BOLETÍN DE LA TITULACIÓN DE MATEMÁTICAS DE LA UAL

Volumen VIII. Número 2 — 28 de enero de 2015

Juan de Herrera

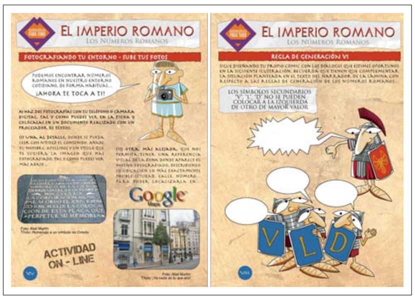
Las matemáticas en las primeras Academias de Ingenieros

Hoy en día las matemáticas se incluyen en el currículo docente desde la más tierna infancia, llegando a su máximo nivel de complejidad en los estudios universitarios. Si bien, tal y como todos sabemos, existen unos estudios propios de matemáticas, el papel de éstas es fundamental en los estudios de ingeniería.

En este artículo, nuestro compañero Florencio Castaño nos relata el lugar que ocuparon las matemáticas en la formación militar que se impartía en las Academias de Ingenieros en sus orígenes, allá por el siglo XVI y su desarrollo en etapas posteriores.

(Artículo completo en la página 12)

La historia de los números como recurso didáctico y fuente de creatividad



El uso de la historia de las matemáticas es un recurso didáctico a tener en consideración a la hora de transmitir conceptos matemáticos a nuestros estudiantes de una forma diferente.

En este artículo, el profesor Abel Martín nos expone su experiencia en el aula en la que utiliza la historia de los números para potenciar la creatividad de sus estudiantes en el ámbito matemático.

(Artículo completo en la página 9)

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

Editorial

El año 2014 ha traído buenas noticias para la profesión matemática. Según el portal americano *CareerCast.com*, ésta es la más valorada en EE. UU. y aquí, en nuestro país, el *Instituto Nacional de Estadística* publicó una nota de prensa (*www.ine.es/prensa/np841.pdf*) en la que, según la *Encuesta de Población Activa*, es la de menor tasa de paro.

Sin lugar a dudas, podemos decir que los matemáticos y las matemáticas —un 31 % de los graduados en matemáticas son mujeres— son profesionales cada vez más demandados por las empresas. Estos datos proporcionan unas perspectivas de futuro profesional muy interesante a nuestros actuales estudiantes.

Todo esto no sería posible si la universidad no proporcionara una buena formación. Estos datos son un indicador de la calidad de la enseñanza que ofrece la titulación de matemáticas.

Pero no debemos caer en la autocomplacencia. Debemos seguir mejorando. Nuestra sociedad evoluciona a una velocidad nunca antes conocida y nosotros debemos hacerlo también al mismo ritmo para no perder el tren. Estamos convencidos de que así será. Lo fue cuando pocos apostaban por nuestro título y seguro que sabremos abordar los retos que se nos presentarán en el futuro con la misma ilusión, trabajo y ganas de hacer bien las cosas.

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

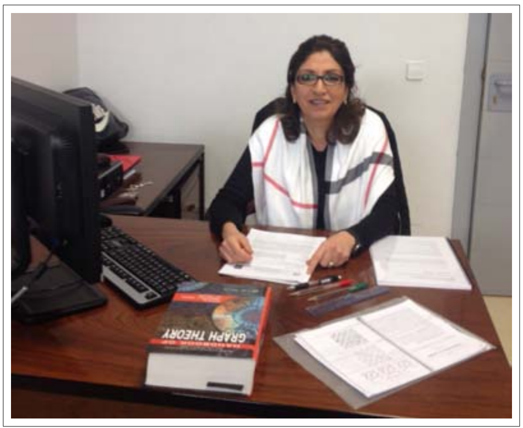
ENTREVISTA

Sahar Aleid

Becaria del Proyecto Phoenix

Juan José Moreno Balcázar
Isabel Ortiz Rodríguez
Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Sahar Aleid es una matemática jordana que disfruta una *Beca Phoenix* [1] en la *Universidad de Almería* donde está realizando sus estudios de doctorado.



Sahar Aleid

Hemos aprovechado su estancia en nuestra universidad para solicitarle una entrevista y conocer de primera mano su experiencia.

Sahar ha accedido amablemente a contestar nuestras preguntas. La entrevista se ha desarrollado en inglés pero hemos considerado oportuno traducir sus palabras al castellano.

¿Podrías contar a nuestros lectores en qué consiste el *Proyecto Phoenix*?

En primer lugar, me gustaría daros las gracias por darme la oportunidad de comentar y compartir mi experiencia a través de vuestra revista.

El *Proyecto Phoenix* pretende desarrollar la cooperación basada en la movilidad permitiendo el intercambio de 8 estudiantes de Oriente Medio (Palestina, Jordania, Siria y Líbano) y 9 estudiantes de la Unión Europea.

Esta red de cooperación tiene como objetivo ayudar a estudiantes de todos los niveles (de grado, máster, doctorado y posdoctorado) así como profesorado y personal de administración y servicios a mejorar su formación, experiencia y habilidades a través de la interacción en un entorno internacional.

Para ello se otorga una beca consistente en una cantidad económica mensual, el viaje, seguros y los costes de matrícula a todos los estudiantes y personal académico que permitan desarrollar un curso académico en alguna de las universidades europeas asociadas al proyecto.

¿Por qué elegiste la *Universidad de Almería* para realizar tus estudios de doctorado? ¿habías considerado otras opciones?

En verdad envié algunas solicitudes a universidades del Reino Unido directamente pero simultáneamente envié otras a través del *Proyecto Phoenix* ya que mi universidad participa en el mismo.

Recibí respuesta afirmativa de varias universidades del Reino Unido y de la *Universidad de Almería* en el mismo mes, lo que me obligó a pensar cuál elegir. Estoy muy feliz de haber elegido la *Universidad de Almería* y es una pregunta que me han realizado muchas veces y que estoy encantada de contestar:

- Me está ayudando a expandir mis horizontes, descubrir un país y una cultura nuevos que enriquecen mi desarrollo personal.
- Estoy en un ambiente de investigación con diferentes métodos e investigadores con sus respectivas perspectivas.
- Estoy mejorando mis conocimientos de idiomas.

¿Quiénes son tus tutores? ¿sobre qué temas estás trabajando?

Mis tutores son la profesora Dra. María Luz Puertas González y el profesor Dr. José Cáceres González del *Departamento de Matemáticas*. Tabajamos en *teoría de grafos*.

¿Nos podrías contar algo sobre tu experiencia laboral previa en Jordania?

He estado trabajando como profesora de matemáticas en Jordania durante 24 años, los 12 primeros en Bachillerato y los 12 últimos años como profesora en la *Princess Sumaya University for Technology*. Estuve impartiendo diferentes cursos de cálculo y matemática discreta en titulaciones de ingeniería, ciencias de la computación, económicas y empresariales.

Desde tu experiencia, ¿cuáles son las principales diferencias entre los estudios de matemáticas en España y Jordania?

Hablando del doctorado, la principal diferencia es que en España se enfoca más al trabajo de investigación y en Jordania se realizan cursos para preparar la tesis.

Respecto a tu estancia en España, ¿has encontrado alguna dificultad de adaptación? ¿ha sido tal y como esperabas?

Desde el primer día que llegué a Almería tuve que acostumbrarme a muchas cosas en esta ciudad adorable, por muchas razones (y no solo porque no conocía el idioma).

[1] *www.em-phoenix.eu*

ISSN 1988-5318

En primer lugar, mis tutores fueron muy amables y resultaron de gran ayuda cuando los conocí al segundo día de mi llegada. La gente es muy amable, especialmente la del *vicerrectorado de Internacionalización y Cooperación al Desarrollo*. Realmente ha sido todo más fácil de lo que esperaba.

¿Cuáles son tus expectativas una vez que hayas finalizado tu doctorado? ¿cuáles son tus planes de futuro en Jordania?

El hecho de desplazarme a Europa y poder realizar investigación fuera de mi país es una gran oportunidad. Espero que cuando haya finalizado mi doctorado mis oportunidades crezcan y al internacionalizar mi currículo me hará posible encontrar mejores trabajos académicos y que pueda transferir mi experiencia allí en todos los aspectos, tanto vitales, a mi maravillosa familia, como los académicos, a mis estudiantes. Pienso que es todavía pronto para hablar de mis planes de trabajo en Jordania, pero espero que sean muchos. ■

Actividades matemáticas

Fractales: un trabajo colaborativo

Con motivo del centenario del nacimiento del gran divulgador de las matemáticas Martin Gardner, el *Museo de Almería* en colaboración con el *Departamento de Matemáticas* de la *Universidad de Almería*, han organizado actividades divulgativas de matemáticas para toda la familia, grupos de escolares, y en general para todas aquellas personas que quieran conocer de cerca el fascinante mundo de los fractales.

Esponja de Menger en el Museo de Almería

En concreto, y por primera vez, han coincidido dos fractales gigantes en Almería: la *alfombra de Sierpinski*, de 15 por 15 metros realizada con pegatinas de colores, en el que han participado más de 4000 niños de todo el mundo y la escultura fractal de la *esponja de Menger*, realizada con 48 000 tarjetas de visita blancas y 18 048 tarjetas decorativas (de 8,5 × 5,5 cm), que alcanza una altura de 1,5 metros, con la participación de más de 1000 personas de diferentes centros educativos de Almería. Se puede encontrar más información en el blog *topologia.wordpress.com* o en la página del proyecto *Megamenger* [2].

Semana de la Ciencia

Del 3 al 7 de noviembre se ha celebrado, en la *Universidad de Almería*, una nueva edición de la *Semana de la Ciencia*.

Se trata del mayor evento de comunicación social de la ciencia y tecnología que se celebra en nuestro país y su objetivo es acercar el conocimiento científico y tecnológico a la sociedad para que exista una mayor comprensión social de la ciencia y una mejor apreciación del impacto que tiene sobre la actividad cotidiana y la mejora de la calidad de vida de los ciudadanos.

Logotipo de la actividad

Por otra parte, sirve también para que los estudiantes de bachillerato se acerquen a las distintas titulaciones antes de acceder a la universidad. En concreto, en esta edición, han sido alrededor de 2000 alumnos de una treintena de institutos los que han participado en las distintas actividades organizadas. Respecto a las matemáticas se han organizado las siguientes: *Con A de Astrónomas*; *Homer Simpson, Sheldon Cooper y Christian Goldbach en el aula de Matemáticas*; y *Fractales Geométricos*.

Olimpiada Matemática Española

Estudiantes realizando la prueba

La quincuagésimo primera edición de la *Olimpiada Matemática* que organiza la *Real Sociedad Matemática Española* y que, en su fase local en Almería, es financiada por la *división de Ciencias Experimentales*, se celebró el 16 de enero en la *Universidad de Almería*.

Acudieron 93 estudiantes de toda la provincia. Las pruebas tuvieron lugar en sesiones de mañana y tarde, de esta forma tanto los participantes como sus acompañantes pudieron disfrutar de las instalaciones del comedor

[2] *www.megamenger.com*.

ISSN 1988-5318

de la UAL. Fue un día donde se respiró ambiente matemático entre el alumnado y profesorado de bachillerato y universidad.

Los ganadores han sido Nicolás Antonio Peña Moreno, del *IES Abdera* de Adra; Amparo Pérez Castro y Miguel Ángel Fernández Grande, ambos del *IES Alborán* de Almería capital.

La fase final tendrá lugar en Badajoz entre los días 19 y 22 de marzo. En ella participarán una selección de concursantes, de entre los ganadores de la primera fase en los 8 distritos universitarios de Andalucía.

Los alumnos que obtengan Medalla de Oro en la fase final formarán parte del equipo olímpico de España en la *LVI Olimpiada Internacional de Matemáticas* a celebrar en Chiang Mai, (Tailandia) en julio.

