

# Realidad aumentada y Matemáticas: propuesta de mediación para la comprensión de la función

Augmented reality and Mathematics: a mediation proposal for the understanding  
of the function

Francisco J. López Hernández<sup>1</sup>, Olga L. Fuchs Gómez<sup>1</sup>, Ricardo  
Briones Cortés<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

franciscojavier.lopez@viep.com.mx , lfuchs@fcfm.buap.mx ,  
ricardo.briones@alumno.buap.mx

**RESUMEN.** Se presenta como base para la elaboración de una aplicación de realidad aumentada, un análisis descriptivo de las dificultades alrededor de las representaciones semióticas del objeto función (gráfico, tabular, algebraico y lenguaje natural), analizando la conversión y la transformación mediante una prueba con diez ítems. Los datos analizados pertenecen a 34 alumnos de un Bachillerato General Escolarizado (BGE) del Estado de Puebla y a 97 alumnos de un Bachillerato Universitario (BU) perteneciente a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). De los resultados obtenidos se puede observar poco dominio en la conversión de las representaciones gráficas a algebraicas. Es por ello por lo que la aplicación desarrollada pretende apoyar como andamiaje en esta representación semiótica del objeto función. La aplicación se realizó en Unity®. Se diseñó una secuencia didáctica de cinco momentos, los cuales incluían la intervención con realidad aumentada, se seleccionaron al azar 18 alumnos de los 97 alumnos del Bachiller Universitario que trabajaron en un curso extra de matemáticas. Se aplicó la secuencia didáctica con Realidad Aumentada, teniendo resultados favorables al tener una mejoría en el posttest.

**ABSTRACT.** It is presented as the basis for the development of an augmented reality application, a descriptive analysis of the difficulties around the semiotic representations of the function object (graphical, tabular, algebraic and natural language), analyzing the conversion and transformation through a test with ten items. The analyzed data belong to 34 students of a General School Baccalaureate (BGE) of the State of Puebla and 97 students of a University Baccalaureate (BU) belonging to the Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). From the results obtained, little mastery can be observed in the conversion of graphic representations to algebraic. That is why the application developed aims to support scaffolding in this semiotic representation of the function object. The application was made in Unity®. A five-moment didactic sequence was designed, which included the intervention with augmented reality, 17 students were randomly selected from the 97 students of the University Bachelor who worked in an extra course of mathematics. The didactic sequence with augmented reality was applied, having favorable results by having an improvement in the posttest.

**PALABRAS CLAVE:** Realidad aumentada, Función matemática, Representaciones semióticas, Educación media superior, Mediación con TIC, TIC, Matemáticas.

**KEYWORDS:** Augmented reality, Mathematics function, Semiotic representations, Upper secondary education, ICT mediation, ICT, Mathematics.

## 1. Introducción

La educación se encuentra en renovación día con día, hemos dejado de lado la clase tradicional por las exigencias actuales de los alumnos y del currículo matemático, además de tomar los recursos alrededor desde los libros, libretas, material didáctico y tecnologías, como lo mencionan Aparicio y Cantoral (2004) éstas últimas cumplen un factor importante e interviene en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, para poder elegir una de ellas se debe de tomar en cuenta las tecnologías por sí mismas y las investigaciones emergentes en torno a la posibilidad del uso de software y ambientes virtuales, orientados al plano didáctico a nivel superior en las matemáticas puras o sobre referentes interdisciplinarios como la ingeniería.

La incursión de las nuevas herramientas pedagógicas en el contexto educativo en matemáticas genera una transformación sociocultural concerniente a la praxis pedagógica y didáctica actual (Parra & Díaz, 2014). Es por ello que no nos podemos quedar atrás y pensar que la enseñanza se debe quedar en una escuela tradicional como señalan Abbott, Fennema y Romberg (1999) “La clase tradicional se divide en tres etapas, la primera involucra la corrección del trabajo del día anterior, a continuación el profesor presenta nuevo material a menudo trabajando en uno o dos nuevos problemas, esto escasamente seguido por uno que otro alumno que trabajan en problemas similares en el pizarrón y la parte final de la clase involucra a los estudiantes en tareas para el siguiente día” (p. 4)

Nuestra tarea como profesores del siglo XXI es romper con esta clase tradicional y hacer frente a las necesidades emergentes para preparar a nuestros alumnos a afrontar el mundo; se debe romper el paradigma del enajenamiento de la tecnología y echar mano de ella para hacer más fructíferas nuestras clases y con propósito de comprensión.

