Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento

ISSN 1852-4206

Diciembre 2022, Vol. 14, N°3, 15-31

revistas.unc.edu.ar/index.php/racc

# Debates teóricos contemporáneos en Cognición Numérica

Díaz-Simón, Nadir[a,*]; Cervieri, Ignacio[b]; Maiche, Alejandro[a,c]

## Artículo de Revisión

### Resumen

El procesamiento y manipulación de símbolos numéricos resulta vital para el desempeño diario de los sujetos en la sociedad contemporánea. Es por ello que el desarrollo de competencias matemáticas es un objetivo central de los sistemas educativos a nivel mundial, especialmente en edades tempranas. A pesar del desarrollo en el campo de la cognición numérica, aún no existen respuestas claras sobre cuáles son las representaciones que subyacen a la capacidad de pensar y razonar sobre los números. En el presente artículo, se presenta una revisión bibliográfica de tipo narrativa, con fuentes de información primarias de trabajos fundacionales e investigaciones actuales sobre algunos puntos críticos que generan debate en cuanto a teorías, modelos y mecanismos de funcionamiento del Sistema Numérico Aproximado (SNA) y las evidencias que sustentan cada una de las propuestas.

*Palabras clave:*
Cognición numérica, SNA, Ley de Weber-Fechner, desempeño matemático.

### Abstract

The processing and manipulation of numerical symbols are key to the daily performance of subjects in contemporary society. In consequence, the development of mathematical abilities is one of the major objectives of educational systems worldwide, especially at early stages. Despite the development in the field of numerical cognition, there are still no clear answers about the representations that underlie the ability to think and reason about numbers. This article presents a narrative bibliographic review on some critical points that generate debate regarding theories, models, and operating mechanisms of the Approximate Number System (ANS) and the empirical evidence that supports those proposals.

*Keywords:*
Numerical cognition, ANS, Weber-Fechner law, mathematical performance.

### Tabla de Contenido

Introducción 15
Discusión 26
Agradecimientos 27
Referencias 27

Recibido el 7 de septiembre de 2020; Aceptado el 25 de marzo de 2021
Editaron este artículo: Jazmin Cevasco, Paula Abate, Melisa Diaz y Emilio Recart

## Introducción

La cognición numérica es la subdisciplina de las ciencias cognitivas que estudia las bases cognitivas, neurales y del desarrollo del procesamiento, asimilación y manipulación de la información relativa a las cantidades (Aremu & Taiwo, 2014; Sella, Hartwright, & Cohen Kadosh, 2018) en sistemas biológicos y artificiales. El número de investigaciones sobre los mecanismos neuro-cognitivos que subyacen al procesamiento de estímulos con información de cantidad ha tenido un gran aumento en los últimos años (Cohen Kadosh, Lammertyn, & Izard, 2008). De manera reciente, se ha comenzado a poner énfasis en los mecanismos básicos de procesamiento de las propiedades de cardinalidad de conjuntos de objetos o eventos (también llamada numerosidad) que, en sinergia con otros procesos cognitivos como el lenguaje (Purpura & Reid, 2016; Purpura & Simms, 2018) y la memoria de trabajo (LeFevre, DeStefano, Coleman, & Shanahan, 2005; Xenidou-Dervou et al., 2018), sirven de base para el desarrollo de habilidades numéricas simbólicas (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008).

A pesar del carácter simbólico y abstracto de los conceptos matemáticos que pueden adquirir y desarrollar los seres humanos a través de experiencias educativas proporcionadas por los maestros y la familia, desde los primeros estadios del desarrollo los sujetos se ven influenciados por

[*a] Universidad de la República, Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje, Montevideo, Uruguay
[b] Universidad de la República, Facultad de Información y Comunicación, Departamento de Teoría de la Comunicación, Montevideo, Uruguay
[c] Universidad de la República, Facultad de Psicología, Instituto de Fundamentos y Métodos en Psicología, Montevideo, Uruguay
[*]Enviar correspondencia a: Díaz-Simón, N. E-mail: nadirdiaz91@gmail.com
Citar este artículo como: Diaz-Simón, N, Cervieri, I., & Maiche, A . (2022). Debates teóricos contemporáneos en Cognición Númerica. *Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento, 14*(3), 15-31.

competencias básicas de cuantificación aproximada en la adquisición de habilidades matemáticas (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009). Trabajos clásicos e investigaciones recientes en el campo de la cognición numérica han permitido establecer la existencia de una habilidad para percibir, manipular y comparar cantidades de elementos de manera no simbólica en bebés, adultos y animales no humanos (Hubbard et al., 2008). A partir de la obra fundacional de Stanislas Dehaene resulta usual hacer referencia a esta habilidad apelando a la idea de un *sentido numérico (number sense*; Dehaene, 1997).

Considerando estos antecedentes, el objetivo principal de este artículo es realizar una revisión bibliográfica de tipo narrativa, con fuentes de información primaria de trabajos fundacionales e investigaciones actuales. Nuestro foco se encuentra en los debates que, en esta materia, consideramos más relevantes en nuestro campo de actuación. A la vez que introducimos las posturas, presentamos argumentos que las sustentan, lo cual en ocasiones nos llevará a mostrar cierta inclinación por alguna de las propuestas. Nuestra intención primordial es la de resumir y clarificar el estado de arte de un campo de investigación plenamente activo. Con este fin, en el primer apartado se presentará el conjunto de evidencias que, a nuestro juicio, permite hablar de un sistema innato vinculado a las habilidades numéricas. Luego, desarrollaremos la propuesta teórica del Sistema Numérico Aproximado (SNA), una de las más influyentes en la actualidad. Finalmente, discutiremos una propuesta alternativa en la que el SNA es sustituido por un Sistema de Magnitudes Aproximado. Habiendo establecido las que consideramos como bases del accionar en el campo de la cognición numérica, y tomando como punto de partida la existencia del SNA, en la sección "*Algunos debates teóricos en Cognición Numérica*", nos ocuparemos de tres debates teóricos contemporáneos. Finalmente, en la sección "*Conclusiones y direcciones futuras*", presentaremos brevemente algunas posibilidades de direccionamientos futuros en el ámbito de la cognición numérica.

**El sentido numérico**

Evidencia convergente desde la neuropsicología, la psicología del desarrollo, la psicofísica, la cognición comparada y la neurociencia apoyan la hipótesis de la existencia de un mecanismo innato que posibilita el procesamiento no simbólico de cantidades. Esta evidencia puede agruparse en distintos niveles de análisis: el filogenético, ontogenético, el antropológico y el neuroanatómico (Estévez Pérez, 2014).

Desde el nivel filogenético se aportan datos que permiten concluir que varias especies animales no humanas son capaces de detectar espontáneamente la cantidad aproximada de un conjunto y, aunque con imprecisiones, manipular representaciones numéricas para ejecutar operaciones de comparación, adición y sustracción de conjuntos (Cantlon & Brannon, 2005). El pez mosquito (*Gambusia affinis*), por ejemplo, colocado en un entorno nuevo, inexplorado y potencialmente peligroso, elige permanecer cerca del grupo que contiene el mayor número de miembros de su misma especie (Agrillo, Dadda, Serena, & Bisazza, 2008) mientras que pollos domésticos de menos de cuatro días de nacidos sin entrenamiento previo pueden discriminar cantidades, eligiendo consistentemente los conjuntos con más elementos (Rugani, Fontanari, Simoni, Regolin, & Vallortigara, 2009). El análisis de la cognición numérica en animales no humanos incluye el estudio de insectos (Pahl, Si, & Zhang, 2013), aves (Armstrong, Garland, & Burns, 2012) y mamíferos como perros (Lõoke, Marinelli, Eatherington, Agrillo, & Mongillo, 2020), delfines (Yaman, Kilian, von Fersen, & Güntürkün, 2012), leones (McComb, Packer, & Pusey, 1994), macacos (Nieder, 2005). Sus resultados permiten concluir que animales no humanos poseen una forma de representar la numerosidad o cardinalidad que les posibilita la toma de decisiones en el entorno. Esta habilidad representa una ventaja a nivel evolutivo y garantiza su supervivencia (para una revisión en profundidad de estos estudios ver Agrillo & Beran, 2013). Como señalaba Dehaene en *The Number Sense* (El cerebro matemático, en su edición al español), resulta razonable tomar la evidencia filogenética como un primer aval para la hipótesis de que una capacidad similar se encuentra presente de manera innata en los seres humanos (Dehaene, 1997).

