones mediante *bootstrap* para cada índice de eficiencia ($\hat{\theta}_i$).
 - 3.1. Partiendo del error ε_i de una distribución normal $[N(0, \hat{\sigma}_\varepsilon)]$ con un truncamiento a la izquierda en $(1 - z_i \hat{\beta})$, se calcula por máxima verosimilitud $\theta_i^* = z_i \hat{\beta} + \varepsilon_i$ para cada $i=1, \dots, n$.
 - 3.2. Se modifican los valores originales del output: $y_i^* = y_i \frac{\hat{\theta}_i}{\theta_i^*}$
 - 3.3. Se vuelven a calcular los índices de eficiencia ($\hat{\theta}_i^*$) sustituyendo los valores de los outputs originales por los nuevos valores modificados.
4. Se calcula el estimador de la ineficiencia (una vez corregido el sesgo) a través de la siguiente expresión: $\hat{\hat{\theta}}_i = 2\hat{\theta}_i - \bar{\hat{\theta}}_i^*$, donde $\bar{\hat{\theta}}_i^*$ es la media del *bootstrap* de $\hat{\theta}_i^*$.
5. Tras corregir el sesgo que incorporan los índices de eficiencia estimados en la primera etapa, el proceso es el mismo que en el algoritmo 1, sustituyendo $\hat{\theta}_i$ por $\hat{\hat{\theta}}_i$. Por tanto, los siguientes pasos son:
6. Se utiliza el método de máxima verosimilitud para estimar la regresión truncada de $\hat{\hat{\theta}}_i$ respecto de z_i , obteniendo $(\hat{\hat{\beta}} \text{ y } \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon)$
7. Se calculan L_2 estimaciones de estos parámetros mediante *bootstrap* a través de las cuales se obtiene una matriz $B = \left\{ (\hat{\hat{\beta}}^*, \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon^*) \right\}_{b=1}^{L_2}$.
 Tras calcular por máxima verosimilitud $\theta_i^{**} = z_i \hat{\hat{\beta}} + \varepsilon_i$ se obtienen los estimadores $\hat{\hat{\beta}}^*, \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon^*$.
8. A partir de los valores contenidos en la matriz B y las estimaciones originales $(\hat{\beta} \text{ y } \hat{\sigma}_\varepsilon)$ se pueden construir intervalos de confianza estimados para β y σ_ε y los valores predichos para los índices de eficiencia: $\hat{\theta}^* = \hat{\hat{\beta}}^* z_i$.

La elección entre estos dos algoritmos depende del criterio del investigador, aunque en principio cabe esperar que los resultados obtenidos con el segundo algoritmo sean más satisfactorios, pues permiten corregir los problemas de sesgo cometidos en la estimación de los índices de eficiencia iniciales⁶⁹. No obstante, un análisis de la literatura más reciente permite comprobar que las dos únicas aplicaciones empíricas realizadas con esta metodología hasta el momento en el ámbito de la educación no universitaria no coinciden en la elección del algoritmo empleado para la realización del análisis⁷⁰.

El mayor atractivo de estas propuestas metodológicas es que permiten solucionar los problemas de sesgo asociados a los modelos básicos de regresión. Sin embargo, comparten con ellos algunas de sus principales limitaciones, como el hecho de que únicamente tienen en cuenta el componente radial de la ineficiencia o que su posible aplicación esté sujeta a que exista una relación significativa entre los índices de eficiencia iniciales y las variables exógenas. Además, el principal objetivo de esta propuesta es la obtención de unos estimadores de los parámetros de la regresión válidos, de forma que, a través de sus intervalos de confianza, pueda conocerse con mayor certeza cuáles son los factores que más influyen sobre la eficiencia de los productores. Por tanto, esta alternativa resulta mucho más apropiada en aquellos casos en los que las variables exógenas consideradas en la evaluación son variables de entorno o de contexto.

Si se opta por la utilización de esta propuesta para la construcción de unos nuevos índices que incorporen el efecto de las variables exógenas, debe asumirse que éstos no reflejan unos verdaderos objetivos de producción para las unidades. Con este mecanismo, el orden de las unidades se modifica notablemente respecto al que se obtiene en una evaluación sin considerar a estas variables, pero el valor medio de los índices corregidos es prácticamente

⁶⁹ Esta es la conclusión a la que llegan Simar y Wilson (2007) tras la realización de varios experimentos de Monte-Carlo con diferentes tamaños muestrales.

⁷⁰ En el trabajo de Oliveira y Santos (2005) se opta por la utilización del Algoritmo 1, mientras que Afonso y StAubyn (2006) se decantan por el uso del Algoritmo 2 a la vista de los resultados obtenidos con ambas alternativas.

el mismo⁷¹, siendo habitual que tras la realización del ajuste ninguna unidad sea calificada como eficiente⁷².

2.2.3.2. Modelos de valores ajustados

Además de los modelos de regresión o segunda etapa, existen otras propuestas multietápicas más complejas que permiten construir nuevos índices de eficiencia incorporando el efecto de los inputs no discrecionales, basadas en la utilización de los *slacks* totales (componente radial y no radial) obtenidos en la primera etapa.

El origen de este planteamiento se encuentra en el trabajo de Fried, Lovell y Vanden Eeckaut (1993), en el que se pone de manifiesto que la ineficiencia no es neutral entre las variables incluidas en la evaluación inicial. Para ilustrar este fenómeno, los autores presentan los resultados obtenidos en una evaluación en la que se emplea una aproximación no paramétrica para medir la eficiencia de un conjunto de empresas crediticias estadounidenses⁷³. A partir de los valores de los *slacks* de las distintas variables se puede apreciar que los bancos se encuentran más cercanos a las mejores prácticas (los valores de los *slacks* son menores) en las variables que reflejan las dimensiones cualitativas del servicio que en las relativas a las dimensiones cuantitativas (mayores valores en los *slacks*).

Este hecho no se tiene en cuenta en los análisis de segunda etapa, en los que únicamente se considera el componente radial de la ineficiencia (reducción proporcional en todos los inputs o incremento proporcional en todos los outputs), asumiendo erróneamente que la influencia de las variables no discrecionales es la misma sobre todos los elementos del proceso (inputs y

⁷¹ El valor medio sería exactamente el mismo si la regresión se estima mediante MCO. Con una regresión truncada la media de la eficiencia estimada es ligeramente superior.

⁷² Este fenómeno se produce en el trabajo realizado por Afonso y St. Aubyn (2006), en el que se aplica la metodología propuesta por Simar y Wilson (2007) en un análisis de los resultados educativos de un conjunto de países.

⁷³ En este trabajo los autores utilizan el FDH, aunque los resultados obtenidos son muy similares a los que se obtendrían con un DEA, con el que comparte su enfoque no paramétrico.

outputs), lo que implícitamente conduce a deficiencias en la propia medida de la ineficiencia obtenida con estos modelos.

Los modelos que se exponen a continuación intentan superar esta limitación de los modelos de regresión analizando por separado el efecto que tienen las variables exógenas sobre las diferentes variables incluidas en el análisis inicial, utilizando para ello el valor de los *slacks* estimados. El objetivo de todos ellos es identificar qué parte de estos *slacks* se explica por el efecto de los inputs no controlables y qué parte está asociada con la propia ineficiencia técnica de los productores. Esta descomposición permite realizar ajustes directos sobre los valores de las variables (inputs y outputs controlables), a través de los cuales se puede descontar el efecto de los factores exógenos.

La última etapa, coincidente en todas las alternativas, consiste en la realización de un nuevo DEA en el que se incluyen los nuevos valores corregidos de las variables en función de la dotación de inputs no controlables de cada unidad. Los nuevos índices estimados recogen exclusivamente el nivel de eficiencia con el que actúa cada productor.

Los modelos que siguen este enfoque se diferencian entre sí por la técnica que emplean para descomponer los diferentes factores que forman parte de los *slacks*. Así, se puede distinguir entre un enfoque totalmente no paramétrico, representado por el modelo de tres etapas (Fried y Lovell, 1996; Muñiz, 2002), en el que se emplea el DEA para realizar dicha descomposición y un enfoque semi-paramétrico o mixto, basado en la utilización de regresiones (Fried *et al.*, 1999; Fried *et al.*, 2002)⁷⁴.

⁷⁴ Dentro de este bloque dedicado a los modelos de valores ajustados no podemos olvidar el modelo de dos etapas de Pastor (1994), con una estructura diferente del resto, pero con una filosofía similar. En este caso, la primera etapa consiste en la realización de un DEA estándar en el que se incluyen los outputs y los factores exógenos. Posteriormente, los valores de los outputs de cada unidad se ajustan al alza utilizando para ello el valor de los *slacks* totales, a excepción de las unidades eficientes, a las que se les mantiene intacto el valor de sus outputs. De este modo se garantiza que todas las unidades están operando en las mismas condiciones en lo que respecta a su dotación de inputs no controlables. Una vez realizado el ajuste, en la segunda etapa, se lleva a cabo un DEA en el que se emplean los inputs controlados por el gestor y los nuevos outputs ajustados tras incluir el efecto de los inputs no controlables. Este modelo, sin embargo, presenta un grave problema de interpretación que desaconseja su

a. Enfoque no paramétrico (Modelo de tres etapas)

En este caso, el mecanismo para descomponer los diferentes factores que influyen sobre la eficiencia inicial es un DEA estándar orientado al input en el que los inputs no controlables se introducen como outputs y los *slacks*, de todas las variables, como inputs. De esta forma se plantea un problema de minimización de los inputs (los *slacks*) sujeto al valor de los outputs (los inputs no controlables), es decir, se pretende determinar en qué medida pueden reducirse los primeros tomando como fijo el valor de los segundos.

El problema puede resolverse de dos maneras: calculando un único DEA en el que se incluyan todos los *slacks* de manera simultánea, o realizando por separado un DEA para el *slack* de cada una de las variables empleadas en la primera etapa. Pese a que la primera opción permite incorporar un mayor número de observaciones, los autores recomiendan la utilización de la segunda opción. Esta última establece los objetivos de reducción de los *slacks* en función de la posición relativa de cada unidad respecto al resto para cada variable, mientras que si se opta por un único DEA en el que se incluyan los *slacks* de todas las variables, las posibles reducciones dependerán de la posición relativa de cada unidad respecto de las demás con relación a todos los *slacks*. La formulación exacta del programa DEA planteado en la segunda etapa es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \beta_0 \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^I \lambda_i x_{fi} - s^{-} = x_{f0} \\
 & \sum_{i=1}^I \lambda_i [(1 - \theta_0) x_{di} + s_d^+] + s^{+} = \beta_0 [(1 - \theta_0) x_{d0} + s_{d0}^+] \\
 & \sum_{i=1}^I \lambda_i = 1 \\
 & \lambda_i, s_d^+, s^{-} \geq 0
 \end{aligned}$$

utilización. Con la inclusión en la primera etapa de los inputs no controlables siguiendo una relación positiva con el output (relación lógica existente entre un input y un output en cualquier DEA), las unidades que más incrementen sus outputs son precisamente las que cuentan con una mejor dotación de factores exógenos.

donde el *slack* total detectado en la primera etapa para cada productor en la variable x_d viene dado por la expresión: $\left[(1-\theta_0)x_d + s_d^+ \right]$. Como resultado de este proceso se obtiene para cada unidad el objetivo (*target*) alcanzable teniendo en cuenta su dotación de inputs no controlables. En el caso de que este objetivo coincida con el valor del *slack* inicial, se puede afirmar que todo el *slack* inicial se explica por el efecto de los inputs no controlables, mientras que si el valor de este objetivo de producción es inferior al *slack* inicial, se asume que una parte de éste se explica por un comportamiento ineficiente del productor (diferencia entre el *slack* inicial y el *target* calculado en la segunda etapa). De este modo, es posible identificar para los *slacks* de cada variable qué parte de los mismos se explica por la influencia de efectos externos, $\beta_0 \left[(1-\theta_0)x_d + s_d^+ \right]$, y cuál se debe a la ineficiencia, $(1-\beta_0) \left[(1-\theta_0)x_d + s_d^+ \right]$.

Tras realizar esta descomposición, el siguiente paso es el ajuste de los datos originales. Según el modelo original de Fried y Lovell (1996) dicho ajuste debe realizarse penalizando a los productores ineficientes, es decir, sumando a los inputs originales (y restando a los outputs originales) la parte del *slack* que se atribuye a la ineficiencia. Sin embargo, basándonos en la confusión que, desde nuestro de vista, puede suponer un ajuste como el expuesto, consideramos que es más recomendable realizar el ajuste utilizando la modificación al modelo original propuesta por Muñiz (2002). Esta propuesta consiste en restar a los valores de los inputs originales los *objetivos* calculados para cada input en este segundo DEA y sumarle a los valores de los outputs iniciales los *objetivos* calculados para cada output, ya que estos *targets* representan la parte del *slack* que está explicada por la influencia de los inputs no controlables. Finalmente, en la tercera etapa se realiza un nuevo DEA incluyendo los nuevos valores ajustados.

La principal ventaja de esta alternativa es que utiliza técnicas no paramétricas en todas las etapas, algo que resulta útil para medir la eficiencia en sectores en los que es difícil modelizar las relaciones entre los diferentes inputs y outputs, tal y como ocurre en el sector educativo. Además, gracias a esta estructura, el modelo puede aplicarse en todos los casos,

independientemente de que exista o no una relación significativa entre los *slacks* de las variables y los inputs no controlables, condición que resulta imprescindible en los modelos mixtos (DEA + Regresión).

No obstante, emplear una técnica no paramétrica en todas sus etapas también tiene sus inconvenientes, derivados del sesgo que puede existir en los resultados por el carácter determinístico de la misma o la pérdida de poder de discriminación que se produce cuando el número de variables no controlables incluidas es elevado⁷⁵.

Además, existe una importante limitación de tipo metodológico. Las unidades que son calificadas como eficientes en el análisis de eficiencia inicial no puedan convertirse en ineficientes con la aplicación de las correcciones, aunque éstas se hayan visto favorecidas en la primera evaluación por disponer de una dotación relativamente buena de inputs no controlables⁷⁶.

En principio esta debilidad puede no resultar excesivamente grave, pues afectaría únicamente a los índices de eficiencia de un número reducido de unidades (unidades eficientes), sin embargo, en aquellos casos en los que estas unidades presentan una dotación de inputs no controlables muy superior al resto, la propia estructura del modelo puede conducir a una sobreestimación del valor final de los índices de eficiencia de todas las unidades⁷⁷.

⁷⁵ Esta cuestión se pone de manifiesto en Muñiz *et al.* (2006) en el que se plantea un ejercicio de simulación, cuyos resultados permiten comprobar que los índices obtenidos con este modelos están más alejados de la “*eficiencia real*” cuanto más variables se incorporan al análisis.

⁷⁶ La relevancia de esta cuestión se refleja en el hecho de que los creadores del modelo decidieran no continuar explorando las posibilidades de la técnica en trabajos posteriores, como se señala en Fried *et al.* (2002).

⁷⁷ Este fenómeno se produce porque los ajustes de la segunda etapa están basados en la diferencia entre los *slacks* calculados en la primera etapa y los obtenidos en la segunda, es decir, se calculan utilizando como referencia las unidades que han sido calificadas como eficientes en el DEA inicial. Teniendo en cuenta que los inputs no controlables de cada variable se fijan en la segunda etapa (actúan como outputs en un DEA orientado a la minimización de inputs), si todas las unidades que son consideradas eficientes en la primera etapa tienen una dotación de inputs no controlables muy favorable, los *targets* del resto de unidades presentarán unos valores muy elevados, lo que conllevará un ajuste de mayor cuantía sobre sus valores originales, haciendo que, una vez modificados los valores de los inputs y los outputs, se obtengan unos índices de eficiencia muy elevados (o lo que es lo mismo, que la ineficiencia sea mínima).

Finalmente, la corrección de los valores de los inputs cuando la orientación del modelo es de maximización del output (o sobre los outputs si se trata de minimización de inputs), no parece estar muy justificada desde el punto de vista teórico, siendo además un factor que provoca la sobreestimación de los índices de eficiencia.

Como valoración final puede decirse que, pese a los problemas señalados, su utilización resulta especialmente apropiada en aquellos casos en los que no exista una relación significativa entre los índices (o *slacks*) estimados en la primera etapa y los inputs no controlables, siempre que el número de variables exógenas no sea excesivamente elevado y que la dotación de inputs no discrecionales de las unidades calificadas como eficientes en la etapa inicial no sea muy superior al resto.

b. Enfoque semi-paramétrico (Modelo de cuatro etapas)

El principal exponente de este enfoque es el modelo propuesto por Fried *et al.* (1999) que emplea, para la descomposición de los diferentes efectos que incorporan los *slacks* obtenidos en la etapa inicial, un sistema de ecuaciones formado por n regresiones Tobit (una para cada variable), donde las variables dependientes son los *slacks* totales de cada output o cada input⁷⁸ y los regresores los factores exógenos:

$$ITS_j^k = f(Z_j^k, \beta_j, u_j^k)$$

En esta expresión ITS_j^k representa el *slack* total obtenido en la primera etapa, Z_j^k es el vector representativo de los inputs no controlables, β_j es el vector de coeficientes y u_j^k es el término de error.

⁷⁸ En este modelo sólo se emplean las holguras correspondientes a un tipo de variables (*inputs* o *outputs*) en función de la orientación del modelo, ya que si se ha optado por la maximización de outputs, la mayor parte de las holguras estimadas para los *inputs* tendrán un valor nulo (o viceversa) con lo que la estimación de estas regresiones carecería de sentido. Asimismo, la utilización de la regresión Tobit está justificada porque los valores de los *slacks* están censurados en 0.

Posteriormente, en la tercera etapa, se emplean los coeficientes estimados en la etapa anterior para calcular los nuevos *slacks* de cada variable⁷⁹. Dichos valores representan los *slacks* “permitidos” teniendo en cuenta la dotación de inputs no controlables de cada unidad. Con esos valores se llevan a cabo los ajustes sobre los valores de la variables originales (inputs o outputs). Los ajustes se realizan restando al valor original de cada output (o sumando al valor original de cada input) la diferencia entre el mayor valor predicho y el de cada unidad⁸⁰:

$$y_{j\ adj}^k = y_j^x - \left[\text{Max}^k \left\{ \text{ITS}_{j\ pred}^k \right\} - \text{ITS}_{j\ pred}^k \right]$$

o

$$x_{j\ adj}^k = x_j^k + \left[\text{Max}^k \left\{ \text{ITS}_{j\ pred}^k \right\} - \text{ITS}_{j\ pred}^k \right]$$

Este modo de ajuste supone tomar como referencia la situación de la unidad más perjudicada por el efecto de los inputs no controlables. En consecuencia, la unidad que se encuentra en peor situación no sufre ningún tipo de ajuste en el valor de sus outputs (inputs) mientras que el resto (con una mejor dotación de factores exógenos) incrementarán el valor de los inputs en la cuantía especificada anteriormente. Con un ajuste como el propuesto se consigue que el índice de ineficiencia final, o mejor dicho, el objetivo (*target*) final de producción, muestre una reducción de inputs alcanzable por el productor si consigue ser realmente eficiente. La elección de este criterio es conservador; si se optase por tomar como referencia al productor más beneficiado, el objetivo de producción sería inalcanzable para las unidades dada su dotación de inputs no controlables.

Una observación que puede hacerse a la utilización de este modelo en su versión de maximización del output es que cuando se trata de incluir el efecto de inputs no controlables resulta especialmente apropiado ya que sólo

⁷⁹ Estos coeficientes nos ofrecen información acerca del efecto (positivo o negativo) de los inputs no controlables sobre los *slacks*. Este efecto puede ser diferente para cada *slack* e, incluso, puede ocurrir que haya factores exógenos que influyan sobre unos *slacks*, pero no sobre otros.

⁸⁰ Sólo se ajustan aquellos a los que está orientado el modelo.

corrige el valor de los outputs, las únicas variables sobre las que influyen estos factores.

Además, desde el punto de vista metodológico, la propuesta es interesante en la medida que con ella se superan algunos de los inconvenientes detectados en otros modelos. Por un lado, permite estimar índices que reflejan objetivos de producción alcanzables para las unidades y, por otro, garantiza la corrección de los índices de las unidades calificadas como eficientes en la primera etapa en el caso de que éstas se hayan visto beneficiadas por contar con una dotación de factores exógenos muy favorable.

Sin embargo, por su similitud con los modelos de segunda etapa comparte con ellos algunas limitaciones. Por ejemplo, la necesidad de que exista una relación significativa entre los *slacks* y las variables exógenas. La más importante son los problemas de sesgo que acompañan a la estimación de las regresiones ya que el cálculo de los *slacks* también se realiza a partir de la información de todas las unidades que componen la muestra incumpliendo el requisito de independencia en los errores de las regresiones que componen el sistema de ecuaciones.

El primero de estos inconvenientes condiciona la posible aplicación de esta propuesta a las características de la muestra. El segundo, por su parte, puede superarse mediante la aplicación del *bootstrap* en la estimación del sistema de ecuaciones de regresión original. Esta posibilidad, inédita hasta ahora en la literatura, consistiría en la aplicación del *Algoritmo 1* planteado por Simar y Wilson (2007) para estimar los intervalos de confianza de los *slacks*. Para ello será necesario introducir unas pequeñas modificaciones en el proceso: la sustitución del índice estimado en la etapa inicial $\hat{\theta}$ (variable dependiente en la regresión) por el valor estimado de los *slacks* $ITS_{j\ pred}^k$ para cada una de las variables y la modificación del punto de truncamiento de la distribución normal que pasa a ser $-z_i\hat{\beta}$ en lugar de $(1-z_i\hat{\beta})$ ⁸¹.

⁸¹ Esta modificación en el punto de truncamiento está motivado por el hecho de que los *slacks* no están censurados por el valor 1, sino por el valor 0 (Oliveira y Santos, 2005).

La aplicación de este nuevo algoritmo en la estimación de cada una de las regresiones que componen el sistema de ecuaciones permite obtener unos intervalos de confianza para los parámetros de gran utilidad para identificar con claridad cuáles son las variables exógenas que más influyen (y en qué sentido) sobre los distintos outputs o inputs que forman parte del proceso. No obstante, su principal utilidad en la incorporación del efecto de los inputs no controlables en los índices de eficiencia es ofrecer una estimación más precisa de los parámetros de las diferentes regresiones $\hat{\beta}_j$, a partir de los cuales pueden realizarse los ajustes sobre los valores de las variables iniciales y, finalmente, calcular unos nuevos índices de eficiencia que reflejen unos objetivos de producción apropiados para las unidades teniendo en cuenta su dotación de inputs no controlables.

Con la utilización del *Algoritmo 1* expuesto en Simar y Wilson (2007) se evitan los problemas de sesgo relacionados con la correlación existente entre la variable dependiente y los errores en la regresión, haciendo de este modelo de cuatro etapas modificado una alternativa muy atractiva para la construcción de índices de eficiencia que incorporen a los inputs no controlables.

En todo caso, su aplicación sólo conduce a unos resultados totalmente satisfactorios si el tamaño de la muestra utilizada es suficientemente grande en relación al número de variables empleadas en el DEA inicial. Si no es así se puede incurrir en un problema de sesgo hacia el valor cero en la estimación de los *slacks* iniciales. En principio, esta problemática podría resolverse mediante la aplicación del *Algoritmo 2* propuesto por estos mismos autores, pero las notables divergencias existentes en la propia estructura de los procesos seguidos para ajustar los valores de los índices de eficiencia con este modelo en relación al modelo DEA estándar hacen imposible esa posibilidad.

Dentro de este enfoque semi-paramétrico también se incluye otra propuesta con una estructura muy similar a la del modelo de cuatro etapas, el modelo planteado por Fried, Lovell, Schmidt y Yaisawarng (2002), que permite incluir en la evaluación como factor adicional explicativo de los valores de los

slacks iniciales al ruido aleatorio, es decir, la suerte que afecta al proceso productivo, el efecto que puedan tener las variables no incluidas en la evaluación o cualquier otro fenómeno que pueda afectar a los resultados.

Este modelo se caracteriza por emplear, en la segunda etapa, una frontera estocástica en la que se incluyen los *slacks* como variable dependiente frente a las variables representativas de los inputs no controlables y un término de error compuesto, que diferencia entre los efectos de la ineficiencia y el ruido⁸². La forma funcional de estas regresiones de frontera estocástica es la siguiente:

$$s_{ni} = f^n(z_i; \beta^n) + v_{ni} + u_{ni} \quad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, I$$

donde $s_{ni} = x_{ni} - X_n \lambda \geq 0$ son los *slacks* totales de los outputs (inputs), $f^n(z_i; \beta^n)$ son las fronteras determinísticas de *slacks* factibles, $z_i = [z_{i1}, \dots, z_{ki}]$, son las variables de factores exógenos, β^n son los vectores de parámetros a estimar y, finalmente, $v_{ni} + u_{ni}$ representan los errores, siendo el primero de los componentes el que representa el ruido $[v_{ni} \approx N(0, \sigma_{vn}^2)]$ y el segundo $u_{ni} \geq 0$ el que refleja la ineficiencia técnica. Realizando una serie de supuestos estas regresiones pueden estimarse mediante máxima verosimilitud⁸³.

A partir de las estimaciones de la frontera estocástica y del valor estimado del ruido estadístico se realizan los ajustes sobre los valores originales de los outputs (inputs)⁸⁴. Para ello, el modelo parte de que los productores que se ven afectados negativamente por factores exógenos o por la (mala) suerte obtienen unos resultados relativamente peores que el resto en

⁸² La principal ventaja de utilizar una frontera estocástica en lugar de una regresión normal es que el término de error es asimétrico, con lo que se puede diferenciar el efecto de los tres factores ya comentados: los factores exógenos (variables explicativas), la ineficiencia técnica (componente de una parte del error) y el ruido aleatorio (componente simétrico del error).

⁸³ Debe asumirse que $u_{ni} \approx N^+(\mu^n, \sigma_{un}^2)$ y que ambos términos de error se distribuyen independientemente el uno del otro y respecto de z_i .

⁸⁴ Para poder estimar el ruido estadístico (v_{ni}) hay que separarlo del otro componente del error, la ineficiencia técnica (u_i), en los residuos de los modelos de regresión. Este procedimiento se lleva a cabo siguiendo la metodología propuesta por Jondrow *et al.* (1982).

la evaluación realizada en la primera etapa. Para que los índices finales tengan en cuenta estos factores, se propone realizar un ajuste a la baja en el valor de los outputs (o al alza en el valor de los inputs controlables si la orientación del modelo es la minimización de inputs) para aquellos productores que cuentan con una dotación muy buena de inputs no controlables o que hayan tenido mucha suerte. Concretamente, el ajuste de los valores iniciales se realizará del siguiente modo:

$$y_{ni}^A = y_{ni} - \left[\max\{z_i \hat{\beta}^n\} - z_i \hat{\beta}^n \right] - \left[\max\{\hat{v}_{ni}\} - \hat{v}_{ni} \right] \quad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, I$$

o

$$x_{ni}^A = x_{ni} + \left[\max\{z_i \hat{\beta}^n\} - z_i \hat{\beta}^n \right] + \left[\max\{\hat{v}_{ni}\} - \hat{v}_{ni} \right] \quad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, I$$

Al igual que ocurre en el modelo de cuatro etapas, con esta alternativa el ajuste se basa en la situación de la unidad con peores condiciones externas posibles, es decir, un entorno totalmente adverso y con la peor suerte posible. La diferencia con el modelo anterior es que considera dos tipos de ajustes, con lo que, una vez corregidos, los índices de eficiencia estarán mucho más próximos a la unidad.

El modelo comparte con el de cuatro etapas todas sus ventajas; sin embargo presenta con dos problemas que dificultan su aplicación en la incorporación de la información correspondiente a las variables exógenas. El primero, el notable sesgo al alza que se introduce en la ineficiencia como consecuencia del criterio excesivamente bondadoso empleado para ajustar los índices iniciales y que puede llevar a la obtención de unos índices de eficiencia alejados de los verdaderos objetivos de producción de las unidades. El segundo, relacionado con los problemas de sesgo por la ausencia de independencia entre la variable dependiente y los errores compuestos ya comentados en este tipo de modelos y para los que, hasta el momento, no se ha desarrollado ningún mecanismo que permita superar este problema⁸⁵.

⁸⁵ En esa línea están los trabajos de Grosskopf y Hayes (1993) y Grosskopf, Hayes y Hirschberg (1995), que utilizan técnicas de *bootstrap* como alternativa para mejorar la precisión estadística de los índices de eficiencia estimados mediante modelos de frontera estocástica. En ellos no se aborda, sin embargo, la inclusión de factores exógenos en las estimaciones.

2.3. RECAPITULACIÓN

El desarrollo reciente de varias alternativas para incorporar las variables exógenas en el análisis de eficiencia con la técnica DEA plantea de forma inmediata la cuestión de si alguna de ellas es claramente superior a las demás. La mayor parte de los trabajos sobre esta cuestión se limitan a hacer una breve referencia a la literatura previa para, a continuación, proponer una metodología para el tratamiento de las variables exógenas. Entre las pocas excepciones a esta tendencia se encuentran los estudios de Rouse *et al.* (1996) y Worthington y Dollery (2002), en los que se realiza una descripción sintética de las diferentes alternativas existentes, como paso previo a un análisis comparado de los resultados obtenidos con cada una de ellas aplicadas a una muestra específica. Sin embargo, en ninguno de ellos se lleva a cabo un análisis exhaustivo de las ventajas e inconvenientes de las diferentes propuestas.

Hasta donde alcanza nuestro conocimiento, el único trabajo que aborda esta tarea es el de Muñiz (2000) donde, tras poner de manifiesto las principales limitaciones del enfoque unietápico, el autor defiende el uso de un modelo de varias etapas totalmente no paramétrico apoyándose en criterios metodológicos. Pese a su enorme valor, este estudio no analiza una nueva e interesante corriente de trabajos, la mayoría surgidos con posterioridad, en los que se plantea el uso de modelos multietápico mixtos (DEA + Regresión) como alternativa.

El contenido este bloque pretende arrojar algo de luz en torno a esta cuestión a través de un análisis de las diferentes propuestas surgidas hasta la fecha, tanto desde un punto de vista metodológico como de orden práctico. De este modo se pretende confeccionar una guía para los investigadores que se encuentren en la situación de tener que seleccionar una de estas alternativas para incluir la información relativa a las variables exógenas en un análisis de eficiencia.

La primera cuestión tratada en el capítulo es la necesaria diferenciación que debe hacerse entre dos tipos de variables exógenas que, pese a recibir

normalmente un tratamiento homogéneo en las investigaciones, son conceptos diferentes: los inputs no controlables y las variables ambientales. La principal diferencia entre ambas es que las primeras participan en el proceso productivo y las segundas no, motivo por el que las primeras deben tenerse en cuenta en la construcción de los índices de eficiencia, mientras que las variables ambientales deben utilizarse únicamente como posibles factores explicativos del grado de eficiencia.

Aunque el análisis de las diferentes alternativas se ha concentrado en aquéllas que estiman los índices de eficiencia, también se han incluido otras propuestas que dan un tratamiento inadecuado tanto a los inputs no controlables como a las variables ambientales ofreciendo así una visión más completa del problema. En la discusión clasificamos las opciones en tres grupos: enfoque de separación de frontera, modelos unietápicos y modelos multietápicos.

Los modelos del primer grupo resultan recomendables cuando se emplean variables ambientales o de entorno debido a la exigencia de que un número reducido variables exógenas (categóricas) explique las principales diferencias existentes entre los productores. Mientras que las variables ambientales suelen cumplir este requisito, es poco probable que los inputs no controlables adopten una estructura categórica. Por tanto, en los casos en los que estos últimos presentan valores continuos, los más comunes, esta técnica no resulta adecuada para incorporar su efecto al análisis de eficiencia.

Los modelos de una etapa incluyen la información sobre los inputs no controlables en la construcción de los índices de eficiencia mediante la realización de un DEA en el que se modifican algunas de sus restricciones para dar un tratamiento diferenciado a estas variables. Este planteamiento simplifica el cálculo de los índices de eficiencia, lo que supone una ventaja frente a otros enfoques. El modelo resultante presenta, sin embargo, algunos problemas metodológicos relacionados fundamentalmente con su elevada sensibilidad ante la pérdida de grados de libertad por la incorporación de nuevas variables en el modelo, que las modificaciones del programa DEA estándar sólo son

efectivas si la orientación elegida es la minimización de inputs y el hecho de que los índices de eficiencia obtenidos con esta alternativa siempre sean mayores o iguales que los resultantes de la aplicación de un DEA sin considerar a las variables exógenas, con lo que resulta imposible ajustar a la baja el índice de las unidades que se benefician de un entorno relativamente favorable. Estos fenómenos nos lleva a pensar que esta alternativa no resulta apropiada para abordar la incorporación de los inputs no controlables en el análisis de eficiencia, especialmente si el análisis adopta una orientación de maximización del output, lo que nos invita a valorar la opción multietápica como un mecanismo mucho más atractivo.

Dentro del enfoque multietápico caben diferentes propuestas pero todas ellas comparten el punto de partida, es decir, los resultados obtenidos en un DEA inicial en el que no se considera explícitamente la influencia de los inputs no controlables. Posteriormente, cada uno plantea diferentes mecanismos para corregir estos índices incorporando el efecto de estos inputs.

La propuesta más sencilla se conoce habitualmente en la literatura como “*análisis de regresión o segunda etapa*” y consiste en la realización de un ajuste directo sobre los índices de eficiencia iniciales a partir de los parámetros estimados en una regresión en la que se incluyen los índices de eficiencia iniciales (θ_i) como variable dependiente y las variables representativas de los inputs no controlables (Z_i) como regresores. Dicha estimación puede realizarse de diferentes formas, aunque la más recomendable es aplicando un Tobit debido a que los índices de eficiencia están censurados.

Los índices obtenidos con estos modelos presentan importantes limitaciones. La primera de ellas es que, al considerar únicamente el componente radial de la eficiencia, asumen erróneamente que la influencia de las variables no discrecionales es la misma sobre todas las variables del proceso (inputs y outputs). La segunda, mucho más relevante, es el problema de sesgo que se produce en la estimación de los parámetros de la regresión por la existencia de correlación entre los valores de los índices de eficiencia

calculados en la primera etapa (variable dependiente), incumpléndose, por tanto, el requisito de independencia en los errores exigido en los análisis de regresión. Este problema puede evitarse mediante el uso de los algoritmos propuestos por Simar y Wilson (2007), basados en la aplicación de técnicas de *bootstrap* en la estimación de los parámetros. No obstante, los índices obtenidos no reflejan los verdaderos objetivos de producción para las unidades, sino más bien los cambios que se producen en ellos al considerar (artificialmente) que cada unidad cuenta con una dotación de inputs no controlables igual a la media. Este hecho, sumado a los problemas asociados al uso del componente radial de la ineficiencia nos animó a explorar la opción de los modelos de valores ajustados.

Estos modelos se basan en la utilización de los *slacks* totales (componente radial y no radial) de las variables estimados en el DEA inicial (que no considera el efecto de los inputs no controlables). Su objetivo es identificar qué parte de estos *slacks* se explica por el efecto de los inputs no controlables y qué parte está asociada con la propia ineficiencia técnica de los productores. Esta descomposición permite realizar ajustes directos sobre los valores de las variables (inputs y outputs controlables), descontando así el efecto de los factores exógenos. La última etapa, coincidente en todas las alternativas, consiste en la realización de un nuevo DEA en el que se incluyen los nuevos valores corregidos de las variables en función de la dotación de inputs no controlables de cada unidad. De este modo, los índices estimados recogen exclusivamente el nivel de eficiencia con el que actúan las unidades productivas.

Dentro de este enfoque puede distinguirse entre modelos no paramétricos y semi-paramétricos, según se utilice en la descomposición de los diferentes factores un nuevo DEA o una regresión, respectivamente.

Desde el punto de vista metodológico, la opción más atractiva es el modelo semi-paramétrico compuesto por cuatro etapas, pues con ella se evitan algunos de los principales inconvenientes detectados en otros modelos. Por un lado, estima índices que reflejan objetivos alcanzables de producción para las

unidades; por otro, permite la corrección de los índices de las unidades calificadas como eficientes en la primera etapa en el caso de que éstas se hayan visto beneficiadas con una dotación favorable de factores exógenos.

Su idoneidad sigue estando condicionada por el problema de sesgo que se produce en la estimación de los parámetros que componen el sistema de ecuaciones debido al incumplimiento del requisito de independencia en los errores de las regresiones, pues la estimación de los *slacks* iniciales también se realiza a partir de la información de todas las unidades que componen la muestra⁸⁶. Dicha limitación puede superarse mediante la aplicación del *bootstrap* en la estimación del sistema de ecuaciones de regresión original. Esta posibilidad, inédita hasta ahora en la literatura, consistiría en la aplicación del *Algoritmo 1* planteado por Simar y Wilson (2007) para obtener una estimación más precisa de los parámetros de las diferentes regresiones. Con ellos se ajustarían los valores de las variables iniciales y se calcularían unos nuevos índices de eficiencia que incorporan a los inputs no controlables.

Por su parte, el modelo de tres etapas con DEA plantea como principal ventaja el uso exclusivo de técnicas no paramétricas en todas sus fases, lo que le permite mantener la flexibilidad en todo el proceso de medición de la eficiencia tan deseable dada la complejidad de las relaciones inputs-outputs que caracterizan a algunos programas públicos. Además, este modelo puede aplicarse en todos los casos, independientemente de que exista o no una relación significativa entre los *slacks* de las variables y los inputs no controlables, exigencia que sí deben cumplir los modelos mixtos, lo que la convierte en una opción especialmente atractiva.

La opción por este modelo debe tener en cuenta algunas limitaciones. En primer lugar, su carácter totalmente no paramétrico puede hacerle perder capacidad de discriminación si el número de variables incluidas en el análisis es reducido en relación al número de observaciones disponibles; en segundo lugar, las unidades calificadas como eficientes en la evaluación inicial no

⁸⁶ Problema análogo al que se produce en los modelos de segunda etapa con los índices de eficiencia estimados inicialmente.

pueden convertirse en ineficientes con la aplicación de las correcciones aunque se hayan visto favorecidas en la primera evaluación por disponer de una dotación relativamente buena de inputs no controlables. Aunque esta última limitación pueda no resultar excesivamente grave, la estructura del modelo puede conducir a una sobreestimación del valor final de los índices de eficiencia si las unidades calificadas como eficientes en la primera etapa cuentan con una dotación muy favorable. Por tanto, los resultados ofrecidos por esta metodología también están condicionados por las características de la muestra disponible.

**CAPÍTULO 3: EFICIENCIA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA:
ANÁLISIS DE CENTROS PÚBLICOS DE TRES COMUNIDADES
AUTÓNOMAS ESPAÑOLAS**

3.1. INTRODUCCIÓN

Una vez expuestas las diferentes alternativas metodológicas que permiten incorporar las variables exógenas en la medición de la eficiencia mediante el DEA se llevará a cabo su aplicación a un conjunto de unidades públicas con el propósito de completar con la perspectiva empírica el análisis más teórico realizado en el capítulo anterior.

La aplicación se desarrolla en el ámbito de la educación no universitaria, en el que estas variables exógenas tienen tanta o más importancia que los factores productivos controlables en la explicación de los resultados obtenidos.

Componen la muestra un conjunto de centros pertenecientes a tres Comunidades Autónomas españolas (Extremadura, Asturias y Aragón) de los que disponemos de una abundante información no solo de sus resultados y consumo de inputs, sino especialmente de las variables exógenas que influyen en su actuación, concretamente de las características del alumnado, obtenida mediante encuestas realizadas en los institutos evaluados. La riqueza de la base de datos relativa a las características del alumnado es un producto de la propia investigación al margen del examen de los modelos alternativos que se examinan.

Sobre la base de la anterior información evaluamos la eficiencia de los centros en cada una de las Comunidades por separado aplicando las opciones técnicas descritas en el capítulo anterior y, en función de diferentes criterios, nos pronunciamos sobre la bondad de cada una de ellas.

La estructura del capítulo es la habitual en este tipo de análisis. En primer lugar, se revisan los aspectos más relevantes del sector estudiado. A continuación, se comentan las características básicas de la muestra empleada en la aplicación; después se pasa a la descripción de las variables utilizadas y, finalmente, se comentan los resultados obtenidos.

3.2. LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

El especial interés que ha despertado siempre el sector educativo tanto en los gestores públicos como en la comunidad científica se explica por su condición de fuente de capital humano, lo que la convierte en un instrumento fundamental para lograr un mayor crecimiento económico (Krueger y Lindahl, 2001). Esta afirmación se sustenta en los resultados obtenidos en algunos trabajos en los que una educación de mayor calidad, medida a través de las habilidades demostradas por los alumnos en tests internacionales, muestra una evidente correlación con un mayor crecimiento económico (Hanushek y Kimko, 2000 o Barro, 2001).

A este fenómeno se suma el hecho de que la educación genera múltiples externalidades positivas tanto económicas como sociales. Así, por un lado, el sistema productivo resulta fortalecido a través de beneficios tales como una mayor competitividad, productividad y ocupación; resultados de los que no sólo se benefician los individuos que reciben la educación sino también la sociedad en su conjunto, pues, teniendo en cuenta la relación directa que existe entre el nivel educativo y los salarios, los individuos con mayor formación generan mayores ingresos futuros y se convierten en los principales contribuyentes para mejorar las políticas de gasto o de redistribución. Por otro lado, la educación favorece también aspectos sociales como la participación y consolidación de los valores democráticos o la reducción de la marginalidad, la exclusión y la delincuencia.

A la vista de estos beneficios potenciales, resulta evidente que una de las prioridades de los gestores educativos ha de consistir en indagar acerca de cuáles son las variables que más influyen en el rendimiento escolar para fortalecer el sistema educativo y poder disponer en el futuro de una población más y mejor formada.

Esta inquietud, de la que también participan numerosos investigadores que desarrollan su actividad en el ámbito educativo, ha dado lugar al desarrollo

de una línea de investigación dedicada al estudio de una función de producción educativa que relacione los outputs y los inputs escolares.

La función de producción es una herramienta analítica que se suele utilizar para investigar cómo se relacionan los factores productivos, como el capital o el trabajo, con el nivel de producción en una industria. Si fuera posible encontrar en el sector educativo un instrumento que nos permitiera conocer el modo en el que los factores productivos educativos se transforman en resultados, sería posible tomar decisiones óptimas de asignación de recursos públicos y privados con el objetivo de maximizar los objetivos deseables de la educación. Sin embargo, a pesar del gran número de trabajos realizados en este campo hasta la fecha, siguen existiendo muchas dudas a la hora de identificar cuáles son los factores que más afectan al rendimiento escolar⁸⁷ (Engert, 1996).

Estos estudios se caracterizan por el uso de variables cuantitativas en diferentes modelos de regresión lineal con el propósito de determinar si existe algún tipo de relación estadística significativa entre las variables representativas del output escolar y los diferentes factores que participan en el proceso educativo. Por tanto, el objetivo primordial es determinar si una variable tiene o no influencia sobre los resultados y, en caso afirmativo, conocer el sentido (positivo o negativo) de esa influencia.

Entre ellos, el que ha tenido una mayor relevancia posterior fue el que desarrolló un equipo de investigadores americanos encabezado por James Coleman, conocido a nivel internacional como "*Informe Coleman*", en el que se valoró la relación estadística entre los éxitos y los recursos escolares utilizando una amplia base de datos compuesta por más de 600.000 estudiantes, 60.000 profesores y los recursos escolares de 4.000 escuelas en Estados Unidos. Aunque las conclusiones obtenidas fueron muy diversas, el hallazgo más significativo consistía en que las escuelas o más bien, los recursos productivos

⁸⁷ Hanushek (2003) ofrece una excelente revisión sobre esta cuestión, que incluye más de 300 trabajos realizados dentro del ámbito de la educación con el propósito de identificar los factores que tienen un efecto más significativo sobre el output escolar.

que utilizan y la forma en que los utilizan, explicaban sólo un 10% de los resultados obtenidos por los estudiantes. En contraposición, las características del entorno familiar parecían predecir de forma más completa el resultado académico.

Debe tenerse presente sin embargo que el marco conceptual en el que se sitúa este trabajo y la mayor parte de los que se desarrollaron con posterioridad resulta demasiado simplista, pues consideran a las escuelas como unidades funcionales de planificación, innovación y evaluación que transforman inputs en outputs mediante un proceso de producción análogo al que tiene lugar en el sector privado (Deller y Rudnicki, 1993), cuando resulta obvio que la claridad que caracteriza al proceso que tiene lugar en la mayoría de las empresas del sector privado se convierte en una cuestión bastante más compleja cuando nos referimos al proceso que tiene lugar en los centros escolares (Hanushek, 1986).

En el sector educativo existen múltiples factores que complican la clásica relación existente entre inputs y outputs, haciendo que la conexión entre variables educativas no sean las simples y lineales relaciones causa-efecto⁸⁸. Sin ánimo de ser exhaustivo a continuación se comentan algunos de ellos con el doble propósito de familiarizar al lector con las características del ámbito en el que se desarrolla esta aplicación y poner de manifiesto las dificultades a las que se enfrentan los investigadores en este campo:

- El output escolar tiene una naturaleza múltiple e intangible, dado que las escuelas deben preocuparse por dar una formación cognitiva y preparar a los estudiantes para el desempeño de un trabajo en el futuro, sin olvidarse de la formación afectiva, la promoción de los valores democráticos y otros muchos aspectos de tipo social. Aunque en principio estos objetivos no son contradictorios, el hecho de que la capacidad de los profesores y los recursos con los que cuentan las

⁸⁸ Como señala Ruiz (1999), *“limitar la evaluación de centros a un escaso número de variables y reducir éstas a una simple expresión cuantitativa equivale a ofrecer una visión simplista y superficial, cuando no sesgada, del fenómeno educativo”*.

escuelas sean limitados, hace que exista competencia entre ellos, siendo habitual que se conviertan en sustitutivos.

- Hay una serie de factores, relacionados fundamentalmente con las actividades que se desarrollan dentro de las aulas, como la capacidad de transmitir conocimientos por parte del profesor, la motivación de alumnos y profesores o el clima escolar, cuya influencia sobre los resultados de los estudiantes es mucho más significativa que otras variables tradicionales como el tamaño de las clases (Vandenberghe, 1999). Sin embargo, el esquema tradicional de la función de producción educativa no suele recoger estos factores ya que son difícilmente cuantificables. Pensemos, por ejemplo, en los métodos de enseñanza empleados por los profesores, en los que se combina un marcado carácter subjetivo, la posibilidad de que puedan ir cambiando con el tiempo (a medida que el profesor va adquiriendo una mayor experiencia) o el hecho de que dentro de la misma clase unos métodos pueden ser válidos para un tipo de alumnos pero no para otros.
- Es un sector en el que hay múltiples principales que, normalmente, tienen intereses muy dispares (Dixit, 2002). Así, en primer lugar, nos encontramos con los padres, cuyo objetivo prioritario es que sus hijos reciban una buena educación tanto en lo que respecta a formación académica como social. Los profesores, por su parte, quieren estar bien pagados, disfrutar de mejores condiciones laborales y poder acceder a programas de mejora de sus habilidades profesionales. En tercer lugar, pensemos en las empresas que contratarán a los alumnos en el futuro quieren, cuyo máximo interés es que éstos reciban una formación que les permita asumir responsabilidades. Y por último, la sociedad en su conjunto, preocupada porque se forme a los estudiantes como buenos ciudadanos.
- Se trata de un proceso acumulativo, es decir, el nivel educativo que los alumnos alcanzan en un momento dado no dependen de los recursos que se están empleando en ese momento sino más bien de la suma de

todos los recursos invertidos a lo largo de un período de tiempo mucho más amplio.

- Existe una relación de causalidad de doble sentido entre el tipo de alumnado y el rendimiento académico. Así, por ejemplo, la motivación de los estudiantes puede influir sobre sus resultados, pero también sus resultados pueden hacer que la motivación sea mayor. Este *feedback* entre las variables, que también puede producirse entre los outputs y los inputs escolares (Orme y Smith, 1996), puede tener una influencia negativa sobre la estimación de los parámetros de las regresiones.
- En el proceso educativo los “*clientes*” tienen un papel protagonista, ya que una parte importante de la educación recibida por los estudiantes no se adquiere en los centros educativos, sino a través de experiencias personales y relaciones familiares y sociales.

Al margen de estas dificultades, el estudio de la función de producción educativa debe tener en cuenta que, en ocasiones, las variables escolares y familiares pueden presentar valores adecuados y, sin embargo, los resultados escolares pueden ser bajos por la existencia de un cierto grado de ineficiencia.

La estructura de los primeros trabajos desarrollados en el contexto educativo no permitían incorporar adecuadamente este fenómeno ya que todos ellos realizaban un ajuste estadístico basado en el desempeño promedio. Posteriormente, con la utilización de las funciones frontera en sus distintas formas, se consiguieron importantes avances en tal sentido. Levin (1974) fue el primero que demostró que existían importantes diferencias entre los resultados obtenidos con funciones de frontera paramétricas y los correspondientes a una función basada en la media estadística de producción.

No obstante, como se puso de manifiesto en el capítulo primero, los resultados obtenidos en este tipo de análisis están fuertemente condicionados por la forma funcional concreta especificada y, además, se encuentran con la dificultad adicional que supone la habitual multiplicidad de outputs en este

sector. Estas limitaciones han hecho que, desde comienzos de los años ochenta, la mayor parte de los estudios que tratan de medir la eficiencia de un conjunto de unidades que operan en el ámbito educativo (centros educativos, distritos escolares, etc.) opten por el empleo de los modelos de frontera no paramétrica⁸⁹ y, especialmente, por el análisis envolvente de datos.

Esta elección se justifica básicamente por la gran capacidad que tiene esta técnica para adaptarse a un contexto en el que se utilizan múltiples inputs y outputs intermedios (en lugar del output final, muy difícil de medir en este sector) y en su mayor flexibilidad para la construcción de la frontera, lo que permite una mejor adaptación a un entorno en el que el conocimiento exacto de la función de producción resulta extremadamente complejo.

Asumiendo la superioridad de esta técnica como mecanismo apropiado para medir la eficiencia en este ámbito, una de las cuestiones de mayor relevancia que se plantean en este tipo de análisis es el modo en el que se debe incorporar la información relativa a las características del alumnado de los centros, sobre las que existe un elevado nivel de consenso entre los investigadores para identificarlas como las variables más relevantes a la hora de explicar el output escolar, que por su carácter no controlable requiere un tratamiento específico dentro de la evaluación.

En torno a esta cuestión el DEA ha experimentado un gran desarrollo en las dos últimas décadas, ofreciendo diferentes alternativas para incorporar el efecto de las denominadas variables exógenas a los análisis de eficiencia. Un breve repaso de la literatura reciente en el contexto educativo permite comprobar la disparidad de criterios en cuanto al método de incorporación seleccionado. Mientras que en los primeros trabajos que trataron esta cuestión no se establecían diferencias en el tratamiento de los inputs controlables y exógenos (Bessent *et. al*, 1980; Bessent *et. al*, 1982); en algunos más recientes se incluyen conjuntamente ambos inputs una sola etapa con un

⁸⁹ Los escasos trabajos que utilizan técnicas paramétricas en el sector (Deller y Rudnicki, 1993; Bates, 1997; Chakraborty *et. al*, 2001) coinciden en señalar la preferencia por la opción no paramétrica.

tratamiento diferenciado para los no controlables (Mancebón, 1996; Ruggiero, 1996) o, alternativamente, en otros se incorporan mediante la realización de varias etapas en el proceso de evaluación (Ray, 1988; Ray, 1991; McCarty y Yaisawarng, 1993; Ruggiero, 1998; Muñiz, 2002). Además, existen otras técnicas inéditas hasta ahora en el ámbito educativo, cuya consideración amplía esta gama de alternativas. Ante esta variedad de procedimientos parece conveniente preguntarnos por la opción metodológica que proporciona unos resultados más apropiados.

En este sentido, como se puso de manifiesto en el capítulo segundo, en la literatura existen algunos estudios previos que se aproximan a ese objetivo comparando los resultados obtenidos a una muestra determinada utilizando algunas de las opciones anteriores (Rouse *et. al*, 1996; Worthington y Dollery, 2002). Sin embargo, nuestro objetivo es más ambicioso ya que añadimos al ejercicio comparado algunas técnicas más novedosas que se han desarrollado en la literatura para incorporar este tipo de variables al análisis y además, presentamos sus resultados para tres muestras diferentes, con lo que limitamos, en parte, el error de extraer conclusiones generales a partir de los resultados de una sola muestra.

3.3. UNIDADES PRODUCTIVAS: CENTROS PÚBLICOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

La muestra que vamos a utilizar en esta aplicación inicialmente estaba formada por los centros de enseñanza secundaria de las tres Comunidades Autónomas mencionadas; en total 319 centros repartidos entre Asturias (100), Extremadura (115) y Aragón (104)⁹⁰. Sin embargo, al final se ha reducido a 208 unidades por diferentes motivos.

El primero es que se ha decidido limitar el análisis a los centros públicos por razones de homogeneidad. En nuestro país, los centros privados poseen unas características tanto estructurales como organizativas muy diferentes con respecto a los centros públicos que desaconsejan su inclusión conjunta en un análisis de eficiencia como el propuesto⁹¹. Además, la información ofrecida por los centros privados no es la más adecuada ya que, en muchos casos, no han querido suministrar información sobre los gastos de gestión, y en otros, la información suministrada en relación a esta variable no era fiable. Todo ello ha supuesto dejar fuera del análisis a un total de 78 centros.

Por la misma razón de homogeneidad de las unidades evaluadas, excluimos a los alumnos que cursaban enseñanza nocturna⁹². Como es sabido, el perfil de estos estudiantes difiere del resto; suelen ser repetidores o personas que compaginan los estudios con un trabajo remunerado, careciendo de una dedicación exclusiva. La inclusión de estos alumnos en el análisis

⁹⁰ El hecho de que el análisis se circunscriba a estas tres Comunidades no es casual, sino que tiene su origen en un Proyecto de Investigación concedido por el Ministerio de Educación en el año 2001 a un grupo de investigación formado por tres universidades españolas -Oviedo, Zaragoza y Extremadura-, que tenía por objeto la medición de la eficiencia de los institutos de enseñanza secundaria en estas regiones, gracias al cual ha sido posible captar un gran volumen de información sobre los centros educativos de las tres Comunidades Autónomas.

⁹¹ Bajo la denominación de centros privados nos referimos tanto a escuelas estrictamente privadas como a centros concertados, en los que una parte de la financiación proviene de fondos públicos.

⁹² El modo de excluir a los alumnos del nocturno ha consistido en eliminar de las variables relativas al OUTPUT las notas obtenidas por estos estudiantes. En cuanto a las variables que recogen la información acerca de los inputs no controlables, no ha sido necesario realizar ningún procedimiento ya que estos alumnos no respondieron a la encuesta.

supondría una discriminación en contra de los centros que tienen este tipo de estudiantes, motivo por el cual se optó por dejarlos fuera de la evaluación⁹³.

La ausencia de datos ha sido el segundo motivo para excluir a algunos centros. En general, excepto en algunos casos particulares en los que no se dispuso de información acerca de alguno de los inputs escolares (cinco entre las tres regiones), los mayores problemas proceden de la ausencia de información correspondiente a las características del alumnado de algunos centros. Dicha información se obtuvo mediante la realización de encuestas directas a los estudiantes de segundo de Bachillerato de los centros evaluados a finales del curso académico 2001-2002⁹⁴. La mayoría de los responsables de los centros colaboró en dicho proceso, pero algunos (ocho) se negaron a realizar las encuestas⁹⁵ y en otros la información obtenida se estimó que no era suficientemente representativa (veinte)⁹⁶.

En definitiva, como dijimos, el número total de centros educativos que componen la muestra es de 208, de los cuales 80 pertenecen a la Comunidad de Extremadura, 74 a la de Aragón y 54 al Principado de Asturias.

Por desgracia, el análisis de eficiencia no ha podido realizarse de manera conjunta para todos los centros debido a que el examen de la PAU, que habitualmente se emplea como indicador del output escolar, es diferente en cada región. Esto nos ha obligado a realizar evaluaciones separadas para cada Comunidad Autónoma.

