

# Paradoja Mecánica: una Experiencia en la Enseñanza de la Física



L. Castro-A<sup>1\*</sup>, C. Figueroa-N<sup>2</sup>, Juan C. Ojeda-A<sup>3</sup>, A. González-N<sup>3</sup>, J. Osuna-C<sup>3</sup>, Oscar R Gómez-A<sup>4</sup>, Julio C. Campos-G<sup>4</sup>, Martha Zazueta J<sup>1</sup>, Martin E Molinar-T<sup>5</sup>.

<sup>1</sup>Departamento de Física, Matemáticas e Ingeniería, Universidad de Sonora, Navojoa, Sonora, México.

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Sonora, Hermosillo Sonora México.

<sup>3</sup>Departamento Ingeniería de Software, Universidad Autónoma de Occidente, Mazatlán, Sinaloa México.

<sup>4</sup>Departamento de ciencias de la salud, Universidad de Sonora, ciudad Obregón, Sonora, México.

<sup>5</sup>Comisión Nacional del Agua, Hermosillo Sonora.

**E-mail:** lamberto.castro@unison.mx

(Recibido el 27 de septiembre de 2022, aceptado el 16 de febrero de 2022)

## Resumen

La Planeación de un curso de física, en sus inicios, es un nuevo reto para los profesores. Para explicar conceptos básicos se apoyan en imágenes, prototipos o alguna paradoja conocida para su explicación. En este trabajo se ha hecho un análisis geométrico, de la paradoja mecánica de Leybourn, y para ello, se han considerado conceptos fundamentales de la física que la involucra. Se ha observado que las sesiones con estudiantes son muy dinámicas, ya que se complementan con lluvia de ideas, y se llega a buenas conclusiones, objetivo que William Leybourn en 1694 tomo en cuenta para su publicación. Se han construido tres diferentes modelos de paradoja, para poder dar respuesta a las interrogantes surgidas durante varios semestres, y el resultado es tener un buen ejercicio teórico-práctico para estudiantes, pero la mejor experiencia ha sido la realización de una serie de exposiciones itinerantes en las comunidades u otras instituciones donde los estudiantes han sido el actor principal.

**Palabras claves:** Enseñanza de física, Paradoja Mecánica, exposiciones de ciencia.

## Abstract

The process of planning a physics course, in its initial stages, is always challenging for professors. To ensure explaining basic concepts can be easy, images, prototypes and known paradoxes are used as aid. In this paper a geometrical analysis has been created based on Leybourn's mechanical paradox, to obtain this, fundamental physics concepts have been employed. It's been observed that studying sessions with students are very dynamic and complement brainstorming very well, allowing students to arrive to correct conclusions, this being William Leybourn's goal in 1694 and what he wanted to achieve with his publication. Three models relating to the paradox have been constructed, to allow us answers to the questions that surface throughout multiple semesters, the result offers us a well thought out exercise that is both theoretical and practical for students, but by far the best experience has been realizing a series of expositions inside communities or institutions where the student body have been the main focus.

**Key words:** physics teaching, mechanical paradox, science expositions.

## I. INTRODUCCIÓN

El uso de estrategias de enseñanza en las ciencias, en las últimas décadas se ha ido actualizando mediante la incorporación de nuevas tecnologías, sin embargo, la observación y el uso de paradojas, se ha conservado hasta nuestros días [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7], en la actualidad se identifican paradojas en todas las áreas del conocimiento: en Biología, fluidos, electromagnetismo, geología, así como en las Ciencias Matemáticas [8, 9, 10].

En el campo de la física, se puede recordar entre las más conocidas: la paradoja de los gemelos, la de Young y la de bell entre muchas más. El término paradoja, proviene del latín **Para**-contra y **doxus** de opinión, que significa: algo increíble o absurdo, hechos que envuelven una contradicción [5], lo cual, se puede considerar como un

ejercicio mental [6, 7, 8], enunciados dirigidos a motivar a los estudiantes a la hora de plantear el desarrollo del tema.

De la experiencia de muchos docentes, identificar a un estudiante en la clase como un típico receptor, ha sido siempre su meta, lograr su motivación [3, 4] e incorporación en dinámicas de trabajo. Es decir, sembrar la semilla, y que, al salir de esta sesión, continúe desarrollando un razonamiento alrededor del tema.