La evidencia ontogenética proviene de

estudios de sujetos humanos en estadios preverbales del desarrollo. Se ha evaluado la discriminación de los bebés en sus primeros meses de vida usando diferentes tipos de paradigmas experimentales como la habituación (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004) o la detección de cambios (McCrink & Wynn, 2004). A esta edad los sujetos cuentan con una habilidad que permite discriminar conjuntos de elementos basados en la numerosidad (Xu & Spelke, 2000). Los resultados muestran que los recién nacidos asocian espontáneamente arreglos visoespaciales estacionarios de objetos con secuencias auditivas de eventos con base en su numerosidad (Izard et al., 2009) y a los 6 meses de edad son capaces de discriminar conjuntos con una proporción mayor o igual a 2 (e.g. 8 vs. 16 y 16 vs. 32; Starr, Libertus, & Brannon, 2013). Más adelante se analizará la relevancia de la proporción numérica como moduladora de la dificultad de las tareas de evaluación del sistema de aproximación numérica (ver "*Propiedades del SNA*").

Desde un enfoque antropológico, se han realizado investigaciones en culturas que no poseen palabras en su lengua para representar ciertas cantidades. Grupos indígenas del Amazonas como las tribus Pirahã o Mundurukú o la población Walpiris en Australia (Ifrah, 1985) han servido de modelos naturales para el estudio de la relación entre el lenguaje y la representación de la cantidad, lo que ha permitido desarrollar la teoría de que sujetos pertenecientes a dichas culturas son capaces de comparar y realizar manipulaciones como la adición en ausencia de palabras para denominar dichas cantidades (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004) permitiendo argumentar a favor de la existencia de un sentido numérico independiente al lenguaje.

Por último, desde la evidencia neuroanatómica, el desarrollo actual de los métodos de neuroimágenes ha permitido un análisis más complejo y profundo de las bases biológicas de los procesos psicológicos en general, y de la cognición numérica en particular. Las diferentes técnicas de neuroimagen que permiten evaluar el funcionamiento *in vivo* de las estructuras biológicas, en conjunto con los estudios de lesiones del Sistema Nervioso Central, han permitido identificar la presencia de circuitos cerebrales relacionados con el procesamiento numérico (Cohen Kadosh et al., 2008). Estudios de Imágenes de Resonancia Magnética Funcional (IRMf) han permitido detectar zonas específicas especializadas en el procesamiento de la información numérica en diferentes formatos. El Modelo de Triple Código Cognitivo (Dehaene, 1992; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003) identifica a: 1) regiones occipito-temporales inferiores bilaterales para la representación de los números en formato visual-arábigo, 2) áreas perisilvianas del hemisferio izquierdo para la representación de los números en formato auditivo-verbal y 3) áreas parietales inferiores bilaterales para la representación analógica de las cantidades (Dehaene et al., 2003). Asimismo, existen reportes de poblaciones neuronales selectivas a la información numérica en primates (Nieder, 2005), niños en estadios preverbales del desarrollo y humanos adultos (Cantlon, Brannon, Carter, & Pelphrey, 2006) en el surco intraparietal (SIP) bilateral (Dehaene & Brannon, 2011). Esta evidencia sugiere el rol de la región del SIP en la representación de las propiedades numéricas de manera aproximada de los estímulos simbólicos y no simbólicos (Fias, Lammertyn, Caessens, & Orban, 2007), así como el papel esencial de la corteza prefrontal en el establecimiento de asociaciones semánticas entre signos y categorías numéricas abstractas (Hubbard et al., 2008).

La postulación por parte de Dehaene de un de *sentido numérico* implicó un punto de partida seminal en el área de la cognición numérica. Los distintos niveles de evidencia que acabamos de reportar sugieren la existencia de un mecanismo innato de representación de la numerosidad en animales y humanos. A partir de aquí se abre, no obstante, un espacio para el debate: ¿cuáles son las características específicas de este mecanismo?

## Sistema Numérico Aproximado

La teoría de los sistemas nucleares del conocimiento postula la existencia de un conjunto de mecanismos innatos, de propósito específico y disociados entre sí, encargados de la representación de tipos particulares de entidades y eventos ecológicamente relevantes para los sujetos (Kinzler & Spelke, 2007; Spelke, 2000; Spelke & Kinzler, 2007). Bajo esta concepción, Feigenson et al., (2004) proponen la coexistencia de dos sistemas nucleares que responden al procesamiento de las cantidades y sobre los cuales se podría desarrollar nuestro conocimiento matemático y aritmético. Uno de estos sistemas, el Sistema de Individualización Paralela o Sistema de Seguimiento de Objetos (OTS, del inglés *Object Tracking System*; Le Corre & Carey, 2007), es considerado un mecanismo de dominio general para rastrear las características espacio-temporales de un número limitado de objetos que se asignan con un índice visual. Este sistema es responsable del fenómeno de *subitización*, que permite detectar el número de objetos en conjuntos pequeños de hasta cuatro elementos aproximadamente con alta precisión y velocidad (Piazza, 2010). Por último, el SNA es el responsable de la representación aproximada y analógica de cantidades mayores a cuatro elementos. Sobre esta representación se construirían, con la ayuda del lenguaje, los conceptos numéricos y aritméticos (Halberda et al., 2008). Buena parte del trabajo teórico por el que en un principio se postuló el *sentido numérico* pasa, en este modelo, a la órbita del SNA, el cual, en cierto sentido, puede considerarse como una actualización mayoritariamente aceptada de la noción defendida por Dehaene (1997). Debido a su preponderancia, y antes de considerar modelos alternativos en los que se rechaza la idea de un SNA, en la siguiente sección veremos con algo más de detalle sus características.

**Propiedades del SNA**

Como ya hemos señalado, el SNA tiene la función de la representación aproximada de las cantidades superiores a 4 elementos. Este tipo de representación, de carácter analógico y aproximado, resulta, en comparación con su contraparte simbólica, más rápida y menos precisa (DeWind, Adams, Platt, & Brannon, 2015). Las representaciones numéricas producidas por el SNA, que pueden modelarse a partir de una curva de activación gaussiana, están orientadas de izquierda a derecha y organizadas metafóricamente en una "línea numérica mental" (LNM; Göbel, Walsh, & Rushworth, 2001; para un desarrollo de esta noción véase la sección "Representación mental de las cantidades ¿lineal o logarítmica?").

Al igual que otras representaciones con origen perceptivo, las generadas por el SNA responden a la Ley de Weber-Fechner. De acuerdo con esta ley, dos conjuntos pueden ser discriminados sólo si difieren en una proporción determinada del rasgo que se representa (e.g. brillo, intensidad, masa, longitud, etc.; Fechner, 1890). En el caso del procesamiento numérico, el rasgo es la cantidad, y la fracción de Weber (*w*) queda determinada por la proporción numérica necesaria para que dos cantidades logren ser diferenciadas (Halberda & Feigenson, 2008). El error en tareas de discriminación numérica ocurre cuando el número de elementos que están siendo comparados se solapan en la representación interna de la numerosidad (Figura 1). Como consecuencia de la propiedad anterior, la capacidad de discriminar conjuntos de elementos que difieren en la cantidad depende de la proporción entre estos conjuntos en lugar de su diferencia absoluta. Por ejemplo, comparar 8 elementos contra 16 (proporción de 2) presenta la misma dificultad que discriminar 20 contra 40 puntos y es más fácil que discriminar 32 contra 40 puntos (proporción de 1.25; Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004).

La aplicación de la Ley Weber Fechner para el caso de las representaciones del SNA se ve reflejada en dos efectos conductuales típicos del procesamiento de numerosidades. Por un lado, el *efecto de distancia* numérica (ED), que refiere al hallazgo empírico de que la capacidad de discriminar entre dos numerosidades mejora a medida que aumenta la distancia numérica entre ellos (e.g. discriminar 1 de 9 (distancia numérica de 8) es más fácil que discriminar 8 de 9 (distancia numérica de 1). En relación con esto, se han reportado efectos de distancia en varias especies de animales (Gallistel & Gelman, 1992), y en humanos, de todas las edades. En este último caso el efecto se ha podido apreciar tanto en tareas de comparación no-simbólica (Buckley & Gillman, 1974), como en tareas de comparación de símbolos arábigos (Dehaene, 1996).

El segundo de los efectos asociados a la Ley Weber Fechner es el *efecto de tamaño* (ET). Este efecto remite al hecho de que, para distancias numéricas iguales, la discriminación de dos números empeora a medida que aumenta su tamaño numérico (e.g. es más difícil decir qué número es mayor cuando se compara 8 y 9 que cuando comparamos 2 y 3; Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998).

Otro de los efectos conductuales que caracterizan el SNA es el efecto de asociación espacio-numérica de códigos de respuesta (SNARC, del inglés *spatial-numerical association of response codes*). Este efecto apunta a un fenómeno de asociación de propiedades espaciales con propiedades relativas a la numerosidad (Cipora & Wood, 2017). Este efecto puede apreciarse apelando a un paradigma de elección forzada de dos alternativas. Allí puede observarse como las respuestas que involucran cantidades pequeñas (e.g. 2 ó 3) son más rápidas con la mano izquierda y las respuestas que involucran grandes cantidades (e.g. 7 ó 9) son más rápidas con la mano derecha (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993; Viarouge, Hubbard, & McCandliss, 2014). El efecto ha sido observado en animales (Rugani, Vallortigara, Priftis, & Regolin, 2015), y en el caso de los humanos en tareas que involucran tanto números arábigos (Nuerk, Moeller, Klein, Willmes, & Fischer, 2011), como cantidades no simbólicas (Fischer, Riello, Giordano, & Rusconi, 2013).

