

**La gestión de las variables didácticas en las situaciones  
de aprendizaje matemático en la escuela infantil.  
Su incidencia en la formación de profesores.**

Luisa Ruiz Higuera

Departamento de Didáctica de las Ciencias (Área de Didáctica de las Matemáticas)  
Universidad de Jaén

III SIMPOSIO SOBRE EL CURRÍCULUM EN LA  
FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES  
Universidad de La Rioja  
Febrero, 1998

*Los problemas de la enseñanza son problemas de elección.*  
Guy Brousseau

## **1. Introducción**

De acuerdo con los objetivos y el modelo de presentación solicitado por los organizadores de este Simposium, este trabajo mostrará el desarrollo didáctico de uno de los contenidos de la asignatura *Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil*, que figura en 2º curso en el nuevo plan de los estudios para Maestros de Educación Infantil.

En primer lugar, daré cuenta de los objetivos, contenidos y metodología de la asignatura *Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil*. Esto nos permitirá acercarnos al modo en que conduzco el trabajo con mis alumnos.

En segundo lugar, introduciré la noción de variable didáctica justificando la necesaria adecuación que debe existir entre las hipótesis de aprendizaje adoptadas por el maestro y la gestión de las variables en una situación de enseñanza-aprendizaje,

En tercer lugar, justificaré la pertinencia de llevar a cabo talleres de análisis didáctico con maestros en formación inicial, sobre la determinación y el control de las variables didácticas en situaciones de enseñanza-aprendizaje. Explicaré cómo estudio con mis alumnos-maestros este objeto didáctico y cómo adquiere funcionalidad a través de las actividades que llevamos a cabo en dichos talleres, y, por último, presentaré algunas actividades de evaluación.

## **2. La asignatura de Didáctica de las Matemáticas en la formación de Maestros de Educación Infantil.**

En la Universidad de Jaén, el actual plan de estudios de magisterio entró en vigor en el curso 94-95. En la especialidad de Educación Infantil la materia *Didáctica de las Matemáticas* se imparte en 2º curso y tiene asignados 4 créditos (3 teóricos y 1 práctico). Este número de créditos es claramente insuficiente; ha existido un claro retroceso en cuanto a las expectativas que, desde esta área de conocimiento, se tenían para conseguir una auténtica profesionalización de los estudios de magisterio. El número de horas de Didáctica de las Matemáticas, que cursan los alumnos de magisterio en la Universidad de Jaén, es de los más bajos que han existido en los planes de estudio de magisterio en el siglo XX.

### **2.1. Objetivos de la asignatura.**

Con el estudio de la asignatura *Didáctica de las Matemáticas* pretendemos conseguir que, nuestros estudiantes para maestro, conozcan elementos teóricos fundamentales de esta área de conocimiento, con la intención de que los puedan utilizar como herramientas didácticas pertinentes para el control y gestión de la práctica de enseñanza. Se trata de que la teoría didáctica adquiera una coherente funcionalidad en la construcción, análisis y observación de situaciones de enseñanza-aprendizaje de conocimientos matemáticos en la escuela infantil.

Entre los objetivos de esta asignatura podemos destacar los siguientes:

- Conocer los elementos del sistema didáctico y del sistema de enseñanza, así como las relaciones que se establecen entre ellos.
- Estudiar los conocimientos matemáticos de la escuela infantil bajo diferentes perspectivas: matemática, psicológica, epistemológica, didáctica, etc.
- Determinar las diferentes adecuaciones a las que se someten los conceptos matemáticos hasta llegar a configurarse como conocimientos para ser enseñados:
  - progresión de los saberes,
  - intervención de los útiles didácticos y semióticos en la comunicación didáctica,
  - contextualización de los saberes matemáticos en la escuela infantil,
  - cronogénesis y topogénesis de los saberes escolares,
  - institucionalización del conocimiento matemático.
- Desarrollar la capacidad para diseñar, gestionar, analizar y evaluar situaciones de enseñanza
- aprendizaje:
  - interpretación de las instrucciones oficiales,
  - adopción de una hipótesis de aprendizaje adecuada,
  - determinación de los contenidos matemáticos a movilizar,
  - análisis de las variables didácticas de una situación,
  - análisis “a priori” de estrategias y procedimientos de resolución de los niños,
  - determinación del “sentido” con el que funcionan los conocimientos matemáticos movilizados,
  - evaluación del estatuto de las nociones matemáticas,
  - concepciones que manifiestan los niños,

- análisis de errores y obstáculos,
- construcción de situaciones que permiten superar obstáculos,
- construcción de textos y materiales didácticos, etc.
- Desarrollar la capacidad adecuada para poder tomar decisiones sobre lo que se está enseñando y sobre la forma cómo debe hacerse.
- Desarrollar la capacidad de reflexionar sobre su propio trabajo y sobre las decisiones tomadas o proyectadas:
  - con apertura intelectual suficiente para examinar los fundamentos, más o menos válidos, de aquello que hacen de forma cotidiana,
  - con actitud de responsabilidad sobre las consecuencias personales, académicas y sociales de aquello que hacen,
  - con actitud de sinceridad consigo mismo y con sus alumnos

Para tratar de dar respuesta a los objetivos anteriormente propuestos hemos configurado la asignatura en tres bloques de contenido:

Bloque 1. Fundamentos de Didáctica de la Matemática

Bloque 2. El currículum matemático en la Educación Infantil

Bloque 3. Los alumnos y la construcción del conocimiento matemático

*“La gestión de las variables didácticas en una situación de aprendizaje matemático”*, aspecto seleccionado para esta exposición, corresponde a uno de los contenidos del Bloque 3.

## **2.2. Propuesta metodológica**

La metodología empleada por el profesor en sus clases juega un papel tan importante como los contenidos y, en el caso de la formación de profesores, aún más.

Para el desarrollo de cada bloque temático se entrega a los alumnos un guión de trabajo cuya estructura es la siguiente:

- I. Objetivos
- II. Contenidos
- III. Documentos de trabajo
- IV. Puntos de reflexión y debate
- V. Tareas para el trabajo en grupo

En el Anexo a este documento figura el desarrollo completo del guión de trabajo correspondiente al Bloque 3: *“Los alumnos y la construcción del conocimiento matemático”*.

Aunque los guiones de trabajo son un indicador del proceso metodológico que se sigue en esta materia, no obstante, trataremos de explicitar las líneas fundamentales que conducen nuestra tarea docente:

**- Participación activa, comprometida y crítica de los alumnos en su proceso de formación.** Aceptar este principio supone, de nuestra parte, evitar la tendencia a polarizar la

función del profesor como informador-transmisor y depositario único del conocimiento. Asumimos, por el contrario, la función del profesor como orientador de los aprendizajes desde un enfoque no directivo, haciendo que realmente los alumnos sean responsables de su aprendizaje y fomentando la reflexión y discusión crítica sobre múltiples aspectos de su proceso de formación.

- **Exposición general** por parte del profesor de algunos aspectos de la materia. Aunque esta técnica de trabajo ha sido muchas veces menospreciada porque favorece una actitud receptiva del alumno, sin embargo, consideramos que, en ciertas ocasiones, puede ser muy adecuada, ya que es más cuestión de calidad y oportunidad que de cantidad.

- **Discusión colectiva** que, en ocasiones, permita generar un clima adecuado de debate y aporte de ideas, de aceptación de las propuestas de otros, de maduración hábitos y actitudes de escucha hacia las opiniones de los demás.

- **Talleres de análisis didáctico.** Son ámbitos de trabajo cuyo objetivo principal es el de articular funcionalmente los saberes didácticos y los saberes matemáticos. Consideramos necesario iniciar a nuestros alumnos en la práctica del análisis didáctico, ya que constituye un elemento fundamental para su futuro trabajo profesional: *Nunca exageramos cuando insistimos en la importancia del análisis didáctico para el ejercicio de la profesión de maestro .... Constituye verdaderamente el corazón de su formación profesional.* (Chevallard, 1992, p. 11)

Para llevar a cabo tareas de análisis didáctico formamos grupos de trabajo (de tres a cinco alumnos cada uno); en ellos tratamos de conducir estudios reflexivos sobre muchas de las actuaciones y tareas que han de llevar a cabo en su profesión: simular actuaciones, analizar producciones de los niños, diseñar y construir situaciones de enseñanza, seleccionar materiales, controlar variables didácticas en situaciones de enseñanza, llevar a cabo análisis críticos de distintas teorías, estudiar procesos de transposición didáctica en programas oficiales o en manuales escolares, analizar distintos planes de estudios, analizar las implicaciones didácticas derivadas de elecciones epistemológicas o de la aceptación de una hipótesis de aprendizaje, clasificar errores, identificar posibles obstáculos, etc.