¿Es posible dar una clase motivadora en ciencias? Realmente, este debe ser el objetivo, el plan de clase, debe considerar el uso de estrategias acordes a los temas, grupo, áreas de trabajo, cantidad de estudiantes entre otras variables, sin embargo, el uso de situaciones prácticas, sencillas o de razonamiento puede ayudar a decidir el uso de alguna técnica dentro del campo educativo. Algunos de los autores del presente trabajo, han realizado el uso de "paradojas" en el aula en cuyo objetivo, es incorporar un

razonamiento lógico, o retos, ha sido incluido como una motivación de éxito en cursos de ciencias.

La paradoja mecánica de Leybourn es un proyecto que se ha implementado [9, 10, 11, 12, 13, 14] en el aula por estudiantes de ciencias e ingeniería, en diversas instituciones, su funcionamiento consiste en el ascenso aparente de un bicono sobre un plano inclinado. Este prototipo ha sido construido por los propios estudiantes, que han tenido la oportunidad y la inquietud de saber “¿Por qué sube? Si realmente baja, iniciando así la inquietud de los estudiantes. Se ha construido una serie de 3 prototipos de la paradoja mecánica que se han presentado en exposiciones de ciencia y tecnología en comunidades y plazas públicas, siendo tema de discusión en conceptos de: aceleración de la gravedad, peso, centro de masa, densidad, cinemática-dinámica, conservación de energía entre otros.

El objetivo de este artículo es describir como motivar a los de estudiantes de ciencias mediante el análisis geométrico de la paradoja mecánica en un curso de física de primer semestre. El interés mostrado en la geometría de la paradoja mecánica, más que en las ecuaciones, se debe a que encontraron en la literatura trabajos de desarrollos matemáticos de muy buen nivel que consideran como fundamentos en apoyo a este proyecto.

Después de varios semestres de trabajo con el prototipo, se decide escribir este artículo, deseando que otras instituciones puedan reproducirlo para sus laboratorios o centros de divulgación científica. Aquí se presentan los modelos de la Paradoja mecánica, la de doble plano, y la de ángulo variable en los rieles, y para ello se ha utilizado madera para reducir los costos (el bicono metálico es muy homogéneo), a pesar de que esta tiene pequeños problemas en su funcionamiento.

## II. DESARROLLO DEL PROYECTO

### A Teoría básica del sistema

La paradoja mecánica ( PM ) es un sistema de dos componentes: **(a)** Un bicono (dos conos unidos por sus bases) y **(b)** Un plano inclinado con ángulo  $\alpha$ , y cuya base son dos rampas con un ángulo  $\beta$ , permitiendo que el bicono se desplace en sobre él.

Se tiene conocimiento que una paradoja es el resultado visual o del pensamiento, que nos cambia el sentido en la lógica, y en el sentido común. Se basa en un conjunto de premisas y experiencias consideradas como válidas.

La PM es un sistema que “parece” estar en contra de las leyes de la naturaleza atentando contra la misma gravedad, pero sin embargo nos brinda la oportunidad de observación y análisis, de cómo puede suceder el movimiento del bicono, y se puede concluir, como un excelente ejercicio de enseñanza en el aula, que en este suceso no es más que eso, “una realidad que nos engaña”.

Colocar el bicono en la parte media del recorrido de las rampas y soltarlo libremente, puede conducir a formular la siguiente pregunta ¿Qué puede ocurrir?

**a).** que se quede en reposo, **b).** que se mueva en forma ascendente o **c)** que se mueva en forma descendente.

¿De qué depende que ocurra cada una de estas situaciones?

Se puede considerar que el bicono, se quede fijo en la posición inicial del Plano inclinado. Ninguna de las fuerzas sobre él lo promoverían a moverse, la posición sería invariante y permanecería estático en la posición que inicialmente se ha liberado.

Un segundo suceso es el análisis del desplazamiento, pendiente arriba, por la rampa, y alcance a llegar hasta la parte superior del sistema, en donde se detiene gracias a un tope que se ha hecho como parte del diseño.

En tercera situación, es que se mueva descendiendo por la rampa, como lo haría un cilindro, hasta la parte más baja del plano inclinado.