La *Comisión de Olimpiadas* de la RSME decidirá, a la luz de los resultados obtenidos en la Olimpiada Internacional, la composición del equipo que representará a España en la *XXX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas*, que tendrá lugar en Puerto Rico en noviembre.

III Minisimposio de Investigación en Ciencias Experimentales

Organizado por la *división de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería*, el día 14 de noviembre (festividad de san Alberto Magno) se celebró el *III Minisimposio de Investigación en Ciencias Experimentales*.

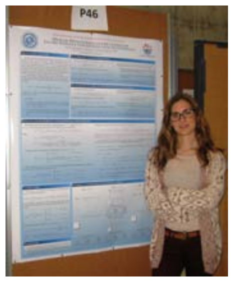
Se logró la puesta en común de las labores de investigación desarrolladas en el seno de nuestro campus en el ámbito de las ciencias experimentales.

Cartel anunciador

Fue un foro de encuentro e intercambio de ideas entre investigadores en cuyo entorno, además de presentar resultados científicos, ideas y proyectos, se compartieron perspectivas y se debatieron temas de interés para los participantes.

Al igual que en ediciones anteriores, se publicó un libro de resúmenes y se premió a los mejores pósteres expuestos. Este año hubo 18 presentaciones orales en modalidad flash (5 minutos) y se otorgaron 6 premios de 300 euros a cada cada póster ganador [3].

Los premios se otorgaron según las temáticas siguientes: biotecnología y bioprocesos industriales, ciencias aplicadas y medioambientales, matemáticas y química.

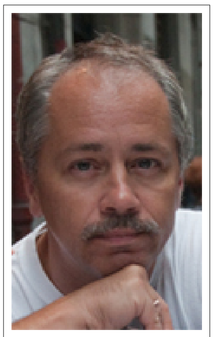


Ganadora del premio en la modalidad de matemáticas

En matemáticas, la ganadora fue la estudiante de máster Ana María Contreras Aguilar con un trabajo titulado *Mehler-Heine formulae for a family of Jacobi-Sobolev type orthogonal polynomials*.

Noticias matemáticas

Nuevo coordinador de la ANEP



Andrei Martínez

El profesor Andrei Martínez Finkelshtein (catedrático de Matemática Aplicada de la *Universidad de Almería*) es el nuevo coordinador del área de matemáticas en la *Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva* (ANEP). Tomó posesión de su cargo el 1 de enero de 2015.

Lo acompañará en su gestión el equipo compuesto por Mari Paz Calvo (catedrática de Matemática Aplicada de la *Universidad de Valladolid*), Andrei Jaikin (profesor titular de Álgebra de la *Universidad Autónoma de Madrid*), Joan Porti (catedrático de Matemáticas de la *Universitat Autònoma de Barcelona*) y Justo Puerto (catedrático de Estadística e Investigación Operativa de la *Universidad de Sevilla*).

Los STEM que dan respuesta a las SMAC

Actualmente muchas de las empresas están migrando hacia la economía digital y su futuro pasa por saber lo que quiere el consumidor antes de que este lo sepa. Es lo que se llama comportamiento predictivo, una metodología que a partir de los algoritmos de las redes sociales rastrea las preferencias del usuario e identifica lo que puede necesitar.

Este hecho les obliga a disponer de graduados universitarios en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas, se trata de los llamados STEM (siglas en inglés de Science, Technology, Engineering and Mathematics).

Que las empresas quieran reclutar a estos profesionales se explica por sus conocimientos técnicos para dar res-

[3] *cms.ual.es/UAL/estudios/congresosyeventos/isimpos*.

 ISSN 1988-5318

puesta a este otro cóctel de siglas: SMAC (Social, Movile, Analytics, Cloud).

Social porque ahora todo es mucho más colaborativo y se llega al cliente a través de redes sociales. Móvil porque cada vez se compra más a través de los dispositivos móviles. Analítica por necesitar de expertos que desarrollen herramientas para analizar la información de forma muy rápida. Por último, el Cloud porque todo está en la nube.

En definitiva, serán los STEM los que den respuesta a las SMAC y, por tanto, los que transformarán el mercado. La consultora internacional Mckinsey estima que en 2018 en Estados Unidos se necesitarán unos 140 000 expertos en analítica de datos y, según un estudio de Cedefop, la demanda de perfiles STEM en Europa crecerá un 14 % hasta 2020. Y, sin embargo, en Europa, solo el 17 % de los alumnos de enseñanzas superiores cursan estas especialidades, mientras que en Corea del Sur ya optan por ellas el 29 %.

Becas de formación DUAL en Cajamar

Carlos Javier Iglesias Labraca, estudiante del Grado de Matemáticas, es uno de los cuatro alumnos becados en la tercera experiencia de formación dual llevada a cabo en la *Universidad de Almería*.

La experiencia consiste en realizar el último curso de los estudios universitarios en *Cajamar*, gracias a una beca del nuevo *Plan de Formación Dual*.

Se trata de una iniciativa pionera en España, que sigue la tendencia europea de acercar la universidad a la empresa, mediante la cual los alumnos pueden realizar su último curso académico completo trabajando en una entidad.

III Olimpiada Estadística

El *Instituto Nacional de Estadística* (INE), la *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* (SEIO) y la *Facultad de Estudios Estadísticos* (FEE) de la *Universidad Complutense de Madrid* convocan la tercera edición de la *Olimpiada Estadística* para estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Ciclos Formativos de grado medio.

Cartel de la olimpiada

La participación se realizará mediante grupos (entre 1 y 3 estudiantes) en una de las siguientes categorías: Bachillerato y Ciclos Formativos de grado medio, Educación Secundaria Obligatoria. Cada grupo deberá tener un profesor o profesora tutor de su centro, que se encargará de supervisar el trabajo presentado. La inscripción se realiza, del 8 al 29 de enero, utilizando el formulario habilitado al efecto en la página web del INE [4].

XX Edición de los Cursos Thales-CICA

La *SAEM Thales* y el *Centro de Informática Científica de Andalucía* han convocado la XX edición de los *Cursos Thales-CICA* a través de Internet.

Página web de los cursos

El período de inscripción finalizará el 11 de febrero. Todos los cursos se convocan con un número máximo de 90 plazas. El período lectivo será entre el 18 de febrero y el 24 de junio. Para los alumnos que superen los cursos, se emitirá certificado por un total de 110 horas lectivas. Más información en *mileto.cica.es/cursos*.

Actividades SAEM Thales Almería

La delegación provincial de Almería de la *SAEM Thales* ha convocado la VIII edición de los concursos: *Fotografía Matemática de Almería* para Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato y *Dibujo Matemático de Almería* para Educación Primaria, el plazo de entrega de trabajos, para ambos concursos, finaliza el 20 de marzo. Más información en *thales.cica.es/almeria*.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Hans-Jürgen Schneider, de la Universidad de Múnich (Alemania); Teresa E. Pérez, Miguel A. Piñar, Antonia Delgado, Lidia Fernández y Joaquín Sánchez, de la Universidad de Granada; Alberto Márquez Pérez, Delia Garijo Royo, Antonio González Herrera, Auxiliadora Moreno González y Martín Cera López, de la Universidad de Sevilla y Claudia Gallego, de la Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[4] *www.ine.es/olimpiadaest/reg_index.do*.

ISSN 1988-5318

EXPERIENCIA DOCENTE

La historia de los números como recurso didáctico y fuente de creatividad

Abel Martín
IES Pérez de Ayala (Oviedo)
Cátedra de Inteligencia Analítica (Universidad de Oviedo)

Cuando iniciamos el abordaje de un tema del currículo de Matemáticas es muy atractivo comenzar siempre con una reseña, más o menos breve, que nos ayude a encuadrarlo en la historia de la humanidad, analizando los comienzos y el camino recorrido hasta llegar a lo que trabajamos y que parece estuvo ahí desde siempre.

Los números representan cantidades diferentes de forma sencilla. A lo largo de la historia no siempre se representaron igual, por lo que supusieron un desafío para la mente humana. La evolución ha sido continua, sin pausas y coincidente, muchas veces, entre pueblos que no tenían ningún contacto entre sí: ¿Habrá alguna coincidencia entre los números del continente americano y el europeo o asiático, separados muchos años por una gran masa de agua infranqueable?

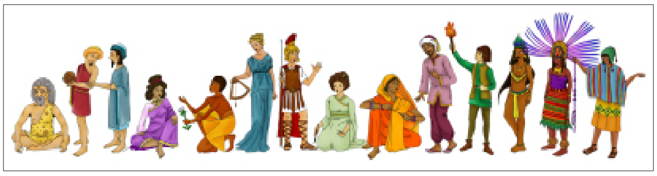


Imagen extraída del libro La fantástica historia de los números

Los números surgieron como consecuencia de la necesidad de registrar cantidades, bien sea por un motivo o por otro, desde contar pequeños grupos de ganado, poder consignar los impuestos como consecuencia del desarrollo administrativo de las ciudades, hasta llegar a nuestros días, donde un mundo anumérico parece impensable: todo son números a nuestro alrededor.

La enseñanza de las Matemáticas requiere que el alumnado se involucre en la realización de actividades que le ayuden a construir los conocimientos. Para ello el profesorado debe promover la participación y la actuación sobre materiales concretos.

Portada del libro

Por este motivo hemos diseñado una serie de acciones y materiales encaminados a dotar al profesorado de recursos que nos suministren ayuda en todo el proceso de enseñanza y en el diseño de tareas de aprendizaje.

Inicialmente abordamos el *«Plan Lectura»* para el área de Matemáticas gracias a la inestimable ayuda de *Ediciones Paraninfo*, que han depositado su confianza en nosotros publicando un libro titulado *La fantástica historia de los números* donde, a través de historias y amenos relatos cortos, no solo se trabaja el gusto y el placer por la lectura, sino también elementos curriculares de los diferentes cursos de Educación Primaria, Secundaria y Bachillerato, acercando al alumnado a la comprensión de los caminos de la mente humana en la obtención de los diferentes sistemas para «contar». Internet nos permitirá seguir ampliando y en *www.historianumeros.tk* podremos encontrar actividades que nos permitirán comprobar nuestra capacidad de comprensión lectora de cada uno de los relatos.

Como elemento vertebrador y de vital importancia utilizamos *Talleres de creatividad*, capaces de meternos en la piel de los personajes de las diferentes civilizaciones y plantearnos cuestiones que permitan desarrollar en el aula, entre otras, las «competencias matemáticas» y permitiéndonos trasladarnos en el tiempo convertidos en primitivos capaces de hacer muescas en los huesos, conocer el *hueso de Ishango*, transformarnos en escribas babilonios, dominando el arte escribir en tablillas de arcilla, manejando los números egipcios, realizando multiplicaciones y divisiones en las grandes pirámides, midiendo con el codo real egipcio, visitando la escuela pitagórica, profundizando en los sorprendentes sistemas ático y alfabético, sumergiéndonos en la relación entre el arte, las matemáticas y los números, observando los vestigios de los números romanos, analizando el porqué de los errores cometidos al no seguir sus reglas de generación que hemos estudiado desde la enseñanza primaria, manejando y utilizando el ábaco romano y también el famoso ábaco chino, utilizando con destreza los pinceles de escritura chinos, leyendo las inscripciones mayas, sus códices e interpretando sus formas de operar, los enigmáticos nudos incas y el no menos intrigante ábaco inca denominado *yupana*.

Las actividades que tenemos diseñadas son diversas, variadas y cada una pensada para un momento determinado. Como muestra presentamos algunos ejemplos que ilustren la forma de abordar nuestros talleres.

