

La relación entre el consumo privado de España e Italia. Un enfoque econométrico

An econometric analysis of the relationship between Spanish and Italian private consumption

Dr. Agustín ALONSO RODRÍGUEZ
Real Centro Universitario
“Escorial- María Cristina”
San Lorenzo del Escorial

Resumen: En este trabajo se establece un modelo vectorial autorregresivo para la relación entre el consumo privado trimestral de España e Italia. Tras una breve presentación de los modelos *VAR*, se estima un *VAR(1)* para los cambios porcentuales de ambas series de valores.

Abstract: In this paper, a *VAR* model is estimated for the percentage change in quarterly private consumption of Spain and Italy. After a brief presentation of *VAR* models, a *VAR(1)* is estimated for both time series.

Palabras clave: Enfoque econométrico, modelos *VAR*, datos del consumo privado de España e Italia, cambios porcentuales trimestrales, FRED, OCDE, paquetes estadísticos: R, fpp2, vars.

Keywords: Econometric analysis, VAR models, private consumption time series of Spain and Italy, quarterly percentage changes, FRED, OCDE, statistical packages: R, fpp2, vars.

Sumario:

- I. **Introducción.**
- II. **Modelos vectoriales de regression.**
- III. **Modelos *VAR*.**
- IV. **Modelo *VAR(1)*.**

- V. Predicción con modelos *VAR*.**
- VI. Los datos.**
- VII. Modelos.**
- VIII. Análisis de los residuos.**
- IX. Predicción.**
- X. A manera de conclusiones.**
- XI. Bibliografía.**

Recibido: septiembre 2022.

Aceptado: noviembre 2022.

I. INTRODUCCIÓN

En este artículo se estudian, en el ámbito econométrico, la relación en el consumo privado entre las economías de España e Italia, dos culturas aparentemente muy parecidas.

Para este estudio, se emplea un modelo vectorial de regresión: un modelo VAR.

Lo muestra de datos esta tomada de la base de datos del *Federal Reserve Bank* de Estados Unidos. Datos a su vez tomados de la Base de datos de la OCDE, con fecha 14 de mayo de 2022. Son datos desestacionalizados, desde el primer trimestre de 1995, hasta el cuarto trimestre del 2021, en miles de millones de euros.

II. MODELOS VECTORIALES DE REGRESIÓN

En cualquier modelo de regresión, la relación es unidireccional, en cuanto que la variable a predecir viene afectada por las variables predictoras, pero no viceversa. Sin embargo, hay ocasiones en las que interesa señalar la múltiple relación entre todas las variables.

Este es el marco de referencia en los modelos VAR: todas las variables son tratadas de manera simétrica. Con un lenguaje más formal, se puede decir que todas las variables se consideran endógenas.

Tras lo dicho, en lugar de una variable y_t a explicar, ahora tenemos su desdoble, mínimo, en dos variables: $y_{1,t}$ e $y_{2,t}$

$y_{1,t}$ indica la observación t -ésima de la variable y_1 , aquí la serie del consumo privado en España.

$y_{2,t}$ indica la t -ésima observación de la variable y_2 , aquí la serie del consumo privado de Italia.

III. MODELOS VAR

Un modelo VAR(p) es una generalización del modelo univariante autorregresivo para series temporales. Una modelización general más flexible viene representada por un modelo $VARMA(p,q)$. Sin embargo, la simplicidad del modelo VAR es la dominante en las aplicaciones.