**Alternativas teóricas al SNA**

La postulación de un SNA se encuentra actualmente en un sitial de privilegio, ubicándose como la base teórica de la amplia mayoría de las investigaciones en el campo de la cognición numérica. Pero como podría esperarse de un campo pujante (y relativamente reciente) es posible identificar en los trabajos contemporáneos alternativas a esta perspectiva teórica. La teoría del Sistema de Magnitudes Aproximadas (SMA) se diferencia de la teoría del SNA en la medida en que no propone un sistema específico para la representación de la información numérica generada por los estímulos del entorno sino que propone, en cambio, un procesamiento holístico tanto de las numerosidades como de las magnitudes continuas o “dimensiones no numéricas” de los estímulos (DNN; e.g. área total ocupada por los elementos del conjunto, tamaño de los elementos individuales, densidad de los elementos, luminosidad, envolvente; Leibovich, Katzin, Harel, & Henik, 2017).

La mayoría de los métodos experimentales con los que se estudia la representación de las cantidades requieren de tareas de comparación de dos conjuntos de elementos no simbólicos (Figura 2). Además de la dimensión numérica (cantidad de elementos), estos conjuntos inevitablemente poseen las ya mencionadas DNN (Figura 2A), las cuales deben ser ignoradas por los participantes. La naturaleza propia de estos estímulos impone correlaciones naturales entre las magnitudes numéricas y las no numéricas (Dehaene, Izard, & Piazza, 2005). Por ejemplo, la cantidad de elementos de un estímulo generalmente correlaciona con el área total ocupada por esos puntos; a mayor cantidad de elementos, mayor área ocupada por los mismos y viceversa. Esta característica vuelve particularmente difícil la tarea de aislar el efecto de las magnitudes numéricas propiamente dichas en las tareas destinadas a medir dicho efecto. Si bien siempre resulta posible construir estímulos en que cierta dimensión no numérica no correlacione con la numérica, lo que resulta imposible es construir un estímulo en el que la dimensión no numérica no correlaciona con ninguna de las DNN. Asociada a esta dificultad se encuentra, además, la presencia de un efecto que parece demostrar que las magnitudes no numéricas no sólo no pueden aislarse del todo, sino que ellas intervienen de hecho en las tareas de estimación numérica.

Llamemos “estímulo congruente” (respecto a una dimensión no numérica X) al caso en el que la dimensión numérica y la DNN X se encuentran positivamente correlacionadas. Varios estudios parecen haber identificado la presencia de un e*fecto de congruencia* (EC) relativo a algunas DNN. De acuerdo con este efecto, el rendimiento de los sujetos es mayor en las condiciones congruentes, es decir, cuando el conjunto con más elementos, a su vez, posee valores más grandes en las propiedades de la DNN comparado con las condiciones incongruentes (Figura 2B; Gebuis & Reynvoet, 2012). Este efecto, según los autores, constituye una evidencia de que existe un procesamiento que integra tanto a las dimensiones numéricas como continuas en las tareas de comparación de magnitudes.

Por dichas limitaciones metodológicas, algunos autores han desarrollado la propuesta teórica alternativa mencionada al comienzo de esta sección. En contraposición a la concepción del SNA como un sentido innato específico para extraer las propiedades numéricas de los estímulos, se propone la existencia de un SMA, un mecanismo cuantitativo que procesa de manera holística la numerosidad y las DNN. En este marco, el sentido propiamente numérico podría considerarse, desde el punto de vista ontogenético como un desarrollo posterior basado en la gradual comprensión de la correlación entre la numerosidad y las magnitudes continuas (Gebuis, Cohen Kadosh, & Gevers, 2016).

Es importante señalar que la asunción del EC como evidencia a favor de un sistema integrado de procesamiento no está exenta de críticas. Una explicación alternativa es que los atributos numéricos y las DNN compiten por recursos limitados de memoria de trabajo y componentes de toma de decisiones, similar a los resultados encontrados en el efecto Stroop (1935) donde también aparece interferencia de procesos paralelos (Odic, 2017).

Tomlinson, DeWind, y Brannon (2020) pusieron a prueba dos postulados que de acuerdo con los autores se derivan de una versión fuerte de la teoría del SMA. El primero de los postulados plantea la posibilidad que las representaciones de magnitud no numéricas sean más relevantes que las representaciones de numerosidad. Si ese fuera el caso, entonces deberíamos esperar un sesgo mayor inducido por DNN en los juicios numéricos, que el sesgo que introduce la información de cantidad en los juicios de discriminación de magnitudes no numéricas. Por otro lado, si las representaciones numéricas se derivan de otras representaciones de magnitud, deberíamos esperar, señalan los autores, que la precisión para la discriminación de las DNN resultase igual o mayor que la precisión numérica, dado que los errores en la representación de DNN se propagarían a las representaciones de numerosidad posteriores. Sin embargo, los resultados muestran que las DNN sesgaron medianamente el rendimiento de los sujetos que realizaban tareas de discriminación de cantidades, mientras que la información numérica de los estímulos introdujo un fuerte sesgo en el rendimiento de los sujetos que comparaban estímulos con base en sus DNN. Con respecto a la segunda hipótesis, se encontró que la precisión en tareas de comparación numéricas fue superior a tareas de comparación de área (Tomlinson et al., 2020).

Una aproximación crítica diferente a la postulación del SMA puede encontrarse en Halberda (2019), quien considera a esta propuesta como una noción reduccionista, puesto que extrapola las características del estímulo perceptual a los sistemas cognitivos que procesan dicha información. Proponen que los números son entidades abstractas que definen la propiedad cuantitativa de un conjunto de elementos individuales, por lo tanto, los sistemas cognitivos no pueden extraer esa información directamente de la evidencia perceptual, sino que debe ser inferida. En relación con lo anterior, y dado el enorme cúmulo de evidencia donde se muestra el rol de la representación de cantidades en el rendimiento matemático simbólico (ver "*Relación entre el SNA y la matemática simbólica*"), es irrelevante el tipo de entrada que recibe el sistema, ya que el contenido del procesamiento tiene todos los indicadores de ser una modalidad de representación aproximada de los números. De acuerdo con Halberda, perspectivas como la del SMA podrían estar cometiendo el error de limitar ilegítimamente los recursos que deben ser considerados a la hora de la determinación del contenido conceptual de este sistema de representación (Halberda, 2019).

## Algunos debates teóricos en Cognición Numérica

En la sección anterior fueron presentados los principales avances en cuanto al desarrollo teórico, conceptual y metodológico respecto al estudio de las competencias básicas para la cuantificación aproximada. A continuación, se sistematizarán algunos de los debates teóricos que más atención han recibido y que los autores consideran fundamentales para introducirse en el campo de la cognición numérica.

Los debates considerados estarán todos configurados a partir de la idea de la existencia de un SNA. Se presentarán discusiones sobre la representación de las cantidades en la LNM, las posibles fuentes que generan mejoras en la precisión del SNA a través del desarrollo ontogenético y, por último, sobre las diferentes posturas respecto a la relación entre el SNA y el desempeño matemático simbólico.

### Representación mental de las cantidades

**¿lineal o logarítmica?**

Ya a finales del siglo XIX Francis Galton encontraba evidencia de una representación espacial de números similar a una línea mental de números (Galton, 1880). Más de cien años después de la observación de Galton, la idea de una representación espacial de los números en el cerebro humano, independiente del lenguaje, sigue siendo útil para el estudio de la cognición numérica (Göbel et al., 2001). Sobre esta base, se han propuesto dos hipótesis principales sobre la estructura y funcionamiento de la LNM en el SNA que permitirían explicar los efectos conductuales dependientes de la proporción numérica anteriormente descritos (ED y ET).

Por una parte, Gallistel y Gelman (1992) postulan que las representaciones numéricas internas codifican la información relativa a las cantidades de forma lineal: distancias iguales entre números se representan por distancias iguales en la representación. Lo que explicaría en este caso el efecto de tamaño sería el hecho de que la activación de las entradas sensoriales presenta una *variabilidad escalar y simétrica*, esto es, curvas de distribuciones más anchas y menores para numerosidades más grandes y, por lo tanto, representaciones internas más ruidosas en esos casos (ver Figura 1A).