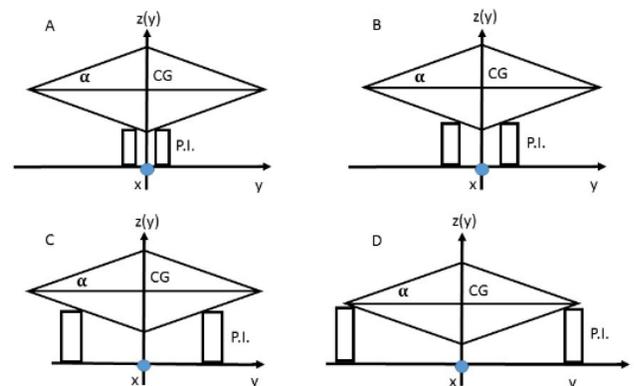
Mediante este principio se ha observado que es posible iniciar en niños y jóvenes el arte de la observación y análisis de lo que ocurre en este sistema de la PM.

### B. Geometría del Sistema PM

#### B.1 El bicono

Es el elemento móvil del sistema, se identifica por dos conos, unidos en sus bases. Un ángulo alfa, se sitúa en el vértice de una de sus diagonales, respecto al eje horizontal en ambos lados. Situado en el sistema PM, como en la fig. (1), es visto de forma frontal, y ubicado en el plano (y, z) se puede observar la forma que tiene, así, como la posición de su centro de gravedad (CG) y su distancia respecto a los dos puntos de contacto con el Plano inclinado (PI). En esta figura se presentan cuatro situaciones de su trayectoria donde la distancia CG-PI tiende a cero, es decir la razón de su caída.

En esta serie de imágenes del sistema bicono-PI se observa en la fig. 3-A que el bicono se encuentra en la parte más baja del PI, donde la distancia al CG y los puntos de contacto con el PI es la mayor y la cual se irá reduciendo a medida que vaya en ascenso “aparente” para los estados B, C y D, donde dicha distancia tiende a cero, y la separación entre los puntos de contacto en el PI hayan logrado separarse, hasta tocar los límites de ambos conos.

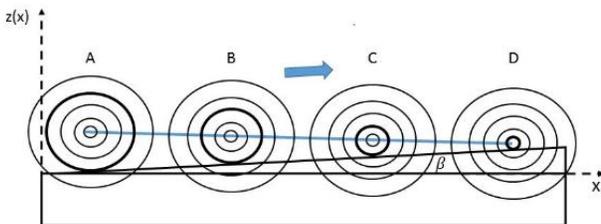


**FIGURA 1.** Vista frontal y posterior del Bicono-Plano Inclinado, situado en el sistema PM, en cuatro posiciones de la trayectoria, donde muestra la tendencia a cero de la diferencia CG-PI, característica de su caída.

## B.2 El Plano Inclinado (PI)

### Parte A

El Plano Inclinado (PI) mostrado en la fig. (2), es situado en el plano (x,z) del sistema cartesiano. Ésta compuesto de dos rieles de madera, y tiene un ángulo “beta” localizado en el vértice de la línea horizontal y la línea diagonal del PI, el ángulo es fijo para el diseño del sistema PM. En esta figura se puede observar cuatro posiciones A, B, C y D del bicono en el PI, los cuales muestran la variación de los radios respectivos del bicono durante su ascenso, observándose la trayectoria del CG la cual tiende a aproximarse al PI, al igual que la fig. (1), se presenta una leve caída mediante la línea de color azul en la dirección de los CG.

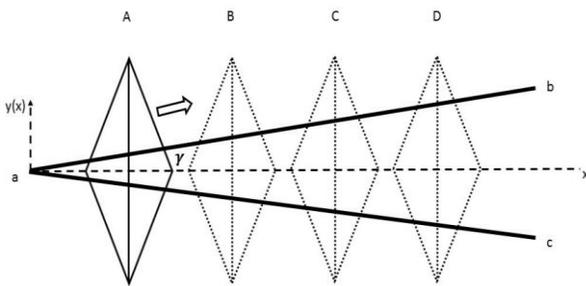


**FIGURA 2.** Vista de perfil del Plano Inclinado, y su ángulo  $\beta$  del PI, sobre el cual se muestran cuatro posiciones su la trayectoria y la variación de radio del Bicono en los puntos de contacto con PI.

### Parte B

La posición inicial del bicono, a la izquierda, en su parte más baja del plano inclinado mostrado en la fig. (3). Es visto desde la parte superior, se ubica en el plano (x, y) del sistema de coordenadas cartesianas. En esta imagen, las cuatro posiciones del bicono sobre el PI muestran un ángulo  $\gamma$  que se forma en el eje horizontal y el Plano Inclinado.