Por claridad expositiva, consideremos un VAR con dos variables y un retardo en las variables, es decir un VAR(1)

IV. MODELO VAR(1)

En formato matricial podemos expresar un modelo $VAR(1)$ como

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + e_t \quad (1)$$

que podemos desplegar como:

$$\begin{pmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{1,11} & \phi_{1,12} \\ \phi_{1,21} & \phi_{1,22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{pmatrix} \quad (2)$$

O si se prefiere:

$$y_{1,t} = \phi_{10} + \phi_{1,11} y_{1,t-1} + \phi_{1,12} y_{2,t-1} + e_{1,t} \quad (3)$$

$$y_{2,t} = \phi_{20} + \phi_{1,21} y_{1,t-1} + \phi_{1,22} y_{2,t-1} + e_{2,t} \quad (4)$$

siendo $e_{1,t}$ y $e_{2,t}$ procesos *ruido blanco* posiblemente correlacionados contemporáneamente. El coeficiente $\phi_{1,12}$ indica la dependencia lineal de $y_{1,t}$ en $y_{2,t-1}$, en presencia de $y_{1,t-1}$. Y el coeficiente $\phi_{1,21}$ mide la relación lineal entre $y_{2,t}$ e $y_{1,t-1}$ en presencia de $y_{2,t-1}$

Como resalta Tsay (2014, p. 28), la formulación matricial del modelo permite ilustrar el denominado *principio de causalidad de Granger*.

Si los elementos de *fuera* de la diagonal principal de ϕ_1 son cero, es decir $\phi_{1,12} = \phi_{1,21} = 0$, entonces las series $y_{1,t}$ e $y_{2,t}$ no están dinámicamente correlacionadas, en cuyo caso, cada serie sigue un modelo univariante $AR(1)$, modelizable como todo modelo $AR()$.

En este caso, las series se dicen *no acopladas*.

Por otro lado si $\phi_{1,12} = 0$, pero $\phi_{1,21} \neq 0$, entonces tenemos

$$\begin{aligned}y_{1,t} &= \phi_{10} + \phi_{1,11}y_{1,t-1} + e_{1,t} \\y_{2,t} &= \phi_{20} + \phi_{1,21}y_{1,t-1} + \phi_{1,22}y_{2,t-1} + e_{2,t}\end{aligned}$$

Es decir, $y_{1,t}$ no depende de los valores pasados de $y_{2,t}$ pero $y_{2,t}$ sí depende de los valores pasados de $y_{1,t}$, lo que en *econometría* es un ejemplo ilustrativo del principio de causalidad de Granger, que permite afirmar que $y_{1,t}$ causa $y_{2,t}$ pero $y_{1,t}$ no está causada por $y_{2,t}$

Tsay (2014, p. 29) señala que para el bivalente *VAR(1)* si la matriz de varianza-covarianzas $\hat{\Sigma}_e$ no es diagonal, entonces $y_{1,t}$ e $y_{2,t}$ están instantáneamente correlacionadas o contemporáneamente correlacionadas, en cuyo caso, se da la *causalidad de Granger* de forma instantánea. O en otras palabras, la causalidad instantánea opera en ambos sentidos.

V. PREDICCIÓN CON MODELOS VAR

La predicción en un modelo VAR se hace de forma recursiva para cada una de las variables presentes en el sistema.

Sea el VAR(1) aquí tratado.

La predicción un periodo hacia adelante es generada como

$$\begin{aligned}\hat{y}_{1,T+1|T} &= \hat{\phi}_{10} + \hat{\phi}_{1,11}y_{1,T} + \hat{\phi}_{1,12}y_{2,T} \\ \hat{y}_{2,T+1|T} &= \hat{\phi}_{20} + \hat{\phi}_{1,21}y_{1,T} + \hat{\phi}_{1,22}y_{2,T}\end{aligned}$$

y la predicción dos periodos hacia adelante

$$\begin{aligned}\hat{y}_{1,T+2|T} &= \hat{\phi}_{10} + \hat{\phi}_{1,11}\hat{y}_{1,T+1} + \hat{\phi}_{1,12}\hat{y}_{2,T+1} \\ \hat{y}_{2,T+2|T} &= \hat{\phi}_{20} + \hat{\phi}_{1,21}\hat{y}_{1,T+1} + \hat{\phi}_{1,22}\hat{y}_{2,T+1}\end{aligned}$$

expresiones que se corresponden con (3) y (4) tras igualar a cero los respectivos términos de error, y la predicción se logra al reemplazar los parámetros por sus estimaciones y los valores desconocidos de $y_{1,t}$ e $y_{2,t}$ por sus valores y predicciones.