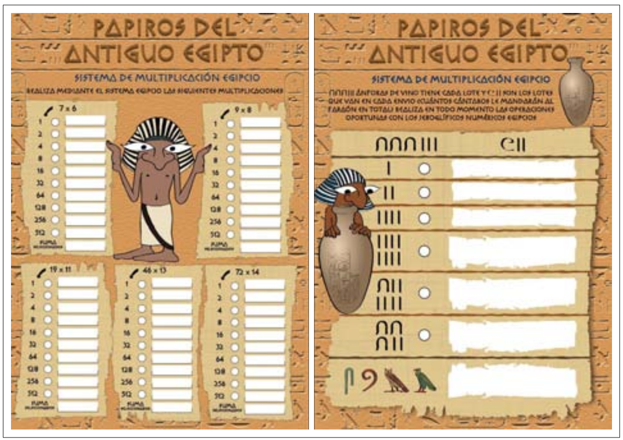
Taller de creatividad. Sistema de multiplicación egipcio

Esta es una actividad de carácter más cerrado, donde el profesor mostrará cómo los egipcios no necesitaban saber las tablas de multiplicar ya que su método se basa solo en sumas y en duplicaciones.

Tras la explicación pertinente y consensuada en gran grupo, se presentan unas fichas de trabajo para realizar en clase con el alumnado, repleto de diversión y con el objetivo de *aprender jugando*, consolidando un repaso de todo lo que hemos comentado hasta el momento, con la creati-

ISSN 1988-5318

vidad como fuente del saber, conocimiento e inspiración. También habrá otras en las que tendremos que escribir directamente en la numeración egipcia.



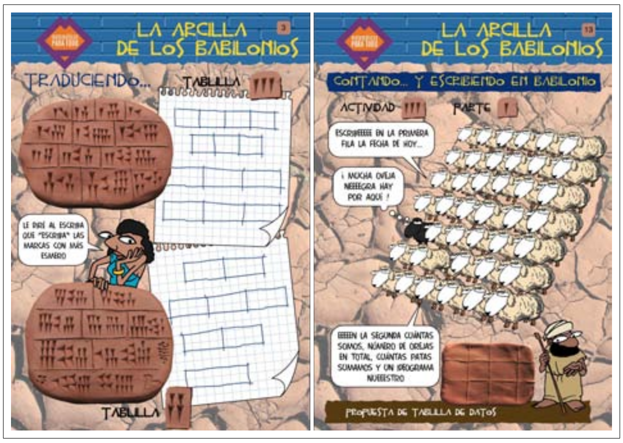
Taller de creatividad. Foto de números romanos y cómic

En unos momentos en los que la práctica totalidad de nuestros alumnos tienen una cámara digital siempre a su disposición, no será complicado buscar, fijarnos y captar los números romanos que se presentan a nuestro alrededor, siguiendo la pautas que se indican en la ficha que mostramos a continuación, describiendo la ubicación lo más exactamente posible para que el resto podamos localizarla. Será muy importante proponer algunas preguntas y cuestiones correspondientes al fotograma o relativas al lugar donde se encuentran dichos números. ¡Conocer la historia y el entorno en el que vivimos será un elemento enriquecedor en todo momento!

Para completar la actividad creativa se les da la oportunidad de crear su propia historia completando los diálogos propuestos y rellenando los bocadillos de distintas ilustraciones de forma que puedan reflejar la situación planteada en la lámina con respecto a las reglas de generación de los números romanos... Ahora cada uno será el protagonista de la historia.

Taller de creatividad. Una vuelta por Babilonia contando y escribiendo en tablillas de arcilla

Habrá actividades para realizar directamente en la hoja de trabajo, escribiendo los números (con numeración indoarábiga) que aparecen en las dos tablillas y otras en arcilla o plastilina, donde se registrarán las cantidades totales que aparecen, en numeración babilónica, siguiendo las pautas que se ha explicado e interiorizado previamente en el aula y con los utensilios de escritura diseñados al efecto. Para ello la sugerencia es hacer una tablilla como la que se propone en la ficha, con esa forma y esa distribución. También se dará libertad para dibujar los iconos que se crean oportunos y que representen la situación planteada.



En estos momentos estos talleres se imparten en exclusiva en nuestras aulas del *IES Pérez de Ayala* de Oviedo y para los participantes en cursos *Thales–CICA* de **formación a distancia del profesorado** de España y el resto del mundo de lengua hispana (donde vamos por la tercera edición) en un viaje de más de 100 horas, con un gran éxito de participación y satisfacción por parte de todos los matriculados.

Nuestro camino no ha hecho más que empezar, con todo lo anteriormente expuesto, utilizando la evolución del sistema numérico, relacionándolo con la cultura y la sociedad de cada momento histórico tratado como recurso didáctico motivacional, entrando en el aula a diario, en semanas culturales, etc, y proponiendo éstas y otras muchas más actividades potenciadoras de la creatividad, sintiéndonos por un día babilonios, egipcios, griegos, romanos, chinos, mayas, incas,... permitiendo divulgar y potenciar la historia de los números como instrumento didáctico para enriquecer culturalmente la enseñanza y el aprendizaje matemático del alumnado.

Nuestro grado de satisfacción personal al acabar cada actividad es muy grande, comparable a la de los alumnos que participan. Copio y pego la opinión expresada por uno de ellos en una cuestión de evaluación abierta: *«...expresar mi agradecimiento por todo lo que he aprendido al ir haciendo las tareas, especialmente de cultura general, de la cultura de otros pueblos, desde comparar los mayas con los egipcios o investigar los códices, la astronomía, los calendarios. Esta tarea de integrar la Matemática con otras disciplinas como Historia, Geografía, Arte, Cine, es en verdad apasionante».*

Así que preparémonos a despegar. La máquina del tiempo está a punto de volver a salir. ■

 ISSN 1988-5318

EXPERIENCIA DOCENTE

El proyecto Profundiza

Otra forma de enseñar matemáticas

Cristóbal Jiménez López
IES El Palmeral (Vera, Almería)

En el curso 2010-2011, la *Consejería de Educación* de la Junta de Andalucía, en colaboración con el *Ministerio de Educación*, ponía en funcionamiento el programa de profundización de conocimientos *Profundiza*. Se trataba de un programa dirigido al alumnado de los ciclos 2.º y 3.º de Educación Primaria y de Educación Secundaria Obligatoria. Este alumnado podía formar parte de este programa participando en proyectos de trabajo que debían tener como referentes temáticas del ámbito científico y tecnológico.

Se pretendía que el estudiante abordara el conocimiento desde otras perspectivas y desarrollara de manera activa las competencias básicas, motivando el interés del alumnado por la ciencia y la investigación, siendo ellos mismos los protagonistas de su aprendizaje. En los cursos siguientes este programa pasó a llamarse *Andalucía Profundiza*, dependiendo de la *Consejería de Educación*.

En el *CEIP Reyes Católicos* de Vera se han desarrollado varios proyectos *Profundiza*, entre los que en cada curso se ha incluido uno relacionado con las matemáticas.

El objetivo general de estos proyectos era aproximar las matemáticas al alumnado, desde el descubrimiento de los conceptos y la aplicación de los mismos en nuestro entorno diario a la resolución de situaciones problemáticas relacionadas con diversos ámbitos del conocimiento.

Para alcanzar ese objetivo se propone un aprendizaje desde el descubrimiento, la manipulación y la obtención de información en distintas fuentes. Además, durante los cuatro años, se ha fomentado el trabajo en equipo, el uso de las nuevas tecnologías y el desarrollo de la creatividad, buscando siempre la comprensión de los conceptos de forma significativa y aplicándolos a la obtención de nuevas conclusiones y la resolución de problemas.

La propuesta del primer año, *Las matemáticas de la vida cotidiana descubiertas por los niños y las niñas*, intentaba que el estudiante tomara conciencia de la presencia de las matemáticas y de la utilidad que éstas tienen en la vida diaria, en la ciencia, en la naturaleza o en el arte. Para ello buscamos las matemáticas en la poesía, la música, la literatura, la prensa, los juegos o la historia.

Los estudiantes realizaron poemas, canciones, cuentos y dibujos con contenido matemático. Entre las actividades que les resultaron más interesantes, destacamos la sesión dedicada a la fotografía matemática, en la que hicimos una excursión por distintos puntos de la localidad, con la intención de que hiciesen fotos, explicando las razones por las que las hacían. También atrajeron mucho las sesiones dedicadas a la construcción de poliedros, donde trabajamos la fórmula de Euler.

En el curso siguiente, en el proyecto *Pensar, descubrir,... hacer matemáticas* nos dedicamos a investigar sobre los puntos y líneas notables de un triángulo llegando a construir la recta de Euler, a «descubrir» la forma de medir la superficie de paralelogramos y triángulos, a construir los poliedros perfectos, o a hacer investigaciones estadísticas (sobre reciclaje y ahorro de energía, hábitos saludables de alimentación y actividad deportiva) en las que los estudiantes realizaron gráficos y sacaron conclusiones en cartulina y en presentaciones realizadas con el programa *Impress*.

Estos trabajos fueron expuestos, por sus autores, a sus compañeros y compañeras de todos los cursos de su ciclo. Todo lo realizado en estos dos años, con alumnado de segundo ciclo, puede encontrarse en el blog *terceroycuartoreyescatolicos.blogspot.com.es*.

En el tercer año, *De la realidad a las gráficas*, realizamos actividades sobre la proporcionalidad directa e inversa, partiendo de documentos reales como recetas, prospectos de medicinas, velocidades y tiempos,... o de experimentos realizados por los participantes, midiendo volúmenes y tiempos de llenado, repartiendo volúmenes fijos en vasos de distintos tamaños, etc. Con los datos obtenidos aprendimos a representar la proporcionalidad directa e inversa.

Las actividades realizadas fueron recogidas en una presentación *Impress*, explicando todo el proceso. A continuación, nos dedicamos a trabajar sobre la exposición *La mujer, innovadora en la ciencia*, cedida por la *SAEM Thales* y por su autora M.ª Teresa Valdecantos. Las actividades que se realizaron, como el trabajo sobre lugares geométricos, tenían como base las biografías de estas mu-

ISSN 1988-5318

jeres matemáticas. Acabamos este curso con una visita al *Parque de las Ciencias* de Granada.

El cuarto proyecto lo denominamos *Paseos matemáticos por la historia y el arte* y su programa previsto se dividía en dos bloques: en primer lugar, hicimos una aproximación a la matemática griega, centrándonos especialmente en Thales y Pitágoras y, a continuación, una breve motivación sobre la matemática en Al-Ándalus, trabajando sobre la construcción de frisos y mosaicos. En todo el proyecto se utilizaron dos elementos fundamentales de apoyo a la metodología:

- La historia que nos muestra cómo han surgido las ideas y cómo se han desarrollado, y esto nos ayuda a entender la importancia de los conceptos y a conocer sus aplicaciones.
- El arte y las matemáticas que tienen una estrecha relación que nos ha servido de motivación para introducir y trabajar muchos conceptos, pero también la expresión artística puede ser utilizada para transmitir la información matemática.

Dentro del acercamiento al *teorema de Thales* partimos del trabajo en el aula sobre conceptos básicos: la construcción de triángulos a partir de datos sobre la longitud de los lados y la amplitud de sus ángulos y la semejanza de triángulos.

Una vez que el grupo manejaba con soltura estas habilidades, planteamos la cuestión ¿cómo podríamos calcular una distancia o una altura inaccesible? En una puesta en común de las distintas sugerencias decidimos cómo lo lograríamos.

Con el apoyo de vídeos didácticos introdujimos el *teorema de Thales* y dejamos para la siguiente sesión la realización de prácticas. En esta nueva sesión, equipados con cintas métricas y espejos, nos fuimos al patio del colegio y divididos en grupos nos dedicamos a calcular alturas de árboles y edificios mediante sombras y espejos. Sobre esta práctica en la calle los estudiantes realizaron un informe que debía contener una descripción de la práctica realizada incluyendo un gráfico descriptivo, una explicación del proceso seguido, los cálculos y las conclusiones obtenidas.