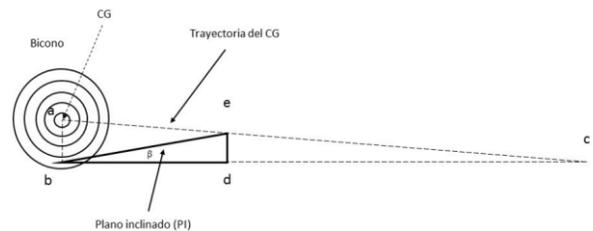
En este ascenso, en la fig. (3), se puede observar el decremento del radio en ambos lados del bicono, en los puntos que tocan los rieles, y una casi imperceptible, caída del CG, situado en su trayectoria sobre la línea horizontal del eje x.



**FIGURA 3.** Vista superior de los dos rieles del plano inclinado x, y donde se observa el bicono en cuatro posiciones, el ángulo fijo  $\beta$  respecto a un eje x y el riel de madera respectivo.

## B.3. Trayectoria del CG

El Plano Hipotético, llamado así, por ser el espacio, no material por donde se desplaza el CG del bicono en su caída. Ésta situado sobre el eje x, y en el plano (x, z), formando un triángulo “abc” siendo su rol principal mostrar la trayectoria de movimiento del centro de masa del móvil, o sea la caída de este. La fig. (4) muestra este plano, del cual se habla poco, sin embargo, es un elemento geométrico que se puede describir como un triángulo rectángulo de ángulo teta, con cateto opuesto de radio R (de la base del cono) y un cateto Adyacente que se extiende hasta una distancia finita bc. Para fines de ilustración se presenta la posición del bicono situado al inicio de la diagonal (hipotenusa) al inicio del recorrido así, como el PI identificándolo el triángulo rectángulo con las letras “ebd”.



**FIGURA 4.** presentación del plano inclinado y el bicono, así como el Plano Inclinado para mostrar la trayectoria del CG en el seguimiento de su caída.

En esta figura, se puede observar, una ligera inclinación de la recta que sigue el CG del bicono, en su caída, así, como su ascenso-descenso sobre el PI del sistema. Siendo esta la principal motivación en este trabajo.

## III. TIPOS DE PARADOJA MECÁNICA

Este prototipo se ha construido por estudiantes de ingeniería, en tres modelos diferentes y su presentación ha sido útil debido a su uso en actividades de docencia y divulgación de la ciencia en diversos estados de la república. Éste prototipo permite iniciar un análisis con los estudiantes sobre conceptos básicos, que son parte del de una clase de física o con un grupo de personas en una feria de ciencias.

### A. Caso A

El primero de los proyectos que se construyo fue una inquietud en un curso básico de física universitaria, nace la idea de construirlo en un taller de carpintería, por ser el material al alcance en ese momento. A pesar de haber analizado las ventajas y desventajas de usar este material, ya que la madera no se encontraba muy homogénea en su composición, en el caso del bicono.

La fig. (5) muestra el prototipo construido, a base de madera, y la parte de PI y su base se construye con “cimbraplay” por ser más durable a daños por transporte.

Este modelo de madera fue usado en diversas exposiciones en centros comunitarios y plazas públicas con el fin de dar a conocer la idea, así, como en conferencias en centros educativos de varios niveles.

Los jóvenes que participaron inicialmente en este proyecto, también lo construyeron de cartón con el fin de regalar muestras en los lugares que se visitaba para exponerlo.



**FIGURA 5.** Caso más sencillo del sistema de bicono con rieles de madera, y cuyas dimensiones son de 60 x 80 x 15 en cm y un ángulo de 8 grados.

### B. Caso B

La oportunidad de dar a nuestros estudiantes el poder proponer “proyectos” que incluso a los mismos profesores no se les ocurre, ellos construyen otra opción que tiene una variante interesante, una “doble sección de PI”, unidos en sus extremos.



**FIGURA 6.** caso de modo “doble pendiente”: cuyo sistema de Bicono con rieles de madera, y cuyas dimensiones son de 90 cm de longitud y 30 cm de ancho y 10 de altura, el riel inclinado tiene un ángulo de 5 grados.

En la práctica, su funcionamiento resulta muy sencillo, si se parte de colocar el bicono, en una posición del PI y lo soltamos, este inicia su “ascenso” y al llegar a la parte más

alta se observa que logra pasar a la otra sección con una velocidad  $v$ , a partir de este momento inicia un “descenso” pero se observa que se va desacelerando hasta lograr detenerse e iniciar un proceso de ascenso de regreso hasta la parte superior y pasar de nuevo al otro plano de rieles.