VI. LOS DATOS

Cargamos los datos. En la siguiente tabla aparecen las primeras seis filas de observaciones, siendo *c.esp* la serie del consumo privado de España, y *c.it*, la serie del consumo privado de Italia.

##	date	c.esp	c.it
## 1	1995-01-01	6.8899e+10	141191200000
## 2	1995-04-01	6.9796e+10	143897000000
## 3	1995-07-01	7.0561e+10	147309900000
## 4	1995-10-01	7.1650e+10	149118100000
## 5	1996-01-01	7.2124e+10	150994600000
## 6	1996-04-01	7.3706e+10	152400700000

En la figura 1, aparecen representadas ambas series.

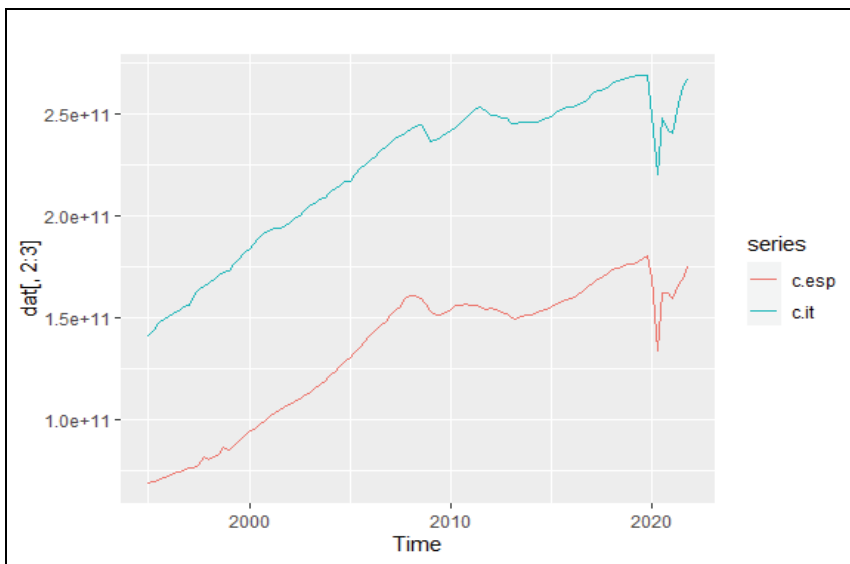


Figura 1: Consumo privado de España e Italia: 1995 - 2021

Ambas series presentan un comportamiento creciente, y casi en paralelo, evidenciando claramente el efecto del *covid*.

Para continuar el análisis y facilitar las interpretaciones, transformamos ambas series en cambios porcentuales. En la figura 2, aparecen las series transformadas.

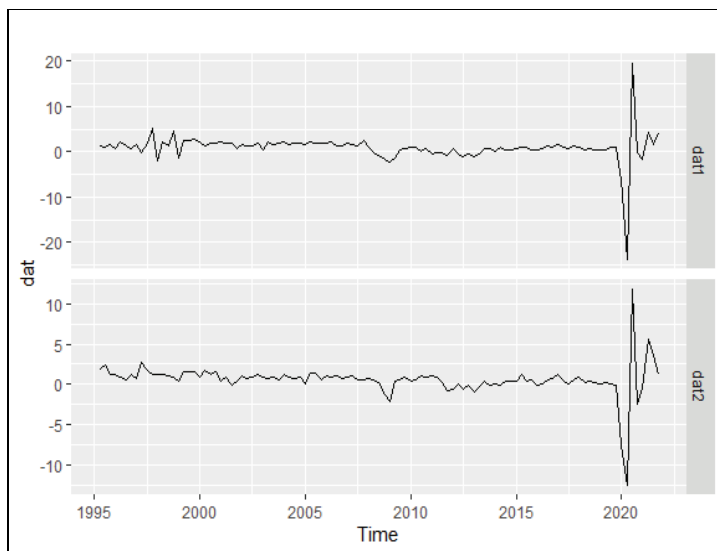


Figura 2: Las series en cambios porcentuales

En la siguiente tabla, aparecen las primeras seis filas de las series transformadas: *dat1* corresponde al caso español, *dat2* corresponde al caso italiano.