⁹³ Otra alternativa hubiese sido mantener estos alumnos pero considerar su efecto por la vía de un factor no controlable. En todo caso, nuestro interés se centra en considerar los factores no controlables tradicionalmente identificados en la literatura, por lo que optamos por su exclusión del análisis.

⁹⁴ Las encuestas fueron llevadas a cabo por un conjunto de encuestadores formados previamente para este cometido. Incluso, en la Comunidad Autónoma de Extremadura, el proceso de encuestación fue realizado directamente por los Inspectores de la Consejería de Educación, lo que garantizó un elevado grado de fiabilidad sobre los resultados obtenidos.

⁹⁵ Todos pertenecientes al Principado de Asturias.

⁹⁶ El criterio seguido ha consistido en excluir a aquellos centros en los que el número total de alumnos que respondieron a la encuesta fuese inferior a 20 o en los que la tasa de respuesta no alcanzara el 40%.

Lo que sin duda es un inconveniente, pues reduce los grados de libertad de nuestras estimaciones, también puede contemplarse como ventaja, derivada de contar con tres muestras de datos reales con características y peculiaridades distintas.

En este sentido, incorporamos a nuestro análisis no solo el efecto de las distintas alternativas para considerar los inputs exógenos, sino también el derivado de las peculiaridades de la muestra seleccionada, lo que constituye un valor añadido que no resulta fácil encontrar en la literatura aplicada.

3.4. VARIABLES SELECCIONADAS

Como se ha puesto de manifiesto previamente, el estudio de la función de producción educativa es una de las líneas de investigación que ha acaparado un mayor interés por parte de los investigadores de este campo desde mediados del siglo pasado. Sin embargo, pese al gran número de trabajos publicados en torno a esta cuestión, siguen existiendo dificultades para definir y, sobre todo, medir adecuadamente el output de las escuelas, lo que ha llevado a la mayoría de los estudios a ensayar distintas aproximaciones a ese resultado final. Tampoco existe acuerdo, sobre la importancia de los inputs escolares en la consecución de ese output. Donde sí parece haber consenso por parte de los especialistas es en el papel destacado que tienen los denominados inputs no controlables, representados principalmente por las características de los estudiantes, en el rendimiento de los alumnos y, en consecuencia, en el output escolar con independencia de la aproximación que se siga para su medición.

Teniendo en cuenta el objetivo de la investigación, nuestro interés se ha centrado principalmente en el estudio de los factores exógenos o, de modo más concreto, en el examen de la mejor manera de cuantificarlos e incorporarlos al análisis de eficiencia. En consecuencia, sobre el output y los inputs escolares nos hemos limitado a realizar un breve examen de la literatura previa sin más pretensión que la de proporcionar una base teórica mínima a la selección de las variables.

En cuanto a los denominados factores exógenos al proceso productivo, realizamos un análisis más detallado tanto de la revisión bibliográfica como de los argumentos teóricos, que se completan con una discusión sobre el mecanismo empleado para captar esa información y el modo más adecuado de sintetizarla.

En todo caso, no debe olvidarse que tanto la selección de los outputs y los inputs como la de los factores no controlables se ve condicionada por dos tipos de restricciones, una de carácter teórico, consecuencia de las características específicas de la técnica de evaluación empleada y otra de tipo práctico, derivada de la información disponible.

En relación a la primera cuestión, debe tenerse en cuenta que la definición y selección de las variables empleadas en los análisis de eficiencia es una fase especialmente crítica si la técnica empleada para llevar a cabo las estimaciones es no estadística, como ocurre en nuestro caso con el DEA, ya que no se dispone de ningún test previo que permita evaluar la bondad de la elección de los inputs y los outputs (Seiford y Thrall, 1990).

La práctica habitual en los estudios desarrollados en el sector educativo ha consistido en seleccionar variables representativas de los outputs y los inputs para las que existe una base conceptual que justifique la relación entre ambos y una base empírica que refuerce esta vinculación. En esta investigación se compaginan ambos criterios.

Además, la utilización de una técnica no paramétrica, como sucede con el DEA, está claramente limitada en su capacidad de discriminación por el número de variables introducidas respecto al número de unidades evaluadas. Esto plantea un cierto dilema ya que, por un lado, se requiere la consideración de todos los factores relevantes para el análisis pero, por otro, cuanto más factores se incluyan más unidades serán calificadas como eficientes, con independencia de la relevancia de la nueva variable en la explicación de la eficiencia. Ante esta disyuntiva, nuestra posición ha consistido en seleccionar, dadas las restricciones de información existentes, aquellas variables sobre las

que exista un relativo consenso entre los especialistas y dejar fuera a todas aquellas sobre las que aquel no se produce.

Respecto al segundo factor, el hecho de que nuestra investigación se sitúe en el ámbito educativo añade una mayor complejidad al proceso de obtención de información acerca de las distintas variables representativas de los outputs y los inputs.

Las complicaciones que plantea la medición del output en nuestro país provienen, fundamentalmente, de la ausencia de indicadores que permitan medir el rendimiento escolar en las etapas intermedias del proceso educativo⁹⁷. No obstante, en el ámbito concreto de la enseñanza secundaria estos problemas se ven mitigados por la posibilidad de contar con una medida objetiva de los resultados de los centros a través de una prueba homogénea que se realiza al final de este período.

En cuanto a los inputs escolares, las dificultades asociadas a la obtención de una medida objetiva de la calidad del profesorado y de los métodos de enseñanza que éstos emplean, hace que en la mayoría de los estudios se opte por el empleo de los indicadores disponibles que, de algún modo, incorporan información sobre los principales factores productivos con los que cuentan los centros.

Por último, en lo que concierne a los factores exógenos al propio proceso productivo, son muy pocos los estudios que han contado con información relevante y fiable sobre ellos, lo que ha hecho que en la mayoría de los casos se hayan utilizado *proxies* muy alejadas de lo que se pretende medir. Afortunadamente, gracias a la realización de encuestas específicas en los centros evaluados, nuestra investigación se encuadra dentro del primer y exclusivo grupo.

⁹⁷ En los países anglosajones, por el contrario, se realizan un gran número de pruebas en distintas etapas del proceso educativo, lo que permite hacer un seguimiento del aprendizaje de los alumnos a lo largo del tiempo.

3.4.1. Aproximación al “output escolar”

La definición de un indicador que refleje de manera objetiva el output de cualquier actividad pública resulta una tarea siempre compleja, más aún en un sector tan peculiar como el educativo, en el que los objetivos perseguidos son tan diversos. Asumiendo el carácter multidimensional del output escolar parece razonable que tratemos de encontrar una concepción parcial del mismo que tenga significación en el contexto específico de nuestra investigación (De la Orden, 1985).

De este modo, si el objetivo perseguido es la evaluación de la eficiencia de un conjunto de centros escolares, la aproximación a la producción educativa más relevante es la que centra su atención en lo que surge directamente del proceso de transformación que se lleva a cabo en las escuelas (Mancebón y Muñiz, 2003). En este sentido, parece claro que en las instituciones educativas se produce formación tanto de carácter cognitivo como afectivo o social. Aunque hay múltiples opiniones en la literatura acerca de la relevancia de ambas⁹⁸, el peso de cada factor es diferente en cada nivel educativo. Así, mientras que en la educación primaria se presta una mayor atención a los valores afectivos, en la enseñanza secundaria el interés se concentra en el rendimiento académico de los alumnos. Por tanto, aceptando este hecho, en la valoración del comportamiento de los institutos de enseñanza secundaria lo más recomendable parece ser la utilización de algún indicador asociado con los conocimientos adquiridos por los estudiantes, con todas las prevenciones añadidas al reconocimiento de que dicha elección no deja de ser una aproximación al verdadero producto de los centros.

La interpretación de las conclusiones alcanzadas a partir de cálculos basados en este tipo de variables debe siempre realizarse con cierta cautela. No debe olvidarse que las escuelas son unidades con objetivos de producción múltiples que tienen encomendada la misión de conseguir un rendimiento por

⁹⁸ Entre los autores que defienden la inclusión de los valores cognitivos como representantes del output se encuentran los trabajos de Blaug (1981), Averch *et. al* (1974) y Levin (1974), mientras que otros autores consideran que no deben incluirse (Madaus *et. al*, 1979).

parte de los alumnos en muchos campos, además de los que se miden a través de los resultados académicos (Levin, 1974).

Lo ideal sería poder complementar esta medida con resultados asociados a la adquisición de otras habilidades y valores como la facilidad de integración laboral y social, la capacidad de comunicación e interrelación, el respeto al entorno, el deporte o la responsabilidad política, social y personal (Gray, 1981; Thanassoulis y Dunstan, 1994; Silva-Portela y Thanassoulis, 2001; Giménez, V., Prior, D. y Thieme, 2006), si bien es cierto que la posibilidad de medir estos aspectos tan abstractos resulta una tarea extremadamente compleja.

En todo caso, la elección de un indicador que se centre, exclusivamente, en los logros académicos tampoco resulta sencilla. Tales resultados se derivan tanto del desarrollo intelectual del alumno (capacidad de razonamiento, inteligencia, capacidad de expresión, etc.) como de los logros académicos alcanzados en las materias propias del currículo escolar. Aunque parece claro que ambos factores son indicativos de los resultados de los centros educativos, resulta más complejo distinguir en qué medida han influido éstos en el desarrollo intelectual de los estudiantes, ya que sobre el mismo también influyen muchos factores ajenos al centro. Por este motivo, es razonable suponer que la evaluación de la eficiencia de las unidades escolares se base, en mayor medida, en los logros académicos alcanzados por los alumnos.

Tras decantarnos por esta opción, se han de seleccionar aquellos instrumentos de medida que puedan representar mejor este output. En este sentido, una buena aproximación a los conocimientos de los alumnos pueden ser los resultados obtenidos en una prueba de aptitud que sea homogénea para todos los alumnos de los centros evaluados⁹⁹.

⁹⁹ Aunque este indicador es el que mejor permite medir los logros académicos de los estudiantes, también presenta algunas limitaciones, ya que no mide algunos aspectos que interesan mucho a los gestores de los centros, tales como el interés de los alumnos o su curiosidad intelectual (Koretz, 2002).

En nuestro país, el único examen que cumple estos requisitos es la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU), realizada por todos los alumnos que desean estudiar una carrera universitaria¹⁰⁰. Los resultados obtenidos en dicha prueba pueden utilizarse para construir dos tipos de indicadores que reflejen aspectos complementarios del output. Por un lado, un indicador de cantidad, como puede ser el número de alumnos que superan dicha prueba, y, por otro, un indicador de la calidad, que puede identificarse con la calificación obtenida en la misma¹⁰¹.

En cuanto a la variable cuantitativa, la opción más común, que nos parece la más acertada, consiste en utilizar el porcentaje que representan los alumnos que obtienen una calificación mínima, normalmente el aprobado, respecto al total del alumnado¹⁰². Dentro de este ámbito se han considerado dos posibles alternativas: la variable “*APMAT*”, que refleja el porcentaje de alumnos aprobados en la prueba de acceso con respecto a los matriculados a principio del curso y “*APPRES*”, representativa del número de alumnos aprobados con respecto a los que se presentaron al examen.

La primera, la más utilizada en los estudios que pretenden estudiar el comportamiento de los centros de educación secundaria, está justificada por tratar de evitar que los centros establezcan filtros en el último curso, de manera que sólo permitan examinarse a aquellos con mayores posibilidades de superarlo (Thanassoulis y Dunstan, 1994). Con este criterio puede incurrirse en

¹⁰⁰ Esta prueba ofrece una buena medida de los conocimientos adquiridos en la escuela, ya que mide los conocimientos de los alumnos en todas las pruebas que componen el currículo escolar en el último año de enseñanza no universitaria. Por contra, otras pruebas realizadas a nivel internacional sólo evalúan los conocimientos en determinados campos (normalmente matemáticas y lengua), con lo que no se miden las habilidades adquiridas en otros campos importantes.

¹⁰¹ Algunos trabajos como Pedraja y Salinas (1996) o Mancebón y Bandrés (1999) han planteado la posibilidad de utilizar el cociente entre la nota media y la desviación típica como variable representativa de la calidad, lo que supondría penalizar explícitamente a las escuelas con alta dispersión en sus calificaciones. En este trabajo se ha desechado esta posibilidad para evitar cualquier tipo de controversia, pues existen argumentos para defender que una elevada variación en las notas pueda ser considerado como algo positivo o negativo.

¹⁰² Se descarta la utilización del número total de aprobados porque con ello se estaría primando a los centros que tengan un mayor número de alumnos.

un cierto error de medida si algunos de los estudiantes no piensan iniciar una carrera universitaria¹⁰³.

La segunda opción tiene como principal ventaja la eliminación del inconveniente de la primera ya que los resultados no están sesgados por los alumnos que no están interesados en cursar estudios universitarios. Como contrapartida, se renuncia a descontar una potencial conducta estratégica por parte de los centros, con lo que se beneficia a las escuelas que siguen esos comportamientos. Además, esta posibilidad cuenta con la desventaja de que el nivel de dispersión de la tasa de aprobados en las escuelas suele ser muy baja¹⁰⁴, lo que puede ocasionar que, al presentar todas las unidades valores similares, la medida de la eficiencia refleje principalmente el comportamiento de los centros atendiendo únicamente al criterio cualitativo.

En nuestro trabajo, finalmente, optamos por el porcentaje de estudiantes aprobados respecto a los matriculados a principio de curso (APMAT) por diversos motivos. El primero de ellos es que cuenta con un mayor apoyo al haber sido utilizada previamente en varios estudios llevados a cabo en el mismo sector (Mancebón, 1996; Muñiz, 2000, entre otros). En segundo lugar, porque se dispone de información acerca del porcentaje de alumnos que desean cursar estudios universitarios en los centros evaluados, procedente de las encuestas, y en la mayoría de los centros esta cifra no es suficientemente significativa como para poder defender que el error cometido por la variable APMAT sea mayor que el de la variable APPRES¹⁰⁵. Pero sobre todo, porque existe evidencia empírica que sustenta nuestra decisión, gracias a los resultados obtenidos por García-Valiñas, Muñiz y Suárez-Pandiello (2005). En este trabajo los autores utilizan la misma base de datos empleada en esta investigación con el propósito de estudiar el efecto que tiene la utilización de una variable u otra (APMAT o APPRES) sobre los resultados de un análisis de

¹⁰³ En la configuración actual del sistema educativo español, existen dos itinerarios alternativos por los que puede optar libremente cada estudiante tras completar sus estudios de enseñanza secundaria, o bien realizar un ciclo formativo de grado superior o iniciar estudios universitarios.

¹⁰⁴ En nuestro país la tasa media de aprobados en la PAU respecto a los que se presentan se sitúa muy próxima al 90 %.

¹⁰⁵ El valor medio que toma esta variable para los centros que componen la muestra es el 75 %.

eficiencia, llegando a la conclusión de que la utilización del número de aprobados respecto a los matriculados plantea menos inconvenientes¹⁰⁶.

La información que aporta la variable “APMAT” se completa con un segundo indicador cualitativo del output escolar, la variable “NOTAPAU” que representa la nota media obtenida por los alumnos que aprobaron el examen de acceso, dado que el número de suspensos ya se considera, implícitamente, en la primera medida.

La construcción de estas dos variables fue posible gracias a la información facilitada por las Universidades de Extremadura, Oviedo y Zaragoza en relación a los resultados obtenidos por los alumnos de todos los centros públicos de educación secundaria de las tres Comunidades Autónomas estudiadas en la Prueba de Acceso a la Universidad realizada en junio de 2002. En el caso de los centros en los que había enseñanza nocturna, se consultó a los propios centros las calificaciones obtenidas por los alumnos pertenecientes a esa modalidad y, posteriormente, se procedió a extraerlas de las diferentes muestras. Finalmente, el número de alumnos matriculados en cada centro en el inicio del curso académico fue proporcionado por las diferentes Consejerías de Educación de Asturias, Aragón y Extremadura, pues en este año ya había finalizado el proceso de transferencias de las competencias educativas a las Comunidades Autónomas.

3.4.2. Los inputs escolares

En el ámbito de la evaluación de unidades escolares, el estudio de los factores condicionantes del producto educativo es uno de los aspectos que ha despertado mayor interés. Dentro de esta corriente se pueden distinguir dos enfoques, el económico, relacionado con los estudios input-output y la especificación de la función de producción educativa, y el correspondiente a la literatura sobre las escuelas eficaces que, con un carácter más subjetivo, se

¹⁰⁶ No obstante, los resultados obtenidos en este mismo estudio muestran que el uso de uno u otro indicador no tiene una incidencia demasiado significativa sobre los valores de los índices de eficiencia.

centra en el estudio de los factores cualitativos de la escuela y los métodos de enseñanza. Nosotros, dado el objetivo y contenido de la presente investigación, optamos por el primero.

Continuando con la delimitación del aspecto que aquí nos interesa, cabe, se ha de señalar que las variables incluidas en los estudios que siguen un enfoque económico pueden ser de dos tipos: los recursos escolares de los que disfruta el estudiante durante su vida escolar (inputs controlados por el centro escolar) y las características socioeconómicas y personales de los alumnos (inputs que no controlan los gestores escolares). En este epígrafe nos ocupamos de los primeros, dejando el estudio de las características de los estudiantes para la sección 2.3.

Dentro de los inputs sobre los que tienen el control los centros se incluyen todos los medios físicos y humanos que se utilizan en el proceso educativo. En principio, desde un punto de vista conceptual es razonable que un mayor gasto en educación debe conducir a la obtención de unos mejores resultados educativos. Sin embargo, no existe ningún modelo teórico que garantice que al destinar más recursos al sector se obtengan unos mejores resultados (Hanushek, 1986; Deller y Rudnicki, 1993; Santín, 2006).

De hecho, existe un intenso debate sobre la importancia de las escuelas en el proceso educativo. Algunos defienden que aquellas no tienen ninguna influencia sobre los resultados educativos¹⁰⁷ (Hanushek, 1986, 2003;; Pritchett y Filmer, 1999), mientras que otros consideran que el empleo de más recursos en educación conduce a unos mejores resultados (Hedges *et al.*, 1994, Dewey *et al.*, 2000; Krueger, 1999). En todo caso, polémicas aparte, la mayoría de los estudios distinguen dentro de los inputs controlables dos tipos de factores: el profesorado y las condiciones físicas del centro educativo.

¹⁰⁷ Según Hanushek (1986), la causa de la baja relación entre recursos y resultados se debe a la actual organización e incentivos de las escuelas. Esto significa que, en la actualidad y con este tipo de gestión, existe poca certeza de que cualquier suma de recursos será utilizada efectivamente. Por tanto, no se trata de que los recursos puestos a disposición de la educación no importen, sino que éstos no son correctamente utilizados.

Con relación a los profesores, la literatura se ha preocupado por dos cuestiones fundamentales, el análisis de su incidencia sobre los resultados académicos y el estudio de las características que definen a los buenos profesores¹⁰⁸. En general, la mayor parte de estudios coinciden en señalar que los profesores son un factor determinante del rendimiento de los alumnos¹⁰⁹, pero los resultados no son tan homogéneos cuando se trata de identificar los rasgos que definen al buen profesor. Así, cualidades que son significativas en unos casos, como la experiencia o la cualificación, no lo son en otros¹¹⁰. En un trabajo reciente, Rivkin, Hanushek y Kain (2005) demuestran que la calidad del profesorado tiene una gran influencia sobre los resultados escolares, aunque matizan que ésta no se basa en ninguno de los factores anteriormente mencionados (nivel educativo o años de docencia), sino más bien en otros rasgos de más difícil observación y medición como la satisfacción con el trabajo, la habilidad comunicativa o su motivación¹¹¹.

Con respecto a las condiciones físicas de los centros, las variables más comunes en los análisis input-output son el gasto agregado del centro o algún índice que aproxime las condiciones materiales del centro, como el número de libros en la biblioteca, la antigüedad del centro o el tamaño de las clases. Al igual que ocurre con las variables relativas al profesorado, los resultados obtenidos en buena parte de los estudios apuntan hacia la no existencia de relación con el output¹¹².

Ante esta situación, algunos trabajos han optado por no incluir este tipo de inputs en el análisis (Thanassoulis y Dunstan, 1994; Mancebón y Mar Molinero, 2000; Silva y Thanassoulis, 2001, entre otros). Nosotros, por el

¹⁰⁸ Entre los trabajos más relevantes en este campo destacan Averch (1974), Cohn y Millman (1975) y Hanushek (1986).

¹⁰⁹ Hanushek (1971), Murnane (1975) y Murnane y Phillips (1981) entre otros.

¹¹⁰ Algunos trabajos que incluyen la experiencia como variable explicativa son Bessent *et al.* (1982) y Chakraborty *et al.* (2001), mientras que la cualificación del profesor es considerada por Bessent y Bessent (1980) y Bradley *et al.* (2001), entre otros.

¹¹¹ Este argumento se ve reforzado por las conclusiones obtenidas en otros trabajos en los que se emplean medidas muy refinadas de las cualidades didácticas del profesorado como en Ehrenberg y Brewer (1994) o Goldhaber y Brewer (1997).

¹¹² No obstante, esta ausencia de significatividad puede explicarse por otros motivos además de la falta de causalidad entre las variables, como la existencia de problemas con los datos utilizados (multicolinealidad entre variables, escasa dispersión, excesiva agregación, proxies incorrectas, etc.).

contrario, optamos, siguiendo la corriente mayoritaria, por incluir variables que representen algunas aproximaciones a los factores productivos señalados, representativos del trabajo y el capital presentes en el proceso productivo de los centros evaluados.

La decisión se basa en dos razones. En primer lugar, la propia interpretación del concepto de eficiencia técnica, entendida como el grado de aprovechamiento por parte de los centros de los recursos con los que cuentan. En segundo lugar, el objetivo perseguido por estas evaluaciones, la cuantificación de las ganancias adicionales que podría conseguir cada centro, manteniendo su actual consumo de recursos. Desde nuestro punto de vista, estos argumentos justifican claramente la inclusión de estos inputs controlables en los análisis de eficiencia, intentando que las variables que introduzcamos recojan, con la información disponible, los factores de producción comentados (Mancebón y Muñiz, 2003).

De este modo, basándonos en la literatura sobre la evaluación de la eficiencia en centros educativos¹¹³ y la información disponible, nos hemos decantado por la utilización de dos variables que reflejan los dos principales inputs controlados por los centros. Por un lado, construimos la variable “PROFESORES” que refleja el número total de profesores en el centro por cada 100 alumnos y, por otro, la variable “GASTOS” que representa el gasto total¹¹⁴ por alumno realizado por el centro durante el ejercicio 2001. Ambas magnitudes se incluyen en términos relativos para homogeneizar el tamaño de los centros evaluados.

Los datos relativos al gasto de los centros evaluados se obtuvieron a partir de las cuentas de gestión de cada instituto, información proporcionada junto con el número de profesores por las Consejerías de Educación de las tres Comunidades que componen la muestra.

¹¹³ Bessent y Bessent (1980), Bessent et. al (1982), Smith y Mayston (1987), McCarty y Yaisawarng (1993), Mancebón (1996) o Muñiz (2000) entre otros.

¹¹⁴ Para construir esta variable se ha deducido del gasto total del ejercicio los recursos destinados a edificios y otras construcciones, ya que consideramos que esta partida de gasto varía mucho entre diferentes ejercicios en función de las circunstancias particulares de cada centro.

3.4.3. Los inputs exógenos

Como se puso de manifiesto anteriormente, los inputs no controlables por los centros educativos están representados principalmente por las características socioeconómicas del entorno de los alumnos y sus propias capacidades. Desde la aprobación del Informe Coleman (1966), en el que por primera vez se puso de manifiesto la importancia de estos factores sobre en el rendimiento académico de los alumnos, la práctica totalidad de los estudios posteriores han llegado a la conclusión de que tanto la actitud e interés del alumno como el contexto familiar y social en el que vive, tienen una mayor influencia sobre el producto escolar que los factores tradicionales que controlan los centros escolares.

Por tanto, como señala Muñiz (2000, p. 136), *“si lo que se pretende es realizar una evaluación justa de la actuación de un conjunto de unidades escolares, el tratamiento dado a estas variables resulta decisivo, de cara a no discriminar aquellos productores cuyos alumnos se vean perjudicados por un entorno negativo para el aprendizaje”*.

Los factores ajenos a los centros suelen clasificarse en tres categorías: el entorno familiar, las características personales de los estudiantes y el denominado “efecto *peer group* o efecto compañeros”. A continuación se comentan brevemente los aspectos más relevantes que se incluyen dentro de cada una de ellas, cuya descripción resulta primordial para poder hacernos una idea de la información requerida para su obtención.

La influencia del entorno familiar del estudiante sobre su rendimiento escolar comprende diferentes elementos: las condiciones físicas del hogar, entendiendo como tales la disponibilidad de bienes materiales que ayuden al aprendizaje, la actitud de los padres hacia la formación de sus hijos y su apoyo en el proceso de aprendizaje (Hanushek, 1971). Todos estos factores están claramente relacionados con el nivel económico y educativo de los progenitores, de modo que los trabajos empíricos que han tratado de captar

esta información han optado por incluir variables que incorporen información sobre los ingresos y el nivel educativo de los padres¹¹⁵.

En cuanto a las características de los estudiantes, los estudios que han analizado las cualidades que condicionan en mayor medida su aprendizaje (la mayoría con una orientación psicopedagógica más que económica) consideran que las más relevantes son la aptitud, la madurez académica, la personalidad, la actitud y la motivación (Escudero, 1980).

La primera se refiere a las capacidades innatas del estudiante, cuya importancia en las primeras etapas del aprendizaje es esencial. A medida que se avanza en las fases del sistema educativo, ésta va perdiendo peso a favor de la madurez académica, como consecuencia del proceso acumulativo de formación que experimenta el alumno a lo largo de su vida. Un buen indicador para aproximar estos factores es el expediente académico previo del alumno¹¹⁶, que ha sido empleado en varios trabajos sobre los condicionantes del output educativo, en los que se ha comprobado una relación positiva y significativa con el output escolar (Bacdayan, 1997; Goldhaber y Brewer, 1997, entre otros).

Un segundo grupo de variables está compuesto por la motivación, la actitud y la personalidad. Las dos primeras están muy relacionadas entre sí, ya que un alumno motivado dedicará más tiempo al estudio y, en general, se esforzará más que otro que no tenga ningún aliciente para obtener unos buenos resultados. En cuanto a la personalidad, el aspecto que más influye sobre el rendimiento académico es la consideración que el alumno tiene de sí mismo, esto es, la confianza que tenga en sus propias capacidades y en sus posibilidades de éxito académico, aspecto que está muy ligado con la imagen que el estudiante cree proyectar en sus padres y profesores. El principal problema que plantea su incorporación es lo difícil que resulta aproximarlas mediante indicadores cuantitativos, lo que ha hecho que la mayor parte de los

¹¹⁵ Entre estos dos factores, el nivel educativo de los padres es el que parece ejercer un efecto mayor sobre el output escolar.

¹¹⁶ Esta información se puede obtener a través de las notas obtenidas en el curso anterior.

estudios hayan optado por dejarlas fuera del análisis, excepto en aquellos casos en los que se utilizan encuestas para obtener dicha información.

Por último, el “efecto *peer group*” o efecto compañeros, asociada habitualmente con variables relativas a la composición del alumnado del centro (nivel socioeconómico, composición racial, nivel académico, etc.), parece tener una destacada influencia sobre el rendimiento de los alumnos. Otra cuestión es la incorporación de esta información al análisis de eficiencia. En la medida que las variables construidas representan valores medios del centro educativo, su incorporación resulta imposible en nuestra investigación, ya que se requeriría disponer de información individualizada sobre los estudiantes.

A pesar de la influencia de estos factores sobre los resultados, son muchos los trabajos que no los incluyen en sus evaluaciones de los centros, dada la dificultad de disponer de información pública sobre ellos. Otros intentan vencer esta limitación introduciendo en el análisis *proxies* de estos factores, en la mayor parte de los casos muy alejados del fenómeno que se pretende considerar. Como ejemplo pueden señalarse los trabajos de Bessent *et. al* (1982) o Thanassoulis y Dunstan (1994), que aproximan el nivel económico de las familias a través del porcentaje de alumnos con derecho a descuentos en comidas o Ruggiero (1999) que lo hace mediante el porcentaje de alumnos con problemas con el idioma.

No cabe duda de que, como algunos autores señalan, el mejor camino para captar la información correspondiente a estos factores es la realización de encuestas a los propios alumnos de las escuelas evaluadas diseñadas especialmente para recoger el conjunto de factores descritos anteriormente (entorno socioeconómico y familiar, hábitos de estudio, aptitudes o motivación, etc.). Sin embargo, en la mayoría de los casos esta opción queda descartada porque su coste (no sólo económico) resulta muy elevado.

En nuestro caso hemos podido contar con la información proporcionada por una encuesta realizada con este objetivo gracias a la financiación

proporcionada por el propio Ministerio de Educación y Ciencia mediante los dos Proyectos de Investigación ya mencionados.

Las encuestas fueron realizadas en el último trimestre del curso escolar, entre los meses de marzo y mayo de 2002, en la totalidad de centros que componen la muestra. Los cuestionarios fueron contestados por todos los alumnos de segundo de bachillerato que se encontraban en clase ese día.

La tasa de respuesta media se situó por encima del 70 por ciento en las tres Comunidades, un porcentaje suficientemente elevado para garantizar que la información obtenida es representativa. En los Anexos II, III y IV se incluyen tres cuadros en los que se resume la información sobre los centros encuestados en cada Comunidad Autónoma (Tabla 1 de cada Anexo).

A continuación comentamos, de manera sintética, el contenido de la encuesta realizada, cuyo texto íntegro se incluye en el Anexo I, se definen las variables obtenidas y se exponen los criterios empleados para seleccionar las variables representativas de los inputs no controlables que utilizamos en el análisis de eficiencia.

3.4.3.1. La encuesta

El cuestionario está formado por 54 preguntas de respuesta cerrada divididas en dos bloques claramente diferenciados. Por un lado, están las cuestiones que pretenden captar todos aquellos aspectos del entorno del alumno que pueden afectar a sus resultados, tomando como referencia los estudios previos sobre los determinantes del rendimiento escolar. Por otro, se incluyen un conjunto de preguntas que pretenden captar la opinión de los estudiantes acerca de la calidad de la enseñanza impartida en el centro, en las que se les pregunta sobre el funcionamiento del centro y la actividad de los profesores.

En esta investigación se utiliza únicamente la información extraída de las preguntas que componen el primer bloque, con las que se construyen un conjunto de variables representativas de las características del alumnado¹¹⁷.

Con respecto a ese bloque, es posible clasificar las preguntas por grupos, atendiendo al tipo de información que proporcionan. En primer lugar, se encuentran aquellas relativas a las características personales del alumno, en las que es posible distinguir entre las que reflejan la aptitud y madurez académica de los estudiantes mediante su expediente académico previo (preguntas 9, 10 y 53), las que ofrecen información sobre la actitud y motivación de los alumnos (preguntas 13, 14, 15 y 18) y, finalmente, las que tratan de captar su autovaloración (preguntas 16, 17 y 20).

Un segundo conjunto de cuestiones hacen referencia al entorno familiar del estudiante. Entre ellas, las principales son las que ofrecen información sobre el estatus socioeconómico de la familia, a partir de la formación, la profesión de los padres y los ingresos familiares (preguntas 48, 49, 50, 51 y 52). Dicha información se completa con cuestiones relativas a la composición familiar (pregunta 47), la posibilidad de un reciente traslado de centro educativo (pregunta 12) o la implicación de los padres en la formación de sus hijos (pregunta 19).

La información procedente de las encuestas se ha sintetizado mediante la construcción de variables que representan el porcentaje de alumnos de cada centro que cumplen una serie de condiciones, esto es, que coinciden en su respuesta a una misma pregunta (opción *a*, *b*, *c* ó *d*) o, en algunos casos, que coinciden en más de una.

¹¹⁷ La información relativa a la calidad de la enseñanza no se ha utilizado en la presente investigación por tratarse de opiniones basadas en el criterio de los alumnos, lo que supondría introducir juicios de valor acerca de su capacidad para juzgar a su centro y sus profesores. No obstante, la posibilidad de contar con esta información resulta útil para poder contrastar los resultados de la evaluación que aquí se presenta con la percepción que tienen los alumnos sobre la calidad de la enseñanza que reciben, cuestión analizada en Cordero, Muñiz y Pedraja (2006).

3.4.3.2. Las variables iniciales

Con los datos proporcionados por la encuesta se han obtenido 20 variables siguiendo el criterio de su posible relación positiva con el output escolar. Seguidamente, se definen todas las variables utilizadas en el análisis ordenadas con el mismo criterio anterior, es decir, variables relativas a las características personales de los alumnos y las referidas al entorno familiar.

A. Variables representativas de las características personales del estudiante:

- APROTODO: Porcentaje de alumnos que el año anterior aprobaron todas las asignaturas entre junio y septiembre (*Pregunta 9, Opción a*)
- BNOTAS: Porcentaje de alumnos con buenas notas en el curso anterior¹¹⁸ (*Pregunta 10, Opción a*).
- EDAD: Porcentaje de alumnos que nunca han repetido curso¹¹⁹ (*Pregunta 53, Opción a*).
- EXPEDIENTE: Porcentaje de alumnos que el curso anterior aprobaron todas las asignaturas entre junio y septiembre y, además, obtuvieron buenas notas (Cruce de la pregunta 9, opción a y pregunta 10, opción a).
- HORAS: Porcentaje de alumnos que estudian más de 10 horas semanales (*Pregunta 14, Opciones c y d*).
- ORGHORAS: Porcentaje de alumnos que estudian todas las asignaturas al día (*Pregunta 18, Opción c*).
- ASISTENCIA: Porcentaje de alumnos que asiste siempre a clase (*Pregunta 15, opción c*).
- ASPIRACIONES: Porcentaje de alumnos que desean cursar estudios universitarios (*Pregunta 13, opciones a y b*).

¹¹⁸ Esta variable recoge el porcentaje de alumnos que obtuvo en el curso anterior una calificación media igual o superior a notable.

¹¹⁹ Esta información se obtiene a través de una pregunta en la que se hace referencia a la edad del alumno.

- AUTOCONFIANZA: Porcentaje de alumnos que se consideran capacitados para cursar con buenas notas una carrera universitaria (*Pregunta 16, Opciones a y b*).
- CONFIPAD: Porcentaje de alumnos que creen que sus padres tienen confianza en su éxito académico futuro (*Pregunta 20, Opciones a y b*).
- CONFIPRO: Porcentaje de alumnos que consideran que sus profesores tienen una buena imagen de ellos (*Pregunta 17, Opciones a y b*).
- CONFIPADPRO: Porcentaje de alumnos con padres y profesores con buena imagen suya (*Cruce de pregunta 20, opciones a y b, con pregunta 17, opciones a y b*).

B. Variables representativas del entorno familiar:

- INGRESOS: Porcentaje de alumnos cuyos padres tienen unos ingresos mensuales superiores a los 1.800 euros (*Pregunta 52, Opción a*).
- ESTPADRE: Porcentaje de alumnos cuyo padre tiene estudios superiores (*Pregunta 50, Opción c*).
- ESTMADRE: Porcentaje de alumnos cuya madre tiene estudios superiores (*Pregunta 51, Opción c*).
- PROFPADRE: Porcentaje de alumnos cuyo padre tiene una profesión que requiere una alta cualificación (*Preguntas 48, Opción b*).
- PROFMADRE: Porcentaje de alumnos cuya madre tiene una profesión que requiere una alta cualificación (*Preguntas 49, Opción b*).
- HIJOUNICO: Porcentaje de alumnos que son hijo único (*Pregunta 47, Opción c*).
- CAMBIO: Porcentaje de alumnos que no han cambiado de centro (*Pregunta 12, Opción c*).
- UNIPADRES: Porcentaje de alumnos cuyos padres desean que estudie una carrera universitaria (*Pregunta 19, Opción a*).

Los valores concretos que toman estas variables en cada una de las muestras consideradas se incluyen en la Tabla 2 de los Anexos, en las que se puede apreciar las notables diferencias que existen en las características del alumnado por cada centro y que justifica la necesidad de su inclusión en el análisis de eficiencia. Dejarlas fuera en el proceso de evaluación significaría que todos los centros cuentan con una dotación similar de estos inputs, lo que está lejos de ser cierto.

3.4.3.3. Obtención de los inputs no controlables

Aunque disponer de una información tan amplia sobre las características del alumnado de los centros evaluados supone una ventaja que diferencia a nuestra investigación de la mayoría de las realizadas en este campo, tal abundancia no deja de plantear algunos problemas.

En primer lugar en todas las muestras se ha detectado la existencia de factores que no presentan una relación estadística significativa con el output escolar. Un segundo problema es la previsible correlación existente entre las variables, en la medida que algunas de ellas incorporan una información similar. Este fenómeno puede afectar negativamente a las estimaciones realizadas en los modelos multietápicos por la existencia de multicolinealidad entre los regresores.

Por último, la inclusión de un elevado número de variables en el análisis plantea problemas en los modelos estrictamente no paramétricos (modelos de una y tres etapas) por la escasa capacidad de discriminación que tiene el DEA en estos casos.

Ante estas limitaciones, cabrían dos posibles salidas. La primera, renunciar a parte de la información e introducir un menor número de variables en el análisis. En este caso, las variables seleccionadas no deberían estar correlacionadas entre sí y deberían “explicar” el output escolar. La segunda, utilizar una técnica de análisis factorial, como puede ser el Análisis de Componentes Principales (ACP) para sintetizar la información ofrecida por las

variables originales en un número más reducido de variables (factores), con una pérdida mínima de información¹²⁰.

Aunque podría pensarse que la elección anterior puede condicionar los resultados en gran medida, la realización de una exploración previa con distintos modelos nos ha permitido comprobar que esta influencia no es importante¹²¹.

En nuestro caso, hemos optado por emplear el análisis de componentes principales por diversos motivos. En primer lugar porque nos permite aprovechar al máximo la riqueza de la información disponible sobre las características del alumnado de cada centro. En segundo lugar, porque pensamos que las variables definidas en el epígrafe anterior representan a su vez a otras variables latentes como son “el entorno socioeconómico y familiar del alumno” o “su actitud y motivación”, que pueden ser aproximadas de mejor modo mediante el análisis factorial. Por último, un último argumento que justifica nuestra elección es que las variables obtenidas con el análisis de componentes principales son vectores ortogonales, con lo que se evita cualquier problema que pudiera surgir en la estimación de las regresiones (en los modelos multietápicas que lo requieran) por la existencia de un cierto grado de correlación entre las variables.

¹²⁰ Smith y Mayston (1987) fueron los primeros que recomendaron el uso de esta técnica para reducir el número de elementos no discretos en un contexto de evaluación de la eficiencia de centros. En España, Mancebón (1996) utilizó esta metodología en su tesis doctoral sobre la evaluación de la eficiencia de los institutos de educación secundaria de Zaragoza.

¹²¹ En un trabajo previo (Cordero, Pedraja y Salinas, 2005) hemos utilizado la base de datos relativa a los institutos extremeños para analizar la sensibilidad de los resultados de un análisis de eficiencia al uso de diferentes modelos para incorporar las variables exógenas (modelos de una, dos, tres y cuatro etapas) y de diferentes criterios para seleccionar las variables representativas de estos factores (dos variables extraídas de la encuesta –BNOTAS e INGRESOS–, frente a dos componentes principales extraídos en un análisis en el que se incorporaban diez variables). Tras comparar los resultados obtenidos empleando distintos criterios, se podía apreciar que la utilización de diferentes modelos tenía una influencia mucho mayor sobre los resultados que el uso de diferentes criterios para seleccionar las variables, siendo el efecto de este último prácticamente nulo entre los modelos de dos y cuatro etapas (ajuste mediante regresión) y muy escaso en los que únicamente utilizan técnicas no paramétricas (una y tres etapas).

Por tanto, las variables representativas de los inputs no controlables que vamos a introducir en el análisis de eficiencia son las que se obtienen directamente de la realización del análisis de componentes principales.

En este sentido, cabe señalar que las variables originales que se incluyen en el análisis factorial serán diferentes en cada una de las muestras consideradas, pues dependen de su relación con los outputs. En consecuencia, se han realizado tres análisis diferentes, uno para cada Comunidad, de modo que la explicación de los criterios empleados para seleccionar las variables, la varianza explicada por los componentes y las variables asociadas a cada uno de ellos se incluyen en los epígrafes correspondientes dedicados a las evaluaciones de eficiencia de los centros educativos de cada región¹²².

No obstante, antes de abordar dicho análisis parece oportuno conocer las características del alumnado de las distintas regiones gracias a la información que nos proporciona la encuesta y que será muy útil para el posterior análisis de eficiencia.

¹²² Estos epígrafes son el 3.5.1.1 para Extremadura, 3.5.2.1 para Asturias y 3.5.3.1 para Aragón.

3.4.3.4. Las características del alumnado: un análisis comparado

Aunque el conocimiento de los centros evaluados no es el objetivo de la investigación, parece oportuno aprovechar la rica información de la encuesta para aproximarnos a las características del alumnado de los centros que más nos interesan destacando las principales diferencias entre las regiones.

Los comentarios sobre las características del alumnado se basan en la información contenida en la Tabla 3.1, en la que se muestran los principales estadísticos descriptivos de las variables para cada una de las tres muestras consideradas, aunque también se tienen en cuenta los valores concretos de cada centro, mostrados en la Tabla 2 de los distintos Anexos.

Tabla 3.1. Estadísticas descriptivas de las variables para el conjunto de centros

VARIABLES	EXTREMADURA		ASTURIAS		ARAGÓN	
	Media	Desv.	Media	Desv.	Media	Desv.
APROTOD0	56.32	11.256	56.78	12.838	61.83	12.659
BNOTAS	34.66	9.648	29.40	8.207	34.84	9.067
EDAD	69.44	12.579	77.57	7.912	79.61	8.736
EXPDTE	31.33	9.451	30.78	10.849	33.71	9.053
HORAS	30.43	10.821	25.50	7.604	32.37	10.497
ORGHORAS	6.98	4.408	5.22	3.039	7.09	4.746
ASISTENC	73.95	11.141	66.23	10.343	70.84	12.276
ASPIRAC	79.07	11.222	67.19	10.221	75.08	11.144
AUTOCONF	77.24	7.308	65.79	8.377	73.40	9.230
CONFIPAD	32.71	8.709	56.81	7.627	34.15	8.214
CONFIPRO	84.79	5.790	20.67	6.728	21.88	7.683
CNPADPRO	51.09	8.967	49.08	7.789	53.58	8.755
INGRESOS	18.66	10.399	29.24	8.027	33.50	11.165
ESTPADRE	12.95	9.185	14.11	8.215	16.05	10.934
ESTMADRE	11.41	8.513	12.73	7.456	14.61	9.397
PROFPAD	36.09	14.668	35.11	12.291	40.01	14.383
PROFMAD	16.14	10.032	19.26	8.180	20.28	9.451
HIJOUNIC	5.69	3.545	20.57	6.903	13.50	5.699
CAMBIO	90.25	7.774	86.48	7.472	87.62	8.720
UNIPAD	83.77	8.397	69.50	8.833	75.08	9.107

Comenzando con el análisis de las variables relativas a las capacidades o aptitudes de los estudiantes, el valor medio de la variable APROTOD0 en las tres muestras revela que en Extremadura y Asturias poco más de la mitad de los alumnos que cursan el último curso de Bachillerato no tiene ninguna asignatura pendiente del curso anterior, mientras que en Aragón ese porcentaje

es algo superior. El número de alumnos que no son repetidores, aproximado mediante la variable EDAD, es muy alto en todos los centros, especialmente en Asturias y Aragón, con un valor medio próximo al 80 % y valores por encima del 50 % en todos los casos, mientras que en Extremadura la cifra es algo inferior, existiendo algunos centros en los que el porcentaje se sitúa por debajo de este límite.

En cuanto a las variables BNOTAS y EXPEDIENTE, las diferencias entre las regiones son escasas. Lo más significativo que se puede extraer de la información ofrecida por estas dos variables es que, en promedio, solo un tercio de los alumnos obtuvieron una nota media de al menos un notable en el año anterior, porcentaje muy similar al que nos ofrece la variable que combina la información relativa a las variables BNOTAS y APROTODO, lo que nos lleva a la conclusión, bastante lógica, de que la mayor parte de los alumnos que obtuvieron buenas notas en el curso pasado no tienen ninguna asignatura pendiente.

Otra conclusión interesante que surge de la observación de estas cuatro variables representativas de las aptitudes de los alumnos es que el alumnado de Aragón parece ser el más capacitado, pues presenta valores medios superiores al resto en todas las variables.

En cuanto a los hábitos de estudio, llama la atención el valor tan reducido que presenta la variable HORAS en Asturias, donde sólo uno de cada cuatro alumnos estudia más de 10 horas a la semana, aunque las diferencias respecto a Extremadura y Aragón en cuanto a su valor medio no son elevadas, situándose éstas en 5 y 7 puntos porcentuales por encima, respectivamente. Aún más bajo es el porcentaje de alumnos que lleva las asignaturas al día, con valores medios entre el 5 y el 7%, existiendo sólo tres centros, de los 208 que componen la muestra, en los que dicho porcentaje está por encima del 20 %¹²³, lo que provoca que el nivel de dispersión entre los valores de las variables sea también muy bajo. Por último, la asistencia a clase de forma regular es

¹²³ Estos centros pertenecen a la región de Extremadura (Emérita Augusta y Lacimurga) y Aragón (Domingo Miral).

relativamente baja en todas las Comunidades (alrededor del 70 %) si se tiene en cuenta que en este nivel educativo tiene un carácter obligatorio. Estos datos ponen de manifiesto el bajo esfuerzo que, con carácter general, realizan los alumnos de educación secundaria en las regiones analizadas.

La variable ASPIRACIONES nos ofrece un dato muy relevante acerca de las características del alumnado, el porcentaje de alumnos interesados en estudiar una carrera universitaria, es decir, los que tienen interés por obtener una buena calificación en el examen de acceso a la Universidad¹²⁴. En general, se puede comprobar que el porcentaje es bastante alto, lo que apoya nuestra teoría de que es mejor optar por la variable APMAT para evaluar a los centros. Sin embargo, en Asturias el valor medio de esta variable (67%), nos indica que el error que se comete al optar por esta variable es mucho mayor, ya que uno de cada tres alumnos no está interesado en asistir a la universidad.

Los datos relacionadas con la autovaloración del alumno ofrecen una información curiosa. Mientras que la variable que refleja la propia imagen del alumno sobre sus posibilidades académicas presenta un valor medio bastante elevado en todas las regiones, alrededor del 70 %, el de las variables referidas a la confianza de los padres y el cruce de la opinión de los profesores y los padres muestra valores mucho más bajos. La explicación de estas oscilaciones debe buscarse en el hecho de que las variables no recogen las opiniones reales de los padres o de los profesores, sino la imagen que los propios alumnos tienen acerca de dichas opiniones, motivo por el cual se asume que la imagen de los estudiantes puede estar sesgada. Por otro lado, las amplias diferencias detectadas entre Extremadura y las otras dos regiones para la variable CONFIPRO, se deben a un error en el criterio empleado para extraer la información¹²⁵.

¹²⁴ La utilidad de la información ofrecida por esta variable fue puesta de manifiesto cuando se analizaron las diferentes alternativas existentes para incorporar una variable cuantitativa que representase el output escolar.

¹²⁵ En Extremadura la variable representa el porcentaje de alumnos que han contestado las opciones a ó b en la pregunta 17 de la encuesta (criterio expuesto en la sección 2.3.2), mientras que en Aragón y Asturias sólo se incluyen los alumnos que han optado por la opción a en esta misma pregunta.

Respecto a las variables del entorno familiar, el primer aspecto destacado son las amplias diferencias que existen entre Extremadura y las otras dos regiones en los ingresos familiares, que no parecen estar relacionadas con una menor educación de los padres o un peor trabajo, sino más bien con los menores niveles de renta relativa de la propia economía extremeña. Una segunda cuestión relevante es que los valores medios de las profesiones de los dos padres son muy divergentes en todas las regiones, a diferencia de lo que ocurre con el nivel educativo, reflejo de la discriminación femenina en el mundo laboral.

En todo caso, los valores de estas cinco variables en los distintos centros están fuertemente correlacionadas. Así, en la mayoría de los casos, un valor elevado de la variable representativa de los estudios de los padres coincide con un valor también elevado de las de su profesión y sus ingresos¹²⁶.

El resto de variables que incorporan información acerca del entorno familiar presentan, en general, una reducida dispersión. En el caso de la variable HIJOUNICO se produce por los bajos valores que alcanza en la mayoría de los centros, especialmente en Extremadura dónde sólo un 5 % de los encuestados son hijo único. El caso contrario se produce en la variable que refleja el porcentaje de alumnos que no han cambiado de centro, con valores medios cercanos al 90 % en todos los centros y muchos casos en los que esta variable toma un valor igual a 100, todos ellos pertenecientes a las regiones de Aragón y Extremadura. La variable UNIPAD, a través de la cual se puede comprobar que el porcentaje de padres que desean que sus hijos estudien una carrera universitaria, presenta valores medios muy parecidos a los de la variable ASPIRACIONES con la que guarda mucha relación.

En definitiva, en líneas generales el perfil académico de los estudiantes de segundo de Bachillerato difiere en función de la Comunidad Autónoma en que nos encontremos, si bien ninguna de ellas presenta un comportamiento

¹²⁶ Esta afirmación viene refrendada por el hecho de que, en todas las muestras, los centros que obtienen los valores más altos en las variables ESTPADRE y ESTMADRE, son los que presentan los mayores valores para las variables PROFPADRE y PROFMADRE.

globalmente superior a las demás. Mientras que Aragón dispone del mayor porcentaje de alumnos con buen expediente previo, Extremadura destaca sobre las demás en el nivel de motivación de sus estudiantes. Asturias, por su parte, es la Comunidad en la que las características de su alumnado parecen más desfavorables en la práctica totalidad de categorías analizadas.

Aunque este análisis resulta meramente descriptivo y no profundiza en la búsqueda de los motivos que explican los valores que presentan las variables exógenas, nos ha permitido extraer algunas conclusiones interesantes, como la estrecha relación que existe entre las variables relativas al entorno familiar, el escaso esfuerzo que, en promedio, parecen realizar los alumnos o la escasa dispersión que existe en determinadas variables. Todas ellas serán de gran utilidad a la hora de interpretar los resultados que se obtienen en los distintos análisis factoriales y, posteriormente, en las evaluaciones de eficiencia de las escuelas.

3.5. RESULTADOS

En esta parte de la investigación se analiza la eficiencia técnica con la que actúan los Institutos de educación secundaria de tres Comunidades Autónomas españolas: Aragón, Asturias y Extremadura, prestando una especial atención a la influencia que tienen las características de los alumnos de cada centro sobre los resultados. El análisis se realiza por separado para cada una de las regiones, de modo que esta sección se divide en tres bloques, uno para cada muestra.

El principal objetivo es encontrar una medida del nivel de eficiencia de los centros educativos que incorpore adecuadamente la información relativa a las variables exógenas que, como se ha podido comprobar en la sección precedente, ejercen una clara influencia en el output escolar.

Con este propósito, se analizan los resultados obtenidos con las distintas propuestas metodológicas revisadas en el capítulo segundo atendiendo a un criterio doble. En primer lugar, se comparan los índices de eficiencia de cada alternativa con los que se obtienen en un análisis que no tenga en cuenta el efecto de los factores exógenos. De este modo se puede valorar en qué medida y en qué sentido se ven alterados los resultados del análisis previo con la inclusión de información adicional relativa a las características del alumnado de los centros evaluados. A continuación, se comparan los índices de eficiencia obtenidos con los distintos modelos para determinar en qué medida los resultados obtenidos son diferentes entre sí. Para ello se utilizarán como referencia varios indicadores que habitualmente se emplean en la literatura empírica sobre eficiencia.

No obstante, antes de realizar estas evaluaciones es necesario completar la selección de las variables que van a ser utilizadas para medir la eficiencia y determinar la orientación y los rendimientos de escala en los modelos DEA.

Así, el primer apartado de cada bloque se dedica al análisis detallado de las variables exógenas disponibles y a la explicación de los resultados obtenidos con la aplicación del análisis de componentes principales, mediante el cual se obtienen las variables representativas de los inputs no controlables.

Respecto a la orientación del modelo, cabe optar entre la minimización de inputs o la maximización de outputs. Tras una revisión de la literatura sobre la medición de la eficiencia en educación nos hemos decantado por la opción más habitual, esto es, la maximización de outputs. Esta decisión se basa en que los gestores de los centros tienen mayor capacidad para mejorar el rendimiento de los alumnos que para reducir la cantidad de inputs escolares empleados. Las decisiones sobre la utilización de estos últimos normalmente suelen tomarse en niveles superiores de la Administración. Por tanto, las unidades son evaluadas en función de las mejoras potenciales que puedan conseguir en el output escolar.

La opción anterior sería irrelevante si en el modelo considerásemos rendimientos constantes de escala pero en nuestro caso la utilización de ratios como variables representativas de los inputs y los outputs obliga a utilizar una frontera con rendimientos variables de escala, según los criterios explicados en el capítulo primero (Hollingsworth y Smith, 2003). Además, con el uso de este modelo se eliminan las posibles ineficiencias derivadas del tamaño de los centros.

3.5.1. ANÁLISIS DE LOS CENTROS DE EXTREMADURA

3.5.1.1. Las variables exógenas

El principal objetivo de esta sección es el estudio detallado de las relaciones existentes entre las variables extraídas de la encuesta, con el fin de determinar cuáles van a ser incluidas en el análisis de componentes principales.

Según la literatura sobre los determinantes del output educativo, el primer requisito que deben cumplir estas variables es que exista una relación estadística con los indicadores del output escolar. Atendiendo a este criterio, se han analizado las vinculaciones existentes entre las variables APMAT y NOTAPAU y las veinte variables definidas en la sección 2.3.2.

Un primer indicador que puede emplearse para este propósito es el coeficiente de correlación lineal de Pearson, cuyo valor para cada una de las posibles combinaciones se recoge en la Tabla 3.2. En ella se puede observar que las variables relacionadas con el expediente académico previo de los estudiantes, sus aspiraciones académicas y los aspectos socioeconómicos de su entorno familiar son las que presentan una correlación más elevada. En el otro extremo se encuentran las que representan el esfuerzo de los estudiantes y otros aspectos como la composición familiar o si han cambiado de centro.

Sin embargo, la información mostrada en la Tabla 3.2 sólo ofrece una aproximación preliminar acerca de la vinculación que existe entre las variables exógenas y los outputs ya que la existencia de correlación entre las variables no implica una relación de causalidad entre ellas. Por tanto, para determinar cuáles son las variables que realmente tienen influencia sobre los resultados se han realizado una serie de regresiones utilizando mínimos cuadrados ordinarios, en las que se ha introducido como variable dependiente un

indicador del output y como regresor una de las variables extraídas de la encuesta¹²⁷.

Tabla 3.2. Coeficiente de correlación de Pearson entre variables

	APROBADOS	NOTAPAU
APROTOD0	0,301*	0,325*
BNOTAS	0,193	0,287*
EDAD	0,368*	0,375*
EXPEDIENTE	0,192	0,330*
HORAS	0,299*	0,244
ORGHORAS	0,031	0,215
ASISTENCIA	0,136	-0,069
ASPIRACIONES	0,495*	0,360*
AUTOCONFIANZA	0,148	0,327*
CONFIPAD	0,236	0,306*
CONFIPRO	-0,134	0,121
CONFIPADPRO	0,188	0,313*
INGRESOS	0,217	0,441*
ESTPADRE	0,220	0,433*
ESTMADRE	0,281*	0,379*
PROFPAD	0,276	0,369*
PROFMAD	0,339*	0,370*
HIJOUNICO	0,060	0,078
CAMBIO	0,056	-0,117
UNIPADRES	0,148	0,163

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

En la Tabla 3.3 se recogen los resultados de todas estas regresiones. En ella se muestra el valor del estadístico t y el *p-value* de cada una de ellas¹²⁸, a partir de los cuales puede conocerse el grado de significatividad de cada variable respecto al output¹²⁹.

