Lecturas Matemáticas
Volumen **36** *(1) (2015), páginas 69–90*
ISSN 0120–1980

Teorías alternativas de la gravitación

Alternative theories of gravitation

Victor Tapia
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

> *··· Newtons' theory ··· represents the gravitational field in a seemingly complete way by means of the potential Φ. The description proves to be wanting; the functions g_{ij} take its place. But I do not doubt that the day will come when that description too, will have to yield to another one, for reasons which at present we do not yet surmise. I believe that this process of deepening the theory has no limits ··· .*
>
> De una carta de A. Einstein a F. Klein, 4 de marzo de 1917

Resumen. En noviembre de 1915, ante la Academia Prusiana de Ciencias, Einstein presentó la teoría de la Relatividad General. Desde entonces, muchas otras teorías de la gravitación han sido propuestas. Presentamos una descripción, necesariamente incompleta, de algunas de las teorías alternativas de la gravitación que han aparecido desde entonces. Es posible concluir que la Relatividad General es la teoría que mejor describe los fenómenos gravitacionales. No obstante, la Relatividad General es una teoría incompleta en varios aspectos que describimos en el cuerpo del artículo. La existencia y necesidad de las teorías alternativas es una ilustración de los aspectos filosóficos y sociológicos del quehacer científico.

Key words and phrases. Alternative theories of gravitation.

Abstract. In November 1915 Einstein presented the theory of General Relativity to the Prussian Academy of Sciences. Since then, several other theories of gravity have been proposed. We offer a, necessarily incomplete, description of some of the alternative theories of gravitation which have appeared since then. It is possible to conclude that General Relativity is the theory that best describes gravitational phenomena. However, General Relativity is an incomplete theory in several aspects described in the body of the article. The existence and necessity of alternative theories is an illustration of the philosophical and sociological aspects of the scientific endeavour.

2010 AMS Mathematics Subject Classification. 83–03, 83D05, 83E15

1. Introducción

En noviembre de 1915, ante la Academia Prusiana de Ciencias, Albert Einstein presentó la teoría de la Relatividad General. Este año 2015 es, por lo tanto, una buena ocasión para las conmemoraciones, pero es también, además, una buena ocasión para las reflexiones.

La teoría de la Relatividad General representó un gran progreso en nuestra comprensión de los fenómenos gravitacionales y un cambio fundamental tanto en nuestra visión del mundo físico como en el método científico.

Los resultados teóricos de la Relatividad General estaban en excelente acuerdo con los resultados observacionales: la Relatividad General daba una explicación del corrimiento anómalo observado del perihelio de Mercurio; además, predecía la deflexión de la luz al pasar cerca de un cuerpo masivo. También, en el campo de la cosmología, la Relatividad General hizo una serie de predicciones que la validaban como teoría física, tal como el *Big Bang*. Estos resultados hicieron que la Relatividad General fuese aceptada como una teoría de la gravitación que reemplazaba a la teoría de Newton.

La curiosidad de los científicos es infinita y la aparición de la Relatividad General fue una motivación para formular nuevas preguntas y proponer nuevas teorías de la gravitación que intentaban responder esas preguntas. Presentamos una descripción, necesariamente incompleta, de algunas de las teorías y formulaciones alternativas de la gravitación que han aparecido desde entonces. La conclusión general es que la Relatividad General, aun siendo la teoría que mejor describe los fenómenos gravitacionales, es una teoría incompleta en varios aspectos que se describen en el cuerpo del artículo.

A principios del siglo XX el único otro fenómeno físico para el cual existía una descripción matemática suficientemente satisfactoria era el electromagnetismo. Por lo tanto, las primeras teorías que aparecieron inmediatamente después de la Relatividad General eran teorías que intentaban dar una descripción unificada de la gravitación y del electromagnetismo, tales como la teoría de Weyl (1918).

En 1919 Palatini observó que las *ecuaciones de Einstein* se podían obtener como las ecuaciones de campo de un principio variacional en el cual el tensor métrico y la conexión se consideraban como campos independientes. A los pocos años Einstein presentó una teoría no–simétrica de la gravitación en la cual tanto las componentes del tensor métrico como las componentes de la conexión son no–simétricas. Estos resultados dieron origen a una gran familia de teorías métrico–afines.

También buscando unificar la gravitación y el electromagnetismo Kaluza (1921) y Klein (1926) introdujeron el uso de espacios con dimensiones adicionales, más allá de las cuatro dimensiones utilizadas en Relatividad General. Esto dio origen a una serie de intentos para describir las interacciones conocidas a través de dimensiones adicionales.

La teoría de Weyl (1918) dió además origen al concepto de 'campo de *gauge*'. Las *teorías de gauge* fueron posteriormente desarrolladas por Yang y Mills (1957) y aplicadas a la descripción de la gravitación por Kibble (1961). Posteriormente, se han desarrollado varias formulaciones de la gravedad en las cuales el campo gravitacional se considera como un campo de gauge.

Otra familia de teorías gravitacionales son aquellas basadas en la geometría de Finsler (1918) y en las geometrías de rango superior (Tapia, 1993).

Aparte de estas grandes familias de teorías alternativas descritas anteriormente, existen muchos otros intentos de unificación y de generalización. En (1936) Born e Infeld propusieron una descripción del campo electromagnético que se parece mucho a la teoría no–simétrica de Einstein. Por otro lado, Rosen (1940) propuso las teorías bimétricas, las cuales ofrecen una descripción de la gravitación con respecto a una geometría de fondo.

Nuestra presentación no sigue el orden cronológico expuesto anteriormente, sino más bien un orden taxonómico.

La existencia y necesidad de las teorías alternativas es una ilustración de los aspectos filosóficos y sociológicos del quehacer científico, los cuales también consideramos en nuestra presentación.

El material descrito anteriormente aparece de la siguiente manera:

2. La Relatividad General

La Relatividad General describe la interacción gravitacional en términos de la geometría riemanniana del espacio–tiempo. La dinámica de cada cuerpo, masivo o no–masivo, se obtiene a partir de las geodésicas correspondientes. La geometría correspondiente a cada situación física está determinada por las *ecuaciones de campo de Einstein*. Las ecuaciones de campo de Einstein se pueden obtener a partir del *lagrangiano de Einstein–Hilbert*. En el caso de simetría esférica la solución a las ecuaciones de campo de Einstein es la *métrica de Schwarzschild*, la cual explica el corrimiento anómalo observado del perihelio de Mercurio. En aplicaciones cosmológicas se obtiene la *métrica de Friedmann–Robertson–Walker*, la cual predice la existencia del *Big Bang*.

2.1. Geometría riemanniana. La *geometría riemanniana* está basada en el elemento de línea ds dado por

$$ds^2 = g_{ij}(\mathbf{x})\, dx^i\, dx^j\,. \tag{2.1}$$

Los coeficientes de esta forma cuadrática son las componentes del tensor métrico $\mathbf{g}$. A partir del tensor métrico es posible construir el *símbolo de Christoffel* $\mathbf{C}$ cuyas componentes están dadas por

$$\{{}^{\,k}_{ij}\}[\mathbf{g}] = \frac{1}{2}\, g^{k\ell}\, \left(\partial_i g_{j\ell} + \partial_j g_{i\ell} - \partial_\ell g_{ij}\right)\,. \tag{2.2}$$

El símbolo de Christoffel es una conexión y está relacionado con el tensor métrico a través de la relación

$$\nabla^{\mathbf{C}}_k g_{ij} \equiv 0\,, \tag{2.3}$$

donde $\nabla^{\mathbf{C}}_k g_{ij}$ es la derivada covariante del tensor métrico con respecto al símbolo de Christoffel, cuya expresión explícita es

$$\nabla^{\mathbf{C}}_k g_{ij} = \partial_k g_{ij} - \{{}^{\,\ell}_{ki}\}(\mathbf{g})\, g_{\ell j} - \{{}^{\,\ell}_{kj}\}(\mathbf{g})\, g_{i\ell}\,. \tag{2.4}$$