Este tipo de tareas, dado que los grupos de alumnos son reducidos, permite valorar el grado de adecuación que muestran entre la teoría y la práctica. Son un medio eficaz para ayudarles a formalizar sus intuiciones y para construir una terminología apropiada y científica. Los comentarios de los alumnos reflejan el grado de asimilación de los fundamentos didácticos y permiten al profesor efectuar correcciones, dar informaciones, establecer relaciones, etc.

- **Seminarios con grupos de maestro/as de Educación Infantil.** A lo largo del curso, normalmente, llevamos a cabo varios seminarios en los que participan maestros/as de educación infantil que pertenecen a grupos de trabajo organizados por los CEP de Jaén y la provincia. Elegimos un tema sobre el que trabajar conjuntamente; antes de reunirnos lo preparamos por ambas partes (maestros y estudiantes para maestro), y se desarrolla durante

dos sesiones de hora y media. El número de alumnos que participa en cada seminario está limitado, no debe ser superior a veinticinco.

El objetivo que perseguimos en estos seminarios es acercar a nuestros alumnos a la realidad escolar a través de las experiencias de los maestros y crear un foro en el que se analicen, desde distintas perspectivas, problemas didácticos.

### **3. La gestión y el control de variables didácticas en situaciones de aprendizaje matemático en la escuela infantil. Su pertinencia en la formación de profesores.**

Uno de los objetivos más significativos en la formación de maestros es prepararlos, desde la Didáctica de la Matemática, para transformar el conocimiento matemático en la comunicación didáctica, adaptándolo a las situaciones de enseñanza. Necesitarán diseñar adecuadamente situaciones de enseñanza para que éstas provoquen el aprendizaje deseado en los alumnos. Han de controlar y gestionar, para ello, las variables didácticas ligadas a toda situación de enseñanza, ya que éstas condicionan y organizan los aprendizajes de los alumnos.

#### **3.1. La noción de variable didáctica**

Todo profesor, para poder gestionar con sentido las variables didácticas en una situación de enseñanza, ha de buscar la coherencia entre esta gestión y la hipótesis que haya adoptado sobre el aprendizaje de sus alumnos. En la actualidad, bajo el marco constructivista, se considera que el alumno “aprende” cuando modifica él mismo su relación al conocimiento, adaptándose a las situaciones-problema que le son presentadas por el profesor. Entre las elecciones que el profesor lleva a cabo en las situaciones de enseñanza, algunas de ellas van a ser fundamentales por la significación de los conocimientos matemáticos que espera que el alumno aprenda. Estas elecciones fundamentales se denominan *variables didácticas*.

*Una variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno (por el costo, por la validez, por la complejidad, etc.). (Briand, 1996, p. 68)*

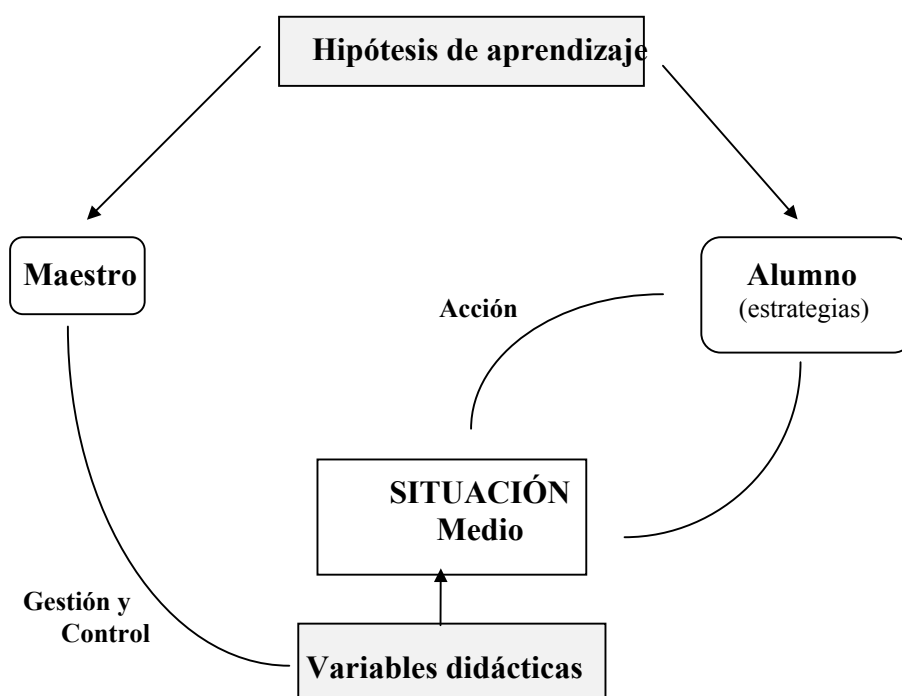
No podemos considerar que “todo” sea variable didáctica en una situación. Una variable didáctica es un elemento de la situación tal que, si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes.

*Sólo las modificaciones que afectan a la jerarquía de las estrategias las podemos considerar como variables pertinentes, aquellas que puede manipular un profesor son particularmente interesantes: estas son las variables didácticas. (Brousseau, 1982)*

La edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores, por ejemplo, juegan un papel importante en la correcta resolución de una situación. El maestro no puede, en el momento en el que construye la situación, modificarlos. No se consideran variables didácticas de la situación.

Seguindo a Laborde (1989) podemos describir el funcionamiento de las situaciones de enseñanza como el de un sistema que depende de elecciones y que está, a su vez, sometido a las restricciones que le impone el sistema didáctico. Desde la Didáctica se considera necesario conocer, tanto las restricciones como las posibles elecciones, y, además, *detectar lo que estas elecciones provocan en el aprendizaje de los alumnos, desde el punto de vista del sentido, es decir, de las diferentes significaciones de las nociones enseñadas.* (Laborde, 1989)

En el esquema siguiente se muestra la conexión que debe existir entre la hipótesis de aprendizaje adoptada por el maestro y la gestión que ha de ejercer sobre las variables didácticas de una situación de enseñanza.



Bajo una hipótesis de aprendizaje constructivista por adaptación al medio: *el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.* (Brousseau, 1986, p. 49)

Como afirma Balacheff (1996, p. 219) *la didáctica se interesa por la perturbaciones provocadas deliberadamente en un determinado medio con la intención de suscitar un aprendizaje.* Los comportamientos de los alumnos, ante este medio, son indicadores de sus aprendizajes: *Cada situación problema demanda a los alumnos comportamientos que son el*

*índice de un conocimiento. Esta correspondencia fundamental establecida, caso por caso, está justificada por la interpretación de las situaciones problema en términos de juego, y los comportamientos en términos de índices de estrategias.* (Brousseau, 1981, p. 112).

En este mismo sentido, Schubauer-Leoni (1997) nos indica que tanto las conductas, como los procedimientos de los alumnos, así como la emergencia de concepciones nuevas se deben observar como *indicadores de los controles internos que los sujetos ejercen sobre el problema y de los controles externos que proceden de la situación (medio)*. (Schubauer-Leoni, 1997, p.11). De ahí la importancia y la significación de la gestión de las variables didácticas en una situación de aprendizaje.

De todo lo anterior, podemos deducir que la construcción de situaciones de enseñanza-aprendizaje en las que se determinen variables didácticas que, controladas por el profesor, permitan a los alumnos realizar elecciones y anticipaciones, tomar decisiones, llevar a cabo acciones, comunicaciones, etc. que, posteriormente, puedan probar y validar, es una tarea compleja, fruto de un serio análisis didáctico y de una elaborada ingeniería didáctica.

### **3.2. Objetivos que nos proponemos conseguir.**

- Dar sentido y funcionalidad al modelo de aprendizaje constructivista por adaptación al medio, a través de la construcción y análisis de situaciones aprendizaje de la matemática en la escuela infantil.
- Estudiar la incidencia del “medio” como factor de desequilibrios en el aprendizaje constructivista por adaptación.
- Determinar las variables didácticas en situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la escuela infantil.
- Construir una relación de los posibles procedimientos (erróneos y correctos) que pueden poner en funcionamiento los niños en la resolución de una determinada situación didáctica en la escuela infantil.
- Dada una situación de aprendizaje matemático, cambiar adecuadamente sus variables didácticas, para provocar que los alumnos empleen determinados procedimientos en su resolución. Controlar los efectos que implican los cambios de variable en el aprendizaje de los alumnos.
- Formular hipótesis sobre las “repuestas” (retroacciones) que los alumnos pueden obtener al actuar sobre una determinada situación.
- Determinar las variables didácticas de una situación para que los propios alumnos puedan ser autónomos en el proceso de validación de sus procedimientos.