Esta información muestra que hay un conjunto de variables que no son factores explicativos de los outputs, cuya inclusión en el análisis de

¹²⁷ Inicialmente se estimaron dos regresiones, una para cada output, en las que se incluyeron como regresores todas las variables exógenas, pero los resultados no fueron nada satisfactorios (pocas variables significativas y un valor muy bajo de R cuadrado). La explicación para este resultado debe buscarse en el elevado nivel de correlación existente entre las variables, lo que justificó que finalmente se realizaran dos regresiones por variable (una para cada output), en las que se pudo apreciar el grado de significatividad sobre el output de cada una por separado.

¹²⁸ El valor de los coeficientes de las distintas regresiones no se han incluido porque su relevancia es escasa al estar prescindiendo de mucha información en cada regresión.

¹²⁹ Las variables significativas (con un nivel de confianza del 90 %) aparecen en negrita.

componentes principales resultaría inapropiada. Estas variables son ORGHORAS, ASISTENCIA, AUTOCONFIANZA, CONFIPRO, CONFIPADPRO, HIJOUNICO, CAMBIO y UNIPADRES, entre las que se sitúan algunas de las variables que presentan una menor dispersión, tal y como se expuso en el bloque 3.4.3.4.

Tabla 3.3. Capacidad explicativa de las variables exógenas

VARIABLE DEPENDIENTE: NOTAPAU			VARIABLE DEPENDIENTE: APMAT		
VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.	VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.
APROTOD0	0,4905	0,6251	APROTOD0	2,8795	0,0051
BNOTAS	3,1346	0,0024	BNOTAS	1,7962	0,0761
EDAD	2,7311	0,0077	EDAD	3,6004	0,0005
EXPEDIENTE	3,6811	0,0004	EXPEDIENTE	1,7866	0,0777
HORAS	3,1865	0,0020	HORAS	2,8532	0,0055
ORGHORAS	1,3919	0,1544	ORGHORAS	0,2822	0,7785
ASISTENCIA	1,2044	0,2483	ASISTENCIA	1,2469	0,2159
ASPIRACIONES	-0,6298	0,5306	ASPIRACIONES	5,1959	0,0000
AUTOCONFIANZA	1,5204	0,1307	AUTOCONFIANZA	1,3592	0,1778
CONFIPAD	3,1484	0,0023	CONFIPAD	2,2080	0,0300
CONFIPRO	1,5265	0,1290	CONFIPRO	-1,2283	0,2228
CONFIPADPRO	1,1076	0,2713	CONFIPADPRO	1,5437	0,1184
INGRESOS	2,9991	0,0036	INGRESOS	2,0214	0,0465
ESTPADRE	4,4742	0,0000	ESTPADRE	2,0577	0,0428
ESTMADRE	4,3815	0,0000	ESTMADRE	2,6666	0,0092
PROFPAD	3,7358	0,0003	PROFPAD	2,6125	0,0107
PROFMAD	3,6197	0,0005	PROFMAD	3,2808	0,0015
HIJOUNICO	0,7130	0,4778	HIJOUNICO	0,5494	0,5842
CAMBIO	-1,0730	0,2864	CAMBIO	0,5125	0,6097
UNIPADRES	1,5042	0,1363	UNIPADRES	1,3599	0,1775

Por el contrario, sí presentan una clara relación con el output las variables referidas al expediente previo del alumnado (BNOTAS, EDAD, EXPEDIENTE y APROTOD0¹³⁰) y su entorno socioeconómico (con valores del estadístico t superiores a dos en todas las regresiones para las variables INGRESOS, ESTPADRE, ESTMADRE, PROPADRE y PROMADRE), a las que

¹³⁰ Esta última sólo es significativa para explicar el número de aprobados.

se añade una variable representativa del esfuerzo de los estudiantes (HORAS) y las que hacen referencia a la imagen que tienen de ellos sus padres (CONFIPAD) y sus intenciones de cursar una carrera universitaria (ASPIRACIONES). Por tanto, todas estas variables reúnen la condición necesaria para poder ser incluidas en el análisis de componentes principales.

En cuanto a los requisitos específicos que se exigen a las variables para la aplicación de este tipo de análisis, estas doce variables también parecen cumplirlos. Por un lado, la matriz de correlaciones entre las variables muestra que la correlación entre la mayoría de ellas es significativa (Tabla 3.4). Por otro, los valores del estadístico de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de esfericidad de Bartlett (Tabla 3.5) confirman que estas variables se adaptan perfectamente a este tipo de análisis¹³¹.

Tabla 3.4. Matriz de correlaciones entre las variables explicativas del output

	APRO TODO	BNOTA	EDAD	EXPTE	HORAS	ASPIR	CNPAD	ING	ESTPAD	ESTMAD	PROPAD	PROMAD
APRO TODO	1,000											
BNOTAS	0.654**	1,000										
EDAD	0.629**	0.598**	1,000									
EXPTE	0.721**	0.958**	0.658**	1,000								
HORAS	0.393**	0.106	0.426**	0.214	1,000							
ASPIRAC	0.461**	0.316*	0.448**	0.335*	0.360**	1,000						
CONFIPAD	0.467**	0.544**	0.376**	0.549**	0.035	0.364**	1,000					
INGRESOS	0.257	0.203	0.233	0.255	0.195	0.294*	0.237	1,000				
ESTPADRE	0.259	0.241	0.258	0.264*	0.100	0.318*	0.377**	0.836**	1,000			
ESTMADRE	0.291*	0.280*	0.204	0.294*	0.067	0.294*	0.435**	0.805**	0.878**	1,000		
PROPADRE	0.174	0.072	0.169	0.123	0.223	0.319*	0.267*	0.784**	0.812**	0.769**	1,000	
PROMADRE	0.230	0.153	0.187	0.174	0.098	0.291*	0.301*	0.767**	0.777**	0.854**	0.783**	1,000

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

¹³¹ El valor del coeficiente KMO es superior a 0,7, límite a partir del cual se suele considerar que los datos disponibles son aptos para la aplicación de un análisis de componentes principales. Por su parte, la prueba de esfericidad de Bartlett somete a comprobación la hipótesis de que la matriz de correlaciones es una matriz identidad. El elevado valor de Chi cuadrado, asociado a una significación de 0,000 indica que esta hipótesis debe ser rechazada, pues existen correlaciones significativas entre las variables.

Tabla 3.5. Estadístico de adecuación muestral (KMO) y Test de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)		0.831
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	833.143
	gl	66
	Sig.	.000

Tras realizar estas comprobaciones, se ha aplicado la técnica de reducción de datos seleccionada. El criterio empleado para extraer los factores ha sido que los autovalores tengan un valor superior a la unidad. Como resultado de la aplicación del mismo, se han obtenido tres componentes que explican conjuntamente más del 78 % de la información original (Tabla 3.6). Por separado, los dos primeros explican un alto porcentaje de la varianza (alrededor del 30 %), mientras que el último sólo explica el 14,8 %.

Tabla 3.6. Varianza total explicada por los componentes

Componente	Autovalores iniciales			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	5.449	45.408	45.408	4.273	35.605	35.605
2	2.752	22.937	68.345	3.386	28.213	63.819
3	1.231	10.261	78.607	1.775	14.788	78.607
4	.699	5.821	84.428			
5	.472	3.929	88.357			
6	.375	3.128	91.486			
7	.322	2.687	94.173			
8	.235	1.958	96.131			
9	.197	1.644	97.775			
10	.156	1.297	99.071			
11	8.051E-02	.671	99.742			
12	3.093E-02	.258	100.000			

Posteriormente, se ha calculado la matriz de componentes rotados para conocer qué variables se asocian con cada factor (Tabla 3.7). Para ello se ha utilizado el método de rotación Varimax, por su capacidad para reducir el número de variables con pesos altos en un solo factor, lo que facilita la interpretación de los valores¹³².

¹³² Con este mismo propósito de facilitar la interpretación de los factores, en la Tabla 3.7 los valores más elevados de cada variable aparecen en negrita.

Tabla 3.7. Matriz de componentes rotados

Variables	Componente		
	1	2	3
APROTOD0	0.115	0.721	0.453
BNOTAS	0.060	0.940	0.063
EDAD	0.077	0.634	0.543
EXPDTE	0.084	0.932	0.169
HORAS	0.048	0.013	0.906
ASPIRAC	0.260	0.316	0.585
CONFIPAD	0.296	0.703	-0.063
INGRESOS	0.884	0.112	0.163
ESTPADRE	0.916	0.192	0.061
ESTMADRE	0.919	0.243	-0.011
PROFPAD	0.897	-0.083	0.199
PROFMAD	0.902	0.098	0.066

*La rotación ha convergido en 5 iteraciones.

Como se puede comprobar el primer componente está compuesto por las cinco variables relativas a los ingresos familiares, los estudios y la profesión de los padres, es decir, por aquellas que determinan el “*entorno socioeconómico del alumno*”. El segundo está asociado con las variables que incorporan información sobre la capacidad del alumnado y la imagen que tienen los padres de ellos o, lo que es lo mismo, las “*aptitudes del alumno*”. Finalmente, el tercer componente, el de menor peso relativo, incorpora la información que aportan las dos variables restantes, las horas empleadas en el estudio por los alumnos y sus aspiraciones académicas, lo que puede interpretarse como un indicador de la “*actitud del alumno*” hacia el estudio.

Por último, se han obtenido las puntuaciones factoriales para cada unidad con el método de regresión. Estas puntuaciones factoriales, que no son más que las proyecciones de cada unidad de la muestra sobre cada uno de los factores obtenidos, toman valores positivos si la unidad se encuentra por encima de la media en un determinado valor y valores negativos en caso contrario. A partir de ellos se pueden construir tres nuevas variables representativas de las variables exógenas que captan los datos que ofrecen las variables originales con una mínima pérdida de información, aunque para ello es necesario trasladar el eje ortogonal para evitar que los inputs presenten valores negativos. Los valores de estas nuevas variables para cada uno de los centros pueden consultarse en la Tabla 3 del Anexo II.

Por tanto, con la aplicación del análisis de componentes principales se ha pasado de tener doce variables sobre las características del alumnado a contar con tres, asociada cada una de ellas con uno de los factores que la literatura considera fundamentales para explicar el output escolar.

Antes de incluirlas en el análisis de eficiencia debe comprobarse que no exista ningún tipo de vinculación con los inputs escolares, en cuyo caso no existiría justificación para dar un tratamiento diferenciado en la evaluación a las variables exógenas. Los valores de los coeficientes de correlación que se muestran en la Tabla 3.8 confirman la ausencia de esta relación.

Tabla 3.8. Correlaciones entre los inputs (controlables y no controlables)

	CP1	CP2	CP3
GASTOS	-0,2488	-0,3067	-0,1652
PROFESORES	-0,3337	-0,2946	-0,2190

En definitiva, estas nuevas variables representativas de las variables exógenas, junto con las cuatro que se definieron en la sección cuarta de este capítulo, las relativas al output escolar (NOTAPAU y APMAT) y las que ofrecen información sobre el consumo de los inputs controlados por los centros (PROFESORES y GASTOS), son las seleccionadas para evaluar el nivel de eficiencia de los centros educativos extremeños en la siguiente sección. La Tabla 3.9 recoge los principales estadísticos descriptivos de todas ellas.

Tabla 3.9. Estadísticos descriptivos de las variables incluidas en el análisis

	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DESV. TÍP.
APMAT	12,50	86,42	40,33	14,0819
NOTAPAU	50,28	72,52	59,59	4,0987
PROFESORES	7,68	13,21	9,64	1,1490
GASTOS	65,63	543,86	161,19	66,8621
CP 1	0,00	4,60	1,3050	1,0000
CP 2	0,00	5,06	2,6922	0,9993
CP 3	0,00	5,27	1,8900	1,0000

3.5.1.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos

En este apartado se explica el procedimiento seguido para calcular los índices de eficiencia con las alternativas metodológicas que pueden emplearse para incorporar las variables exógenas, así como una valoración preliminar de los resultados obtenidos con cada uno de ellos.

a) *La eficiencia sin los factores exógenos*

Antes de comenzar con la aplicación de las diferentes propuestas analizadas en el capítulo segundo, se ha realizado una evaluación de la eficiencia con la que actúan los centros a través de un DEA estándar, es decir, sin considerar el efecto de las variables exógenas. Los resultados de este análisis, además de coincidir con los de la primera etapa en todos los modelos multietápicos, nos proporciona la referencia necesaria para la comparación con los resultados de los restantes modelos.

Los índices de eficiencia obtenidos para cada unidad evaluada se presentan en la Tabla 4 del Anexo II, donde puede observarse que, bajo este supuesto, la eficiencia media del conjunto de los centros se sitúa próxima al 85 por ciento (84,96), siendo calificadas como eficientes tan solo ocho unidades¹³³.

El análisis individualizado de los valores de las variables exógenas para estas ocho unidades nos permite apreciar que todas ellas presentan valores superiores a la media en los tres componentes, especialmente en el factor que incorpora la información acerca del entorno socioeconómico familiar, considerado en la mayoría de los trabajos como el principal factor explicativo del rendimiento escolar, lo que indica que existen importantes divergencias entre las características de los centros que componen la frontera y el resto. Asimismo, se ha podido comprobar que las unidades más ineficientes presentan unos valores muy bajos en todos los componentes.

¹³³ Se trata de los institutos Carolina Coronado, Donoso Cortés, Extremadura (Mérida), Gabriel y Galán (Plasencia), Maestro Domingo Cáceres, Norba Caesarina, Profesor Hernández Pacheco y Suárez de Figueroa.

Estos datos ponen de manifiesto la importancia de la incorporación de estas variables al análisis para poder garantizar que el índice asignado a cada centro sea el adecuado. Además, para que la evaluación sea correcta, también debe serlo el modo de incorporar estas variables. Para ello, la técnica ha de permitir que se corrijan los índices de todas las variables, tanto las que se vieron perjudicadas en el análisis inicial porque no se tuvo en cuenta su mala dotación de inputs no controlables, como las que obtuvieron un buen resultado gracias a que actuaban en un contexto mucho más favorable. Sin embargo, como se podrá comprobar en las siguientes líneas, algunas de las propuestas que ofrece la literatura no cumplen este requisito, lo que, en el caso de Extremadura, supone incurrir en un importante sesgo, dadas las características de los centros calificados como eficientes en el DEA inicial.

b) Modelo de una etapa

El modelo más sencillo que puede utilizarse para incorporar las variables exógenas es la variante unietápica de Banker y Morey (1986), basada en la consideración de los factores exógenos desde el principio en la obtención de los índices de eficiencia de los centros. Siguiendo este criterio, se incluyen en único DEA todas las variables relevantes para la evaluación (outputs, inputs controlables e inputs no controlables) y se modifican las restricciones del programa estándar para considerar de forma explícita el carácter fijo de las variables exógenas.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que con la orientación elegida para el DEA en nuestra aplicación (maximización de outputs), el tratamiento que reciben los inputs no controlables es el mismo que los inputs que están bajo el control de los centros ya que la cantidad empleada de ambos se considera fija. Por tanto, los resultados que se comentan a continuación son los que se obtienen al aplicar un DEA sin ningún tipo de modificación en las restricciones en el que se han introducido tres nuevos inputs.

Los índices de eficiencia asignados a cada unidad con esta propuesta pueden consultarse en la Tabla 6 del Anexo II. Si se comparan con los del

modelo sin exógenas, se puede apreciar que la inclusión de nuevas variables en el DEA provoca un incremento muy significativo del número de unidades consideradas como eficientes, hasta llegar a 38, es decir, casi la mitad de la muestra. Del mismo modo, la eficiencia media también experimenta un importante crecimiento y se sitúa próxima al 96 %.

La principal explicación para estos valores tan elevados es la pérdida de grados de libertad cuando se incrementa el número de variables incluidas en el análisis manteniendo el mismo número de unidades, a lo que es especialmente sensible el DEA dada su flexibilidad. Con las tres nuevas variables, la heterogeneidad del conjunto es mayor y, por tanto, resulta más difícil encontrar grupos de referencia para cada una de las unidades evaluadas, de modo que muchas de ellas terminan comparándose consigo mismas, lo que las convierte automáticamente en eficientes.

Para ilustrar este fenómeno se han calculado los índices de eficiencia bajo tres supuestos diferentes: con la inclusión de una, dos y tres variables exógenas, de dos y de tres. Los resultados obtenidos, resumidos mediante los indicadores recogidos en la Tabla 3.10, muestran que tanto el número de unidades eficientes como la eficiencia media crecen, como era de esperar, a medida que se incrementa el número de variables exógenas incluidas en el DEA.

Tabla 3.10. Modelos de una etapa con diferente número de variables exógenas

	Unidades eficientes	Eficiencia media
DEA sin INC	8	84,96
BM con CP1	20	90,47
BM con CP1 y CP2	26	93,08
BM con CP1, CP2 y CP3	38	95,73

Esta característica de la técnica tiene, además, otro efecto negativo sobre los resultados, su incapacidad para corregir a la baja los índices de eficiencia iniciales. Así, mediante el análisis de los índices individuales

asignados a cada centro se puede apreciar que todas las unidades calificadas como ineficientes en el DEA inicial (sin variables exógenas) obtienen un índice de eficiencia más elevado al aplicar este modelo¹³⁴, independientemente de que su dotación de inputs no controlables sea mejor o peor que el resto. Por su parte, todas las unidades que son calificadas como eficientes en el primer DEA, siguen siéndolo al incluir nuevas variables¹³⁵.

El elevado valor de la eficiencia media también se explica porque los centros que eran ineficientes en el DEA inicial y que no se convierten en eficientes con este modelo también experimentan, en todo caso, un notable crecimiento en sus índices, pues la mayoría de ellos cuentan con una dotación muy desfavorable de inputs no controlables.

Por tanto, se puede comprobar que con este modelo se consiguen ajustar los índices de las unidades perjudicadas en el DEA inicial, no así los de las beneficiadas. Por todo lo anterior pensamos que los resultados ofrecidos por esta técnica no son satisfactorios.

c) *Modelo de regresión o dos etapas*

La segunda opción considerada para incorporar los inputs no controlables a la evaluación ha sido el análisis de dos etapas, cuya aplicación también está muy extendida entre los trabajos que han tratado de evaluar el comportamiento de un conjunto de unidades educativas (McCarty y Yaisawarng, 1993; Duncombe *et al.*, 1997).

Entre las diferentes opciones que pueden emplearse según este criterio, hemos optado por el modelo más sencillo, es decir, el que ajusta directamente los valores de los índices de eficiencia iniciales a partir de los coeficientes

¹³⁴ Los institutos Bioclimático y Rodríguez Moñino son casos especialmente llamativos puesto que, a pesar de que cuentan con una dotación de factores exógenos muy superior a la media, la inclusión de éstos en el análisis hace que se conviertan en eficientes, cuando lo lógico hubiera sido que se vieran perjudicados.

¹³⁵ Los institutos Extremadura (Mer) y Carolina Coronado son dos de los más beneficiados por este criterio, ya que ambos tienen una dotación muy superior a la media en cada uno de los factores exógenos.

obtenidos en una regresión Tobit estándar en la que las variables explicativas son los tres componentes que incorporan las características del alumnado¹³⁶:

$$\theta = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + u_i \quad (1)$$

Los resultados de la estimación nos muestran que los tres componentes son estadísticamente significativos (Tabla 3.11), lo que, a pesar de resultar imprescindible para el ajuste, no siempre sucede¹³⁷. A partir de estos parámetros estimados se pueden calcular unos nuevos índices de eficiencia.

Tabla 3.11. Regresión Tobit para los índices de eficiencia

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	69.07182	2.604489	26.52030	0.0000
CP1	4.236812	0.727221	5.826029	0.0000
CP2	2.630124	0.718191	3.662149	0.0003
CP3	1.902213	0.703329	2.704583	0.0068
	Error Distribution			
SCALE:C(5)	6.238034	0.534241	11.67644	0.0000
R-squared	0.414627	Mean dependent var		84.95762
Adjusted R-squared	0.383407	S.D. dependent var		7.518253

La observación de los valores individuales obtenidos con la aplicación del modelo (Tabla 6 del Anexo II) permite apreciar como este modelo realiza ajustes al alza y a la baja de los índices de eficiencia. Sin embargo, estos nuevos índices presentan un grave problema de interpretación. No reflejan verdaderos objetivos de producción para las unidades sino qué parte de los índices de eficiencia iniciales se explica por el efecto de las variables exógenas. Por tanto, si el objetivo es encontrar una medida que se aproxime al nivel de eficiencia de las unidades evaluadas, esta aproximación no parece ser la mejor alternativa.

¹³⁶ La aplicación del modelo propuesto por Ray (1991) fue descartada para evitar los problemas de sesgo que acompaña a la estimación de la regresión mediante mínimos cuadrados ordinarios cuando la variable dependiente está censurada, como ocurre en nuestro caso.

¹³⁷ La existencia de una relación significativa entre los componentes y el output no garantiza que esa vinculación se mantenga con los índices de eficiencia, en cuya construcción tienen una influencia significativa otras variables (inputs escolares) que incorporan una información muy distinta de la proporcionada por las variables exógenas.

Un problema añadido es que las estimaciones de los parámetros están sesgadas por la vinculación existente entre los valores de la variable dependiente (índices de eficiencia contruidos tomando como referencia la información de todas las unidades) y el término de error. Este inconveniente, no obstante, se puede evitar utilizando la propuesta de Simar y Wilson (2007), basada en la aplicación de *bootstrap* en la estimación de las regresiones.

d) *Modelo de Simar y Wilson (2007)*

El modelo propuesto por estos autores supone en una mejora del clásico análisis en dos etapas en el que se utiliza el método *bootstrap* para evitar los problemas de sesgo en la estimación de la regresión (1). Por su novedad, apenas existen trabajos que la hayan aplicado en el campo de la educación¹³⁸.

Entre las dos alternativas propuestas por los autores en el trabajo original descritas en el capítulo segundo, se ha optado por aplicar el *Algoritmo 2*, porque con él se garantizan unas estimaciones insesgadas y consistentes para los parámetros. El número de estimaciones realizadas mediante *bootstrap* es de 2.000. Los índices obtenidos se pueden consultar en la Tabla 6 del Anexo II.

La utilización de este modelo permite evitar el problema de sesgo que se produce con el Tobit estándar aunque la interpretación de los índices de eficiencia sigue siendo compleja. Al igual que sucedía con el modelo anterior, no refleja una medida apropiada del comportamiento de las unidades. Además, con este enfoque ninguna unidad es calificada como eficiente, con lo que las unidades ineficientes no tienen ninguna referencia en la que fijarse para tratar de conseguir mejoras en su actividad.

Las limitaciones de estos modelos nos llevan a explorar con más detalle los resultados obtenidos con los distintos modelos de valores ajustados, en los que se utiliza la información ofrecida por los *slacks* del DEA inicial para eliminar

¹³⁸ Afonso y StAubyn (2006) fueron los primeros que aplicaron esta técnica en el ámbito educativo utilizando como unidades una serie de países.

el efecto de las variables exógenas y poder así construir unos índices de eficiencia que reflejen adecuadamente el comportamiento de los productores.

Los valores de estos *slacks* se muestran en la Tabla 4 del Anexo II. En ella se puede observar que la mayoría de los centros ineficientes presentan holguras en las variables representativas del output, es decir, que pueden conseguir incrementos superiores al que establece el índice de eficiencia en alguna de ellas (incremento equiproporcional)¹³⁹. También aparecen holguras positivas en los inputs, sobre todo en la variable “PROFESORES”, en la que todas las unidades ineficientes podrían conseguir ahorros potenciales. La variable “GASTOS”, por el contrario, sólo presenta *slacks* positivos en la mitad de los casos, aunque éstos son de mayor cuantía¹⁴⁰.

e) *Modelo de tres etapas*

Este modelo utiliza un enfoque totalmente no paramétrico para tratar de descomponer el efecto de las variables exógenas y la ineficiencia sobre los índices iniciales. Con este propósito, en la segunda etapa se realiza un DEA para cada variable con una orientación de minimización de inputs, en el que se incluye como input a los *slacks* de una de las variables y como outputs a todas las variables no controlables¹⁴¹.

La información que nos ofrecen los objetivos (*targets*) obtenidos en los distintos análisis (Tabla 5 del Anexo II) permite cuantificar el efecto que tienen los tres inputs no controlables sobre cada una de las variables. Si los *targets* presentan valores nulos significa que la ineficiencia de la unidad evaluada no se explica por la influencia de estos factores¹⁴². Por el contrario, si tienen

¹³⁹ Las unidades eficientes presentan valores nulos para todas las variables.

¹⁴⁰ Destacan por su importancia cuantitativa los *slacks* de los institutos Javier García Téllez, San José (Badajoz) y Universidad Laboral.

¹⁴¹ Para que la estructura del DEA tenga sentido los valores de las variables exógenas deben introducirse siguiendo una relación negativa con el output. La transformación realizada para cada factor ha consistido en restar al máximo valor el que toma cada unidad. De esta forma, la unidad que tenía la peor dotación de uno de los inputs no controlables pasa a contar con la mejor y viceversa.

¹⁴² En nuestro caso, sólo quince centros presentan *targets* nulos, de los cuales ocho son los considerados como eficientes en la primera etapa.

valores positivos, una parte de la ineficiencia inicial se debe a la influencia de las variables exógenas.

A partir de estos objetivos se ajustan los valores de los inputs y los outputs originales siguiendo el criterio propuesto por Muñiz (2002), pues consideramos que se adapta mejor al objetivo de conseguir una medida representativa del nivel de eficiencia de los centros. Por tanto, los valores de los *targets* de los outputs se han sumado a los originales, mientras que los *targets* de los inputs se han restado. Finalmente, se emplean los nuevos valores para obtener el índice final asignado a cada productor (*vid.* Tabla 6 del Anexo II).

El análisis de los índices de eficiencia obtenidos revela un importante crecimiento del número de unidades eficientes (de 8 a 20) y de la eficiencia media (92,75), que se explica, en parte, por el carácter no paramétrico de la técnica.

Si se observa la dotación de inputs no controlables de las unidades que pasan de ser ineficientes en el DEA inicial a eficientes con este modelo, se puede comprobar que todas ellas presentan valores muy bajos en, al menos, una de las variables, lo que hace que en los DEAs realizados en la segunda etapa todas las ponderaciones se asignen a esta variable y el posterior ajuste de los datos convierta al centro en eficiente.

Esta característica de la técnica provoca que determinadas unidades que tienen una dotación de INC muy buena en dos variables, pero inferior a la media en el otro puedan hacerse eficientes¹⁴³ o incrementar su índice de eficiencia¹⁴⁴.

También se ha podido comprobar que no existen correcciones a la baja de los índices, de modo que todas las unidades eficientes en el DEA inicial se

¹⁴³ Esto es lo que le ocurre a los institutos Bioclimático y Castillo de Luna.

¹⁴⁴ Algunos ejemplos de unidades que experimentan un crecimiento significativo sin llegar a convertirse en eficientes son el José Manzano o el Extremadura (Montijo).

mantienen como eficientes y los índices de los centros ineficientes no varían o, en la mayoría de los casos, incrementan su valor. El primero de estos fenómenos es una consecuencia directa de la propia estructura del modelo, sin embargo, el segundo no se debe a aspectos metodológicos¹⁴⁵, por lo que la explicación a este resultado debe buscarse en las peculiaridades de los datos empleados.

f) *Modelo de cuatro etapas*

En esta propuesta el instrumento empleado para descomponer los diferentes efectos que incorporan los *slacks* en la segunda etapa es un sistema de ecuaciones formado por dos regresiones Tobit, una para cada output, en las que se incluyen los factores exógenos como regresores y los *slacks* obtenidos en el DEA inicial como variable dependiente¹⁴⁶:

$$SlacksAPMAT = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i \quad (2)$$

$$SlacksNOTAPAU = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i \quad (3)$$

Los resultados obtenidos en la estimación de las dos regresiones se muestran en las Tablas 3.12 y 3.13. En ellas se puede comprobar que, al igual que ocurría con los índices de eficiencia, las tres variables exógenas son estadísticamente significativas en la explicación de ambos *slacks*. Además, el signo de los coeficientes es el esperado ya que nos indica que existe una relación negativa entre la ineficiencia (medida mediante los *slacks* de las variables) y los tres componentes. Por tanto, cualquier mejora que se produzca en las aptitudes de los estudiantes, en su entorno socioeconómico o en su actitud tendrá como efecto una reducción de los *slacks*, con lo que la unidad se aproximará a la frontera eficiente.

¹⁴⁵ Esta afirmación se sustenta en los resultados obtenidos por Muñiz (2002) al aplicar esta técnica, en los que se comprueba que existen unidades que reducen su índice de eficiencia al incluir los factores exógenos en la evaluación.

¹⁴⁶ En este modelo sólo se emplean las holguras correspondientes a los outputs porque, como se ha podido comprobar, los valores de los inputs presentan muchos valores nulos (sólo la variable GASTOS).

Tabla 3.12. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable APMAT

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	32.60819	2.917791	11.17564	0.0000
CP1	-3.834672	0.819845	-4.677311	0.0000
CP2	-4.342260	0.805651	-5.389754	0.0000
CP3	-2.217214	0.779027	-2.846133	0.0044
Error Distribution				
SCALE:C(5)	6.904676	0.585104	11.80076	0.0000
R-squared	0.434826	Mean dependent var		12.18913
Adjusted R-squared	0.404684	S.D. dependent var		8.479881

Tabla 3.13. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable NOTAPAU

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	22.47276	1.869448	12.02107	0.0000
CP1	-3.095308	0.522261	-5.926748	0.0000
CP2	-1.982392	0.515547	-3.845220	0.0001
CP3	-1.366289	0.504359	-2.708961	0.0067
Error Distribution				
SCALE:C(5)	4.473111	0.382830	11.68432	0.0000
R-squared	0.425939	Mean dependent var		10.74750
Adjusted R-squared	0.395322	S.D. dependent var		5.447781

A partir de los parámetros estimados, se realiza el ajuste de los valores iniciales restando, al valor original de cada output, la diferencia entre el mayor valor estimado y el valor estimado para cada unidad (tercera etapa). Por último, el proceso finaliza con la realización de un nuevo DEA con los inputs discrecionales originales y los outputs corregidos (cuarta etapa). Los nuevos índices estimados reflejan únicamente el efecto de la ineficiencia de los productores una vez que se ha eliminado el efecto de los factores externos.

A diferencia de los modelos de segunda etapa, los índices estimados con esta alternativa representan verdaderos objetivos de producción a los que deben aspirar las unidades, teniendo en cuenta su dotación de inputs no controlables.

La observación de estos resultados nos permite extraer varias conclusiones. En primer lugar, se comprueba que con el uso de esta técnica los ajustes sobre los índices de eficiencia iniciales se hacen tanto al alza como a la baja, en función de lo beneficiado o perjudicado que se vieran los centros en la evaluación inicial, siendo incluso posible que una unidad deje de ser eficiente al

incorporarse al análisis la información relativa a los inputs no controlables, algo que no permiten el resto de los modelos estudiados.

En segundo lugar, se aprecia que son mayoría las unidades beneficiadas por la inclusión de los inputs no discrecionales en el análisis respecto a aquellas que se ven perjudicadas¹⁴⁷ y que, además, la cuantía de las correcciones positivas es mucho mayor que la de las negativas, lo que provoca que la eficiencia media se incremente en cuatro puntos porcentuales.

Por último, la consideración de las variables exógenas provoca importantes cambios en la composición de la frontera, pasando a estar integrada por 11 unidades. Algunas unidades pasan a ser eficientes con la inclusión de las variables exógenas (Eugenio Frutos, Extremadura –Mon–, Jalama, Luis Chamizo y Virgen de Soterraño), otras dejan de serlo (Extremadura (Mer) y Profesor Hdez. Pacheco). No obstante, la mayoría de las eficientes inicialmente se mantienen como tales: Carolina Coronado, Donoso Cortés, Gabriel y Galán (Pla), Maestro Domingo Cáceres, Norba Caesarina y Suárez de Figueroa.

El principal problema que plantea el uso de esta técnica es que las estimaciones realizadas mediante un Tobit estándar incorporan un cierto sesgo por la ausencia de independencia entre la variable dependiente y los errores. Sin embargo, esta limitación puede superarse mediante la aplicación del *bootstrap*.

g) Modelo de cuatro etapas con bootstrap según la modificación propuesta

La base de nuestra propuesta consiste en emplear el algoritmo uno propuesto por Simar y Wilson (2007) para estimar las regresiones (2) y (3), aunque para ello es necesario hacer algunas modificaciones para adaptarla a los *slacks* en lugar de a los índices de eficiencia. Los resultados obtenidos en

¹⁴⁷ Entre los centros que experimentan un mayor crecimiento destacan Al-Qáceres, El Pomar o Francisco Vera, mientras que los perjudicados son Emérita Augusta, Miguel Durán o Zurbarán (Bad).

las estimaciones empleando esta técnica se recogen en las Tablas 3.14 y 3.15¹⁴⁸.

Tabla 3.14. Regresión Tobit con *bootstrap* (*Slacks* de la variable APMAT)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	29.99176	1.361466	22.02902	0.0000
CP1	-3.411389	0.376412	-9.062909	0.0000
CP2	-4.303113	0.377484	-11.39947	0.0000
CP3	-1.613195	0.363829	-4.433939	0.0000
Error Distribution				
SCALE:C(5)	3.228653	0.256447	12.58994	0.0000
R-squared	0.743754	Mean dependent var		10.99271
Adjusted R-squared	0.730087	S.D. dependent var		6.394026

Tabla 3.15. Regresión Tobit con *bootstrap* (*Slacks* de la variable NOTAPAU)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	20.03166	1.467212	13.65288	0.0000
CP1	-2.463968	0.403480	-6.106794	0.0000
CP2	-1.815866	0.404011	-4.494597	0.0000
CP3	-1.472714	0.403735	-3.647727	0.0003
Error Distribution				
SCALE:C(5)	3.586091	0.283500	12.64935	0.0000
R-squared	0.470509	Mean dependent var		9.144161
Adjusted R-squared	0.442270	S.D. dependent var		4.966907

De nuevo, las tres variables exógenas son estadísticamente significativas en la explicación de ambos *slacks* (con valores del estadístico t incluso más elevados en términos absolutos) y los coeficientes tienen signo negativo, lo que facilita su interpretación. Una vez obtenidos los nuevos coeficientes el procedimiento para el cálculo de los índices de eficiencia es idéntico al del modelo de cuatro etapas.

Dadas las similitudes existentes con el modelo anterior en cuanto a su estructura, el modelo de cuatro etapas con *bootstrap* también permite realizar correcciones sobre los índices iniciales en los dos sentidos y pueden afectar (y de hecho así sucede) a las unidades calificadas como eficientes sin considerar las variables exógenas.

¹⁴⁸ En este caso el número de iteraciones también asciende a 2.000.

En general los índices obtenidos son muy similares a los del modelo de cuatro etapas original, aunque en este caso la eficiencia media es ligeramente superior y existen algunas divergencias en cuanto a la identificación de las unidades eficientes¹⁴⁹.

3.5.1.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos

En este último apartado se comparan los índices de eficiencia obtenidos con los seis modelos propuestos y el modelo básico, siguiendo distintos criterios que, de una u otra forma, se utilizan en la literatura empírica sobre eficiencia.

Los dos primeros serán el número de unidades calificadas como eficientes por cada modelo, a través del cual podremos aproximarnos a la capacidad de discriminación de los diferentes modelos, y la eficiencia media de cada uno¹⁵⁰. En tercer lugar, se ha calculado el coeficiente de rangos de Spearman, que nos informa sobre la similitud en la ordenación de las unidades evaluadas. Finalmente, nos hemos fijado en los valores de los índices individuales calculados por cada modelo a partir de los cuales pueden establecerse los objetivos de producción y consumo de las unidades evaluadas. Con el fin de analizar la sensibilidad de las distintas opciones presentadas en la investigación, se decidió calcular el porcentaje de unidades que modifican sus índices de eficiencia por encima de un determinado límite (un 10 %).

Comenzando por el número de unidades eficientes y la eficiencia media, los datos recogidos en la Tabla 3.16, nos permite apreciar que los dos modelos enteramente no paramétricos son los que califican a más unidades como eficientes, sobre todo el de una etapa, debido a las características del DEA y,

¹⁴⁹ Aunque con ambos modelos hay once unidades eficientes, no todas coinciden. El instituto Eugenio Frutos es considerado eficiente por el modelo de cuatro etapas original pero no por la extensión con *bootstrap* y lo contrario le ocurre al instituto Profesor Hernández Pacheco.

¹⁵⁰ Aunque esta información ya ha sido comentada en el apartado anterior, resulta de gran utilidad para la interpretación del resto de indicadores.

en concreto, a su mayor sensibilidad ante la existencia de valores extremos en los datos.

Los modelos de dos etapas y SW, por su parte, se sitúan en el otro extremo. Con ellos ninguna unidad es considerada eficiente y la eficiencia media es incluso menor que la del modelo básico (sin inputs no controlables), aunque, como se señaló anteriormente, los índices obtenidos con estos modelos no reflejan unos objetivos de producción apropiados para las unidades.

Finalmente, los dos modelos de cuatro etapas muestran registros muy similares entre sí en ambos indicadores y algo superiores a los del modelo sin variables exógenas, lo que refleja que con la exclusión de dichas variables en el análisis se produjo un efecto negativo de mayor cuantía sobre las unidades perjudicadas que el beneficio que supuso para las que se vieron favorecidas por esta circunstancia.

Tabla 3.16. Unidades eficientes y eficiencia media

	Nº Unidades Eficientes	% Unids. Eficientes	Desviación Típica	Eficiencia media
Básico	8	10 %	7,52	84,96
BM	38	47 %	5,25	95,73
2 Etapas	0	0 %	4,84	84,94
SW	0	0 %	4,47	83,75
3 Etapas	20	25 %	6,40	92,75
4 Etapas	11	14 %	6,70	89,02
4 Et. <i>Bootstrap</i>	11	14 %	6,48	89,37

En la Tabla 3.17 se muestran los valores del tercer indicador, el coeficiente de rangos de Spearman de los que pueden derivarse algunas conclusiones de interés.

Un primer dato que llama la atención es la similitud existente entre los modelos de una y tres etapas, con un índice de correlación de 0,85, sobre todo

teniendo en cuenta que el primero de ellos asigna los índices de eficiencia sin tener en cuenta el carácter no controlable de las variables exógenas. Como se indicó anteriormente, este hecho se explica porque ambos modelos se caracterizan por utilizar un enfoque no paramétrico, lo que provoca que muchas unidades ineficientes que presentan una baja dotación de inputs no controlables pasen a ser eficientes o incrementen sus índices considerablemente, introduciendo importantes cambios en el *ranking* de las unidades y, por tanto, unas mayores divergencias respecto al modelo básico.

Tabla 3.17. Coeficientes de correlación de rangos de Spearman

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	0,456**	-					
2 Etapas	0,672**	0,020	-				
Simar y Wilson	0,940**	0,377**	0,625**	-			
3 Etapas	0,442**	0,850**	-0,051	0,423**	-		
4 Etapas original	0,664**	0,675**	0,003	0,625**	0,642**	-	
4 Etap + <i>Bootstrap</i>	0,725**	0,674**	0,088	0,695**	0,663**	0,985**	-

** La correlación es significativa al nivel 0,01

Otro dato sorprendente es la correlación relativamente baja (0,62) que existe entre el modelo de dos etapas y la propuesta de Simar y Wilson, a pesar de que su estructura es muy similar. La que presenta más similitudes con el resto de opciones es la propuesta de Simar y Wilson, con una clasificación prácticamente idéntica a la de un DEA sin variables exógenas y con correlaciones significativas, aunque bajas, con los modelos de una y tres etapas. El modelo de dos etapas, por su parte, presenta valores muy próximos a cero con todas ellas y bastante más alejado del DEA básico.

Los dos modelos de cuatro etapas ofrecen una clasificación muy similar entre sí y ciertas similitudes con el resto (valores por encima de 0,6 en todas las combinaciones a excepción del caso particular que representa el modelo de dos etapas). Es decir, la clasificación que se obtiene con estos modelos está próxima a la que se obtiene con un modelo que ajusta los índices iniciales al alza y a la baja pero sin calificar a ninguna unidad como eficiente (modelo de

SW) y también se parece a la obtenida con otros modelos en los que muchas unidades son calificadas como eficientes, pero no existen correcciones a la baja de los índices iniciales (modelos de una y tres etapas).

Finalmente, el cuarto criterio empleado en la comparación es el porcentaje de unidades que presentan una divergencia superior al 10 %, que refleja las divergencias existentes entre los índices individuales obtenidos con los diferentes modelos propuestos (Tabla 3.18).

Tabla 3.18. Porcentaje de unidades con divergencia superior a 10 %

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	50%	-					
2 Etapas	9%	55%	-				
Simar y Wilson	3%	58%	0%	-			
3 Etapas	33%	5%	44%	38%	-		
4 Etapas original	13%	24%	30%	14%	13%	-	
4 Etap + <i>Bootstrap</i>	11%	21%	29%	13%	11%	0%	-

Esta información nos confirma las mínimas diferencias existentes entre los modelos de dos etapas y SW, los dos de cuatro etapas y los de una y tres etapas, respectivamente. Asimismo, se puede comprobar que estos dos últimos son los que muestran una mayor divergencia respecto a la clasificación obtenida inicialmente, lo que se explica fundamentalmente por las diferencias en cuanto al número de unidades calificadas como eficientes.

En cuanto a los dos modelos de cuatro etapas, vuelven a situarse en un punto intermedio, con divergencias por debajo del 30 por ciento en relación a todos los modelos. Entre ellos, el modelo que emplea el *bootstrap* es el que presenta un porcentaje menor en todos los casos.

Los resultados obtenidos, pese a su enorme interés, no nos permiten identificar a ningún modelo como la opción preferida para incorporar las variables exógenas, pues no disponemos de una referencia con la que poder comparar los resultados obtenidos con cada modelo, pero sí nos dan algunas

pistas sobre los problemas con los que podemos encontrarnos al optar por las distintas alternativas.

Así, como cabía esperar, los modelos de segunda etapa y Simar y Wilson no parecen ser una buena opción si lo que se pretende es asignar objetivos de producción a las unidades, aunque pueden resultar útiles para identificar a las unidades que más se ven beneficiadas o perjudicadas al dejar fuera de la evaluación a las variables exógenas.

Los índices de los modelos de una etapa y tres etapas sí pueden interpretarse como objetivos de producción, pero quizás sean unos objetivos excesivamente benévolos, pues con ellos todas las unidades incrementan sus índices respecto a la evaluación inicial. Además, con el modelo de una etapa, muchos centros son consideradas eficientes única y exclusivamente porque no existe ningún otro que tenga unas características similares con el que pueda compararse.

Los dos modelos de cuatro etapas, por su parte, ofrecen una solución intermedia. Por un lado, permiten identificar a las unidades favorecidas y perjudicadas por la inclusión de los inputs no controlables y, por otro, establecen objetivos de producción más próximos a la realidad de los centros.

3.5.2. ANÁLISIS DE LOS CENTROS DEL PRINCIPADO DE ASTURIAS

En este apartado se lleva a cabo un examen análogo al realizado para Extremadura, aunque esta vez se han sintetizado las explicaciones sobre el proceso empleado para realizar los cálculos con los distintos modelos¹⁵¹.

3.5.2.1. Las variables exógenas

Siguiendo el esquema del epígrafe 3.5.1, en primer lugar se analiza la vinculación entre las variables exógenas y los indicadores del output escolar (APMAT y NOTAPAU), aunque en este caso pasamos directamente al cálculo de las regresiones, dada su mayor utilidad para determinar cuáles son las variables que realmente tienen influencia sobre los resultados. En la Tabla 3.19 se recogen los resultados de estas regresiones.

La primera conclusión relevante que puede extraerse a partir de esta información es la escasa relación que muestran las variables con la variable NOTAPAU, existiendo sólo una variable significativa al 95 % de confianza o cinco si este margen se amplía hasta el 90 %. Este fenómeno se debe a la conjunción de una muestra relativamente pequeña (compuesta únicamente por 54 centros) y una baja dispersión en los valores de la variable dependiente.

Por el contrario, cuando la variable dependiente es APMAT, con una menor concentración de sus valores, se encuentran un gran número de variables significativas, sin necesidad de aumentar la región de confianza (95 %), lo que nos ha llevado a basar nuestra decisión en estos resultados.

De este modo, las variables que cumplen la condición necesaria para poder ser incluidas en el análisis de componentes principales son las siguientes: BNOTAS, EDAD, EXPEDIENTE, HORAS, ASISTENCIA, ASPIRACIONES, CONFIPAD, INGRESOS, ESTPAD, ESTMAD, PROFPAD, PROFMAD Y UNIPADRES.

¹⁵¹ Este mismo criterio también se ha seguido en la sección 3.5.3.

Tabla 3.19. Capacidad explicativa de las variables exógenas

VARIABLE DEPENDIENTE: NOTAPAU			VARIABLE DEPENDIENTE: APMAT		
VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.	VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.
APROTOD0	1,451	0,1487	APROTOD0	1,214	0,2378
BNOTAS	0,545	0,5878	BNOTAS	2,132	0,0378
EDAD	1,019	0,3129	EDAD	3,449	0,0011
EXPEDIENTE	3,025	0,0039	EXPEDIENTE	4,976	0,0000
HORAS	1,032	0,3066	HORAS	2,170	0,0345
ORGHORAS	1,978	0,0532	ORGHORAS	0,715	0,4775
ASISTENCIA	1,882	0,0654	ASISTENCIA	2,112	0,0397
ASPIRACIONES	1,399	0,1675	ASPIRACIONES	6,538	0,0000
AUTOCONFIANZA	0,364	0,7172	AUTOCONFIANZA	1,533	0,1257
CONFIPAD	-0,060	0,9502	CONFIPAD	2,571	0,0131
CONFIPRO	-0,890	0,3743	CONFIPRO	-0,589	0,5585
CONFIPADPRO	0,881	0,3812	CONFIPADPRO	1,479	0,1564
INGRESOS	0,464	0,6441	INGRESOS	2,157	0,0356
ESTPADRE	1,721	0,0911	ESTPADRE	2,686	0,0097
ESTMADRE	1,042	0,3023	ESTMADRE	2,884	0,0057
PROFPAD	1,792	0,0786	PROFPAD	3,168	0,0026
PROFMAD	1,419	0,1616	PROFMAD	2,535	0,0143
HIJOUNICO	-0,038	0,9693	HIJOUNICO	0,956	0,3432
CAMBIO	-0,399	0,6914	CAMBIO	0,344	0,7317
UNIPADRES	1,413	0,1636	UNIPADRES	4,972	0,0000

La matriz de correlaciones entre las variables (Tabla 3.20) muestra que la correlación entre la mayoría de ellas es significativa, excepto en un caso particular, la variable ASISTENCIA. Esta variable presenta valores muy bajos en todos los casos, con la particularidad de que la correlación es negativa cuando se combina con las variables representativas del entorno familiar y positiva con el resto, por lo que cabe replantearse su inclusión definitiva en el análisis de componentes principales puesto que uno de los requisitos que deben cumplir las variables es que estén altamente correlacionadas entre sí. Tras analizar los resultados que se obtendrían con diferentes hipótesis (incluyendo o no esta variable), finalmente optamos por dejarla fuera¹⁵².

¹⁵² Con la inclusión de la variable ASISTENCIA en el análisis factorial el número de componentes obtenidos se incrementaba hasta cuatro, el último de los cuales se asociaba

Tabla 3.20. Matriz de correlaciones entre las variables explicativas del output

	BNOT	EDAD	EXPTE	HORAS	ASIST	ASPIR	CONPAD	ING	ESTPAD	ESTMAD	PROPAD	PROMAD	UNIPAD
BNOTAS	1,000												
EDAD	0.491**	1,000											
EXPDTE	0.983**	0.504**	1,000										
HORAS	0.226	0.316*	0.240	1,000									
ASISTENCIA	0.139	0.232	0.171	0,077	1,000								
ASPIRAC	0.343**	0.330*	0.400**	0,354**	0,189	1,000							
CONFIPAD	0.235	0.024	0.285*	0,015	0,099	0,278*	1,000						
INGRESOS	0,328*	0.221	0,356**	0,107	0,073	0,271*	0,309*	1,000					
ESTPADRE	0.417**	0.059	0.423**	0,242	-0,139	0,441**	0,340**	0,506**	1,000				
ESTMADRE	0.392**	-0,066	0.412**	0,078	-0,146	0,366**	0,282*	0,491**	0,797**	1,000			
PROFPADRE	0.377**	0,093	0.374**	0,093	-0,113	0,312*	0,387**	0,513**	0,698**	0,656**	1,000		
PROFMADRE	0.315*	0.007	0.314*	0,242	-0,132	0,326*	0,297*	0,602**	0,747**	0,771**	0,780**	1,000	
UNIPAD	0.293*	0.297*	0.338*	0.259	0,232	0,839**	0,344**	0,328*	0,339**	0.259	0.354**	0,369**	1,000

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Considerando las doce variables restantes, los valores del estadístico de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de esfericidad de Bartlett (Tabla 3.21) confirman que los datos se adaptan perfectamente al análisis que se desea realizar.

Tabla 3.21. Estadístico de adecuación muestral (KMO) y Test de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)		0.761
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	493.855
	gl	66
	Sig.	.000

Tras la aplicación de la técnica de reducción de datos seleccionada se obtuvieron tres componentes que explican conjuntamente el 70 % de la

únicamente con esta variable y explicaba tan solo un 7 % de la varianza. Además, el estadístico KMO era inferior (0,701), situándose muy próximo al valor que habitualmente se considera como límite para determinar que los datos disponibles son aptos para la aplicación de este tipo de análisis.

varianza (Tabla 3.22). Por separado, destaca el gran peso que tiene el primer componente, que prácticamente dobla a los dos restantes.

Tabla 3.22. Varianza total explicada por los componentes

Componente	Autovalores iniciales			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	5.172	43.099	43.099	4.026	33.550	33.550
2	1.966	16.385	59.484	2.302	19.187	52.737
3	1.281	10.672	70.156	2.090	17.419	70.156
4	.948	7.896	78.052			
5	.714	5.948	84.000			
6	.689	5.744	89.745			
7	.432	3.596	93.340			
8	.331	2.758	96.099			
9	.190	1.580	97.679			
10	.165	1.376	99.055			
11	.101	.838	99.892			
12	.029	.108	100.000			

Mediante la matriz de componentes rotados se pueden identificar fácilmente las variables que se asocian con cada uno de estos factores (Tabla 3.23). Al igual que ocurría en Extremadura, el primer componente está formado por las cinco variables que representan el “*entorno socioeconómico del alumno*”, el segundo por las variables que incorporan información sobre las “*aptitudes del alumno*” y el tercero por las horas empleadas en el estudio y las dos variables referidas a las aspiraciones académicas, tanto del propio alumno como de sus padres, mediante las que podría captarse la “*actitud del alumno*” hacia el estudio.

Tabla 3.23. Matriz de componentes rotados

Variables	Componente		
	1	2	3
BNOTAS	0.329	0.897	0.088
EDAD	-0.143	0.715	0.366
EXPDTE	0.338	0.886	0.146
HORAS	-0.058	0.267	0.516
ASPIRAC	0.284	0.152	0.868
CONFIPAD	0.143	0.638	0.264
INGRESOS	0.647	0.211	0.138
PROFPAD	0.834	0.130	0.127
PROFMAD	0.904	0.032	0.107
ESTPAD	0.847	0.153	0.183
ESTMAD	0.881	0.108	0.030
UNIPADRE	0.285	0.079	0.870

*La rotación ha convergido en 5 iteraciones.

Por último, se han construido tres nuevas variables a partir de las puntuaciones factoriales que pueden ser empleadas como representativas de las características del alumnado en los análisis de eficiencia¹⁵³ ya que ninguna de ellas está correlacionada con los inputs escolares¹⁵⁴. En la Tabla 3.24 se recogen los principales estadísticos descriptivos de todas las variables, incluyendo las que representan el output (NOTAPAU y APMAT) y los inputs controlados por los centros (PROFESORES y GASTOS).

Tabla 3.24. Estadísticos descriptivos de las variables incluidas en el análisis

	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DESV. TÍP.
APMAT	15,79	62,79	38,28	11,3857
NOTAPAU	50,08	65,99	58,82	3,6260
PROFESORES	6,72	15,77	11,12	1,6284
GASTOS	24 ,87	372,61	159,90	63,2245
CP 1	0,00	4,8733	1,5359	1,0000
CP 2	0,00	4,0427	2,2603	1,0000
CP 3	0,00	4,5737	2,1384	1,0000

¹⁵³ Los valores que toman estas variables para cada uno de los centros pueden consultarse en la Tabla 3 del Anexo III.

¹⁵⁴ Las correlaciones entre las variables son las siguientes:

	CP1	CP2	CP3
GASTOS	-0,1406	0,0053	0,0322
PROFESORES	-0,2449	-0,0189	-0,0530

3.5.2.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos

a) *La eficiencia sin los factores exógenos*

Los resultados de este análisis previo en el que no se incluyen los factores exógenos se exponen en la Tabla 4 del Anexo III, donde puede observarse que la eficiencia media del conjunto de los centros es bastante elevada (91,07), siendo calificadas como eficientes siete unidades¹⁵⁵.

A continuación, el examen individual de los índices asignados a cada unidad y los valores de las variables exógenas nos permite extraer conclusiones interesantes sobre las características de las unidades evaluadas.

En primer lugar, todos los centros presentan un índice superior al 80 %, lo que explica el alto valor que toma la eficiencia media. Esto se debe a la conjunción de dos factores, la orientación al output y el hecho de que los valores de la variable “NOTAPAU” tengan una dispersión muy baja¹⁵⁶.

En segundo lugar, se observa que las siete escuelas eficientes presentan, en general, una dotación de inputs no controlables relativamente buena, aunque no muy superiores a la del resto de centros como sucedía en Extremadura. Concretamente, cinco de ellas tienen valores superiores a la media en dos de los tres componentes (uno incluso en los tres) y las otras dos sólo en uno de ellos. Sin embargo, si nos fijamos en la dotación de las unidades más ineficientes se puede apreciar que todas ellas cuentan con un alumnado de baja calidad (valores inferiores a la media en, al menos, dos de las variables exógenas).

En definitiva, la incorporación de estas variables al análisis resulta imprescindible para poder asegurar que la evaluación de los centros educativos asturianos sea la apropiada.

¹⁵⁵ Se trata de los institutos Aramo, Doña Jimena, Jerónimo González, Ramón Areces, Rio Nora, Rosario Acuña y Tineo.

¹⁵⁶ Se ha comprobado que con una orientación al input la eficiencia media sería muy inferior (72,15) y habría unidades que presentarían índices por debajo del 50 %.

b) *Modelo de una etapa*

La utilización de este modelo con una orientación al output es equivalente a introducir tres nuevas variables en un DEA estándar, de modo que no debe sorprendernos que el número de unidades eficientes pase de 7 a 26 (casi la mitad del total) y la eficiencia media supere el 96 % (96,5). Esta información, no obstante, debe complementarse con un examen de casos individuales.

Las unidades que presentan valores relativamente bajos en las variables exógenas, perjudicadas consecuentemente en la primera evaluación que no considera tales condiciones adversas, mejoran sustancialmente sus resultados, convirtiéndose la mayoría en eficientes. En este sentido, cabe señalar que, aunque es deseable que con la inclusión de las variables exógenas en la evaluación se fijen objetivos de producción menos exigentes a estas unidades con peor dotación, no parece adecuado que, automáticamente, todas ellas se conviertan en eficientes debido a la escasa capacidad discriminatoria de la técnica.

Este fenómeno, unido al hecho de que con este modelo ninguna unidad (eficiente o ineficiente) corrija a la baja sus índices de eficiencia iniciales, nos permite sospechar que los índices construidos con el modelo unietápico no miden adecuadamente el comportamiento de los centros educativos.

c) *Modelo de regresión o dos etapas*

Con este modelo se plantea una regresión mediante la cual se pretende conocer la influencia que tienen las variables exógenas sobre el índice de eficiencia inicial:

$$\theta = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + u_i$$

Los resultados obtenidos en la estimación usando los datos de los institutos asturianos se muestran en la Tabla 3.25, en la que se observa que las tres variables representativas de los factores exógenos son estadísticamente significativas (aunque el primer factor lo sea sólo al 90 %), y el signo de los coeficientes (positivo) es el esperado. Los parámetros obtenidos en la estimación de la regresión nos permiten calcular unos nuevos índices de eficiencia (Tabla 6 del Anexo III).