##		dat1	dat2
##	1995 Q2	1.2935037	1.8982766
##	1995 Q3	1.0900882	2.3440765
##	1995 Q4	1.5315570	1.2200078
##	1996 Q1	0.6593706	1.2505465
##	1996 Q2	2.1697347	0.9269162
##	1996 Q3	1.3717119	0.5421603

Señalar que las escalas de esta figura 2 son distintas, lo que se traduce que la serie de cambios porcentuales española es más variante que la serie italiana.

VII. MODELOS

Con ayuda del paquete *vars*, comenzamos utilizando los *criterios de información* para identificar el modelo más apropiado a nuestros datos.

```
VARselect(dat,lag.max=8,type = "const")["selection"]]
```

##	AIC(n)	HQ(n)	SC(n)	FPE(n)
##	6	1	1	6

Este resultado muestra una gran disparidad de modelos sugeridos. Mientras el criterio *AIC* selecciona un *VAR(6)*, el criterio *BIC* selecciona un *VAR(1)*. No es algo inusual. Acudiendo al denominado *principio de parsimonia: un modelo cuanto más simple, mejor*, nos quedamos con un *VAR(1)* como el preferible.

El resultado de su estimación se muestra en la siguiente tabla

```

Series: c.esp, c.it
Model: VAR(1) w/ mean

Coefficients for c.esp:
      lag(c.esp,1) lag(c.it,1) constant
      -1.2577      1.8284      0.8542
s.e.      0.1916      0.3055      0.2851

Coefficients for c.it:
      lag(c.esp,1) lag(c.it,1) constant
      -0.7712      1.0494      0.6154
s.e.      0.1200      0.1914      0.1786

Residual covariance matrix:
      c.esp  c.it
c.esp  7.9686  4.3107
c.it   4.3107  3.1280

log likelihood = -395.69
AIC = 811.39    AICc = 813.7    BIC = 838.02

```

Lo que nos permite escribir en formato ecuacional, en correspondencia con (3) y (4)

$$y_{1,t} = 0.8542 - 1.2577y_{1,t-1} + 1.8284y_{2,t-1} + \hat{\epsilon}_{1,t} \quad (5)$$

(0.2851) (0.1916) (0.3055)

$$y_{2,t} = 0.6154 - 0.7712y_{1,t-1} + 1.0494y_{2,t-1} + \hat{\epsilon}_{2,t} \quad (6)$$

(0.1786) (0.1200) (0.1914)

entre paréntesis los errores estandar de los coeficientes. Todos los coeficientes esimados son estadísticamente significativos al nivel de significación usual.

Por lo que respecta la matriz de varianzas y covarianzas residual estimada, tenemos

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 7.9686 & 4.3107 \\ 4.3107 & 3.1280 \end{pmatrix}$$

Matriz *no-diagonal*, con las consecuencias enumeradas por Tsay, anteriormente.

VIII. ANÁLISIS DE LOS RESIDUOS

Antes de entrar en otras disquisiciones, analicemos los residuos de los modelos estimados. Los primeros valores aparecen en la tabla siguiente: *dat1* residuos del *modelo1*, el correspondiente a España, y *dat2* los residuos del *modelo2*, el correspondiente a Italia.

##	dat1	dat2
## 1	-1.6081425	0.7341219
## 2	-2.2376285	-1.0146466
## 3	-0.4992876	0.5359612
## 4	-0.1417298	-0.4923190
## 5	1.5516020	0.6272938
## 6	0.5824852	1.1347183

Para el modelo español, en la figura 3, tenemos su despliegue, y el de su función de autocorrelación.