Como alternativa al código de representaciones escalares de Gallistel y Gelman (1992), Dehaene y Changeux (1993) postulan una representación en una escala logarítmica, cuya distancia entre las representaciones es más comprimida para las numerosidades mayores, con curvas de distribución similares para cada numerosidad (ver Figura 1B).

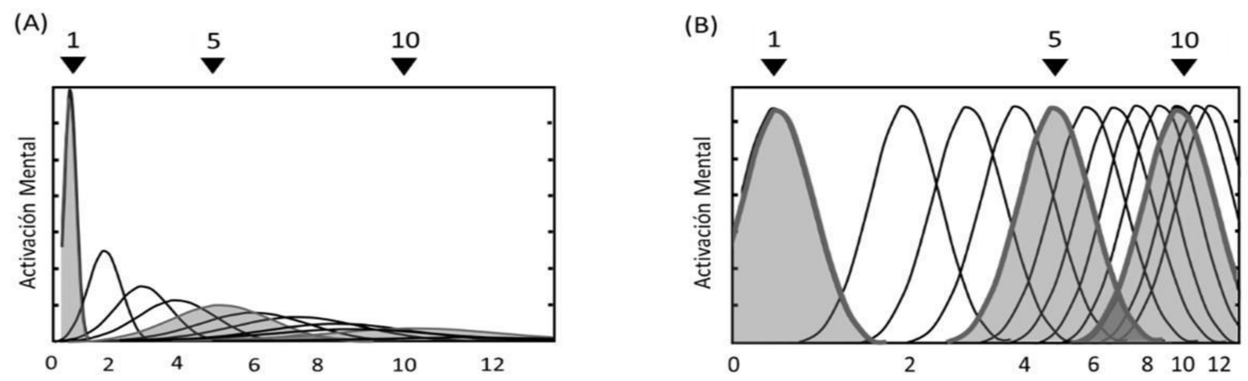


*Figura 1.* Representación de la activación mental de las numerosidades en el SNA según los distintos modelos
*Nota* (A) En el modelo lineal, cada numerosidad se representa como una distribución de activación en una escala lineal con un aumento de la varianza, es decir, la variabilidad escalar
*Nota* (B) En el modelo logarítmico, cada numerosidad se representa en una escala comprimida logarítmica con varianzas constante. La superposición de las activaciones representa el error que subyace a la representación

A pesar de las diferencias internas de estos dos modelos teóricos, las predicciones conductuales son esencialmente equivalentes, ambas explican una representación menos precisa y una peor discriminación en el caso de los números grandes en relación con números pequeños, por lo que los resultados comportamentales, por sí solos, no ofrecen datos concluyentes para discernir entre ambas hipótesis (Dehaene, 2003). Dos tipos de argumentos se han presentado con el objetivo de inclinar la balanza a favor de una de estas propuestas. El primero refiere a los estudios de registros intracraneales de la actividad eléctrica de poblaciones neuronales corticales (Nieder, Freedman, & Miller, 2002; Sawamura, Shima, & Tanji, 2002), el segundo al desarrollo de redes neuronales artificiales (Verguts & Fias, 2004).

Nieder y Miller (2003) analizaron las respuestas de la actividad neural de macacos que realizaban tareas de coincidencia numérica de conjuntos presentados visualmente. Los registros de la actividad cerebral mostraron un aumento lineal en los umbrales de discriminación en función del aumento de la numerosidad. Los resultados también mostraron que las respuestas se ajustaron estadísticamente mejor al modelo logarítmico, comparado con el modelo lineal (Figura 1B). Es por esto que, en este caso, la representación de numerosidades es modelada de manera más parsimoniosa a través del modelo logarítmico, comparado con la propuesta lineal (Dehaene, 2003).

Por otra parte, la cognición numérica no ha sido ajena a los aportes que ha producido el desarrollo de la modelación de procesos cognitivos a través de redes neuronales artificiales. Verguts y Fias (2004), basados en los modelos iniciales desarrollados por Dehaene y Changeux (1993), realizaron varias simulaciones con modelos neuronales con aprendizaje no supervisado que utiliza como entradas estímulos simbólicos y no simbólicos de cantidades. Dentro de los resultados presentados, además de mostrar que dichas redes reproducían los efectos típicos del procesamiento de cantidades como el ED y el ET, se puede concluir que la ejecución de dichos modelos llevó al desarrollo espontáneo de nodos que estaban sintonizados a una numerosidad específica. Dichos nodos exhibieron las mismas propiedades de las investigaciones de registro unitario de neuronas de modelos animales (Nieder et al., 2002; Nieder & Miller, 2003) reforzando así la evidencia de una organización logarítmica de la LNM.

Tomando ambos resultados en consideración, la evidencia sobre la estructura y organización de la representación mental de la información relativa a las cantidades parece estar apoyando la idea de la existencia de una LNM con un escalamiento logarítmico, organizada de izquierda a derecha, donde la representación de cantidades se basa en la activación gaussiana en regiones específicas de dicha línea, con distancias más pequeñas a medida que aumentan las numerosidades y, por ende, con mayor error en la representación interna.

**La precisión del SNA mejora a través del desarrollo, ¿producto del “afilado” o del “filtrado”?**

Las representaciones del SNA parecen ser, en un inicio, altamente ruidosas y su precisión va aumentando a través del desarrollo, la educación y la maduración cerebral. La precisión del SNA muestra una mejora continua desde la primera infancia, alcanzando los niveles de madurez en la adolescencia y logrando su pico máximo cerca de los 30 años (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman, & Germine, 2012). La precisión mostrada en recién nacidos es inicialmente baja (discriminan conjuntos con una proporción de 3, Izard et al., 2009), y mejora progresivamente durante el desarrollo y la educación, pudiendo discriminar conjuntos de elementos que difieren en cantidades pequeñas de proporciones de alrededor de 1.4 a los 6 años (Odic, Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013). Los patrones de respuesta en tareas de estimación aproximada de cantidades se modifican significativamente a la entrada de la escolarización formal debido a las experiencias en el sistema educativo relacionadas al aprendizaje y manipulación de símbolos numéricos (Siegler & Booth, 2004). También aquí podemos encontrar dos modelos teóricos que buscan explicar el aumento de la precisión del SNA.

Por una parte, la “hipótesis del afilado” (del inglés, “*sharpening hypothesis*”) asume que la maduración cerebral y la educación formal agudizan progresivamente la representación interna de la numerosidad. Según esta propuesta las curvas de sincronización durante la activación de información numérica en poblaciones neuronales del SIP se van haciendo más leptocúrticas progresivamente, y por ende, más precisas (Piazza, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2007). Este planteamiento recibe apoyo parcial de evidencias de IRMf. Utilizando un paradigma de adaptación, los patrones de activación evocada por estímulos numéricos más grandes fueron más precisos en sujetos adultos (Piazza et al., 2004) que en preescolares (Kersey & Cantlon, 2017), evidenciando una mejora a lo largo del tiempo.

Por otra parte, de acuerdo con la “hipótesis del filtrado" (del inglés "*filtering hypothesis*"), el desarrollo numérico implica una capacidad creciente durante el desarrollo para enfocarse de manera selectiva en la dimensión relevante, amplificando la contribución de la numerosidad, y filtrando las dimensiones no numéricas, que son irrelevantes para la tarea (Piazza, De Feo, Panzeri, & Dehaene, 2018).