Tabla 3.25. Regresión Tobit para los índices de eficiencia

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	79.63101	2.871840	27.72822	0.0000
CP1	1.300780	0.783989	1.659182	0.0971
CP2	2.437072	0.792853	3.073801	0.0021
CP3	2.032989	0.811227	2.506067	0.0122
Error Distribution				
SCALE:C(5)	5.640336	0.600287	9.396071	0.0000
R-squared	0.254949	Mean dependent var		91.07204
Adjusted R-squared	0.194128	S.D. dependent var		5.875857

La información que ofrecen estos nuevos índices resulta útil para apreciar el error cometido al computar los índices de eficiencia con un DEA sin variables exógenas pero no lo es tanto para establecer, como ya pusimos de manifiesto, verdaderos objetivos de producción para las unidades ineficientes.

d) *Modelo de Simar y Wilson (2007)*

Los índices obtenidos con la aplicación del algoritmo 2 propuesto por los autores se pueden consultar en la Tabla 6 del Anexo III. Éstos comparten con el caso anterior los mismos problemas de interpretación.

e) *Modelo de tres etapas*

Los índices obtenidos con este modelo suponen una mejora sustancial con respecto a los alcanzados con el modelo básico; 15 unidades pasan a ser eficientes (las siete anteriores se mantienen) y la eficiencia media experimenta un importante crecimiento (de 91,07 a 96,41).

En general, la mayoría de las unidades incrementan su índice de eficiencia con la excepción de unos pocos centros que actúan en un entorno relativamente favorable, en los que los índices se mantienen o incluso disminuyen ligeramente¹⁵⁷. Este resultado es quizás el más interesante de los obtenidos con esta alternativa para esta muestra, pues confirman que la ausencia de correcciones a la baja en Extremadura se debía únicamente a las características de la muestra y no al diseño del modelo que examinamos.

f) *Modelo de cuatro etapas*

Los resultados obtenidos en la estimación de las dos regresiones¹⁵⁸ necesarias para calcular los índices con este modelo se recogen en las Tablas 3.26 y 3.27 donde se comprueba que las tres variables exógenas son estadísticamente significativas en la explicación de ambos *slacks* y el signo de los coeficientes es el esperado¹⁵⁹.

Tabla 3.26. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable APMAT

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	30.69646	3.404087	9.017532	0.0000
CP1	-2.334659	0.909132	-2.568009	0.0102
CP2	-3.844987	0.932353	-4.123960	0.0000
CP3	-4.522219	0.973988	-4.642993	0.0000
	Error Distribution			
SCALE:C(5)	6.520115	0.683158	9.544076	0.0000
R-squared	0.474417	Mean dependent var		9.404444
Adjusted R-squared	0.431512	S.D. dependent var		8.130159

¹⁵⁷ Este fenómeno se produce en tres centros: El Piles, Rey Pelayo y Vegadeo.

¹⁵⁸ Las regresiones planteadas son las siguientes:

$$SlacksAPMAT = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i$$

$$SlacksNOTAPAU = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i$$

¹⁵⁹ La variable NOTAPAU sólo es significativa al 90 % de confianza.

Tabla 3.27. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable NOTAPAU

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	11.90495	1.988738	5.986186	0.0000
CP1	-0.714991	0.543028	-1.698765	0.0949
CP2	-1.078052	0.548822	-1.964299	0.0495
CP3	-1.547262	0.562574	-2.750326	0.0060
Error Distribution				
SCALE:C(5)	3.899666	0.413555	9.429623	0.0000
R-squared	0.174778	Mean dependent var		5.363889
Adjusted R-squared	0.107413	S.D. dependent var		3.888550

Una vez estimados los parámetros, se ajustan los valores iniciales y se calculan unos nuevos índices que, a diferencia de lo que ocurría en los modelos de dos etapas, sí pueden ser interpretados como objetivos de producción y consumo para las escuelas ineficientes.

La comparación de estos índices con los del DEA inicial confirma que los ajustes practicados con esta opción metodológica se realizan tanto al alza como a la baja. Estos últimos son más numerosos¹⁶⁰, aunque su cuantía global es menor puesto que una vez realizados todos los ajustes, la eficiencia media (90,80) es inferior a la del modelo básico (91,07).

Debe destacarse que la incorporación de las variables exógenas mediante esta alternativa tiene importantes efectos en la construcción de la frontera. Los institutos Ramón Areces, Rosario Acuña y Tineo dejan de ser eficientes mientras que Luarca y Tapia de Casariego se convierten en eficientes, formando la nueva frontera con los que mantienen esta condición (Aramo, Doña Jimena, Jerónimo González y Río Nora).

No obstante, como se puso de manifiesto anteriormente, el uso de los coeficientes estimados en las regresiones Tobit no resulta apropiado ya que la estimación está sesgada por la correlación existente entre la variable dependiente y los errores. Con el propósito de superar esta limitación se han estimado estas regresiones mediante el método propuesto basado en la utilización del *bootstrap*.

¹⁶⁰ En total 28 unidades experimentan una disminución de sus índices, 22 los incrementan y 4 (todas eficientes) los mantienen constantes.

g) *Modelo de cuatro etapas con bootstrap según la modificación propuesta*

Los resultados obtenidos en las estimaciones tras aplicar el método *bootstrap* con 2.000 iteraciones se recogen en las Tablas 3.28 y 3.29. Estos nuevos coeficientes, sensiblemente distintos a los del modelo *Tobit* estándar, se emplean para el cálculo de los índices de eficiencia siguiendo el mismo procedimiento que en el modelo de cuatro etapas original.

Tabla 3.28. Regresión Tobit con *bootstrap* (*Slacks* de la variable APMAT)

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	25.28331	0.486848	51.93267	0.0000
CP1	-1.552599	0.135191	-11.48446	0.0000
CP2	-2.509095	0.135037	-18.58082	0.0000
CP3	-3.060903	0.135013	-22.67111	0.0000
Error Distribution				
SCALE:C(5)	0.983070	0.094596	10.39230	0.0000
R-squared	0.952112	Mean dependent var		10.68185
Adjusted R-squared	0.948202	S.D. dependent var		4.370725

Tabla 3.29. Regresión Tobit con *bootstrap* (*Slacks* de la variable NOTAPAU)

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	10.60950	0.102217	103.7937	0.0000
CP1	-0.481824	0.028384	-16.97496	0.0000
CP2	-0.715658	0.028352	-25.24193	0.0000
CP3	-1.080329	0.028347	-38.11084	0.0000
Error Distribution				
SCALE:C(5)	0.206403	0.019861	10.39230	0.0000
R-squared	0.977847	Mean dependent var		5.941667
Adjusted R-squared	0.976038	S.D. dependent var		1.399771

Los nuevos índices calculados son parecidos a los del modelo anterior, si bien la eficiencia media (91,38) es superior a la del modelo básico. En cuanto a las unidades eficientes, la única diferencia respecto al modelo de cuatro etapas original se produce con el centro Tapia de Casariego que, con esta propuesta, deja de ser eficiente.

3.5.2.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos

En este último apartado se comparan los índices de eficiencia obtenidos con los seis modelos propuestos y el modelo básico, siguiendo los mismos criterios que se emplearon para los institutos extremeños.

La información que se recoge en la Tabla 3.30 resume lo comentado en las páginas previas acerca de las amplias diferencias existentes entre los dos modelos no paramétricos y el resto tanto en el valor de la eficiencia media como en el número de unidades calificadas como eficientes. Asimismo, se aprecian similitudes entre los dos modelos de cuatro etapas y el modelo sin variables exógenas.

Tabla 3.30. Unidades eficientes y eficiencia media

	Nº Unidades Eficientes	% Unids. Eficientes	Desviación Típica	Eficiencia media
Básico	7	13 %	5,88	91,07
BM	26	48 %	4,78	96,50
2 Etapas	0	0 %	3,43	91,48
SW	0	0 %	2,57	90,85
3 Etapas	22	41 %	4,68	96,41
4 Etapas	6	11 %	5,91	90,80
4 Et. <i>Bootstrap</i>	5	9 %	5,64	91,38

En la Tabla 3.31 se presentan los valores del coeficiente de rangos de Spearman, que nos informa, como se sabe, de la similitud en la ordenación de las unidades evaluadas entre técnicas alternativas.

Tabla 3.31. Coeficientes de correlación de rangos de Spearman

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	0,379**	-					
2 Etapas	0,504**	-0,147	-				
Simar y Wilson	0,504**	-0,148	0,919**	-			
3 Etapas	0,358**	0,742**	-0,292*	-0,298*	-		
4 Etapas original	0,752**	0,586**	0,022	0,027	0,476**	-	
4 Etap + Bootstrap	0,794**	0,551**	0,230	0,236	0,449**	0,948**	-

** La correlación es significativa al nivel 0,01

Los resultados son similares a los que se obtuvieron para Extremadura, aunque con algunos matices. En primer lugar, la correlación entre los modelos de una y tres etapas sigue siendo elevada pero sensiblemente inferior (0,74 por 0,85), debido a la menor coincidencia en la identificación de las unidades eficientes con cada modelo en este caso. En segundo lugar, las ordenaciones obtenidas con los modelos de dos etapas y Simar y Wilson son mucho más parecidas entre sí, pero difieren en mayor medida con el resto (con la excepción del modelo básico).

Por último, la jerarquización de las unidades derivada de la aplicación del modelo de cuatro etapas es más parecida a la del modelo sin inputs no controlables (valores próximos a 0,8) que a la de los modelos de una y tres etapas (valores por debajo del 0,5). Esta mayor diferencia con los modelos que emplean un enfoque no paramétrico se debe a que en el caso de Asturias muchos más centros se beneficiaron por la exclusión de las variables exógenas en el DEA inicial y, en consecuencia, hubo que ajustar sus valores a la baja, algo que no permite el modelo de una etapa y que prácticamente no realiza el modelo de tres etapas.

Finalmente, el cuarto criterio empleado en la comparación es el porcentaje de unidades que presentan una diferencia superior al 10 % (Tabla 3.32). En esta muestra, el criterio (con ese margen de error) resulta de escasa utilidad debido a la elevada eficiencia media y la escasa variación de los índices individuales que se sitúan entre el 81 y el 100%. Con esa restricción, la

principal conclusión sería que las diferencias detectadas entre los modelos de cuatro etapas y el modelo básico son mínimas si nos fijamos en el valor final de los índice de eficiencia.

Tabla 3.32. Porcentaje de unidades con divergencia superior a 10 %

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	18%	-					
2 Etapas	2%	26%	-				
Simar y Wilson	2%	28%	0%	-			
3 Etapas	22%	0%	30%	32%	-		
4 Etapas original	4%	15%	15%	13%	20%	-	
4 Etap + <i>Bootstrap</i>	2%	15%	7%	2%	18%	0%	-

Las principales conclusiones que pueden extraerse a la vista de los resultados obtenidos con esta muestra son muy similares a las del caso extremeño, al ser la distribución de las variables exógenas entre las unidades muy parecida en ambos casos. Sin embargo, en Asturias hay un mayor número de unidades que se ven beneficiadas en el análisis inicial por contar con un buen alumnado. Ante este escenario, resulta más apropiada la utilización de modelos que permitan realizar ajustes a la baja sobre estos índices, como ocurre con los de cuatro etapas. En el caso de optar por modelos no paramétricos, en los que no es posible realizar este tipo de correcciones, los índices asignados a las unidades establecen objetivos de producción demasiado benévolo.

3.5.3. ANÁLISIS DE LOS CENTROS DE LA COMUNIDAD DE ARAGÓN

3.5.3.1. Las variables exógenas

El análisis de las variables exógenas comienza con el estudio de las relaciones existentes entre éstas y los indicadores del output escolar (APMAT y NOTAPAU), utilizando para ello las estimaciones de las regresiones individuales que relacionan a las variables dos a dos (Tabla 3.33).

Los resultados obtenidos muestran que, al igual que ocurría en Asturias, la práctica totalidad de las variables no son estadísticamente significativas cuando se incluyen como regresores en una regresión que pretende explicar los valores de la variable NOTAPAU. Los valores del estadístico t en todas las regresiones, excepto con la variable EDAD, toman valores muy bajos e incluso negativos, en algunos casos, lo que resulta muy extraño dado que el criterio empleado para construir las variables es que tuvieran una relación positiva con el output. Este fenómeno podría deberse al tamaño muestral y a la baja dispersión de las notas; sin embargo la aparición de valores negativos es un primer síntoma de que nos encontramos con una muestra hasta cierto punto distinta de los dos casos anteriores, algo en lo que iremos profundizando más adelante.

En las regresiones con la variable APMAT sí hay variables que muestran una relación estadística significativa con el output, aunque en algunos casos únicamente con un margen de confianza del 90 %. Éstas serán las seleccionadas *a priori* para su consideración en el análisis de componentes principales.

Entre estas variables de nuevo destacan dos grandes grupos, las relativas a la capacidad de los estudiantes (APROTOD, BNOTAS, EDAD, EXPEDIENTE) y las que incorporan información acerca de su entorno socioeconómico y familiar (INGRESOS, ESTPAD, ESTMAD, PROFPAD y PROFMAD). En cuanto al resto, hay una variable representativa del esfuerzo escolar (ASISTENCIA) y, como novedad, cuatro variables relacionadas con la

personalidad del alumno y la imagen que proyecta de sí mismo (ASPIRACIONES, AUTOCONFIANZA, CONFIPAD, CONFIPADPRO).

Tabla 3.33. Capacidad explicativa de las variables exógenas

VARIABLE DEPENDIENTE: NOTAPAU			VARIABLE DEPENDIENTE: APMAT		
VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.	VARIABLE	ESTADÍSTICO T	PROB.
APROTOD0	0,7725	0,4433	APROTOD0	3,8781	0,0003
BNOTAS	0,7485	0,4575	BNOTAS	2,5830	0,0126
EDAD	3,3747	0,0014	EDAD	3,0917	0,0032
EXPEDIENTE	0,8035	0,4254	EXPEDIENTE	2,7875	0,0074
HORAS	-0,6596	0,5124	HORAS	0,8934	0,3758
ORGHORAS	-0,7172	0,4765	ORGHORAS	-0,6271	0,5333
ASISTENCIA	-0,7189	0,4754	ASISTENCIA	1,885	0,0650
ASPIRACIONES	0,3783	0,7067	ASPIRACIONES	2,2799	0,0267
AUTOCONFIANZA	0,7524	0,4552	AUTOCONFIANZA	1,8303	0,0729
CONFIPAD	0,3461	0,7307	CONFIPAD	2,7961	0,0072
CONFIPRO	-0,6816	0,4911	CONFIPRO	-0,1683	0,8670
CONFIPADPRO	-0,3668	0,7153	CONFIPADPRO	2,5937	0,0169
INGRESOS	-0,4108	0,6829	INGRESOS	1,7874	0,0735
ESTPADRE	-0,0352	0,9720	ESTPADRE	2,9793	0,0319
ESTMADRE	0,6685	0,5068	ESTMADRE	2,0616	0,0369
PROFPAD	0,2009	0,8415	PROFPAD	1,5781	0,0820
PROFMAD	0,8844	0,3805	PROFMAD	1,7945	0,0572
HIJOUNICO	-0,6258	0,5342	HIJOUNICO	-0,0691	0,9452
CAMBIO	-1,0566	0,2956	CAMBIO	-0,2488	0,8045
UNIPADRES	-0,2349	0,8152	UNIPADRES	1,5111	0,1368

La matriz de correlaciones entre estas catorce variables (Tabla 3.34) muestra que la correlación entre la mayoría de ellas es significativa, excepto en la variable ASISTENCIA. Al igual que ocurría en la región de Asturias, esta variable presenta valores muy bajos en todos los casos, alternando valores positivos con negativos por lo que una vez realizadas las oportunas comprobaciones, decidimos dejarla fuera del análisis¹⁶¹.

¹⁶¹ Con la variable ASISTENCIA el número de componentes obtenidos pasaba a ser cuatro, uno de los cuales se asociaba únicamente con esta variable y explicaba tan solo un 8 % de la varianza. Además, el valor del estadístico KMO (0,718) también se veía reducido a valores próximos al límite de aceptación.

Tabla 3.34. Matriz de correlaciones entre las variables explicativas del output

	ING	BNOT	EXPTE	ASIST	ASPIR	CNPAD	CPAPR	PRPA	PRMA	ESTPA	ESTMA	EDAD	APROT	AUTO
INGRESOS	1,000													
BNOTAS	0.160	1,000												
EXPDTE	0.154	0.980**	1,000											
ASISTENCIA	-0.265	0.132	0.117	1,000										
ASPIRAC	0.391**	0.535**	0.509**	-0.065	1,000									
CONFIPAD	0.289*	0.358**	0.330*	-0.116	0.465**	1,000								
CNPADPRO	0.209	0.320*	0.286*	-0.006	0.393**	0.668**	1,000							
PROFPAD	0.592**	-0.126	-0.106	-0.215	0.284**	0.176	0.228	1,000						
PROFMAD	0.657**	0.084	0.080	-0.240	0.380**	0.174	0.128	0.681**	1,000					
ESTPAD	0.578**	0.066	0.067	-0.266	0.376**	0.229	0.211	0.770**	0.717**	1,000				
ESTMAD	0.690**	0.160	0.158	-0.247	0.427**	0.282*	0.223	0.737**	0.842**	0.815**	1,000			
EDAD	0.088	0.536**	0.554**	0.098	0.438**	0.422**	0.333**	-0.074	0.143	-0.024	0.180	1,000		
APROTOD	0.223	0.629**	0.684**	0.125	0.478**	0.329*	0.273*	0.042	0.213	0.145	0.193	0.536**	1,000	
AUTOCONF	0.303*	0.375**	0.385**	-0.075	0.600**	0.401**	0.318**	0.191	0.242	0.168	0.230	0.358**	0.563**	1,000

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Con las trece variables restantes, los valores del estadístico de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de esfericidad de Bartlett (Tabla 3.35) confirman que los datos se adaptan perfectamente al análisis que se desea realizar.

Tabla 3.35. Estadístico de adecuación muestral (KMO) y Test de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)		0.793
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	773.933
	gl	78
	Sig.	.000

El siguiente paso consiste en la aplicación del análisis de componentes principales, mediante el cual se obtienen tres factores que explican conjuntamente el 73 % de la varianza (Tabla 3.36). Por separado, cabe señalar que los dos primeros explican casi el doble que el tercero.

Tabla 3.36. Varianza total explicada por los componentes

Componente	Autovalores iniciales			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	5.224	40.183	40.183	3.997	30.744	30.744
2	3.146	24.200	64.383	3.663	28.175	58.919
3	1.186	9.119	73.503	1.896	14.584	73.503
4	.785	6.036	79.538			
5	.603	4.641	84.179			
6	.467	3.592	87.771			
7	.460	3.536	91.307			
8	.321	2.466	93.772			
9	.261	2.010	95.783			
10	.248	1.908	97.691			
11	.177	1.362	99.053			
12	.109	.839	99.893			
13	1.395E-02	.107	100.000			

La matriz de componentes rotados permite identificar las variables que se asocian con cada uno de estos factores (Tabla 3.37). Nuevamente, el primer factor está formado por las cinco variables que se suelen emplear en la literatura para aproximar el “*entorno socioeconómico del alumno*”. Sin embargo, en los otros dos componentes hay divergencias notables con respecto a los casos anteriores. El segundo, además de con las variables típicamente representativas de las “*aptitudes del alumno*”, también se asocia con dos variable relativas a su confianza como son ASPIRACIONES y AUTOCONF, mientras que el tercero incluye otras dos variables representativas de este mismo factor (CONFIPAD y CNPADPRO).

Esta distribución de las variables entre los distintos factores, especialmente de las cuatro variables relacionadas con la personalidad de los alumnos, hace que la interpretación de la información que incorpora cada uno de ellos resulte mucho más compleja que en las otras muestras. En este sentido, es difícil sostener, desde un punto de vista conceptual, que la información que incorpora cada uno de ellos sea diferente entre sí. En todo caso, las consecuencias de este resultado podrán apreciarse con mayor precisión en la estimación de las regresiones de los modelos de dos y cuatro etapas.

Tabla 3.37. Matriz de componentes rotados

Variables	Componente		
	1	2	3
APROTOD0	0.121	0.812	0.113
BNOTAS	-0.018	0.915	0.095
EDAD	-0.026	0.671	0.303
EXPDTE	-0.007	0.935	0.056
ASPIRAC	0.381	0.596	0.358
AUTOCONF	0.218	0.532	0.355
CONFIPAD	0.145	0.278	0.840
CNPADPRO	0.108	0.184	0.869
INGRESOS	0.772	0.164	0.124
ESTPAD	0.883	0.023	0.099
ESTMAD	0.914	0.151	0.098
PROFPAD	0.866	-0.151	0.169
PROFMAD	0.890	0.131	-0.007

*La rotación ha convergido en 5 iteraciones.

A este problema se añade el hecho de que, una vez construidas las tres nuevas variables representativas de los factores exógenos, tomando como referencia las puntuaciones factoriales, se ha comprobado que el primer componente está ligeramente correlacionado con el input PROFESORES, lo que dificulta aún más la interpretación de los resultados obtenidos con modelos multietápicos que utilicen regresiones para separar el efecto de los inputs exógenos sobre la ineficiencia¹⁶².

Los valores que toman estas variables en cada uno de los centros se recogen en la Tabla 3 del Anexo IV. Asimismo, en la Tabla 3.38 se presentan los principales estadísticos descriptivos de todas las variables, incluyendo las que representan el output (NOTAPAU y APMAT) y los inputs controlados por los centros (PROFESORES y GASTOS).

¹⁶² Las correlaciones entre las variables son las siguientes:

	CP1	CP2	CP3
GASTOS	-0,0243	-0,0837	-0,0374
PROFESORES	-0,4427	0,0705	-0,0801

Tabla 3.38. Estadísticos descriptivos de las variables incluidas en el análisis

	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DESV. TÍP.
APMAT	19,75	73,91	45,45	11,8088
NOTAPAU	52,20	67,45	58,94	3,5746
PROFESORES	7,77	17,61	10,74	1,7199
GASTOS	125,42	743,68	173,13	79,5717
CP 1	0,00	4,9346	1,5872	1,0000
CP 2	0,00	5,8135	2,7247	1,0000
CP 3	0,00	4,8640	2,2328	1,0000

3.5.3.2. Medidas de eficiencia con distintos modelos

a) *La eficiencia sin los factores exógenos*

Los resultados de este primer análisis se exponen en la Tabla 4 del Anexo IV. Si no se incluyen los inputs no controlables siete unidades son eficientes¹⁶³ y la eficiencia media alcanza el 90 %.

A partir de la dotación de las variables exógenas es posible distinguir varias tipologías dentro de las unidades eficientes e ineficientes. Entre las primeras, algunas disfrutaban de un alumnado de calidad (por encima de la media en dos o más componentes), mientras que otras, como sucede con los institutos Comunidad Daroca, Grande Covián y Pablo Gargallo, presentan valores bastante bajos en una o varias variables, fundamentalmente en el factor que incorpora la información del entorno socioeconómico familiar. Asimismo, es posible encontrar centros muy ineficientes que cuentan con una dotación de inputs no controlables bastante favorable. Finalmente, si nos fijamos en el resto de las unidades se puede apreciar que prácticamente no existen centros que presenten valores muy bajos (ni muy altos) en los tres componentes, sino que normalmente un valor bajo en uno de ellos se compensa con otro más elevado en otro o viceversa.

En definitiva, el examen preliminar de la dotación de variables exógenas de las unidades evaluadas nos permite comprobar que en esta Comunidad las

¹⁶³ Los institutos eficientes son Comunidad Daroca, Goya, Grande Covian, Pablo Gargallo, Ramón y Cajal (Huesca), Río Arba y Sierra de San Quílez.

diferencias entre el tipo de alumnado de los centros no son tan acusadas como ocurría en Extremadura o, en menor medida, en Asturias.

b) Modelo de una etapa

Como ya ha sucedido en otros casos la incorporación de las variables exógenas siguiendo la metodología propuesta por Banker y Morey (1986) supone un aumento del número de unidades eficientes (de 7 a 31). Los índices de eficiencia obtenidos por cada centro pueden consultarse en la Tabla 6 del Anexo IV.

Las unidades que siguen siendo ineficientes, sin embargo, apenas incrementan sus índices¹⁶⁴, lo que no deja de ser extraño, especialmente si pensamos que seguimos una orientación dirigida a la maximización del output. El origen de este resultado debe buscarse en las propias características de la muestra y, más concretamente, en el hecho de que la mayoría de los centros presentan (en suma) valores próximos a la media en todos los componentes. Es decir, las unidades con valores bajos en alguna de las variables se convierten automáticamente en eficientes, mientras que el resto, al no presentar grandes diferencias en su dotación de factores exógenos con respecto a la de las unidades que forman la frontera, obtienen un índice parecido al conseguido con el modelo básico.

Nuevamente se comprueba la incapacidad del modelo en la corrección a la baja de los índices, lo que beneficia a las unidades que cuentan con una buena dotación de inputs no controlables, ya sean institutos eficientes (Río Arba) o ineficientes (Domingo Miral).

c) Modelo de regresión o dos etapas

Cuando estimamos, con un Tobit estándar, el efecto de las variables exógenas sobre los índices de eficiencia iniciales, los componentes CP2 y CP3

¹⁶⁴ Sólo un 20 % de las unidades consideradas ineficientes por el modelo de una etapa incrementan su índice en más de tres puntos porcentuales.

(los que aproximan la capacidad y la confianza de los estudiantes) resultan no significativos (Tabla 3.39). Esta situación nos llevó a modificar el modelo propuesto incluyendo como único regresor la variable que tiene una relación estadísticamente significativa con los índices de eficiencia, asociada a las características del entorno familiar del estudiante. Los resultados obtenidos al estimar esta nueva regresión se presentan en la Tabla 3.40. Con esos nuevos parámetros se han estimado los índices de eficiencia del modelo que, como cabía esperar, ofrecen una dispersión muy reducida (Tabla 6 del Anexo IV).

Tabla 3.39. Regresión Tobit para los índices de eficiencia

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	85.69889	3.096762	27.67371	0.0000
CP1	1.942869	0.783004	2.481301	0.0131
CP2	0.020712	0.779342	0.026577	0.9788
CP3	0.825358	0.774249	1.066010	0.2864
	Error Distribution			
SCALE:C(5)	6.592109	0.583976	11.28833	0.0000
R-squared	0.093113	Mean dependent var		90.38500
Adjusted R-squared	0.040540	S.D. dependent var		6.413338

Tabla 3.40. Regresión Tobit con un único regresor

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	87.47139	1.337498	65.39927	0.0000
CP1	1.835696	0.714343	2.569768	0.0102
	Error Distribution			
SCALE:C(3)	6.103347	0.501691	12.16554	0.0000
R-squared	0.081928	Mean dependent var		90.38500
Adjusted R-squared	0.056067	S.D. dependent var		6.413338

De este modo, a los habituales problemas ya comentados sobre esta alternativa se añaden ahora los derivados de la muestra utilizada en la que sólo cabe considerar un factor exógeno a la hora de corregir los índices de eficiencia iniciales.

d) *Modelo de Simar y Wilson (2007)*

Si bien este modelo elimina todos los sesgos en la estimación del Tobit estándar, los resultados para esta muestra siguen siendo tan insatisfactorios como los de la propuesta anterior en el sentido de que los índices obtenidos son difícilmente interpretables y que los ajustes sobre los índices iniciales se

realizan tomando como referencia únicamente la información relativa a una variable.

e) *Modelo de tres etapas*

Los resultados obtenidos con la aplicación de este modelo son muy parecidos a los del modelo de una etapa, con el que comparte su enfoque totalmente no paramétrico. El número de unidades eficientes es elevado (27) y coincide prácticamente con las identificadas en el modelo de una etapa. Los resultados confirman una mayor sensibilidad de esta alternativa ante la existencia de valores extremos en alguna de las variables exógenas¹⁶⁵.

Por otra parte, dado que la mayoría de las unidades ineficientes no incrementan apenas su índice, tanto los índices individuales como la eficiencia media son similares a los valores obtenidos con la propuesta de una etapa.

Por último cabe señalar que, al igual que ocurre en Asturias, algunas unidades reducen mínimamente su índice de eficiencia¹⁶⁶. La mayoría, sin embargo, lo aumentan, confirmándose el sesgo favorable que incorpora esta alternativa en el cálculo de la eficiencia.

f) *Modelo de cuatro etapas*

Los resultados obtenidos en la estimación de las dos regresiones planteadas con este modelo ofrecen resultados dispares (Tablas 3.41 y 3.42)¹⁶⁷. Esto es, cuando se incluyen como variable dependiente los valores de los *slacks* de APMAT las tres variables exógenas son estadísticamente

¹⁶⁵ Por ejemplo, los centros Juan de Lanuza y La Llitera, ambos con valores muy bajos en el primer componente, son considerados ineficientes por el modelo de una etapa y eficientes por el de tres etapas.

¹⁶⁶ Estas unidades son Avempace, Frances de Aranda, Miguel de Molinos, Pedro de Luna y Tubalcain.

¹⁶⁷ Las regresiones planteadas son las siguientes:

$$SlacksAPMAT = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i$$

$$SlacksNOTAPAU = \beta_0 + \beta_1 CP1 + \beta_2 CP2 + \beta_3 CP3 + \varepsilon_i$$

significativas¹⁶⁸, mientras que con los *slacks* de la variable NOTAPAU las variables CP2 y CP3 no lo son y, además, presentan un signo positivo de difícil interpretación.

Tabla 3.41. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable APMAT

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	30.11802	5.499486	5.476515	0.0000
CP1	-2.391501	1.391544	-1.718596	0.0857
CP2	-2.334605	1.386788	-1.683462	0.0923
CP3	-3.248386	1.373196	-2.365566	0.0180
Error Distribution				
SCALE:C(5)	11.68507	1.028675	11.35935	0.0000
R-squared	0.138293	Mean dependent var		13.32108
Adjusted R-squared	0.088339	S.D. dependent var		11.70598

Tabla 3.42. Regresión Tobit con los *slacks* de la variable NOTAPAU

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	6.660308	2.150313	3.097367	0.0020
CP1	-1.180104	0.543835	-2.169965	0.0300
CP2	0.247108	0.541296	0.456512	0.6480
CP3	0.055719	0.537523	0.103659	0.9174
Error Distribution				
SCALE:C(5)	4.575854	0.404738	11.30571	0.0000
R-squared	0.066837	Mean dependent var		5.799054
Adjusted R-squared	0.012741	S.D. dependent var		4.398609

Al igual que se hizo con el modelo de segunda etapa, para evitar problemas de mala especificación en el modelo propuesto, se han eliminado estas dos variables y se ha estimado una nueva regresión con un solo regresor (CP1). Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 3.43.

Tabla 3.43. Regresión Tobit con un solo regresor

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	7.456265	1.015494	7.342500	0.0000
CP1	-1.180324	0.545118	-2.165266	0.0304
Error Distribution				
SCALE:C(3)	4.586914	0.405471	11.31255	0.0000
R-squared	0.061430	Mean dependent var		5.799054
Adjusted R-squared	0.034991	S.D. dependent var		4.398609

¹⁶⁸ Son significativas las tres si el régimen de confianza se sitúa en el 90 %.

A partir de los parámetros estimados se realiza el ajuste de los valores iniciales y se calculan unos nuevos índices que, en principio, reflejarían los verdaderos objetivos de producción una vez eliminado el efecto de los factores externos. En este caso, sin embargo, su interpretación no resulta tan evidente como en las otras muestras por el problema detectado con el segundo y tercer componente.

De acuerdo con los nuevos índices de eficiencia, son más las unidades que los reducen que las que lo aumentan con un resultado global de disminución en la eficiencia media. Las variaciones son, en todo caso, muy pequeñas, como resultado de las escasas diferencias que existen en los inputs no controlables, en las que se compensa un valor bajo en un componente con otro más elevado en alguno de los otros dos.

En cuanto a la capacidad de discriminación entre unidades eficientes e ineficientes, el modelo mantiene como eficientes a todas las que ya lo eran en el modelo inicial, excepto el instituto Río Arba, y un solo centro (Félix Azara) se convierte en eficiente al incluir las variables exógenas, aunque lo cierto es que ya se encontraba muy próximo a la frontera en la primera evaluación.

g) Modelo de cuatro etapas con bootstrap según la modificación propuesta

Los resultados de las estimaciones tras aplicar el método *bootstrap* con 2.000 iteraciones se recogen en las Tablas 3.44 y 3.45. Una vez obtenidos los nuevos coeficientes, con importantes variaciones respecto a los del modelo Tobit estándar, el procedimiento para el cálculo de los índices de eficiencia es el mismo que en el modelo anterior.

Tabla 3.44. Regresión Tobit con *bootstrap* (Slacks de la variable APMAT)

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	27.65997	0.190376	145.2914	0.0000
CP1	-1.536657	0.047721	-32.20097	0.0000
CP2	-1.608022	0.047721	-33.69658	0.0000
CP3	-2.184081	0.047721	-45.76779	0.0000
Error Distribution				
SCALE:C(5)	0.407731	0.033514	12.16585	0.0000
R-squared	0.982953	Mean dependent var		15.96297
Adjusted R-squared	0.981965	S.D. dependent var		3.144168

Tabla 3.45. Regresión Tobit con *bootstrap* (Slacks de la variable NOTAPAU)

	Coefficient	Std. Error	Z-Statistic	Prob.
C	7.790793	0.024501	317.9842	0.0000
CP1	-0.751271	0.013085	-57.41247	0.0000
Error Distribution				
SCALE:C(3)	0.111802	0.009190	12.16554	0.0000
R-squared	0.978043	Mean dependent var		6.598378
Adjusted R-squared	0.977424	S.D. dependent var		0.759656

En general, los índices obtenidos son muy similares a los del modelo de cuatro etapas original, aunque en este caso la eficiencia media es ligeramente superior. En cuanto a las unidades eficientes, el instituto Río Arba también deja de ser eficiente con la inclusión de las unidades eficientes y, a diferencia del modelo de cuatro etapas original, en este caso el centro Félix Azara es considerado como ineficiente.

3.5.3.3. Comparación de los resultados obtenidos con modelos alternativos

En este último apartado se comparan los índices de eficiencia obtenidos con los seis modelos propuestos, además del modelo básico, con los mismos criterios empleados en las otras muestras.

La información que contiene la Tabla 3.46 muestra las amplias diferencias que existen entre los modelos no paramétricos (una y tres etapas) y el resto en el valor de la eficiencia media y el número de unidades eficientes. Los modelos de dos etapas y SW no califican a ninguna unidad como eficiente y presentan una eficiencia media prácticamente igual que la del modelo sin variables exógenas, con una desviación típica muy baja, como consecuencia

de que los ajustes sobre los índices iniciales se realizan empleando únicamente la información relativa a la variable CP1. Por último, la eficiencia media de los dos modelos de cuatro etapas es la más baja de entre todas las alternativas consideradas porque permite corregir a la baja los índices iniciales de las unidades que se vieron beneficiadas en la estimación inicial que, en este caso, son mayoría.

Tabla 3.46. Unidades eficientes y eficiencia media

	Nº Unidades Eficientes	% Unids. Eficientes	Desviación Típica	Eficiencia media
Básico	7	9 %	6,41	90,39
BM	31	42 %	6,50	94,26
2 Etapas	0	0 %	1,84	90,38
SW	0	0 %	1,53	90,14
3 Etapas	27	36 %	6,21	94,74
4 Etapas	7	9 %	6,89	88,72
4 Et. <i>Bootstrap</i>	6	8 %	6,62	89,31

Los valores del tercer indicador, el coeficiente de Spearman, nos ofrece una información complementaria a la anterior sobre los distintos modelos (Tabla 3.47). El resultado más destacado es la similitud en la ordenación ofrecida por los dos modelos de cuatro etapas y el modelo básico (sin variables exógenas) sobre la que caben dos interpretaciones.

Tabla 3.47. Coeficientes de correlación de rangos de Spearman

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	0,591**	-					
2 Etapas	0,279*	-0,076	-				
Simar y Wilson	0,315**	-0,137	0,903**	-			
3 Etapas	0,410**	0,642**	-0,187	-0,289*	-		
4 Etapas original	0,942**	0,629**	0,092	0,136	0,466**	-	
4 Etap + <i>Bootstrap</i>	0,973**	0,615**	0,166	0,210	0,443**	0,991**	-

** La correlación es significativa al nivel 0,01

La primera es que si consideramos que este modelo es el que mejor permite incorporar las variables exógenas, se puede afirmar que cuando se disponga de una muestra con las características que plantea Aragón (unidades eficientes con baja dotación de inputs no controlables, unidades muy ineficientes con una buena dotación de estas variables, muchas unidades con valores bajos en una variable exógena y elevado en el resto o viceversa) los índices de eficiencia procedentes de una evaluación que no incluya los inputs no controlables en el análisis nos ofrece una medida bastante fiable del verdadero nivel de eficiencia con el que actúan los centros.

La segunda consiste en asumir que el modelo de cuatro etapas (con o sin *bootstrap*) no siempre es la mejor alternativa para medir la eficiencia de un conjunto de centros educativos, o lo que es lo mismo, que la bondad de los resultados obtenidos con esta propuesta dependen de las características de la muestra disponible, siendo desaconsejable su uso en determinados casos como, por ejemplo, con una muestra como la de los centros educativos aragoneses.

En cuanto al resto de modelos, los de segunda etapa y SW presentan una ordenación muy parecida entre sí pero totalmente distinta a la del resto de alternativas. Ello es consecuencia directa del distinto procedimiento seguido para construir los índices de eficiencia.

Los modelos de una y tres etapas están correlacionados entre sí, pero con un índice mucho más bajo que en las otras regiones ya que, en este caso, las unidades eficientes no siempre coinciden. En cuanto a su vinculación con el modelo básico, resulta curioso que la clasificación del modelo de BM sea más parecida que la del modelo de tres etapas, a pesar de que en el primero de ellos los inputs exógenos reciben el mismo trato que los inputs controlados por los gestores.

El cuarto criterio empleado en la comparación, el porcentaje de unidades que presentan una divergencia superior al 10 % (Tabla 3.48), conduce a unas conclusiones similares, en el sentido de que los índices construidos con los dos

modelos de cuatro etapas no presentan apenas diferencias con respecto a las obtenidas en un análisis en el que no considere el efecto de las variables exógenas y que las diferencias existentes entre el modelo de tres etapas y el básico son mayores que las que se detectan entre este último y el modelo de Banker y Morey.

Tabla 3.48. Porcentaje de unidades con divergencia superior al 10 %

	Básico	BM	2 Etap	SW	3Etap	4Etap	4Etboot
1 Etapa (BM)	15%	-					
2 Etapas	9%	24%	-				
Simar y Wilson	8%	26%	0%	-			
3 Etapas	22%	9%	28%	32%	-		
4 Etapas original	1%	19%	22%	20%	24%	-	
4 Etap + <i>Bootstrap</i>	0%	15%	16%	14%	20%	0%	-

Los resultados obtenidos con la muestra compuesta por los centros aragoneses son bastante sorprendentes pues, de algún modo, muestran que, en determinados casos, la influencia de los factores exógenos sobre los resultados obtenidos en un análisis de eficiencia puede ser mínima, o lo que es lo mismo, que bajo ciertas condiciones, pueden asumirse como válidos los resultados obtenidos por una técnica de medición de la eficiencia sin necesidad de adaptarla a un contexto en el que el papel de las variables exógenas se antoja fundamental.

Además, otra conclusión interesante que se deriva de los resultados obtenidos con esta muestra es que las características de la muestra disponible condicionan las medidas de eficiencia obtenidas con todos los modelos, no solamente las de los modelos no paramétricos, como se podría pensar a la vista de los resultados obtenidos con las dos muestras anteriores.

3.6. RECAPITULACIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en una aplicación empírica en la que se utilizan los modelos analizados en el capítulo segundo que permiten incorporar en la medición de la eficiencia la información relativa a un conjunto de factores exógenos.

La aplicación se desarrolla en el ámbito de la educación secundaria donde la evidencia previa pone de manifiesto que el output escolar, medido según los resultados de una prueba común en los distintos centros, depende más de los factores exógenos, representados por las características del entorno familiar de los estudiantes y de sus propias capacidades innatas, que de los inputs tradicionales controlados por las autoridades educativas.

Pese a ello, estos factores no siempre se incluyen en las evaluaciones, debido a la ausencia de información o a la dificultad de su obtención. En nuestro caso, sin embargo, contamos con una base de datos muy rica procedente de la realización de encuestas con este propósito en los centros evaluados, que nos han permitido disponer de información relevante sobre tales factores.

Los muestra está compuesta por un total de 208 centros educativos, todos ellos públicos, con lo que se garantiza la homogeneidad de las unidades evaluadas, pertenecientes a tres Comunidades Autónomas españolas: Extremadura, Asturias y Aragón, de los que se dispone de información relativa al output escolar, los inputs escolares y las variables exógenas para el curso académico 2001-2002.

Dado que las variables representativas del output están construidas a partir de los resultados obtenidos por los alumnos en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) en 2002 y que dicha prueba es diferente en cada Comunidad Autónoma, la muestra total se ha tenido que dividir en tres, cada una de las cuales tiene un tamaño suficiente para garantizar que los resultados

obtenidos tengan validez: 80 centros en Extremadura, 54 en Asturias y 74 en Aragón.

La posibilidad de contar con tres muestras distintas de datos reales, muy poco habitual en los análisis aplicados, nos ha permitido obtener una diversidad de resultados imposibles de alcanzar si nos hubiésemos limitado a una sola muestra.

La evaluación de la eficiencia en cada Comunidad se ha realizado aplicando el DEA, primero en su formulación básica y, posteriormente, con las extensiones derivadas de cada uno de los modelos estudiados en el capítulo segundo. Las variables utilizadas han sido: dos representativas del output (número de aprobados en la PAU y nota media), dos relativas a los inputs controlables por los centros escolares (número de profesores y gastos de gestión) y tres variables exógenas construidas a partir del análisis de componentes principales en el que se han incluido todas las variables que son estadísticamente significativas en la explicación de los outputs procedentes de la encuesta.

Los resultados obtenidos nos han permitido comprobar que los modelos de cuatro etapas (con y sin *bootstrap*, aunque la aplicación del primero resulte más correcta desde el punto de vista metodológico) son una opción adecuada si el objetivo del investigador consiste en construir unos indicadores de la actuación de los centros que reflejen verdaderos objetivos de producción para los productores. No obstante, su aplicación no parece resultar aconsejable con generalidad. Como hemos podido comprobar al analizar los resultados obtenidos para los centros educativos de la Comunidad de Aragón, las características de la muestra pueden provocar que las regresiones estimadas en la segunda etapa de estos modelos no identifiquen con claridad a los factores exógenos que afectan a los resultados, haciendo que el ajuste practicado sobre los índices de eficiencia obtenidos en un análisis en el que se obvie el efecto de los factores exógenos sea mínimo.

En cuanto al resto de propuestas, los modelos de segunda etapa y su versión mejorada, el modelo de Simar y Wilson (2007), constituyen opciones de interés si el objetivo es identificar las variables que influyen y el sentido de esta influencia en los resultados, pero no para construir unos índices a partir de los que se establezcan objetivos apropiados para los centros. En consecuencia, considerando que en el ámbito de la enseñanza secundaria es conocido que las características del alumnado tienen una gran influencia sobre los resultados y que en la propia definición de las variables se ha asumido que ese efecto es positivo sobre los resultados, estos modelos no parecen la opción más adecuada para el objetivo que perseguimos.

Por su parte, consideramos que el modelo de una etapa debe quedar descartado si se opta por una orientación de maximización de outputs ya que los resultados obtenidos con esta propuesta coinciden con los que se obtendrían si se utilizase un modelo DEA estándar, lo que supone dar un tratamiento a las variables exógenas equivalente al de los inputs que son controlados por los gestores. A esta limitación se añaden los problemas de pérdida de sensibilidad del modelo en casos en los que, como ocurre en Asturias, el número total de variables incluidas es relativamente elevado en relación al número de unidades evaluadas.

Por último, el modelo de tres etapas sí es una alternativa válida para la construcción de índices de eficiencia que establezcan objetivos a los centros, aunque tiene como limitación su incapacidad para corregir a la baja los índices obtenidos en una evaluación en la que no se considere el efecto de las variables exógenas cuando se actúa en un entorno relativamente favorable. Este defecto adquiere una mayor relevancia si, como hemos comprobado en los casos de Extremadura y Asturias, los centros calificados como eficientes cuentan con una dotación de variables exógenas superior al resto.

**CAPÍTULO 4: LA CALIDAD DE LOS MODELOS
ALTERNATIVOS: COMPARACIÓN MEDIANTE UN
EXPERIMENTO DE MONTE-CARLO**

4.1. INTRODUCCIÓN

Una vez examinados los resultados obtenidos con los distintos modelos DEA que permiten incorporar el efecto de las variables exógenas utilizando datos reales de unidades productivas en el ámbito educativo, en este capítulo completamos el análisis comparando la calidad de esos modelos a partir de datos simulados mediante un experimento de Monte Carlo contando, de este modo, con la referencia de la eficiencia real con la que actúan las unidades evaluadas.

Aunque existen precedentes en la literatura que serán mencionados a continuación, nuestra investigación supone un avance en este campo tanto por la variedad de metodologías que compara como por la adaptación del experimento a las características en la que se desarrolla la actuación de unidades productivas en el campo educativo, incluyendo como principal novedad la consideración de un contexto caracterizado por múltiples outputs.

El capítulo se ha estructurado en tres epígrafes. En primer lugar, se describen las características generales de los experimentos de Monte Carlo en los estudios sobre la medición de la eficiencia. A continuación, se destacan las limitaciones específicas de aquellos trabajos que utilizan este procedimiento para comparar diferentes alternativas que incorporan variables no controlables en los análisis de eficiencia y se aplica un método novedoso en la generación de datos que trata de superar dichas limitaciones. Finalmente, tras describir el diseño concreto de nuestro experimento y las diferentes especificaciones consideradas, se analizan los resultados obtenidos al aplicar a los datos simulados, las propuestas metodológicas que se emplearon en el capítulo anterior.

4.2. LA SIMULACIÓN DE MONTE CARLO EN LOS ANÁLISIS DE EFICIENCIA

La simulación de Monte Carlo es una técnica que combina conceptos estadísticos (muestreo aleatorio) con la capacidad que tienen los ordenadores para generar números pseudo-aleatorios y automatizar cálculos, para imitar el comportamiento aleatorio de sistemas reales.

La clave del experimento de Monte Carlo consiste en crear un modelo matemático representativo del proceso o actividad que se quiere analizar, identificando aquellas variables que determinan el comportamiento global del sistema. Una vez reconocidas dichas variables resulta posible generar muestras aleatorias con valores concretos (con la ayuda de un programa informático), a partir de las cuales se puede analizar el resultado del sistema ante los valores generados. Tras repetir n veces este experimento, se dispone de un volumen de información suficiente acerca del proceso estudiado como para poder entender cuál es su funcionamiento y la distribución estadística de los posibles resultados.

Los orígenes de este método están ligados a una serie de trabajos desarrollados por científicos norteamericanos a finales de los años cuarenta¹⁶⁹. Desde entonces, la simulación de Monte Carlo ha experimentado un enorme crecimiento, especialmente en las últimas décadas con el desarrollo de la informática y los procesos computacionales más complejos, aplicándose en todos aquellos ámbitos en los que el comportamiento aleatorio o probabilístico desempeña un papel fundamental¹⁷⁰ como sucede en el económico. Dentro de él, en aquellos trabajos dedicados a medir la eficiencia no es extraño encontrar datos simulados para comparar los resultados de aproximaciones alternativas o de distintas extensiones dentro de una misma técnica.

¹⁶⁹ Metropolis y Ulam (1949).

¹⁷⁰ Precisamente, el nombre de Monte Carlo proviene de la famosa ciudad de Mónaco, donde abundan los casinos de juego y donde el azar, la probabilidad y el comportamiento aleatorio conforman todo un estilo de vida.

Bowlin *et al.* (1985), Banker *et al.* (1987), Gong y Sickels (1992), Banker *et al.* (1993) y Thanassoulis (1993) fueron los primeros que emplearon este instrumento para evaluar la validez de las medidas de eficiencia proporcionadas por las fronteras paramétricas y no paramétricas (principalmente el DEA). Asimismo, dentro del ámbito concreto del DEA y sin ánimo de exhaustividad, existen otros estudios más recientes que abordan cuestiones tan relevantes como los efectos de restringir las ponderaciones (Pedraja *et al.*, 1997), la influencia del tamaño de la muestra sobre la eficiencia media (Zhang y Bartels, 1998) o la del ruido aleatorio (Holland y Lee, 2002).

En estos trabajos es posible identificar una serie de fases comunes en el diseño del experimento que vendrían a ser las siguientes:

1. Asunción de una distribución de probabilidad particular para los inputs.
2. Generación de los inputs para todas las unidades a partir de la distribución asumida.
3. Definición de una función de producción que relacione los outputs y los inputs del proceso productivo.
4. Generación del output a partir de la función de producción definida, considerando inicialmente que todas las unidades se sitúan en la frontera.
5. Generación de los valores de ineficiencia para todas las unidades, asignándole una distribución de probabilidad que habitualmente suele ser la semi-normal.
6. Generados los inputs, el output inicial y la ineficiencia, se vuelve a generar el output observado ajustando el valor del output inicial con el efecto de la ineficiencia y, en su caso, el ruido aleatorio del sistema.
7. Finalmente, se utilizan una o varias metodologías para tratar de resolver el problema planteado y se comparan los resultados obtenidos con múltiples replicaciones de datos generados según las especificaciones anteriores.

En definitiva, a partir de una determinada especificación de la función de producción se generan unos valores para las variables (inputs y outputs) y la

“*eficiencia real*” de un conjunto de unidades que desarrollan un determinado proceso productivo. Posteriormente, esos mismos valores de los inputs y los outputs son utilizados para obtener una medida de la eficiencia con diferentes aproximaciones metodológicas y, por último, se comparan estas medidas con los valores reales con el fin de valorar la calidad de las distintas aproximaciones que se comparan.

El interés de este procedimiento aumenta con la capacidad que tengamos de reproducir con él el fenómeno que pretendemos analizar. En nuestro caso, la actuación de unidades productivas en el ámbito educativo, como sucede en otros campos de tipo público presenta una serie de características, ya comentadas, que habrán de tenerse en cuenta. En este sentido, el experimento debería utilizar una forma funcional flexible y criterios poco restrictivos en la distribución de las variables, teniendo en cuenta el desconocimiento de la función de producción, así como considerar distintos tipos de inputs, entre ellos algunos exógenos, y permitir la existencia de varios outputs¹⁷¹.

4.3. DISEÑO DE UN EXPERIMENTO PARA COMPARAR LAS DISTINTAS OPCIONES METODOLÓGICAS

En este epígrafe se describe la metodología empleada para la generación de datos simulados que permitan la comparación entre el comportamiento de los distintos modelos empleados en el capítulo tercero para incorporar el efecto de las variables exógenas al análisis de eficiencia con DEA. No obstante, antes de describir dicha metodología, se examinan los trabajos que han abordado esta cuestión previamente en la literatura, así como sus principales limitaciones, las cuales se intentan superar mediante el ejercicio de simulación planteado en esta investigación.

¹⁷¹ Bifulco y Bretschneider (2001) plantearon previamente un ejercicio de simulación en el que se comparaba la actuación del DEA y el modelo de mínimos cuadrados ordinarios corregidos en un contexto que trataba de aproximar las características propias del sector educativo. Para ello, establecieron una forma funcional con dos outputs, correlación entre los inputs y presencia de errores de medida. Sin embargo, no tuvieron en cuenta el impacto de variables exógenas, hecho que puede explicar en gran medida los malos resultados obtenidos con ambas técnicas.

4.3.1. Trabajos previos y principales limitaciones

La comparación de métodos alternativos para incluir las variables exógenas en los análisis de eficiencia mediante datos simulados ha sido objeto de estudio en los trabajos de Yu (1998), Ruggiero (1998) y Muñiz, Paradi, Ruggiero y Yang (2006).

En el primero de ellos, se plantea un experimento de Monte Carlo, dos posibles enfoques para incorporar las variables exógenas (inclusión directa en la estimación de la frontera –una etapa– o inclusión en una etapa posterior para identificar el efecto de esas variables sobre la eficiencia –dos etapas–) y dos tipos de aproximaciones: paramétrica y no paramétrica. Para la generación de datos se emplea una tecnología definida por una función homotética de tasas constantes de elasticidad de sustitución con diferentes especificaciones (Hanoch, 1971), en la que se consideran un output, tres inputs y una variable exógena.

Por su parte, los trabajos de Ruggiero (1998) y Muñiz *et al.* (2006) comparten el mismo diseño del experimento, aunque en cada uno de ellos se comparan diferentes métodos de evaluación de variables exógenas mediante DEA¹⁷². Los datos se generan mediante tres diseños diferentes, dependiendo del número de variables exógenas consideradas –una, dos o tres–, en los que se utiliza una función Cobb Douglas para generar los valores del output a partir del de los dos inputs y la (s) variable (s) exógena (s) incluidos en cada especificación. No obstante, en estos dos trabajos no se realiza un experimento de Monte Carlo con múltiples replicaciones, sino que se genera una única muestra de datos para cada una de las especificaciones consideradas, a partir de la cual se realizan todos los cálculos y se analiza el comportamiento de las distintas alternativas¹⁷³.

¹⁷² En Ruggiero (1998) se comparan los modelos de una etapa, dos etapas y la propuesta del propio autor. En Muñiz *et al.* (2006) se analiza el comportamiento de los modelos de Muñiz (2002), Ruggiero (1998) y Yang y Paradi (2003).

¹⁷³ Desde nuestro punto de vista, los resultados obtenidos con este tipo de análisis no son tan robustos como los obtenidos con un estudio en el que se consideren múltiples replicaciones pues están condicionados por las características específicas de la muestra seleccionada en cada caso.

Los resultados obtenidos en estos trabajos permiten una primera valoración acerca del comportamiento de algunos de los modelos estudiados en nuestra investigación (modelos de una, dos y tres etapas). Sin embargo, existen una serie de limitaciones que nos llevan a plantearnos la realización de un análisis más amplio.

Ninguno de los trabajos mencionados tiene por objeto ofrecer un análisis general de los posibles enfoques que pueden adoptarse para incluir las variables exógenas en el análisis de eficiencia, sino más bien se concentran en demostrar que los resultados obtenidos con el método planteado por cada autor son mejores que los de los dos modelos más tradicionales (una y dos etapas)¹⁷⁴. Además, todos ellos emplean un proceso generador de datos relativamente sencillo, basado en formas funcionales rígidas con las que sólo resulta posible producir un output a partir de varios inputs, que no refleja la realidad de la mayoría de las actividades que se realizan en el ámbito público. En nuestra investigación tratamos de superar estas limitaciones ampliando el análisis en varias direcciones.

En primer lugar, comparamos un mayor número de propuestas alternativas, entre ellas, algunas inéditas en este tipo de experimentos como las de Fried *et al.* (1999), Simar y Wilson (2007) o una combinación de ambas, propuesta por nosotros.

En segundo lugar, utilizamos una función *translog*, más flexible que la Cobb-Douglas, comúnmente aplicada en estos trabajos, lo que parece recomendable en un campo productivo como el educativo caracterizado por el desconocimiento de la función de producción.

¹⁷⁴ En Yu (1998) la propuesta que ofrece unos resultados más satisfactorios (más parecidos a los de la “eficiencia real”) es el que emplea una frontera estocástica, siempre que el efecto de las variables no controlables se identifique correctamente, si bien es cierto que este resultado puede estar claramente condicionado por las similitudes existentes entre el modelo empleado en la opción paramétrica y el que se utiliza para generar los datos. En Ruggiero (1998) y Muñiz *et al.* (2006), el modelo que ofrece unos mejores resultados es el propuesto por el propio Ruggiero, aunque, como ya se indicó anteriormente, los resultados obtenidos pueden estar sesgados en la medida que se limitan a una única muestra.

Por último y derivado también del campo objeto de análisis, nos situamos en un contexto de varios outputs, más apropiado en un sector como el educativo donde, como venimos insistiendo, la función de producción se caracteriza por varias dimensiones en inputs y outputs.

Para ello seguimos la metodología propuesta por Perelman y Santín (2005), basada en la utilización de funciones de distancia paramétricas orientadas al output y una función translog para modelizar la tecnología de producción, en la que se establecen unas condiciones suficientes para cumplir las condiciones de regularidad, lo que permite generar datos en un contexto multi-output multi-input.