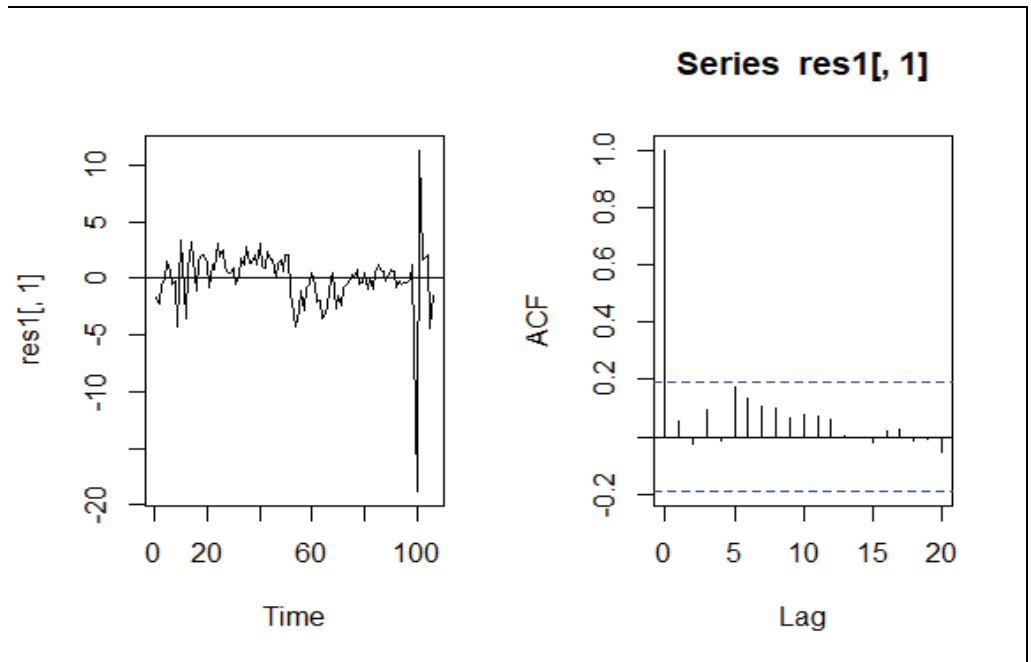


Figura 3, Residuos del modelo 1

Para el modelo italiano, el *modelo2*, tenemos en la figura 4, su despliegue y el de su función de autocorrelación.

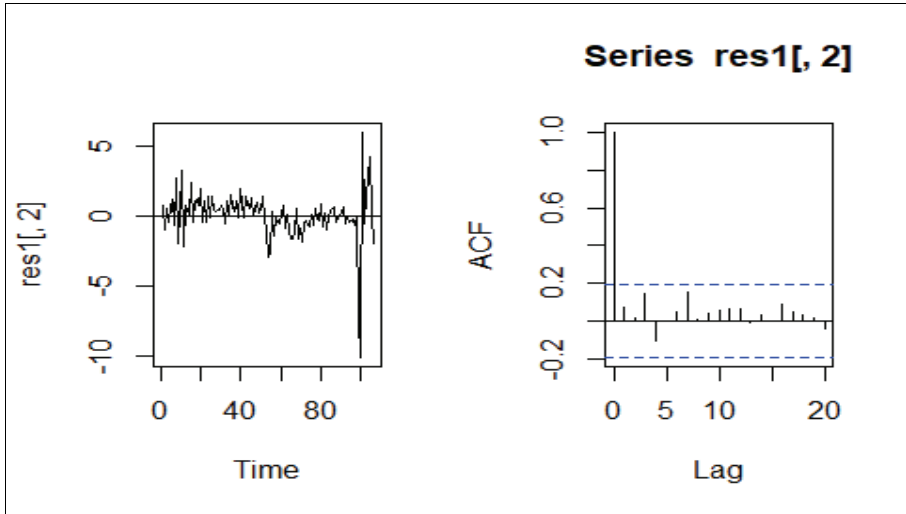


Figura 4, Residuos del modelo2.