- Analizar la función del error en la construcción de los conocimientos matemáticos. Su incidencia bajo una posición constructivista del aprendizaje.
- Construir una relación de los errores más frecuentes que pueden cometer los alumnos en la resolución de problemas pertenecientes a un determinado campo conceptual.
- Determinar conocimientos que provocan errores repetitivos y resistentes y que pueden constituirse en obstáculos. Identificar su naturaleza (epistemológicos, genéticos, didácticos)
- Controlar las variables de una situación de aprendizaje para que permita a los alumnos superar algún tipo de obstáculo.
- Analizar producciones de los alumnos de educación infantil para identificar los errores que cometen. Dar cuenta de sus posibles causas.
- Analizar las dialécticas que se pueden establecer entre las acciones de los alumnos, los errores que cometen y las variables didácticas de la situación.

### **3.3. Variables didácticas y “reglas de acción” de los alumnos**

Uno de los objetos teóricos construidos por los investigadores en didáctica para dar cuenta del funcionamiento del conocimiento es el de “*regla de acción*”. Se trata de un modelo que permite describir y explicar las acciones o estrategias del alumno ante la resolución de un problema: decimos que su acción está conforme a dicha regla. Cada regla de acción tiene un *dominio de aplicación* (el conjunto de situaciones en las que permite suministrar un resultado) y un *dominio de validez* (conjunto de situaciones en las que produce resultados matemáticos correctos).

El error de un alumno puede interpretarse como una aplicación de una regla de acción fuera de su dominio de validez. El error es, por lo tanto, un medio para comprender los conocimientos de los alumnos y sus límites.

La modelización en términos de variable didáctica permite describir y explicar aquello que, en la situación de aprendizaje, influye en las acciones de los alumnos y en la evolución de estas acciones.

Veamos varios ejemplos de situaciones (educación infantil y primaria) en las que determinaremos sus variables didácticas y analizaremos las posibles reglas de acción, o estrategias de solución, que los alumnos pueden poner en funcionamiento.

#### **Ejemplo 1: La enumeración de colecciones.**



Siguiendo el trabajo de Briand (1993) consideramos que la *enumeración* de una colección exige las competencias siguientes:

- c<sub>1</sub>: Distinguir dos elementos diferentes, bien por un carácter distintivo o por su posición. Si la situación no lo permite, no existe enumeración posible.
- c<sub>2</sub>: Reconocer la pertenencia o no de todos los elementos a la colección que se quiere enumerar, es decir, reconocer su propiedad característica.
- c<sub>3</sub>: Elegir un primer elemento.
- c<sub>4</sub>: Poder conservar la memoria de esta elección.
- c<sub>5</sub>: Poder determinar el subconjunto de elementos no elegidos, o distinguir un elemento elegido de otro no elegido (no designar dos veces el mismo elemento).
- c<sub>6</sub>: Determinar para cada elemento elegido un sucesor, en el conjunto de los elementos no elegidos, es decir, elegir un primer elemento en ese nuevo conjunto.
- c<sub>7</sub>: Saber cuando ha terminado la tarea.

En el curso de la escolaridad obligatoria, los alumnos deben pasar brutalmente de un control perceptivo de la enumeración de pequeñas colecciones de objetos, a un control mental y verbal de conjuntos cualesquiera.

Es una actividad que, normalmente, a lo largo de toda la escolaridad está bajo la responsabilidad del alumno. Las dificultades ligadas a la enumeración, son consideradas como dificultades personales del alumno. En general, los profesores no la identifican como necesaria, de tal manera que no existe como objeto de enseñanza. Sin embargo, la actividad de enumerar aparece en muchas prácticas sociales y matemáticas:

- en la construcción de los primeros números
- en la construcción de las operaciones aritméticas
- en la cardinación de colecciones,

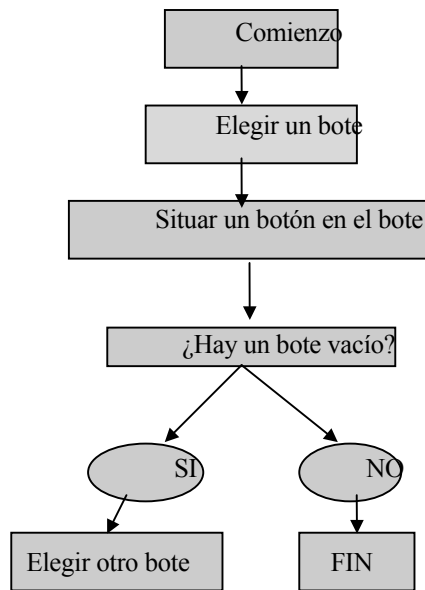
Investigadores tales como Briand (1993), Berthelot y Salin (1993) han puesto de manifiesto que las actividades de enumeración de colecciones deben ser objeto de enseñanza en los primeros niveles de la escolaridad, antecediendo a las actividades de tipo numérico. Por ello, analizaremos una situación de enumeración para el nivel de Educación Infantil.

#### **"Juego de las huchas"**

*Disponemos de una colección de botes de yoghurt (o de vasos de plástico no transparentes) en los que hemos hecho una ranura en la base. Los colocamos boca abajo y pedimos a los niños que cojan botones de una cestita e introduzcan un botón y solo uno, en todos y cada uno de los botes.*

Observación: El hecho de que los botes sean opacos, impide el control visual continuo en el desarrollo de la actividad de enumeración, es decir, no podemos **conocer** con una sola mirada, en el transcurso de la actividad, lo que hemos realizado y lo que nos queda por realizar.

Para lograr llevar a cabo con éxito la tarea pedida, el alumno deberá poner en funcionamiento el siguiente algoritmo de resolución:



Ahora bien, este algoritmo puede llevarlo a cabo por medio de distintas estrategias. Veamos cuáles son las posibles estrategias (o reglas de acción) que podrá poner en funcionamiento:

**e<sub>0</sub>** : Enumeración instantánea, basada en un control visual instantáneo. Solo se puede con seis objetos hacer a lo sumo

**e<sub>1</sub>** : Marcar los botes a medida que se van distribuyendo los botones (o las fichas).

**e<sub>2</sub>** : Utilizar el espacio: Para saber si hay algún bote vacío, es suficiente diferenciar los botes llenos de los vacíos separándolos entre sí. Cada vez que el niño mete un botón, separa este bote del resto.

**e<sub>3</sub>** : Organizar el espacio según una estructura de orden total: por la simple puesta en línea de todos los objetos. Esta estructuración permite al alumno establecer, en la colección de objetos, un orden total previo a la acción, así la coordinación espacio temporal será más fácil y no necesitará más utilizar los desplazamientos

**e<sub>4</sub>** : Si el alumno no puede modificar la posición espacial de los objetos, ni marcarlos, es preciso que pueda estructurarlos mentalmente por medio de señales (o localizadores) interiores o exteriores a la colección, con el fin de producir un orden total:

Esta estrategia depende pues de:

- la colección de objetos,
- el espacio del entorno,
- la relación al espacio del alumno que enumera
- las capacidades del alumno para estructurar la colección de objetos en el espacio, y para coordinar el espacio con el tiempo.

Las variables didácticas que van a permitir al profesor provocar cambios en las estrategias del alumno serán las siguientes:

### Variables didácticas:

- $v_1$ : Utilización o no de "marcaje" para señalar los objetos.  
Posibilidad de hacer una señal o no a los botes de yoghurt en los que ya ha metido un botón.
- $v_2$ : Desplazamiento o no de los objetos.  
Posibilidad de desplazar o no los botes de yoghurt en los que ya ha metido un botón.
- $v_3$ : Tipo de configuración espacial que presentan los objetos:  
Alineados, en tabla de  $n \times m$  filas, colocación arbitraria, ...
- $v_4$ : Número de objetos de la colección.
- $v_5$ : Naturaleza del espacio en el que se desarrolla la actividad:  
Micro-espacio, meso-espacio o macro-espacio.