En el siguiente epígrafe se describe detalladamente esta técnica y se identifica un rango válido para el valor de los parámetros de la función de producción que garantice el cumplimiento de las condiciones de regularidad en la generación de los datos. Finalmente, en el último epígrafe de este bloque se establecen los valores concretos que hemos utilizado en nuestro experimento, siguiendo las especificaciones anteriores.

4.3.2. La generación de datos en un contexto multi-output multi-input

El enfoque propuesto por Perelman y Santín (2005) se basa en el uso de las funciones de distancia, porque éstas permiten describir tecnologías que utilizan múltiples inputs para producir varios outputs sin tener que establecer *a priori* unas ponderaciones para los diferentes productos que se deriven del proceso, lo que resulta de gran utilidad para calcular la eficiencia de un conjunto de unidades de producción pública. Además, emplean la misma base teórica subyacente en el modelo envolvente de datos, facilitando así la posibilidad de comparar sus resultados.

Una tecnología que utiliza múltiples inputs para producir varios outputs se puede describir a partir del concepto de conjunto de posibilidades de producción, $P(X)$, que representa el vector de outputs ($y \in R_+^M$) que se pueden obtener empleando el vector de inputs $x \in R_+^K$. Esta tecnología también puede

definirse mediante la función de distancia orientada al output introducida por Shepard (1970):

$$D_0(x, y) = \inf \{ \theta : \theta > 0, (x, y/\theta) \in P(X) \}$$

Si $y \in P(X)$, entonces $D_0(x, y) \leq 1$, mientras que si y pertenece a la frontera del conjunto $P(X)$, $D_0(x, y) = 1$. Además, $D_0(x, y)$ es no decreciente, linealmente homogéneo y convexo en outputs y no decreciente y cuasi convexo en inputs.

Esta función distancia se puede estimar mediante una aproximación paramétrica asumiendo una forma funcional translogarítmica (translog). Esta especificación satisface tres importantes requisitos: es flexible, fácil de calcular y permite la imposición de homogeneidad. Para el caso de M outputs y K inputs, la función de distancia translog se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \ln D_{O_i}(x, y) = & \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \ln y_{mi} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \alpha_{mn} \ln y_{mi} \ln y_{ni} + \sum_{k=1}^K \beta_k \ln x_{ki} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \beta_{kl} \ln x_{ki} \ln x_{li} + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \delta_{km} \ln x_{ki} \ln y_{mi} \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

donde el subíndice i denota a cada unidad de la muestra. Para poder obtener la frontera se debe fijar $D_0(x, y) = 1$, lo que implica que $\ln D_0(x, y) = 0$. Los parámetros de la función distancia deben satisfacer una serie de restricciones:

a) Simetría

$$\alpha_{mn} = \alpha_{nm} \quad \text{y} \quad \beta_{kl} = \beta_{lk}$$

b) Homogeneidad de grado 1 en los outputs¹⁷⁵

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1, \sum_{n=1}^M \alpha_{mn} = 0, m = 1, 2, \dots, M, \text{ and } \sum_{m=1}^M \delta_{km} = 0, k = 1, 2, \dots, K.$$

Una forma conveniente de imponer las restricciones de homogeneidad en la función translog es la seguida por Lovell *et al.* (1994), quienes demuestran que normalizar la función distancia por uno de los outputs es equivalente a imponer homogeneidad lineal de grado uno.

La homogeneidad en outputs implica que: $D_0(x, \omega y) = \omega D_0(x, y)$ para todo $\omega > 0$. Por tanto, si se escoge arbitrariamente uno de los outputs y se fija $\omega = 1/y_M$ resulta: $D_0(x, y/y_M) = D_0(x, y)/y_M$

De este modo, la función translog puede reescribirse como:

$$\ln(D_0(x, y)/y_{Mi}) = TL(x_i, y_i/y_{Mi}, \alpha, \beta, \delta) \quad i=1,2,\dots,N \quad \text{donde}$$

$$TL(x_i, y_i/y_{Mi}, \alpha, \beta, \delta) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{M-1} \alpha_m \ln(y_{mi}/y_{Mi}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} \alpha_{mn} \ln(y_{mi}/y_{Mi}) \ln(y_{ni}/y_{Mi}) \\ + \sum_{k=1}^K \beta_k \ln x_{ki} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \beta_{kl} \ln x_{ki} \ln x_{li} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{M-1} \delta_{km} \ln x_{ki} \ln(y_{mi}/y_{Mi}) \quad (2)$$

Reordenando los términos, esta expresión puede simplificarse en:

$$-\ln(y_{Mi}) = TL(x_i, y_i/y_{Mi}, \alpha, \beta, \delta) - \ln D_{0i}(x, y)$$

donde $-\ln D_{0i}(x, y)$ representa la distancia radial respecto a la frontera.

¹⁷⁵ Esta restricción implica que la distancia respecto a la frontera se calcule utilizando medidas radiales.

Una vez obtenida esta expresión, el objetivo consiste en obtener los valores de los parámetros de la función translog, de tal forma que dicha función se ajuste lo mejor posible a los datos, cumpliéndose la restricción de que $0 < D_{0i} < 1$, lo que implica que $-\infty < \ln(D_{0i}) \leq 0$.

Esta estimación se puede realizar utilizando mínimos cuadrados ordinarios corregidos (Greene, 1980), si bien el carácter determinista de este método no permite incorporar la posible influencia del ruido estadístico. Para evitar esta limitación se puede definir $u = -\ln D_{0i}(x, y)$ y añadir un término v_i que capture las perturbaciones aleatorias¹⁷⁶. De esta forma, se obtiene la versión tradicional del modelo de frontera estocástica propuesto por Aigner *et al.* (1977) y Meeusen y Van den Broeck (1977):

$$-\ln(y_{Mi}) = TL(x_i, y_i / y_{Mi}, \alpha, \beta, \delta) + \varepsilon_i \quad \varepsilon_i = v_i + u_i$$

Los parámetros de esta función pueden ser estimados por máxima verosimilitud una vez que se supone una determinada distribución para v_i y u_i . Siguiendo a Aigner *et al.* (1977), se supone que u_i está independientemente distribuido según una distribución $|N(0, \sigma_u^2)|$ y es independiente de v_i que se supone independientemente distribuido según una distribución $N(0, \sigma_v^2)$.

La posibilidad de generar los datos a través de esta expresión requiere el cumplimiento de una serie de propiedades. Färe y Primont (1995) establecen las condiciones de regularidad que deben cumplir las funciones de distancia orientadas al output: monotonicidad (no creciente en inputs y no decreciente en outputs), convexidad y homogeneidad de grado +1 en outputs y cuasi convexidad en inputs. Estas propiedades imponen unos supuestos deseables para el diseño del experimento generador de datos.

En un trabajo reciente, O'Donnell y Coelli (2005) proporcionan las condiciones matemáticas que se deben satisfacer en este tipo de funciones:

¹⁷⁶ Véase Coelli y Perelman (1999).

- a) El cumplimiento de las condiciones de monotonicidad y curvatura requieren una serie de restricciones sobre las derivadas parciales de la función distancia en la ecuación (1) con respecto a los inputs y los outputs:

$$s_k = \frac{\partial \ln D}{\partial \ln x_k} = \beta_k + \sum_{l=1}^K \beta_{kl} \ln x_l + \sum_{m=1}^M \delta_{km} \ln y_m$$

$$r_m = \frac{\partial \ln D}{\partial \ln y_m} = \alpha_m + \sum_{n=1}^M \alpha_{mn} \ln y_n + \sum_{k=1}^K \delta_{km} \ln x_k$$

- b) La monotonicidad lleva implícita dos condiciones sobre las elasticidades parciales de la función distancia.

Para que D sea no creciente en x se requiere que:

$$f_k = \frac{\partial D}{\partial x_k} = \frac{\partial \ln D}{\partial \ln x_k} \frac{D}{x_k} = s_k \frac{D}{x_k} \leq 0 \Leftrightarrow s_k \leq 0$$

Para que D sea no decreciente en y se requiere que:

$$h_m = \frac{\partial D}{\partial y_m} = \frac{\partial \ln D}{\partial \ln y_m} \frac{D}{y_m} = r_m \frac{D}{y_m} \geq 0 \Leftrightarrow r_m \geq 0$$

- c) Para garantizar la cuasi convexidad en los inputs es necesario evaluar el Hessiano orlado de la matriz de inputs:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & f_1 & \cdots & f_k \\ f_1 & f_{11} & \cdots & f_{1k} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ f_k & f_{1k} & \cdots & f_{kk} \end{bmatrix}$$

$$\text{donde } f_{kl} = \frac{\partial^2 D}{\partial x_k \partial x_l} = \frac{\partial f_k}{\partial x_l} = \frac{\partial \left(s_k \frac{D}{x_k} \right)}{\partial x_l} = \left(\beta_{kl} + s_k s_j - \delta_{kl} s_k \right) \left(\frac{D}{x_p x_j} \right)$$

con $\delta_{kl} = 1$ si $p = j$ y $\delta_{kl} = 0$ en caso contrario. Para que D sea cuasi convexo en p , una condición suficiente es que todos los menores principales de F sean negativos.

- d) La convexidad en los outputs requiere evaluar el Hessiano de la matriz de outputs:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1M} \\ h_{12} & h_{22} & \cdots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{1M} & h_{2M} & \cdots & h_{MM} \end{bmatrix}$$

$$\text{donde } h_{mm} = \frac{\partial^2 D}{\partial y_m \partial y_n} = \frac{\partial h_m}{\partial y_n} = \frac{\partial \left(r_m \frac{D}{y_m} \right)}{\partial y_n} = (\alpha_{mm} + r_m r_n - \delta_{mm} r_m) \left(\frac{D}{y_m y_n} \right)$$

Según Lau (1978), la función D será convexa en y si y solo si H es semidefinido positivo. Es decir, D será convexa si y solo si todos los menores principales de H son iguales o mayores que cero.

A partir de estas condiciones generales, Perelman y Santín (2005) desarrollan unas condiciones suficientes específicas para la generación de datos en el caso más sencillo (dos inputs y dos outputs), cuya función distancia orientada al output puede definirse mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \ln D_o = & \alpha_0 + \alpha_1 \ln y_1 + \alpha_2 \ln y_2 + \frac{1}{2} \alpha_{11} (\ln y_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha_{22} (\ln y_2)^2 + \frac{1}{2} \alpha_{12} \ln y_1 \ln y_2 + \\ & \frac{1}{2} \alpha_{21} \ln y_2 \ln y_1 + \beta_1 \ln x_1 + \beta_2 \ln x_2 + \frac{1}{2} \beta_{11} (\ln x_1)^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} (\ln x_2)^2 + \frac{1}{2} \beta_{12} \ln x_1 \ln x_2 + \\ & \frac{1}{2} \beta_{21} \ln x_2 \ln x_1 + \gamma_{11} \ln x_1 \ln y_1 + \gamma_{12} \ln x_1 \ln y_2 + \gamma_{21} \ln x_2 \ln y_1 + \gamma_{22} \ln x_2 \ln y_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Estas condiciones suficientes son las siguientes:

a) Imponer separabilidad entre inputs y outputs. Es decir: $\gamma_{km} = 0$.

b) Todos los parámetros de los inputs han de ser negativos:

$$(\beta_1, \beta_2, \beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{12} < 0)$$

c) La distribución de los valores de los inputs debe estar restringida:

$$(x_i \geq 1, \text{ es decir, } \ln x_i \geq 0) \text{ donde } i=1,2$$

d) Los valores de los parámetros de los outputs α_1 y α_2 deben sumar uno y pertenecer al intervalo $[0;1]$. Además, para imponer las condiciones de regularidad se impone $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0,25$ y $\alpha_{12} = -0,25$

e) La distribución del ratio de los outputs, $\ln(y_2 / y_1)$, debe estar comprendido dentro de un intervalo $[a;b]$, cuya diferencia absoluta sea, como máximo, igual a cuatro: $|a - b| \leq 4$. Además, cuanto más cercana a 4 sea esta diferencia más restringida estará la elección de α_1 y α_2 tal que si $|a - b| = 4$ entonces necesariamente $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$.

Finalmente, una vez expuestas las condiciones suficientes para la realización del experimento, los autores proponen los siguientes pasos para proceder a la generación de datos en un experimento de Monte Carlo:

1. Selección de una distribución para el ratio de los outputs (y_2 / y_1) y su logaritmo que cumpla la condición (e).
2. Definición de una distribución para los valores de la función distancia dentro del intervalo $[1;\infty]$. Las unidades eficientes tendrán un valor $D = 1$ ($\ln D = 0$) y el resto recibirán un valor según la distribución asumida.
3. Generación de una distribución para el ruido estadístico v : $N(0, \sigma_v^2)$.

4. Generación de una distribución para los inputs con la única restricción de que se cumpla (b).

5. Se calcula $-\ln y_1$ mediante la siguiente fórmula:

$$-\ln(y_1) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) + \frac{1}{2} \alpha_{11} \left[\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) \right]^2 + \beta_1 \ln x_1 + \beta_2 \ln x_2 + \frac{1}{2} \beta_{11} [\ln x_1]^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} [\ln x_2]^2 + \beta_{12} \ln x_1 \ln x_2 - \ln D + v \quad (4)$$

donde el valor de α_0 debe establecerse con la restricción de que $-\ln y_1 - \alpha_0 < 0$, para garantizar que no existan valores negativos de producción.

6. A partir de $-\ln y_1$ se pueden obtener fácilmente los valores de $\ln y_1$ y $\ln y_2$, con lo que se concluye el proceso de generación de los datos.

Con este procedimiento se pueden extraer tantas muestras como se desee para poder realizar un experimento de Monte-Carlo en un contexto multi-input multi-output.

4.3.3. Diseño del experimento

Tras examinar los trabajos realizados previamente sobre el problema que nos ocupa y poner de manifiesto sus principales limitaciones, en este apartado se fijan, de un modo concreto, los criterios que van a utilizarse para la generación de los datos simulados en nuestro experimento.

En este sentido, pese a que el aspecto más novedoso y atractivo de nuestra propuesta reside en la utilización de la metodología analizada en el epígrafe previo para datos en un contexto multi-input multi-output, hemos optado por diseñar, en primer lugar, un experimento utilizando una tecnología en la que se produce un solo output a partir de varios inputs, para poder comparar los resultados obtenidos en nuestro trabajo con los de sus predecesores.

De esta forma se dota al trabajo de una mayor amplitud, al abrirse la posibilidad de estudiar el comportamiento de modelos no considerados en otras investigaciones en un contexto similar (un output, varios inputs). Además, la realización de este análisis nos va a permitir comprobar si los resultados del experimento realizado en un contexto multi-output multi-input coinciden o no con los que se obtendrían con una especificación más tradicional.

En segundo lugar, se plantea un nuevo diseño para el experimento, en el que los datos simulados son generados mediante la metodología explicada en la sección anterior (Perelman y Santín, 2005) para el caso de dos outputs, dos inputs y dos variables exógenas, muy similar al que se planteaba en el capítulo tercero. Este análisis representa el primer trabajo aplicado en el ámbito de la medición de la eficiencia, en el que se emplea este método para analizar el comportamiento de diferentes técnicas alternativas para alcanzar un mismo objetivo. Además, dicho método es complementado y adaptado para el caso específico en el que interesa modelizar el comportamiento de variables exógenas.

Para cada uno de estos experimentos, se han utilizado dos tamaños muestrales alternativos (de 50 y 400 unidades) ya que, al compararse métodos que miden la eficiencia mediante DEA, los resultados pueden verse afectados por la relación existente entre el número de observaciones y el número de variables incluidas en el análisis. Cada experimento se ha replicado 100 veces para garantizar la representatividad de los resultados obtenidos.

Los modelos cuyo comportamiento se analiza mediante estos dos experimentos son los siguientes¹⁷⁷:

¹⁷⁷ Estos modelos son los mismos que han empleados para medir la eficiencia en el sector educativo en el análisis empírico realizado en el capítulo tercero.

- Modelo de una etapa (Banker y Morey, 1986)
- Modelo de dos etapas (McCarty y Yaisawarng, 1993)
- Modelo de dos etapas con *bootstrap* (Simar y Wilson, 2007)
- Modelo de tres etapas (Fried y Lovell, 1996; Muñiz, 2002)
- Modelo de cuatro etapas (Fried *et al.*, 1999)
- Modelo de cuatro etapas con *bootstrap*

En todos ellos se opta por la utilización de rendimientos variables de escala y orientación al output para la realización del DEA inicial, lo que facilita la comparación de los resultados obtenidos en este análisis con los del análisis empírico del capítulo anterior.

Los criterios específicos que se han utilizado para la generación de los datos y la obtención de la “eficiencia real” en cada caso son los siguientes:

a) Caso sencillo: 1 output, 2 inputs y 2 variables exógenas

Para la realización de este experimento se ha optado por la utilización de una función translog para modelizar la tecnología de producción, siguiendo el criterio expuesto previamente de dotar a dicha función de la mayor flexibilidad posible. Concretamente, la forma funcional especificada es la siguiente:

$$\ln(y) = \beta_0 + \beta_1 \ln x_1 + \beta_2 \ln x_2 + \frac{1}{2} \beta_{11} [\ln x_1]^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} [\ln x_2]^2 + \beta_{12} \ln x_1 \ln x_2 - u \quad (5)$$

Los valores de los dos inputs (X_1 y X_2) se generan a partir de una distribución uniforme idéntica para ambos: $X_1 \sim U(1, 50)$ $X_2 \sim U(1, 50)$. Posteriormente, se definen los valores de los parámetros *beta*. En este experimento hemos definido $\beta_0 = 1; \beta_1 = \beta_2 = 0,3; \beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{12} = 0,1$ delimitando así una función con rendimientos variables a escala.

La ineficiencia observada es un término compuesto por la suma de tres términos: la eficiencia productiva si no existieran variables de entorno ni ruido

aleatorio, las variables de entorno y el ruido aleatorio. Este término puede ser

definido como $u = \ln\left(\frac{1}{\exp(-W) + Z_1 + Z_2 + v}\right)$ donde:

- W representa la ineficiencia productiva si todas las unidades se vieran afectadas del mismo modo por las variables exógenas o simplemente si estas variables no existieran. La ineficiencia productiva sigue una distribución seminormal: $W \sim N|0;0,3|$ estableciéndose además el criterio de que el 20% de las unidades pertenezcan a la frontera productiva, esto es, $W=0$, siendo estas unidades 100% eficientes¹⁷⁸.

- Las variables exógenas (Z_1 y Z_2) se distribuyen de manera uniforme e independiente entre $-0,25$ y $+0,25$, con lo que se permite que el efecto de cada variable exógena sobre la ineficiencia observada pueda tener tanto un signo positivo (ventaja en la producción) como negativo (desventaja en la producción).

- El ruido aleatorio se distribuye según una distribución normal con media 0 y varianza igual a 0,02: $v \sim N(0; 0,02)$. El ruido aleatorio en la práctica se observa incorporado en la ineficiencia a través de la ligeramente mayor o menor producción de la unidad productiva.

A partir de la suma de los valores anteriores se calcula el valor de la eficiencia observada para cada unidad definida entre 0 y 1. Si la suma excede de 1, u toma el valor unitario, puesto que la distribución de la eficiencia está censurada por dicho valor. Por ejemplo, una unidad productiva definida en la frontera [$\exp(-W)=1$] puede dejar de ser eficiente por el efecto de la distribución de los valores Z s y el ruido que le hayan correspondido, mientras que una unidad con una ineficiencia productiva determinada [$\exp(-W)<1$] puede ser

¹⁷⁸ Se ha optado por mantener un mismo porcentaje de unidades eficientes con los diferentes tamaños muestrales (50 y 400 unidades) con el propósito de hacer la comparación más homogénea, aunque lo normal es que al incrementarse el número de unidades de la muestra el porcentaje de eficientes se reduzca (Pedraja *et al.*, 1999).

observada como 100% eficiente en su producción una vez incorporado el efecto favorable de su entorno y/o del ruido aleatorio.

Una vez definidos los valores de los inputs, los parámetros *beta* y el término *u* el logaritmo del output (lnY) observado se obtiene sustituyendo dichos valores por los de la expresión (5). A partir de este valor y utilizando la función exponencial se genera el valor del output (Y).

Finalmente, los valores generados para el output (Y), los dos inputs (X_1 y X_2) y las dos variables exógenas (Z_1 y Z_2) se emplean para medir la eficiencia productiva real *W* con cada uno de los seis modelos considerados y poder así comparar los resultados de cada modelo con la eficiencia real observada.

b) Caso complejo: 2 output, 2 inputs y 2 variables exógenas

La obtención de los datos generados mediante este experimento requiere únicamente seguir los pasos expuestos por Perelman y Santín (2005). Así, en primer lugar, se debe seleccionar una distribución para el ratio de los outputs (y_2 / y_1) que cumpla el requisito de que la diferencia absoluta entre ambos sea inferior a cuatro. En nuestro caso los valores asignados han sido $a=-1,5$ y $b= 1,5$ ¹⁷⁹.

Al igual que en el caso anterior, los valores de los dos inputs (X_1 y X_2) se generan a partir de una distribución uniforme idéntica para ambos:

$$X_1 \sim U(1, 50) \quad X_2 \sim U(1, 50).$$

De igual modo, la ineficiencia observada también se define a través de la expresión $u = \ln\left(\frac{1}{\exp(-W) + Z_1 + Z_2 + v}\right)$, donde, cada uno de sus componentes se define siguiendo los mismos criterios que en el caso anterior:

¹⁷⁹ Esta ratio implicaría que α_1 y α_2 podrían tomar cualquier valor entre 0,375 y 0,625, dado que la suma de ambos debe ser igual a uno y $\alpha_{11} = 0,25$.

- W representa la ineficiencia productiva si todas las unidades se vieran afectadas del mismo modo por las variables exógenas. Se ha establecido el criterio de que el 20% de las unidades pertenezcan a la frontera productiva¹⁸⁰. La ineficiencia sigue una distribución seminormal: $W \sim N|0;0,3|$.

- Las variables exógenas (Z_1 y Z_2) se distribuyen de manera uniforme e independiente entre $-0,25$ y $+0,25$, con lo que se permite que el efecto de las variables exógenas sobre la ineficiencia observada pueda tener distinto signo.

- El ruido aleatorio se distribuye según una distribución normal con media 0 y varianza igual a 0,02: $v \sim N(0; 0,02)$.

A partir de la suma de los valores anteriores se calcula el valor de u para cada unidad y se transforma en $u = +\ln D$ que pertenece al intervalo $[0, \infty]$. Las unidades eficientes toman un valor $D = 1$ ($\ln D = 0$) y el resto recibirán un valor positivo según la distribución asumida¹⁸¹.

Posteriormente, se asignan los valores de los parámetros (β y α):

$$\alpha_0 = -1; \alpha_1 = 0.5; \alpha_{11} = 0.5; \beta_1 = -0.25; \beta_2 = -0.25;$$

$$\beta_{11} = -0.1; \beta_{22} = -0.1; \beta_{12} = -0.1$$

Estos valores no están elegidos al azar. Los valores de los alfa tienen en cuenta el valor del hessiano de la función distancia respecto a los outputs y los betas imponen que la función sea convexa en inputs, lo que se garantiza con la negatividad de los menores principales del hessiano orlado.

Una vez fijados estos valores se puede definir la función de producción a través de la siguiente expresión:

¹⁸⁰ En este diseño también se mantiene el mismo porcentaje para ambos tamaños muestrales.

¹⁸¹ Nótese cómo en el caso de la función distancia definida un valor positivo elevado de $\ln D$ implica que el valor de $-\ln(y_1)$ sería más reducido en valor absoluto y, por tanto, la unidad sería menos eficiente.

$$-\ln(y_1) = -1 + 0.5 \ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) + \frac{1}{2} 0.5 \left[\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) \right]^2 - 0.25 \ln x_1 - 0.25 \ln x_2 - \frac{1}{2} 0.1 [\ln x_1]^2$$

$$- \frac{1}{2} 0.1 [\ln x_2]^2 - 0.1 \ln x_1 \ln x_2 + \ln D$$

A partir de $-\ln y_1$ se pueden obtener fácilmente los valores de $\ln y_1$ y $\ln y_2$ (empleando la ratio de outputs) y, seguidamente, los de Y_1 e Y_2 usando la función exponencial. De esta manera se concluye el proceso de generación de los datos. El último paso consiste en el cálculo de la eficiencia con cada uno de los modelos considerados y la comparación con los resultados obtenidos con la eficiencia real observada.

4.4. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

4.4.1. Criterios y posibles indicadores

En este bloque se analizan los resultados obtenidos con las distintas metodologías consideradas para incorporar las variables exógenas. Cada una de ellas se aplica a un conjunto de datos generados mediante cuatro diseños alternativos del experimento de Monte Carlo, combinación de dos especificaciones (uno o dos outputs) y dos tamaños muestrales diferentes (50 y 400 unidades).

El análisis de los métodos alternativos se basa en criterios similares a los del capítulo anterior. En todo caso, a diferencia de lo que sucedía en aquel, contamos con la referencia esencial proporcionada por el valor de la eficiencia real. La comparación se realiza individualmente para cada una de las 100 repeticiones de las que consta cada experimento, pero únicamente se presentan los valores medios de los indicadores seleccionados.

Los indicadores empleados pueden deducirse de los objetivos perseguidos explícita o implícitamente en los diversos estudios de eficiencia aplicada a un conjunto de unidades productivas.

En primer lugar y como aproximación inicial, en muchas ocasiones se está interesado en conocer la eficiencia global del sector objeto de análisis. La eficiencia media de las unidades que lo integran, completada con alguna medida de dispersión, será el indicador adecuado.

Un segundo criterio será la capacidad del método para identificar a las unidades eficientes (unidades de referencia de las ineficientes). En el diseño de indicadores que recojan este criterio debemos tener en cuenta que el número de aciertos deberá relativizarse por el número de unidades que cada método considera inicialmente como eficientes.

Un tercer criterio surge de forma natural cuando se comprueba que el objetivo de buena parte de los estudios empíricos es ordenar a las unidades según su comportamiento más o menos eficiente. En este caso, el coeficiente de rangos de Spearman constituye un indicador apropiado para apreciar el cumplimiento del criterio.

Por último, un criterio más exigente sería establecer para las unidades ineficientes objetivos de producción y consumo y, en consecuencia, nos preguntaríamos por la exactitud de las estimaciones de los índices individuales. Un primer indicador sería la desviación absoluta media (DAM) entre la eficiencia real y la obtenida con el método correspondiente que podría complementarse con el porcentaje de unidades cuya eficiencia estimada se encuentra en un determinado intervalo de su eficiencia real como aproximación a una medida de dispersión.

4.4.2. Análisis de los resultados

De acuerdo con los anteriores criterios, a continuación se presentan un conjunto de cuadros en los que se muestran diferentes indicadores que nos ayudan a evaluar el comportamiento de los distintos modelos.

En primer lugar, el Cuadro 4.1 muestra los valores medios de los índices de eficiencia obtenidos con cada propuesta junto a su desviación típica. En él

se puede observar que la media de la eficiencia real toma valores prácticamente constantes para todos los diseños propuestos, mientras que con los distintos modelos los valores están sujetos a unas mayores oscilaciones entre los distintos experimentos, especialmente entre los de distinto tamaño.

En general, los modelos que mejor se ajustan a la eficiencia media del sector son los que utilizan regresiones para corregir los índices de eficiencia iniciales, es decir, los dos modelos de cuatro etapas, el de dos etapas y SW, excepto en el caso en el que se consideran dos outputs y 400 unidades, donde todos ellos presentan unos valores muy por debajo de la media real.

Cuadro 4.1. Eficiencia media de los distintos modelos y especificaciones

	1 Output + 2 Inputs		2 Outputs + 2 Inputs	
	50 DMUs	400 DMUs	50 DMUs	400 DMUs
Eficiencia real	82,77 (15,09)	84,15 (14,19)	83,51 (14,06)	83,74 (14,49)
Modelo BM	94,05 (12,06)	87,57 (17,46)	94,24 (9,10)	79,29 (16,91)
Modelo 2 Etapas	84,26 (15,93)	79,00 (19,16)	83,97 (9,96)	68,99 (10,65)
Modelo SW	78,20 (10,99)	75,11 (15,27)	80,40 (6,67)	69,37 (9,95)
Modelo 3 Etapas	86,13 (18,67)	79,64 (21,72)	90,50 (12,62)	92,97 (16,82)
Modelo 4 Etapas	80,55 (15,40)	76,03 (15,88)	83,00 (12,24)	68,23 (14,01)
Modelo 4 Etapas + Bootstrap	82,61 (15,03)	80,35 (15,24)	84,09 (12,29)	68,71 (15,89)

Nota: Los valores de la desviación típica se muestran entre paréntesis.

Asimismo, se puede observar que el modelo de una etapa (BM) incurre en una cierta sobreestimación en los experimentos con un tamaño muestral más reducido (50 unidades). Este resultado se explica, en parte, por el menor poder de discriminación entre unidades eficientes e ineficientes que caracteriza al DEA cuando el número de variables es elevado con relación al número de unidades, haciendo que el número de unidades consideradas como eficientes se incremente al incluir en el DEA las variables exógenas.

En el modelo de tres etapas, las diferencias respecto a la media de la eficiencia real son más significativas cuando en el experimento se incluyen dos outputs. Esto se debe al carácter totalmente no paramétrico del modelo, que provoca que los valores de la eficiencia media sean más elevados cuando se incluyen más variables en el experimento (dos outputs).

El segundo criterio considerado es la capacidad de cada técnica para identificar a las unidades verdaderamente eficientes, para lo cual se ha construido un índice que refleja el número de aciertos que consigue cada modelo respecto al número total de unidades que considera eficientes (Cuadro 4.2). De este modo, el indicador no se ve afectado por el hecho de que una técnica utilice un criterio más o menos favorable en la construcción de los índices de eficiencia, con lo que se logra obtener una medida más acorde con el objetivo perseguido¹⁸².

Entre los modelos analizados el que ofrece unos resultados más satisfactorios para todos los experimentos es el modelo de cuatro etapas con *bootstrap*, seguido por el modelo de cuatro etapas original. Ambos presentan índices prácticamente idénticos en los dos experimentos de 50 unidades, sin embargo con 400 unidades existen amplias divergencias, puesto que el nivel de acierto se incrementa en el diseño que incluye un único output, alcanzando valores superiores al 50%, mientras que con dos outputs empeora sus resultados.

¹⁸² El criterio elegido para construir los ratios y homogeneizar todos los valores se puede ilustrar mediante la exposición detallada de los datos utilizados para calcular los valores de la primera columna (un output y 50 unidades):

	Nº Aciertos (A)	Nº Fallos (F)	Total (T=A+F)	Ratio (A/T)*100
Modelo BM	9,40	26,12	35,52	26,46
Modelo 2 Etapas	3,12	14,74	17,87	17,48
Modelo SW	0,00	0,00	0,00	0,00
Modelo 3 Etapas	6,75	15,38	22,13	30,51
Modelo 4 Etapas	4,02	7,66	11,68	34,44
Modelo 4 Etapas + Bootstrap	5,87	7,02	12,89	45,54

Cuadro 4.2. Ratio de éxito en la identificación de unidades eficientes

"Eficiencia real" 50 DMUs ⇒ 10 eficientes 400 DMUs ⇒ 80 eficientes	1 Output + 2 Inputs		2 Outputs + 2 Inputs	
	50 DMUs	400 DMUs	50 DMUs	400 DMUs
Modelo BM	26,46	33,85	25,25	25,62
Modelo 2 Etapas	17,48	14,88	26,30	0,00
Modelo SW	0,00	0,00	0,00	0,00
Modelo 3 Etapas	30,59	31,50	29,02	19,93
Modelo 4 Etapas	34,44	54,68	33,95	31,26
Modelo 4 Etapas + <i>Bootstrap</i>	45,66	63,45	46,39	37,14

En cuanto al resto de modelos, la información contenida en el Cuadro 4.2 permite comprobar que la metodología de SW no califica como eficiente a ninguna unidad, tal y como se expuso al analizar las características de la técnica en el capítulo segundo. En principio, cabría esperar una conclusión similar para el modelo de dos etapas, pero el hecho de que la regresión utilizada para ajustar los datos sea censurada en lugar de truncada hace que un número reducido de unidades sean consideradas eficientes, excepto en el caso de dos outputs y 400 unidades en el que todas son ineficientes.

En tercer lugar se utiliza el coeficiente de correlación de rangos de Spearman entre los modelos y la eficiencia real para analizar las similitudes existentes en cuanto a la ordenación de las unidades según su comportamiento más o menos eficiente (Cuadro 4.3).

Cuadro 4.3. Índices de correlación de rangos de Spearman

	1 Output + 2 Inputs		2 Outputs + 2 Inputs	
	50 DMUs	400 DMUs	50 DMUs	400 DMUs
Modelo BM	0,526**	0,637**	0,274	0,310*
Modelo 2 Etapas	-0,021	-0,006	-0,030	0,010
Modelo SW	-0,017	0,001	-0,009	0,011
Modelo 3 Etapas	0,497**	0,577**	0,322*	0,315*
Modelo 4 Etapas	0,613**	0,694**	0,454**	0,399**
Modelo 4 Etapas + Bootstrap	0,631**	0,725**	0,467**	0,430**

** El coeficiente es significativo al 5 por ciento.

* El coeficiente es significativo al 1 por ciento.

A la vista de estos datos, se puede afirmar que la medida de eficiencia propuesta por el modelo de cuatro etapas con *bootstrap* es la que ofrece unos mejores resultados, independientemente del diseño que se utilice para generar los datos, aunque las diferencias respecto al modelo de cuatro etapas original son mínimas en todos los casos. A continuación se sitúan los modelos de una etapa, con mejor comportamiento en un contexto con un solo output, y tres etapas, cuya ordenación está más próxima a la real cuando se consideran dos outputs, ambos con valores significativos para todos los modelos¹⁸³. Finalmente, los modelos de dos etapas y SW presentan unos valores muy próximos a cero en todas las posibles especificaciones, lo que corrobora nuestra idea de que ninguno de ellos parece una opción demasiado recomendable cuando se pretende incorporar la información relativa a las variables exógenas a los análisis de eficiencia.

Al margen de la posibilidad de establecer un ranking de los modelos según su comportamiento, los datos contenidos en el Cuadro 3 también revelan la existencia de amplias divergencias entre los resultados obtenidos por los modelos con distintas especificaciones, mucho mejores cuando la

¹⁸³ Con dos outputs los coeficientes de los modelos de una y tres etapas sólo son significativos con una probabilidad del 95 %.

especificación es más sencilla. Asimismo, se detecta que al incrementarse el número de observaciones, el modelo más simple (un output) mejora sus resultados mientras que el modelo más complejo los empeora.

Por último, atendiendo al valor concreto de los índices de eficiencia individuales se han construido dos indicadores. El primero de ellos, la Desviación Absoluta Media (DAM) muestra una aproximación general de la eficiencia estimada por cada modelo a la eficiencia real (Cuadro 4.4). Un segundo indicador, más afinado, muestra el porcentaje de unidades cuyos índices presentan una desviación inferior al 10% respecto a la eficiencia real (Cuadro 4.5).

Cuadro 4.4. Desviación Absoluta Media (DAM)

	1 Output + 2 Inputs		2 Outputs + 2 Inputs	
	50 DMUs	400 DMUs	50 DMUs	400 DMUs
Modelo BM	12,86	10,11	14,74	14,81
Modelo 2 Etapas	17,60	19,14	15,33	19,90
Modelo SW	15,82	17,78	14,80	18,59
Modelo 3 Etapas	12,11	14,35	13,63	15,62
Modelo 4 Etapas	9,64	9,90	13,02	17,55
Modelo 4 Etapas + Bootstrap	9,11	8,28	12,07	16,24

La primera conclusión que puede extraerse a partir de los valores del Cuadro 4.4 es que, en general, los índices construidos con los distintos enfoques están más próximos a los reales cuando se utilizan datos simulados con procesos de producción más simples¹⁸⁴, algo que ya se puso de manifiesto al analizar los índices de correlación.

¹⁸⁴ La única excepción a esta tendencia está representada por los modelos de 2 etapas y SW para el caso de 50 unidades. No obstante, se ha podido comprobar que los resultados obtenidos por estos modelos son poco representativos.

En cuanto a la valoración de las distintas propuestas, las alternativas que obtienen unos valores más bajos para este indicador (mejor comportamiento) son las propuestas de cuatro etapas con y sin *bootstrap*, a excepción del experimento más complejo (dos outputs) con más observaciones, en el que son superados por los modelos de una y tres etapas. Los modelos de SW y dos etapas, por este orden, son los que ofrecen unos peores resultados en todos los experimentos.

Cuadro 4.5. Porcentaje de unidades con desviación inferior al 10% respecto a la eficiencia real

	1 Output + 2 Inputs		2 Outputs + 2 Inputs	
	50 DMUs	400 DMUs	50 DMUs	400 DMUs
Modelo BM	51,48	61,77	46,79	43,79
Modelo 2 Etapas	34,13	43,62	34,57	25,98
Modelo SW	32,09	34,31	33,33	25,01
Modelo 3 Etapas	46,53	44,37	51,12	41,77
Modelo 4 Etapas	62,69	59,69	52,46	31,87
Modelo 4 Etapas + Bootstrap	66,88	67,62	53,41	34,03

La información contenida en el Cuadro 4.5 conduce a unas conclusiones similares. Por un lado, el número de unidades que se mantiene dentro de un margen de variación reducido es mayor en los experimentos de un output que en el de dos para la mayor parte de los modelos¹⁸⁵. Por otro, los modelos de cuatro etapas (con y sin *bootstrap*) son los que ofrecen unos resultados más satisfactorios en todos los casos, con la misma excepción que antes (experimento de dos outputs y 400 unidades), en el que los modelos de cuatro etapas pierden posiciones ante los de uno y tres etapas.

¹⁸⁵ Al igual que ocurría con la DAM, la única excepción viene dada por los modelos de dos etapas y SW con 50 unidades.

4.5. RECAPITULACIÓN

En este apartado se exponen las principales conclusiones obtenidas en los diferentes ejercicios de simulación planteados, tomando como referencia los indicadores presentados en el epígrafe anterior.

La primera conclusión es la superioridad mostrada por los modelos de cuatro etapas respecto al resto de alternativas en la práctica totalidad de los indicadores considerados. Estos resultados confirman nuestra hipótesis acerca de la utilidad de estas propuestas como mecanismo para incorporar las variables exógenas al análisis de eficiencia mediante DEA.

Asimismo, se ha podido comprobar que con la aplicación del *bootstrap* en la estimación de las regresiones para corregir los índices de eficiencia iniciales, se consiguen pequeñas mejoras, aunque significativas, sobre los resultados del modelo original, lo que convierte a nuestra propuesta en una opción especialmente atractiva dentro de este contexto.

No obstante, dado que la posible aplicación de los modelos de cuatro etapas está condicionada por las características de la muestra, como se pudo comprobar en el capítulo anterior, resulta de gran interés identificar cuál es la segunda mejor opción. Lamentablemente, entre las restantes alternativas existe una mayor discrepancia entre los distintos indicadores y diseños del experimento, aunque si lo que se pretende es evaluar la actuación de un conjunto reducido de unidades públicas con múltiples objetivos de producción, como en la aplicación presentada en el capítulo anterior, el modelo de tres etapas parece ser la mejor opción.

Los resultados de los distintos ejercicios de simulación también reflejan que los índices de eficiencia estimados con los modelos de segunda etapa y la propuesta de Simar y Wilson no ofrecen una medida apropiada del comportamiento de las unidades evaluadas, ya que su estructura está más enfocada a analizar el efecto (positivo o negativo) de la influencia de las

variables exógenas que a la construcción de unos índices que muestren el nivel de eficiencia alcanzado por los productores.

Finalmente, la posibilidad de contar con resultados procedentes de ejercicios de simulación con diferentes especificaciones, posibilidad inédita hasta el momento en la literatura específica sobre eficiencia, nos ha permitido detectar una pérdida generalizada de calidad en todas las estimaciones cuando se añade complejidad al proceso productivo, es decir, cuando se considera un contexto multioutput. En esos casos, y a diferencia de los que ocurre en procesos más sencillos (un solo output), el incremento del número de observaciones no garantiza una mejora de la calidad de las estimaciones con las distintas aproximaciones.

**CONCLUSIONES FINALES Y
FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

La investigación planteada analiza la influencia que ejercen los factores exógenos sobre los resultados en la medición de la eficiencia. En particular, nuestra principal preocupación se ha centrado en el estudio de las diferentes alternativas que pueden utilizarse para incorporar el efecto de estas variables en los índices de eficiencia estimados mediante la técnica envolvente de datos.

Con este propósito, se ha realizado un análisis exhaustivo de las diferentes propuestas existentes en la literatura desde una perspectiva teórica y aplicada, al objeto de identificar las principales ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. Asimismo, se ha presentado una nueva alternativa que, por sus características, la convierten en una opción apropiada para el objetivo perseguido. Este análisis teórico se ha complementado con una aplicación en el ámbito de la enseñanza no universitaria, donde algunas de las propuestas anteriores aún no se habían aplicado, y la realización de un ejercicio de simulación con diferentes diseños, entre los que se incluye una propuesta novedosa que permite reproducir procesos productivos con múltiples outputs.

Siguiendo este esquema, el texto se divide en dos partes claramente diferenciadas. Por un lado, los dos primeros capítulos, con una estructura más tradicional, contienen las bases conceptuales acerca de la metodología empleada en la investigación, el análisis envolvente de datos, y las diferentes propuestas metodológicas que pueden utilizarse para incorporar los factores exógenos al análisis de eficiencia mediante esta técnica. En los dos siguientes, más novedosos, se presentan los resultados obtenidos por los distintos modelos en dos aplicaciones, una con datos reales correspondientes a tres muestras distintas y otra con datos simulados mediante un experimento de Monte Carlo, a través de los cuales se puede evaluar la bondad de las medidas obtenidas con las diferentes alternativas consideradas.

Dado que las conclusiones obtenidas en los capítulos que componen esta investigación se recogen al final de cada uno de ellos, en este apartado nos limitamos a resumir las principales a la vista de los resultados obtenidos en los capítulos tercero y cuarto, planteando a continuación algunas cuestiones pendientes que se pretenden abordar en futuros trabajos.

Desde el punto de vista metodológico, el modelo de valores ajustados semi-paramétrico (modelo de cuatro etapas) reúne algunas características que lo convierten en la opción más atractiva de entre todas las analizadas. Ello se debe a la posibilidad de realizar correcciones tanto a la baja como al alza sobre los índices de eficiencia obtenidos sin considerar el efecto de las variables exógenas y a que los índices, así corregidos, puedan ser considerados como objetivos de producción apropiados, especialmente, si se emplea la extensión que proponemos, que evita los problemas de sesgo habituales en la estimación de las regresiones.

Sin embargo, los resultados de la aplicación empírica nos indican que no puede considerarse superior al resto con carácter absoluto. En ese sentido comprobamos que las características de la muestra utilizada pueden condicionar su validez como mecanismo para incorporar las variables exógenas a las evaluaciones de eficiencia. En todo caso, los resultados del ejercicio de simulación confirman nuestras previsiones iniciales sobre la bondad del mismo pues, independientemente del criterio empleado en la comparación entre las distintas alternativas, el modelo de cuatro etapas con la extensión propuesta resulta ser la opción preferida en la práctica totalidad de los casos considerados.

Con respecto al resto de modelos estudiados podemos distinguir dos grupos. Por un lado se encuentran los de segunda etapa y la propuesta más novedosa de Simar y Wilson (2007) y, por otro, los modelos con un carácter totalmente no paramétrico de una y tres etapas.

Los resultados de los primeros no son satisfactorios en la medida que el objetivo de ambos se concentra más en la identificación de las variables que influyen sobre los resultados que en la construcción de índices que puedan ser interpretados como verdaderos objetivos de producción para las unidades.

En cuanto a los segundos, los resultados obtenidos nos indican la existencia de un importante sesgo al alza de los índices como consecuencia de la imposibilidad de corregir a la baja los índices de eficiencia obtenidos sin

inputs no controlables por unidades que cuentan con una dotación favorable de variables exógenas. La relevancia de este inconveniente depende de las características de la muestra, siendo especialmente desaconsejable el uso de estas propuestas en aquellos casos en los que existan amplias divergencias en cuanto a la dotación de inputs no controlables entre las unidades situadas en los extremos de la clasificación según su comportamiento eficiente en la evaluación inicial.

Entre estas dos opciones, el modelo de una etapa parece la opción menos recomendable ya que si la orientación elegida para el análisis es la maximización de outputs, como ocurre en nuestro caso, esta alternativa trata de la misma forma a las variables exógenas que a los inputs controlables. Sin embargo, esta hipótesis no se ve refrendada por los resultados obtenidos en el ejercicio de simulación, en el que puede apreciarse que la utilización del modelo de una etapa puede ser una opción más recomendable en determinados casos.

En cuanto a las líneas de investigación futura que quedan abiertas cabe distinguir entre las puramente metodológicas y las aplicadas, derivadas de la explotación de la información disponible e incluso la posibilidad de ampliar la base de datos en investigaciones posteriores.

Dentro del primer grupo, queda pendiente el desarrollo de un procedimiento que permita aplicar el *Algoritmo 2* propuesto por Simar y Wilson (2007) para el cálculo de los índices de eficiencia con el modelo de cuatro etapas. En la medida que con ello se eliminarían totalmente los problemas de sesgo que caracterizan a la estimación de las regresiones en la segunda etapa, supondría un notable avance. En el mismo sentido, también se ha de profundizar en el estudio de los modelos de tres etapas estocásticos, tratando de incorporar un mecanismo similar al anterior mediante el que puedan evitarse los problemas de sesgo en los que se incurre al estimar las regresiones con este método.

El diseño del ejercicio de simulación planteado también puede ampliarse con la consideración de diferentes opciones, como puede ser la posibilidad de que exista correlación entre los inputs y/o outputs, la variación del porcentaje de unidades eficientes cuando se modifica el tamaño de la muestra o la consideración de otro tipo de rendimientos de escala.

En lo relativo a la parte aplicada, una posibilidad es utilizar la información disponible en la encuesta sobre la opinión subjetiva de los alumnos acerca de la calidad de la enseñanza que reciben. El objetivo de este análisis ya en curso debe arrojar un poco de luz acerca de cuestiones tan interesantes como ¿qué se entiende exactamente por calidad en la enseñanza? ¿es lo mismo la calidad que la eficiencia en la enseñanza? Y caso de no ser así, ¿existe relación entre ambos conceptos? o expresado en otros términos ¿las vías de mejora de la calidad permiten estimular también la eficiencia y viceversa?

Por último, consideramos necesario complementar los resultados obtenidos en nuestra aplicación ampliando la información en varias direcciones. Una sería replicar el estudio para varios años lo que resulta imprescindible teniendo en cuenta las características del sector analizado. En este sentido, sería recomendable disponer de un panel de datos que permita corregir comportamientos atípicos de carácter coyuntural. Otra, incluyendo mejoras tanto en la información sobre los inputs controlables tradicionales como incorporando la opinión de otros agentes o principales implicados en el proceso educativo, es decir, padres, profesorado y, dentro de estos últimos, los gestores de los centros evaluados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Afonso, A. y St. Aubyn, M. (2006): "Cross-country Efficiency of Secondary Education Provision: a Semi-parametric Analysis with Non-discretionary Inputs", *Economic Modelling*, vol. 23 (3), pp. 476-491.
- Afriat, S. (1972): "Efficiency Estimation of a Production Function", *International Economic Review*, 13 (3), pp. 568-598.
- Ahn, T.S. y Seiford, L.M. (1993): "Sensitivity of DEA to models and variable sets in a hipótesis test setting: The efficiency of university operations", en IJIRI, Y. (eds.): "*Creative and innovative Approaches to the Science of Management*", Quorum Books, New York, pp. 191-208.
- Aigner, D. y Chu, S. (1968): "On Estimating the Industry Production Function" *American Economic Review*, 58, pp. 826-839.
- Aigner, D. J. Lovell, C. A. K. y Schmidt, P. (1977): "Formulation and Estimation of Stochastic Production Function Models", *Journal of Econometrics*, 6, pp. 21-37.
- Albi, E. (1992): "Evaluación de la eficiencia pública: el control de eficiencia del Sector Público", *Hacienda Pública Española*, nº 120/121, pp. 299-316.
- Allen, R., Athanassopoulos, A., Dyson, R.G. y Thanassoulis, E. (1997): "Weight Restrictions and Value Judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, Development and Future Directions", *Annals of Operations Research*, 73, pp. 13-34.
- Álvarez Pinilla, A. (2001): "Concepto y medición de la eficiencia productiva", en – (2001): *La medición de la eficiencia y la productividad*, Editorial Pirámide, Madrid.

- Álvarez Pinilla, A. (coord.) (2001): *La medición de la eficiencia y la productividad*, Editorial Pirámide, Madrid.
- Andersen, P. y Petersen, N.C. (1993): "A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, 39, pp. 1261-1264.
- Atkinson, S. y Wilson, P. (1995): "Comparing Mean Efficiency and Productivity Scores from Small Samples: A Bootstrap Methodology", *Journal of Productivity Analysis*, 6, pp. 137-152.
- Averch, H.A., Carroll, S.J., Donaldson, T.S., Kiesling, H.J. y Pincus, J. (1974): *"How Effective is Schooling? A Critical Review of Research"*, New Jersey, Educational Technology Publications. Englewood Cliffs.
- Bacdayan, A.W. (1997): "A Mathematical Analysis of the Learning Production Process and a Model for Determining What Matters in Education", *Economics of Education Review*, 16 (1), pp. 25-37.
- Banker R.D.; Charnes, A. y Cooper, W.W. (1984): "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, vol. 30, nº 9, pp. 1078-1092.
- Banker, R., Charnes, A., Cooper, W. y Maindiratta, A. (1987): "A Comparison of Data Envelopment Analysis and Translog Estimates of Production Frontiers Using Simulated Observations from a Known Technology", en Dogramaci, A. y Fare, R. (eds.): *Applications in Modern Production Theory Inefficiency and Productivity*, pp. 33-55, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Banker, R.D.; Charnes, A.; Cooper, W.W., Swarts, J. y Thomas, D.A. (1989): "An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of Their Models and its Uses", *Research in Governmental and Nonprofit Accounting*, vol. 5, pp. 125-163.

- Banker, R., Gadh, V. y Gorr, W. (1993): "A Monte Carlo Comparison of Two Production Frontier Estimation Methods: Corrected Ordinary Least Squares and Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, 67, pp. 332-343.
- Banker, R.D. y Johnston, H.H. (1994): "Evaluating the Impacts of Operating Strategies on Efficiency in the US Airline Industry", en Charnes, A., Cooper, W.W., Levin, A. y Seiford, L. (eds.): *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Application*, Kluwer Academic Publishers.
- Banker, R.D. y Morey, R.C. (1986a): "Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs", *Operations Research*, vol. 34, nº 4, pp. 513-521.
- Banker, R.D. y Morey, R.C. (1986b): "The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, 32 (12), pp. 1613-1627.
- Barr, R. (2004): "DEA Software Tools and Technology: A State-of-the-Art Survey", in Cooper, W., Seiford, L. y Zhu, J.: *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Kluwer Academic Publishers.
- Barro, R. (2001). "Human Capital and Growth", *American Economic Review* 91 (2), pp. 12-17.
- Bates, J. (1997): "Measuring Predetermined Socioeconomic Inputs When Assessing the Efficiency of Educational Outputs", *Applied Economics*, 29, pp. 85-93.
- Battese, G.E. (1992): "Frontier Production Functions and Technical Efficiency: a Survey of Empirical Applications in Agricultural Economics", *Agricultural Economics*, 7, 185-208.
- Battese, G. y Coelli, T. (1995): "A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data", *Empirical Economics*, 20, 325-332.

- Bessent, A.M. y Bessent, E.W. (1980): "Determining the Comparative Efficiency of Schools Through Data Envelopment Analysis", *Educational Administration Quarterly*, 16 (2), pp. 57-75.
- Bessent, A.M., Bessent, E.W., Kennington, J. y Reagan, B. (1982): "An Application of Mathematical Programming to Assess Productivity in the Houston Independent School District", *Management Science*, 28 (12), pp. 1355-1367.
- Bifulco, R. y Bretschneider, S. (2001): "Estimating School Efficiency. A Comparison of Methods Using Simulated Data", *Economics of Education Review*, 20, pp. 417-429.
- Blaug, M. (1981): *Educación y empleo*. Madrid: Instituto de Estudios Económicos.
- Boussofine, A.; Dyson, R.G. y Thanassoulis, E. (1991): "Applied Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, vol 15, nº 5, pp. 1-15.
- Bowlin, W. (1986): "Evaluating Performance in Governmental Organizations", *The Government Accountant's Journal*, 35, 50-57.
- Bowlin, W., Charnes, A., Cooper, W. y Sherman, H. (1985): "Data Envelopment Analysis and Regression Approaches to Efficiency Estimation and Evaluation", *Annals of Operational Research*, 2, pp. 113-138.
- Bradley, S., Johnes, G. y Millington, J. (2001): "The Effect of Competition on the Efficiency of Secondary Schools in England", *European Journal of Operational Research*, 135, pp. 545-568.
- Brockett, P. y Golany, B. (1996): "Using Rank Statistics for Determining Programmatic Efficiency Differences in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, 42 (3), pp. 466-472.

- Burgess, J.F. y Wilson, P.W. (1998): "Variation in Inefficiency among US Hospitals", *Canadian Journal of Operational Research and Information Processing (INFOR)* 36, pp. 84-102.
- Cazals, C., Florens, J.P. y Simar, L. (2002): "Non-Parametric Frontier Estimation: A Robust Approach", *Journal of Econometrics*, 106, pp. 1-25.
- Chakraborty, K., Biswas, B. y Lewis, W.C. (2001): "Measurement of Technical Efficiency in Public Education: a Stochastic and Non-Stochastic Production Function Approach", *Southern Economic Journal*, 67 (4), pp. 889-905.
- Chalos, P. (1997): "An Examination of Budgetary Inefficiency in Education Using Data Envelopment Analysis", *Financial Accountability and Management*, 13, pp. 55-69.
- Charnes, A.; Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1978): "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, vol. 2, nº 6, pp. 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1981): "Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through", *Management Science*, 27 (6), pp. 668-697.
- Charnes, A.; Cooper, W.W.; Lewin, A.Y. y Seiford, L.M. (1994): *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, New York.
- Coelli, T., Rao, D. y Battese, G. (1998): *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Coelli, T. y Perelman, S. (1999): "Technical Efficiency of European Railways: A Distance Function Approach", *Applied Economics*, 32, pp. 1967-1976.

- Coelli, T. y Perelman, S. (2001): "Multi-output Parametric Frontier Methods", en Álvarez Pinilla (coord.): *La medición de la eficiencia y la productividad*, Editorial Pirámide, Madrid.
- Cohn, E. y Millman, S.D. (1975): *Input-Output Analysis in Public Education*, Cambridge, Ballinger Publishing Company.
- Coleman, J., Campbell, E.Q., Hobson, C.F. McPartland, J. y Mood, A.M. (1966): *Equality of Educational Opportunity*, Washington, U.S. Office of Education.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. y Tone, K. (2000): *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Press.
- Cooper, W., Seiford, L. y Zhu, J. (2004): *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Kluwer Academic Publishers
- Cordero, J.M., Pedraja, F. y Salinas, J. (2005): "Eficiencia en educación secundaria e inputs no controlables: Sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos", *Hacienda Pública Española*, nº 173 (2/2005), pp. 61-83.
- Cordero, J. M., Pedraja, F. y Muñiz, M. (2006): "La confusión de la calidad en los servicios públicos: distintos conceptos, distintas medidas, distintas soluciones", ponencia presentada en el XIII Encuentro de Economía Pública celebrado en Almería.
- Daraio, C. y Simar, L. (2005): "Introducing Environmental Variables in Nonparametric Frontier Models: A Probabilistic Approach", *Journal of Productivity Analysis*, vol. 24, 1, pp. 93-121.
- De la Orden, A. (1985): "Hacia una conceptualización del producto educativo", *Revista de Investigación Educativa*, 3 (6), pp. 271-283.