A simple vista, los residuos muestran heteroscedasticidad y ausencia de autocorrelación serial. En estas circunstancias, los coeficientes estimados son insesgados, consistentes, pero ineficientes.

Dado que la matriz de varianzas y covarianzas residual estimada no es diagonal, no podemos aplicar otras funciones útiles para el caso de los modelos *VAR*, por lo que pasamos directamente a la predicción con nuestro modelo estimado.

IX. PREDICCIÓN

Antes de presentar las predicciones, observemos los valores de los últimos cuatrimestre de nuestras series. Estan en la siguiente tabla.

##		dat1	dat2
##	2020 Q3	19.3552767	11.8040492
##	2020 Q4	-0.2472189	-2.4783487
##	2021 Q1	-1.6053707	-0.4162084
##	2021 Q2	4.1768957	5.6132141
##	2021 Q3	1.4738291	3.5209469
##	2021 Q4	3.8960305	1.1618110

Los datos muestran una gran variabilidad.

Pasemos a las predicciones.

Sea la predicción de los 10 cuatrimestres futuros, dos años y medio. En la figura 5, tenemos la representación de las series transformadas y de sus predicciones

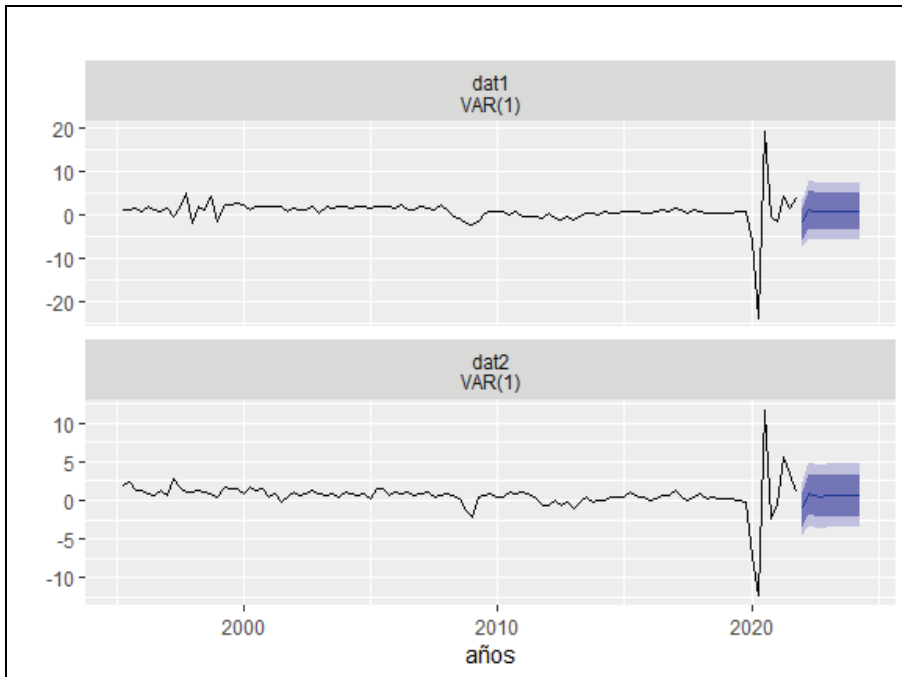


Figura 5: series transformadas y predicciones

Viniendo recogidas las predicciones en la siguiente tabla

```
## dat1
##          Point Forecast Lo 80      Hi 80      Lo 95      Hi 95
## 2022 Q1 -1.9216020    -5.539266  1.696062 -7.454342  3.611138
## 2022 Q2  1.1320048     -3.157926  5.421936 -5.428879  7.692888
## 2022 Q3  1.0203676     -3.293388  5.334123 -5.576952  7.617687
## 2022 Q4  0.7683547     -3.547997  5.084707 -5.832936  7.369645
## 2023 Q1  0.8309126     -3.485869  5.147694 -5.771035  7.432861
## 2023 Q2  0.8405994     -3.476191  5.157389 -5.761361  7.442560
## 2023 Q3  0.8329424     -3.483851  5.149736 -5.769023  7.434908
## 2023 Q4  0.8336641     -3.483129  5.150458 -5.768302  7.435630
## 2024 Q1  0.8342040     -3.482590  5.150998 -5.767762  7.436170
## 2024 Q2  0.8340265     -3.482767  5.150820 -5.767940  7.435993
##
```

##	dat2	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
##	2022 Q1	-1.1698929	-3.436478	1.096693	-4.636336	2.296550
##	2022 Q2	0.8695345	-1.798678	3.537747	-3.211145	4.950214
##	2022 Q3	0.6549126	-2.036655	3.346480	-3.461485	4.771310
##	2022 Q4	0.5157745	-2.176956	3.208505	-3.602402	4.633951
##	2023 Q1	0.5641040	-2.128940	3.257148	-3.554551	4.682759
##	2023 Q2	0.5665796	-2.126472	3.259631	-3.552087	4.685246
##	2023 Q3	0.5617072	-2.131346	3.254760	-3.556962	4.680377
##	2023 Q4	0.5624990	-2.130554	3.255552	-3.556171	4.681169
##	2024 Q1	0.5627733	-2.130280	3.255827	-3.555896	4.681443
##	2024 Q2	0.5626448	-2.130409	3.255698	-3.556025	4.681314

X. A MANERA DE CONCLUSIONES