Una nueva sesión se dedicó al manejo de escalas en la interpretación de mapas y la realización de dibujos y maquetas. En esta actividad nos planteamos determinar las dimensiones que debería tener una maqueta, que nos cupiera en el aula, de una pirámide de Egipto.

Se buscó información y se determinaron dichas medidas. Entonces, nos propusimos realizar una obra de teatro para explicar el *teorema de Thales*. Los estudiantes, trabajando en grupos, escribieron el guión de una obra que intenta narrar cómo Thales pudo hallar la altura de una pirámide, basándose en las sombras.

Los estudiantes, a lo largo de las siguientes sesiones, pero sin dejar de tratar los temas que correspondían, y haciendo muchas horas extras, repartieron los personajes, ensayaron la obra, diseñaron y elaboraron el escenario, pensaron y buscaron el vestuario, y en fin, conseguimos representar nuestra obra delante de padres, compañeros y público en general, que asistió a un acto abierto con el que finalizamos el programa *Andalucía Profundiza*.

Estas actividades y otras como la creación de frisos y mosaicos, realizadas en estos dos últimos años el alumnado de tercer ciclo, pueden ser seguidas en el blog *andaluciaprofundizareyescatolicos.blogspot.com.es*. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Les Maths au Lycée

Carmen Álvarez Garrido
Antonio Sánchez Melero
IES La Puebla (Vícar, Almería)

Depuis l'année scolaire 2005-2006, notre établissement appartient au réseau de sections bilingues de la Junta de Andalucía, y participant avec notre section bilingue de langue française. Ultérieurement, pendant l'année scolaire 2013-2014 nous sommes devenus «établissement plurilingue» avec l'incorporation de l'anglais en tant que langue véhiculaire dans quelques matières. Dans notre projet, nos élèves de la ESO, étudient les mathématiques en français.

Au fil de ces années, nous avons disposé de la collaboration d'un ou deux assistants linguistiques francophones qui constituent un élément clé pour garantir la communication en langue étrangère dans un cours d'une discipline non linguistique, telle qu'il s'agit des mathématiques. Étant donné que la plupart d'entre eux, ne sont pas des spécialistes en notre matière, nous avons travaillé avec eux les aspects les plus ludiques des mathématiques: Le nombre d'or et l'importance de son rôle dans la nature et dans l'art, la géométrie et les dessins de M.C. Escher, l'histoire des systèmes de numération, de la trigonométrie, les mathématiciens français, la géométrie de l'Alhambra, les fractales, etc.

Pendant l'année scolaire 2009-2010 un assistant Comenius belge a travaillé avec nous, il s'agissait d'un étudiant

 ISSN 1988-5318

de dernières années de mathématiques ce qui nous permit de travailler d'autres aspects.

Depuis quinze ans, notre établissement réalise un échange scolaire avec le collège français «Jeanne d'Arc» de Saint Sylvain d'Anjou. Grâce à cette activité, nous avons réussi à participer dans des expériences si intéressantes que la mesure du rayon de la Terre en travaillant simultanément avec nos partenaires français ou des observations astronomiques pendant leur séjour parmi nous.

D'autre part, depuis plusieurs années, notre lycée participe au concours européen «Mathématiques sans Frontières», créé en Alsace (France) il y a vingt ans. Sa particularité consiste à travailler en équipe avec toute la classe, cette dynamique collective vise à résoudre le plus grand nombre possible des problèmes. En plus, l'un des problèmes est rédigé en une langue étrangère et il doit être résolu dans la langue choisie, le français en l'occurrence.

Dans ce concours participent des élèves de la France, l'Allemagne, le Royaume Uni, la Suisse, l'Hongrie, la Pologne et L'Ukraine âgés entre quinze et seize ans. En 2010, le deuxième prix andalous a été attribué à nos élèves de 3º de la ESO.

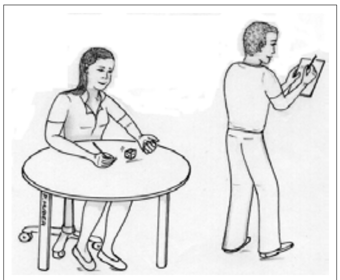
Tous les ans, le département de mathématiques organise un concours d'ingéniosité ouvert à tous les élèves de notre lycée. Les étudiants de la section bilingue doivent résoudre le problème en langue française.

PROBLÈME APPARU À L'ÉPREUVE DE 2014

(Mathématiques sans frontières)

maths-msf.site2.ac-strasbourg.fr

Claude a lancé un dé à six faces et met son ami Herbert au défi de deviner le résultat du lancer.



Herbert doit écrire une liste de questions sur une feuille de papier qu'il donnera à Claude. Claude ne répondra à chacune de ses questions que par oui ou par non.

Herbert veut déterminer à coup sûr le résultat du lancer en posant le plus petit nombre possible de questions.

Quel est le nombre minimal de questions qu'Herbert devra poser? Proposer une liste de questions qu'il pourrait écrire sur sa feuille. Justifier que cette liste permet de trouver à coup sûr le résultat du lancer.

Nota de los editores: A continuación presentamos la traducción al castellano proporcionada por los autores.

Matemáticas en el Liceo

Desde el curso 2005-2006, nuestro centro cuenta con una sección bilingüe de francés. Posteriormente, durante el curso 2013-2014 se convierte en un centro plurilingüe, incorporando el inglés como lengua vehicular en algunas asignaturas. Los alumnos de ESO estudian las matemáticas en francés.

Durante estos cursos hemos tenido asignados uno o dos ayudantes de conversación nativos que colaboran en el trabajo diario en el aula. Dado que la mayoría no son especialistas en nuestra materia, hemos trabajado con ellos los aspectos más lúdicos de las matemáticas: La razón áurea y su importancia en la naturaleza, y el arte; la geometría y los dibujos de M.C. Escher; la historia de los sistemas de numeración, de la trigonometría; los matemáticos franceses; la geometría de la Alhambra; los fractales, etc.

Durante el curso 2009-2010 trabajó con nosotros un *ayudante Comenius* belga. Era estudiante de los últimos cursos de matemáticas, lo que nos permitió trabajar otros aspectos.

Nuestro centro realiza, desde hace 15 años, un intercambio con el centro francés «Jeanne d'Arc» de Saint Sylvain d'Anjou. Gracias a esta actividad, hemos logrado medir el radio de la Tierra haciendo mediciones simultáneas en los dos centros. También hemos realizado algunas observaciones astronómicas aprovechando su visita.

Nuestro centro participa también desde hace varios años en el concurso europeo *Matemáticas sin fronteras*, creado en Alsacia (Francia) hace 20 años. Su particularidad consiste en que participan todos los alumnos de una clase, con lo que tienen que organizarse en grupos para resolver el mayor número posible de problemas. Además, uno de los problemas está redactado en lengua extranjera y tiene que ser resuelto en la lengua elegida, en nuestro caso francés.

En este concurso participan alumnos de Francia, Alemania, Reino Unido, Suiza, Hungría, Polonia y Ucrania con edades entre 15 y 16 años. En el curso 2009-2010, nuestros alumnos de 3.º de ESO obtuvieron un segundo puesto.

Todos los cursos, el departamento de matemáticas organiza un concurso de ingenio abierto a todo el alumnado del centro. Los alumnos de la sección bilingüe tienen que resolver los problemas en lengua francesa. ■

ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Si la línea de transporte urbano *Surbus* de Almería capital dispone de 2 rutas desde la zona de Torrecárdenas hasta el Centro de la ciudad y 3 rutas desde el Centro hasta la Universidad. Determina de cuántas formas distintas se puede viajar en autobús:

1. desde Torrecárdenas hasta la Universidad, pasando por el Centro, ¿cuáles son?
2. viaje de ida y vuelta desde Torrecárdenas hasta la Universidad, pasando por el Centro sin utilizar una línea más de una vez, ¿cuáles son?
3. viaje de ida y vuelta desde Torrecárdenas hasta la Universidad, pasando por el Centro.

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un ***iPod shuffle*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es ***antes del 15 de abril***. Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

M.A. Fernández

En esta edición del concurso, el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Miguel Ángel Fernández Grande, estudiante del *IES Alborán*, ubicado en la capital almeriense.

Problema propuesto en el número anterior

En una misma planta de una residencia universitaria hay 5 habitaciones y la puerta de cada una es de un color distinto. En cada habitación se aloja un estudiante de una nacionalidad diferente, que cursa un grado y practica un deporte distintos, y es fan de un grupo musical diferente. Sabiendo que: el que se aloja en la habitación con puerta amarilla practica atletismo; el que juega al tenis es fan de *Maroon-5*; el estudiante de la habitación con puerta verde cursa Medicina; la habitación con la puerta verde está a la izquierda de la blanca; el belga estudia Historia; el francés es fan de *Metallica*; la puerta de la habitación del alemán es roja; el español se aloja en la primera habitación; el italiano juega al baloncesto; el que se aloja en la habitación central estudia Matemáticas; el que practica ciclismo estudia Informática; el fan de *David Guetta* se aloja junto al que hace atletismo; el que juega al fútbol se aloja junto al que es fan de *The Rolling Stones*; el español se aloja junto a la habitación con puerta azul; y el que juega al fútbol tiene un vecino que estudia Economía, ¿quién es el fan de *LMFAO*?

A continuación vamos a reproducir la solución premiada.

Solución ganadora:

En la tabla que aparece al final de la solución se especifica el número del razonamiento utilizado para obtenerla.

(1) Enunciado del problema.

(2) La puerta verde, no puede ser la 1 porque la de su izquierda no puede ser blanca (ya es azul), ni la 3 porque el de la 3 estudia Matemáticas y el de la puerta verde estudia Medicina. Finalmente, no puede ser la 5 porque debe haber otra a su derecha (la blanca). Por lo tanto la puerta verde es la 4.

(3) La puerta roja es la 3 porque le corresponde a un alemán y la 1 (la otra libre) pertenece a un español.

(4) La puerta 1 es amarilla por ser el único color que queda, y por consiguiente el de dicha puerta practica atletismo.

(5) Por alojarse al lado del que hace atletismo.

(6) No puede ser la 4 porque el estudiante de esa puerta estudia Medicina y el belga estudia Historia. Tampoco puede ser la 5 porque el informático y ciclista debería vivir en la 2 y eso obligaría al español a estudiar Economía (único grado libre), sin embargo no tendría un vecino que jugase al fútbol y esto incumple el enunciado. Por consiguiente, el belga solo puede vivir en la puerta 2.

ISSN 1988-5318

(7) El inquilino de la puerta número 5 deberá estudiar Informática, porque a su vez practica ciclismo y el otro estudiante al que queda por adjudicarle un grado practica atletismo. Por ser el único grado que queda, el español (puerta 1) estudia Economía.

(8) El vecino del estudiante de Economía juega al fútbol y el belga es el único vecino de dicho estudiante.

(9) Quedan dos puertas de las que no se sabe la nacionalidad de su inquilino (4 y 5), el italiano deberá vivir en la 4 porque él juega al baloncesto y el de la puerta 5 practica ciclismo. Por descarte, el francés, conocido fan de *Metallica* vive en la puerta 5.

(10) El alemán (puerta 3) es el único sin deporte, así que debe jugar al tenis, el único que queda. Gracias al enunciado del problema, se conoce que el jugador de tenis es seguidor de *Maroon*-5.

(11) El español (puerta 1) es el único vecino del que juega al fútbol que no tiene asignado grupo musical, por lo que siguiendo el enunciado del problema se deduce que es seguidor de *The Rolling Stones*.

(12) Tras completar todo el cuadro el único hueco libre le corresponde a *LMFAO*, resolviéndose así el problema: El fan de *LMFAO* vive en la puerta número 4, que es de color verde, estudia Medicina, juega al baloncesto y es de nacionalidad italiana.