El *tensor de Riemann–Christoffel* está dado por

$$\begin{aligned} R^k{}_{\ell ij}[\mathbf{g}] = {} & \partial_i \{{}^{\,k}_{j\ell}\}[\mathbf{g}] - \partial_j \{{}^{\,k}_{i\ell}\}[\mathbf{g}] \\ & + \{{}^{\,k}_{im}\}[\mathbf{g}]\, \{{}^{\,m}_{j\ell}\}[\mathbf{g}] - \{{}^{\,k}_{jm}\}[\mathbf{g}]\, \{{}^{\,m}_{i\ell}\}[\mathbf{g}]\,, \end{aligned} \tag{2.5}$$

y es una medida de la curvatura del espacio–tiempo. A partir del tensor de Riemann–Christoffel se obtiene el *tensor de Ricci–Christoffel*

$$R_{ij}[\mathbf{g}] = R^k{}_{ikj}[\mathbf{g}]\,, \tag{2.6}$$

y el escalar de curvatura

$$R[\mathbf{g}] = g^{ij}\, R_{ij}[\mathbf{g}]\,. \tag{2.7}$$

2.2. Las ecuaciones de campo de Einstein. A partir de 1911 Einstein estaba convencido de que una teoría gravitacional que significara un avance con respecto a la teoría gravitacional de Newton debía estar basada en el uso de la geometría riemanniana. Finalmente, en 1915, Einstein obtuvo, en forma casi contemporánea con Hilbert, las ecuaciones de campo correctas.

La trayectoria de los cuerpos masivos, por ejemplo los planetas, correspondería a las geodésicas de esta geometría riemanniana. Para determinar cuál es la geometría particular que se da en cada situación física se procede a una comparación con la gravitación de Newton, y el requisito de existencia de leyes de conservación covariantes lleva a que esta geometría esté descrita por las ecuaciones de Einstein

$$R_{ij}[\mathbf{g}] - \frac{1}{2}\,R[\mathbf{g}]\,g_{ij} = 0\,. \tag{2.8}$$

En el caso de simetría esférica la solución es *la métrica de Schwarzschild*, la cual explica el corrimiento anómalo observado del perihelio de Mercurio.

2.3. El lagrangiano de Einstein–Hilbert. Las ecuaciones de Einstein se pueden obtener a partir del *lagrangiano de Einstein–Hilbert*

$$\mathcal{L}_{EH}(\mathbf{g},\, \partial\mathbf{g},\, \partial^2\mathbf{g}) = R[\mathbf{g}]\,g^{1/2}\,, \tag{2.9}$$

donde $g = \det(\mathbf{g})$. Las ecuaciones de campo de Einstein se obtienen considerando variaciones del tensor métrico $\mathbf{g}$. Sin embargo, el lagrangiano de Einstein–Hilbert es una función altamente no–lineal, que además contiene derivadas de segundo orden, del tensor métrico. Por lo tanto, el cálculo de esta variación es bastante engorroso. Einstein elaboró (Ferraris, Francaviglia & Reina, 1982) un método que consiste en escribir el tensor de Riemann–Christoffel sólo en términos del símbolo de Christoffel, a saber,

$$R^k{}_{\ell ij}[\mathbf{C}] = \partial_i\{{}^{\,k}_{j\ell}\} - \partial_j\{{}^{\,k}_{i\ell}\} + \{{}^{\,k}_{im}\}\{{}^{m}_{j\ell}\} - \{{}^{\,k}_{jm}\}\{{}^{m}_{i\ell}\}\,, \tag{2.10}$$

Para obtener el escalar de curvatura sólo es necesario considerar contracciones con el tensor métrico y entonces, para el lagrangiano de Einstein–Hilbert, se obtiene

$$\mathcal{L}_{EH}(\mathbf{g},\, \mathbf{C}) = g^{ij}\,R^k{}_{ikj}[\mathbf{C}]\,g^{1/2}\,. \tag{2.11}$$

En este caso se obtiene fácilmente que la variación del lagrangiano está dada por una expresión de la forma

$$\delta\mathcal{L}_{EH}(\mathbf{g},\, \mathbf{C}) = \frac{\delta\mathcal{L}_{EH}}{\delta\mathbf{C}}\,\delta\mathbf{C} + \frac{\delta\mathcal{L}_{EH}}{\delta\mathbf{g}}\,\delta\mathbf{g}\,. \tag{2.12}$$

Con esta expresión es ahora fácil evaluar la variación del símbolo de Christoffel con respecto al tensor métrico y se obtiene

$$\delta \mathcal{L}_{EH} = \frac{\delta \mathcal{L}_{EH}}{\delta \mathbf{C}} \frac{\delta \mathbf{C}}{\delta \mathbf{g}} \delta \mathbf{g} + \frac{\delta \mathcal{L}_{EH}}{\delta \mathbf{g}} \delta \mathbf{g} \, . \tag{2.13}$$

Exigiendo que $\delta \mathcal{L}_{EH} = 0$ se obtienen las ecuaciones de campo de Einstein (2.8).

2.4. Orden de las ecuaciones. El lagrangiano de Einstein–Hilbert contiene derivadas de segundo orden del tensor métrico. Por lo tanto, se esperaría que su *derivada de Euler–Lagrange*, es decir, las ecuaciones de campo de Einstein, fueran ecuaciones de cuarto orden. No obstante, estas ecuaciones son de segundo orden; dependen sólo del tensor de Ricci–Christoffel. Esto resultado se explica fácilmente observando que en el lagrangiano de Einstein–Hilbert las derivadas de segundo orden del tensor métrico aparecen sólo a través de una divergencia. De hecho, el lagrangiano de Einstein–Hilbert se puede descomponer como

$$\mathcal{L}_{EH}(\mathbf{g}, \partial \mathbf{g}, \partial^2 \mathbf{g}) = \mathcal{L}_{Landau}(\mathbf{g}, \partial \mathbf{g}) + \partial_\mu \mathcal{W}^\mu \, , \tag{2.14}$$

donde el lagrangiano de Landau está dado por

$$\mathcal{L}_{Landau}(\mathbf{g}, \partial \mathbf{g}) = g^{ij} \left(\left\{ {k \atop i\ell} \right\} \left\{ {\ell \atop jk} \right\} - \left\{ {k \atop ij} \right\} \left\{ {\ell \atop k\ell} \right\} \right) g^{1/2} \, . \tag{2.15}$$

El segundo término en (2.14) no contribuye a las ecuaciones de Euler–Lagrange y la variación del lagrangiano de Landau (de primer orden) da origen a las ecuaciones de campo de Einstein (de segundo orden).

2.5. La métrica de Schwarzschild. Esta métrica está dada por

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M_\odot}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M_\odot}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 \left(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta \, d\varphi^2\right) \, , \tag{2.16}$$

donde $M_\odot$ es la masa del Sol y r es la distancia desde Mercurio al Sol. Dado que las órbitas planetarias son prácticamente circulares se tiene que $r \approx r_0$, una constante. Las geodésicas para esta geometría son ‘elipses’ que precesan. En el caso de Mercurio esta precesión está dada por $\Delta\varphi \approx M_\odot/r_0$. Para Mercurio se obtiene 34 segundos de arco por siglo, lo cual difiere en menos de un 1 % con el valor observado.

2.6. La métrica de Friedmann–Robertson–Walker. La isotropía y homogeneidad observadas del universo indican que el universo está descrito por una *métrica de tipo Friedmann–Robertson–Walker*. El elemento de línea está dado por

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{1}{1 - kr^2} dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta \, d\varphi^2\right) \right) \, . \tag{2.17}$$

En esta expresión $a(t)$ representa el tamaño, o radio, del Universo. Entonces, las ecuaciones de campo de Einstein llevan a que en algún momento en el pasado el radio del Universo fue nulo; este es el *Big Bang*.