A la vista de los resultados de la última tabla, cabe hacer los siguientes comentarios.

1.- La predicción del primer cuatrimestre del año 2022, muestra un valor negativo de 1.92% para el caso español, y de 1.17% para el caso italiano.

2.- Para el segundo cuatrimestre del año 2022, la variación porcentual pasa a ser positiva, siendo 1.13% para el caso español, y 0.87% para el italiano.

3.- Las siguientes predicciones son positivas para ambas economías, pero siendo mayores para los porcentajes para consumo privado español que para el italiano.

4.- Como economías del Mediterráneo, muestran un comportamiento, y en paralelo parecido.

XI. BIBLIOGRAFÍA

- ALONSO RODRIGUEZ, A., “La predicción de series temporales mediante el modelo de regression”, en *Anuario Jurídico y Económico Escurialense*, LIV (2021) 501-520.
- FRED, Federal Reserve Economic Data, <https://fred.stlouisfed.org>.
- HAMILTON, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1994.

- HYNDMAN, R. J., y ATHANASOPOULOS, G., *Forecasting, Principles and Practice*, segunda edición, OTexts, 2018. Paquete estadístico: *fpp2*.
- HYNDMAN, R. J. y ATHANASOPOULOS, G., *Forecasting, Principles and Practice*, tercera edición, OTexts, 2021. Paquete estadístico: *fpp3*.
- MARTIN, V.; HURN, S., y HARRIS, D., *Econometric Modelling with Time Series, Specification, Estimation and Testing*, New York, Cambridge University Press, 2013.
- OCDE, <https://www.oecd.org>.
- Paff, B. (2008). VAR, SVAR and SVEC Models: Implementation within R Package vars, *Journal of Statistical Software*, 27, 1-29.
- R. R. CORE TEAM(2022). R: *A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Viena, Austria, <https://www.R-project.org>.
- SHUMWAY, R. H., y STOFFER, D. S., *Time Series Analysis and Its Applications, with R Examples*, cuarta edición, Springer, 2017.
- TSAY, R. S., *Multivariate Time Series Analysis, with R and Financial Applications*, Hoboken, New Jersey, Wiley, 2014.
- VARS, statistical package en R, Pfaff Bernhard, 2008.