### **Ejemplo 2: Comparación de números decimales<sup>1</sup>.**

Los resultados de trabajos sobre el número decimal han mostrado que, en la comparación de números decimales, las respuestas de los alumnos (12 - 14 años) denotan la aplicación de una *regla de acción*  $R_1$  que se puede descomponer, a su vez, en dos subreglas:

- comparación de los enteros anteriores a la coma,
- comparación entre las cifras que van después de la coma.

Cuando las partes enteras son iguales, en la comparación de las partes decimales, los alumnos proceden generalmente considerando que: El número que tiene el entero más grande detrás de la coma, es el mayor:

$$\begin{array}{ll} 12, 113 > 12, 4 & \text{ya que } 113 > 4 \quad (\text{falso}) \\ 12, 8 > 12, 4 & \text{ya que } 8 > 4 \quad (\text{verdadero}) \end{array}$$

El empleo de  $R_1$  no les permite a los alumnos obtener un orden total, ya que, por ejemplo, al tratar de comparar 12,04 y 12,4 pueden considerar que, detrás de la coma, ambos números tienen una misma parte decimal. El dominio de validez de  $R_1$  es todo el conjunto  $D_i$  de los números decimales que tengan  $i$  cifras significativas después de la coma. Es decir, si todos los números que se comparan pertenecen, por ejemplo, a  $D_3$ ,  $R_1$  suministra un orden total correcto. (11, 234; 11, 432; 11, 567, ...).

La práctica de enseñanza puede (involuntariamente) reforzar la regla  $R_1$ : si los números que se proponen para comparar pertenecen todos al mismo dominio  $D_i$ , ni el profesor ni los alumnos tienen los medios de poner en duda los límites de su validez. Ahora bien, la puesta en duda de esta regla es un aspecto importante en la construcción de los decimales, ya que permite a los alumnos rechazar la "concepción" de un número decimal como un "par de enteros".

Diremos que  $N =$  "número de  $D_i$  diferentes a los que pertenecen los números a ordenar" es una variable didáctica. Los valores  $N = 1$  (los números están todos ellos en el

---

<sup>1</sup> A partir de las aportaciones de Grenier (1997), hemos seleccionado varios ejemplos sobre la gestión de variables didácticas en la comparación de números decimales.

mismo dominio  $D_i$ ) y  $N > 1$  corresponden a dos elecciones de las que, una de ellas refuerza la regla, y la otra es susceptible de ponerla en duda.

### **Ejemplo 3: Simetría ortogonal.**

Los trabajos sobre la transformación plana “simetría ortogonal” (Grenier, 1988) han permitido determinar, en los problemas de la construcción a mano alzada del simétrico de un segmento, una regla de acción muy extendida:

$R_2$ : “el simétrico de un punto está a igual distancia del eje de simetría que el punto dado; esta distancia se toma a lo largo de la horizontal en la hoja (folio, cuartilla, ..)”

Una gran parte de las respuestas erróneas de los alumnos de 12 - 14 años proviene de llevar a cabo construcciones según esta regla de acción. El dominio de validez de esta regla está constituido por el conjunto de problemas de construcción en los que se presenta el eje de simetría “vertical” (siempre paralelo a la verticalidad del folio) y se pide a los alumnos que construyan figuras simétricas a una dada (según un eje dado), o bien, que determinen los ejes de simetría de una figura.

Según Grenier (1988) hay dos elementos que favorecen la estabilización de la regla  $R_2$  en los alumnos:

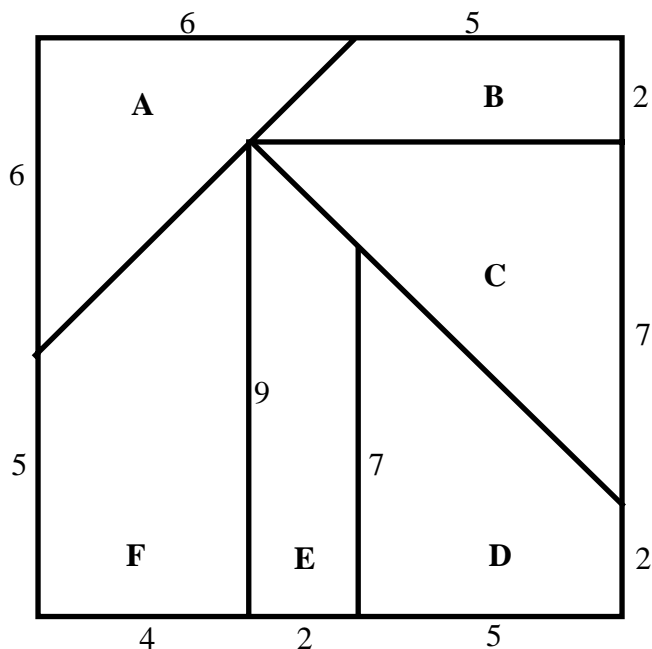
- la relación que mantienen los alumnos con el objeto cultural “simetría”
- la prácticas de enseñanza privilegian notablemente el eje de simetría vertical.

Se puede afirmar, por lo tanto, que  $D =$  “dirección del eje en la hoja de papel” es una variable didáctica. En efecto, los valores V (verticales) y O (oblicuo) caracterizan las situaciones de construcción y no provocan las mismas adaptaciones en los alumnos.

### **Ejemplo 4: Ampliación de un puzzle<sup>2</sup>**

---

<sup>2</sup> Este ejemplo está basado en el trabajo de Brousseau (1987)



El problema que se propone a los alumnos consiste en fabricar puzzles semejantes a uno dado, respetando la consigna siguiente: el segmento que mide 4 cm en el modelo deberá medir 7 cm en su reproducción. Es necesario reconstruir entre todos los miembros de un grupo el puzzle. Cada alumno del grupo debe hacer una o dos piezas. Los niños se dividen en equipos de 4 o 5. Después de una breve discusión del equipo, se separan y comienzan a construir individualmente sus piezas.

Los trabajos de Brousseau (1987) han puesto en evidencia que la mayoría de los alumnos sigue uno de los dos procedimientos (o reglas de acción) siguientes:

**Procedimiento 1:** “Añadir 3 a todas las dimensiones”

Tras la ejecución de este procedimiento existe una retroacción del medio material: las piezas no se acoplan y esto se manifiesta de un modo perceptivamente evidente ante los alumnos. El dominio de validez de este procedimiento es el conjunto de puzzles en los que todas las piezas estén compuestas por segmentos de medida 4 cm.

**Procedimiento 2:** “Multiplicar cada medida por 2 y añadir 1”

También existe una retroacción del medio material: las piezas del puzzle no se acoplan, pero puede que sea discutible en el plano perceptivo. Los alumnos pueden pensar que los errores en el ajuste de las piezas son debidos a sus imprecisiones en el recorte. Puede ser necesario recurrir a una retroacción de otro tipo.

El sentido con el que, normalmente, los alumnos han aprendido *la multiplicación de un entero por otro entero* es el de la adición reiterada. El sentido de *la multiplicación de un entero por un racional* deben construirlo en contra este sentido primero (ya que, según la progresión escolar de los conocimientos, se construyen los enteros antes que los racionales).

El objetivo de la situación del puzzle es que los alumnos rechacen explícitamente los procedimientos que hagan intervenir los enteros y construyan, al menos, implícitamente una nueva regla de acción que la podemos formular así:

*“si  $a + b = c$  en el puzzle inicial, entonces  $f(a + b) = f(a) + f(b)$  en el puzzle ampliado”*

El rechazo del modelo aditivo se convierte entonces en constitutivo del sentido de la multiplicación por un racional. Pero una condición necesaria para ello es que las elecciones hechas por el profesor de la razón de ampliación (en este caso  $7/4$ ) invaliden los procedimientos del tipo “adición reiterada”.

La variable  $V = (n, p)$ , donde  $n$  y  $p$  son los números que definen la razón de proporcionalidad, permite definir varias clases de situaciones fundamentales diferentes:

- Si  $p$  es múltiplo de  $n$ , por ejemplo el par  $(4, 8)$ , el alumno se queda en el modelo aditivo y los números con los que trabajará serán enteros.
- Si  $p = Kn + n/2$  ( $K$  entero y  $n$  par), por ejemplo el par  $(4, 6)$ , se trata de un modelo intermedio entre el modelo aditivo y el modelo lineal, más próximo al modelo aditivo debido al estatuto particular de “la mitad”, ya que “la mitad” es también un número entero. ( Para  $K = 1$ ,  $n = 4$ ,  $p = 6 = 4 + 2$ , 4 más la “mitad” de 4) ( Si  $K = 3$ ,  $n = 4$ ,  $p = 14 = 4 + 4 + 4 + 2$ , también aparece “la mitad”)
- Si  $p/n$  es racional no decimal, por ejemplo, el par  $(4, 7)$ , hay un salto pues ninguna relación del tipo anterior es posible. Estamos obligados a prescindir de “lo aditivo” y de los enteros.