La Relatividad General explicó varios resultados observacionales conocidos en esa época: el corrimiento anómalo observado del perihelio de Mercurio, el corrimiento al rojo de los espectros de las galaxias, etc. Además, hizo varias predicciones notables, tales como: la deflexión de la luz en la vecindad de un campo gravitacional intenso, etc.

Posteriormente, pasado el entusiasmo inicial con respecto a las virtudes de la Relatividad General, se empezaron a observar algunas discordancias con respecto a sus predicciones. Entre éstas, la más notable es la poca materia observada en el universo con respecto a la predicción de la Relatividad General. Esta discrepancia dio origen a la hipótesis de la materia oscura. Los problemas de la Relatividad General también son de tipo teórico; por ejemplo, la imposibilidad (hasta ahora) de obtener una versión cuántica de la Relatividad General. Estas, y otras, fueron razones para empezar a considerar otro tipo de teorías de la gravitación diferentes a la Relatividad General.

3. **Teorías alternativas**

Posteriormente a la aparición de la Relatividad General comenzaron a aparecer, por diversos motivos, otras teorías diferentes de la gravitación. Las principales motivaciones para buscar teorías alternativas de la gravitación son: algunas discrepancias observacionales, algunos problemas teóricos, la libertad de pensamiento y el anti–dogmatismo que debe caracterizar a la ciencia.

3.1. Discrepancias observacionales. La primera discrepancia observacional se refiere a la predicción del *modelo estándar de la cosmología* con respecto a la densidad de materia en el universo. En este caso, las ecuaciones de campo de Einstein dan una relación entre la curvatura k de las secciones espaciales de los *espacios de Friedmann–Robertson–Walker* y la densidad de materia del universo

$$\rho(t) = \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{k}{a^2(t)} + H^2(t)\right) , \tag{3.1}$$

donde $H(t) = \dot{a}/a$, es la *constante de Hubble*. La función $H(t)$ corresponde a la pendiente del diagrama de corrimiento al rojo versus distancia. En 1929 Hubble anunció una relación aproximadamente lineal entre estas variables para las galaxias más cercanas. La función $H(t)$ parecía comportarse como una constante, de ahí su nombre.

Las observaciones muestran, con un alto grado de confiabilidad, que $k = 0$. De esta manera, la Relatividad General hace una predicción acerca de la densidad de materia en el universo. El valor observado es una fracción muy pequeña (1 %) de la densidad predicha por la Relatividad General.

Por otra parte, las curvas de luminosidad de las galaxias nos llevan a concluir, de acuerdo con el *teorema del virial*, que en el Universo debería haber más materia que la que se observa.

Este resultado observacional se puede interpretar de dos maneras. En primer lugar se puede invocar la existencia de materia oscura, no–visible, lo cual explicaría las curvas de luminosidad. La segunda posibilidad es que las curvas de luminosidad sean correctas y lo que hay que modificar es el potencial newtoniano. La dinámica newtoniana modificada (MOND) propuesta por Milgrom (1983) apunta en esta última dirección. De acuerdo con esta teoría, la ley de Newton se ve modificada para aceleraciones bajas. Sin embargo, en este caso se hace necesario reformular la Relatividad General de acuerdo con una comparación con la dinámica modificada en vez de la dinámica de Newton.

3.2. Problemas teóricos. Desde un punto de vista teórico es necesaria una versión cuántica de la Relatividad General (Gravedad Cuántica), y ésto no ha sido posible debido a la no–renormalizabilidad de la Relatividad General (DeWitt, 1967). Por otra parte, los primeros intentos de cuantización de la Relatividad General (Dirac, 1950; Arnowitt, Deser & Misner, 1962; DeWitt, 1967; Wheeler, 1969) mostraron que era necesario considerar términos del tipo $R^2[\mathbf{g}]$ en la descripción de la gravitación. Un análisis independiente (Sakharov, 1967) lleva a la misma conclusión.

La anterior es una de las razones para considerar teorías de orden superior; sección 4.

3.3. Cómo construir una teoría gravitacional. El primer requisito que debe satisfacer una teoría gravitacional es el *principio de equivalencia*, el cual establece que la dinámica de los cuerpos masivos no depende de su masa. Como conclusión de lo anterior, el campo gravitacional debe ser un fenómeno puramente geométrico.

La *geometría de Minkowski* por sí sola no es suficiente y las generalizaciones pueden ir en varias direcciones. Sin ninguna pretensión de ser exhaustivos, algunas posibles generalizaciones de la geometría de Minkowski son:

1. **Geometría riemanniana**. En este caso las propiedades métricas del espacio están caracterizadas por el tensor métrico $\mathbf{g}$.
2. **Geometría métrico–afín**. En este caso se tiene un tensor métrico $\mathbf{g}$ y una conexión $\mathbf{\Gamma}$ que podría contener una parte antisimétrica (torsión).

3. **Geometría riemanniana extrínseca**. En este caso el tensor métrico está parametrizado en términos de las funciones $\mathbf{X}$ que describen la inmersión del espacio–tiempo en un espacio plano de dimensión superior.
4. **Geometría de rango superior**. En este caso el objeto fundamental es un tensor métrico de rango superior $\mathbf{G}$.

Por lo tanto, las teorías gravitacionales se pueden clasificar de acuerdo con el tipo de geometría que utilizan. Groseramente se tiene:

1. **Teorías puramente métricas**. Son las que utilizan geometría riemanniana. La Relatividad General y las teorías de tipo $R^2[\mathbf{g}]$ caen en esta categoría.
2. **Teorías métrico–afines**. Relatividad General en su formulación de tipo Palatini y teorías de orden superior $f(\mathrm{Ric}[\mathbf{g}, \mathbf{\Gamma}])$, donde $\mathrm{Ric}[\mathbf{g}, \mathbf{\Gamma}]$ es el tensor de Ricci métrico–afín con componentes $R^i{}_j = g^{ik} R_{jk}[\mathbf{\Gamma}]$ y $R_{jk}[\mathbf{\Gamma}]$ es el *tensor de Ricci puramente afín* (véase la sección 5.1). Aquí también se incluyen la *teoría no–simétrica de Einstein* y las *teorías con torsión de tipo Einstein–Cartan*.
3. **Teorías con dimensiones adicionales**. Aquí se incluyen la *teoría de Kaluza–Klein*, la *gravedad extrínseca* y los *modelos de universo tipo membrana*.
4. **Teorías de rango superior**. Existen buenas razones para intentar construir una teoría basada en este tipo de geometría. No obstante, hasta el momento no ha sido posible construir una teoría completa con estas características y sólo existen algunos resultados parciales.

Aparte de las restricciones impuestas por el *principio de equivalencia*, las teorías alternativas también deben satisfacer los siguientes requisitos:

1. En la ausencia de materia deben coincidir con la Relatividad General (dado que en ausencia de materia las observaciones coinciden con las predicciones de la Relatividad General).
2. En la presencia de materia deben ser diferentes de la Relatividad General (dado que en la presencia de materia las observaciones comienzan a diferir con respecto a las predicciones de la Relatividad General).
3. A altas energías debe tener un comportamiento que garantice la renormalizabilidad.

Un análisis más detallado de los criterios expuestos anteriormente se puede encontrar en (Thorne, Lee & Lightman, 1973; Sotiriou, Faraoni & Liberati, 2007).

4. Teorías puramente métricas

Entre las teorías puramente métricas se tiene la Relatividad General, ya analizada en la sección 2, y las teorías de tipo $R^2[\mathbf{g}]$.

Para estudiar este tipo de teorías es necesario extender el formalismo lagrangiano para considerar derivadas de segundo orden de los campos.