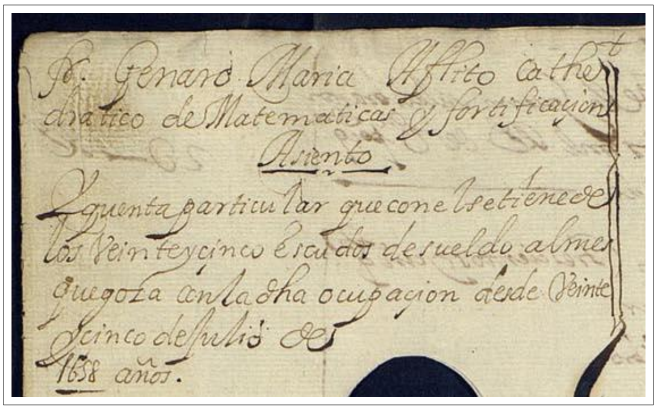
Puerta	1	2	3	4	5
Color	Amarillo (4)	Azul (1)	Rojo (3)	Verde (2)	Blanco (2)
Nacionalidad	Español (1)	Belga (6)	Alemán (3)	Italiano (9)	Francés (9)
Grado	Economía (7)	Historia (6)	Matemáticas (1)	Medicina (2)	Informática (7)
Deporte	Atletismo (4)	Fútbol (8)	Tenis (10)	Baloncesto (9)	Ciclismo (7)
Música	*The Rolling Stones* (11)	*David Getta* (5)	*Maroon*-5 (10)	*LMFAO* (12)	*Metallica* (9)

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Las matemáticas en las primeras Academias de Ingenieros de España

Florencio Castaño Iglesias
Universidad de Almería

El primer centro de enseñanza, antecesor a la actual *Academia de Ingenieros*, fue la *Academia de Matemáticas de Madrid*, fundada por Felipe II en 1582, en el antiguo Alcázar Real de la Corte, a instancias del arquitecto y matemático Juan de Herrera (el constructor del Monasterio del Escorial) y del ingeniero Tiburcio Spanochi. Se explicaba la «Geometría de Euclides», el «Tratado de la Esfera» y la «Teoría y Práctica de la Fortificación».


Fr. Genaro Maria Aflito cathe
dratico de Mathematicas y fortificacion
Asiento
Quenta particular que con el se tiene de
los veinte y cinco escudos de sueldo al mes
que goza en la dha ocupacion desde veinte
y cinco de Julio de
1658 años.

El texto hace referencia al sueldo mensual de 25 escudos que fray Genaro María Aflito, catedrático de Matemáticas y Fortificación, goza desde julio de 1658

En el *Archivo Histórico Nacional* se conservan algunos documentos relativos a la llamada *Cátedra de Matemáticas y Fortificación*, más adelante llamada *Cátedra de Artillería*.

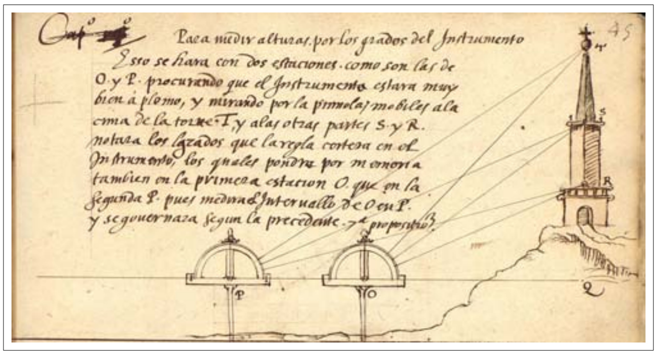
Además de las enseñanzas de geometría, fortificación y artillería, el titular de la cátedra tenía la obligación de acudir a todo lo que el Capitán General de Artillería le ordenase sobre su ejercicio. Por ejemplo, fray Genaro María Aflito intervino en las fortificaciones de Gibraltar y Cádiz, cobrando una cantidad adicional por sus servicios.

Los estudiantes, una vez admitidos, tenían un sueldo mensual de seis escudos, siempre que el catedrático certificase su asistencia. El nombramiento de los alumnos se hacía en los siguientes términos:

> *«Su Magestad por su Real cedula dada en Madrid a catorce de febrero de* 1664*, refrendada por D. Diego de la Torre su secretario de Guerra, se sirvió nombrar a Carlos Estanislao, para estudiar matemáticas en la Corte, con seis escudos de sueldo al mes y que constan por certificación de fray Genaro María de Aflito que lee la cathedra de dicha facultad, que asiste al estudio de las dichas matemáticas, se le libren…»*

 ISSN 1988-5318

En 1675 se fundó en Bruselas la *Academia Real y Militar del Ejército de los Países Bajos*, por iniciativa del Duque de Villahermosa, Capitán General de Flandes. Los alumnos, en un primer año, estudiaban *Geometría, Fortificación, Artillería, Geografía* y *«Arte de escuadronar»* (formación en escuadras). Los más brillantes continuaban otro curso más para convertirse en Ingenieros. Curso en el que se profundizaba en el estudio de *Fortificación, Dibujo, Geometría* y el *Tratado de la Esfera y Navegación*. La Academia desaparecería en 1705, cuando la ciudad cae en poder de los ejércitos de la Gran Alianza.



Utilización del instrumento «dioptra geométrica» para medir alturas

A propuesta de Isidro Próspero de Verboon fue creada, en 1720, la *Real Academia de Matemáticas de Barcelona* con el fin de que los jóvenes destinados a la carrera de las armas se instruyesen en los tratados de matemáticas conducentes al arte de la guerra, y elegir los mas aprovechados para oficiales de los cuerpos de Artillería y de Ingenieros, cuerpos creados por Felipe V. La norma en la enseñanza de la Academia era la conjunción de la teoría y la práctica.

El 22 de julio de 1739 se aprueba un Reglamento por parte del Ministerio de la Guerra que establece las materias, duración del curso, admisión de alumnos, dotación para libros, instrumentos y otros gastos. Así, por ejemplo, se dice que *«todo el cuerpo matemático debe explicarse en tres años, distribuidos en cuatro cursos de nueve meses cada uno, sirviendo los dos primeros para la instrucción de cualquier oficial del ejército y los dos últimos para los de Ingenieros y Artillería»*. Las materias que se estudiaban en el primer curso eran: *Aritmética, Geometría, Trigonometría, Topografía* y la *Esfera Celeste*.

La primera Academia específica de Ingenieros abre sus puertas en el año 1803, en Alcalá de Henares. En 1816, después de la Guerra de la Independencia, se publica un nuevo Reglamento donde el plan de estudios pasa a impartirse en cuatro cursos. Los dos primeros se dedicaban a las Matemáticas (*Cálculo diferencial e integral, Geometría analítica y descriptiva, Trigonometría esférica y Cosmografía* (confección y análisis de mapas del globo terráqueo), *Geodesia* y *Topografía*), el tercero al *«Arte Militar»* y la *Fortificación*, y el cuarto a las *Construcciones* (militares y civiles). Es hacia mitad del XIX cuando se introduce el idioma francés en las academias.

El símbolo de la Academia de Ingenieros representa a la Diosa Minerva coronada por el lema «Nunc Minerva Postea Palas», es decir, «Primero el estudio, después la práctica»

Referencias

[1] Cerón Martínez, Memorial de Ingenieros, nº 86, 2011.

[2] Michaele Coigneto, *Mathematicorum instrumentorum*, Biblioteca Nacional, 1612.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

La importancia de la elección de las técnicas estadísticas

Una aplicación a las ciencias biosanitarias

Inmaculada López García
Universidad de Almería

La *estadística* es la ciencia que se ocupa de las técnicas y procedimientos para recoger, ordenar, resumir y analizar un conjunto de datos. Estos datos pueden proceder de medir una o varias características de un grupo de individuos (personas, animales, plantas,...) o de las respuestas a un cuestionario.

Dentro del análisis estadístico diferenciamos entre la *estadística descriptiva* que comprende las técnicas para describir un grupo de individuos y la *inferencia estadística* que trata de generalizar los resultados obtenidos para una parte de los individuos (*muestra*) a todo el colectivo (*población*).

En medicina la estadística interviene en tanto en cuanto se trabaja con la probabilidad de enfermar y con la oportunidad incierta de realizar un diagnóstico y aplicar un tratamiento. El médico debe aplicar su conocimiento a la situación del paciente que está tratando y la estadística puede ser un instrumento útil para llevar a cabo su labor.

Cuando se analizan unos datos es fundamental la elección de la técnica estadística correcta, puesto que no escoger la prueba estadística adecuada para cada situación puede llevarnos a obtener conclusiones erróneas.

 ISSN 1988-5318

Un ejemplo de ello aplicado a las ciencias de la salud sería el siguiente. La *Enfermedad Pulmonar Obstructiva Crónica* (EPOC) es una enfermedad que causa dificultad para respirar y que empeora progresivamente. Su principal causa es el hábito de fumar, ya que la mayoría de las personas que la sufren fuman o solían fumar.

Para determinar si hay relación entre la enfermedad y el hábito tabáquico se dispone de una muestra concreta de 90 pacientes recogiendo para cada uno de ellos los valores de dos variables: una variable cualitativa ordinal que llamamos variable predictora (hábito tabáquico), con tres modalidades posibles (1-No fumador, 2-Moderado, 3-Alto); y una variable cualitativa dicotómica que llamamos variable resultado (EPOC) con dos modalidades posibles (Sí, No) dependiendo de si el individuo tiene o no la enfermedad.

Hábito tabáquico \EPOC	Sí	No	Total
No Fumador (0)	7	23	30
Moderado (≤ 20)	11	19	30
Alto (> 20)	15	15	30
Total	33	57	90

Tabla de contingencia que representa la EPOC frente al hábito tabáquico (nº cigarrillos/día). Ver [1].

Partiendo de estos datos, nuestra pregunta es si existe relación entre la EPOC y la intensidad del hábito tabáquico.

Lo primero que debemos hacer para la obtención de conclusiones es escoger el test estadístico más acertado. Ya que para estos datos concretos, si escogemos como prueba estadística el test chi-cuadrado de Pearson de independencia, se concluiría que no existe asociación entre las variables (p-valor $= 0{,}111$), mientras que si aplicamos el test chi-cuadrado de tendencia lineal, el resultado es que sí existe asociación (p-valor $= 0{,}033$).

El motivo de la conclusión errónea del primer test es que este test no tiene en cuenta el orden de las categorías de la variable *Hábito tabáquico*, mientras que el segundo test sí. Además, el test chi cuadrádo es asintótico, por lo que 90 observaciones pueden no ser suficientemente representativas para obtener conclusiones sobre la población. Por eso es importante saber por qué se utiliza un determinado test y si se cumplen sus condiciones de aplicación para la situación en la que se usa.

Los resultados de análisis estadísticos resultan ser de gran utilidad en la práctica médica pero nunca deben sustituir a la experiencia, el sentido común y la praxis. En definitiva, la estadística es una herramienta que nos puede ser de gran ayuda a la hora de diseñar y llevar a cabo estudios sanitarios, siempre y cuando se utilice apropiadamente, pues muchas técnicas estadísticas requieren que se cumplan determinadas condiciones para la obtención de resultados válidos.

Referencias

[1] Jacobo Díaz Portillo, Guía Práctica del Curso de Bioestadística Aplicada a las Ciencias de la Salud [5].

■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

¿Puede un número ser una obra de arte? (II)

Raúl Ibáñez Torres
Universidad del País Vasco

Esta es la segunda entrega de una mini serie de artículos en los cuales se analizan ejemplos de obras de arte donde los números, algo tan abstracto y alejado de las temáticas y objetos habituales del arte clásico, son el tema central, o una parte destacada, de las mismas. La nueva filosofía del arte que implicaron la ruptura del arte moderno y el surgimiento de las vanguardias, hizo posible que la representación gráfica de los números no solo fuese posible en la obra de arte, sino que llegase a convertirse en el leitmotiv de muchas de ellas.