Los valores de  $V = (n, p)$  ponen en juego el sentido de la multiplicación de un entero por un racional. La gestión adecuada que de ellos haga el maestro en la situación, va a permitir al alumno el paso de la multiplicación de un entero por un entero (modelo aditivo, adición reiterada) a la multiplicación de un entero por un racional (modelo multiplicativo, imagen por una aplicación lineal)

### 3.4. Talleres de análisis didáctico.

A lo largo del desarrollo del Bloque 3: Los alumnos y la construcción del conocimiento matemático ponemos en funcionamiento, con nuestros alumnos, un taller de análisis didáctico en el que trabajamos sobre la gestión y el control de las variables didácticas en la escuela infantil. Puesto que se trata del último de los bloques temáticos de esta materia, los alumnos ya han mantenido una relación con la Didáctica de las Matemáticas y han estudiado toda una serie de contenidos didácticos.

Entre las diferentes actividades que proponemos a nuestros alumnos como “tareas de trabajo en grupo” figura la de llevar a cabo procesos de análisis didáctico de situaciones de enseñanza-aprendizaje de la matemática en educación infantil.

Tomando como base una o varias nociones matemáticas, proponemos a nuestros alumnos situaciones de enseñanza-aprendizaje, en el nivel de educación infantil, y les pedimos que traten de dar respuesta a las siguientes cuestiones:

#### Didáctica de las Matemáticas

#### Talleres de análisis didáctico

##### **Cuestiones para realizar un análisis didáctico de una situación de enseñanza-aprendizaje**

##### **a. Aproximación epistemológica:**

- Históricamente, ¿cuáles son los problemas que han conducido a la construcción de esta noción?
- ¿Cuál es la función de esta noción actualmente en Matemáticas?
- ¿Cuál es la función de esta noción en relación a otras disciplinas?
- ¿Cuál es la función social de esta noción?

##### **b. Función de esta noción en la enseñanza.**

- Estudio de los programas: ¿cuándo interviene?
- Estudio de manuales: ¿cómo se aborda en la enseñanza?, ¿qué actividades, ejercicios y problemas están ligados a esta noción?

##### **c. Concepción inicial de los alumnos (antes de la enseñanza de esta noción)**

- Estudio de errores de los alumnos próximos o relacionados con esta noción.
- ¿Qué obstáculos debe superar el alumno para adquirir esta noción?
- ¿Cuáles son las concepciones previas (iniciales o espontáneas) relacionadas con esta noción antes de su enseñanza?

##### **d. Concepción final prevista (después de la enseñanza):**

- ¿Cuáles son los objetivos, formulados en términos de "saber" o "saber-hacer", que el alumno debe aprender?
- ¿Cuáles son los comportamientos observables que atestigüen que el alumno ha aprendido esta noción?

##### **e. Análisis "a-priori" de la situación problema:**

##### **e1. ¿Qué hipótesis de aprendizaje se establece?**

##### **e2. ¿Qué variables de la situación podemos identificar como variables didácticas?**

- ¿En qué dominio podemos elegir sus valores?
- ¿Qué cambios podemos efectuar en ellas?
- ¿Qué repercusión tienen estos cambios en los procedimientos esperados de los alumnos?
- ¿Qué conflictos cognitivos provocan?

- ¿Qué valores debemos asignarles para que los alumnos puedan superar obstáculos?
- ¿Qué relación de dependencia existe entre los valores asignados a las variables de la situación y los procedimientos puestos en funcionamiento por los alumnos?

**e.2. ¿Qué pueden hacer los alumnos para resolver el problema?**

- ¿Qué estrategias pondrá el alumno en funcionamiento para tratar de dar solución al problema?
- ¿Cuáles serán correctas?, ¿e incorrectas?, ¿Cuáles son las más costosas?, ¿Y las más económicas?
- ¿Pondrán en acción sus concepciones "insuficientes"?
- ¿Qué criterios tendrán para saber si la solución es correcta o no?
- La noción que se desea introducir, ¿es realmente el útil indispensable y óptimo para resolver el problema?, ¿no corren el riesgo los alumnos de utilizar otro útil diferente?

**e.3. ¿Cuál es la gestión de la clase?**

- ¿El trabajo se hará en grupos?, ¿Cómo se constituirán los grupos?
- ¿Cuál es la consigna que se dará a los alumnos?
- ¿Cuál es la función del maestro en la fase de búsqueda?,
- ¿Qué puede hacer el maestro en caso de bloqueo de los alumnos?
- ¿Cuál debe ser la actuación del maestro en las fases de formulación? ¿Y en la de validación?

Este modelo de análisis didáctico no se debe considerar cerrado, siempre se pueden encontrar nuevas cuestiones y formulaciones diferentes. No obstante, será necesario incluir, entre sus elementos constitutivos, un apartado dedicado al estudio del proceso de gestión y control de las variables didácticas de situaciones de enseñanza.

**3. 4. Tareas para el trabajo en grupo:**

**“Gestión y control de variables didácticas en situaciones de iniciación al número”.**

En la asignatura de Matemáticas y su Didáctica (Curso 1º) nuestros alumnos ya han estudiado los conocimientos matemáticos relativos a la construcción del número natural y la numeración, así como las teorías didácticas y psicogenéticas más significativas en cuanto a los aprendizajes numéricos. Estos conocimientos, junto a los de la materia de Didáctica de las Matemáticas (2º curso), le van a ser imprescindibles para trabajar en las tareas de análisis didáctico.

**3.4.1. Las prácticas de enumeración y cardinación de colecciones.**

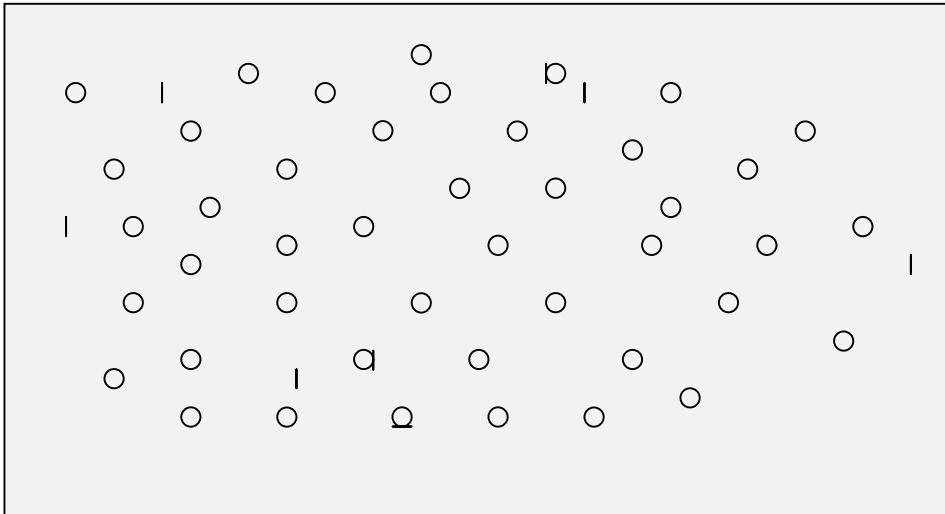
Proponemos a los alumnos, entre otras, las cuestiones siguientes:

**1º.** Tomemos un poliedro regular (por ejemplo: dodecaedro, icosaedro) y tratemos de contar el número de caras. ¿Cómo procedemos?

Saber contar el número de caras de estos poliedros ¿comporta las mismas dificultades que contar las canicas de una caja? Analiza sus diferencias.

**2º.** ¿Cuántos puntos hay en el siguiente recuadro?





- Explicitar los procedimientos que se han puesto en funcionamiento para calcular el resultado final.

3°. ¿Cuántos ♠ y cuántos ⊗ hay en la siguiente tabla?

⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
⊗	⊗	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	♠	♠	♠	♠	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗

Analizar los procedimientos diferentes que se pueden poner en funcionamiento para resolverlo.