4.1. Teorías de campo de orden superior. En una teoría de campos de segundo orden el lagrangiano es de la forma

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi^A,\, \phi^A{}_i,\, \phi^A{}_{ij})\,. \tag{4.1}$$

En este caso las ecuaciones de campo están dadas por

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi^A} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi^A} - \frac{d}{dx^i}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi^A{}_i}\right) + \frac{d^2}{dx^i dx^j}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi^A{}_{ij}}\right) = 0\,. \tag{4.2}$$

Por lo tanto las ecuaciones de campo son de cuarto orden.

Una propiedad genérica de este tipo de teorías es que la energía no es definida positiva y por lo tanto estas teorías son inestables.

4.2. Teorías gravitacionales de segundo orden. Debido a la no–renormalizabilidad de la Relatividad General, y a las consideraciones hechas por Sakharov, en el lagrangiano gravitacional se deben considerar términos cuadráticos en el tensor de Riemann–Christoffel, es decir

$$\mathcal{L}_{R^2}[\mathbf{g}] = \big(\alpha\,\mathrm{Rie}^2[\mathbf{g}] + \beta\,\mathrm{Ric}^2[\mathbf{g}] + \gamma\,R^2[\mathbf{g}]\big)\; g^{1/2}\,, \tag{4.3}$$

donde $\mathrm{Rie}[\mathbf{g}]$, $\mathrm{Ric}[\mathbf{g}]$ y $R[\mathbf{g}]$ son los tensores de Riemann–Christoffel, Ricci–Christoffel y el escalar de curvatura con componentes dadas por (2.5), (2.6) y (2.7).

No todos los términos en (4.3) son independientes dado que ellos están relacionados a través de la identidad

$$\mathrm{Rie}^2[\mathbf{g}] - 4\,\mathrm{Ric}^2[\mathbf{g}] + R^2[\mathbf{g}] \equiv 0\,. \tag{4.4}$$

Se debería esperar que las ecuaciones de campo correspondientes a las teorías $R^2[\mathbf{g}]$ puramente métricas fueran de cuarto orden y de hecho, en general, esa es la situación.

Debido a la aparición de derivadas de segundo orden en el lagrangiano, las cuales no se pueden eliminar como en el caso del lagrangiano de Einstein–Hilbert, aparecen nuevos problemas con la cuantización del campo gravitacional .

5. **Teorías métrico–afines**

Las teorías métrico–afines están basadas en una geometría en la cual el tensor métrico $\mathbf{g}$ y la conexión $\mathbf{\Gamma}$ son objetos geométricos independientes.

5.1. Geometría afín. En 1917 Levi–Civita introdujo el concepto de conexión como un objeto independiente del tensor métrico. En este caso el objeto fundamental es la conexión $\mathbf{\Gamma}$ con componentes $\Gamma^k{}_{ij}$. En este caso el tensor de Riemann está dado por

$$R^k{}_{\ell ij}[\mathbf{\Gamma}] = \partial_i\Gamma^k{}_{j\ell} - \partial_j\Gamma^k{}_{i\ell} + \Gamma^k{}_{im}\,\Gamma^m{}_{j\ell} - \Gamma^k{}_{jm}\,\Gamma^m{}_{i\ell}\,, \tag{5.1}$$

el cual es una medida de la no–conmutatividad de la derivada covariante. El tensor de Ricci correspondiente está dado por

$$R_{ij}[\mathbf{\Gamma}] = R^k{}_{ikj}[\mathbf{\Gamma}]\,. \tag{5.2}$$

Este tensor no es necesariamente simétrico.

5.2. El formalismo de Palatini. En el *formalismo de Palatini* (1919) el lagrangiano de Einstein–Hilbert se reescribe como

$$\mathcal{L}_{Palatini}[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] = g^{k\ell}\,R_{k\ell}[\mathbf{\Gamma}]\,g^{1/2}\,. \tag{5.3}$$

La variación del *lagrangiano de Palatini* está dada por

$$\delta\mathcal{L}_{Palatini}[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] = \frac{\delta\mathcal{L}_{Palatini}}{\delta\mathbf{\Gamma}}\,\delta\mathbf{\Gamma} + \frac{\delta\mathcal{L}_{Palatini}}{\delta\mathbf{g}}\,\delta\mathbf{g}\,, \tag{5.4}$$

la cual es una expresión análoga a (2.12). La variación con respecto al tensor métrico da las ecuaciones

$$R_{ij}[\mathbf{\Gamma}] - \frac{1}{2}\,g^{k\ell}\,R_{k\ell}[\mathbf{\Gamma}]\,g_{ij} = 0\,. \tag{5.5}$$

Estas ecuaciones no son las ecuaciones de campo de Einstein (2.8) dado que están escritas en términos de la conexión $\mathbf{\Gamma}$ y no sólo del tensor métrico $\mathbf{g}$. La variación con respecto a la conexión da

$$\nabla^{\mathbf{\Gamma}}_k g_{ij} = 0\,. \tag{5.6}$$

Esta ecuación es equivalente a (2.3) y por lo tanto nos dice que la conexión $\mathbf{\Gamma}$ es el símbolo de Christoffel (2.2). Reemplazando este resultado en (5.2) se establece la equivalencia de las ecuaciones de campo (5.5) y las ecuaciones de campo de Einstein (2.8).

Pareciera que no se ha ganado mucho con esta reformulación de la Relatividad General. No obstante, la formulación de Palatini es una formulación de primer orden, lo cual tiene varias ventajas sobre la formulación puramente métrica, de segundo orden, basada en el lagrangiano de Einstein–Hilbert (2.9).

5.3. La teoría no–simétrica de Einstein. El siguiente desarrollo fue la *teoría no–simétrica de Einstein* (1925). En general, las conexiones son no–simétricas. Por lo tanto, en el lagrangiano de Palatini se podría también considerar una conexión no–simétrica. En este caso se obtiene la *geometría de Riemann–Cartan* y la *teoría gravitacional de Riemann–Cartan.*

Adicionalmente, también es posible considerar un tensor métrico no–simétrico $\mathbf{k}$ de la forma

$$\mathbf{k} = \mathbf{g} + \mathbf{F}\,. \tag{5.7}$$

donde $\mathbf{g}$ es el tensor métrico usual (simétrico) y $\mathbf{F}$ es un tensor anti–simétrico, el cual se interpreta como el campo electromagnético. Desafortunadamente, esta teoría no tiene una solución simétrica elemental regular. Este hecho impulsó a EINSTEIN a abandonar esta teoría (1941).

La teoría no–simétrica de Einstein ha sido reformulada por MOFFAT (1979) quien interpreta el campo anti–simétrico no como el campo electromagnético, sino como un nuevo tipo de campo gravitacional.