Nuestro primer ejemplo fue la obra *El gran cuatro* (1986), del artista norteamericano Robert Motherwell (1915-1991), una de las figuras clave del expresionismo abstracto. En el presente artículo analizaremos una obra dominada por el número cinco, de una gran fuerza estética y con un papel importante en la historia de arte, que ha sido repetidamente homenajeada por otros artistas, *Vi la figura* 5 *en oro* (1928), de Charles Demuth.

El artista Charles Demuth fue la figura más representativa del **precisionismo**. Éste fue un movimiento artístico, también conocido como realismo cubista, que se desarrolló en Estados Unidos en el periodo entre las dos guerras mundiales y que estuvo fuertemente influenciado por el cubismo y el futurismo. Sus temas principales fueron la industrialización y la modernización de los ambientes rurales norteamericanos. Entre los artistas más destacados de este movimiento estaban Elsie Driggs (su obra más famosa es *Pittsburg*, 1927), Francis Criss (El *palacio de justicia de Jefferson Market*, 1935), Charles Demuth, Ed-

[5] *www.ingesa.msssi.gob.es/estadEstudios/documPublica/internet/pdf/Guia_Practica_Bioestadistica.pdf*.

ISSN 1988-5318

ward Hopper (seguramente el miembro más famoso, autor de obras como *Halcones de la Noche*, 1942, *Domingo por la mañana temprano*, 1930), Charles Sheeler (*Paisaje americano*, 1930, *La planta de River Rouge*, 1932) y Georgia O'Keeffe (una de las artistas norteamericanas más conocidas, que dedica muchos cuadros con este estilo a la ciudad de Nueva York y sus rascacielos).

Charles Demuth (Estados Unidos, 1883-1935) fue uno de los acuarelistas más destacados de la historia del arte en EE. UU., que centró su interés en las flores, las frutas y los vegetales (temas que también interesaron a otros artistas del precisionismo, como por ejemplo O'Keeffe), y también en la homosexualidad. Más adelante empezaría a utilizar el óleo e influenciado por las vanguardias europeas (como consecuencia de sus viajes por Europa y el contacto en EE. UU. con algunos vanguardistas, en particular por su relación con el círculo de Stieglitz), desarrolló el precisionismo. Hacia 1919 empezaría a pintar, con este nuevo estilo, sus característicos paisajes industriales. Entre 1923 y 1928 realizó su famosa serie de retratos simbólicos conocidos como los «retratos-cartel», centrados en artistas y escritores emblemáticos norteamericanos amigos suyos, Georgia O'Keeffe, Arthur Dove, Charles Duncan, Marsden Hartley, John Marin (artistas), y Gertrude Stein, Eugene O'Neill, y Wallace Stevens (escritores), y que tuvieron mucho éxito.

Vi la cifra 5 en oro

Vi la cifra 5 en oro (1928). Esta pintura es un retrato-cartel de tipo simbólico dedicado al escritor modernista y amigo William Carlos Williams, que se ha convertido en la obra más conocida de Demuth. Éste decidió retratar al escritor modernista a través de uno de sus poemas, *La gran cifra*, en el que describía una experiencia real:

Entre la lluvia
y las luces
vi el número 5
de oro
en un coche
de bomberos
rojo
moverse
tenso
ajeno
al toque de la campana
el aullido de la sirena
y el estruendo de las ruedas
a través de la ciudad oscura.

Realizado en un claro estilo precisionista utiliza formas geométricas sencillas. El camión rojo, los edificios de la ciudad, las luces de las farolas, la lluvia marcada por líneas diagonales y los tres números 5 en oro de tres tamaños, de pequeño a mayor, creando el efecto de que se acerca el camión de bomberos.

Hay diferentes elementos tipográficos relacionados con William Carlos Williams, como sus iniciales W.C.W., Bill, el apodo de William, su segundo nombre Carlo[s] (su madre era puertorriqueña) o «ART Co» (compañía de arte) en referencia a los círculos vanguardistas en los que se movían ambos.

La tipografía del número 5 es muy parecida al tipo de letra *Clarendon* (más concretamente a la *Clarendon Light*), perteneciente a la familia de los tipos egipcios, introducido por Robert Beasley y Benjamin Fox en 1845, y que se convirtió en el tipo más utilizado de todos los tiempos. Por ejemplo, es el tipo utilizado en los logotipos *Rolex, Volvo, Hermés, Honda, Sony, Seiko, JB*, el *Marlboro* de la Fórmula 1 o del periódico *El País*.

El sueño americano #5 de Demuth, 1963

Entre los artistas que han homenajeado esta obra, nos encontramos con una de las figuras clave del pop art norteamericano, Robert Indiana, a quien dedicaremos el siguiente artículo de la serie. El «pintor de signos», como le gusta autodenominarse, ha estado fascinado por los números a lo largo de toda su carrera artística, convirtiéndoles en el objetivo de una parte importante de su producción artística.


Untiltle, 2007

La obra de Charles Demuth tuvo una gran influencia en Indiana, quien le dedicó toda una serie de obras, como *El pequeño diamante 5 de Demuth* (1963) o *El sueño americano #5 de Demuth* (1963).

Hay varios otros homenajes, pero me gustaría citar para terminar dos de ellos. *Untitled* (2007) del artista abstracto californiano Lari Pittman, y *La cifra* 5 *en oro (después de Charles Demuth)* (2002) del joven artista australiano Sean Payne.

Referencias

[1] Barbara Haskell, *Charles Demuth*, Whitney Museum of American Art, 1987.

[2] Raúl Ibáñez, *Los números preferidos del artista*, Un paseo por la geometría, Universidad del País Vasco, 2012. (*www.divulgamat.net*)

[3] Enric Satué, *Arte en la tipografía y tipografía en el arte*, Siruela, 2007.

[4] Carl J. Weinhardt, *Robert Indiana*, ed. Harry N. Abrams, 1990.

■

ISSN 1988-5318

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Alfaméticos

José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

Los *criptoaritmos* constituyen una variedad de juegos lógico-matemáticos que consisten en encontrar los dígitos que satisfacen una determinada ecuación matemática, ecuación en la que esos dígitos han sido sustituidos por letras u otros símbolos (en lo que sigue solo utilizaremos letras).

Existen otras denominaciones de este tipo de juegos; aunque no me gusta mucho, he elegido la palabra «criptoaritmo» porque me parece que es la más utilizada y acertada entre las que conozco.

Por ejemplo, $aa^b = aba$ es un criptoaritmo muy simple cuya solución es $a = 1$, $b = 2$ ($11^2 = 121$).

Hasta ahora se ha prestado mayor atención a los criptoaritmos que, como este, tienen una única solución, pero pueden considerarse también como tales los que tienen varias e incluso los que no la tienen (si bien estos últimos son menos interesantes como juego).

En los criptoaritmos se suele exigir que haya una correspondencia biunívoca entre las letras utilizadas y los dígitos que significan. Por tanto, podrán utilizar un máximo de diez letras distintas.

Por otra parte, los criptoaritmos más usuales utilizan una única operación aritmética: suma, resta, multiplicación o división.

Pero pueden usar varias, y también raíces, factoriales, etc. Otro requisito usual en los criptoaritmos es que el primer dígito de un número no pueda ser el cero.

Este artículo se dedicará a los criptoaritmos más populares, que son aquellos en los que las palabras o frases que aparecen tienen sentido. Se les suele denominar *alfaméticos*. El alfamético más popularmente conocido es probablemente el siguiente:

$$\begin{array}{cccccc} & S & E & N & D & + \\ & M & O & R & E & = \\ \hline M & O & N & E & Y & \end{array}$$

Fue publicado en el número de julio de 1924 de *Strand Magazine*, y se debe a Henry Dudeney (matemático inglés, conocido sobre todo por los diversos juegos matemáticos que ideó). Utiliza ocho letras distintas, que se corresponden a otros tantos dígitos; y las primeras letras de cada palabra (S, M y M) no pueden ser cero. El lector puede intentar resolverlo y espero que le sea fácil; si no, puede encontrar la solución en Internet.

A continuación se resolverá el siguiente alfamético, tomado del libro de Juan Diego Sánchez Torres titulado *Recreamáticas* (Ediciones Rialp, 2012). Los argumentos que se empleen a tal fin pueden ser útiles para encontrar las soluciones de otros alfaméticos, como, por ejemplo, los que se proponen al final de este artículo.

$$\begin{array}{cccccc} & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & = \\ \hline M & A & N & O & S & \end{array}$$

Este alfamético es algo más difícil de resolver que el anterior, pues son cinco la palabras que se suman, pero tiene la ventaja de que los sumandos son iguales.

Tiene siete incógnitas (D, E, O, M, A, N y S). Por hipótesis, todas ellas se corresponden a dígitos distintos, y $D \neq 0 \neq M$. Consideraremos también cuatro incógnitas auxiliares, que dependen de las otras siete: los números w, x, y, z que se llevan al hacer la suma, es decir,

$$\begin{array}{cccccc} z & y & x & w & & \\ \hline & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & + \\ & D & E & D & O & = \\ \hline M & A & N & O & S & \end{array}$$

donde

$$\begin{aligned} 5O &= S + 10w, & (1)\\ w + 5D &= O + 10x, & (2)\\ x + 5E &= N + 10y, & (3)\\ y + 5D &= A + 10z, & (4)\\ z &= M. & (5) \end{aligned}$$

Como $5O \leq 45$, es claro que $0 \leq w \leq 4$. Por tanto, $w + 5D \leq 49$, de donde resulta que $0 \leq x \leq 4$. Del mismo modo se llega a que $0 \leq y \leq 4$ y $1 \leq z \leq 4$ (pues $z = M \geq 1$). Por otra parte, $5O$ es múltiplo de 5; luego $S = 0$ o 5; y además $0 \neq O \neq 5$, puesto que $O \neq S$.

Podría hacerse ahora una distinción de casos —herramienta habitual para resolver alfaméticos y otros criptoaritmos— según los ocho posibles valores de O, y comprobar que muchos de ellos no son posibles ya que el valor de O tiene que cumplir también la igualdad (2). Pero, en este caso —y en otros muchos—, el álgebra va a permitir que se llegue más directamente a la solución.

Despejando O en (1) se obtiene que $O = S/5 + 2w$. Sustituyendo en (2) y despejando D se llega a que $D = (S + 5w)/25 + 2x$. Luego $S + 5w$ debe ser divisible por 25. Si $S = 0$, esto obliga a que $w = 0$ (pues $w \leq 4$) y entonces $O = S/5 + 2w = 0 = S$, lo que contradice las hipótesis. Luego $S = 5$ y, entonces, $w = 4$ (para que $S + 5w$ sea divisible por 25), $O = S/5 + 2w = 9$ y $D = 2x + 1$. Descartado el hecho de que D pueda ser igual a 1 (pues $M \geq 1$), 5 o 9 (estos dos dígitos ya han sido utilizados), solo quedan dos posibilidades: $D = 3$ ($x = 1$) y $D = 7$ ($x = 3$).

ISSN 1988-5318

Si se supone que $D = 7$, entonces las igualdades (3) y (4) son $3+5E = N+10y$ e $y+35 = A+10M$, respectivamente. Como $0 \leq y \leq 4$, esta última implica que $M = 3$ e $y+5 = A \geq 5$; y como $3+5E$ termina en 3 u 8, la primera de ellas implica que $N = 8$. Como A ya no podría ser igual a 5, 7, 8 o 9, se concluye que $A = 6$ $(y = 1)$. Entonces la igualdad (3) es $3+5E = 18$ y, por tanto, $E = 5 = S$, lo que contradice las hipótesis.