4°. ¿Cuántos rectángulos diferentes hay en la siguiente tabla?


5°. Buscar en varios diccionarios (etimológicos, del uso de la lengua española, de matemáticas, ... ) las palabras: enumerar, enumeración, contar, cardinar, numerar, numeración. Analizar los significados atribuidos. Especificar y delimitar los significados matemáticos de estos términos.

6°. Entrevistar a profesionales que lleven a cabo prácticas de medición de colecciones: biólogos (determinación de la fórmula sanguínea de las células), naturalistas (estructura de las mazorcas del maíz, de las espigas de trigos, ...), geólogos (clasificación de los tipos de arenas, ...). Analizar los procedimientos que utilizan para medir colecciones. ¿Se ponen en funcionamiento prácticas enumerativas?

7°. En las siguientes situaciones de enumeración: Nivel Educación Infantil (3 - 4 años).

**Situaciones de ENUMERACIÓN:**

**Situación 1:** "Juego de las huchas"

*Disponemos de una colección de botes de yoghurt (o de vasos de plástico no transparentes) en los que hemos hecho una ranura en la base. Los colocamos boca abajo y pedimos a los niños que cojan botones de una cestita e introduzcan un botón y solo uno, en todos y cada uno de los botes.*

Observación: El hecho de que los botes sean opacos, impide el control visual continuo en el desarrollo de la actividad de enumeración, es decir, no podemos **conocer** con una sola mirada, en el transcurso de la actividad, lo que hemos realizado y lo que nos queda por realizar.

**Situación 2:** "Juego del repartidor de propaganda"

*Cada niño ha de colocar una carta y solo una en todos y cada uno de los casilleros de un mueble que tiene una estructura parecida al conjunto de los buzones de los bloques de pisos.*

Observación: Se pueden realizar los casilleros con cajas de zapatos o cajas de cerillas en los que se abre una ranura, simulando un buzón. Estos objetos, al ser móviles, pueden permitir múltiples configuraciones.

**Situación 3:** “Juego del jardinero”

*En el patio del colegio hay muchas macetas, se pide a cada niño que pongan un poco de abono - una sola vez - en todas y cada una de ellas.*

**Situación 4:** “Juego del cartero”

*Cada niño ha de distribuir un conjunto de cartas entre las clases de la escuela, de tal manera que debe introducir una y solo una carta por debajo de la puerta de cada una de las clases.*

Se pide:

- Determinar las variables didácticas de cada una de las situaciones anteriores
- Determinar los procedimientos que pueden poner en funcionamiento los niños en su resolución (indicando la variable didáctica elegida).
- Analizar la influencia del “medio” como factor de desequilibrios en el aprendizaje de los alumnos.
- Analizar el tamaño del espacio: microespacio, mesoespacio, macroespacio
- ¿La situación permite a los propios niños validar la solución?

**8º.** Entregamos a nuestros alumnos fichas de trabajo escolar en las cuales los niños han debido determinar el cardinal de varias colecciones. Se pide:

- ¿Qué errores se detectan?
- ¿Cómo han procedido los niños para controlar todos y cada uno de los elementos de la colección?
- ¿Utilizan el “marcaje”, el encadenamiento, la “ delimitación topográfica”, ... ? ¿Otros?
- ¿Aparecen estrategias aditivas?
- Debate con tus compañeros el contenido de la siguiente afirmación: *Las expresiones aditivas del cardinal de una colección son el resultado de una demanda escolar más que la solución a un problema de escritura del número* (Briand, 1993, p. 187)

**9º.** Tras observar detenidamente una secuencia de vídeo que muestra niños resolviendo una situación de enumeración, se pide:

- Determinar las variables didácticas
- Describir los procedimientos posibles
- Describir los procedimientos efectivos que ponen en funcionamiento los niños.
- ¿Cómo varían los procedimientos al cambiar las variables didácticas?
- ¿Cuáles son los más costosos? ¿Y los más económicos?
- ¿Qué errores cometen?
- ¿Validan los niños la solución?

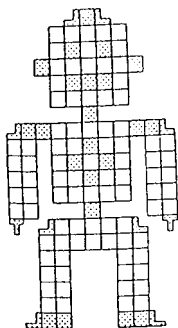
**10 º.** Diseña una situación de enumeración de colecciones (nivel 3 - 4 años). Se pide:

- Precisar la hipótesis de aprendizaje elegida.
- Determinar las variables didácticas.
- Determinar los procedimientos que pueden poner en funcionamiento los niños en su resolución.
- Analizar la influencia del “medio” como factor de desequilibrios en el aprendizaje de los alumnos.

- Analizar el tamaño del espacio: microespacio, mesoespacio, macroespacio
- ¿La situación permite a los propios niños validar la solución?

### 3.4.2. La construcción de colecciones equipotentes a una dada.

Dada la siguiente situación (niveles: 4 - 5 años y 5 - 6 años)



**Situación:** “El robot”

Presentación que hace la profesora:

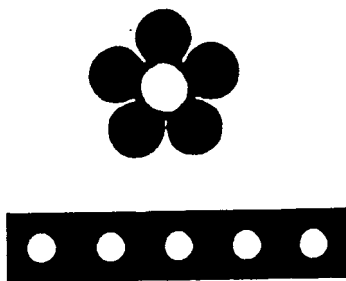
*El otro día os enseñé un robot que habían realizado los niños de otra clase. Hoy vamos a intentar hacerlo nosotros. Voy a poner en vuestra mesa uno para cada uno de vosotros, está sin terminar, debéis tratar de acabarlo de modo que quede exactamente igual a éste (que estará sobre una mesa en un extremo de la clase, desde donde no es posible verlo cuando cada niño está en su lugar de trabajo). En mi mesa tenéis cajas que contienen cada una gomettes de colores para completar el robot. **Debéis tomar sólo los que hagan falta para completar cada parte, repito, justo los que sean necesarios, ni más ni menos. Y, además, sólo podéis hacer un “viaje” a mi mesa.** Debéis mirar bien. Cada niño, siguiendo un turno, vendrá a mi mesa y me pedirá los gomettes que necesite.”*

Se pide:

1. Objetivos de aprendizaje matemático que consiguen los alumnos en la resolución de la situación problema.
2. Determinar las variables didácticas de esta situación.
3. ¿Qué estrategias pueden utilizar los niños? Analizar su dependencia según la variable didáctica elegida.
4. Errores que pueden cometer los alumnos.
5. ¿Permite la situación que los propios alumnos puedan validar sus procedimientos?
6. ¿Permite la situación que los alumnos superen algún tipo de obstáculo?

### 3.4.3. “Repartir” colecciones.

Dada la siguiente situación (nivel 4 - 5 años):



**Situación:** “Las flores”

Presentación de la profesora:

*Hoy vamos a hacer flores. Primero haremos, entre todos, una muy grande sobre el poster que he colocado en la pizarra. Alrededor de este círculo, es necesario colocar los pétalos. Quiero que esta flor tenga 9 pétalos. Los pétalos se encuentran en esta caja que está sobre mi mesa, y están colocados en bandas de gomettes (la profesora muestra las bandas y hace que los niños observen que todas ellas tienen 5). Más tarde haréis cada uno, en vuestra ficha, una flor. (La profesora determinará el número de pétalos de cada flor, y la composición de cada banda de gomettes*

Se pide:

- Determinar los conocimientos matemáticos que han de movilizar los niños para dar solución a la situación problema.
- Magnitudes que intervienen en esta situación.
- Variables didácticas de esta situación
- Estrategias que pueden poner en funcionamiento los niños.
- Señalar la dependencia entre las posibles elecciones de la profesora sobre las variables didácticas de la situación y las estrategias que pueden poner en funcionamiento los alumnos.
- Errores que pueden cometer.
- Analizar, en esta situación, la función del “medio” como factor que provoca desequilibrios en el aprendizaje de los niños.

### 5. Propuesta de evaluación para los estudiantes para maestro.

Proponemos una situación de enseñanza-aprendizaje para la escuela infantil y sobre ella, formulamos varias cuestiones sobre conocimientos didácticos relacionados con la gestión y el control de las variables didácticas.

**Situación:** “La marioneta” (nivel 5 años)

Dada una cantidad  $n > 9$  de platos, los niños deben pedir (por escrito) a una marioneta que les dé los vasos necesarios para tener tantos como platos.