5.4. Teorías métrico–afines. Una solución a los problemas que se encuentran con los lagrangianos de segundo orden es una formulación de primer orden de las teorías de orden superior. En este caso se deben considerar teorías métrico–afines. Aplicando el método de PALATINI a lagrangianos del tipo (4.3) se obtiene

$$\mathcal{L}_{R^2}[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] = \left(\alpha\,\mathrm{Rie}^2[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] + \beta\,\mathrm{Ric}^2[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] + \gamma\,\mathrm{R}^2[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}]\right)\, g^{1/2}\,. \tag{5.8}$$

No obstante, también es posible desarrollar teorías en las cuales el lagrangiano depende de una manera genérica de los tensores de Riemann, de Ricci y de la curvatura escalar. La tradición ha sido considerar lagrangianos con una dependencia arbitraria del tensor de Ricci en términos de una conexión, es decir, lagrangianos de la forma

$$\mathcal{L}_{f(Ric)}[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}] = f(\mathrm{Ric}[\mathbf{g},\,\mathbf{\Gamma}])\, g^{1/2}\,, \tag{5.9}$$

las cuales se conocen como 'teorías de tipo $f(Ric)$'. f es una función de los invariantes que se pueden construir a partir del tensor $R_{ij}[\mathbf{g},\mathbf{\Gamma}]$; el teorema de Cayley–Hamilton limita estos invariantes a las trazas de las primeras cuatro potencias de $Ric[\mathbf{g},\mathbf{\Gamma}]$. Esta generalización es interesante debido a que este tipo de lagrangianos poseen ecuaciones de campo universales (TAPIA & UJEVIC, 1998). Es decir, las ecuaciones de campo son las mismas sin importar la forma funcional de $\mathcal{L}_{f(Ric)}[\mathbf{g},\mathbf{\Gamma}]$. Estas ecuaciones son

$$\begin{aligned} R_{ij}[\mathbf{g}] - \frac{1}{2}\,(\nabla_i W_j + \nabla_j W_i) + \frac{1}{2}\,W_i\,W_j & \\ -\frac{1}{2}\,\left((\nabla W) + W^2\right)\, g_{ij} - \Lambda\, g_{ij} &= 0\,. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Estas ecuaciones de campo son las ecuaciones de campo de Einstein con una constante cosmológica Λ y un vector de Weyl $\mathbf{W}$. A partir de la década de 1990 las observaciones han mostrado que la constante cosmológica es diferente de cero (OSTRIKER & STEINHARDT, 1995) y además que el universo exhibe una anisotropía (NODLAND & RALSTON, 1997), la cual se puede explicar a través de un vector de Weyl.

Por otra parte, las teorías métrico–afines son capaces de explicar las curvas de luminosidad de las galaxias sin necesidad de invocar una dinámica modificada (NOJIRI & ODINTSOV, 2007).

Un caso particular de las teorías $f(Ric)$ son las 'teorías de tipo $f(R)$' en las cuales el lagrangiano depende del tensor métrico y de la conexión sólo a través del escalar de curvatura, es decir,

$$\mathcal{L}_{f(R)}[\mathbf{g}, \mathbf{\Gamma}] = f(\mathrm{R}[\mathbf{g}, \mathbf{\Gamma}])\, g^{1/2} . \tag{5.11}$$

En este caso las ecuaciones de campo están dadas por

$$\begin{aligned} f'(R)\, R_{ij} - \frac{1}{2}\, f(R)\, g_{ij} &= 0 , \\ \nabla^{\Gamma}_{k}(f'(R)\, g^{ij}\, g^{1/2}) &= 0 . \end{aligned} \tag{5.12}$$

No obstante, el programa de cuantización se ve nuevamente frustrado debido a un comportamiento anómalo de ciertos propagadores. Se espera que esta situación se pueda corregir en las teorías de rango superior (véase la sección 8).

6. Teorías de tipo Yang–Mills

Las *teorías de gauge* fueron desarrolladas por Yang y Mills en 1954 y posteriormente por Utiyama (1961). Estas teorías se pueden expresar en un lenguaje geométrico en términos de una conexión. Por lo tanto, el siguiente paso fue considerar teorías gravitacionales como teorías de gauge en términos de la conexión $\mathbf{\Gamma}$. La aplicación del concepto de gauge a las teorías de las gravitación fue desarrollada por Kibble (1961). El desarrollo moderno de la teoría de gauge de la gravitación fue realizado por Hehl *et al.* (1976).

6.1. La teoría de Weyl. La *teoría de Weyl* (1918) es una teoría en la cual se incorpora la arbitrariedad en la elección de las reglas de medida en distintos puntos del espacio–tiempo. A pesar de que no trascendió como una teoría de la gravitación dio origen al concepto de *campo de gauge*.

6.2. Campos de gauge. Un *campo de gauge* es una conexión $\mathbf{A}$ con componentes $A^{A}{}_{Bi}$. Los índices latinos mayúsculos están asociados con el tipo de objeto geométrico que se utiliza para describir el campo físico. El tensor de Riemann correspondiente está dado por

$$F^{A}{}_{Bij}[\mathbf{A}] = \partial_i A^{A}{}_{Bj} - \partial_j A^{A}{}_{Bi} + A^{A}{}_{Ci}\, A^{C}{}_{Bj} - A^{A}{}_{Cj}\, A^{C}{}_{Bi} . \tag{6.1}$$

Usualmente los índices latinos mayúsculos se consideran como índices matriciales y en lenguaje matricial la expresión anterior se reescribe como

$$\mathbf{F}_{ij}[\mathbf{A}] = \partial_i \mathbf{A}_j - \partial_j \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i\, \mathbf{A}_j - \mathbf{A}_j\, \mathbf{A}_i . \tag{6.2}$$

En el caso de un campo escalar la conexión se reduce a un vector $\mathbf{A}$ con componentes A_i, y el tensor de Riemann se reduce a

$$F_{ij}[\mathbf{A}] = \partial_i A_j - \partial_j A_i , \tag{6.3}$$

lo cual es sólo el *tensor de Maxwell* para el campo electromagnético. En el caso de un campo vectorial la conexión se reduce a $\Gamma^{k}{}_{ij}$, es decir, a la conexión usual, y el tensor de Riemann correspondiente es el tensor de Riemann usual.

6.3. Teorías de gauge de tipo Yang–Mills. En el caso del electromagnetismo el lagrangiano correspondiente es

$$\mathcal{L}_{Maxwell}[\mathbf{g},\mathbf{A}] = \mathbf{F}^2\, g^{1/2} = g^{ij}\, g^{k\ell}\, F_{ik}\, F_{j\ell}\, g^{1/2}\,. \tag{6.4}$$

En forma análoga el lagrangiano para una teoría de gauge se elige en general como

$$\mathcal{L}_{Yang-Mills}[\mathbf{g},\mathbf{A}] = \mathbf{F}^2\, g^{1/2} = g^{ij}\, g^{k\ell}\, F^{A}{}_{Bik}\, F^{B}{}_{Aj\ell}\, g^{1/2}\,. \tag{6.5}$$

6.4. Teoría gravitacional de tipo Yang–Mills. En el caso de la conexión usual se obtiene una teoría de tipo $R^2[\mathbf{\Gamma}]$. En este caso el lagrangiano está dado por

$$\mathcal{L}_{R^2}[\mathbf{g},\mathbf{\Gamma}] = g^{ij}\, g^{k\ell}\, R^{m}{}_{nik}[\mathbf{\Gamma}]\, R^{n}{}_{mj\ell}[\mathbf{\Gamma}]\, g^{1/2}\,. \tag{6.6}$$

6.5. Gravitoelectromagnetismo. El *gravitoelectromagnetismo* se basa en la analogía entre la ley de la gravitación de Newton y la ley de Coulomb del electromagnetismo (Heaviside, 1893). Para esto es necesario descomponer el tensor de Maxwell (6.3) en sus partes eléctrica y magnética, o realizar una descomposición $(1+3)$. El gravitoelectromagnetismo interpreta las componentes del campo gravitacional como partes eléctrica y magnética a través de una descomposición similar.

7. Teorías con dimensiones adicionales

Otra familia de teorías gravitacionales son aquellas que utilizan espacios con dimensiones adicionales. La primera teoría de este tipo es la de Kaluza–Klein (1921). Posteriormente aparecieron los modelos de gravedad extrínseca, desarrollados en forma independiente por Pavšič (2001) y Tapia (1989). Un modelo más elaborado de universos con dimensiones adicionales fue propuesto por Randall y Sundrum (1999).