Por tanto, $D = 3$ $(x = 1)$. Y las igualdades (3) y (4) son $1+5E = N+10y$ e $y+15 = A+10M$, respectivamente. Por tanto, razonando como en el párrafo anterior, se obtiene —por este orden— que $M = 1$, $N = 6$ y $A = 7$ u 8 ($y = 2$ o 3). Si $y = 2$, entonces $5E = 25$, lo que no es posible. Si $y = 3$, entonces $5E = 35$, esto es, $E = 7$ y $A = 8$.

Luego ya hemos determinado todos los valores que aparecen en la suma. Son

1	3	1	4		
	3	7	3	9	+
	3	7	3	9	+
	3	7	3	9	+
	3	7	3	9	+
	3	7	3	9	=
1	8	6	9	5	

El lector puede intentar resolver otros alfaméticos, como por ejemplo los siguientes:

		D	O	S	+
		D	O	S	+
	T	R	E	S	=
S	I	E	T	E	

			T	W	O	+
	T	H	R	E	E	+
	S	E	V	E	N	=
T	W	E	L	V	E	

El segundo tiene dos soluciones, pero son muy similares. ■

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Arquímedes está en el tejado.

Juan Pardo Vidal.

Ficha Técnica
Editorial: Baile del Sol.
156 páginas.
ISBN: 978-84-16320-13-4.
Año: 2014.

Arquímedes, el célebre matemático griego, es un secundario de lujo en esta novela histórica, llena de acción y enigmas por resolver. En *Arquímedes está en el tejado* vamos a encontrarnos de bruces con un Arquímedes de carne y hueso, un anciano interesante, inteligente y paradójico, lleno de contradicciones, que al final de sus días cuestiona toda una vida dedicada al conocimiento; un hombre que se plantea con cierta tristeza si su ciencia está sirviendo al hombre para alcanzar el progreso y la felicidad, o si por el contrario es un instrumento más para generar dolor y guerra.

Arquímedes está en el tejado es una novela que no responde exactamente a ese estereotipo de novela histórica, densa y repleta de datos; al contrario, su autor, Juan Pardo Vidal, ha sabido dotar a la narración de un ritmo ágil en el que se combinan, en dosis correctas, la acción, el humor, la melancolía, las historias de amor, los pensamientos filosóficos y un escenario histórico bien documentado y delicadamente descrito —no en vano la novela ha tenido la supervisión de María Juana López Medina, profesora de Historia Antigua de la Universidad de Almería—.

La ciencia y la reflexión sobre la misma serán el telón de fondo de una apasionante historia en la que el autor ahonda sobre las metas del conocimiento humano. Juan Pardo Vidal sabe conjugar perfectamente la historia de los pocos datos reales que se conocen sobre la vida de Arquímedes con una ficción cruda y directa, verosímil y apasionante, que nos da las claves para la interpretación de lo que podrían haber sido los enigmas del matemático.

Adictiva y muy recomendable (reseñada positivamente en la revista de literatura *Qué leer*) *Arquímedes está en el tejado* es la historia de un niño hispano de origen fenicio que es raptado en *Carteia* (Cádiz) por unos piratas, vendido como esclavo en Mesana y que, años más tarde, terminará sirviendo en la guardia de Arquímedes durante los últimos nueve meses anteriores a la enigmática muerte del famoso matemático durante el sitio de Siracusa por parte de los romanos.

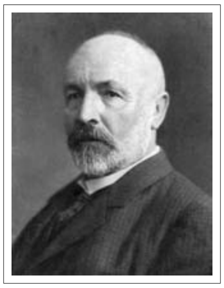
Alba Martín Santaella
IES La Mojonera (La Mojonera, Almería)

Citas Matemáticas

«El lenguaje de las Matemáticas posee una sublime belleza. En su rigor, radica su fuerza.»

John Banville (1945),
escritor irlandés, Premio Príncipe de Asturias de las Letras 2014.

«La esencia de las matemáticas es su libertad.»



Georg Cantor (1845–1918),
matemático alemán.

Páginas web de interés

The MacTutor History of Mathematics

Para los amantes de la historia de la matemática

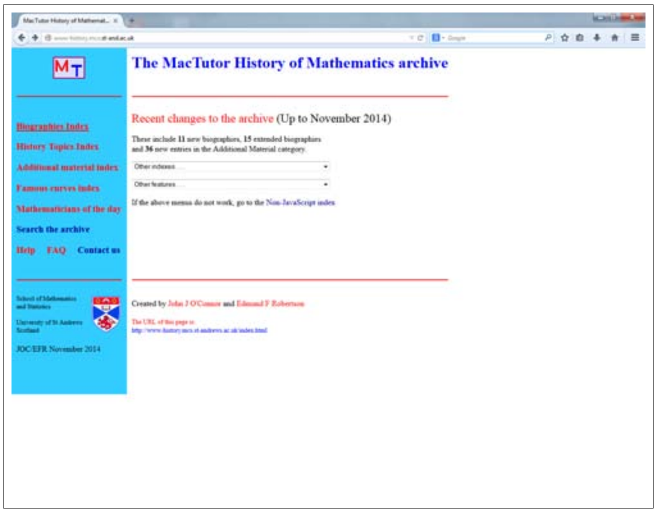


Figura 1: Captura de pantalla de la web de MacTutor www-history.mcs.st-and.ac.uk

En la era de Internet encontrar información sobre cualquier personaje histórico o, en general, sobre cualquier tema que nos pueda interesar es sólo cuestión de introducir unas pocas palabras en nuestro buscador predeterminado. Otra cuestión es si la información obtenida es fiel a la realidad o no. De hecho, muchas páginas webs reproducen contenidos copiados de otras webs y que en muchas ocasiones no son ciertos. De esta forma, se puede dar el caso que sobre la biografía de una persona se expresen con rotundidad y sin lugar a dudas aseveraciones que están basadas en un bulo o que no tienen rigor suficiente. Por ello, la fuente de información original es fundamental y debe ser fidedigna.

Respecto a la historia de las matemáticas, una web muy recomendable y de la que soy usuario habitual es *The MacTutor History of Mathematics archive* alojada en los servidores de la *School of Mathematics and Statistics*, University of St Andrews (Escocia).

Fue creada por los profesores John J. O'Connor y Edmund F. Robertson, ambos ya retirados pero que continúan con el mantenimiento y actualización de dicha web. En verdad, este software, como es denominado por sus autores, vio la luz a finales del siglo pasado y fue premiado en 1994 como el mejor software matemático. Más de 20 años en la era digital pueden considerarse como la prehistoria; sin embargo su actualización continua (la última de noviembre de 2014) y su fiabilidad la convierten en una de las referencias más importantes y reputadas en Internet sobre la historia de la matemática.

La sobria web (ver figura 1) tiene cinco aspectos destacables: biografías, temas de historia, material adicional, curvas famosas y matemático o matemática del día.

Figura 2. Biografía de Sofia Vasilyevna Kovalevskaya (1850-1891)

En *biografías* encontramos, en inglés, una extensa y bastante completa colección de biografías de matemáticos de todos los tiempos que puede ser consultada alfabética o cronológicamente. Contiene también un índice de mujeres matemáticas. Es incluso posible buscar por país de nacimiento y las nuevas reseñas realizadas también son indicadas.

En *material adicional* o *miscelánea* el lector puede pasar mucho tiempo disfrutando de notas habitualmente cortas y curiosas y de prefacios de libros. Se encuentran ordenados por el nombre del matemático. En la sección curvas famosas se encuentra un listado de ellas y se muestra su gráfica junto a notas históricas. Las gráficas son interactivas.

La sección de *temas de historia* se divide en dos: matemáticas en diversas culturas y temas matemáticos. En este último, por ejemplo, se pueden encontrar temas de álgebra, análisis, física-matemática, etc. Por último, en *matemático del día* aparece un listado con los matemáticos nacidos y fallecidos el día en el que se consulta la web. También aparece la cita del día, el matemático de la semana o un enlace a la web del teorema del día. Por cierto, el día que escribí esta reseña fue el día que falleció una matemática conocida por la curva que lleva su nombre y apodada, desgraciadamente, como *«la bruja»* por una mala traducción al inglés, ¿qué día fue?

En conclusión, una web para disfrutar con las matemáticas, su historia y sus personajes.

Reseña de Juan José Moreno Balcázar
Universidad de Almería

Acertijos

Llegar a tiempo

El camino es de tierra, pero me han asegurado que puede transitarse sin ningún problema. Nos exigen, eso sí, puntualidad estricta. Debes salir a las 12:00, como los dos compañeros que te han precedido.

—Tiene gracia, jefe. ¡Cómo puedo llegar a tiempo si no conozco la distancia exacta!

Circulando a 40 km/h, Evaristo llegó con dos horas de retraso. A tu querido colega, Jorge, que viajó a 80 km/h, le dijeron que lo esperaban una hora más tarde. Es todo lo que sé.

¿Encontrará nuestro protagonista la velocidad precisa a la que debe desplazarse para llegar a tiempo?

(En el próximo número aparecerá la solución).

Solución al acertijo del número anterior

Se trataba de averiguar el resultado del referéndum celebrado en Villarriba y Villabajo para decidir si permanecen juntos o en consistorios independientes. Si b, r y v denotan los pesos respectivos de las urnas B, R y V, los datos disponibles indican que

$$\begin{aligned} b+r+v&=311,\\ b+v&=123+r,\\ b+r&=29+2v. \end{aligned}$$

De la primera y tercera ecuación se deduce que $311-v=29+2v$ o, equivalentemente, $3v=282$ y por tanto $v=94$. En consecuencia, la segunda y tercera ecuación pueden escribirse como sigue:

$$\begin{aligned} b&=29+r,\\ b&=217-r. \end{aligned}$$

Luego $29+r=217-r$ y así $2r=188$ es decir, $r=94$. Puesto que las urnas V y R pesan lo mismo (94 kilos) el referéndum arroja un empate entre las dos alternativas. Podemos, no obstante, determinar los votos exactos obtenidos a favor de la unión (urna V), la separación (urna R) o en blanco (urna B). Todo se reduce a repartir el total de votos emitidos (933) de manera proporcional al peso de las urnas.

El número de votos a favor de la separación asciende a

$$\frac{94}{311}933=282,$$

que coincide con el número de votos a favor de la unión. Finalmente, el número de votos en blanco es

$$933-(282\cdot 2)=369.$$

Naturalmente, podríamos haber usado que $b=311-r-v=123$ y aplicar la correspondiente proporción

$$\frac{123}{311}933=369.$$

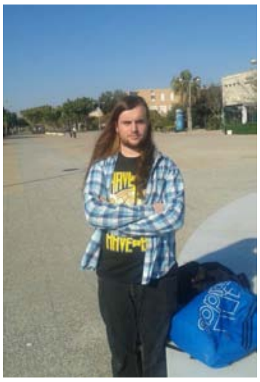
ISSN 1988-5318

ENTREVISTA

Andrés Mateo Piñol

Representante de los estudiantes de matemáticas en el Claustro

Ana Almansa Carricondo
Alicia Cabrerizo Lamarca
José Gálvez Rodríguez
Carlos Iglesias Labraca
José Ojeda López
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL



Andrés Mateo

Buenas Andrés como te dijimos vamos a hacerte una serie de preguntas relacionadas con tu reciente elección como representante del *Grado en Matemáticas* en el Claustro Universitario.

En primer lugar nos gustaría saber cuál fue tu primer contacto con la política universitaria.

Fue durante mi primera semana como alumno del Grado. Siempre me ha gustado estar al servicio de los demás en todo lo que pueda, por lo que al ver que aún no había delegado en clase, asumí el rol con la confirmación de mis compañeros. Me dediqué a gestionar todo lo relacionado con la clase y un profesor me comentó que en breve se producirían elecciones a rector. Fue entonces cuando acudí a una reunión en la que decidimos formar @UALEnPie y aquí estoy ahora mismo.

¿Cómo te introdujiste hasta el punto de ganar unas elecciones para el claustro aun siendo un alumno de primer curso?