- Debreu, G. (1951): "The Coefficient of Resource Utilization", *Econometrica*, 19(3).
- Delgado, F. (2005): "Medición de eficiencia con redes neuronales artificiales. Una aplicación al servicio de recogida de basuras", *Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa*, nº 25, pp. 53-82.
- Deller, S.C. y Rudnicki, E. (1993): "Production Efficiency in Elementary Education. The Case of Maine Public School", *Economics of Education Review*, vol. 12, nº 1, págs. 45-57.
- Deprins, D., Simar, L. y Tulkens, H. (1984): "Measuring Labor Inefficiency in Post Offices", en Marchand, P., Pestieau, P. y Tulkens, H. (eds.): *Concepts and Measurements*, Amsterdam, North Holland, pp. 243-267.
- Dewey, J., Husted, T. y Kenny, L. (2000): "The Ineffectiveness of School Inputs: A Product of Misspecification?", *Economics of Education Review*, 19, pp. 27-45.
- Dios, R., De Haro, T. y Martínez Paz, J.M. (2005): "Análisis de eficiencia de las industrias oleícolas. Un estudio con variables de entorno", ponencia presentada en el II Congreso de Eficiencia y Productividad, EFIUCO, Córdoba.
- Dixit, A. (2002): "Incentives and Organizations in the Public Sector: An Interpretative Review", *Journal of Human Resources*, Vol. 37, No. 4, pp. 696-727.
- Duncombe, W., Miner, J. y Ruggiero, J. (1997): "Empirical Evaluation of Bureaucratic Models of Inefficiency", *Public Choice*, 93, pp. 1-18.
- Dyson, R. y Thanassoulis, E. (1988): "Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 39, nº 6, pp. 563-576.

- Efron, B. (1979): "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife", *The Annals of Statistics*, 7, pp. 1-26.
- Efron, B. y Tibshirani, R.J. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*, Nueva York: Chapman & Hall.
- Ehrenberg, R. G. y Brewer, D.J. (1994): "Do School and Teacher Characteristics Matter? Evidence from High School and Beyond", *Economics of Education Review*, 13 (1), pp. 1-17.
- Emrouznejad, A. (1995): "Data Envelopment Analysis Home Page", <http://www.DEAzone.com>.
- Engert, F. (1996): "The Reporting of School District Efficiency: the Adequacy of Ratio Measures", *Public Budgeting and Financial Management*, 8, pp. 247-271.
- Escudero, T. (1980): "¿Se pueden evaluar los centros educativos y sus profesores?", *Educación Abierta*, 10, Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Zaragoza.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Lovell, C.A.K. (1994): *Production Frontiers*, Cambridge University Press.
- Färe, R. y Primont, D. (1995): *Multi-output Production and Duality: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Färe, R. y Whittaker, G. (1995): "An Intermediate Input Model of Dairy Production Using Complex Survey Data", *Journal of Agricultural Economics*, 46:2, pp. 201-213.
- Farrell, M.J. (1957): "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistics Society, Serie A*, 120 (3), pp. 253-281.

- Ferrier, G.D. y Hirschberg, J.G. (1997): "Bootstrapping Confidence Intervals for Linear Programming Efficiency Scores: With an Illustration Using Italian Banking Data", *Journal of Productivity Analysis*, 8, pp. 19-33.
- Ferrier, G.D. y Hirschberg, J.G. (1999): "Can We Bootstrap DEA Scores?", *Journal of Productivity Analysis*, vol. 11, pp. 81-92.
- Fethi, M. D., Jackson, P. M. and Weyman-Jones, T.G. (2001), "*European airlines: a stochastic DEA study of efficiency with market liberalisation*", Economics Research Paper, Department of Economics, Loughborough University, 01/09. (Paper presentado en el 7th European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis, Universidad de Oviedo, 25-29 September).
- Fethi, M. D., Jackson, P. M. and Weyman-Jones, T.G. (2001), "*An empirical study of Stochastic DEA and financial performance: The case of the Turkish commercial banking industry*", Discussion Paper in Management and Organisation Studies, University of Leicester Management Centre, 01/16.
- Forsund, F.R.; Lovell, C.A.K. y Schmidt, P. (1980): "A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement", *Journal of Econometrics*, vol. 13, nº 1, pp. 5-25.
- Fried, H., Lovell, C.A.K. y Schmidt, S. (eds.) (1993): *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.
- Fried, H.O., Lovell, C.A.K. y Vanden Eeckaut, P. (1993): "Evaluating the Performance of US Credit Unions", *Journal of Banking and Finance*, vol. 17, pp. 251-265.
- Fried, H.O. y Lovell, C.A.K. (1996): "*Searching for the Zeds*", Paper presentado en el II Georgia Productivity Workshop.

- Fried, H., Schmidt, S. y Yaisawarng, S. (1999): "Incorporating the Operating Environment into a Nonparametric Measure of Technical Efficiency", *Journal of Productivity Analysis*, 12, pp. 249-267.
- Fried, H., Lovell, C.A.K., Schmidt, S. y Yaisawarng, S. (2002): "Accounting for Environmental Effects and Statistical Noise in Data Envelopment Analysis", *Journal of Productivity Analysis*, 17(1/2), pp. 157-174.
- Ganley, J. y Cubbin, J. (1992): *Public Sector Efficiency Measurement*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- García Valiñas, M., Muñiz, M. y Suárez Pandiello, J. (2005): "Previsiones ex ante y validaciones ex post en la selección de outputs para evaluar servicios públicos: el caso de la educación", *Hacienda Pública Española*, nº 175 (4/2005), pp. 25-60.
- Giménez, V., Prior, D. y Thieme, C. (2006): "Technical Efficiency, Managerial Efficiency and Objective-Setting in the Educational system: An International Comparison", *Journal of the Operational Research Society*, en prensa.
- Golany, B. y Roll, Y. (1993): "Some Extensions of Techniques to Handle Non-Discretionary Factors in Data Envelopment Analysis", *The Journal of Productivity Analysis* 4, pp. 419-432.
- Goldhaber, D.D. y Brewer, D.J. (1997): "Why Don't Schools and Teachers Seem to Matter? Assessing the Impact of Unobservables on Educational Productivity", *The Journal of Human Resources*, 32 (3), pp. 505-523.
- Gong, B. H., y Sickles, R. (1992): "Finite Sample Evidence on the Performance of Stochastic Frontiers and Data Envelopment Analysis Using Panel Data", *Journal of Econometrics*, 51, pp. 259-284.

- González, X.M. y Miles, D. (2002): "Statistical Precision of DEA: A Bootstrap Application to Spanish Public Services", *Applied Economic Letters*, 9, pp. 127-132.
- Gray, J. (1981): "A Competitive Edge: Examination Results and the Probable Limits of Secondary School Effectiveness", *Educational Review*, 33, pp. 25-35.
- Greene, W. (1980): "Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions", *Journal of Econometrics*, 13, pp. 26-57.
- Grosskopf (1986): "The Role of the Reference Technology in Measuring Production Efficiency", *The Economic Journal*, 96, pp. 449-513.
- Grosskopf, S. (1996): "Statistical Inference and Nonparametric Efficiency: A Selective Survey", *Journal of Productivity Analysis*, 7, pp. 161-176.
- Grosskopf, S. y Hayes, K. (1993): "Local Public Sector Bureaucrats and Their Input Choices", *Journal of Urban Economics*, 33, pp. 151-166.
- Grosskopf, S., Hayes, K. y Hirschberg, J. (1995): "Fiscal Stress and the Production of Public Safety: A Distance Function Approach", *Journal of Public Economics*, 57, pp. 277-296.
- Grosskopf, S. y Valdamis, V. (1987): "Measuring Hospital Performance: A Non-Parametric Approach", *Journal of Health Economics*, nº 6, pp. 89-107.
- Hall, P., Härdle, W. y Simar, L. (1995): "Iterated Bootstrap with Applications to Frontier Models", *Journal of Productivity Analysis*, 6, pp. 63-76.
- Hanoch, G. (1971): "CRESH Production Functions", *Econometrica*, 39 (5), pp. 695-712.

- Hanushek, E.A. (1971): "Teacher Characteristics and Gains in Student Achievement: Estimation Using Micro Data", *American Economic Review*, 61, mayo, pp. 280-288.
- Hanushek, E.A. (1986): "The Economics of Schooling: Production and Efficiency in Public Schools", *Journal of Economic Literature*, 24, pp. 1141-1177.
- Hanushek, E. and Kimko, D. (2000). "Schooling, labor force quality, and economic growth", *American Economic Review*, 90 (5), 1184-1208.
- Hedges, L.V., Laine, R.D. y Greenwald, R. (1994): "Does Money Matter? A Meta-analysis of Studies of the Effects of Differential School Inputs on Student Outcomes", *Educational Researcher*, 23 (3), pp. 5-14.
- Hirschberg, J. y Lloyd, P. (2002): "Does the Technology of Foreign-Invested Enterprises Spill Over to Other Enterprises in China? An Application of Post-DEA Bootstrap Regression Analysis", in Lloyd, P.J. y Zang, X.G. (eds.): *Modelling the Chinese Economy*, London: Edward Elgar Press.
- Holland, D. S. y Lee, S. T. (2002): "Impacts of Random Noise and Specification on Estimates of Capacith Derived from Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, 137, pp. 10-21.
- Hollingsworth, B. y Smith, P. (2003): "Use of Ratios in Data Envelopment Analysis", *Applied Economics Letters*, vol. 10, pp. 733-735.
- Jondrow, J., Lovell, C.A.K., Materov, I. y Schmidt, P. (1982): "On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model," *Journal of Econometrics*, 19, pp. 233-238.
- Kirjavainen, T. y Loikkanen, H.A. (1998): "Efficiency Differences of Finnish Senior Secondary Schools: An Application of DEA and Tobit Analysis", *Economics of Education Review*, vol. 17 (4), pp. 377-394.

- Kneip, A., Park, B. y Simar, L. (1998): "A Note on the Convergence of Non-Parametric DEA Estimators for Production Efficiency Scores", *Econometric Theory*, 14, pp. 783-793.
- Koopmans, T. C. (1951): "An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities" in Koopmans, T.C. (ed.): *Activity Analysis of Production and Allocation*, Cowles Commission for Research in Economics, Monograph N° 13. New York: John Willey and Sons, Inc.
- Kooreman, P. (1994): "Nursing Home Care in the Netherlands: A Non-parametric Efficiency Analysis", *Journal of Health Economics*, 13 (1994), pp. 301-316.
- Koretz, D.M. (2002): "Limitations in the Use of Achievement Tests as Measures of Educators' Productivity", *Journal of Human Resources*, 37 (4), pp. 752-777.
- Krueger, A.B. (1999): "Experimental estimates of educational production functions", *Quarterly Journal of Economics*, 114, n° 2, pp. 497-532.
- Krueger, A. and Lindahl, M. (2001). "Education and Growth: Why and for Whom?", *Journal of Economic Literature*, 39, 1101-1136.
- Kumbhakar, S. y Lovell, C.A.K. (2000): *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, New York.
- Land, K.C., Lovell, C.A.K, y Thore, S. (1993): "Chance-constrained Data Envelopment Analysis", *Managerial and Decision Economics* 14, 541-554.
- Lau, L. J. (1978): "Testing and Imposing Monotonicity, Convexity and Quasi-Convexity Constraints", en Fuss, M. y McFadden, D. (eds.): *Production Economics: a Dual Approach to Theory and Applications*, Amsterdam, North Holland.

- Levin, H. (1974): "Measuring the Efficiency in Educational Production", *Public Finance Quarterly*, 2, pp. 3-24.
- Lewin, A., Morey, R. y Cook, T. (1982): "Evaluating the Administrative Efficiency of Courts", *Omega*, 10, pp. 401-411.
- Lovell, C.A.K. (1993): "Production Frontiers and Productive Efficiency" en Fried, H., Lovell, C.A.K. y Schmidt, S. (eds.): *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.
- Lovell, C. A. K., Richardson, S., Travers, P. y Wood, L. L. (1994): "Resources and Functionings: A New View of Inequality in Australia", en Eichhorn, W. (Ed.): *Models and Measurement of Welfare and Inequality*, pp. 787-807, Springer-Verlag, Berlin.
- Lovell, C.A.K., Walters, L.C. y Wood, L.L. (1994): "Stratified Models of Education Production Using Modified DEA and Regression", en Charnes, A., Cooper, W.W., Levin, A. y Seiford, L. (eds.): *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Application*, Kluwer Academic Publishers.
- Lozano, A., Pastor, J.T. y Hasan (2001): "European Bank Performance Beyond Country Borders: What Really Matters?", *European Finance Review*, 5, pp. 141-165.
- Lozano, A., Pastor, J.T. y Pastor, J.M. (2002): "An Efficiency Comparison of European Banking Systems Operating under Different Environmental Conditions", *Journal of Productivity Analysis*, 18, pp. 59-77.
- Madaus, G.F., Kellaghan, T. Rakow, E.A. y King, D.J. (1979): "The Sensitivity of Measures of School Effectiveness", *Harvard Educational Review*, 49 (2), pp. 207-230.

- Mancebón, M.J. (1996): “La evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos”, Tesis Doctoral, Universidad de Zaragoza.
- Mancebón, M.J. (1999): “La función de producción educativa: algunas conclusiones de interés en la especificación de los modelos de evaluación de la eficiencia productiva de los centros escolares”, *Revista de Educación*, nº 318, pp. 113-143.
- Mancebón, M.J. y Bandrés, E. (1999): “Efficiency Evaluation in Secondary Schools: The Key Role of Model Specification and of *ex post* Analysis of Results”, *Education Economics*, 7 (2), pp. 131-152.
- Mancebón, M.J. y Mar Molinero, C. (2000): “Performance in Primary Schools”, *Journal of the Operational Research Society*, nº 51, pp. 843-854.
- Mancebón, M.J. y Muñiz, M. (2003): “Aspectos clave de la evaluación de la eficiencia productiva en la educación secundaria”, *Papeles de Economía Española*, nº 95, pp. 162-187.
- Mccarty, T. y Yaisawarng, S (1993): “Technical Efficiency in New Jersey School Districts”, en Fried, H., Lovell, C.A.K. y Schmidt, S. (ed.): *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.
- MEC (2006): *Las cifras de la educación en España. Estadísticas e indicadores*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia.
- Meeusen, W. y Van den Broeck, J. (1977): “Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error”, *International Economic Review*, 18, pp. 435-444.
- Metropolis, N. y Ulam, S. (1949): “The Monte Carlo Method”, *Journal of the American Statistical Association*, 44, pp. 335-341.

- Muñiz, M. (2000): "*Eficiencia técnica e inputs no controlables. El caso de los institutos asturianos de educación secundaria*", Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo.
- Muñiz, M. (2002): "Separating Managerial Inefficiency and External Conditions in Data", *European Journal of Operational Research*, vol. 143-3, pp. 625-643.
- Muñiz, M., Paradi, J., Ruggiero, J. y Yang, Z. (2006): "Evaluating Alternative DEA Models Used to Control for Non-Discretionary Inputs", *Computers and Operations Research*, vol. 33, pp. 1173-1183.
- Murnane, R.J. (1975): *The Impact of School Resources on the Learning of Inner City Children*, Cambridge, Ballinger Publishing Co.
- Murnane, R.J. y Phillips, B. (1981): "What Do Effective Teachers of Inner City Children Have in Common?", *Social Science Review*, 10 (1), pp. 83-100.
- Noulas A. y Ketkar, K. (1998): "Efficient Utilization of Resources in Public Shools: A Case Study of New Jersey", *Applied Economics*, 30, pp. 1299-1306.
- Nunamaker, T.R. (1985): "Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of Non-Profit Organizations: A Critical Evaluation", *Managerial and Decision Economics*, vol. 6, nº 1, pp. 50-58.
- O'Donnell, C. J. y Coelli, T. J. (2005): "A Bayesian Approach to Imposing Curvature on Distance Functions", *Journal of Econometrics*, 126, pp. 493-523.
- Olesen, O.B. y Petersen, N.C. (1995): "Chance Constrained Efficiency Evaluation", *Management Science* 41, 442-457.

- Oliveira, M.A. y Santos, C. (2005): "Assessing School Efficiency in Portugal Using FDH and Bootstrapping", *Applied Economics*, 37, pp. 957-968.
- Orme, C. y Smith, P. (1996): "The potential for endogeneity bias in data envelopment análisis", *Journal of Operational Research Society*, 47, pp. 73-83.
- Parkin, D. y Hollingsworth, B. (1997): "Measuring Production Efficiency of Acute Hospitals in Scotland, 1991-94: Validity Issues in Data Envelopment Analysis", *Applied Economics*, 29, pp. 1425-1433.
- Pastor, J.T., Ruiz, J.L. y Sirvent, I. (2001): "A Statistical Test for Nested Radial DEA Models", *Operations Research*, 50 (4), pp. 728-735.
- Pedraja, F. y Salinas, J. (1994): "El analisis envolvente de datos (DEA) y su aplicacion al sector publico: una nota introductoria", *Hacienda Pública Española*, nº 128, pp. 117-132.
- Pedraja, F. y Salinas, J. (1996): "Eficiencia del gasto público en educación secundaria: una aplicación de la técnica envolvente de datos", *Hacienda Pública Española*, nº 138, pp. 87-95.
- Pedraja, F., Salinas, J. y Smith, P. (1997): "On the Role of Weight Restrictions in Data Envelopment Analysis", *Journal of Productivity Analysis*, 8, pp. 215-230.
- Pedraja, F., Salinas, J. y Smith, P. (1999): "On the Quality of the Data Envelopment Analysis Model", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 50, nº 6, pp. 636-644.
- Perelman, S. y Santín, D. (2005): "On the Generation of a Regular Multi-Input Multi-Output Technology Using Parametric Output Distance Functions", Documento de Trabajo de la Fundación de las Cajas de Ahorro (FUNCAS), nº 217.

- Pritchett, L. y Filmer, D. (1999): "What Education Production Functions Really Show: A Positive Theory of Education Expenditures", *Economics of Education Review*, 18, 223-239.
- Ray, S.C. (1988): "Data Envelopment Analysis, Nondiscretionary Inputs and Efficiency: An Alternative Interpretation", *Socio-Economic Planning Sciences* 22 (4), pp. 167-176.
- Ray, S.C. (1991): "Resource Use Efficiency in Public schools: A Study of Connecticut Data", *Management Science*, vol. 37, nº 12, págs. 1.620-1.628.
- Ray, S.C. (1999): "Measuring Scale Efficiency from a Translog Production Function", *Journal of Productivity Analysis*, 11, pp. 183-195.
- Richmond, J. (1974): "Estimating the Efficiency of Production", *International Economic Review*, vol. 15, nº 2, pp. 515-521.
- Rivkin, S.G., Hanushek, E. y Kain, J.F. (2005): "Teachers, Schools and Academic Achievement", *Econometrica*, vol. 73(2), pp. 417-458.
- Roll, Y., Cook, W. y Golany, B. (1991): "Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis", *IEEE Transactions* 23, pp. 2-9.
- Rouse, P., Putterill, M. y Ryan, D. (1996): "*Methodologies for the Treatment of Environmental Factors in DEA*", Working Paper, Department of Accounting and Finance, University of Auckland, New Zealand.
- Ruggiero, J. (1996): "On the Measurement of Technical Efficiency in the Public Sector", *European Journal of Operational Research*, 90 (3) pp. 553-565.
- Ruggiero, J. (1998): "Non-Discretionary Inputs in Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, 111, pp. 461-469.

- Ruggiero, J. (1999): "Nonparametric Analysis of Educational Costs", *European Journal of Operational Research*, 119, pp. 605-612.
- Ruggiero, J. (2004): "Performance Evaluation when Non-Discretionary Factors Correlate with Technical Efficiency", *European Journal of Operational Research*, 159, p.250-257.
- Ruiz, J.M. (1999): *Cómo hacer una evaluación de centros educativos*, Madrid, Ed. Narcea.
- San Segundo, M^aJ. (1988): "Coste y eficiencia del sistema educativo español", *Economiaz*, 12, pp. 121-140.
- Santín, D. (2003): "*Eficiencia técnica y redes neuronales: un modelo para el cálculo del valor añadido en educación*", Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid.
- Santín, D. (2006): "La medición de la eficiencia de las escuelas. Una revisión crítica", *Hacienda Pública Española*, nº 177, pp. 57-82.
- Schmidt, P. (1976): "On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions", *Review of Economics and Statistics*, 58, pp. 238-239.
- Seiford, L.M. (1997): "A Bibliography for Data Envelopment Analysis (1978-1996)", *Annals of Operational Research*, vol. 73, pp. 393-438.
- Seiford, L.M. y Thrall, R.M. (1990): "Recent Developments in DEA: The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis", *Journal of Econometrics*, 46 (1/2), pp. 7-38.
- Sengupta, J.K. (1987): "Production frontier estimation to measure efficiency: a critical evaluation in light of data envelopment analysis", *Managerial and Decision Economics*, 8, pp. 93-99.

- Sexton, T., Silkman, R. y Hogan, A. (1986): "Data Envelopment Analysis: Critique and Extensions", *New Directions for Program Evaluation*, 32, pp. 73-105.
- Sexton, T., Sleeper, S. y Taggart, R.E. (1994): "Improving Pupil Transportation in North Carolina", *Interfaces*, 24, pp. 87-103.
- Shepard, R. W. (1970): *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton, NY.
- Silva-Portela, M.C. y Thanassoulis, E. (2001): "Descomposing School and School-Type Efficiency", *European Journal of Operational Research*, 132, pp. 357-373.
- Silverman, B.W. (1986): *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall Ltd., London.
- Simar, L. (1992), "Estimating Efficiencies from Frontier Models with Panel Data: A Comparison of Parametric, Non-parametric and Semi-Parametric Methods with Bootstrapping", *Journal of Productivity Analysis*, 3, pp. 167-203.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (1998): "Sensitivity Analysis of Efficiency Scores: How to Bootstrap in Nonparametric Frontier Models", *Management Science*, 44, pp. 49-61.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (1999a): "Some Problems with the Ferrier/Hirschberg Bootstrap Idea", *Journal of Productivity Analysis*, 11, pp. 67-80.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (1999b): "Of Course We Can Bootstrap DEA Scores! But Does it Mean Anything? Logic Trumps Wishful Thinking", *Journal of Productivity Analysis*, 11, pp. 93-97.

- Simar, L. y Wilson, P.W. (2000a): "A General Methodology for Bootstrapping in Non-Parametric Frontier Models", *Journal of Applied Statistics*, 27 (6), pp. 779-802.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (2000b): "Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: The State of the Art", *Journal of Productivity Analysis*, 13 (1), pp. 49-78.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (2007): "Estimation and Inference in Two-Stage, Semiparametric Models of Production Processes", *Journal of Econometrics*, nº 136, pp. 31-64.
- Smith, P. (1997): "Model Misspecification in Data Envelopment Analysis", *Annals of Operations Research*, 73, pp. 233-252.
- Smith, P. y Mayston, D. (1987): "Measuring Efficiency in the Public Sector", *OMEGA International Journal of Management Science*, nº 15, pp. 181-189.
- Thanassoulis, E. (1993): "A Comparison of Regression Analysis and Data Envelopment Analysis as Alternative Methods for Assessing Performance", *Journal of the Operational Research Society*, 44, pp. 1129-1145.
- Thanassoulis, E. y Dunstan, P. (1994): "Guiding Schools to Improved Performance Using Data Envelopment Analysis: An Illustration with Data from a Local Education Authority", *Journal of the Operational Research Society*, 45 (11), pp. 1247-1262.
- Thieme, C. (2006): "*Liderazgo y eficiencia en la educación primaria: el caso de Chile*", Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona.

- Timmer, P.C. (1971): "Using a Probabilistic Frontier Production Function to Measure Technical Efficiency", *Journal of Political Economy*, 71, pp. 776-794.
- Tofallis, C. (2001): "Combining Two Approaches to Efficiency Assessment", *Journal of the Operational Research Society*, 52, pp. 1225-1231.
- Tulkens, H. (1993): "On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit", *Journal of Productivity Analysis*, vol. 4, num. 1/2, pp. 183-210.
- Worthington, A.C. (2001): "An Empirical Survey of Frontier Efficiency Measurement techniques in Education", *Education Economics*, vol. 9, n° 3, pp. 245-268.
- Worthington, A.C. y Dollery, B.E. (2002): "Incorporating Contextual Information in Public Sector Efficiency Analyses: A Comparative Study of NSW Local Government", *Applied Economics*, 34 (4), pp. 453-464.
- Xue, M. y Harker, P.T. (1999): "Overcoming the Inherent Dependency of DEA Efficiency Scores: A Bootstrap Approach", Working Paper, Wharton Financial Institutions Center, University of Pennsylvania.
- Yang, Z. y Paradi, J. (2003): "Benchmarking Competitive Banking Units Using 'Handicapped' DEA", *Omega*, en prensa.
- Yu, C. (1998): "The Effects of Exogenous Variables in Efficiency Measurement. A Monte Carlo Study", *European Journal of Operational Research*, 105, pp. 569-580.
- Yunos, J. y Hawdon, D. (1997): "The Efficiency of the National Electricity Board in Malaysia: An Inter-country Comparison Using DEA", *Energy Economics*, 19 (2), pp. 255-269.

Zhang, Y. y Bartels, R., (1998): "The Effect of Sample Size on the Mean Efficiency in DEA with an Application to Electricity Distribution in Australia, Sweden and New Zealand", *Journal of Productivity Analysis*, 9, 187-204.

Zhu, J. (2003): *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking*, Kluwer Academic Publishers.

ANEXOS

**ANEXO I:
CONTENIDO DE LA ENCUESTA**

PRESENTACIÓN: Estamos realizando un trabajo de investigación acerca de la calidad de servicio en la enseñanza secundaria en España y te agradeceríamos que nos dedicaras unos breves instantes para contribuir a su realización. (ANÓNIMO)

1.- ¿CUÁNTOS AÑOS LLEVAS ESTUDIANDO EN ESTE CENTRO?

- a) Uno (este es el primero).
- b) Entre 2 y 5
- c) Más de 5

2.- Y ¿POR QUÉ ESTUDIAS AQUÍ?

- a) Porque es el único centro en mi municipio o comarca
- b) Porque es el centro más próximo a mi casa
- c) Por tradición familiar
- d) Porque el centro tiene prestigio
- e) Otras razones

3.- ¿CUÁNTO TIEMPO SUELES PERMANECER EN EL CENTRO CADA DÍA?:

- a) Lo que duran las clases estrictamente
- b) Realizo actividades extra-escolares durante la semana al finalizar las clases

PODRÍAS INDICARNOS EN UNA ESCALA DE MENOS A MÁS, DESDE **a = Totalmente en desacuerdo** HASTA **e = Totalmente de acuerdo**, TU GRADO DE ACUERDO CON LAS SIGUIENTES PROPOSICIONES:

4.- Estoy muy satisfecho con la enseñanza que recibo en este centro	a	b	c	d	e
5.- Realmente aprendo y disfruto en este centro	a	b	c	d	e
6.- Es agradable estudiar aquí	a	b	c	d	e
7.- Me siento orgulloso de mi centro de estudios	a	b	c	d	e

8.- Señala tu grado de SATISFACCIÓN GLOBAL con la enseñanza recibida en este centro (a = Totalmente INSATISFECHO; e = Plenamente SATISFECHO).

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

9.- EN RELACIÓN A LAS CALIFICACIONES DEL AÑO PASADO:

- a) Aprobé todas las asignaturas entre junio y septiembre
- b) Me queda alguna asignatura pendiente
- c) Estoy repitiendo curso

10.- La nota media que obtuviste en 1º Bachillerato fue:

- a) Notable o superior.
- b) Bien o Suficiente.
- c) me quedan pendientes

11.- ¿DISFRUTAS DE BECA DE LA ADMINISTRACIÓN PÚBLICA PARA CURSAR TUS ESTUDIOS ESTE AÑO? (Si aún no lo sabes para este año, responde según la situación del año pasado)

- a) Sí
- b) No

12.- ¿Has tenido que cambiar de centro el curso anterior o el presente (SEÑALA LA MÁS RECIENTE)?

- a) Sí, este curso
- b) Sí, el curso anterior
- c) No

13.- ¿Deseas cursar estudios universitarios?

- a) Sí, una licenciatura (carrera universitaria de 4 años o más)
- b) Sí, una diplomatura (carrera universitaria de 3 años)
- c) No

14.- ¿CUÁNTAS HORAS A LA SEMANA DEDICAS AL ESTUDIO HABITUALMENTE (NO EN ÉPOCA DE EXÁMENES)? (INCLUIDAS CLASES PARTICULARES, EXCEPTO DE IDIOMAS Y MÚSICA)

- a) Menos de 5 horas
- b) Entre 5 y 10 horas
- c) Entre 10 y 15 horas
- d) Más de 15 horas

15.- Asistes a clase:

- a) Cuando puedo
- b) Habitualmente
- c) Siempre

16.- ¿Te consideras capacitado para cursar (y terminar) con buenas notas una carrera universitaria?

- a) Sí
- b) Me va a resultar complicado, pero lo compensaría aumentando mi esfuerzo
- c) Creo que mi objetivo sólo puede ser aprobar
- d) No

17.- En líneas generales, ¿qué crees que tus profesores esperan de ti?

- a) Un brillante porvenir
- b) Un futuro acorde con la media de los demás alumnos
- c) Un futuro difícil porque no me esfuerzo lo suficiente

18.- ¿Cómo te organizas las horas de estudio?

- a) Estudio unos días antes de los exámenes
- b) Estudio unas semanas antes de los exámenes
- c) Estudio todas las asignaturas al día

19.- ¿Desean tus padres que curses una carrera universitaria?

- a) Sí
- b) No
- c) No opinan al respecto

20.- ¿Qué grado de confianza crees que tienen tus padres en que acabes tu educación UNIVERSITARIA con buenas notas?

- a) Total seguridad
- b) Difícil, pero posible
- c) Con que la termine ya estarían satisfechos.

A continuación se presenta una serie de atributos relativos a la calidad de la enseñanza secundaria. Basándote en tu experiencia como usuario, indica, por favor, en que medida consideras que **EL CENTRO EN QUE TE ENCUESTRAS** posee dichos rasgos. Si crees que este centro **carece totalmente de una determinada característica** asignale la **letra a** y si piensas que **cumple a la perfección la mencionada característica**, señala entonces la **letra e**. No hay respuestas correctas o incorrectas; sólo se trata de que nos indiques una letra (a, b, c, d, e) **que refleje con precisión la percepción que tienes** del centro en el que estudias.

21.- Las instalaciones físicas de mi centro de estudios (aulas, laboratorios, salones, biblioteca, polideportivo, cafetería, baños...) se encuentran en buen estado.	a	b	c	d	e
22.- El equipamiento (mobiliario, decoración, equipos informáticos y audiovisuales, ...) de mi centro de estudios parece moderno.	a	b	c	d	e
23.- Los materiales relacionados con la enseñanza en mi centro de estudios (manuales, material de apoyo, fotocopias,...) son de fácil comprensión.	a	b	c	d	e
24.- La calefacción funciona correctamente.	a	b	c	d	e
25.- La iluminación es adecuada.	a	b	c	d	e
26.- El centro posee una biblioteca con suficientes fondos bibliográficos.	a	b	c	d	e
27.- En mi centro de estudios se preocupan de mantener la información sin errores (listados de alumnos matriculados, listados de profesores, avisos de reuniones, calificaciones...).	a	b	c	d	e
28.- En mi centro de estudios cuando prometen hacer algo en un cierto tiempo (entregarnos materiales, corregir exámenes, tratar un tema de estudio...) lo hacen.	a	b	c	d	e
29.- Los profesores del centro siempre intentan acabar el temario/programa.	a	b	c	d	e
30.- Los profesores cometen pocos errores al explicar las asignaturas.	a	b	c	d	e
31.- El profesorado tiene conocimientos suficientes para contestar a las cuestiones de los alumnos.	a	b	c	d	e
32.- El profesorado explica con claridad.	a	b	c	d	e
33.- Los contenidos impartidos en las asignaturas están actualizados.	a	b	c	d	e
34.- Las clases combinan aspectos teóricos y prácticos.	a	b	c	d	e
35.- Los profesores combinan medios de enseñanza tradicional con medios modernos (como por ejemplo: conexión a internet y prácticas en el ordenador).	a	b	c	d	e
36.- El profesorado siempre se muestra dispuesto a ayudar a los alumnos.	a	b	c	d	e
37.- En este centro se recibe tanto formación académica, como formación humana.	a	b	c	d	e
38.- Mi centro organiza actividades extra-académicas (conferencias, visitas a empresas, museos, ...).	a	b	c	d	e
39.- El personal del centro comprende mis necesidades e inquietudes específicas.	a	b	c	d	e
40.- Los profesores fomentan el interés por las asignaturas que imparten entre los alumnos.	a	b	c	d	e
41.- El profesorado parece realmente interesado en enseñar.	a	b	c	d	e
42.- Los profesores del centro nos orientan adecuadamente sobre nuestro futuro profesional.	a	b	c	d	e
43.- VALORACIÓN GLOBAL de la CALIDAD DE LA ENSEÑANZA recibida en este centro (a = Calidad muy baja; e = Calidad muy alta).	a	b	c	d	e

44.- ¿RECOMENDARÍAS ESTE CENTRO DE ESTUDIOS A OTRAS PERSONAS?

- a) Si b) No

45.- ¿HAS TENIDO ALGUNA VEZ UN PROBLEMA SERIO, ACADÉMICO O PERSONAL, EN EL CENTRO?

- a) Si b) No

46.- ¿SE SOLUCIONÓ CORRECTAMENTE DICHO PROBLEMA?

- a) Si b) No

47.- ¿Cuántos hermanos sois en total?

- a) Más de tres
b) Dos o tres
c) Soy hijo único

48.- LA PROFESIÓN DE TU PADRE ES (si está jubilado, en paro o ha muerto, señala su actividad anterior):

- a) Empleado de la construcción o de la industria en general, agricultor, funcionario nivel bajo, oficinista, o similar
b) Profesor, empresario (con empleados a su cargo), funcionario nivel medio-alto, directivo de empresa privada, profesional liberal (médico,abogado,...), o similar

49.- LA PROFESIÓN DE TU MADRE (si está jubilada, en paro o ha muerto, señala su actividad anterior):

- a) Empleada de la industria en general, ama de casa, funcionaria nivel bajo, oficinista, o similar
b) Profesora, empresaria (con empleados a su cargo), funcionaria nivel medio-alto, directiva de empresa privada, profesional liberal (médico,abogada,...), o similar

50.- Respecto a los estudios de tu padre:

- a) Graduado escolar o sin estudios
b) Bachillerato superior o formación profesional
c) Licenciado o diplomado universitario

51.- Los estudios de tu madre:

- a) Graduado escolar o sin estudios
b) Bachillerato superior o formación profesional
c) Licenciada o diplomada universitaria

52.- Los ingresos totales mensuales de la familia con la que convives se mueven en torno a:

- a) Más de 1800 Euros (más de trescientas mil ptas.).
b) Entre 1200 y 1800 Euros (entre doscientas y trescientas mil ptas.).
c) Menos de 1200 Euros (menos de doscientas mil ptas.)

53.- EDAD DEL ENCUESTADO/A

- a) 17-18 b) Más de 18

54.- SEXO DEL ENCUESTADO/A

- a) Masculino b) Femenino

**ANEXO II: DATOS DE LOS INSTITUTOS DE LA
COMUNIDAD AUTÓNOMA DE EXTREMADURA**

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS MATRICULADOS PORCENTAJE		
AGORA	CÁCERES	28	35	80,00%
AL-QACERES	CÁCERES	85	150	56,67%
ALAGON	CORIA	123	171	71,93%
ALBARREGAS	MÉRIDA	77	123	62,60%
ARROYO HARNINA	ALMENDRALEJO	44	63	69,84%
AUGUSTOBRIGA	NAVALMORAL DE LA MATA	97	112	86,61%
BÁRBARA DE BRAGANZA	BADAJOS	70	103	67,96%
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	CAMPANARIO	37	49	75,51%
BEMBEZAR	AZUAGA	59	97	60,82%
BENZAIRE	HERRERA DEL DUQUE	53	61	86,89%
BIOCLIMÁTICO	BADAJOS	87	119	73,11%
CAROLINA CORONADO	ALMENDRALEJO	113	136	83,09%
CASTILLO DE LUNA	ALBURQUERQUE	28	44	63,64%
CIEZA DE LEÓN	LLERENA	47	54	87,04%
CRISTO DEL ROSARIO	ZAFRA	65	80	81,25%
CUATRO CAMINOS	DON BENITO	40	62	64,52%
DOCTOR FERNÁNDEZ SANTANA	SANTOS DE MAIMONA	39	44	88,64%
DONOSO CORTÉS	DON BENITO	101	126	80,16%
EL POMAR	JEREZ DE LOS CABALLEROS	32	37	86,49%
EMERITA AUGUSTA	MÉRIDA	24	54	44,44%
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	PUEBLA DE LA CALZADA	88	123	71,54%
EUGENIO FRUTOS	GUAREÑA	61	72	84,72%
EUGENIO HERMOSO	FREGENAL DE LA SIERRA	91	109	83,49%
EXTREMADURA (MER)	MÉRIDA	104	135	77,04%
EXTREMADURA (MON)	MONTIJO	47	66	71,21%
FERNANDO ROBINA	LLERENA	75	92	81,52%
FRANCISCO DE ORELLANA	TRUJILLO	65	76	85,53%
FRANCISCO VERA	ALCONCHEL	45	60	75,00%
FUENTE RONIEL	FUENTE DEL MAESTRE	42	49	85,71%
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	MONTEHERMOSO	39	60	65,00%
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	PLASENCIA	122	139	87,77%
GONZALO TORRENTE BALLESTER	MIAJADAS	44	70	62,86%
GREGORIO MARAÑÓN	CAMINOMORISCO	33	45	73,33%
JALAMA	MORALEJA	77	89	86,52%
JARANDA	JARANDILLA DE LA VERA	45	57	78,95%
JAVIER GARCÍA TELLEZ	CÁCERES	22	43	51,16%
JOAQUÍN SAMA	SAN VICENTE DE ALCÁNTARA	33	37	89,19%
JOSÉ MANZANO	DON BENITO	72	97	74,23%
LA SERENA	CASTUERA	71	78	91,03%
LACIMURGA C.I.	NAVALVILLAR DE PELA	41	54	75,93%
LOS MORISCOS	HORNACHO	30	51	58,82%
LUIS CHAMIZO	DON BENITO	71	88	80,68%
LUIS DE MORALES	ARROYO DE LA LUZ	38	48	79,17%

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO (continuación)

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS MATRICULADOS		PORCENTAJE
MAESTRO DOMINGO CÁCERES	BADAJEZ	67	108	62,04%
MAESTRO GONZÁLEZ KORREA	JARAÍZ DE LA VERA	39	61	63,93%
MAESTRO JUAN CALERO	MONESTERIO	43	48	89,58%
MANUEL GODOY	CASTUERA	90	115	78,26%
MARIO ROSSO DE LUNA	LOGROSAN	29	37	78,38%
MELÉNDEZ VALDÉS	VILLAFRANCA DE LOS BARROS	65	90	72,22%
MIGUEL DURÁN	AZUAGA	19	30	63,33%
MUÑOZ TORRERO	CABEZA DEL BUEY	51	63	80,95%
NORBA CAESARINA	CÁCERES	129	176	73,30%
PARQUE DE MONFRAGÜE	PLASENCIA	84	112	75,00%
PEDRO ALFONSO DE ORELLANA	ORELLANA LA VIEJA	25	25	100,00%
PEDRO DE VALDIVIA	VILLANUENA DE LA SERENA	115	130	88,46%
PROFESOR HERNÁNDEZ PACHECO	CÁCERES	74	104	71,15%
PUENTE AJUDA	OLIVENZA	58	73	79,45%
RAMÓN CARANDE	JEREZ DE LOS CABALLEROS	50	62	80,65%
RODRÍGUEZ MOÑINO	BADAJEZ	138	180	76,67%
SAEZ DE BURUAGA	MÉRIDA	86	91	94,51%
SAN FERNANDO	BADAJEZ	48	79	60,76%
SAN JOSÉ (BAD)	BADAJEZ	19	24	79,17%
SAN JOSÉ (VVA)	VILLANUENA DE LA SERENA	39	53	73,58%
SAN MARTÍN	TALAYUELA	38	47	80,85%
SAN PEDRO DE ALCÁNTARA	ALCÁNTARA	49	57	85,96%
SAN ROQUE	BADAJEZ	38	55	69,09%
SANTA EULALIA	MÉRIDA	145	214	67,76%
SANTA LUCÍA DEL TRAMPAL	ALCUESCAR	24	27	88,89%
SANTIAGO APOSTOL	ALMENDRALEJO	39	51	76,47%
SIBERIA EXTREMEÑA	TALARRUBIAS	51	70	72,86%
SUÁREZ DE FIGUEROA	ZAFRA	134	139	96,40%
UNIVERSIDAD LABORAL	CÁCERES	143	185	77,30%
VALLE DEL AMBROZ	HERVÁS	43	50	86,00%
VALLE DEL JERTE	PLASENCIA	98	110	89,09%
VEGAS BAJAS	MONTIJO	54	76	71,05%
VIRGEN DE GRACIA	OLIVA DE LA FRONTERA	39	42	92,86%
VIRGEN DEL PUERTO	PLASENCIA	79	94	84,04%
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	BARCARROTA	32	41	78,05%
ZURBARÁN (BAD)	BADAJEZ	123	180	68,33%
ZURBARÁN (NAV)	NAVALMORAL DE LA MATA	82	119	68,91%
TOTAL		5.084	6.676	76,15%

TABLA 2: VALORES DE LAS VARIABLES EXÓGENAS

CENTRO	APRO TODO	NOTAS	EDAD	EXPDTE	HORAS	ORG HORAS	ASIS TENCIA	ASPIR CONF	AUTO CONF	CONFI PAD	CONFI PROF	CONF PADPRO	INGRES PADRE	EST MADRE	EST PADRE	PROF MADRE	PROF PADRE	PROF MADRE UNICO	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD
AGORA	39,30	21,76	60,70	14,28	20,88	6,94	63,24	71,40	62,77	28,97	85,70	46,40	2,00	3,57	10,71	28,57	25,00	6,70	72,37	92,85
AL-QACERES	30,50	15,19	32,92	13,40	16,25	7,32	60,00	62,22	70,33	25,93	82,92	47,60	13,70	8,75	7,32	29,63	17,28	8,75	71,79	76,82
ALAGON	63,43	39,02	74,80	36,59	33,62	10,57	75,00	84,64	77,87	34,96	85,40	53,72	27,73	20,33	17,89	36,89	21,31	8,13	95,93	82,11
ALBARRAS	63,21	28,95	72,40	27,59	28,38	7,89	74,32	80,33	76,38	30,14	89,49	56,60	13,70	9,46	6,63	28,95	10,53	1,32	90,79	81,57
ARROYO HARNINA	54,54	47,73	70,52	43,20	20,93	4,55	90,91	84,12	81,82	30,23	88,60	43,20	15,91	15,91	15,91	47,73	9,09	4,55	90,70	81,81
AUGUSTOBRIGA	62,92	29,03	66,02	25,82	56,32	7,29	73,40	89,67	86,46	45,74	84,50	55,70	25,56	15,96	11,46	53,68	25,00	4,17	87,37	86,59
BÁRBARA DE BRAGANZA	71,03	37,68	68,11	36,20	47,77	10,14	68,66	81,20	88,41	34,85	87,02	46,40	26,47	15,94	14,49	65,22	30,88	5,80	95,59	82,60
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	81,11	27,03	81,11	26,97	63,89	2,70	94,59	94,60	72,97	21,62	81,11	43,20	16,22	13,89	10,81	27,78	13,51	5,41	97,30	89,18
BEMBEZAR	70,71	48,28	79,30	41,41	39,29	10,34	60,71	93,13	75,86	26,32	91,40	53,44	14,81	7,02	7,02	38,18	12,73	3,51	92,86	93,10
BENZAIRE	56,60	23,08	58,47	20,81	23,07	3,77	84,91	66,03	56,61	21,57	62,30	37,70	5,66	5,66	5,66	18,87	9,43	5,66	100,00	79,24
BIOLIMÁTICO	42,52	23,26	65,50	19,50	36,15	4,60	63,22	76,98	79,31	31,40	86,19	53,97	49,41	37,21	36,05	73,56	44,83	6,98	89,66	77,01
CAROLINA CORONADO	65,20	42,73	87,50	39,33	34,95	10,71	84,55	92,92	86,61	44,44	87,53	58,03	20,75	18,18	12,73	47,71	11,71	3,60	92,73	91,07
CASTILLO DE LUNA	66,70	37,04	85,21	33,33	26,92	7,41	81,48	77,82	73,08	29,63	92,60	59,35	7,41	3,70	0,00	18,52	11,11	3,70	100,00	70,37
CIEZA DE LEÓN	53,21	30,43	53,21	26,67	26,67	8,89	57,45	76,59	72,34	27,27	80,90	38,30	20,45	15,22	17,39	24,44	19,15	2,17	84,78	82,97
DEL ROSARIO	38,51	24,19	55,38	21,50	37,09	6,15	85,94	60,00	62,50	14,75	75,38	21,50	14,75	9,38	7,81	34,38	7,94	3,08	89,23	73,84
CUATRO CAMINOS	77,50	50,00	82,50	44,98	28,95	7,69	82,05	79,98	87,18	41,03	87,50	55,02	8,57	7,69	15,00	32,50	25,00	2,50	92,31	87,50
DR. FERNÁNDEZ SANTANA	64,11	43,59	79,50	41,00	21,05	5,13	89,47	89,69	83,78	37,84	87,20	53,80	13,51	18,42	15,38	44,74	12,82	10,26	100,00	87,17
DONOSO CORTÉS	61,40	32,32	69,30	28,70	20,79	4,00	67,33	83,20	74,25	28,00	78,20	41,60	29,00	20,79	17,82	59,60	23,76	6,93	77,23	81,18
EL POMAR	43,79	41,94	78,10	28,11	15,63	3,13	81,25	68,80	75,00	41,94	96,92	50,00	3,23	6,67	6,45	19,35	6,45	0,00	93,55	90,62
EMÉRITA AUGUSTA	70,83	37,50	91,67	33,33	47,62	20,83	65,22	91,67	86,95	26,09	79,17	45,83	38,10	29,17	20,83	58,33	20,83	8,33	69,57	70,83
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	44,33	39,53	73,93	33,02	19,77	4,55	83,91	76,13	77,27	31,40	85,20	45,45	16,47	9,30	3,45	19,05	5,75	3,45	93,02	85,22
EUGENIO FRUTOS	55,03	41,67	70,00	38,30	35,59	5,00	74,58	66,70	80,00	37,93	85,00	55,00	6,78	5,00	6,67	28,81	5,00	5,00	89,66	80,00
EUGENIO HERMOSO	57,10	33,71	72,50	29,72	44,94	7,69	66,29	81,30	75,82	30,77	84,60	54,90	9,30	8,79	3,30	28,89	10,99	2,22	91,11	84,61
EXTREMADURA (MER)	62,12	44,66	87,42	43,70	38,38	7,77	75,25	86,42	72,81	39,22	79,60	55,33	39,39	33,33	32,04	66,99	40,78	5,83	80,20	87,37
EXTREMADURA (MON)	57,44	34,04	76,62	31,90	37,78	8,51	60,87	91,51	85,11	29,55	91,51	51,11	15,22	6,52	4,26	31,11	8,70	4,26	100,00	89,36
FERNANDO ROBINA	54,70	30,14	57,28	26,70	32,00	9,33	64,86	91,98	85,33	32,39	82,70	47,95	18,67	10,67	6,67	26,67	6,67	8,00	89,33	92,00
FRANCISCO DE ORELLANA	56,88	32,81	64,64	30,80	24,19	9,38	83,87	93,77	48,89	44,62	87,73	63,10	11,48	10,94	15,38	27,69	12,31	6,25	87,50	92,30
FRANCISCO VERA	31,12	11,11	53,33	8,91	24,44	4,44	71,11	40,00	83,72	13,33	75,60	40,00	8,89	6,52	0,00	33,33	4,44	22,22	95,45	80,00
FUENTE RONIEL	61,93	40,48	76,22	38,10	40,00	11,90	90,48	73,82	80,95	33,33	80,98	40,51	19,51	2,44	7,14	19,05	14,29	9,52	100,00	90,74
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	56,44	39,47	58,98	33,33	15,38	0,00	64,10	76,89	79,49	38,46	92,30	71,81	18,92	10,53	7,69	41,03	15,38	12,82	86,84	79,48
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	63,93	43,70	77,04	38,50	31,23	18,03	81,67	95,11	83,05	43,33	82,82	54,10	33,63	15,97	13,93	52,10	25,41	4,10	91,67	95,08
GONZALO TORRENTE BAL.	67,42	34,88	86,19	34,90	47,50	18,60	76,74	79,07	79,07	27,91	88,40	46,50	16,28	4,65	2,33	21,43	4,65	2,33	95,24	93,02
GREGORIO MARANÓN	56,36	40,63	56,33	34,40	25,81	9,38	51,61	64,64	68,76	32,26	81,30	50,00	13,33	3,13	6,25	6,25	3,13	3,13	84,38	59,37
JALAMA	45,45	24,68	64,90	20,80	44,59	7,79	74,03	79,19	75,32	28,57	85,71	60,97	16,22	7,89	5,19	29,33	11,84	5,19	97,37	77,92
JARANDA	51,11	35,56	60,00	33,33	26,67	6,67	80,00	66,66	75,55	29,55	86,70	44,44	24,44	6,67	11,11	43,18	22,22	13,33	90,91	75,55
JAVIER GARCÍA TÉLLEZ	31,82	22,73	22,73	13,64	9,52	9,09	85,71	77,27	77,27	22,73	81,82	40,91	4,55	4,76	0,00	18,18	4,55	0,00	77,27	77,27
JOAQUÍN SAMÁ	33,33	27,27	63,63	24,24	35,49	6,45	81,25	84,95	84,95	31,25	78,78	48,50	9,38	0,00	3,23	39,39	12,12	3,03	93,75	90,90

CENTRO	APRO TODO	NOTAS	EDAD	EXP	PTD	HORAS	ORG HORAS	ASIS HORAS	ASPIRANCIA	AUTOCONFINANCION	CONF PAD	CONF PADPRO	INGRESOS	EST PADRE	EST MADRE	PROF PADRE	PROF MADRE	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD	
JOSÉ MANZANO	69,44	39,44	59,73	34,70	18,05	1,41	65,28	81,91	84,72	35,21	86,10	44,26	23,40	16,67	20,00	44,26	26,56	7,35	92,96	88,88
LA SERENA	67,60	42,03	81,71	40,81	43,28	9,86	81,82	68,98	76,06	34,29	91,50	56,30	9,09	5,71	7,04	30,00	5,63	2,82	92,86	84,50
LACIMURGA C.I.	57,52	42,50	67,51	35,00	40,00	25,00	83,78	80,00	86,11	30,77	92,50	52,50	13,51	7,50	7,50	22,50	12,50	15,00	89,74	82,50
LOS MORISCOS	65,47	34,48	69,03	27,60	27,59	3,45	82,76	89,71	79,31	27,59	75,89	48,30	7,14	6,90	3,45	24,14	3,45	0,00	93,10	100,00
LOS CHAMIZO	52,10	28,17	67,60	28,20	28,17	5,63	85,51	80,30	64,68	22,86	83,10	40,82	11,76	5,63	7,04	26,76	11,27	7,04	91,55	83,09
LUIS DE MORALES	54,12	32,43	86,50	32,43	36,11	2,70	59,46	91,91	81,08	48,65	94,60	83,80	10,81	8,11	2,70	29,73	5,41	2,70	94,59	81,08
MAESTRO DOMINGO CACER	52,22	28,36	68,68	28,37	34,33	2,99	59,70	74,59	70,15	26,87	89,60	55,20	30,16	13,43	10,77	54,55	17,91	2,99	95,45	77,61
MAESTRO GONZALO KORRE	65,80	59,46	71,11	55,33	27,03	2,63	73,68	86,81	76,31	39,47	78,89	50,00	18,18	21,05	10,53	28,95	18,42	7,89	94,59	86,84
MAESTRO JUAN CALERO	70,70	39,02	78,04	36,62	41,47	4,88	75,00	85,40	78,05	38,46	82,92	60,97	13,51	7,32	5,00	22,50	9,76	4,88	95,12	90,24
MANUEL GODOY	64,40	41,57	86,70	38,93	30,58	12,22	75,56	83,30	82,22	43,33	85,60	61,11	21,13	13,33	11,24	33,71	12,22	4,49	94,38	91,11
MARIO ROSSO DE LUNA	58,58	44,83	65,52	37,89	20,69	3,57	65,52	68,98	65,52	37,93	93,13	55,20	6,90	3,57	6,90	20,69	10,34	3,45	100,00	86,20
MELÉNDEZ VALDÉS	47,71	28,13	58,50	24,60	35,48	4,62	75,81	83,12	84,37	17,46	84,60	41,49	20,31	7,81	4,62	35,94	10,77	4,62	73,44	87,69
MIGUEL DURÁN	73,68	47,37	68,42	47,37	33,33	5,26	76,47	84,21	78,95	50,00	88,88	42,11	38,89	15,79	26,32	42,11	15,79	5,26	78,95	94,73
MUNOZ TORRERO	64,71	31,37	76,50	31,40	30,00	3,92	88,24	82,40	82,35	25,49	76,50	54,90	19,61	11,76	15,69	27,45	27,45	3,92	89,58	90,19
NORBA CAESARINA	66,41	45,76	81,11	42,57	27,35	8,20	62,18	89,32	84,30	40,16	87,71	59,83	33,62	32,20	29,17	58,68	36,97	6,67	85,25	90,16
PARQUE DE MONFRAGÜE	39,79	21,69	61,37	19,30	29,27	6,02	67,47	80,70	74,70	30,12	90,43	55,40	8,97	4,82	4,82	19,28	10,98	6,02	94,87	79,51
PEDRO ANTONIO DE OREL	52,17	43,48	91,30	39,13	22,63	4,35	69,57	78,26	73,91	17,39	78,26	47,83	33,33	13,04	8,70	21,74	17,39	4,35	100,00	95,65
PEDRO DE VALDIVIA	61,71	41,96	69,59	39,10	35,72	8,77	75,00	80,90	71,05	31,30	79,98	49,58	18,92	15,65	12,17	44,74	14,78	6,96	85,96	86,08
PROFESOR HERNÁNDEZ PA	74,64	47,89	88,78	46,50	37,88	12,68	65,71	98,60	87,33	63,38	91,52	73,23	36,23	39,44	38,03	59,15	41,43	2,82	72,46	88,73
PUENTE AJUDA	60,30	31,58	65,54	31,00	19,30	3,45	77,19	82,76	82,76	34,48	82,76	50,00	15,09	6,90	8,62	29,31	15,79	6,90	86,21	89,65
RAMÓN CARANDE	40,00	30,61	72,00	22,00	26,53	8,00	72,00	82,00	80,00	36,73	88,00	60,00	12,77	14,00	14,00	38,00	18,00	4,00	96,00	92,00
RODRIGUEZ MONINO	57,98	45,93	76,81	37,70	42,63	2,96	75,74	83,33	85,51	37,98	84,10	58,02	47,20	47,01	36,09	74,81	40,74	5,11	88,89	86,23
SAEZ DE BURUAGA	47,10	20,00	67,08	20,00	23,81	4,71	70,59	85,91	78,42	28,92	87,10	47,11	22,50	12,94	5,88	40,00	14,29	2,35	96,43	85,88
SAN FERNANDO	64,64	39,58	77,10	37,50	30,44	2,08	79,17	93,80	81,25	45,83	91,72	60,39	19,57	23,91	14,89	53,33	19,15	4,17	97,92	91,66
SAN JOSÉ (BAD)	42,11	15,79	42,11	15,79	15,79	10,53	57,89	47,37	73,68	26,32	94,74	31,58	10,53	15,79	5,26	31,58	0,00	0,00	78,95	89,47
SAN JOSÉ (VVA)	59,00	43,59	74,41	43,58	45,94	10,26	94,87	74,41	78,49	42,11	92,32	56,44	10,26	5,26	10,26	30,77	12,82	7,69	100,00	82,05
SAN MARTÍN	56,82	33,33	54,11	29,70	27,03	2,70	91,89	67,60	81,09	32,43	83,80	43,23	19,44	8,33	8,33	30,56	8,33	8,11	88,89	78,37
SAN PEDRO DE ALCANTAR	55,11	40,82	71,41	38,82	22,45	10,20	79,59	67,33	81,64	32,65	79,60	49,00	20,41	14,58	6,12	27,08	8,16	4,08	100,00	77,55
SAN ROQUE	41,71	25,00	58,30	25,00	38,89	5,56	55,56	80,59	65,71	11,11	91,70	44,44	16,67	7,89	8,33	44,44	22,22	5,56	88,89	75,00
SANTA EULALIA	61,10	37,32	73,61	34,03	30,22	9,09	69,23	51,42	82,64	27,46	86,09	50,68	24,82	13,29	18,88	42,96	24,48	5,59	86,62	88,88
SANTA LUCIA DEL TRAMP	47,82	42,86	60,90	30,40	8,70	0,00	82,61	69,61	78,26	30,43	78,30	56,51	8,70	4,35	8,70	9,09	4,35	8,70	91,30	78,26
SANTIAGO APOSTOL	41,02	20,51	56,40	20,50	18,42	5,13	57,89	64,11	76,92	39,47	79,54	41,04	25,64	20,51	23,08	46,15	20,51	5,13	89,74	71,79
SIBERIA EXTREMEÑA	45,11	31,37	82,38	31,40	46,94	0,00	92,16	84,28	68,63	21,57	84,28	52,90	7,84	3,92	0,00	22,00	5,88	5,88	90,20	48,71
SUÁREZ DE FIGUEROA	58,58	35,61	64,74	32,32	36,00	8,27	65,65	82,72	75,57	36,92	85,70	51,11	13,28	15,15	15,91	41,35	16,03	6,82	83,85	87,96
UNIVERSIDAD LABORAL	49,29	21,28	62,68	17,58	31,88	8,51	74,10	81,04	77,30	28,78	85,19	46,47	13,48	7,86	6,34	34,53	10,56	5,63	90,71	76,05
VALLE DEL AMBROZ	50,00	19,51	71,41	16,70	9,52	4,76	61,90	66,69	75,61	30,95	71,44	57,11	9,52	9,76	4,88	33,33	19,05	9,52	100,00	61,90
VALLE DEL JERTE	64,18	36,56	74,74	34,70	30,34	7,37	56,99	93,74	76,84	38,95	85,30	53,70	31,58	22,34	22,34	52,13	33,68	12,63	80,85	91,57
VEGAS BAJAS	59,60	21,15	67,33	17,31	34,69	1,92	80,77	90,43	82,30	29,41	90,43	57,70	13,73	7,69	7,69	36,54	11,54	7,69	96,15	84,61
VIRGEN DE GRACIA	66,70	53,85	87,20	51,31	13,16	5,13	81,58	74,44	64,10	41,03	84,60	46,20	15,38	15,38	10,26	25,64	17,95	7,69	97,44	82,05
VIRGEN DEL PUERTO	39,22	24,36	58,23	20,32	16,88	3,85	61,04	81,00	70,67	23,08	81,00	50,60	20,31	12,00	14,10	35,14	16,67	8,97	90,91	84,81
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	64,50	41,94	80,59	41,91	39,29	3,23	100,00	61,30	80,64	38,71	77,40	45,20	13,33	9,68	0,00	22,58	6,45	0,00	100,00	77,41
ZURBARÁN (BAD)	53,33	34,17	75,44	32,02	30,43	5,79	50,00	88,53	79,51	35,00	83,60	51,60	44,83	36,89	26,23	69,67	36,07	5,74	71,07	89,34
ZURBARÁN (NAV)	57,97	28,21	49,42	22,22	16,46	12,50	69,23	71,60	76,55	36,71	82,70	61,71	31,08	21,52	18,99	48,72	33,33	6,41	83,75	77,77