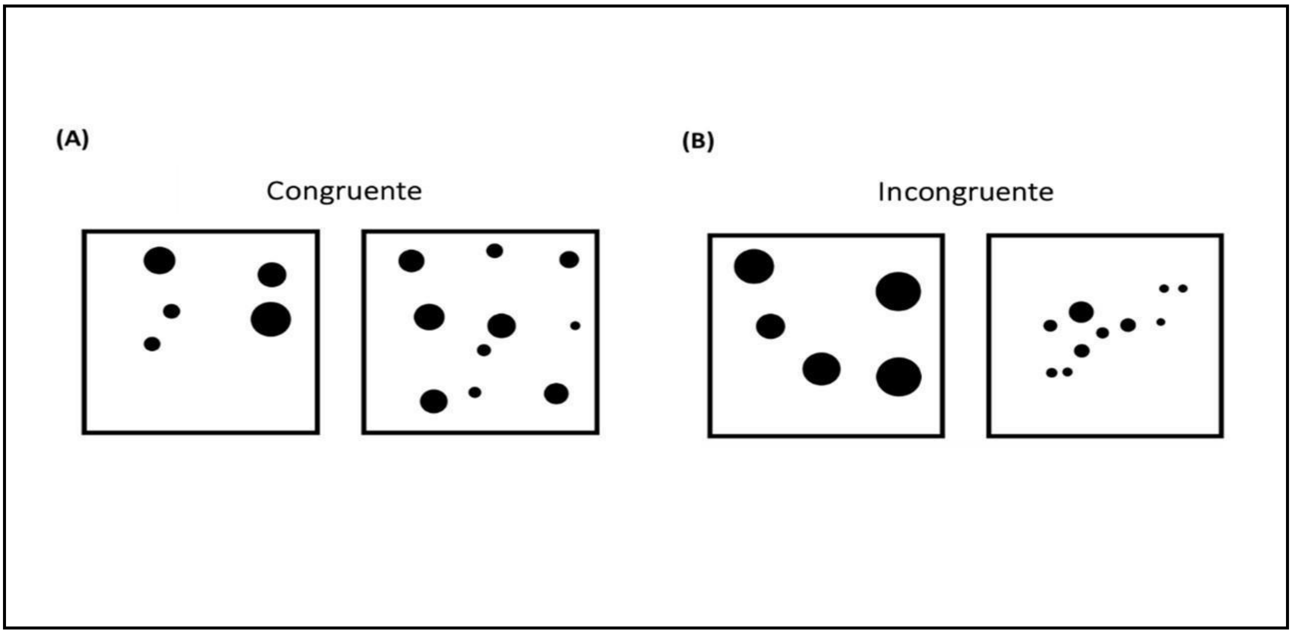


Figura 2. *Estímulos presentados en una tarea de comparación no-simbólica*.
*Nota:* Los sujetos deben responder cuál de los dos conjuntos tiene la mayor cantidad de elementos. (A). Estímulo congruente, donde el conjunto de la derecha tiene mayor cantidad de elementos, y a su vez, también es mayor en cuanto a las DNN (*eg.* área de superficie). (B). Estímulo Incongruente, donde el conjunto que posee mayor cantidad de elementos presenta menor área de superficie que el conjunto con menor cantidad de elementos.

La existencia del ya mencionado *efecto de congruencia* en el procesamiento numérico muestra una de las principales limitaciones de la hipótesis del afilado, la cual predice una reducción general en las tasas de error, pero no necesariamente una reducción en el *efecto de congruencia*: la tasa de error debería disminuir igualmente en los pares congruentes e incongruentes. Sin embargo, como discutiremos a continuación, ese podría no ser el caso (Figura 2). Además, los métodos de IRMf que intentan sustentar empíricamente el modelo del filtrado poseen una limitación en cuanto a la resolución temporal (Poldrack, Mumford, & Nichols, 2011), por lo que es posible que la activación cerebral en este paradigma refleje el efecto de una amplificación atencional post-perceptual en lugar de la codificación inicial de la numerosidad.

La hipótesis del filtrado ha sido evaluada en tareas de comparación de cantidades en sujetos en edad escolar con desarrollo típico de las competencias matemáticas, en sujetos con un trastorno específico para el aprendizaje de las matemáticas denominado Discalculia del Desarrollo (American Psychiatric Association, APA, 2013), en adultos con escolarización formal y en miembros de la tribu Mundurukú. Los resultados obtenidos muestran un aumento en la precisión fundamentalmente en los casos incongruentes, lo cual sugiere que este aumento, ligado a factores de edad y educativos, podría ser el resultado de la capacidad de enfocarse en la dimensión relevante para la tarea, filtrando las DNN (quizás valga la pena notar que si bien la hipótesis del filtrado puede plantearse desde el marco del SNA, existe cierta afinidad entre lo que allí se postula y parte de lo que se menciona desde filas afines a la hipótesis alternativa basada en un SMA, ver "*Alternativas teóricas al SNA*").

Es necesario resaltar que, si bien estas propuestas son cualitativamente diferentes en cuanto al factor principal de reducción del error de la representación interna, estas teorías no son mutuamente excluyentes; ambas pudieran co-ocurrir durante el desarrollo.

**Relación entre el SNA y la matemática simbólica**

Uno de los mayores esfuerzos actuales en el campo consiste en intentar esclarecer la relación que tienen el SNA y el desempeño matemático. ¿Acaso constituye este sistema innato para manipular cantidades de manera no simbólica un mecanismo *sine qua non* para el desarrollo de las habilidades numéricas formales, similar al papel de la conciencia fonológica en el caso de la lectura? (Vanbinst, Ansari, Ghesquière, & De Smedt, 2016) ¿Esta habilidad para la cuantificación aproximada de elementos sin necesidad de conteo verbal constituye una base necesaria para el desarrollo de las habilidades de manipulación de símbolos numéricos que adquirimos a través de experiencias educativas en los sistemas escolares y familiares? Existe una incuestionable relevancia teórica en el intento de encontrar respuestas a estos interrogantes, dado que nos permitirán obtener una descripción más detallada de las estructuras y mecanismos de funcionamiento del SNA. Tan incuestionable como la anterior es la relevancia práctica de estas preguntas, puesto que sus respuestas podrían ayudarnos a refinar las estrategias didácticas y pedagógicas que los docentes utilizan a la hora de enseñar matemática (Koleszar et al., 2020).

Un cúmulo considerable de resultados de investigación muestran una relación recurrente entre las diferencias individuales para la representación numérica aproximada de cantidades y la habilidad para el manejo exacto de símbolos matemáticos. En este caso, se pueden distinguir dos líneas principales de argumentos en donde emerge la relación funcional entre ambas habilidades. La primera de ellas refiere a que las tareas que involucran símbolos numéricos, y aritmética exacta reflejan los mismos efectos conductuales que la representación aproximada de cantidades no simbólicas (Hyde, Khanum, & Spelke, 2014). En tareas de comparación simbólica de números, el desempeño de los sujetos depende de la distancia numérica entre los números a comparar (ED) y del tamaño de las magnitudes representadas (ET) (Dehaene et al., 1998). A su vez tanto, la representación no-simbólica como la simbólica de cantidades siguen el patrón de asociación espacial, donde se encuentra mayor precisión en las respuestas de la mano izquierda para magnitudes pequeñas, y de la derecha para magnitudes mayores (efecto SNARC; Dehaene et al., 1993). Por otro lado, aparece una activación superpuesta en regiones parietales durante el procesamiento de cantidades, tanto en formato simbólico como no simbólico (Dehaene et al., 2003).

La segunda línea de evidencia se basa en el hecho de que la precisión en tareas de comparación no simbólica de cantidades correlaciona sistemáticamente con el desempeño en pruebas estandarizadas en edad preescolar (Bonny & Lourenco, 2013), escolar (Inglis, Attridge, Batchelor, & Gilmore, 2011) y en sujetos adultos (Lourenco, Bonny, Fernandez, & Rao, 2012). Sujetos con discalculia del desarrollo poseen una precisión del SNA significativamente más baja que la población con desarrollo típico (Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011) a la vez que sujetos con un alto desempeño en matemáticas muestran una precisión del SNA superior (Wang, Halberda, & Feigenson, 2017). Estudios longitudinales muestran que la precisión del SNA evaluado en el primer año de vida predice las habilidades matemáticas a la entrada del sistema educativo (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2010). Por último, en un intento de sintetizar el considerable número de investigaciones previas que aborda esta relación, Chen y Li (2014) llevaron a cabo un metaanálisis, posibilitando un aumento de la potencia estadística. Sus conclusiones reafirman los resultados anteriores sobre la existencia de una asociación sistemática, con tamaño del efecto moderado, entre estas dos habilidades tanto en estudios transversales como longitudinales.

Si bien esta evidencia acumulada permite establecer una asociación sistemática entre SNA y el desempeño matemático, lo que constituye un punto de partida para probar propuestas teóricas sobre esta relación, la naturaleza propia de los estudios, basadas en análisis correlacionales, no permite esclarecer las particularidades de esta relación. Existen al menos dos vertientes teóricas en las que se pueden agrupar los estudios que pretenden abordar la relación subyacente en estos resultados.

Por una parte, podemos identificar un *enfoque mediador* o indirecto, que postula que la relación entre la precisión del SNA y el desempeño matemático, está mediada por terceras habilidades o procesos. Tibber et al. (2013) postulan a las habilidades visuoespaciales de bajo nivel como uno de los candidatos a mediar esta relación. Por otra parte, Fuhs y McNeil (2013) incluyen la capacidad de inhibir las DNN de los estímulos en el modelo de mediación entre SNA y matemáticas. Sin embargo, la persistencia de esta asociación en sujetos con ceguera congénita (Kanjlia, Feigenson, & Bedny, 2018), parece refutar las teorías basadas en habilidades visoespaciales de bajo nivel, al menos en tanto explicación universal para este fenómeno. A su vez, en estudios donde se controlan las demandas inhibitorias de las tareas, se continúa encontrando la relación entre la precisión del SNA y el rendimiento matemático (Keller & Libertus, 2015), lo que sugiere que esta relación no estaría mediada, al menos principalmente, por esta habilidad (ver Figura 3).