No creáis que ser alumno de primer curso es algo problemático para ello, ¡al contrario! Tal vez no posea la experiencia que puedan tener nuestros compañeros de cursos superiores, pero cuento con un gran apoyo de todos, incluido el otro candidato.

¿Cuándo te planteaste la posibilidad de formar parte del claustro?

En uno de los mensajes que envía la UAL a nuestros correos leí algo de «Claustro Universitario» y me llamó la atención. Empecé a indagar sobre ello en la web universitaria y me informé en qué consistía y cuáles eran sus deberes. Entendí que si quería mejorar la Universidad, tenía que ser partícipe del mismo, así que en cuanto se abrió el plazo de inscripción no dudé en apuntarme.

Cuando ganaste, ¿cómo te sentiste? ¿Cuál fue tu primera reacción?

Tanto el otro aspirante como yo queremos lo mejor para nuestros compañeros, así que no estaba nervioso por ello. Sabía que saliese quien saliese íbamos a cooperar. Eso sí, cuando se me hizo saber que había ganado, lo primero que hice fue difundirlo por los grupos de clase y de @UALEnPie.

Y una vez has ganado, ¿cuáles son tus medidas a corto y largo plazo? ¿A qué te comprometes dentro de la titulación de Matemáticas en la Universidad de Almería?

Lo primero es recabar información. Quiero que todo el alumnado de Matemáticas me comente sus dudas, quejas y sugerencias para trabajar en ellas. Para ello, me pasaré por las clases cuando ya las tengan pensadas para proporcionar mi dirección de correo electrónico y consultarles. Aprovechando esta entrevista, me gustaría recordar que mis funciones, a un nivel más básico, son las de representar al alumnado, por lo que me gustaría que éste sea oído y que reciba información de cómo avanzan sus propuestas. El problema está en que el Claustro se reúne cada 6 meses (según Estatutos), así que el proceso será lento. Me comprometo a atender a los alumnos en todo cuanto digan, pues lo que haga a largo plazo será aquello que los mismos soliciten.

Para finalizar, te presentaste bajo las siglas de @UALEnPie. Háblanos un poco de esta formación. ¿Qué objetivos generales tiene? ¿Con qué ideales nació?

@UALEnPie podría ser considerada como un grupo de estudiantes, Personal Docente e Investigador (PDI) y Personal de Administración y Servicios (PAS), que queremos hacer de nuestra Universidad un lugar mejor, ayudando a todo aquel estudiante que lo necesite, destacando los mayores errores de la Universidad y proponiendo soluciones.

La Universidad es un gran lugar, tiene un montón de cosas que me encantan, pero hay muchísimas cosas que no cuesta tanto cambiar y que hará de nuestra Universidad un lugar mejor, donde todo el mundo sea oído.

Por ello me he presentado al claustro bajo estas siglas, porque yo quiero formar parte de este cambio, porque yo voy a hacer todo lo que esté en mi mano para mejorar la Universidad de Almería, porque siempre estaré ahí para lo que mis compañeros necesiten, porque todos y cada uno de ellos serán oídos y les informaré de cómo avanzan sus ideas.

Gracias por contestar a estas preguntas de parte del Territorio Estudiante del Boletín Matemático. Un saludo.

■

ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS

Una introducción constructiva a $\mathbb{R}$

Antonio Zarauz Moreno
Estudiante del Grado en Matemáticas de la UAL

El principio de lo natural

En la matemática, así como en otros campos, es elemental comprender el fundamento que da lugar a una nueva idea y que se construye bajo pilares asentados. En el caso de los números reales, existen dos caminos para llegar a ellos: el axiomático y el constructivo. Dentro del segundo, se distinguen a su vez dos alternativas, utilizando *sucesiones de Cauchy* o *cortaduras de Dedekind*: ahora expondremos la segunda de las formas constructivas de dar lugar a $\mathbb{R}$.

Es bien sabido que los números naturales $\mathbb{N}$ son así apodados por su eminente carácter primario, a los que Peano consiguió dar una definición axiomática satisfactoria. Pero más allá de ellos, ¿qué conocemos sobre el resto de números? Los enteros $\mathbb{Z}$ se obtienen añadiendo a $\mathbb{N}$ sus opuestos y además el cero, y los racionales $\mathbb{Q}$ aparecen cuando dividimos un entero y un natural.

Estas dos ampliaciones numéricas se consiguen en matemáticas gracias a extensiones de los conjuntos que los preceden mediante relaciones de equivalencia [6] sobre los productos cartesianos $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ y $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ como sigue:

- Para $\mathbb{Z}$, tenemos la relación $(n, m) \sim (p, q) \Leftrightarrow n + q = m + p$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
- Para $\mathbb{Q}$, tenemos la relación $(p, n) \sim (q, m) \Leftrightarrow pm = nq$ sobre $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$.

La naturalidad con la que surgen los conjuntos numéricos finaliza cuando damos el paso a los números reales. Intuitivamente, una vez que tenemos los números racionales, podemos considerar la existencia (o no existencia) de los límites de ciertas sucesiones sobre $\mathbb{Q}$. Un ejemplo de esto es el conjunto

$$\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}_{n\in\mathbb{N}},$$

que en $\mathbb{Q}$ no existe el límite (aunque es bien sabido que en $\mathbb{R}$ la sucesión que representa tiene límite, y es el número e).

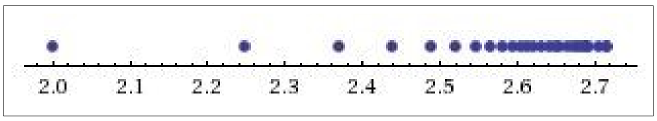


***Figura 1:** Valores de la sucesión* $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Geométricamente, se interpreta afirmando que la recta racional no es un *continuo*. ¿Cómo encontrar pues los agujeros de dicha recta? A eso es a lo que dieron respuesta fundamentalmente los matemáticos Cantor y Dedekind mediante construcciones distintas en busca de un conjunto que verificase lo anterior (conocido como Axioma del Supremo).

Rellenando agujeros

El objetivo ahora es completar la recta de la cual los racionales no son más que infinidad de puntos. Para ello, vamos a recurrir a la definición de *cortadura de Dedekind*: un conjunto $A \subset \mathbb{Q}$ es un *cortadura de Dedekind* si verifica:

- $A \neq \emptyset$.
- Si $a \in A$ y $b < a$, entonces $b \in A$.
- Para todo $a \in A$, existe $a' \in A$ tal que $a < a'$.

Llamaremos $\mathcal{C}$ al conjunto de cortaduras de Dedekind; a tal familia es a la que llamaremos $\mathbb{R}$, y a sus elementos números reales.

De esta definición abstracta podemos extraer una familia que es la que nos será de utilidad. Dado pues $r \in \mathbb{Q}$, el conjunto de la forma $A_r = \{a \in \mathbb{Q} : a < r\}$ se denomina cortadura racional (asociada a r), y la familia $\Lambda = \{A_r : r \in \mathbb{Q}\}$ es la que contiene a todos estos conjuntos.

Intuitivamente, cada A_r representa los infinitos puntos racionales del intervalo $(-\infty, r)$: la figura 1 es un ejemplo de puntos del corte A_e.

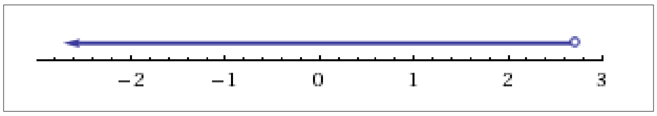


***Figura 2:** Intervalo* $(-\infty, e)$ *asociado al corte* A_e.

Las buenas propiedades de $\mathbb{R}$

Una vez conseguido definir el conjunto de los números reales, veamos de dónde derivan sus propiedades. Es claro que, a cada $r \in \mathbb{Q}$, le corresponde un único corte racional, A_r, como muestra el siguiente diagrama:

$$\mathbb{Q}\left\{\begin{array}{ccc} +\infty & \longleftrightarrow & \mathbb{Q} \\ \vdots & & \vdots \\ r & \longleftrightarrow & A_r \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \longleftrightarrow & A_0 \\ \vdots & & \vdots \\ -\infty & \longleftrightarrow & \emptyset \end{array}\right\}\Lambda$$

Este va a ser el punto de partida de la construcción del orden y las operaciones de $\mathbb{R}$, pues todo ello lo definiremos a partir de lo adquirido de $\mathbb{Q}$.

El orden en $\mathbb{R}$ se define como sigue: si $A_r, A_s \in \Lambda$, diremos que $A_r \leq A_s$ si, y sólo si $A_r \subset A_s$, lo que equivale a su vez a que $r < s$.

[6] Una relación binaria $\sim$ sobre $X \neq \emptyset$ es de equivalencia si es reflexiva, transitiva y simétrica.

ISSN 1988-5318

Denominamos cero al corte racional $A_0 = \{a \in \mathbb{Q} : a < 0\}$, por lo que diremos que un corte A_r es positivo si $0 < r$, y diremos que es negativo si $r < 0$.

Dados $A_r, A_s \in \Lambda$, definimos $A_r + A_s = \{a + b : a \in A_r, b \in A_s\}$. $A_r + A_s$ es también un corte, por lo que la aplicación $+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $(A_r, A_s) \mapsto A_r + A_s$ es una operación interna[7] en $\mathbb{R}$, denominada suma. De hecho $A_r + A_s = A_{r+s}$.

Para definir el producto, es preciso distinguir cinco casos: Si $A_r > A_0, A_s > A_0$, definimos el conjunto $A_r \cdot A_s = \{ab : a \in A - A_0, b \in B - A_0\} = A_{rs}$. Entonces $A_r \cdot A_s$ es un corte y además $A_r \cdot A_s > A_0$. Para los otros casos posibles, basta aplicar $-A_r$, $-A_s$ o A_0.

Así pues, $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ es un cuerpo[8] , $(\mathbb{R}, \leq)$ es un conjunto totalmente ordenado[9], y además $\mathbb{R}$ verifica el axioma del supremo. De hecho, $\mathbb{R}$ es el único cuerpo arquimediano y con las propiedades anteriores salvo isomorfismo. Esto hace que $\mathbb{R}$ sea completo, es decir, geométricamente no tiene discontinuidades y podemos verlo como un línea: la recta real.

Referencias

[1] C. Boyer, *Historia de la Matemática,* Alianza Editorial, 1987.

[2] M. López, *La construcción de los números reales*, Historia de la Matemática, 1993, pp. 11–13.

[3] I. Stewart, *Historia de la Matemática*, Crítica, 2008.

■

Responsables de las secciones

- **Actividad Matemática en la UAL**
  - *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno (balcazar@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Inmaculada López (milopez@ual.es).
- **De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:**
  - *Experiencias docentes*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es), Nuria Pardo (penuria@gmail.com), Miguel Pino (mpinomej@gmail.com) y Tomás Ruiz (targ53@hotmail.com).
  - *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
- **Divulgación Matemática**
  - *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo (edeamo@ual.es), Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
  - *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
  - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y Matemáticas*: José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales (amorales@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
  - *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).
- **Territorio Estudiante**: Ana Almansa (anaac2994@gmail.com), Alicia Cabrerizo (aliciacl92@gmail.com), José Gálvez (josegal-2@hotmail.com), Carlos Iglesias (iglesiaslabraca@gmail.com) y José Ojeda (jo10064@gmail.com)

[7] Dado $A \neq \emptyset$, una operación interna es una aplicación $* : A \times A \to A$ tal que $(a, a') \mapsto a * a' \in A$.

[8] Una terna $(X, +, \cdot)$ es un cuerpo si es un anillo conmutativo y unitario en el que todo elemento no nulo es invertible respecto al producto.

[9] Un par $(A, \leq)$ con $A \neq \emptyset$ es totalmente ordenado si, y sólo si, para todos $x, y \in A, x \leq y$ o $y \leq x$.

ISSN 1988-5318

ISSN 1988-5318