La marioneta no puede hablar, y **sólo sabe interpretar mensajes escritos con cifras del 1 al 9.**

Se pide:

1. Objetivos de aprendizaje matemático que consiguen los alumnos en la resolución de la situación problema.
2. Determinar las variables didácticas de esta situación.
3. ¿Qué estrategias pueden utilizar los niños?
4. Errores que pueden cometer los alumnos.
5. Teniendo en cuenta que :

*Llamamos salto informacional a un cambio del valor de una variable didáctica en el interior de una situación que es susceptible de provocar un cambio de estrategia.*

Elige una variable didáctica de la situación, de manera que, puedas describir y justificar la existencia de un salto informacional.

6. ¿Permite la situación que, los propios alumnos, puedan validar sus procedimientos?
7. ¿Permite la situación, a los alumnos, superar algún tipo de obstáculo?
8. ¿Cómo llevarías tú a cabo la fase de institucionalización de las “escrituras aditivas del número” en el nivel de educación infantil (5 años)?
9. Dadas las siguientes producciones de los niños, en las que expresan sus “mensajes” a la marioneta, analizarlas, teniendo en cuenta las formulaciones que emplean.



10. Construir una situación de aprendizaje de las “escrituras aditivas” del número (nivel de educación infantil - 5 años) partiendo de una hipótesis constructivista por adaptación al medio.

#### 4. Referencias.

Briand, J. (1993) *L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux.

Briand, J., Chevalier, M. C.(1996) *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des Mathématiques*. Hatier: Paris.

Balacheff, N. (1996) Conception, propriété du système sujet/milieu. En R. Noirfalise y M.J. Perrin (Ed.) *Actes de l'École d'Été, 1995*, 215 - 230. DIDIREM - País VII.

Brousseau, G. (1982) *Les objets de la didactique des Mathématiques*, 2ème École d'Été de Didactique des Mathématiques.

Brousseau, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7. 2, 33-115. La Pensée Sauvage: Grenoble.

Brousseau, G. et Brousseau, N. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM de Bordeaux.

Chevallard, Y. (1992) *Elements de scenario pour le systeme d'etude de l'Institute Universitaire de Formation des Maîtres*. I.U.F.M. Université d'Aix-Marseille.

Grenier, D. (1988) *Construction et etude du fonctionnement d'un processus d'enseignement de la symetrie orthogonale en 6ème*. Thèse de doctorat. Université J. Fourier. Greneoble.

Grenier, D. (1997) Rôle des variables didactiques dans l'analyse et la construction de situations d'apprentissage. En Comiti et col. (Eds), *Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants*. (p. 345-351)

Laborde, C. (1989) L'enseignement de la geometrie en tant que terrain d'exploration des phénomènes didactiques, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 9.3, 337-364.

Salin, M.H., Berthelot, R. (1993) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse. Université de Bordeaux, 1.

Schubauer-Leoni, M. L.(1997) Entre théories du sujet et théories. Des conditions de possibilité du didactique: quel “cognitif”? *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 17, 1, 7-28

Guión de trabajo

**BLOQUE 3:**

**LOS ALUMNOS Y LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO**

**1. Objetivos:**

- Conocer las diferentes concepciones sobre el aprendizaje de los sujetos y su incidencia en el aprendizaje de las Matemáticas.
- Analizar diferentes modelizaciones sobre el funcionamiento del conocimiento matemático, determinando su interés para la Didáctica.
- Conocer las adaptaciones y restricciones que sufre el saber matemático hasta llegar a transformarse en un saber adaptado al régimen escolar.
- Conocer las relaciones establecidas entre la epistemología y la Didáctica de la Matemática.
- Conocer la significación de la noción de campo conceptual en la enseñanza de la Matemática escolar. Analizar varios campos conceptuales.
- Conocer la dialéctica útil - objeto en la progresión de los saberes matemáticos escolares.
- Analizar documentos y textos escolares para determinar las características y fenómenos asociados al proceso de transposición didáctica efectuado.
- Conocer la influencia de las elecciones del profesor en la transposición didáctica del saber.
- Conocer la teoría de las situaciones didácticas como instrumento para el análisis y construcción de situaciones de enseñanza-aprendizaje de los conocimientos matemáticos en situación escolar.
- Determinar y analizar las variables didácticas correspondientes a una situación de enseñanza.
- Estudiar la gestión y el control de estas variables.
- Construir situaciones problema para el aprendizaje de conocimientos matemáticos en Ed. Infantil.
- Conocer las funciones del error en el aprendizaje de las Matemáticas.
- Conocer la noción de obstáculo en el aprendizaje de las Matemáticas y su tipología.
- Conocer las teorías sobre "ideas inconsistentes" y conocimientos "locales" de los alumnos y relacionarlas con las anteriores.
- Analizar didácticamente los errores cometidos por los alumnos.
- Construir situaciones problema que permitan la superación de obstáculos.
- Considerar la evaluación como parte integrante de todo el proceso docente.
- Conocer los instrumentos y técnicas de evaluación de los conocimientos matemáticos en la Educación Infantil.
- Conocer métodos e instrumentos de evaluación, tanto de los conceptos matemáticos, como de los procedimientos y estrategias, actitudes y valores de los alumnos.
- Aplicar los métodos de evaluación a la propia tarea docente: métodos, programas, tareas, ... y tomar decisiones al respecto.



## **2. Contenidos**

- Aportaciones de la Psicología cognitiva a la Didáctica de la Matemática.
- Diferentes concepciones sobre el aprendizaje. Su implicación en el aprendizaje de las Matemáticas escolares.
- De los esquemas a los conceptos. Campos conceptuales. Aportaciones de Vergnaud.
- La modelización del funcionamiento del pensamiento y la génesis de ideas: Conceptos, concepciones, imágenes conceptuales, representaciones, la relación personal al saber.
- Caracterización de situaciones didácticas y a-didácticas en la enseñanza de la Matemática.
- Las variables didácticas: su análisis en las situaciones de enseñanza-aprendizaje.
- El contrato didáctico. Fenómenos ligados al contrato didáctico:
  - Efecto Topaze
  - Efecto Jourdain
  - Deslizamiento metacognitivo
  - Efectos del uso abusivo de la analogía
  - Efectos de las peticiones incomprensibles.
- Los modelos de los alumnos en la resolución de problemas:
  - modelos primitivos,
  - modelos constructivos,
  - modelos canónicos,
  - modelos sistemáticosProcedimientos y estrategias asociados.
- Análisis didáctico de situaciones de enseñanza:
  - Aproximación epistemológica
  - Su estatuto en el currículum escolar
  - Concepciones iniciales de los alumnos
  - Concepciones esperadas en los alumnos
  - Análisis "a priori" de la situación problema
  - Análisis de la gestión de la clase
  - Análisis "a posteriori".
- La función del error en el aprendizaje de la Matemática
  - Análisis de errores
  - Errores aleatorios y errores persistentes y resistentes
- Los obstáculos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Escolar. Caracterización.
- Diferentes tipos de obstáculos: epistemológicos, ontogenéticos, didácticos
- Los "conocimientos locales" de los alumnos.
- Las "ideas inconsistentes " de los alumnos.
- Análisis didáctico del error:
  - determinación de su carácter esporádico o persistente,
  - concepciones previas sobre las que se apoya,
  - determinación de las concepciones que se constituyen en obstáculos
  - carácter de los mismos,
  - tratamiento didáctico para la superación de los obstáculos.
- La evaluación: concepto y finalidad.
- La coherencia entre el desarrollo del currículum y los métodos de evaluación.
- Las restricciones y condiciones que impone al sistema didáctico la necesidad de evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos: análisis de los fenómenos didácticos a que da lugar.
- La influencia de la evaluación en el contrato didáctico.
- Las diversas fuentes de información para la evaluación de los conocimientos matemáticos: de la observación de las acciones a la corrección de las pruebas escritas.
- La evaluación de:

- estrategias y procedimientos,
  - formulaciones y comunicaciones,
  - pruebas y validaciones,
  - conceptualización e institucionalización,
  - actitudes hacia la matemática,
- Construcción de protocolos para la observación y control de la actividad de los alumnos en situación de aprendizaje matemático.

### 3. Documentos de trabajo:

BODIN, A. (1988). *Le probleme de l'evaluation. Suivi Scientifique*. Bulletin INTER -IREM. (p.245-254). IREM de Lyon.