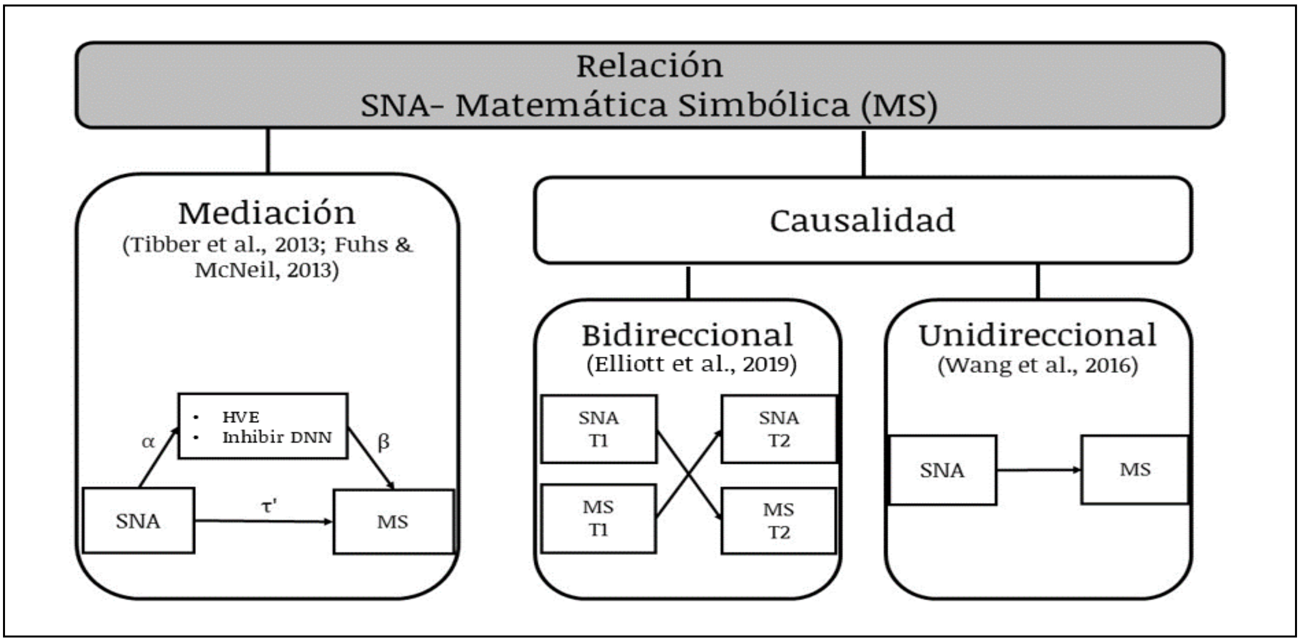


*Figura 3.* Representación esquemática de los enfoques teóricos que intentan explicar la relación funcional entre el SNA y el desempeño matemático simbólico.

El segundo enfoque orientado a explicar la relación entre las capacidades propias del SNA y el desempeño matemático es el *enfoque causal* o directo del cual se desprenden dos vertientes: la bidireccional y la unidireccional. De acuerdo con la vertiente bidireccional, existe una influencia directa y recíproca entre SNA y desempeño matemático. Estudios muestran que sujetos adultos con mayor educación matemática, a su vez rinden mejor en tareas de discriminación numérica no simbólica (Piazza, Pica, Izard, Spelke, & Dehaene, 2013). En el ya mencionado metaanálisis de Chen y Li (2014), además de la asociación entre habilidades numéricas aproximadas y el rendimiento matemático posterior, se encontró una relación de predicción inversa en cinco muestras independientes del total de 36 estudios sistematizados. En ellas las habilidades matemáticas tempranas podrían, a su vez, predecir la precisión en SNA. Para probar esta hipótesis, Elliott, Feigenson, Halberda, y Libertus (2019) realizaron un estudio longitudinal en tres puntos temporales con seis meses de distancia cada uno. Sujetos de 3 a 5 años completaron una tarea de comparación numérica no simbólica que midió la precisión del SNA y una evaluación matemática estandarizada. Los resultados mostraron asociaciones bidireccionales entre la precisión del SNA y la habilidad matemática. Sin embargo, utilizando un diseño y metodologías similares, He et al. (2016) solo pudieron establecer una influencia unidireccional entre la precisión aproximada y el rendimiento matemático simbólico.

La otra vertiente del *enfoque causal* postula una influencia directa y unidireccional de las habilidades de representación y manipulación de cantidades de manera aproximada en el posterior desempeño matemático y aritmético. Desde esta postura se han realizado intervenciones con el objetivo de manipular experimentalmente la precisión del SNA y evaluar su efecto en el rendimiento matemático formal. Wang, Odic, Halberda y Feigenson (2016) y Wang, Halberda y Feigenson (2020) encontraron que la modulación de la precisión del SNA se transfiere al desempeño simbólico en matemáticas en sujetos de edad preescolar y escolar, lo que alcanzaría para establecer una relación causal al menos unidireccional entre estos dos dominios. Sin embargo, estos estudios han recibido una serie de críticas metodológicas sobre su diseño, enfocadas principalmente en dos aspectos principales. Primero, el diseño del estudio de Wang et al. (2016) no cumple con todos los estándares de eficiencia para evaluar la efectividad de una intervención (U.S. Department of Education & What Works Clearinghouse, 2017), principalmente porque no se toma una línea base ni de habilidades numéricas aproximadas, ni simbólicas, por lo cual no permite garantizar que las diferencias entre los grupos encontradas en las evaluaciones posteriores a la intervención no existían anteriormente. Por último, para evaluar las habilidades matemáticas formales se seleccionó un subconjunto de ítems de la tercera versión del Test de Competencia Matemática Básica (TEMA 3, del inglés *Test of Early Mathematics Ability*; Ginsburg & Baroody, 2003), lo cual viola el protocolo de administración del instrumento y pone en duda la validez y confiabilidad psicométrica de esta medida utilizada (Merkley, Matejko, & Ansari, 2017).

## Discusión

La necesidad de brindar una caracterización más precisa de los procesos mediante los cuales los individuos perciben y entienden las ideas matemáticas, especialmente a edades tempranas, ha generado un rápido desarrollo en el estudio de la Cognición Numérica. En el presente artículo, se han sistematizado algunos de los principales debates teóricos actuales en esta área de conocimiento, haciendo foco principalmente en el estudio del SNA. Esta revisión intenta mostrar una imagen amplia de este campo del conocimiento que sirva de guía inicial para una mayor profundización por parte de los profesionales dedicados al esfuerzo interdisciplinario y colaborativo de estudiar las bases neuropsicológicas del aprendizaje de la matemática en edad escolar. Estos debates nutren de ideas novedosas a los grupos de trabajo y permiten la recogida de datos empíricos que dan soporte a uno u otro modelo.

A modo de ejemplo de posibles direccionamientos a futuro veamos un caso en el que se retoma la cuestión discutida en la sección anterior. El estudio de Wang et al. (2016) plantea una serie de experimentos que permitirían abordar de manera muy elegante el debate de la relación entre las habilidades de cuantificación aproximada y el desempeño matemático. Sin embargo, las ya mencionadas críticas metodológicas que ha recibido este trabajo (Merkley et al., 2017) ponen en duda la posibilidad de extrapolar estos resultados. En este sentido, los autores del presente artículo pretenden poner a prueba la hipótesis de la vertiente unidireccional del *enfoque causal* del debate sobre la relación entre el SNA y el desempeño matemático, superando las limitaciones metodológicas de estudios anteriores. Este proyecto, basado en un estudio de intervención, con un diseño pre-post y seguimiento (*follow-up*) pretende inducir cambios en la precisión del SNA a través del llamado *efecto de histéresis* y evaluar su efecto en el rendimiento matemático, su especificidad y su estabilidad temporal en preescolares. La *histéresis perceptual* refiere al fenómeno en el cual los umbrales perceptuales (e.g. menor diferencia de un parámetro entre dos estímulos que puede ser discriminada) cambian en dependencia de si los estímulos son fácilmente discriminables al inicio de la tarea, y gradualmente comienzan a ser menos discriminables o viceversa (Kleinschmidt, Büchel, Hutton, Friston, & Frackowiak, 2002). En el campo de la cognición numérica existen antecedentes de intentos de inducir cambios en la precisión del SNA, a través de histéresis en tareas de comparación aproximada de cantidades (Odic, Hock, & Halberda, 2014; Wang et al., 2016; 2020). El estudio en desarrollo podría aportar datos que ayudaran a detallar las especificidades de la relación entre las habilidades de cuantificación aproximada y el rendimiento matemático. El proyecto descrito anteriormente es solo uno de las varias líneas de investigación que en este preciso momento están poniendo a prueba diferentes aspectos teóricos aún en debate dentro del campo de la Cognición Numérica. Este panorama evidencia un área de conocimiento en pleno desarrollo, fértil para nuevas propuestas, tanto en investigaciones básicas, como en estudios traslacionales que buscan traducir el cúmulo de conocimiento básico generado en aplicaciones educativas específicas para contextos escolares.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado con el aporte del Sistema Nacional de Becas de la Agencia Nacional de Investigación e Innovación (POS_NAC_2018_1_151224) y el Fondo Vaz Ferreira de la Dirección Nacional de Innovación, Ciencia y Tecnología (FVF 17/168).