Como se mencionó anteriormente uno de los puntos medulares en la educación son los recursos y las técnicas necesarias para poder impartir la clase, los estudiantes día a día exigen un mejor desempeño por parte del profesor y aunque la mayoría no lo hace audible, se observa que es necesario un cambio en el discurso matemático del profesor cuando el alumno se distrae, dibuja en su libreta, se encuentra presente pero ausente.

Para mitigar estas acciones por parte de los estudiantes, Cubillo Arribas, Martín Gutiérrez, Castro Gil y Colmenar Santos (2014) proponen analizar la situación actual del aula de matemáticas que a pesar de tener como soporte básico los libros y apuntes para la enseñanza, actualmente surgen y se utilizan herramientas emergentes para hacer más fácil la praxis de los profesores y el aprendizaje de los estudiantes. Dentro de las tecnologías emergentes se tienen los ordenadores personales, smartphones y tablets que constituyen parte del ecosistema educativo de los alumnos, con éstos se abre la ventana del contenido virtual con la cual se construye una red de datos disponible casi para todos. Las tecnologías actuales como la Web 2.0, los dispositivos móviles, los entornos virtuales o la realidad aumentada (RA), tienen el potencial para descubrir y proporcionar nueva información en cualquier ámbito (Carmigniani, Furht, Anisetti, Ceravolo, Damiani & Ivkovic, 2010), distintos autores Facer, Joiner, Stanton, Reid, Hull y Kirk (2004) y Williams, Jones, Fleuriot y Wood (2005) han investigado las ventajas del empleo de estas tecnologías en la transmisión y creación de conocimiento para el aprendizaje, ya que facilitan la adaptación y contextualización de los contenidos, lo que se ha denominado “aprendiendo a aprender con la tecnología” (Miglino & Walker, 2010; Roblyer, Edwards & Havriluk, 2006).

La realidad aumentada (RA) es una de las tecnologías emergentes que se han empezado a utilizar en la educación, definida por Abud (2012) como una tecnología que complementa la percepción e interacción con el mundo real y permite al usuario estar en un entorno real aumentado con información adicional generada por la computadora. En circunstancias ideales, el usuario percibe los objetos reales y virtuales coexistiendo en el mismo espacio.

Otra de las definiciones más conocidas es la realizada por Azuma (1997) quien define la RA como la tecnología que permite que coexistan en el mismo espacio lo real y lo virtual, dando la posibilidad de interactuar con estos elementos en tiempo real.



Es por las bondades antes mencionadas que la RA ha sido utilizada en la educación aunado a que es uno de los avances tecnológicos transformadores de gran impacto, permite la creación de contenidos que podemos mostrar a los alumnos, presentando características de interactividad y tridimensionalidad. Mediante su uso percibimos mejoras en el proceso de enseñanza aprendizaje y las competencias tecnológicas tanto de alumnos como de docentes, Badía, Chumpitaz, Vargas y Suárez (2016).

La RA no solo puede complementar la noción dinámica de la práctica de enseñanza (Thornton, 2012) además incorpora el uso de los sentidos tales como, el tacto, la vista y el oído (Pérez-López & Contero, 2013).

Pero ¿qué tan útil es el uso de la RA en la educación? Esta pregunta se la han realizado investigadores y diversos estudios (Liu & Chu, 2010; Di Serio, Ibáñez & Kloos, 2013; Jara, Candelas, Puente & Torres, 2011; Bujak, Radu, Catrambone, MacIntyre, Zheng & Golubski, 2013; Chang, Chang, Hou, Sung, Chao & Lee, 2014) han demostrado su utilidad extrema para incrementar la motivación en el proceso de aprendizaje.

Como ejemplos de aplicación en la educación tenemos por mencionar algunos trabajos como el de Ibáñez, Di Serio, Villarán y Delgado Kloos (2014) quienes crearon una aplicación de RA para enseñar los conceptos básicos del electromagnetismo. En esta aplicación los estudiantes pueden explorar los efectos del campo magnético. (Salinas, González-Mendivil, Quintero, Ríos, Ramírez y Morales, 2013) realizaron un estudio de RA y el aprendizaje del cálculo en grupo de licenciatura, obteniendo una aceptación por parte de los usuarios y un impacto positivo.