7.1. La teoría de Kaluza–Klein. La *teoría de Kaluza–Klein* (1921) se puede considerar como la primera teoría en la cual se utilizan más de las cuatro dimensiones tradicionales de la Relatividad General. En este caso se considera un tensor métrico $\mathbf{G}$ en cinco dimensiones con componentes dadas por

$$G_{AB} = \begin{pmatrix} g_{ij} + \phi\, A_i\, A_j & \phi\, A_i \\ \phi\, A_j & \phi \end{pmatrix}\,, \tag{7.1}$$

donde A_i son las componentes de un campo vectorial $\mathbf{A}$ y ϕ es un campo escalar. El escalar de curvatura correspondiente está dado por

$${}^{(5)}R[\mathbf{G}] = {}^{(4)}R[\mathbf{g}] - \frac{1}{\phi}\,\Box\phi + \frac{1}{4}\,\phi\,\mathbf{F}^2 + \frac{1}{2\phi^2}\, g^{ij}\,\phi_i\,\phi_j\,, \tag{7.2}$$

donde $\Box$ es el operador Laplaciano y $\phi_i = \partial_i \phi$. El lagrangiano de Kaluza–Klein es

$$\mathcal{L}_{KK} = \left[{}^{(4)}R[\mathbf{g}] - \frac{1}{\phi}\,\Box\phi + \frac{1}{4}\,\phi\,\mathbf{F}^2 + \frac{1}{2\phi^2}\,g^{ij}\,\phi_i\,\phi_j \right] \phi\, g^{1/2}\,. \tag{7.3}$$

Las ecuaciones de campo correspondientes son las ecuaciones de campo de Einstein acopladas al campo electromagnético y al campo escalar, las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético y la ecuación de Klein–Gordon para el campo escalar.

7.2. Gravedad extrínseca. La idea de considerar el espacio–tiempo como una hipersuperficie inmersa en un espacio de mayores dimensiones ha sido considerada varias veces. Un desarrollo particular se puede encontrar en (Tapia, 1989). En este caso el punto de partida es un elemento de línea dS en N dimensiones dado por

$$dS^2 = G_{AB}(\mathbf{X})\, dX^A\, dX^B\,. \tag{7.4}$$

A continuación se supone que el espacio–tiempo está dado por la inmersión $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{x})$. En este caso se obtiene el tensor métrico inducido

$$g_{ij}(\mathbf{x}) = G_{AB}(\mathbf{X})\, X^A{}_i\, X^B{}_j\,. \tag{7.5}$$

Ahora el símbolo de Christoffel, el tensor de Riemann–Christoffel, el tensor de Ricci–Christoffel y el escalar de curvatura se construyen de la manera usual. En esta teoría se utiliza el lagrangiano de Einstein–Hilbert pero escrito en términos de las funciones de inmersión $\mathbf{X}(\mathbf{x})$. Las ecuaciones de campo correspondientes son las ecuaciones de campo de Einstein contraídas con el tensor de Gauss de la inmersión, es decir

$$G^{ij}\,\Omega^A{}_{ij} = 0\,, \tag{7.6}$$

donde $\Omega^A{}_{ij}$ son las componentes del *tensor de Gauss* $\mathbf{\Omega}$, el cual es una medida de la curvatura extrínseca.

Estas ecuaciones contienen a las soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein de la Relatividad General como un caso particular.

7.3. Universos tipo membrana. Después del éxito de las *teorías de cuerdas*, la idea de considerar nuestro universo como una membrana inmersa en un espacio de dimensión superior se hizo más fuerte; véase (Randall & Sundrum, 1999).

8. Teorías de rango superior

Las *teorías de rango superior* se basan en geometrías en las cuales el elemento de línea ds está dado por una forma de rango superior. Una familia cercana de teorías son las *teorías de spin superior*.

8.1. Gravedad de Finsler. La *geometría de Finsler* (1918) está basada en un elemento de línea $ds = f(\mathbf{x}, d\mathbf{x})$, donde f es una función homogénea de primer orden en los diferenciales $d\mathbf{x}$. Entonces la *métrica de Finsler* se define como

$$f_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (f^2)}{\partial (dx^i) \partial (dx^j)} \, . \tag{8.1}$$

La *gravedad de Finsler* (Asanov, 1985) está basada en el uso de esta geometría.

8.2. Geometría y gravitación de cuarto rango. La teoría de cuerdas ha resultado ser una teoría exitosa en los últimos tiempos. Esta teoría logra reconciliar varios de los requisitos de consistencia necesarios para una teoría cuántica de campos: renormalizabilidad, integrabilidad e invariancia conforme. Hasta ahora no existe una corroboración experimental de esta teoría (Smolin, 2006). No obstante, la teoría de cuerdas es de utilidad teórica. Las propiedades anteriores de la teoría de cuerdas se obtienen en un espacio de 2 dimensiones que es bastante diferente de las 4 dimensiones usuales del espacio–tiempo. Un análisis más detallado muestra que esta dimensión crítica está relacionado con el rango, segundo, de la geometría riemanniana.

Debido a un notable teorema (Tapia, 1993), es posible implementar la consistencia en cuatro dimensiones si se utiliza *geometría de cuarto rango*, es decir, en espacios en los cuales el elemento de línea está dado por una forma cuártica, es decir,

$$ds^4 = G_{ijk\ell}(\mathbf{x})\, dx^i\, dx^j\, dx^k\, dx^\ell \, . \tag{8.2}$$

La *gravedad de cuarto rango* es la consecuencia natural de una *teoría de campos de cuarto rango*. En este caso el campo fundamental es el *tensor métrico de cuarto rango* $\mathbf{G}$ con componentes $G_{ijk\ell}$. Hasta el momento la contrucción de invariantes diferenciales que puedan ser usados en la construcción de un lagrangiano no ha sido posible y sólo se ha podido obtener algunas caracterizaciones algebraicas (Tapia, 2007).

Para obviar la dificultad anterior se ha construido una teoría basada en un lagrangiano similar al de Palatini para la geometría de cuarto rango. Explícitamente se tiene

$$\mathcal{L}_{4G}[\mathbf{G}, \mathbf{\Gamma}] = \left\langle R^2 \right\rangle [\mathbf{G}, \mathbf{\Gamma}]\, G^{1/4} \, , \tag{8.3}$$

donde $\left\langle R^2 \right\rangle [\mathbf{G}, \mathbf{\Gamma}] = G^{ijk\ell} R_{ij}[\mathbf{\Gamma}] R_{k\ell}[\mathbf{\Gamma}]$ y $G = \det(\mathbf{G})$. Las correspondientes ecuaciones de campo son las mismas ecuaciones de campo de las teorías $f(\mathrm{Ric})$, es decir, (5.10). Para los detalles véase (Tapia *et al.*, 1996; Tapia & Ross, 1998; Tapia, 2014).

9. Otras teorías

Finalmente, se describen algunas otras teorías alternativas, de tipo geométrico, que no se mencionaron anteriormente.

9.1. La teoría de Born–Infeld. Esta no es exactamente una teoría gravitacional, sino más bien un modelo para describir una teoría no–lineal del campo electromagnético. La *teoría de Born–Infeld* se basa en un tensor no–simétrico de la forma (5.7). El lagrangiano de Born–Infeld es

$$\mathcal{L}_{BI} = \sqrt{\det(\mathbf{k})}\,. \tag{9.1}$$

Para campos débiles este lagrangiano se reduce a

$$\mathcal{L}_{BI} \approx \left(1 + \mathbf{F}^2\right)\, g^{1/2}\,, \tag{9.2}$$

donde $\mathbf{F}$ es el tensor de Maxwell (4.3). En este caso se obtiene la teoría electromagnética de Maxwell.

9.2. Teorías bimétricas. La idea de estas teorías es descomponer el tensor métrico $\mathbf{g}$ en términos de un tensor métrico plano $\overset{0}{\mathbf{g}}$ y un segundo tensor $\mathbf{h}$, es decir, $\mathbf{g} = \overset{0}{\mathbf{g}} + \mathbf{h}$. Entonces, $\mathbf{h}$ es una medida de la desviación de $\mathbf{g}$ con respecto a la geometría plana $\overset{0}{\mathbf{g}}$. Entonces, el campo gravitacional se puede describir, sin abandonar la covariancia de la descripción del campo gravitacional, como una desviación de la geometría del espacio–tiempo con respecto a la *geometría plana de Minkowski*. Esta idea fue desarrollada por primera vez por Rosen (1940) e incluso hoy todavía es considerada seriamente.