TABLA 3: VARIABLES UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE EFICIENCIA

INSTITUTO	APMAT	NOTA	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
AGORA	22,86	60,51	11,31	221,47	1,0808	1,4951	1,0187
AL-QACERES	23,33	55,43	12,39	242,63	1,4212	0,6059	0,1967
ALAGON	42,69	63,24	9,15	180,48	1,8614	3,1401	2,1468
ALBARREGAS	25,20	55,03	8,57	180,48	0,7276	2,7477	2,0753
ARROYO HARNINA	44,44	60,71	8,81	183,39	1,4026	3,1588	1,3687
AUGUSTOBRIGA	48,21	61,21	8,93	106,32	1,9669	2,4983	3,4984
BÁRBARA DE BRAGANZA	48,54	60,10	8,95	134,39	2,2588	2,6491	3,1852
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	46,94	62,89	9,22	98,81	0,8083	2,3982	5,2743
BEMBEZAR	34,02	58,89	8,20	107,02	0,6896	3,2240	3,3473
BENZAIRE	21,31	50,71	9,59	147,73	0,4224	1,8592	1,4136
BIOCLIMÁTICO	36,97	61,04	8,84	81,50	4,6013	1,0401	2,0900
CAROLINA CORONADO	76,84	64,72	8,50	113,05	1,3850	3,9275	2,4113
CASTILLO DE LUNA	31,82	56,18	9,23	143,94	0,0000	3,3721	2,1315
CIEZA DE LEÓN	33,33	57,72	10,47	174,41	1,5857	2,0269	1,3725
CRISTO DEL ROSARIO	31,25	54,71	10,41	208,37	1,0413	0,6457	2,3220
CUATRO CAMINOS	53,23	60,32	9,05	166,96	0,9165	4,4271	1,5982
DOCTOR FERNÁNDEZ SANTANA	61,36	65,04	9,27	166,60	1,3560	3,8398	1,4263
DONOSO CORTÉS	44,44	62,52	8,52	65,63	2,4432	2,3563	1,7231
EL POMAR	45,95	57,11	10,60	177,66	0,2991	3,2500	0,2965
EMÉRITA AUGUSTA	24,07	61,60	9,55	187,50	2,5508	2,6287	4,0942
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	37,40	58,52	9,13	130,06	0,5152	2,7861	1,1598
EUGENIO FRUTOS	41,67	59,40	8,42	91,59	0,3016	3,1860	1,6239
EUGENIO HERMOSO	24,77	57,59	9,32	155,54	0,5144	2,4602	3,0751
EXTREMADURA (MER)	45,19	63,60	7,95	93,46	3,5859	3,3580	2,3960
EXTREMADURA (MON)	40,91	67,80	9,58	148,87	0,5770	2,6935	3,0344
FERNANDO ROBINA	52,17	58,62	9,74	132,88	0,8750	2,3512	2,2104
FRANCISCO DE ORELLANA	55,26	57,63	8,94	114,73	1,0462	3,4355	1,1760
FRANCISCO VERA	13,33	59,20	10,17	138,05	0,7177	0,0000	1,2093
FUENTE RONIEL	40,82	58,94	10,14	133,06	0,4964	3,1566	2,4382
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	23,33	57,61	8,53	134,03	1,2993	3,0063	0,5576
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	86,42	68,11	9,77	126,69	2,0975	3,5235	2,1756
GONZALO TORRENTE BALLESTER	55,71	60,49	9,69	159,15	0,0925	3,0095	3,6040
GREGORIO MARAÑÓN	22,22	60,90	9,05	155,48	0,1048	2,8841	0,9020
JALAMA	37,08	65,32	8,68	150,79	0,8876	1,5343	2,9837
JARANDA	24,56	60,60	9,00	145,51	1,5845	2,1841	1,3469
JAVIER GARCÍA TÉLLEZ	25,58	57,59	10,02	317,65	0,5419	0,7101	0,1403
JOAQUÍN SAMA	32,43	50,28	10,74	231,57	0,7452	1,6108	2,3759
JOSÉ MANZANO	47,42	59,71	8,38	126,75	2,0752	3,1690	0,9027
LA SERENA	57,69	57,27	9,15	231,99	0,2346	3,4821	2,6125
LACIMURGA C.I.	16,67	59,70	10,34	135,17	0,6136	2,7154	2,5032
LOS MORISCOS	35,29	54,40	8,63	98,57	0,2187	2,7987	2,3335
LUIS CHAMIZO	79,07	60,39	10,68	150,43	0,6686	2,1311	2,1477
LUIS DE MORALES	41,67	64,71	9,93	208,43	0,3599	3,7343	2,2877

TABLA 3: VARIABLES (Continuación)

INSTITUTO	APMAT	NOTA	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
MAESTRO DOMINGO CÁCERES	33,33	61,52	7,68	134,27	1,9076	1,8234	2,4579
MAESTRO GONZALO KORREAS	47,54	65,91	9,08	173,45	1,1824	4,3392	1,3264
MAESTRO JUAN CALERO	50,00	56,30	9,01	154,28	0,3398	3,6254	2,7528
MANUEL GODOY	44,35	59,80	10,17	100,13	1,0450	3,9637	1,8646
MARIO ROSSO DE LUNA	40,54	53,53	13,21	164,86	0,3185	3,4848	0,6267
MELÉNDEZ VALDÉS	30,00	56,10	10,03	241,31	1,0532	4,0855	2,9011
MIGUEL DURÁN	43,33	60,49	10,87	198,50	2,0677	4,3398	1,3995
MUÑOZ TORRERO	44,44	59,50	10,21	160,17	1,4411	2,7152	2,2873
NORBA CAESARINA	37,50	65,74	7,90	76,87	3,1948	3,6682	1,6367
PARQUE DE MONFRAGÜE	36,61	54,08	9,68	221,05	0,5786	1,7482	1,7943
PEDRO ANTONIO DE ORELLANA	40,00	63,71	11,37	147,00	1,2085	2,6764	2,2443
PEDRO DE VALDIVIA	46,92	62,22	8,92	160,89	1,3972	2,8984	2,3295
PROFESOR HERNÁNDEZ PACHECO	49,04	72,52	7,83	148,39	3,6352	5,0613	1,6067
PUENTE AJUDA	35,62	60,40	9,57	136,73	0,9291	3,0304	1,1858
RAMÓN CARANDE	58,06	55,00	8,68	95,44	1,5084	2,2075	1,4870
RODRÍGUEZ MOÑINO	39,44	61,03	8,09	82,22	4,4237	2,5879	2,4581
SAEZ DE BURUAGA	35,16	57,82	8,10	147,73	1,4312	1,8256	1,9502
SAN FERNANDO	34,18	59,22	10,29	171,89	1,9006	3,7419	1,8804
SAN JOSÉ (BAD)	12,50	54,93	12,60	340,93	0,9679	1,1688	0,0288
SAN JOSÉ (VVA)	35,85	60,20	9,61	174,71	0,5758	3,5621	2,3229
SAN MARTÍN	38,30	53,43	9,84	145,44	0,9592	2,4005	1,2170
SAN PEDRO DE ALCÁNTARA	38,60	57,88	11,75	149,83	0,8750	3,1157	1,0487
SAN ROQUE	27,27	54,57	9,85	173,39	1,4877	0,6579	3,1975
SANTA EULALIA	49,17	58,20	9,46	116,24	1,8478	2,4793	1,4155
SANTA LUCÍA DEL TRAMPAL	33,33	55,00	10,59	138,23	0,2757	2,8287	0,0000
SANTIAGO APOSTOL	41,18	58,21	10,68	197,07	2,4651	1,9489	0,1295
SIBERIA EXTREMEÑA	35,71	56,53	12,20	181,69	0,0480	2,0493	3,7129
SUÁREZ DE FIGUEROA	80,00	62,24	9,00	105,18	1,4361	2,8011	2,0229
UNIVERSIDAD LABORAL	34,05	57,70	10,73	543,86	0,9623	1,6753	2,2555
VALLE DEL AMBROZ	34,00	55,91	10,78	192,44	1,0699	2,1929	0,4935
VALLE DEL JERTE	48,18	64,03	8,39	121,34	2,6558	3,1612	2,0677
VEGAS BAJAS	44,74	63,20	10,67	213,48	0,9686	2,0025	2,8209
VIRGEN DE GRACIA	47,62	51,81	8,39	103,31	0,8843	4,7554	0,3874
VIRGEN DEL PUERTO	31,91	60,68	10,50	267,99	1,6583	1,4129	1,2149
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	34,15	67,86	10,62	131,14	0,1629	3,6564	1,9776
ZURBARÁN (BAD)	56,57	59,48	10,58	87,09	3,7948	2,3542	2,1048
ZURBARÁN (NAV)	23,53	62,30	8,64	198,09	2,7672	2,1222	0,4030
Media de todos los centros	40,33	59,59	9,64	161,19	1,3050	2,6922	1,8900

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTA	PROF	GTOS
AGORA	83,44	26,18	12,01	3,48	73,08
AL-QACERES	76,43	25,71	17,09	4,56	94,24
ALAGÓN	87,20	6,35	9,28	1,32	32,09
ALBARREGAS	75,88	23,84	17,49	0,74	32,09
ARROYO HARNINA	84,23	8,32	11,37	0,79	37,16
AUGUSTOBRIGA	90,17	5,26	6,68	0,53	0,00
BÁRBARA DE BRAGANZA	85,12	8,48	10,50	0,63	0,00
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	93,46	3,29	4,40	0,91	0,00
BEMBEZAR	85,85	8,34	9,71	0,33	0,00
BENZAIRE	69,99	27,62	21,75	1,76	0,00
BIOCLIMÁTICO	92,38	3,05	5,04	0,86	0,00
CAROLINA CORONADO	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CASTILLO DE LUNA	77,92	16,50	15,92	1,40	0,00
CIEZA DE LEÓN	79,59	15,71	14,80	2,64	26,02
CRISTO DEL ROSARIO	75,44	17,79	17,81	2,58	59,98
CUATRO CAMINOS	85,05	9,36	10,60	0,52	26,43
DOCTOR FERNÁNDEZ SANTANA	92,30	5,12	5,42	0,54	28,33
DONOSO CORTÉS	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EL POMAR	79,86	11,59	14,41	2,33	34,21
EMÉRITA AUGUSTA	84,94	24,97	10,92	1,72	39,11
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	82,68	8,68	12,26	1,28	0,00
EUGENIO FRUTOS	89,01	5,15	7,34	0,21	0,00
EUGENIO HERMOSO	79,41	24,27	14,93	1,49	7,15
EXTREMADURA (MER)	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EXTREMADURA (MON)	93,49	8,13	4,72	1,75	0,48
FERNANDO ROBINA	83,58	10,25	11,52	1,15	0,00
FRANCISCO DE ORELLANA	84,65	10,02	10,45	0,06	0,00
FRANCISCO VERA	82,75	34,04	12,34	2,33	0,00
FUENTE RONIEL	83,11	8,30	11,98	2,18	0,00
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	80,96	23,39	13,55	0,69	0,00
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GONZALO TORRENTE BALLESTER	85,64	9,34	10,14	1,03	20,05
GREGORIO MARAÑÓN	83,98	26,82	11,62	1,22	7,09
JALAMA	90,07	11,96	7,20	0,85	2,40
JARANDA	83,88	24,02	11,65	1,17	0,00
JAVIER GARCÍA TÉLLEZ	79,41	23,46	14,93	2,19	169,26
JOAQUÍN SAMA	69,33	16,61	22,24	2,91	83,18
JOSÉ MANZANO	85,43	8,09	10,19	0,06	0,00
LA SERENA	81,83	12,81	12,72	0,21	96,06
LACIMURGA C.I.	83,77	30,24	11,57	2,50	0,00
LOS MORISCOS	80,44	8,58	13,23	0,62	0,00
LUIS CHAMIZO	91,50	7,35	7,72	0,91	23,74
LUIS DE MORALES	89,23	7,37	7,81	2,10	60,04

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL (Continuación)

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTA	PROF	GTOS
MAESTRO DOMINGO CÁCERES	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MAESTRO GONZALO KORREAS	91,33	4,51	6,25	1,09	26,81
MAESTRO JUAN CALERO	79,43	12,95	14,58	0,46	13,96
MANUEL GODOY	88,67	5,67	7,64	1,88	0,00
MARIO ROSSO DE LUNA	74,47	13,90	18,35	5,10	19,60
MELÉNDEZ VALDÉS	77,36	19,04	16,42	2,20	92,92
MIGUEL DURÁN	83,78	8,39	11,71	2,90	51,67
MUÑOZ TORRERO	82,68	9,31	12,46	2,14	14,51
NORBA CAESARINA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PARQUE DE MONFRAGÜE	74,58	12,48	18,43	1,85	72,69
PEDRO ANTONIO DE ORELLANA	88,01	8,82	8,68	3,54	0,00
PEDRO DE VALDIVIA	86,53	7,31	9,69	0,82	15,51
PROFESOR HERNÁNDEZ PACHECO	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PUENTE AJUDA	84,58	11,54	11,01	1,73	0,00
RAMÓN CARANDE	86,66	8,93	8,46	0,00	0,00
RODRÍGUEZ MOÑINO	92,49	3,20	4,96	0,00	0,00
SAEZ DE BURJAGA	79,80	13,77	14,64	0,27	0,00
SAN FERNANDO	81,66	14,86	13,30	2,46	23,50
SAN JOSÉ (BAD)	75,74	36,54	17,59	4,77	192,54
SAN JOSÉ (VVA)	83,01	13,19	12,32	1,78	26,32
SAN MARTÍN	74,14	13,36	18,63	1,86	0,00
SAN PEDRO DE ALCÁNTARA	79,81	10,44	14,64	3,92	1,44
SAN ROQUE	75,25	21,77	17,95	2,02	25,00
SANTA EULALIA	84,77	8,84	10,46	0,93	0,00
SANTA LUCÍA DEL TRAMPAL	76,86	14,07	16,56	2,75	0,00
SANTIAGO APOSTOL	80,54	9,95	14,06	2,74	49,89
SIBERIA EXTREMEÑA	77,95	13,33	15,99	4,37	33,30
SUÁREZ DE FIGUEROA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UNIVERSIDAD LABORAL	79,56	14,99	14,82	2,90	395,47
VALLE DEL AMBROZ	77,10	15,04	16,61	2,95	44,05
VALLE DEL JERTE	92,11	4,13	5,49	0,18	0,00
VEGAS BAJAS	87,45	6,42	9,07	2,73	66,32
VIRGEN DE GRACIA	78,34	13,17	14,33	0,00	0,00
VIRGEN DEL PUERTO	83,67	17,13	11,84	2,67	119,60
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	95,73	12,11	3,02	2,77	0,00
ZURBARÁN (BAD)	93,24	4,10	4,31	1,68	0,00
ZURBARÁN (NAV)	85,91	25,51	10,22	0,81	49,70
Media	84,96	-	-	-	-

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
AGORA	12,58	8,19	0,98	0,00
AL-QACERES	25,71	17,09	4,56	94,24
ALAGON	0,00	0,00	0,00	0,00
ALBARREGAS	4,02	3,10	0,19	0,00
ARROYO HARNINA	3,73	4,62	0,00	0,00
AUGUSTOBRIGA	0,00	0,00	0,00	0,00
BÁRBARA DE BRAGANZA	0,00	0,00	0,00	0,00
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	3,29	3,84	0,35	0,00
BEMBEZAR	3,35	1,90	0,12	0,00
BENZAIRE	14,00	8,35	1,20	0,00
BIOCLIMÁTICO	3,05	5,04	0,86	0,00
CAROLINA CORONADO	0,00	0,00	0,00	0,00
CASTILLO DE LUNA	16,50	15,92	1,40	0,00
CIEZA DE LEÓN	6,01	4,23	0,24	0,00
CRISTO DEL ROSARIO	17,79	8,48	1,56	0,00
CUATRO CAMINOS	3,53	4,04	0,01	0,00
DOCTOR FERNÁNDEZ SANTANA	3,48	4,31	0,00	0,00
DONOSO CORTÉS	0,00	0,00	0,00	0,00
EL POMAR	11,59	14,41	2,00	0,00
EMÉRITA AUGUSTA	0,00	0,00	0,00	0,00
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	8,07	7,93	0,58	0,00
EUGENIO FRUTOS	5,15	5,17	0,21	0,00
EUGENIO HERMOSO	6,65	5,18	0,54	0,00
EXTREMADURA (MER)	0,00	0,00	0,00	0,00
EXTREMADURA (MON)	4,78	4,07	0,33	0,00
FERNANDO ROBINA	4,82	3,65	0,33	0,00
FRANCISCO DE ORELLANA	5,41	6,69	0,04	0,00
FRANCISCO VERA	34,04	12,34	2,33	0,00
FUENTE RONIEL	4,26	2,94	0,17	0,00
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	8,72	10,69	0,56	0,00
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	0,00	0,00	0,00	0,00
GONZALO TORRENTE BALLESTER	9,34	10,03	1,03	0,00
GREGORIO MARAÑÓN	26,82	11,62	1,22	7,09
JALAMA	10,86	6,32	0,85	0,00
JARANDA	5,42	4,39	0,13	0,00
JAVIER GARCÍA TÉLLEZ	23,46	14,93	2,19	169,26
JOAQUÍN SAMA	11,46	6,81	0,97	0,00
JOSÉ MANZANO	5,59	7,02	0,06	0,00
LA SERENA	6,49	3,23	0,21	0,00
LACIMURGA C.I.	4,72	3,80	0,29	0,00
LOS MORISCOS	7,90	7,05	0,62	0,00
LUIS CHAMIZO	7,35	5,47	0,66	0,00
LUIS DE MORALES	4,87	2,53	0,17	0,00

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS (Continuación)

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
MAESTRO DOMINGO CÁCERES	0,00	0,00	0,00	0,00
MAESTRO GONZALO KORREAS	4,33	5,36	0,00	0,00
MAESTRO JUAN CALERO	4,97	2,59	0,18	0,00
MANUEL GODOY	1,88	1,93	0,01	0,00
MARIO ROSSO DE LUNA	9,93	12,07	1,19	0,00
MELÉNDEZ VALDÉS	1,58	0,82	0,00	0,00
MIGUEL DURÁN	2,49	3,04	0,00	0,00
MUÑOZ TORRERO	0,15	0,13	0,00	0,00
NORBA CAESARINA	0,00	0,00	0,00	0,00
PARQUE DE MONFRAGÜE	12,13	7,22	1,06	0,00
PEDRO ANTONIO DE ORELLANA	1,48	1,01	0,04	0,00
PEDRO DE VALDIVIA	0,16	0,09	0,00	0,00
PROFESOR HERNÁNDEZ PACHECO	0,00	0,00	0,00	0,00
PUENTE AJUDA	5,55	6,87	0,20	0,00
RAMÓN CARANDE	4,83	3,57	0,00	0,00
RODRÍGUEZ MOÑINO	0,00	0,00	0,00	0,00
SAEZ DE BURUAGA	4,82	2,96	0,27	0,00
SAN FERNANDO	0,02	0,03	0,00	0,00
SAN JOSÉ (BAD)	36,54	17,59	4,77	192,54
SAN JOSÉ (VVA)	3,85	2,02	0,13	0,00
SAN MARTÍN	7,43	6,59	0,44	0,00
SAN PEDRO DE ALCÁNTARA	6,41	7,94	0,29	0,00
SAN ROQUE	16,85	7,86	1,47	0,00
SANTA EULALIA	3,04	3,37	0,00	0,00
SANTA LUCÍA DEL TRAMPAL	14,07	16,56	2,75	0,00
SANTIAGO APOSTOL	9,95	14,06	2,07	30,85
SIBERIA EXTREMEÑA	13,33	15,99	4,37	33,30
SUÁREZ DE FIGUEROA	0,00	0,00	0,00	0,00
UNIVERSIDAD LABORAL	9,08	5,45	0,75	0,00
VALLE DEL AMBROZ	11,81	11,48	1,05	0,00
VALLE DEL JERTE	0,00	0,00	0,00	0,00
VEGAS BAJAS	5,97	4,33	0,49	0,00
VIRGEN DE GRACIA	10,30	12,55	0,00	0,00
VIRGEN DEL PUERTO	10,17	6,50	0,93	0,00
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	10,10	3,02	0,69	0,00
ZURBARÁN (BAD)	0,00	0,00	0,00	0,00
ZURBARÁN (NAV)	8,20	10,22	0,81	0,00

6. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS DIFERENTES MODELOS

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
AGORA	83,44	97,76	79,65	83,07	94,73	92,42	92,95
AL-QACERES	76,43	100,00	77,31	79,71	100,00	87,85	88,38
ALAGON	87,20	93,02	88,58	85,29	87,20	87,05	88,68
ALBARREGAS	75,88	87,58	83,24	79,03	80,16	82,39	82,41
ARROYO HARNINA	84,23	95,26	85,43	82,71	90,69	88,65	89,50
AUGUSTOBRIGA	90,17	94,18	90,00	87,61	90,17	88,39	89,02
BÁRBARA DE BRAGANZA	85,12	89,96	90,87	83,04	85,12	81,65	83,20
BARTOLOMÉ J. GALLARDO	93,46	100,00	88,70	90,84	99,20	93,99	92,87
BEMBEZAR	85,85	100,00	86,59	84,52	88,62	92,18	90,45
BENZAIRE	69,99	82,54	78,76	77,99	81,51	78,71	78,61
BIOCLIMÁTICO	92,38	100,00	93,90	90,26	100,00	84,94	87,80
CAROLINA CORONADO	100,00	100,00	89,12	90,50	100,00	100,00	100,00
CASTILLO DE LUNA	77,92	100,00	82,06	79,82	100,00	84,26	83,97
CIEZA DE LEÓN	79,59	90,19	83,47	80,87	85,42	83,78	84,73
CRISTO DEL ROSARIO	75,44	94,05	79,95	79,24	88,08	84,76	84,49
CUATRO CAMINOS	85,05	95,62	87,01	82,02	90,74	86,45	86,91
DR. FERNÁNDEZ SANTANA	92,30	100,00	86,97	87,37	98,33	95,67	96,07
DONOSO CORTÉS	100,00	100,00	88,14	90,28	100,00	100,00	100,00
EL POMAR	79,86	100,00	79,47	80,02	100,00	90,56	89,95
EMÉRITA AUGUSTA	84,94	91,04	93,63	83,92	84,94	77,25	79,14
ENRIQUE DIEZ-CANEDO	82,68	97,41	80,81	82,68	94,05	92,27	92,10
EUGENIO FRUTOS	89,01	100,00	81,81	86,79	97,13	100,00	99,34
EUGENIO HERMOSO	79,41	88,09	83,63	80,48	86,56	84,37	84,24
EXTREMADURA (MER)	100,00	100,00	96,08	95,57	100,00	90,66	92,75
EXTREMADURA (MON)	93,49	100,00	84,33	90,27	99,10	100,00	100,00
FERNANDO ROBINA	83,58	92,18	83,12	81,35	88,91	89,93	89,41
FRANCISCO DE ORELLANA	84,65	98,35	84,38	81,30	94,39	89,77	89,95
FRANCISCO VERA	82,75	100,00	75,12	82,41	100,00	97,21	96,92
FUENTE RONIEL	83,11	88,75	84,00	82,78	87,42	86,34	86,16
GABRIEL Y GALÁN (MTE)	80,96	100,00	83,17	81,53	95,98	88,28	89,04
GABRIEL Y GALÁN (PLA)	100,00	100,00	90,43	91,95	100,00	100,00	100,00
GONZALO TORRENTE BAL.	85,64	100,00	84,31	82,20	99,89	91,42	90,13
GREGORIO MARAÑÓN	83,98	100,00	79,01	83,05	100,00	96,16	96,10
JALAMA	90,07	100,00	82,69	87,29	98,79	100,00	100,00
JARANDA	83,88	95,59	83,79	82,95	89,95	89,68	90,88
JAVIER GARCÍA TÉLLEZ	79,41	100,00	74,13	80,87	100,00	96,46	95,98
JOAQUÍN SAMA	69,33	79,09	81,20	78,27	79,52	75,63	75,34
JOSÉ MANZANO	85,43	100,00	87,13	83,17	95,47	89,66	90,89
LA SERENA	81,83	100,00	84,10	78,61	87,83	87,83	86,85
LACIMURGA C.I.	83,77	89,69	83,53	83,28	89,10	86,50	86,63
LOS MORISCOS	80,44	100,00	81,92	81,88	91,68	89,03	87,55
LUIS CHAMIZO	91,50	100,00	81,70	83,75	100,00	100,00	100,00
LUIS DE MORALES	89,23	98,13	84,56	86,88	92,88	94,26	94,29

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
MAESTRO D. CÁCERES	100,00	100,00	86,24	88,49	100,00	100,00	100,00
MAESTRO GONZALO KOR.	91,33	100,00	87,30	88,19	98,83	93,65	94,76
MAESTRO JUAN CALERO	79,43	93,68	85,10	78,55	83,49	83,04	82,58
MANUEL GODOY	88,67	94,03	86,90	86,92	91,57	88,78	88,87
MARIO ROSSO DE LUNA	74,47	90,80	80,72	78,28	91,38	81,88	81,57
MELÉNDEZ VALDÉS	77,36	81,24	89,16	80,05	78,49	73,20	74,11
MIGUEL DURÁN	83,78	89,09	90,78	82,91	88,03	78,10	80,22
MUÑOZ TORRERO	82,68	88,95	86,26	81,86	82,87	84,52	85,15
NORBA CAESARINA	100,00	100,00	93,91	94,67	100,00	100,00	100,00
PARQUE DE MONFRAGÜE	74,58	87,84	79,80	78,91	85,62	84,43	83,96
PEDRO A. DE ORELLANA	88,01	95,44	85,20	85,78	89,41	91,88	92,44
PEDRO DE VALDIVIA	86,53	93,45	86,60	84,13	86,66	89,89	90,60
PROF. HDEZ. PACHECO	100,00	100,00	98,79	95,98	100,00	98,81	100,00
PUENTE AJUDA	84,58	96,26	83,00	83,69	94,19	89,98	90,58
RAMÓN CARANDE	86,66	100,00	83,82	79,03	92,79	91,91	91,13
RODRÍGUEZ MOÑINO	92,49	100,00	97,55	89,67	92,49	82,70	85,02
SAEZ DE BURUAGA	79,80	100,00	83,50	80,10	83,88	92,86	92,19
SAN FERNANDO	81,66	85,80	89,64	81,97	81,70	77,18	79,06
SAN JOSÉ (BAD)	75,74	100,00	76,61	79,49	100,00	87,10	87,60
SAN JOSÉ (VVA)	83,01	90,20	85,04	82,61	85,80	86,02	86,38
SAN MARTÍN	74,14	86,38	81,69	78,13	83,54	80,45	80,63
SAN PEDRO ALCÁNTARA	79,81	92,74	82,74	80,58	90,84	85,62	85,94
SAN ROQUE	75,25	90,95	83,30	79,11	86,37	79,25	79,61
SANTA EULALIA	84,77	93,49	85,61	83,18	89,69	87,07	88,00
STA. LUCÍA DEL TRAMPAL	76,86	100,00	77,84	79,77	100,00	87,28	86,94
SANTIAGO APOSTOL	80,54	100,00	84,29	80,99	99,99	84,70	86,34
SIBERIA EXTREMEÑA	77,95	100,00	82,09	80,03	100,00	84,91	83,90
SUÁREZ DE FIGUEROA	100,00	100,00	85,94	89,13	100,00	100,00	100,00
UNIVERSIDAD LABORAL	79,56	89,56	81,94	80,98	87,14	86,54	86,56
VALLE DEL AMBROZ	77,10	94,35	80,27	79,85	92,96	85,61	85,95
VALLE DEL JERTE	92,11	96,21	91,48	89,07	92,10	91,06	92,91
VEGAS BAJAS	87,45	96,21	83,79	85,31	93,88	94,59	94,35
VIRGEN DE GRACIA	78,34	100,00	85,39	76,70	97,02	79,83	80,31
VIRGEN DEL PUERTO	83,67	97,59	82,01	83,24	92,64	90,66	91,51
VIRGEN DEL SOTERRAÑO	95,73	100,00	83,06	92,73	99,99	100,00	100,00
ZURBARÁN (BAD)	93,24	95,34	93,96	88,10	93,24	82,42	84,72
ZURBARÁN (NAV)	85,91	100,00	86,35	84,24	100,00	89,38	91,94
EFICIENCIA MEDIA	84,96	95,73	84,94	83,75	92,75	89,02	89,37

**ANEXO III: DATOS DE LOS INSTITUTOS DEL
PRINCIPADO DE ASTURIAS**

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS	MATRICULADOS	PORCENTAJE
ALLER	MOREDA	75	110	68,18%
ARAMO	OVIEDO	133	215	61,86%
BARREDOS	BARREDOS	22	31	70,97%
BENEDICTO NIETO	POLA DE LENA	23	53	43,40%
CALDERON DE LA BARCA	GIJON	134	158	84,81%
CANDAS	CANDAS	51	66	77,27%
CERDEÑO	OVIEDO	48	64	75,00%
CLARÍN	OVIEDO	70	92	76,09%
CORVERA	CORVERA	90	116	77,59%
CUENCA DEL NALON	LA FELGUERA	38	58	65,52%
DOÑA JIMENA	GIJON	63	132	47,73%
DR. FLEMING	OVIEDO	117	173	67,63%
EL BATAN	MIERES	54	69	78,26%
EL PILES	GIJON	78	116	67,24%
EMILIO ALARCOS	GIJON	72	104	69,23%
FERNANDEZ VALLIN	GIJON	76	109	69,72%
INFIESTO	INFIESTO	84	92	91,30%
JERONIMO GONZALEZ	SAMA	62	71	87,32%
JOVELLANOS	GIJON	87	142	61,27%
LA LUZ	AVILES	54	84	64,29%
LA MAGDALENA	AVILES	33	47	70,21%
LLANES	LLANES	82	106	77,36%
LUANCO	LUANCO	33	55	60,00%
LUARCA	LUARCA	94	127	74,02%
MATA JOVE	GIJON	51	68	75,00%
MENENDEZ PIDAL	AVILES	61	152	40,13%
MONTE NARANCO	OVIEDO	73	98	74,49%
MONTEVIL	GIJON	61	87	70,11%
NAVIA	NAVIA	82	120	68,33%
NOREÑA	NOREÑA	55	82	67,07%
NÚMERO 1 GIJÓN	GIJON	48	56	85,71%
NÚMERO 5 AVILÉ	AVILES	95	111	85,59%
PADRE FEIJOO	GIJON	90	108	83,33%
PANDO	OVIEDO	58	108	53,70%
PIEDRAS BLANCAS	PIEDRAS BLANCAS	74	105	70,48%
POSADA LLANERA	POSADA LLANERA	47	62	75,81%
PRAVIA	PRAVIA	36	44	81,82%
RAMON ARECES	GRADO	33	44	75,00%
REY PELAYO	CANGAS DE ONIS	62	100	62,00%
RIBADESELLA	RIBADESELLA	24	41	58,54%
RIO NORA	POLA DE SIERO	71	91	78,02%
ROCES	GIJON	22	54	40,74%
ROSARIO ACUÑA	GIJON	79	85	92,94%

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO (continuación)

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS	MATRICULADOS	PORCENTAJE
SALAS	SALAS	35	41	85,37%
SALINAS	SALINAS	34	53	64,15%
SANCHEZ LASTRA	MIERES	54	84	64,29%
SANTA BARBARA	LA FELGUERA	34	64	53,13%
SUANCES	AVILES	64	71	90,14%
TAPIA DE CASARIEGO	TAPIA DE CASARIEGO	56	73	76,71%
TINEO	TINEO	59	68	86,76%
TRUBIA	TRUBIA	22	37	59,46%
VEGADEO	VEGADEO	66	72	91,67%
VILLAVICIOSA	VILLAVICIOSA	53	82	64,63%
VIRGEN DE COVADONGA	EL ENTREGO	57	76	75,00%
TOTAL		3.329	4.727	70,43%

TABLA 2: VALORES DE LAS VARIABLES EXÓGENAS

CENTRO	APRO TODO	BNOTAS	EDAD	EXPDTE	HORAS	ORG HORAS	ASIS TENCIA	ASPIR		CONF PAD	CONF PADPRO	INGRES PADRE	EST MADRE	EST MADRE	PROF MADRE	PROF MADRE	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD	
								AUTO CONF	CONF PAD										
ALLER	54,41	40,00	74,67	28,00	21,33	5,33	50,67	60,00	65,33	17,33	56,00	40,00	8,00	5,33	26,67	14,67	14,67	89,33	65,33
ARAMO	59,87	38,93	65,65	29,77	20,61	6,11	59,54	76,34	74,05	61,83	21,37	38,93	25,95	25,19	59,54	41,98	23,85	77,69	77,86
BARREDOS	40,22	22,73	77,27	13,64	18,18	4,55	59,09	72,73	68,18	45,45	9,09	22,73	13,64	4,55	4,55	4,55	21,74	95,65	63,64
BENEDICTO NIETO	46,88	21,74	65,22	13,04	34,78	0,00	65,22	86,96	78,26	43,48	17,39	21,74	13,04	13,04	21,74	8,70	13,04	82,61	78,26
CALDERON DE LA BARCA	74,11	32,84	78,36	33,58	23,88	3,73	70,15	75,37	73,88	60,45	19,40	32,84	29,10	26,12	50,00	32,84	25,37	76,87	73,88
CANDAS	81,54	34,69	81,63	51,02	16,33	6,12	75,51	75,51	73,47	67,35	22,45	34,69	14,29	18,37	44,90	14,29	18,00	92,00	75,51
CERDEÑO	39,87	36,17	74,47	10,64	23,40	0,00	76,60	44,68	53,19	55,32	19,15	36,17	6,38	8,51	29,79	19,15	14,89	74,47	55,32
CLARIN	50,22	36,76	83,82	39,71	38,24	4,41	70,59	63,24	58,82	60,29	17,65	36,76	27,94	23,53	51,47	27,94	22,06	92,65	61,76
CORVERA	41,33	19,10	84,27	26,97	24,72	3,37	59,55	55,06	55,06	60,67	19,10	19,10	6,74	6,74	24,72	3,37	13,79	94,25	58,43
CUENCA DEL NALON	61,23	17,50	70,00	35,00	15,00	10,00	62,50	55,00	60,00	50,00	37,50	17,50	15,00	10,00	17,50	15,00	27,50	75,00	52,50
DOÑA JIMENA	57,46	25,81	91,94	27,42	33,87	11,29	48,39	80,65	79,03	58,06	24,19	25,81	17,74	9,68	45,16	27,42	24,59	90,16	70,97
DR. FLEMING	55,54	42,61	67,83	33,91	18,26	5,22	59,13	60,00	62,61	59,13	20,00	28,69	27,83	33,04	46,96	35,65	20,18	73,68	67,83
EL BATAN	48,87	28,69	83,02	24,53	39,62	5,66	56,60	69,81	67,92	50,94	15,09	33,96	7,55	15,09	16,98	16,98	23,08	98,08	64,15
EL PILES	63,44	51,32	84,21	50,00	38,16	5,26	59,21	81,58	78,95	65,79	22,37	61,84	46,05	36,84	68,42	44,74	28,95	92,11	77,63
EMILIO ALARCOS	47,66	19,12	83,82	25,00	22,06	5,88	64,71	70,59	70,59	51,47	23,53	19,12	5,88	10,29	25,00	14,71	23,88	92,54	69,12
FERNANDEZ VALLIN	58,98	38,67	73,33	28,00	28,00	2,67	68,00	69,33	58,67	58,67	28,00	38,67	16,00	13,33	44,00	21,33	16,00	76,00	77,33
INFIESTO	65,39	25,58	83,72	36,05	29,07	3,49	66,28	61,63	59,30	51,16	10,47	41,86	6,98	12,79	31,40	11,63	18,60	89,53	66,28
JERONIMO GONZALEZ	80,12	30,16	82,54	50,79	30,16	3,17	77,78	82,54	76,19	66,67	19,05	30,16	20,63	14,29	25,40	19,05	30,16	80,95	92,06
JOVELLANOS	54,44	28,74	76,23	31,15	34,43	4,10	56,56	75,41	65,57	64,37	17,24	28,74	22,95	18,85	50,00	21,31	22,14	81,43	74,59
LA LUZ	61,99	15,69	66,67	35,29	23,53	7,84	68,63	68,63	70,59	45,10	25,49	15,69	15,69	19,61	29,41	15,69	17,65	90,20	66,67
LA MAGDALENA	52,22	22,86	77,14	20,00	17,14	2,86	60,00	57,14	60,00	54,29	31,43	22,86	11,43	17,14	31,43	17,14	14,29	80,00	62,86
LLANES	63,98	28,24	72,94	24,71	25,88	8,24	72,94	70,59	63,53	64,71	20,00	28,24	16,47	14,12	35,29	22,35	21,18	88,24	77,65
LUANCO	48,77	33,33	69,70	24,24	21,21	6,06	54,55	54,55	57,58	57,58	21,21	33,33	21,21	12,12	36,36	18,18	12,12	96,97	63,64
LUARCA	54,12	19,35	66,67	25,81	20,43	4,30	67,74	52,69	48,39	52,69	16,13	19,35	6,45	8,60	37,63	16,13	8,60	93,55	56,99
MATA JOVE	60,12	30,00	86,00	38,00	30,00	4,00	76,00	58,00	74,00	64,00	24,00	30,00	10,00	4,00	20,00	8,00	14,00	96,00	60,00
MENENDEZ PIDAL	58,98	23,08	70,77	29,23	19,23	6,15	55,38	53,85	51,54	60,77	22,31	23,08	10,00	15,38	27,69	23,85	13,85	76,15	62,31
MONTE NARANCO	56,77	34,78	65,22	30,43	28,99	14,49	57,97	72,46	62,32	60,87	23,19	34,78	23,19	26,09	57,97	33,33	10,14	79,71	75,36

CENTRO	APRO TODO	BNOTAS	EDAD	EXPDTE	HORAS	ORG HORAS	ASIS HORAS	ASPIR	AUTO CONF	CONF PAD	CONF PROF	INGRES	EST PADRE	EST MADRE	PROF PADRE	PROF MADRE	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD	
																			CONF PAD
MONTEVIL	29,88	24,56	71,93	21,05	24,56	7,02	70,18	64,91	63,16	66,67	31,58	57,89	24,56	3,51	33,33	17,54	26,32	94,74	66,67
NAVIA	71,54	33,75	81,25	55,00	28,75	13,75	52,50	80,00	75,00	67,50	16,25	62,50	33,75	23,75	45,00	22,50	18,75	86,25	72,50
NOREÑA	52,70	23,64	80,00	32,73	34,55	3,64	63,64	78,18	61,82	54,55	20,00	47,27	23,64	18,18	50,91	21,82	23,64	81,82	78,18
NÚMERO 1-GIJON	61,87	27,08	77,08	27,08	39,58	4,17	72,92	75,00	75,00	62,50	27,08	53,19	27,08	20,83	31,25	18,75	23,40	91,49	81,25
NÚMERO 5-AVILES	64,59	26,32	80,00	42,11	24,21	4,21	72,63	75,79	75,79	61,05	15,79	54,74	26,32	10,53	43,16	20,00	22,11	85,26	76,84
PADRE FEIJOO	48,25	26,67	75,56	24,44	27,78	3,33	82,22	67,78	64,44	54,44	23,33	48,89	26,67	5,56	30,00	14,44	26,67	86,67	66,67
PANDO	31,13	25,86	60,34	13,79	12,07	3,45	41,38	53,45	65,52	60,34	17,24	51,72	25,86	6,90	36,21	12,07	13,79	89,66	58,62
PIEDRAS BLANCAS	70,00	23,61	80,56	44,44	33,33	2,78	43,06	66,67	66,67	44,44	26,39	38,03	23,61	12,50	30,56	18,06	22,54	85,92	69,44
POSADA LLANERA	85,00	41,30	91,30	47,83	32,61	4,35	82,61	76,09	80,43	56,52	23,91	52,17	41,30	17,39	52,17	26,09	23,91	91,30	71,74
PRAVIA	55,83	16,67	80,56	25,00	30,56	8,33	91,67	63,89	63,89	52,78	11,11	44,44	16,67	11,11	5,56	11,11	22,22	83,33	66,67
RAMON ARECES	74,10	36,36	100,00	48,48	30,30	3,03	72,73	87,88	81,82	60,61	21,21	51,52	36,36	9,09	36,36	21,21	18,18	93,94	93,94
REY PELAYO	55,68	26,67	92,00	36,00	20,00	5,33	69,33	72,00	68,00	57,33	18,67	46,75	26,67	10,67	32,00	22,67	14,29	79,22	82,67
RIBADESELLA	43,27	32,00	80,00	20,00	24,00	4,00	52,00	48,00	60,00	36,00	16,00	38,46	32,00	8,00	44,00	20,00	11,54	92,31	68,00
RIO NORA	69,47	32,31	89,23	38,46	24,62	4,62	67,69	61,54	69,23	53,85	15,38	44,62	32,31	15,38	40,00	15,38	13,85	93,85	63,08
ROCES	52,41	27,27	72,73	36,36	36,36	4,55	68,18	54,55	59,09	45,45	45,45	40,91	27,27	4,55	13,64	9,09	36,36	90,91	54,55
ROSARIO ACUÑA	72,88	41,77	83,54	39,24	27,85	7,59	87,34	82,28	74,68	64,56	24,05	58,97	41,77	15,19	44,30	16,46	12,82	87,18	82,28
SALAS	72,52	27,78	86,11	33,33	25,00	2,78	69,44	61,11	58,33	41,67	30,56	41,18	27,78	13,89	38,89	16,67	14,71	97,06	63,89
SALINAS	49,75	31,25	75,00	25,00	9,38	3,13	65,63	75,00	71,88	56,25	12,50	34,38	31,25	18,75	37,50	25,00	28,13	96,88	71,88
SANCHEZ LASTRA	52,42	37,74	73,58	22,64	24,53	3,77	71,70	66,04	56,60	52,83	18,87	41,51	37,74	7,55	26,42	26,42	39,62	73,58	73,58
SANTA BARBARA	60,32	38,24	79,41	20,59	17,65	0,00	61,76	67,65	70,59	64,71	20,59	58,82	38,24	23,53	44,12	23,53	38,24	76,47	70,59
SUANCES	37,29	8,16	69,39	16,33	30,61	8,16	59,18	51,02	55,10	61,22	14,29	51,02	8,16	6,12	32,65	12,24	16,33	75,51	57,14
TAPIA DE CASARIEGO	52,64	33,33	76,67	30,00	10,00	6,67	75,00	61,67	61,67	45,00	26,67	43,55	33,33	6,67	33,33	25,00	24,19	90,32	61,67
TINEO	51,38	40,00	80,00	25,00	31,67	6,67	73,33	68,33	68,33	48,33	6,67	39,06	40,00	8,33	25,00	15,00	18,75	81,25	70,00
TRUBIA	25,29	22,73	68,18	9,09	18,18	4,55	72,73	68,18	59,09	63,64	18,18	54,55	22,73	0,00	22,73	9,09	18,18	90,91	77,27
VEGADEO	58,19	22,73	74,24	30,30	28,79	6,06	74,24	72,73	75,76	56,06	15,15	46,97	22,73	13,64	28,79	19,70	21,21	92,42	74,24
VILLAVICIOSA	76,80	37,25	74,51	47,06	23,53	11,76	76,47	66,67	54,90	68,63	17,65	66,67	37,25	15,69	37,25	21,57	15,69	82,35	68,63
VIRGEN COVADONGA	52,36	24,56	78,95	35,09	10,53	0,00	70,18	57,89	54,39	54,39	17,54	40,98	24,56	7,02	29,82	14,04	31,15	73,77	63,16

TABLA 3: VARIABLES UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE EFICIENCIA

CENTRO	APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
ALLER	21,21	54,85	12,23	146,14	1,2696	2,0938	1,7057
ARAMO	44,88	65,83	10,47	128,04	3,9582	1,0396	2,2863
BARREDOS	19,35	54,50	12,65	112,07	0,0000	1,1485	2,4421
BENEDICTO NIETO	38,60	55,82	11,44	204,27	0,6351	0,2006	4,1271
CALDERON DE LA BARCA	53,99	58,83	9,19	121,95	3,1935	1,9952	2,3303
CANDAS	57,58	57,48	11,18	135,94	1,9921	3,6672	2,2689
CERDEÑO	34,38	53,02	10,02	208,03	1,3785	1,1656	0,6841
CLARÍN	38,54	57,90	10,44	96,29	2,8177	3,1929	1,5854
CORVERA	29,31	59,02	9,86	98,40	0,2188	2,7453	1,4363
CUENCA DEL NALON	30,26	57,47	11,98	231,86	1,0452	3,0665	0,0000
DOÑA JIMENA	60,00	57,67	6,72	52,80	1,4849	2,2926	3,4376
DR. FLEMING	32,57	62,73	9,64	188,54	3,9495	1,8661	0,7292
EL BATAN	42,03	55,57	11,15	82,19	0,7659	2,3144	2,6585
EL PILES	46,09	58,19	9,68	130,84	4,8733	3,2361	2,6969
EMILIO ALARCOS	20,56	59,78	11,01	152,40	0,5212	2,0733	2,4915
FERNANDEZ VALLIN	28,10	54,99	9,96	133,22	2,0666	1,7741	2,6689
INFIESTO	36,44	59,77	11,38	184,75	0,7435	3,2174	1,8024
JERONIMO GONZALEZ	61,97	62,71	11,13	24,87	1,4624	3,4164	4,0158
JOVELLANOS	51,53	61,44	8,74	114,78	2,2631	1,9162	3,0094
LA LUZ	33,33	61,74	12,31	159,66	1,4136	2,2634	1,5403
LA MAGDALENA	25,81	54,46	13,27	257,36	1,4673	1,6061	1,1979
LLANES	32,41	57,43	10,26	169,20	1,8773	1,3072	2,9059
LUANCO	25,93	60,66	11,84	144,69	2,0412	1,5174	1,1273
LUARCA	34,65	64,74	10,32	182,05	1,2330	1,7654	0,6248
MATA JOVE	38,57	54,58	11,06	169,91	0,4272	3,6417	1,6332
MENENDEZ PIDAL	27,57	56,58	10,36	141,23	1,7210	1,9345	0,8911
MONTE NARANCO	42,42	57,90	11,71	272,53	3,4426	1,2460	2,3200
MONTEVIL	26,44	61,71	10,26	134,67	1,0534	1,2165	2,3456
NAVIA	53,06	62,05	10,91	89,83	2,5401	3,9575	2,3732
NOREÑA	45,12	62,05	10,91	164,00	1,5994	2,4761	3,3025
NÚMERO 1-GIJON	40,91	59,79	9,51	264,00	1,2851	1,6401	3,9237
NÚMERO 5-AVILES	55,96	57,78	11,08	200,00	1,4874	2,9242	2,7415
PADRE FEIJOO	48,62	55,65	10,91	102,34	0,7722	1,8318	2,3569
PANDO	26,17	50,08	9,20	40,56	1,6478	0,3782	0,7287
PIEDRAS BLANCAS	36,54	60,21	10,01	120,19	0,7959	3,8432	1,9891
POSADA LLANERA	47,69	56,61	11,63	100,33	2,2408	4,0427	2,4376
PRAVIA	29,63	65,43	11,33	255,64	0,3472	2,1179	2,4071
RAMON ARECES	62,79	59,21	13,66	372,61	1,0164	3,9749	4,5737
REY PELAYO	35,35	57,07	12,08	157,74	1,0544	3,0162	3,0275
RIBADESELLA	15,79	56,62	13,20	170,28	0,9237	2,0518	1,2345
RIO NORA	50,55	65,24	10,50	252,58	1,3594	3,7182	1,3743
ROCES	23,53	55,31	11,68	186,64	0,1288	3,2135	1,0550
ROSARIO ACUÑA	44,35	63,72	9,34	148,84	1,6279	2,8671	3,5978

TABLA 3: VARIABLES (Continuación)

CENTRO	APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
SALAS	42,86	62,97	15,27	261,99	1,1007	3,1885	1,3890
SALINAS	35,85	53,87	15,72	180,62	2,2215	1,3025	2,0743
SANCHEZ LASTRA	32,14	58,21	10,43	114,97	1,6275	1,4147	2,3258
SANTA BARBARA	35,82	57,11	11,15	123,97	2,3842	1,3529	2,2025
SUANCES	24,42	56,36	9,21	179,84	0,5701	1,2832	1,4192
TAPIA DE CASARIEGO	45,33	60,61	11,35	123,62	1,3501	2,4062	0,7567
TINEO	39,44	65,99	11,07	189,72	0,8084	2,0876	2,6458
TRUBIA	40,63	53,48	15,77	208,16	0,5313	0,0000	3,1549
VEGADEO	49,43	59,65	11,17	161,26	1,1969	1,9630	2,8145
VILLAVICIOSA	38,89	62,63	11,09	158,86	1,9955	3,2641	1,7215
VIRGEN COVADONGA	32,00	61,04	11,94	127,42	1,0110	2,8204	0,8846
Media de todos los centros	38,28	58,82	11,12	159,90	1,5359	2,2603	2,1384

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
ALLER	83,25	22,07	11,03	1,59	0,00
ARAMO	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
BARREDOS	83,40	28,17	10,85	2,08	0,00
BENEDICTO NIETO	84,87	6,88	9,95	0,97	63,04
CALDERON DE LA BARCA	95,25	2,69	2,93	0,00	0,00
CANDAS	92,88	4,41	5,16	0,00	103,55
CERDEÑO	81,59	10,29	11,97	0,00	71,71
CLARÍN	89,69	11,74	6,66	0,00	0,00
CORVERA	92,47	20,98	4,81	0,00	0,00
CUENCA DEL NALON	87,10	9,17	8,52	0,91	42,14
DOÑA JIMENA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
DR. FLEMING	97,58	11,92	1,56	0,00	45,30
EL BATAN	86,22	10,45	8,88	0,39	0,00
EL PILES	91,35	4,36	5,51	0,00	0,00
EMILIO ALARCOS	90,72	22,17	6,11	0,31	0,00
FERNANDEZ VALLIN	84,78	17,02	9,87	0,00	0,00
INFIESTO	90,61	3,78	6,20	0,40	3,90
JERONIMO GONZALEZ	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
JOVELLANOS	99,03	0,51	0,60	0,00	17,87
LA LUZ	93,67	8,76	4,17	1,54	0,00
LA MAGDALENA	82,53	13,63	11,53	2,20	67,64
LLANES	87,75	12,37	8,02	0,00	37,40
LUANCO	92,09	17,48	5,21	1,21	0,00
LUARCA	98,76	10,16	0,81	0,00	51,28
MATA JOVE	83,10	7,84	11,10	0,58	8,16
MENENDEZ PIDAL	86,20	17,26	9,06	0,00	11,29
MONTE NARANCO	88,38	5,58	7,61	1,22	75,89
MONTEVIL	94,28	18,35	3,74	0,00	2,91
NAVIA	96,83	1,74	2,03	0,08	0,00
NOREÑA	94,76	2,49	3,43	0,40	0,00
NÚMERO 1-GIJON	93,37	3,52	4,25	0,00	118,33

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL (Continuación)

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
NÚMERO 5-AVILES	91,80	5,00	5,16	0,01	154,96
PADRE FEIJOO	87,03	7,25	8,30	0,07	0,00
PANDO	82,58	34,35	10,56	0,00	0,00
PIEDRAS BLANCAS	92,85	10,03	4,64	0,00	0,00
POSADA LLANERA	88,14	6,41	7,61	0,84	0,00
PRAVIA	99,15	9,81	0,56	0,26	65,92
RAMON ARECES	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
REY PELAYO	86,59	6,90	8,84	1,32	0,00
RIBADESELLA	85,86	25,36	9,32	2,32	0,00
RIO NORA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ROCES	83,82	16,18	10,67	0,64	0,00
ROSARIO ACUÑA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SALAS	95,65	1,95	2,86	4,80	133,13
SALINAS	81,80	7,98	11,99	5,14	40,67
SANCHEZ LASTRA	89,18	14,98	7,07	0,00	0,00
SANTA BARBARA	86,92	9,73	8,60	0,66	0,00
SUANCES	88,85	20,67	7,07	0,00	35,54
TAPIA DE CASARIEGO	92,99	3,42	4,57	0,76	0,00
TINEO	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
TRUBIA	81,93	8,96	11,79	5,25	0,00
VEGADEO	92,48	4,02	4,85	0,47	0,00
VILLAVICIOSA	95,02	3,27	3,28	0,32	0,00
VIRGEN COVADONGA	92,74	12,98	4,78	1,47	0,00
Media	91,07	-	-	-	-