Este prototipo fue construido por un estudiante que participo en una feria nacional de ciencia dirigida a varios niveles, y su exposición por una semana fue tan exitosa como su aprendizaje. En este modelo se construyeron dos nuevos móviles: uno en forma de cilindro y otro en forma elipsoidal, los cuales eran de gran apoyo en las exposiciones al público.

### C. Caso C

En este prototipo de madera, se presenta la “variante” de que el plano inclinado, constituido por los dos rieles por donde se desplaza el bicono, se puede cambiar el ángulo  $\gamma$ . Este diseño se realiza debido a la inquietud de incorporarlo en práctica el laboratorio y que uno de sus ángulos sea variable, así que se construye el modelo de la figura (6), para el estudio de este tema.



**FIGURA 7.** Caso de la Paradoja Mecánica, bicono-PI construido de madera, y cuyo ángulo  $\gamma$ , de los rieles es variable.

## IV. CONCLUSIONES

La Paradoja Mecánica es un sistema “Plano Inclinado – Bicono” que nos sirve para discutir algunos conceptos de la física. En el presente trabajo se ha considerado la participación de profesores y estudiantes, durante varios semestres con el fin de motivar su análisis, considerando principalmente la parte geométrica y sin descuidar los desarrollos matemáticos ya obtenidos en la Literatura.

Se ha logrado hacer un análisis en este tiempo por parte de los integrantes, donde observan que el fenómeno depende de los ángulos: del bicono, del Plano inclinado y de la abertura de los rieles. teniendo en cuenta que: si el ángulo de inclinación superase un cierto valor, el bicono no se moverá (si mantenemos los otros ángulos constantes).

Cuando se cambia el bicono, por un cilindro, este no se moverá en forma ascendente, sino, todo lo contrario, vemos

pues que esta paradoja es más que eso, una realidad engañosa pero que encuentra una explicación dentro del contexto de la mecánica de sólidos.

## REFERENCIAS

- [1] Lewis, D., *The Paradoxes of Time Travel*, American Philosophical Quarterly **13**, 145-152.13 (1976).
- [2] Guzmán, R., Gándara, A. J., *The function of the paradoxes in physics and the case of Paul Ehrenfest*, Entreciencias **3**, 6 (2015).
- [3] Cortés, E., Cortés-Poza, D., *Mechanical paradox: the uphill roller*, European Journal of Physics **32**, 6 (2011).
- [4] Agliolo, A., Fiordilino, E., *The double cone: a mechanical paradox or a geometrical constraint?* Physics Education **46**, 6 (2011).
- [5] Mellado, V., Borrachero, A. B., Brígido, M., Melo, L. V., Dávila, M. A., Cañada, F., y Bermejo, M. L., *Las emociones en la enseñanza de las ciencias*, Enseñanza de las Ciencias **32**, 3 (2014).
- [6] Talavera, M., Mayoral, O., Hurtado, A., Baena, D. M., *Motivación docente y actitud hacia las ciencias: influencia de las emociones y factores de género*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **17**, 461-475. (2018).
- [7] Gandhi, S. C. and Efthimiou, C. J., *The ascending double cone: a closer look at a familiar demonstration*, European Journal of Physics. **26**, 5 (2005).
- [8] Wilson, E. B., *A Curious Mechanical Paradox*, The American Mathematical Monthly **17**, 132-135 (1910).
- [9] Golenko, A., *3K Mechanical Paradox transmissions: The shaping of the meshing zone for better efficiency*, Archives of Civil and Mechanical Engineering **9**, 39-46 (2009).
- [10] Colletini, C., *The mechanical paradox of low-angle normal faults: Current understanding and open questions*, Tectonophysics **510**, 253-268 (2011).
- [11] Luongo, A., Ferretti, M., and D'Annibale, F., *Paradoxes in dynamic stability of mechanical systems: investigating the causes and detecting the nonlinear behaviors*, Springer plus **5**, 60 (2016).
- [12] Mislavsky, R., Dietvorst, B. J. and Simonsohn, U., *The minimum mean paradox: A mechanical explanation for apparent experiment a versión*, PNAS 2019 116 48; (2019).
- [13] Vanderplanck, M., Gilles, H., Nonclercq, D., Duez, P., Gerbaux, P., *Asteraceae Paradox: Chemical and Mechanical Protection of Taraxacum Pollen*, Insects **11**, 304 (2020).
- [14] Bale, R., Hao, M., Bhalla, A., Patel, N., Patankar, N. A., *Gray's paradox: A fluid mechanical perspective*. Sci Rep **4**, 5904. (2014).