9.3. Teorías escalares. Si se considera la posibilidad de que las constantes de acoplamiento, tal como la constante gravitacional de Newton, puedan variar a lo largo de escalas cósmicas de tiempo, entonces se debe introducir un campo escalar para describir este hecho. La primera teoría de este tipo es la de Brans & Dicke (1961).

10. Conclusiones

Hemos descrito varias teorías alternativas de la gravitación. Nos hemos restringido mayormente a teorías desarrolladas desde el punto de vista teórico–estético. Estas teorías, junto con otras que no hemos presentado aquí, han tenido diferentes grados de éxito. De hecho, muchas de ellas se consideran como serias contendientes de la Relatividad General. Un panorama general se puede encontrar en (Will, 2014).

Apéndice. Algunas consideraciones elementales acerca del método científico, y de la filosofía y la sociología de la ciencia

Empecemos por recordar que las teorías físicas son sólo descripciones aproximadas de alguna parcela del mundo físico y que por lo tanto son siempre susceptibles de mejoras. Este hecho era bien entendido por el propio Einstein, como se deduce de la cita introductoria.

Rosenfeld (1963), refiriéndose a la teoría cuántica de campos, dejó bien establecida cuál debía ser la actitud correcta de los científicos frente a las teorías:

> *It is nice to have at one's disposal such exquisite mathematical tools as the present methods of quantum field theory, but one should not forget that these methods have been elaborated in order to describe definite empirical situations, in which they find their only justification. Any question as to their range of application can only be answered by experience, not by formal argumentation.*

El método científico nos permite justificar las afirmaciones anteriores. El primer ingrediente es el falsacionismo, introducido por Popper (1935–1959). De acuerdo con este criterio, una teoría es científica si existen experimentos que eventualmente podrían demostrar su falsedad.

En la vida real las cosas no son tan sencillas y una única experiencia negativa no es suficiente para invalidar una teoría. Uno de los mecanismos de defensa son los 'cinturones protectores', concepto introducido por Lakatos (1978). Los criterios enumerados al final de la sección 3 son sólo los criterios de Lakatos para la competencia de teorías.

Por último, los aspectos sociológicos del quehacer científico han sido analizados por Kuhn (1962); sus conceptos de 'paradigma' y 'articulación del paradigma' han ayudado ha entender la dinámica de las teorías científicas.

Otra de las contribuciones importantes de Einstein fue al método científico de la física. Tanto la Relatividad Especial como la Relatividad General fueron desarrolladas para satisfacer criterios estéticos más que buscar el acuerdo con la observación. La confrontación con la observación no fue necesaria en la gestación de estas teorías. No obstante, el éxito observacional inicial de la Relatividad General hizo que el método estético adquiriera gran prestigio. Se puede decir que así nació la 'física teórica' tal como la entendemos hoy en día. Una parte de la física teórica contemporánea consiste en desarrollar teorías estéticas, matemáticas, etc., tomando como garantía que la estética proveerá a la validez observacional.

Este método estético de la física teórica funcionó en sus inicios pero ha sido llevado a extremos en los cuales se postula que la verificación empírica ya no es necesaria. De hecho, una parte de la física teórica se ha reducido sólo a especulaciones matemáticas y a teorías sin ninguna relación con el mundo físico. Esta situación ha sido denunciada, en el caso de la teoría de cuerdas, por

Smolin (2006) y Woit (2006). Más recientemente, Ellis & Silk (2014) nos advierten del peligro de dejar de lado la falsabilidad, tanto en teoría de cuerdas como en teorías gravitacionales, como criterio para determinar la cientificidad de una teoría física.

Considerar otras teorías de la gravitación es un ejercicio sano para así fomentar el pluralismo de ideas y evitar las visiones dogmáticas, los fanatismos, y sus peligros inherentes.

Bibliografía

[1] R. Arnowitt, S. Deser & C. W. Misner, *The dynamics of General Relativity.* In *Gravitation: An Introduction to Current Reserach*, edited by L. Witten (Wiley, New York, 1962).
Reimpreso en:
- J. Pullin, *Editorial note to* R. Arnowitt, S. Deser & C. W. Misner. *The dynamics of General Relativity*, Gen. Rel. Grav. **40**, 1989 (2008).
- R. Arnowitt, S. Deser & C. W. Misner. *Republication of: The dynamics of General Relativity*, Gen. Rel. Grav. **40**, 1997 (2008).

[2] G. S. Asanov. *Finsler Geometry, Relativity & Gauge Theories* (Reidel, Dordrecht, 1985).

[3] M. Born & L. Infeld. *Foundations of the new field theory*, Proc. R. Soc. London A **144**, 425 (1934).

[4] C. Brans & R. H. Dicke. *Mach's principle and a relativistic theory of gravitation*, Phys. Rev. **124**, 925 (1961).

[5] B. DeWitt. *Quantum theory of gravitation. I. The canonical theory*, Phys. Rev. **160**, 1113 (1967).

[6] P. A. M. Dirac. *Generalized Hamiltonian dynamics*, Canadian J. Math. **2**, 129 (1950).

[7] A. Einstein. *Zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungber. König. Preuss. Akad. Wiss. Berlin 1915, 778, 799 (1915).

[8] A. Einstein. *Die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie*, Ann. Phys. (Leipzig) **49**, 769 (1916).
- *The foundation of the general theory of relativity.* In H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski & H. Weyl, *The Principle of Relativity* (Methuen, 1923); translated by W. Perrett & G. B. Jeffery.

[9] A. Einstein. *Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität*, Sitzungber. König. Preuss. Akad. Wiss. Berlin **22**, 414 (1925).
- *Unified field theory of gravitation and electricity*, physics/0503046 (2005). Translated by A. Unzicker & T. Case.

[10] A. Einstein. *Demostración de la no existencia de campos gravitacionales sin singularidades de masa total no nula*, Rev. Univ. Nac. Tucumán **2**, 5 (1941).
- *Demonstration of the non–existence of gravitational fields with a non–vanishing total mass free of singularities*, ibid. **2**, 11 (1941).

[11] M. Ferraris, M. Francaviglia & C. Reina. *Variational formulation of General Relativity from 1915 to 1925. "Palatini's method" discovered by Einstein in 1925*, Gen. Rel. Grav. **14**, 243 (1982).

[12] P. Finsler. *Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen*, Dissertation, Göttingen, 1918 (Verlag Birkhäuser, Basel, 1951).

[13] M. Francaviglia *Alternative gravity theories.* In *General Relativity and Gravitation, Proceedings of the 12th International Conference on General Relativity and Gravitation*, Boulder, Colorado, 1989. Edited by N. Ashby, D. F. Bartlett & W. Wyss. (Cambridge University Press, 1990).

[14] O. HEAVISIDE. *A gravitational and electromagnetic analogy*, The Electrician **31**, 281 (1893).

[15] F. W. HEHL, P. VON DER HEYDE & G. D. KERLICK *General Relativity with spin and torsion: Foundations and prospects*, Rev. Mod. Phys. **48**, 393 (1976).

[16] D. HILBERT. *Die Grundlagen der Physik*, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen Math. Phys. Kl. **3**, 395 (1915).

[17] E. HUBBLE. *A relation between distance and radial velocity among extra–galactic nebulae*, Proc. Nat. Acad. Sci. **15**, 168 (1927) .

[18] D. IVANENKO. *On the extensions of general relativity*. In *Old and New Questions in Physics, Cosmology, Philosophy, and Theoretical Biology*. Edited by A. VAN DER MERWE (Plenum Press, New York, 1983).