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
ALLER	4,02	2,72	0,32	0,00
ARAMO	0,00	0,00	0,00	0,00
BARREDOS	28,17	10,85	2,08	0,00
BENEDICTO NIETO	6,88	9,95	0,97	10,49
CALDERON DE LA BARCA	0,00	0,00	0,00	0,00
CANDAS	0,00	0,00	0,00	0,00
CERDEÑO	10,29	11,97	0,00	11,93
CLARÍN	0,00	0,00	0,00	0,00
CORVERA	20,98	4,81	0,00	0,00
CUENCA DEL NALON	9,18	8,52	0,91	7,01
DOÑA JIMENA	0,00	0,00	0,00	0,00
DR. FLEMING	10,28	1,12	0,00	7,54
EL BATAN	1,01	0,67	0,04	0,00
EL PILES	0,00	0,00	0,00	0,00
EMILIO ALARCOS	15,20	4,35	0,31	0,00
FERNANDEZ VALLIN	6,30	1,94	0,00	0,00
INFIESTO	3,78	6,20	0,40	0,65
JERONIMO GONZALEZ	0,00	0,00	0,00	0,00
JOVELLANOS	0,00	0,00	0,00	0,00
LA LUZ	1,80	2,40	0,40	0,00
LA MAGDALENA	6,41	5,43	1,03	3,73
LLANES	10,20	3,14	0,00	0,00
LUANCO	11,19	5,12	0,36	0,00
LUARCA	10,16	0,82	0,00	8,53
MATA JOVE	7,84	11,09	0,58	1,36
MENENDEZ PIDAL	17,26	9,06	0,00	1,88
MONTE NARANCO	0,01	0,01	0,00	0,01
MONTEVIL	18,34	3,74	0,00	0,49
NAVIA	0,00	0,00	0,00	0,00
NOREÑA	0,00	0,00	0,00	0,00
NÚMERO 1-GIJON	3,52	4,25	0,00	19,69
NÚMERO 5-AVILES	0,00	0,00	0,00	0,00
PADRE FEIJOO	7,25	8,29	0,07	0,00
PANDO	34,35	10,56	0,00	0,00
PIEDRAS BLANCAS	5,60	1,28	0,00	0,00
POSADA LLANERA	0,00	0,00	0,00	0,00
PRAVIA	9,81	0,56	0,26	10,97
RAMON ARECES	0,00	0,00	0,00	0,00
REY PELAYO	0,00	0,00	0,00	0,00
RIBADESELLA	11,64	6,76	1,10	0,00
RIO NORA	0,00	0,00	0,00	0,00
ROCES	16,18	10,67	0,64	0,00
ROSARIO ACUÑA	0,00	0,00	0,00	0,00

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS (Continuación)

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
SALAS	1,95	2,87	4,80	22,15
SALINAS	2,82	3,73	1,31	0,00
SANCHEZ LASTRA	9,62	2,96	0,00	0,00
SANTA BARBARA	4,99	1,55	0,01	0,00
SUANCES	20,67	7,07	0,00	5,91
TAPIA DE CASARIEGO	3,42	4,57	0,76	0,00
TINEO	0,00	0,00	0,00	0,00
TRUBIA	8,95	11,80	5,25	0,00
VEGADEO	0,00	0,00	0,00	0,00
VILLAVICIOSA	1,78	2,00	0,32	0,00
VIRGEN COVADONGA	12,98	4,78	1,47	0,00

TABLA 6. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS DIFERENTES MODELOS

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
ALLER	83,25	85,33	89,85	89,65	87,38	83,56	83,86
ARAMO	100,00	100,00	91,96	91,50	100,00	100,00	100,00
BARREDOS	83,40	100,00	87,39	87,45	100,00	86,94	85,73
BENEDICTO NIETO	84,87	100,00	89,34	89,32	100,00	81,86	83,63
CALDERON DE LA BARCA	95,25	100,00	93,39	92,61	95,25	95,46	96,23
CANDAS	92,88	100,00	95,77	94,18	92,88	93,87	96,26
CERDEÑO	81,59	100,00	85,66	85,83	100,00	88,42	85,11
CLARÍN	89,69	96,41	94,30	93,09	89,69	89,67	89,76
CORVERA	92,47	100,00	89,53	89,53	100,00	96,78	95,41
CUENCA DEL NALON	87,10	100,00	88,46	88,47	100,00	88,13	88,40
DOÑA JIMENA	100,00	100,00	94,14	93,07	100,00	100,00	100,00
DR. FLEMING	97,58	100,00	90,80	90,52	99,31	96,86	97,55
EL BATAN	86,22	95,48	91,67	91,29	87,26	87,94	87,38
EL PILES	91,35	91,35	99,34	95,51	91,34	82,88	85,64
EMILIO ALARCOS	90,72	96,22	90,43	90,26	97,32	90,01	90,48
FERNANDEZ VALLIN	84,78	85,94	92,07	91,65	87,76	82,82	83,60
INFIESTO	90,61	94,37	92,10	91,69	100,00	87,44	89,01
JERONIMO GONZALEZ	100,00	100,00	98,02	95,08	100,00	100,00	100,00
JOVELLANOS	99,03	99,28	93,36	92,50	99,03	96,57	98,15
LA LUZ	93,67	95,27	90,12	89,92	97,30	93,63	94,00
LA MAGDALENA	82,53	84,59	87,89	88,01	90,75	82,48	82,98
LLANES	87,75	90,90	91,17	90,93	92,67	84,05	85,46
LUANCO	92,09	96,24	88,28	88,47	99,85	94,61	93,99
LUARCA	98,76	100,00	86,81	87,01	100,00	100,00	100,00
MATA JOVE	83,10	100,00	92,38	91,97	99,99	80,18	82,58
MENENDEZ PIDAL	86,20	91,58	88,40	88,37	100,00	88,63	87,99
MONTE NARANCO	88,38	90,91	91,86	91,49	88,39	85,02	86,87
MONTEVIL	94,28	100,00	88,73	88,71	99,99	96,10	95,59
NAVIA	96,83	99,94	97,40	94,83	96,83	93,83	95,29
NOREÑA	94,76	95,32	94,46	93,19	94,76	88,89	91,77
NÚMERO 1-GIJON	93,37	97,30	93,28	92,38	100,00	88,17	90,18
NÚMERO 5-AVILES	91,80	98,10	94,27	93,28	91,80	94,80	96,24
PADRE FEIJOO	87,03	100,00	89,89	89,77	99,99	95,34	93,05
PANDO	82,58	100,00	84,18	84,27	99,99	93,71	89,89
PIEDRAS BLANCAS	92,85	97,47	94,08	92,97	94,82	91,95	92,36
POSADA LLANERA	88,14	90,01	97,35	94,81	88,14	83,65	85,17
PRAVIA	99,15	100,00	90,14	89,99	100,00	97,16	98,36
RAMON ARECES	100,00	100,00	99,94	95,92	100,00	86,12	94,54
REY PELAYO	86,59	87,27	94,51	93,21	86,58	81,74	83,61
RIBADESELLA	85,86	88,59	88,34	88,49	96,10	86,42	86,66
RIO NORA	100,00	100,00	93,25	92,33	100,00	100,00	100,00
ROCES	83,82	100,00	89,77	89,61	99,99	82,94	83,78
ROSARIO ACUÑA	100,00	100,00	96,05	94,20	100,00	93,75	96,21

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
SALAS	95,65	97,79	91,66	91,24	100,00	94,37	95,73
SALINAS	81,80	85,20	89,91	89,91	87,47	79,54	81,51
SANCHEZ LASTRA	89,18	94,33	89,92	89,98	93,71	90,92	90,34
SANTA BARBARA	86,92	90,47	90,51	90,42	89,30	87,60	87,37
SUANCES	88,85	100,00	86,38	86,56	100,00	91,87	91,26
TAPIA DE CASARIEGO	92,99	100,00	88,79	88,82	100,00	100,00	98,75
TINEO	100,00	100,00	91,15	90,91	100,00	96,99	98,50
TRUBIA	81,93	100,00	86,74	86,97	100,00	87,92	85,44
VEGADEO	92,48	99,18	91,69	91,40	92,47	93,15	94,00
VILLAVICIOSA	95,02	96,06	93,68	92,63	98,05	92,27	93,55
VIRGEN COVADONGA	92,74	100,00	89,62	89,51	100,00	96,07	95,06
Eficiencia media	91,07	96,50	91,48	90,85	96,41	90,80	91,38

**ANEXO IV: DATOS DE LOS INSTITUTOS DE LA
COMUNIDAD AUTÓNOMA DE ARAGÓN**

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS	MATRICULADOS	PORCENTAJE
ANDALAN	ZARAGOZA	46	64	71,88%
ANGEL SANZ	CASSETAS	48	60	80,00%
AVEMPACE	ZARAGOZA	77	107	71,96%
BAJO ARAGÓN	ALCAÑIZ	159	193	82,38%
BAJO CINCA	FRAGA	28	38	73,68%
BALTASAR GRACIÁN	GRAUS	28	29	96,55%
BENJAMÍN JARNES	FUENTES EBRO	63	74	85,14%
BIELLO ARAGÓN	SABIÑANIGO	43	58	74,14%
CABAÑAS	LA ALMUNIA	31	35	88,57%
CINCO VILLAS	EJEA	40	42	95,24%
COMUNIDAD DE DAROCA	DAROCA	22	23	95,65%
CONDE ARANDA	ALAGÓN	25	32	78,13%
CORONA DE ARAGÓN	ZARAGOZA	96	156	61,54%
DOMINGO MIRAL	JACA	58	75	77,33%
EL PORTILLO	ZARAGOZA	75	95	78,95%
ELAIOS	ZARAGOZA	39	63	61,90%
EMILIO JIMENO	CALATAYUD	55	67	82,09%
FELIX AZARA	ZARAGOZA	112	121	92,56%
FRANCES DE ARANDA	TERUEL	128	147	87,07%
GALLICUM	ZUERA	32	41	78,05%
GOYA	ZARAGOZA	133	220	60,45%
GRANDE COVIAN	ZARAGOZA	70	96	72,92%
HERMANOS ARGENSOLA	BARBASTRO	57	69	82,61%
ÍTACA	ZARAGOZA	72	109	66,06%
J. IBAÑEZ MARTÍN	TERUEL	92	112	82,14%
J.M.BLECUA	ZARAGOZA	48	61	78,69%
JOAQUIN COSTA	CARIÑENA	33	35	94,29%
JOSE MOR DE FUENTES	MONZÓN	74	88	84,09%
JUAN DE LANUZA	BORJA	54	57	94,74%
LÁZARO CARRETER	UTRILLAS	32	42	76,19%
LA LLITERA	TAMARITE	29	38	76,32%
LOS ENLACES	ZARAGOZA	23	33	69,70%
LUCAS MALLADA	HUESCA	34	41	82,93%
LUIS BUÑUEL	ZARAGOZA	76	91	83,52%
MAR DE ARAGÓN	CASPE	74	80	92,50%
MARTÍNEZ VARGAS	BARBASTRO	24	28	85,71%
MATARRAÑA	VALDERROBRES	37	39	94,87%
MEDINA ALBAIDA	ZARAGOZA	67	84	79,76%
MIGUEL CATALÁN	ZARAGOZA	147	186	79,03%
MIGUEL DE MOLINOS	ZARAGOZA	34	51	66,67%
MIRALBUENO	ZARAGOZA	16	23	69,57%
MONEGROS GASPAR	SARIÑENA	30	43	69,77%

TABLA 1: ALUMNOS ENCUESTADOS EN CADA CENTRO (continuación)

CENTRO	LOCALIDAD	ENCUESTAS	MATRICULADOS	PORCENTAJE
PABLO GARGALLO	ZARAGOZA	90	141	63,83%
PABLO SERRANO	ZARAGOZA	23	45	51,11%
PABLO SERRANO (ANDORRA)	ANDORRA	71	95	74,74%
PEDRO CERRADA	UTEBO	38	46	82,61%
PEDRO DE LUNA	ZARAGOZA	64	90	71,11%
PIGNATELLI	ZARAGOZA	49	87	56,32%
PILAR LORENGAR	ZARAGOZA	78	115	67,83%
PIRÁMIDE	HUESCA	105	157	66,88%
PIRINEOS	JACA	34	45	75,56%
PRIMO DE RIVERA	CALATAYUD	65	81	80,25%
RAMÓN J. SENDER	FRAGA	45	63	71,43%
RAMON Y CAJAL	ZARAGOZA	45	59	76,27%
RAMON Y CAJAL HUESCA	HUESCA	115	116	99,14%
REYES CATÓLICOS	EJEA	54	70	77,14%
RÍO ARBA	TAUSTE	34	45	75,56%
RODANAS	EPILA	25	34	73,53%
SALVADOR VICTORIA	MONREAL CAMPO	22	25	88,00%
SAN ALBERTO MAGNO	SABIÑANIGO	42	47	89,36%
SANTA EMERENCIANA	TERUEL	35	50	70,00%
SANTIAGO HERNANDEZ	ZARAGOZA	27	48	56,25%
SEGUNDO DE CHOMÓN	TERUEL	55	81	67,90%
SIERRA DE GUARA	HUESCA	41	51	80,39%
SIERRA DE LA VIRGEN	ILLUECA	47	49	95,92%
SIERRA DE SAN QUILEZ	BINEFAR	50	60	83,33%
SIGLO XXI	PEDROLA	17	23	73,91%
SOBRARBE	AINSA	18	30	60,00%
TIEMPOS MODERNOS	ZARAGOZA	33	52	63,46%
TUBALCAIN	TARAZONA	55	65	84,62%
VALLE DEL JILOCA	CALAMOCHA	35	39	89,74%
VIRGEN DEL PILAR	ZARAGOZA	41	53	77,36%
ZAURIN	ATECA	30	35	85,71%
ZURITA	ZARAGOZA	76	111	68,47%
TOTAL		1.559	2.108	76,51%

TABLA 2: VALORES DE LAS VARIABLES EXÓGENAS

	APRO TODO	BNOTAS	EDAD	EXP	PTD	HORAS	ORG HORAS	ASIS TENCIA	ASPIR CONF	AUTOCONF	CONF PAD	CONF PROF	CONF PADPRO	INGRES PADRE	EST MADRE	EST PADRE	PROF MADRE	PROF PADRE	PROF MADRE	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD
ANDALAN	60,87	39,13	89,13	36,96	39,13	6,52	77,78	76,09	70,45	31,11	26,09	60,00	28,57	24,44	17,39	46,67	30,43	23,91	86,96	78,26	
ANGEL SANZ	58,33	31,91	87,50	31,91	41,67	2,08	55,32	85,42	83,33	39,58	25,00	56,25	33,33	6,25	2,08	31,25	10,42	16,67	100,00	79,17	
AVEMPACE	52,63	27,63	72,37	25,33	29,33	3,95	68,00	74,03	76,62	42,67	28,57	57,33	24,00	20,27	10,53	35,14	15,79	14,29	89,61	75,32	
BAJO ARAGÓN	58,97	27,74	85,62	28,10	21,57	2,53	65,61	75,32	60,26	32,03	12,18	54,97	37,59	10,19	12,26	39,74	20,26	12,82	85,90	74,68	
BAJO CINCA	46,43	28,57	59,26	28,57	21,43	10,71	67,86	57,14	60,71	21,43	17,86	32,14	22,22	11,11	7,41	22,22	14,81	11,54	96,43	75,00	
BALTASAR GRACIÁN	67,86	39,29	82,14	39,29	21,43	7,14	67,86	71,43	78,57	28,57	17,86	46,43	34,62	0,00	10,71	32,14	21,43	7,14	96,43	71,43	
BENJAMÍN JARNES	57,14	33,33	68,25	33,33	30,16	7,94	76,19	62,90	60,32	19,35	19,05	48,39	21,67	6,35	4,76	19,67	10,00	17,46	96,72	60,32	
BIELLO ARAGÓN	69,77	39,53	79,07	39,53	30,23	16,28	54,76	81,40	76,74	23,26	25,58	37,21	32,56	18,60	23,26	30,23	23,81	9,30	83,72	58,14	
CABANAS	76,67	29,03	86,67	30,00	6,45	3,23	67,74	83,33	83,33	48,39	16,13	67,74	41,94	16,13	22,58	41,94	26,67	12,90	93,55	80,65	
CINCO VILLAS	62,50	38,46	80,00	33,33	32,50	7,50	79,49	80,00	72,50	40,00	22,50	55,00	32,50	2,50	5,13	37,50	15,79	7,50	95,00	82,50	
COMUNIDAD DE DAROCA	59,09	40,91	81,82	40,91	61,90	9,52	90,91	88,18	68,18	36,36	9,09	54,55	14,29	4,55	0,00	36,36	4,55	13,64	90,91	59,09	
CONDE ARANDA	76,00	48,00	92,00	48,00	32,00	4,00	72,00	87,50	84,00	44,00	32,00	60,00	28,00	12,00	16,00	40,00	12,00	16,00	88,00	88,00	
CORONA DE ARAGÓN	63,83	47,87	81,91	44,57	30,21	8,42	48,96	67,37	76,04	43,62	34,74	63,44	43,82	27,37	26,60	53,19	31,25	16,67	71,58	73,68	
DOMINGO MIRAL	68,42	36,84	85,96	33,33	48,28	24,56	63,79	91,38	74,14	53,45	26,79	67,86	29,82	28,57	22,41	56,14	26,79	16,07	86,21	84,21	
EL PORTILLO	45,95	21,33	68,92	21,62	49,32	13,33	70,67	78,38	67,57	31,94	29,73	58,33	38,03	21,33	14,67	49,33	13,51	18,92	87,67	64,00	
ELAIOS	46,15	23,08	64,10	23,08	35,90	10,26	56,41	64,10	71,79	25,64	15,79	47,37	31,58	10,26	10,26	55,26	15,79	13,16	82,05	61,54	
EMILIO JIMENO	54,55	41,82	74,07	40,00	36,36	7,27	48,15	69,09	66,67	40,00	18,52	62,96	33,33	10,91	16,36	33,33	18,18	12,73	94,44	70,91	
FELIX AZARA	50,89	27,93	78,18	26,13	25,23	6,25	63,39	71,43	55,36	27,93	20,72	51,82	36,70	20,00	14,41	50,89	22,52	8,93	87,50	71,43	
FRANCES DE ARANDA	62,40	33,60	78,91	34,15	30,89	7,03	71,77	80,95	66,40	40,34	10,24	57,63	37,61	21,26	19,84	54,47	30,08	11,81	66,39	75,59	
GALLICUM	59,38	40,63	75,00	37,50	25,00	12,50	81,25	75,00	90,63	34,38	34,38	59,38	37,93	9,38	15,63	31,25	19,35	16,13	87,10	78,13	
GOYA	60,90	31,58	82,71	30,83	47,69	6,02	64,66	87,12	79,70	39,20	19,70	58,87	45,04	40,91	36,36	68,99	31,30	15,27	63,91	76,69	
GRANDE COVIAN	52,17	20,29	78,26	16,18	44,93	0,00	75,36	76,81	75,36	33,33	14,49	57,97	25,00	12,86	7,14	35,29	11,59	18,84	87,14	72,46	
HERMANOS ARGENSOLA	75,44	43,86	89,47	43,86	26,32	1,75	66,67	82,46	87,72	38,60	23,21	62,50	26,79	21,05	14,04	33,33	14,04	12,28	80,70	87,72	
ITACA	69,44	36,11	80,28	34,72	40,28	2,82	73,61	69,44	65,28	31,43	26,39	58,57	32,86	13,89	12,50	40,85	19,44	18,06	97,22	68,06	
J. IBANEZ MARTÍN	57,78	43,96	70,65	38,20	30,68	5,68	63,33	88,76	73,91	41,57	23,33	56,32	39,24	29,67	21,59	58,82	28,74	11,24	86,81	81,52	
J.M.BLECUA	57,45	23,40	72,92	21,28	40,43	2,13	87,23	38,30	55,32	31,91	13,33	55,56	27,66	6,25	6,38	32,61	8,70	8,33	76,60	52,17	
JOAQUIN COSTA	78,79	33,33	77,42	33,33	42,42	12,50	93,94	66,67	75,00	34,38	22,58	58,06	30,00	20,00	6,67	31,03	10,71	10,00	93,75	69,70	
JOSE MOR DE FUENTES	63,51	35,62	78,38	34,25	31,08	13,51	79,73	79,73	79,73	24,66	17,57	43,84	35,29	13,70	16,22	35,62	20,27	20,27	87,50	74,32	
JUAN DE LANUZA	66,67	37,74	77,78	35,85	46,30	5,56	81,48	75,93	79,63	38,89	24,07	57,41	30,77	11,32	9,43	29,63	7,41	9,26	92,45	70,37	
LÁZARO CARRETER	31,25	31,25	71,88	25,00	32,26	15,63	90,63	62,50	59,38	31,25	9,38	53,13	20,69	6,45	6,25	15,63	6,67	3,13	100,00	65,63	
LA LLITERA	89,66	62,07	93,10	62,07	34,48	10,34	79,31	79,31	72,41	37,93	25,00	60,71	32,00	6,90	6,90	13,79	17,24	20,69	93,10	79,31	
LOS ENLACES	27,27	4,76	72,73	4,76	40,91	4,55	65,22	36,36	50,00	22,73	18,18	27,27	13,04	4,55	4,55	27,27	13,64	18,18	95,45	59,09	
LUCAS MALLADA	44,12	26,47	70,59	26,47	27,27	0,00	54,55	75,76	73,53	23,53	33,33	54,55	19,35	11,76	8,82	44,12	14,71	23,53	94,12	64,71	
LUIS BUÑUEL	35,53	21,92	72,37	20,55	43,42	13,33	80,00	68,92	67,11	30,99	25,33	45,71	41,18	18,92	11,84	47,22	19,44	18,67	90,67	74,67	
MAR DE ARAGÓN	46,58	34,25	79,73	33,33	35,62	0,00	76,71	75,68	59,72	20,55	9,59	42,47	31,88	11,11	8,33	27,14	12,50	9,59	78,38	75,34	

CENTRO	APRO TODO	NOTAS	EDAD	EXP	PTD	HORAS	ORG HORAS	ASIS TENCIA	ASPIR	AUTOCONF	CONF	INGRES	EST PADRE	EST MADRE	PROF PADRE	PROF MADRE	HIJO UNICO	CAMBIO UNIPAD	
MARTINEZ VARGAS	70,83	33,33	79,17	33,33	20,83	4,17	70,83	79,17	83,33	37,50	4,17	45,83	13,04	8,33	29,17	20,83	8,33	87,50	95,83
MATARRAÑA	67,57	48,65	74,29	43,24	30,56	8,11	91,89	94,44	75,68	30,56	16,22	52,78	36,84	11,11	10,81	26,47	13,89	100,00	75,68
MEDINA ALBAIDA	76,12	37,31	90,91	37,31	38,81	5,97	83,33	85,07	75,76	35,38	25,37	44,62	54,69	41,79	75,76	53,85	13,85	84,85	77,61
MIGUEL CATALÁN	62,33	36,55	80,95	34,03	45,21	16,33	58,74	85,62	76,71	35,86	15,94	57,66	63,97	51,05	48,30	70,21	47,92	17,12	92,52
MIGUEL DE MOLINOS	44,12	32,35	73,53	32,35	38,24	5,88	56,25	84,85	79,41	43,75	39,39	62,50	38,24	26,47	11,76	55,88	24,24	11,76	79,41
MIRALBUENO	62,50	18,75	75,00	18,75	18,75	6,25	43,75	62,50	75,00	26,67	18,75	46,67	35,71	0,00	6,25	56,25	25,00	12,50	73,33
MONEGROS GASPÀR	83,33	43,33	83,33	43,33	25,00	0,00	66,67	80,00	83,33	36,67	17,24	58,62	26,09	10,34	3,33	23,33	16,67	10,00	93,10
PABLO GARGALLO	67,05	34,83	81,11	34,09	27,27	3,37	71,11	73,03	73,86	30,00	21,11	51,11	22,35	10,00	10,23	34,83	13,64	87,78	77,78
PABLO SERRANO	52,17	30,43	86,96	30,43	42,86	8,70	77,27	69,57	69,57	22,73	26,09	63,64	13,64	4,35	13,04	39,13	17,39	69,57	73,91
PABLO SERRANO (ANDORRA)	66,20	41,43	79,71	41,43	48,53	12,68	60,56	90,00	78,87	25,71	11,27	40,00	49,28	21,43	12,68	49,30	14,29	11,43	98,59
PEDRO CERRADA	50,00	31,58	78,38	31,58	26,32	10,53	68,42	65,79	63,16	38,89	26,32	50,00	21,05	7,89	7,89	26,32	18,92	5,26	94,59
PEDRO DE LUNA	71,43	31,25	79,37	30,16	31,25	4,76	68,75	74,60	70,31	41,27	20,31	63,49	19,35	18,75	17,19	40,63	20,31	17,46	76,56
PIGNATELLI	71,43	30,61	77,55	30,61	36,73	8,16	54,17	75,51	75,51	32,65	24,49	48,98	55,10	38,30	32,65	70,83	33,33	10,20	87,76
PILAR LORENGAR	76,92	34,62	78,21	33,33	35,90	6,41	74,36	72,73	67,53	27,27	14,29	48,68	17,57	19,23	6,41	32,05	14,29	20,51	89,74
PIRÀMIDE	58,10	23,81	88,46	22,86	25,71	4,76	77,14	86,54	63,46	28,85	11,65	50,49	34,88	16,35	17,65	34,29	23,81	9,52	89,22
PIRINEOS	55,88	32,35	67,65	32,35	26,47	8,82	70,59	73,53	64,71	27,27	11,76	45,45	29,03	11,76	20,59	52,94	26,47	11,76	84,85
PRIMO DE RIVERA	63,08	32,31	86,15	30,77	43,08	12,31	64,62	76,56	80,00	39,06	20,63	53,23	17,19	10,77	13,85	38,46	16,92	9,23	80,00
RAMÓN J.SENDER	69,77	37,78	91,11	37,21	15,56	6,67	64,44	84,44	84,44	37,78	20,00	66,67	38,64	15,56	17,78	31,11	31,11	20,00	80,00
RAMON Y CAJAL	68,00	33,33	57,78	31,11	35,56	6,67	82,22	75,00	70,45	31,82	38,64	58,14	33,33	17,78	6,67	37,78	15,56	15,56	100,00
RAMON Y CAJAL HUESCA	68,70	30,43	81,42	29,57	28,07	4,35	64,35	86,96	70,87	44,74	24,56	61,95	44,14	33,63	34,21	56,52	40,35	14,04	77,39
REYES CATÓLICOS	48,15	40,74	75,93	38,89	35,19	1,89	79,25	83,33	69,81	38,46	16,67	44,23	32,00	15,09	16,67	30,19	20,37	9,26	90,74
RÍO ARBA	85,29	47,06	97,06	47,06	42,42	2,94	97,06	91,18	88,24	39,39	26,47	54,55	38,24	5,88	20,59	44,12	17,65	17,65	100,00
RODANAS	68,00	40,00	92,00	40,00	8,00	8,00	84,00	72,00	76,00	52,00	16,00	48,00	28,00	0,00	4,00	8,00	12,00	28,00	64,00
SALVADOR VICTORIA	72,73	33,33	81,82	33,33	28,57	15,00	80,95	57,14	71,43	22,22	18,18	38,89	46,15	0,00	4,76	15,79	20,00	10,00	100,00
SAN ALBERTO MAGNO	78,57	52,38	95,24	52,38	11,90	2,38	57,14	88,10	83,33	42,86	14,63	56,10	40,63	17,07	26,83	40,48	26,19	16,67	97,56
SANTA EMERENCIANA	51,52	41,18	91,18	40,63	18,75	2,94	69,70	67,65	72,73	35,29	12,50	59,38	37,50	24,24	24,24	59,38	23,33	0,00	73,53
SANTIAGO HERNANDEZ	62,96	37,04	85,19	33,33	25,93	3,70	55,56	77,78	88,46	25,93	23,08	42,31	34,62	22,22	18,52	46,15	29,63	11,11	77,78
SEGUNDO DE CHOMÓN	59,62	32,73	72,73	34,62	25,45	9,09	72,73	62,96	61,82	20,37	18,18	46,30	39,22	13,21	16,36	40,82	20,75	12,73	77,78
SIERRA DE GUARA	70,73	36,59	82,93	36,59	41,46	4,88	87,80	85,37	82,93	41,46	31,71	65,85	50,00	30,77	19,51	55,00	26,83	14,63	80,49
SIERRA DE LA VIRGEN	59,57	27,66	82,98	27,66	21,28	0,00	73,91	60,87	72,34	36,17	28,26	52,17	29,55	4,35	4,26	35,56	4,35	6,82	97,87
SIERRA DE SAN QUILEZ	85,71	48,00	89,80	46,94	20,00	2,00	90,00	88,00	92,00	32,00	35,42	64,58	36,96	19,57	12,50	48,98	34,69	20,41	98,00
SIGLO XXI	64,71	29,41	76,47	29,41	52,94	11,76	94,12	70,59	88,24	23,53	23,53	41,18	11,76	0,00	0,00	23,53	5,88	17,65	88,24
SOBRARBE	55,56	38,89	88,89	33,33	27,78	5,56	50,00	88,89	83,33	55,56	33,33	72,22	66,67	5,88	23,53	38,89	27,78	22,22	94,44
TIEMPOS MODERNOS	78,79	33,33	69,70	33,33	18,18	6,06	60,61	81,82	84,85	45,45	39,39	54,55	53,13	30,30	18,18	60,61	21,88	3,03	84,38
TUBALCAIN	50,91	32,73	80,00	32,73	25,45	7,27	70,91	56,36	69,09	37,04	25,45	61,11	35,19	21,82	12,96	40,00	9,09	9,26	72,73
VALLE DEL JILOCA	81,82	60,00	94,29	60,61	36,36	0,00	68,57	82,86	61,76	41,18	28,57	55,88	31,25	21,88	17,65	35,29	14,29	11,43	91,43
VIRGEN DEL PILAR	51,22	21,95	52,50	21,95	32,50	14,63	65,85	60,98	70,00	26,83	22,50	55,00	47,22	30,77	25,00	65,79	30,77	27,50	80,49
ZAURIN	43,33	36,67	81,48	30,00	43,33	6,90	86,67	70,00	56,67	26,67	26,67	53,33	18,52	3,57	3,57	14,81	12,00	3,57	93,33
ZURITA	54,67	30,67	71,05	28,00	26,67	10,53	48,00	70,67	72,00	25,33	22,67	37,33	37,33	25,33	21,33	38,67	34,67	17,81	82,89

TABLA 3: VARIABLES UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE EFICIENCIA

CENTRO	APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
ANDALAN	53,13	60,35	9,73	139,53	2,0420	3,1185	2,3671
ANGEL SANZ	46,67	63,09	9,78	137,21	0,5639	2,5687	3,1377
AVEMPACE	40,19	55,46	9,96	160,17	1,1641	1,6108	3,3190
BAJO ARAGÓN	40,41	61,62	9,09	129,23	1,4559	2,3336	2,4456
BAJO CINCA	36,84	59,77	13,38	179,20	0,9560	1,9407	0,0000
BALTASAR GRACIÁN	44,83	62,26	12,90	210,66	1,1340	3,5279	1,2266
BENJAMÍN JARNES	28,38	58,77	10,39	135,64	0,4768	2,5555	0,9586
BIELLO ARAGÓN	46,55	55,05	14,00	190,71	1,9669	3,7015	0,0448
CABAÑAS	65,71	58,22	10,12	142,12	1,9837	2,6135	4,1073
CINCO VILLAS	54,76	54,69	9,84	142,51	0,8229	2,7954	2,8181
COMUNIDAD DE DAROCA	73,91	67,45	11,97	175,53	0,0834	3,0768	2,6658
CONDE ARANDA	56,25	61,29	12,46	180,11	1,0548	4,1599	3,1546
CORONA DE ARAGÓN	37,18	57,74	8,04	146,94	2,6707	3,4997	3,0637
DOMINGO MIRAL	60,00	60,36	10,57	146,25	2,1944	2,6207	4,4398
EL PORTILLO	35,79	61,10	9,01	145,14	1,7823	1,0151	2,8265
EIAIOS	44,44	61,07	8,76	128,45	1,5912	1,1896	1,6061
EMILIO JIMENO	41,79	58,21	10,21	156,74	1,2551	2,8184	3,1003
FELIX AZARA	48,76	60,88	8,26	130,44	2,0052	1,8999	1,9399
FRANCES DE ARANDA	48,98	59,87	9,27	147,13	2,3397	2,5368	2,8009
GALLICUM	31,71	53,39	13,00	205,44	1,3507	2,9364	2,4710
GOYA	51,36	62,63	7,77	127,94	3,5741	2,3017	2,8344
GRANDE COVIAN	39,58	65,37	9,13	133,63	0,8668	1,1703	3,1012
HERMANOS ARGENSOLA	63,77	60,52	9,80	145,68	1,1605	3,8222	2,9812
ÍTACA	42,86	52,95	8,99	436,94	2,6387	2,7436	2,5712
J. IBAÑEZ MARTÍN	32,11	58,64	9,80	146,77	1,4546	2,9453	2,3449
J.M.BLECUA	49,18	53,82	17,61	270,61	0,6829	1,5511	2,6709
JOAQUIN COSTA	54,29	62,73	11,49	158,92	1,0214	2,9155	2,5548
JOSE MOR DE FUENTES	53,41	58,69	9,02	128,52	1,6679	3,0389	0,8579
JUAN DE LANUZA	52,63	53,93	11,64	170,03	0,7555	2,9011	2,8678
LÁZARO CARRETER	28,57	52,57	10,98	153,68	0,1948	1,5003	2,4880
LA LLITERA	50,00	52,23	12,58	173,82	0,5233	5,8135	2,2283
LOS ENLACES	24,24	55,28	9,48	178,31	0,6101	0,0000	0,7322
LUCAS MALLADA	51,22	60,73	15,27	225,01	1,0811	1,5124	1,9671
LUIS BUÑUEL	38,46	65,02	10,99	178,66	1,8933	1,0524	1,9504
MAR DE ARAGÓN	53,75	53,32	10,63	193,53	1,0025	2,6542	0,7836
MARTÍNEZ VARGAS	39,29	53,19	13,29	196,34	1,0770	2,9654	1,8848
MATARRAÑA	41,03	61,43	11,05	163,83	1,0903	3,7345	1,6020
MEDINA ALBAIDA	53,57	58,95	9,09	130,36	4,8374	3,5848	1,0891
MIGUEL CATALÁN	44,09	61,21	7,89	129,80	4,9346	2,7687	2,0549
MIGUEL DE MOLINOS	25,49	58,95	10,91	143,08	2,0610	1,7224	3,5929
MIRALBUENO	26,09	54,57	12,20	260,87	1,5929	1,5330	1,6499
MONEGROS GASPAR	55,81	57,78	10,95	155,63	0,6316	3,9653	2,4691

TABLA 3: VARIABLES (Continuación)

CENTRO	APMAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS	CP1	CP2	CP3
PABLO GARGALLO	46,10	64,11	9,18	130,45	0,9249	2,9415	1,8848
PABLO SERRANO	40,00	62,43	10,78	174,90	0,7947	2,3169	2,5195
PABLO SERRANO (ANDORRA)	31,58	57,92	10,64	141,21	2,0575	3,5433	0,6013
PEDRO CERRADA	45,65	58,84	10,73	143,71	0,7454	2,2916	2,4898
PEDRO DE LUNA	50,00	56,55	10,08	185,97	1,3861	2,4406	3,4200
PIGNATELLI	45,98	58,83	9,94	160,97	3,8364	2,5796	1,5690
PILAR LORENGAR	46,09	61,31	9,75	144,78	0,9759	3,1000	1,4308
PIRÁMIDE	44,59	63,39	10,91	743,68	1,7334	2,1665	1,9779
PIRINEOS	33,33	55,88	11,79	178,52	2,0753	2,2866	1,1198
PRIMO DE RIVERA	48,15	58,54	10,89	161,90	0,9971	2,6206	2,7655
RAMÓN J.SENDER	38,10	63,25	11,15	161,04	1,7463	3,3435	3,1608
RAMON Y CAJAL	55,93	61,30	12,28	175,54	1,3353	1,9645	2,2916
RAMON Y CAJAL HUESCA	69,83	58,47	8,69	138,65	3,3604	2,4089	3,2310
REYES CATÓLICOS	38,57	56,57	10,37	161,73	1,4557	2,9076	1,7613
RÍO ARBA	71,11	59,83	10,55	149,00	1,5039	4,5701	2,3881
RODANAS	47,06	56,06	12,01	148,72	0,0237	3,6834	3,0875
SALVADOR VICTORIA	44,00	58,02	12,24	183,44	1,0086	3,4582	0,3471
SAN ALBERTO MAGNO	72,34	59,94	11,83	191,49	2,0718	4,7921	2,4378
SANTA EMERENCIANA	44,00	60,43	9,45	151,15	2,3373	3,0586	2,7172
SANTIAGO HERNANDEZ	41,67	64,42	9,08	149,29	2,2823	3,1553	0,8101
SEGUNDO DE CHOMÓN	19,75	56,88	10,06	139,84	1,8561	2,7112	0,7321
SIERRA DE GUARA	62,75	52,20	9,99	173,22	2,6141	2,8973	3,3570
SIERRA DE LA VIRGEN	28,57	54,97	9,91	140,29	0,4979	2,1989	2,7709
SIERRA DE SAN QUILEZ	61,67	60,15	8,94	125,42	2,0968	4,3644	2,2911
SIGLO XXI	47,83	63,04	11,93	154,09	0,0000	2,6021	1,0113
SOBRARBE	36,67	61,21	12,86	183,23	2,0801	2,6670	4,8640
TIEMPOS MODERNOS	32,69	55,54	10,52	153,32	2,7209	2,5882	2,8037
TUBALCAIN	49,23	62,68	11,62	172,88	1,3174	2,1850	3,2102
VALLE DEL JILOCA	58,97	53,79	11,82	176,16	1,3706	5,3890	2,2737
VIRGEN DEL PILAR	33,96	58,58	11,23	174,37	3,2704	0,8740	1,7523
ZAURIN	40,00	56,83	12,77	176,55	0,1427	2,4452	2,0354
ZURITA	29,73	64,25	9,20	135,02	2,5876	2,3605	0,3451
Media de todos los centros	45,45	58,94	10,74	173,13	1,5872	2,7247	2,2328

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTA	PROF	GASTOS
ANDALAN	94,42	3,14	3,56	0,83	0,00
ANGEL SANZ	97,23	1,33	1,80	0,25	0,00
AVEMPACE	84,06	9,40	10,52	0,00	14,33
BAJO ARAGÓN	97,21	8,25	1,77	0,60	0,00
BAJO CINCA	88,61	37,07	7,68	1,41	3,67
BALTASAR GRACIÁN	92,31	29,08	5,19	0,93	35,13
BENJAMÍN JARNES	89,77	12,84	6,70	1,12	0,00
BIELLO ARAGÓN	81,62	27,36	12,40	2,03	15,18
CABAÑAS	96,03	2,71	2,41	0,74	0,00
CINCO VILLAS	86,61	8,47	8,46	0,19	0,00
COMUNIDAD DE DAROCA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CONDE ARANDA	90,87	17,66	6,16	0,49	4,58
CORONA DE ARAGÓN	91,39	11,83	5,44	0,00	17,86
DOMINGO MIRAL	94,57	3,44	3,47	0,78	0,00
EL PORTILLO	93,83	4,88	4,02	0,00	12,03
ELAIOS	97,04	5,85	1,86	0,71	0,00
EMILIO JIMENO	87,98	10,84	7,95	0,00	7,18
FELIX AZARA	96,30	1,87	2,34	0,00	0,00
FRANCES DE ARANDA	92,46	4,00	4,88	0,00	5,44
GALLICUM	79,15	42,20	14,06	1,03	29,91
GOYA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GRANDE COVIAN	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
HERMANOS ARGENSOLA	96,48	2,33	2,21	0,00	0,00
ÍTACA	82,23	9,26	11,44	0,00	298,09
J. IBÁÑEZ MARTÍN	89,03	15,61	7,22	0,00	3,21
J.M.BLECUA	79,79	24,73	13,63	5,64	95,08
JOAQUIN COSTA	94,15	6,01	3,90	0,65	0,00
JOSE MOR DE FUENTES	94,97	2,83	3,11	0,65	0,00
JUAN DE LANUZA	80,28	16,78	13,25	0,05	0,00
LÁZARO CARRETER	79,21	27,43	13,80	0,49	0,00
LA LLITERA	77,53	22,51	15,14	0,73	0,00
LOS ENLACES	84,24	19,51	10,34	0,00	39,59
LUCAS MALLADA	90,04	22,69	6,72	3,30	49,48
LUIS BUÑUEL	97,43	23,63	1,71	0,00	17,56
MAR DE ARAGÓN	80,86	12,72	12,62	0,00	33,24
MARTÍNEZ VARGAS	78,86	34,62	14,26	1,32	20,81
MATARRAÑA	91,99	21,76	5,35	0,00	1,87
MEDINA ALBAIDA	94,91	2,87	3,16	0,63	0,00
MIGUEL CATALÁN	97,33	6,16	1,68	0,00	1,32
MIGUEL DE MOLINOS	89,54	21,83	6,89	1,14	0,00
MIRALBUENO	80,90	47,82	12,88	0,23	85,34
MONEGROS GASPAS	88,03	7,59	7,86	0,54	0,00

TABLA 4: ÍNDICES Y SLACKS EN EL DEA INICIAL (Continuación)

CENTRO	SCORE	SLACKS			
		APMAT	NOTA	PROF	GASTOS
PABLO GARGALLO	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PABLO SERRANO	93,77	19,54	4,15	0,00	16,91
PABLO SERRANO (ANDORRA)	88,10	14,21	7,83	1,00	0,00
PEDRO CERRADA	89,82	5,17	6,67	0,83	0,00
PEDRO DE LUNA	86,15	8,04	9,09	0,00	34,72
PIGNATELLI	89,37	5,47	7,00	0,00	14,37
PILAR LORENGAR	93,35	3,29	4,37	0,00	0,84
PIRÁMIDE	95,07	16,57	3,29	0,00	583,71
PIRINEOS	83,01	38,43	11,44	0,00	5,61
PRIMO DE RIVERA	87,82	12,71	8,12	0,00	2,29
RAMÓN J.SENDER	94,78	23,94	3,48	0,16	0,00
RAMON Y CAJAL	90,88	17,98	6,15	0,31	0,01
RAMON Y CAJAL HUESCA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
REYES CATÓLICOS	85,35	15,99	9,71	0,00	9,82
RÍO ARBA	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
RODANAS	85,29	8,12	9,67	1,76	0,00
SALVADOR VICTORIA	86,02	29,91	9,43	0,27	7,91
SAN ALBERTO MAGNO	98,10	1,40	7,14	0,00	17,49
SANTA EMERENCIANA	92,47	3,58	4,92	0,00	10,68
SANTIAGO HERNANDEZ	98,91	0,46	0,71	0,00	14,82
SEGUNDO DE CHOMÓN	86,60	24,91	8,80	0,51	0,00
SIERRA DE GUARA	87,83	8,70	9,83	0,00	19,95
SIERRA DE LA VIRGEN	83,67	16,46	10,73	0,33	0,00
SIERRA DE SAN QUILEZ	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SIGLO XXI	94,96	8,51	3,35	1,41	0,00
SOBRARBE	90,75	37,24	6,24	0,89	7,70
TIEMPOS MODERNOS	83,71	23,02	10,81	0,06	0,00
TUBALCAIN	93,28	20,53	4,52	0,00	2,41
VALLE DEL JILOCA	80,16	14,59	13,31	0,00	2,32
VIRGEN DEL PILAR	87,55	31,01	8,33	0,00	9,75
ZAURIN	84,25	33,91	10,62	0,80	1,02
ZURITA	98,21	10,65	1,17	0,00	0,42
Media	90,39				

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
ANDALAN	0,00	0,00	0,00	0,00
ANGEL SANZ	1,33	1,80	0,25	0,00
AVEMPACE	0,00	0,00	0,00	0,00
BAJO ARAGÓN	0,00	0,00	0,00	0,00
BAJO CINCA	37,07	7,68	1,41	3,67
BALTASAR GRACIÁN	5,83	1,69	0,30	2,68
BENJAMÍN JARNES	12,84	6,70	1,12	0,00
BIELLO ARAGÓN	27,36	12,40	2,03	15,18
CABAÑAS	0,00	0,00	0,00	0,00
CINCO VILLAS	8,47	8,46	0,19	0,00
COMUNIDAD DE DAROCA	0,00	0,00	0,00	0,00
CONDE ARANDA	0,00	0,00	0,00	0,00
CORONA DE ARAGÓN	0,07	0,10	0,00	0,02
DOMINGO MIRAL	0,00	0,00	0,00	0,00
EL PORTILLO	2,59	1,37	0,00	5,25
ELAIOS	5,85	1,86	0,71	0,00
EMILIO JIMENO	0,01	0,01	0,00	0,01
FELIX AZARA	1,87	2,34	0,00	0,00
FRANCES DE ARANDA	2,47	1,31	0,00	5,02
GALLICUM	0,00	0,00	0,00	0,00
GOYA	0,00	0,00	0,00	0,00
GRANDE COVIAN	0,00	0,00	0,00	0,00
HERMANOS ARGENSOLA	0,00	0,00	0,00	0,00
ÍTACA	0,00	0,00	0,00	0,00
J. IBAÑEZ MARTÍN	0,00	0,00	0,00	0,00
J.M.BLECUA	1,54	0,61	0,26	0,00
JOAQUIN COSTA	0,00	0,00	0,00	0,00
JOSE MOR DE FUENTES	2,83	3,11	0,65	0,00
JUAN DE LANUZA	16,78	13,25	0,05	0,00
LÁZARO CARRETER	27,43	13,80	0,49	0,00
LA LLITERA	22,51	15,14	0,73	0,00
LOS ENLACES	19,51	10,34	0,00	39,59
LUCAS MALLADA	4,49	1,43	0,55	0,02
LUIS BUÑUEL	23,63	1,71	0,00	17,56
MAR DE ARAGÓN	12,72	12,62	0,00	33,24
MARTÍNEZ VARGAS	0,00	0,00	0,00	0,00
MATARRAÑA	2,47	1,29	0,00	1,87
MEDINA ALBAIDA	2,87	3,16	0,63	0,00
MIGUEL CATALÁN	0,00	0,00	0,00	0,00
MIGUEL DE MOLINOS	0,00	0,00	0,00	0,00
MIRALBUENO	6,63	1,79	0,03	5,32
MONEGROS GASPAR	7,59	7,86	0,54	0,00

TABLA 5: TARGETS OBTENIDOS EN LA SEGUNDA ETAPA DEL MODELO DE TRES ETAPAS (Continuación)

CENTRO	AP/MAT	NOTAPAU	PROF	GASTOS
PABLO GARGALLO	0,00	0,00	0,00	0,00
PABLO SERRANO	8,87	0,64	0,00	6,59
PABLO SERRANO (ANDORRA)	14,21	7,83	1,00	0,00
PEDRO CERRADA	5,17	6,67	0,83	0,00
PEDRO DE LUNA	0,00	0,00	0,00	0,00
PIGNATELLI	5,24	0,46	0,00	2,32
PILAR LORENGAR	3,29	4,37	0,00	0,84
PIRÁMIDE	8,65	2,27	0,00	6,61
PIRINEOS	9,15	1,69	0,00	3,58
PRIMO DE RIVERA	0,52	0,06	0,00	0,02
RAMÓN J.SENDER	0,00	0,00	0,00	0,00
RAMON Y CAJAL	0,84	0,76	0,04	0,00
RAMON Y CAJAL HUESCA	0,00	0,00	0,00	0,00
REYES CATÓLICOS	0,86	0,09	0,00	0,03
RÍO ARBA	0,00	0,00	0,00	0,00
RODANAS	6,09	2,40	1,01	0,00
SALVADOR VICTORIA	29,91	9,43	0,27	7,91
SAN ALBERTO MAGNO	0,13	0,21	0,00	4,29
SANTA EMERENCIANA	0,08	0,12	0,00	2,48
SANTIAGO HERNANDEZ	0,46	0,71	0,00	14,82
SEGUNDO DE CHOMÓN	24,91	8,80	0,51	0,00
SIERRA DE GUARA	2,67	0,29	0,00	0,11
SIERRA DE LA VIRGEN	16,46	10,73	0,33	0,00
SIERRA DE SAN QUILEZ	0,00	0,00	0,00	0,00
SIGLO XXI	8,51	3,35	1,41	0,00
SOBRARBE	0,00	0,00	0,00	0,00
TIEMPOS MODERNOS	0,00	0,00	0,00	0,00
TUBALCAIN	0,00	0,00	0,00	0,00
VALLE DEL JILOCA	1,63	2,17	0,00	0,42
VIRGEN DEL PILAR	31,01	8,33	0,00	9,75
ZAURIN	12,45	5,76	0,55	0,70
ZURITA	10,65	1,17	0,00	0,42

TABLA 6. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS DIFERENTES MODELOS

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
ANDALAN	94,42	94,43	91,22	90,99	94,42	91,11	92,54
ANGEL SANZ	97,23	100,00	88,51	88,99	100,00	97,12	97,14
AVEMPACE	84,06	84,32	89,61	90,09	84,05	82,92	83,35
BAJO ARAGÓN	97,21	98,35	90,14	90,01	97,21	97,13	97,28
BAJO CINCA	88,61	100,00	89,23	87,64	100,00	87,07	87,62
BALTASAR GRACIÁN	92,31	95,94	89,55	89,00	94,81	90,45	91,13
BENJAMÍN JARNES	89,77	100,00	88,35	87,76	100,00	90,26	90,07
BIELLO ARAGÓN	81,62	100,00	91,08	89,32	100,00	78,28	79,51
CABAÑAS	96,03	100,00	91,11	91,85	96,03	92,16	94,18
CINCO VILLAS	86,61	100,00	88,98	89,35	100,00	87,24	87,03
COMUNIDAD DE DAROCA	100,00	100,00	87,62	88,15	100,00	100,00	100,00
CONDE ARANDA	90,87	90,87	89,41	90,07	90,87	89,15	89,78
CORONA DE ARAGÓN	91,39	100,00	92,37	92,41	91,55	91,59	91,52
DOMINGO MIRAL	94,57	95,35	91,50	92,27	94,57	89,25	91,35
EL PORTILLO	93,83	98,62	90,74	91,12	95,94	92,48	92,97
EIAIOS	97,04	100,00	90,39	90,08	100,00	98,54	97,79
EMILIO JIMENO	87,98	87,98	89,77	90,40	87,99	86,62	87,12
FELIX AZARA	96,30	100,00	91,15	90,68	100,00	100,00	98,35
FRANCES DE ARANDA	92,46	92,49	91,77	91,50	94,65	90,31	91,27
GALLICUM	79,15	79,55	89,95	90,12	79,15	76,90	77,73
GOYA	100,00	100,00	94,03	93,19	100,00	100,00	100,00
GRANDE COVIAN	100,00	100,00	89,06	89,59	100,00	100,00	100,00
HERMANOS ARGENSOLA	96,48	100,00	89,60	90,15	96,48	96,39	96,46
ÍTACA	82,23	82,36	92,31	91,84	82,23	79,18	80,54
J. IBAÑEZ MARTÍN	89,03	89,39	90,14	89,99	89,03	87,50	88,06
J.M.BLECUA	79,79	97,45	88,72	89,09	80,70	78,71	79,11
JOAQUIN COSTA	94,15	94,33	89,35	89,58	94,15	92,99	93,41
JOSE MOR DE FUENTES	94,97	100,00	90,53	89,44	100,00	98,27	96,59
JUAN DE LANUZA	80,28	80,28	88,86	89,50	100,00	79,20	79,59
LÁZARO CARRETER	79,21	100,00	87,83	88,19	100,00	79,57	79,43
LA LLITERA	77,53	78,18	88,43	88,46	100,00	76,77	77,05
LOS ENLACES	84,24	100,00	88,59	87,59	100,00	84,32	84,28
LUCAS MALLADA	90,04	100,00	89,45	89,32	92,16	88,27	88,92
LUIS BUÑUEL	97,43	100,00	90,95	90,40	99,99	94,67	95,68
MAR DE ARAGÓN	80,86	100,00	89,31	88,25	100,00	83,23	82,24
MARTÍNEZ VARGAS	78,86	80,14	89,45	89,27	78,86	77,07	77,73
MATARRAÑA	91,99	93,33	89,47	88,96	93,92	90,61	91,11
MEDINA ALBAIDA	94,91	99,08	96,35	93,55	99,99	87,55	90,55
MIGUEL CATALÁN	97,33	100,00	96,53	94,00	97,33	93,92	95,22
MIGUEL DE MOLINOS	89,54	89,54	91,25	91,83	89,53	86,91	87,89
MIRALBUENO	80,90	84,32	90,39	89,80	83,56	78,23	79,21
MONEGROS GASPAR	88,03	88,03	88,63	89,01	100,00	86,71	87,11

	DEA INICIAL	MODELO BM	MODELO REGRESIÓN	MODELO SW	MODELO 3 ETAPAS	MODELO 4 ETAPAS ORIGINAL	MODELO 4 ETAPAS BOOTSTRAP
PABLO GARGALLO	100,00	100,00	89,17	88,92	100,00	100,00	100,00
PABLO SERRANO	93,77	94,07	88,93	89,32	94,72	93,04	93,30
PABLO SERRANO (AND)	88,10	90,06	91,25	89,83	100,00	85,52	86,47
PEDRO CERRADA	89,82	89,96	88,84	89,20	99,99	89,40	89,54
PEDRO DE LUNA	86,15	86,15	90,01	90,74	86,14	84,14	85,10
PIGNATELLI	89,37	90,85	94,51	92,85	90,49	83,29	85,45
PILAR LORENGAR	93,35	97,24	89,26	88,77	99,99	93,37	93,30
PIRÁMIDE	95,07	96,22	90,65	90,40	98,46	92,61	93,51
PIRINEOS	83,01	85,88	91,28	90,27	85,51	79,55	80,81
PRIMO DE RIVERA	87,82	87,85	89,30	89,65	87,90	86,64	87,07
RAMÓN J. SENDER	94,78	94,78	90,68	91,05	94,78	92,26	93,19
RAMON Y CAJAL	90,88	97,42	89,92	89,91	92,01	88,67	89,48
RAMON Y CAJAL (HUE)	100,00	100,00	93,64	93,03	100,00	100,00	100,00
REYES CATÓLICOS	85,35	85,95	90,14	89,70	85,48	83,54	84,21
RÍO ARBA	100,00	100,00	90,23	90,39	100,00	99,98	99,82
RODANAS	85,29	100,00	87,51	88,13	89,78	85,64	85,32
SALVADOR VICTORIA	86,02	100,00	89,32	88,05	100,00	84,38	84,97
SAN ALBERTO MAGNO	98,10	100,00	91,27	90,82	98,28	85,75	90,01
SANTA EMERENCIANA	92,47	92,59	91,76	91,51	92,65	89,16	90,25
SANTIAGO HERNANDEZ	98,91	100,00	91,66	90,34	99,99	97,08	97,71
SEGUNDO DE CHOMÓN	86,60	88,60	90,88	89,66	100,00	84,42	85,22
SIERRA DE GUARA	87,83	87,83	92,27	92,35	91,56	81,13	82,79
SIERRA DE LA VIRGEN	83,67	100,00	88,38	89,02	100,00	83,90	83,81
SIERRA DE SAN QUILEZ	100,00	100,00	91,32	91,14	100,00	100,00	100,00
SIGLO XXI	94,96	100,00	87,47	86,71	100,00	95,79	95,48
SOBRARBE	90,75	91,35	91,29	92,28	90,75	87,23	88,51
TIEMPOS MODERNOS	83,71	83,76	92,47	91,99	83,71	79,57	81,09
TUBALCAIN	93,28	94,29	89,89	90,51	93,27	91,24	91,98
VALLE DEL JILOCA	80,16	84,36	89,99	90,00	83,16	77,65	78,46
VIRGEN DEL PILAR	87,55	93,18	93,47	92,12	99,99	82,20	84,16
ZAURIN	84,25	88,52	87,73	87,87	92,79	84,13	84,17
ZURITA	98,21	100,00	92,22	90,80	100,00	95,00	96,18
Eficiencia media	90,39	94,26	90,38	90,14	94,74	88,72	89,31