## Referencias

Agrillo, C., & Beran, M. J. (2013). Number without language: comparative psychology and the evolution of numerical cognition. *Frontiers in Psychology*, *4*, 295. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00295

Agrillo, C., Dadda, M., Serena, G., & Bisazza, A. (2008). Do fish count? Spontaneous discrimination of quantity in female mosquitofish. *Animal Cognition*, *11*, 495–503. doi: 10.1007/s10071-008-0140-9

American Psychiatric Association (APA, 2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (5th ed.). Arlington, EEUU: American Psychiatric Publishing, Inc.

Aremu, A. O., & Taiwo, A. K. (2014). Reducing mathematics anxiety among students with pseudo-dyscalculia in Ibadan through numerical cognition and emotional freedom techniques: moderating effect of mathematics efficacy. *African Journal for the Psychological Study of Social Issues*, *17*(1), 113-129.

Armstrong, N., Garland, A., & Burns, K. C. (2012). Memory for multiple cache locations and prey quantities in a food-hoarding songbird. *Frontiers in Psychology, 3*, 584. doi: 10.3389/fpsyg.2012.00584

Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: evidence from the preschool years. *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(3), 375-388. doi: 10.1016/j.jecp.2012.09.015

Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, *103*(6), 1131-1136. doi: 10.1037/h0037361

Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2005). Semantic congruity affects numerical judgments similarly in monkeys and humans. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *102*(45), 16507-16511. doi: 10.1073/pnas.0506463102

Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphrey, K. A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLOS Biology,* *4*(5), 0844-0854. doi: 10.1371/journal.pbio.0040125

Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, *148*, 163-172. doi: 10.1016/j.actpsy.2014.01.016

Cipora, K., & Wood, G. (2017). Finding the SNARC instead of hunting it: A 20*20 Monte Carlo investigation. *Frontiers in Psychology*, *8*, 1194. doi: 10.3389/fpsyg.2017.01194

Cohen Kadosh, R., Lammertyn, J., & Izard, V. (2008), Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology*, *84*(2), 132-147. doi: 10.1016/j.pneurobio.2007.11.001

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1-2), 1–42. doi: 10.1016/0010-0277(92)90049-n

Dehaene, S. (1996). The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *8*(1), 47-68. doi: 10.1162/jocn.1996.8.1.47

Dehaene, S. (1997) *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford, Reino Unido: Oxford University Press.

Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences*, *7*(4), 145–147. doi: 10.1016/S1364-6613(03)00055-x

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The Mental Representation of Parity and Number Magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, *122*(3), 371–396. doi: 10.1037/0096-3445.122.3.371

Dehaene, S., & Brannon, E. (2011). *Space, time and number in the brain: Searching for the foundations* *of mathematical thought*. Cambridge, EEUU: Academic Press.

Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *5*(4), 390–407. doi: 10.1162/jocn.1993.5.4.390

Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neuroscience*, *21*(8), 355–361. doi: 10.1016/S0166-2236(98)01263-6

Dehaene, S., Izard, V., & Piazza, M. (2005). *Control over non-numerical parameters in numerosity experiments.* Unpublished manuscript (disponible en http://www.unicog. org).

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*(3), 487-506. doi: 10.1080/02643290244000239

DeWind, N. K., Adams, G. K., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2015). Modeling the approximate number system to quantify the contribution of visual stimulus features. *Cognition*, *142*, 247-265. doi: 10.1016/j.cognition.2015.05.016

Elliott, L., Feigenson, L., Halberda, J., & Libertus, M. E. (2019). Bidirectional, longitudinal associations between math ability and approximate number system precision in childhood. *Journal of Cognition and Development*, *20*(1), 56-74. doi: 10.1080/15248372.2018.1551218

Estévez Pérez, N. (2014). *Bases biológicas del procesamiento numérico: evidencias neuropsicológicas y anatómicas desde la Discalculia del Desarrollo.* (Tesis doctoral). Centro de Neurociencias de Cuba, Cuba. Recuperado de http://tesis.sld.cu/index.php?P=FullRecord&ID=174&ReturnText=Search+Results&ReturnTo=index.php%3FP%3DAdvancedSearch%26Q%3DY%26F73%3DEst%25C3%25A9vez%2BNancy%26RP%3D5%26SR%3D0%26ST%3DAdvanced

Fechner, G. T. (1890). *Elementos de psicofísica*. Leipzig, Alemania: Breitkopf & Hartel.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*(7), 307–314. doi: 10.1016/j.tics.2004.05.002

Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., & Orban, G. A. (2007). Processing of abstract ordinal knowledge in the horizontal segment of the intraparietal sulcus. *Journal of Neuroscience*, *27*(33), 8952-8956. doi: 10.1523/JNEUROSCI.2076-07.2007

Fischer, M. H., Riello, M., Giordano, B. L., & Rusconi, E. (2013). Singing numbers. . .in cognitive space–a dual-task study of the link between pitch, space, and numbers. *Topics in Cognitive Science,5*(2), 354–366. doi: 10.1111/tops.12017

Fuhs, M. W., & McNeil, N. M. (2013). ANS acuity and mathematics ability in preschoolers from low-income homes: Contributions of inhibitory control. *Developmental Science*, *16*(1), 136–148. doi: 10.1111/desc.12013

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, *44*(1-2), 43-74. doi: 10.1016/0010-0277(92)90050-r

Galton, F. (1880). Statistics of mental imagery. *Mind*, *5*(19), 301-318. doi: 10.1093/mind/os-V.19.301

Gebuis, T., Cohen Kadosh, R., & Gevers, W. (2016). Sensory-integration system rather than approximate number system underlies numerosity processing: A critical review. *Acta Psychologica*, *171*, 17-35. doi: 10.1016/j.actpsy.2016.09.003

Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. *Journal of Experimental Psychology: General*, *141*(4), 642–648. doi: 10.1037/a0026218

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, *115*(3), 394-406. doi: 10.1016/j.cognition.2010.02.002

Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (2003). *Test of early mathematics ability* (3rd ed.). Austin, Texas: Pro-Ed.

Göbel, S., Walsh, V., & Rushworth, M. F. S. (2001). The mental number line and the human angular gyrus. *NeuroImage*, *14*(6), 1278–1289. doi: 10.1006/nimg.2001.0927

Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, *306*(5695), 496–499. doi: 10.1126/science.1094492

Halberda, J. (2019). Perceptual Input Is Not Conceptual Content. *Trends in Cognitive Sciences*, *23*(8), 636–638. doi: 10.1016/j.tics.2019.05.007

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the «Number Sense»: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology*, *44*(5), 1457-1465. doi: 10.1037/a0012682

Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *109*(28), 11116–11120. doi: 10.1073/pnas.1200196109

Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665–668. doi: 10.1038/nature07246

He, Y., Zhou, X., Shi, D., Song, H., Zhang, H., & Shi, J.

(2016). New evidence on causal relationship between approximate number system (ANS) acuity and arithmetic ability in elementary-school students: A longitudinal cross-lagged analysis. *Frontiers in Psychology*, *7*, 1052. doi: 10.3389/fpsyg.2016.01052

Hubbard, E. M., Diester, I., Cantlon, J. F., Ansari, D., Van Opstal, F., & Troiani, V. (2008). The Evolution of Numerical Cognition: From Number Neurons to Linguistic Quantifiers. *Journal of Neuroscience*, *28*(46), 11819–11824. doi: 10.1523/JNEUROSCI.3808-08.2008

Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. *Cognition*, *131*(1), 92-107. doi: 10.1016/j.cognition.2013.12.007

Ifrah, G. (1985). *From one to zero: A universal history of numbers*. New York, EEUU: Viking.

Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*, *18*(6), 1222-1229. doi: 10.3758/s13423-011-0154-1

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 106*(25), 10382-10385. doi: 10.1073/pnas.0812142106

Kanjlia, S., Feigenson, L., & Bedny, M. (2018). Numerical cognition is resilient to dramatic changes in early sensory experience. *Cognition*, *179*, 111-120. doi: 10.1016/j.cognition.2018.06.004

Keller, L., & Libertus, M. (2015). Inhibitory control may not explain the link between approximation and math abilities in kindergarteners from middle class families. *Frontiers in Psychology*, *6*, 685. doi: 10.3389/fpsyg.2015.00685

Kersey, A. J., & Cantlon, J. F. (2017). Neural tuning to numerosity relates to perceptual tuning in 3–6-year-old children. *Journal of Neuroscience, 37*(3), 512–522. doi: 10.1523/JNEUROSCI.0065-16.2016

Kinzler, K. D., & Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. *Progress in Brain Research*, *164*, 257–264. doi: 10.1016/S0079-6123(07)64014-X

Kleinschmidt, A., Büchel, C., Hutton, C., Friston, K. J., & Frackowiak, R. S. J. (2002). The neural structures expressing perceptual hysteresis in visual letter recognition. *Neuron*, *34*(4), 659–666. doi: 10.1016/S0896-6273(02)00694-3

Koleszar, V., de León, D., Díaz-Simón, N., Fitipalde, D., Cervieri, I., & Maiche, A. (2020). Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom. *Studies in Psychology*, *41*(2), 294-318. doi: 10.1080/02109395.2020.1749000

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, *105*(2), 395–438. doi: 10.1016/j.cognition.2006.10.005

LeFevre, J., DeStefano, D., Coleman, B. & Shanahan, T. (2005). Mathematical cognition and Working Memory. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 361–377). New York: Psychology Press.

Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2017). From "sense of number" to "sense of magnitude": The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, *40*, e164. doi: 10.1017/S0140525X16000960

Lõoke, M., Marinelli, L., Eatherington, C. J., Agrillo, C., & Mongillo, P. (2020). Do Domestic Dogs (*Canis lupus familiaris*) Perceive Numerosity Illusions? *Animals*, *10*(12), 2304. doi: 10.3390/ani10122304

Lourenco, S. F., Bonny, J. W., Fernandez, E. P., & Rao, S. (2012). Nonsymbolic number and cumulative area representations contribute shared and unique variance to symbolic math competence. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *109*(46), 18737–18742. doi: 10.1073/pnas.1207212109

Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child development*, *82*(4), 1224-1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x

McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. *Animal Behaviour, 47*(2), 379-387. doi: 10.1006/anbe.1994.1052

McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, *15*(11), 776-781. doi: 10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x

Merkley, R., Matejko, A. A., & Ansari, D. (2017). Strong causal claims require strong evidence: A commentary on Wang and colleagues. *Journal of Experimental Child Psychology*, *153*, 163–167. doi: 10.1016/j.jecp.2016.07.008

Nieder, A. (2005). Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience*, *6*(3), 177-190. doi: 10.1038/nrn1626

Nieder, A., Freedman, D. J., & Miller, E. K. (2002). Representation of the Quantity of Visual Items in the Primate Prefrontal Cortex. *Science*, *297*(5587), 1708-1711. doi: 10.1126/science.1072493

Nieder, A., & Miller, E. K. (2003). Coding of cognitive magnitude: Compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. *Neuron*, *37*(1), 149-157. doi: 10.1016/S0896-6273(02)01144-3

Nuerk, H. C., Moeller, K., Klein, E., Willmes, K., & Fischer, M. H. (2011). Extending the mental number line –A review of multi-digit number processing. *Zeitschrift für Psychologie*. *219*(1), 3–22. doi: 10.1027/2151-2604/a000041

Odic, D. (2017). The contributions of non-numeric dimensions to number encoding, representations, and decision-making factors. *Behavioral and Brain Sciences*, *40*, e182. doi: 10.1017/S0140525X1600220X

Odic, D., Hock, H., & Halberda, J. (2014). Hysteresis affects approximate number discrimination in young children. *Journal of Experimental Psychology. General, 143*(1), 255–265. doi: 10.1037/a0030825

Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental Change in the Acuity of Approximate Number and Area Representations. *Developmental Psychology*, *49*(6), 1103–1112. doi: 10.1037/a0029472

Pahl, M., Si, A., & Zhang, S. (2013). Numerical cognition in bees and other insects. *Frontiers in Psychology*, *4*, 162. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00162

Piazza, M. (2010). Neurocognitive Start-Up Tools for Symbolic Number Representations. *Trends in Cognitive Sciences*, *14*(12), 542-551. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.008

Piazza, M., De Feo, V., Panzeri, S., & Dehaene, S. (2018). Learning to focus on number. *Cognition*, *181*, 35–45. doi: 10.1016/j.cognition.2018.07.011

Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, *44*(3), 547–555. doi: 10.1016/j.neuron.2004.10.014

Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2013). Education enhances the acuity of the nonverbal approximate number system. *Psychological Science*, *24*(6), 1037-1043. doi: 10.1177/0956797612464057

Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, *53*(2), 293–305. doi: 10.1016/j.neuron.2006.11.022

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, *306*(5695), 499–503. doi: 10.1126/science.1102085

Poldrack, R. A., Mumford, J. A., & Nichols, T. E. (2011). *Handbook of Functional MRI Data Analysis*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Purpura, D. J.**,** & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly, 36*, 259-268. doi: 10.1016/j.ecresq.2015.12.020

Purpura, D. J., & Simms, V. (2018). Approximate number system development in preschool:What factors predict change? *Cognitive Development*, *45*, 31-39. doi: 10.1016/j.cogdev.2017.11.001

Rugani, R., Fontanari, L., Simoni, E., Regolin, L., & Vallortigara, G. (2009). Arithmetic in newborn chicks. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, *276*(1666), 2451–2460. doi: 10.1098/rspb.2009.0044

Rugani, R., Vallortigara, G., Priftis, K., & Regolin, L. (2015). Number-space mapping in the newborn chick resembles humans' mental number line. *Science*, *347*(6221), 534-536. doi: 10.1126/science.aaa1379

Sawamura, H., Shima, K., & Tanji, J. (2002) Numerical representation for action in the parietal cortex of the monkey. *Nature*, *415*(6874), 918–922. doi: 10.1038/415918a

Sella, F., Hartwright, C., & Cohen Kadosh, R. (2018). The Neurocognitive Bases of Numerical Cognition. In J. T. Wixted & S. L. Thompson-Schill (Eds.), *Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience. Volume 3: Language and Thought* (pp. 1–47). New York: Wiley. doi: 10.1002/9781119170174.epcn316

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*(2), 428–444. doi: 10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x

Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist*, *55*(11), 1233–1243. doi: 10.1037/0003-066X.55.11.1233

Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, *10*(1), 89–96. doi: 10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x

Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *110*(45), 18116–18120. doi: 10.1073/pnas.1302751110

Stroop, J. R. (1935). Studies of interference in serial verbal reactions. *Journal of Experimental Psychology*, *18*(6), 643-662. doi: 10.1037/h0054651

Tibber, M. S., Manasseh, G. S., Clarke, R. C., Gagin, G., Swanbeck, S. N., Butterworth, B., …Dakin, S. C. (2013). Sensitivity to numerosity is not a unique visuospatial psychophysical predictor of mathematical ability. *Vision Research*, *89*, 1–9. doi: 10.1016/j.visres.2013.06.006

Tomlinson, R. C., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2020). Number sense biases children's area judgments. *Cognition*, *204*, 104352. doi: 10.1016/j.cognition.2020.104352

U.S. Department of Education & What Works Clearinghouse (2017). *What Works Clearinghouse: Procedures and Standards Handbook (Version 4.0).* Recuperado de https://ies.ed.gov/ncee/wwc/handbooks

Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2016). Symbolic numerical magnitude processing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. *PLoS ONE*, *11*(3), e0151045. doi: 10.1371/journal.pone.0151045

Verguts, T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans: a neural model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *16*(9), 1493–1504. doi: 10.1162/0898929042568497

Viarouge, A., Hubbard, E. M., & McCandliss, B. D. (2014). The cognitive mechanisms of the SNARC effect: An individual differences approach. *PLoS ONE*, *9*(4), e95756. doi: 10.1371/journal.pone.0095756

Wang, J., Halberda, J., & Feigenson, L. (2017). Approximate number sense correlates with math performance in gifted adolescents. *Acta Psychologica*, *176*, 78–84. doi: 10.1016/j.actpsy.2017.03.014

Wang, J., Halberda, J., & Feigenson, L. (2020). Emergence of the link between the Approximate Number System and symbolic math ability. *Child Development,* *92*(2), e186-e200. doi: 10.1111/cdev.13454

Wang, J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, *147*, 82–99. doi: 10.1016/j.jecp.2016.03.002

Xenidou-Dervou, I., Van Luit, J. E. H., Kroesbergen, E. H., Friso-van den Bos, I., Jonkman, L. M., van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2018). Cognitive predictors of children's development in mathematics achievement: a latent growth modeling approach. *Developmental Science, 21*(6), e12671. doi: 10.1111/desc.12671

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, *74*(1), B1–B11. doi: 10.1016/S0010-0277(99)00066-9

Yaman, S., Kilian, A., von Fersen, L., & Güntürkün, O. (2012). Evidence for a numerosity category that is based on abstract qualities of "few" vs. "many" in the bottlenose dolphin (*Tursiops truncatus*). *Frontiers in Psychology*, *3*, 473. doi: 10.3389/fpsyg.2012.00473