[19] TH. KALUZA. *Zum Unitätsproblem der Physik*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. **1**, 966 (1921).

KALUZA envió este artículo a EINSTEIN en 1919 quien, inicialmente, no pareció apreciar su importancia y lo retuvo por casi dos años, hasta que él mismo lo comunicó a la revista *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.* para su publicación en 1921.

- *On the problem of unity in physics*. In *Unified Field Theories of more than 4 Dimensions Including Exact Solution*. Edited by V. DE SABBATA & E. SCHMUTZER, Proceedings of the 6th International Course Erice, 1982 (World Scientific, 1983). Translated by C. HOENSELAERS.
- *On the unification problem in physics*, in *An Introduction to Kaluza–Klein Theories*. Edited by H. C. LEE, *Proceedings of the Chalk River Workshop on Kaluza–Klein Theories* (World Scientific, 1984). Translated by T. MUTA.
- *On the problem of unity in physics*. In T. APPELQUIST, A. CHODOS & P. G. O. FREUND, *Modern Kaluza–Klein Theories* (Addison–Wesley, 1987).

[20] T. W. B. KIBBLE. *Lorentz invariance and the gravitational field*, J. math. Phys. **2**, 212 (1961).

[21] O. KLEIN. *Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie*, Z. Phys. **37**, 895 (1926).

- *Quantum theory and five–dimensional relativity theory*. En *Unified Field Theories of more than 4 Dimensions Including Exact Solution*, edited by V. DE SABBATA & E. SCHMUTZER, Proc. 6th Int. Course Erice, 1982 (World Scientific, 1983). Translated by C. HOENSELAER.
- *Quantum theory and five–dimensional relativity theory*. En *An Introduction to Kaluza–Klein Theories*, edited by H. C. LEE, Proc. Chalk River Workshop on Kaluza–Klein Theories (World Scientific, 1984).
- *Quantum theory and five–dimensional relativity theory*. En T. APPELQUIST, A. CHODOS & P. G. O. FREUND, *Modern Kaluza–Klein Theories* (Addison–Wesley, 1987).
- *Quantum theory and five–dimensional relativity theory*, En *Gauge Theories in the Twentieth Century*, edited by J. C. TAYLOR (Imperial College Press, London, 2001).

[22] T. LEVI–CIVITA. *Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e consequente specificazione geometrica della curvatura Riemanniana*, Rend. Circ. Mat. Palermo **42**, 173 (1917).

[23] M. MILGROM. *A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis*, Astrophys. J. **270**, 365 (1983).

[24] J. W. MOFFAT. *New theory of gravitation*, Phys. Rev. D **19**, 3554 (1979).

[25] B. NODLAND & J. P. RALSTON. *Indication of anisotropy in electromagnetic propagation over cosmological distances*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3043 (1997).

[26] S. NOJIRI & S. D. ODINTSOV. *Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark matter*, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, 115 (2007).

[27] J. Ostriker & P. Steinhardt. *The observational case for a low–density universe with a non–zero cosmological constant*, Nature **377**, 600 (1995).

[28] A. Palatini. *Deduzione invariantiva delle equazioni gravitazionali dal principio de Hamilton*, Rend. Circ. Mat. Palermo **43**, 203 (1919).

- *Invariant deduction of the gravitational equations from the principle of Hamilton.* En *Cosmology and Gravitation*, edited by P. G. Bergmann & V. De Sabbata (Plenum Press, New York, 1980), 477. Translated by R. Hojman & C. Mukku.

[29] M. Pavšič. *The Landscape of Theoretical Physics: A Global View* (Kluwer, Dordrecht, 2001).

[30] L. Randall & R. Sundrum. *Large mass hierarchy from a small extra dimension*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999).

[31] L. Randall & R. Sundrum. *An alternative to compactification*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999).

[32] N. Rosen. *General Relativity and flat space. I, II*, Phys. Rev. **57**, 147, 150 (1940).

[33] A. D. Sakharov. *Vacuum quantum fluctuations in curved space and theory of gravitation*, Dokl. Akad. Nauk SSSR **177**, 70 (1967); Sov. Phys. Dokl. **12**, 1040 (1968). Reimpreso en:

- Sov. Phys. Usp. **34**, 394 (1991).
- H.–J. Schmidt. *Editor's note: Vacuum quantum fluctuations in curved space and theory of gravitation*, Gen. Rel. Grav. **32**, 361 (2000).
- Gen. Rel. Grav. **32**, 365 (2000).

[34] T. P. Sotiriou, V. Faraoni & S. Liberati. *Theory of gravitation theories: a no–progress report*, Int. J. Mod. Phys. D **17**, 399 (2008).

[35] V. Tapia. *Gravitation á la string*, Class. Quantum Grav. **6**, L49 (1989).

[36] V. Tapia. *Integrable conformal field theory in four dimensions and fourth–rank geometry*, Int. J. Mod. Phys. D **2**, 413 (1993).

[37] V. Tapia. *Invariants and polynomial identities for higher–rank matrices*, J. Phys. A: Math. Theor. **40**, 5525 (2007).

[38] V. Tapia. *El problemas del espacio, formas de rango superior y geometría de rango superior*, Lecturas Matemáticas **35**, 115 (2014).

[39] V. Tapia & D. K. Ross. *Conformal fourth–rank gravity, non–vanishing cosmological constant and anisotropy*, Class. Quantum Grav. **15**, 245 (1998).

[40] V. Tapia, D. K. Ross & A. L. Marrakchi. *Renormalizable conformally invariant model for the gravitational field*, Class. Quantum Grav. **13**, 3261 (1996).

[41] V. Tapia & M. Ujevic. *Universal field equations for metric–affine theories of gravity*, Class. Quantum Grav. **15**, 3719 (1998).

[42] K. S. Thorne, D. L. Lee & A. P. Lightman. *Foundations for a theory of gravitation theories*, Phys. Rev. D **7**, 3563 (1973).

[43] R. Utiyama. *Invariant theoretical interpretation of interaction*, Phys. Rev. **101**, 1597 (1956).

[44] H. Weyl. *Gravitation und Elektrizität*, Sitzungber. Akad. Wiss. Berlin **1918**, 465 (1918).

[45] J. A. Wheeler *Superspace and the nature of quantum geometrodynamics*, in *Batelle Rencontres*, edited by C. DeWitt and J. A. Wheeler (Benjamin, New York, 1969).

[46] C. M. Will. *The confrontation between General Relativity and experiment*, Living Rev. Rel. **17**, 4 (2014).

[47] C.–N. Yang & R. L. Mills. *Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance*, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).

Bibliografía para el Apéndice

[48] J. Earman & J. Mosterín. *A critical look at inflationary cosmology*, Phil. Sci. **66**, 1 (1999).

[49] G. Ellis & J. Silk. *Defend the integrity of physics*, Nature **516**, 321 (2014).

[50] T. S. Kuhn. *The Structure of Scientific Revolutions* (University of Chicago Press, Chicago, 1962).
[51] I. Lakatos. *The Methodology of Scientific Research Programmes* (Cambridge University Press, Cambridge, 1978).
[52] K. Popper. *Logik der Forschung* (Springer, Vienna, 1935).
◦ *The Logic of Scientific Discovery* (Routledge, London, 1959).
[53] L. Rosenfeld. *On quantization of fields*, Nucl. Phys. **40**, 353 (1963).
[54] L. Smolin. *The Trouble with Physics. The Rise of String Theory, the Fall of a Science, and What Comes Next* (Houghton Mifflin, 2006).
[55] P. Woit. *Not Even Wrong: The Failure of String Theory & the Continuing Challenge to Unify the Laws of Physics* (Basic Books, 2006).

Recibido en septiembre de 2014. Aceptado para publicación en mayo de 2015

Victor Tapia
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia
e-mail: vmtapiae@unal.edu.co