BOUVIER, A. (1986). *Didactique des Mathematiques: le dire et le faire*. París: Cedic-Nathan.  
 - Les choix didactiques des enseignants (p. 502-504)  
 (traducción resumida y fotocopiada)

BRISSIAUD, R. y col. (1984). Procédures utilisés par enfants de cours moyen dans certains problèmes de división. *Rencontres Pedagogiques*, 15-27.  
 (traducción resumida y fotocopiada)

BROUCHE, R., CHARLOT, B., ROUCHE, N. (1991). *Faire des Mathématiques: le plaisir du sens*. París: Armad Colin.  
 - Formation des concepts et construction du savoir (p. 195-215).  
 (traducción resumida de esta sección del libro)

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7.2, 33-116.  
 (traducción resumida de las ideas más significativas)

BROUSSEAU, G. (1992). *Plan de travail et liste des documents sur l'observation*. IREM de Bordeaux.  
 - l'observación d' une leçon. (traducción resumida)

CHAMORRO, C. (1991). *El aprendizaje significativo en el Área de las Matemáticas*. Madrid: Alhambra-Logman.  
 - La evaluación y el papel del error (p. 33-48)

COLL, C. (1989). *Psicología y currículum*. Barcelona: Laia.  
 - ¿Qué evaluar?, ¿Cuándo evaluar?, ¿Cómo evaluar? (p. 124-135).

GÓMEZ, B. (1991). Las Matemáticas y el proceso educativo. En A. Gutierrez (Ed.), *Area de conocimiento de Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.  
 - Dos grandes teorías del aprendizaje (p. 74-89)  
 - Implicaciones de la teoría en la enseñanza (p. 90-101)

GRENIER, D. (1995) Rôle des variables didactiques dans l'analyse et la construction de situations d'apprentissage. En Comiti y col. (Eds). *Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants*, (p.358-351). IUFM.de Grenoble.  
 (traducción resumida)

HENRY, M. (1991). *Une presentation de la Didactique en vue de la formation des enseignants*. IREM de Besançon.

- Epistemologie genetique et Didactique des Mathématiques (p. 15-22)  
(traducción resumida de esta sección del libro)

LEONARD, F., y SACKUR, C. (1990). *Connaissances locales et triple approche, une methodology de recherche*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 2.3, 205-240.

(traducción de la noción de conocimiento “local” y ejemplos propuestos por los autores)

MERIEU, P. (1989). *Guide methodologique pour l'elaboration d'une situation didactique*. *Cahiers Pedagogiques*, 262. IREM de Grenoble.

N.C.T.M. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

- Estándares de evaluación (p. 195-262)

RICO, L. (1992b). *Evaluación en el sistema educativo español: El caso de las Matemáticas*. *SUMA*, 10, 15-24.

ROMÁN, M. y DíEZ, E. (1990). *Currículum y aprendizaje*. Madrid: Itaka.

- Diseño curricular de aula. Evaluación. (p. 148-151)

RUIZ HIGUERAS, L., RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, J. L. (1989). *El aprendizaje de las Matemáticas y la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau*. *Epsilon*, 13, 27-42.

RUIZ HIGUERAS, L., (1993). *La codificación de objetos en el ámbito de la Educación Infantil. Desarrollo de una experiencia basada en la teoría de situaciones de Brousseau*. Jaén: Centro de Profesores.

RUIZ HIGUERAS, L., RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, J. L. (1992). *Los obstáculos en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. *Guadalbullón*, 7, 45-52.

RUIZ HIGUERAS, L. (1998). *La noción de función. Análisis epistemológico y didáctico*. Colección “Pérez de Moya”. Secretariado de Publicaciones. Universidad de Jaén.

- La noción de concepción en Didáctica de las Matemáticas (p. 44-48)
- Otras nociones relacionadas con la de concepción (p. 62-70)

#### **4. Puntos de reflexión y debate.**

- Teniendo en cuenta vuestra propia experiencia, como alumnos de la asignatura de Matemáticas, identificar los tipos de aprendizaje que habéis desarrollado a lo largo de vuestra escolaridad.
- Diferencias más significativas en los diferentes tipos de aprendizaje estudiados: su implicación en el aprendizaje de las Matemáticas escolares.
- Determinar las condiciones que debe reunir una situación de aprendizaje por adaptación al medio (por ej. primeros aprendizajes numéricos). Analizar las diferentes fases (acción, formulación, validación).
- Las dialécticas que pueden establecerse entre las hipótesis de aprendizaje adoptadas por el maestro y la gestión de las variables didácticas en una determinada situación de enseñanza.
- A partir de vuestra experiencia como alumnos de la asignatura de Matemáticas, proponer casos particulares que muestren fenómenos asociados al contrato didáctico.
- La función del error en la construcción de los conocimientos matemáticos. Su incidencia bajo una posición constructivista del aprendizaje.

- La construcción de situaciones para provocar la superación de obstáculos. Las dialécticas entre las acciones de los alumnos, los errores y la situación. La incidencia del "medio" como factor de desequilibrios en el aprendizaje por adaptación.
- Relacionar las diferentes teorías sobre los errores de los alumnos en la adquisición de los conocimientos matemáticos. Puntos de conexión.
- Proponer y analizar diferentes hipótesis explicativas de los errores de los alumnos:
  - ligadas a los alumnos
  - ligadas al profesor.
- El conocimiento de la historia de la clase, ¿influye en los actos de evaluación? , ¿por qué?
- ¿La nota es solamente un elemento de medida del conocimiento del alumno o es también una forma de negociación entre el profesor y el alumno?. Debatir sobre su influencia en el contrato didáctico.
- La observación y control de la actividad de los alumnos: estrategias, procedimientos, comunicaciones, formulaciones. Analizar diferentes protocolos de observación. Estudiar su validez para la evaluación de los alumnos.
- La función normativa de la evaluación. La homogeneización de los conocimientos de los alumnos.

## **5. Tareas para el trabajo en grupo.**

- Dada una situación didáctica analizar las variables didácticas que encierra, cambiarlas sucesivamente y determinar los efectos que implica este cambio en el aprendizaje de los alumnos.
  - Describir los posibles procedimientos que pueden poner en funcionamiento los alumnos en la resolución de una determinada situación de aprendizaje.
  - Gestionar las variables didácticas de una situación de tal manera que los alumnos necesariamente empleen determinados procedimientos.
  - Gestionar las variables didácticas de una situación de tal manera que permita a los alumnos superar un determinado obstáculo.
  - Analizar diferentes producciones de los alumnos de educación infantil observando las formulaciones que emplean en la resolución de una situación - problema.
  - A partir de observaciones directas en las clases de prácticas en las Escuelas de Educación Infantil, y por medio de un protocolo de observación, determinar las reglas observables del contrato didáctico establecido entre el profesor y los alumnos.
  - Realizar un análisis didáctico de una situación - problema.
  - Corrección de producciones de los alumnos de Educación Infantil. Determinación y clasificación de los errores detectados. Análisis didáctico de los mismos. Identificación de posibles obstáculos.
  - Construir una situación didáctica que permita un aprendizaje por adaptación al "medio". Realizar un análisis "a priori" de la misma determinando las estrategias posibles (erróneas y correctas) que los alumnos pueden emplear en su resolución. Analizar las "respuestas" que deben obtener de la situación para que a través de ellas evolucionen sus estrategias hacia la solución óptima. Estudio de los obstáculos que permite superar dicha situación a los alumnos.
  - Si tuvieses que explicar a un alumno de 9 años lo que es una fracción ¿qué definición le darías?, ¿qué notaciones utilizarías?, ¿sobre qué ejemplos te apoyarías?, ¿en qué insistirías más particularmente?
- Cada miembro del grupo debe contestar estas preguntas por separado y posteriormente realizar una puesta en común, estudiando los aspectos declarativos de las *concepciones, representaciones, etc.* que manifiestan.
- A partir de la información aportada por Brousseau (1992) construir una tabla en la que se indiquen los aspectos pertinentes que se pueden observar en una situación de enseñanza - aprendizaje (en el profesor y en el alumno).

- Diseñar pruebas normalizadas para evaluar conocimientos matemáticos de los alumnos de Infantil. Seleccionar los contenidos del currículo de Infantil.
- Corregir producciones escritas de los alumnos y dar una informe cualitativo de los resultados, apoyándose en la información teórica estudiada en el tema.
- Comparar los criterios oficiales de evaluación de los conocimientos matemáticos establecidos en diferentes Cuestionarios Oficiales para la Educación Infantil (p. ej. Programas Renovados (1981) y Programas de la Reforma Educativa (1992)).