Diversos investigadores se han dado a la tarea de realizar metaanálisis o revisión de las investigaciones de RA y educación, como los autores Garzón y Acevedo (2019) quienes realizan un metaanálisis de los artículos alrededor del tema de realidad aumentada y educación, encontrando que muchos de los estudios que se han llevado a cabo (Akçayir & Akçayir, 2017; Antonioli, Blake & Sparks, 2014; Diegmann, Schmidt-kraepelin, Eynden & Basten, 2015; Wu, Lee, Chang & Liang, 2013, citados en Garzón & Acevedo, 2019) para identificar las tendencias, ventajas, oportunidades y retos de la RA en la educación. Estos estudios han mostrado que el uso de la RA en la educación ha aumentado de manera constante desde 2010 y se ha arraigado efectivamente en entornos educativos. Otros estudios como los de (Ozdemir, Sahin, Arcagok & Demir, 2018; Radu, 2014; Santos et al., 2014, citados en Garzón & Acevedo, 2019) tenían como finalidad una revisión sistemática de literatura que incluyó 32 artículos del 2003 al 2013. El estudio arrojó que la RA es más aplicada para enseñar Ciencias Naturales y Matemáticas y el grupo objetivo más común es el de estudiantes de licenciatura. Reveló que dentro de las ventajas más reportadas son los logros de los aprendizajes y la motivación. Por otro lado, las limitaciones de los sistemas de RA más reportadas son la superposición de información y considerar la tecnología como intrusiva.

Uno de los conceptos que podemos considerar susceptibles para aplicar la tecnología es el de funciones ya que es base para el desarrollo de otro conocimiento como lo cita Gómez (2015, p. 278): “López & Sosa (2008) consideran el concepto de función como uno de los pilares más importantes para el acceso al cálculo y la modelación de situaciones y fenómenos en varios ámbitos profesionales y de la ciencia, de modo que los resultados de aprendizaje y los procesos desarrollados en distintas ciencias pueden verse afectados por una inadecuada conceptualización y aplicación de este concepto. Por lo tanto, se hace necesario conocer y entender las causas que dificultan en los estudiantes su construcción a través de experiencias significativas”.

El tema de funciones ha sido de gran interés por parte de los investigadores debido a la complejidad que puede llegar a presentar en los estudiantes para su comprensión; como lo señala Gómez (2015), el aprendizaje de las funciones ha mostrado ciertas complicaciones a través de la historia de la humanidad, lo que no deja de ser preocupante ya que una mala concepción de este concepto podría redundar en un bajo rendimiento en el aprendizaje del cálculo. Y el cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados, lo que según Hitt (2003 citado en Gómez, 2015, p. 278) permite inferir que un manejo pobre de algunos de estos subconceptos puede impedir el desarrollo profundo de sus conceptos asociados, por lo que sería deseable que se promovieran conexiones entre nociones asociadas, que faciliten el acceso al cálculo.

Es por ello por lo que en esta investigación planteamos que, el uso adecuado de las herramientas tecnológicas enriquecidas facilita la construcción del conocimiento a través de experiencias significativas y su incorporación en las secuencias didácticas pueden influir de manera positiva en la comprensión del concepto de Funciones y Gráficas. Los resultados positivos de la mediación de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en la enseñanza permitirán que los docentes las incorporen en su práctica.

## 2. Metodología

Para poder realizar la aplicación se necesita tener una idea de cómo se encuentran los alumnos por lo que se realizó un diagnóstico a 34 alumnos estudiantes de cuarto semestre pertenecientes al Bachillerato General Escolarizado (BGE) con nivel II en PLANEA (s.a.) y a 97 estudiantes inscritos en el área de humanidades y ciencias sociales del tercer año de bachillerato universitario (BU) con nivel IV PLANEA, durante el periodo otoño 2018.

El pretest que se aplicó es una réplica del propuesto por Prada (2017) el cual fue construido y contextualizado a partir del material propuesto por Hitt en su trabajo Funciones en contexto y una pregunta 10 la cual es una modificación de la que proponen Gómez, Hernández y Chaucánés (2015) y cuya finalidad es obtener producciones por parte de los alumnos y las transformaciones realizadas tipo conversión y tipo tratamiento.

Las conversiones que pretende evaluar cada ítem se presentan en la Tabla 1:

Ítem	Articulación
1	De gráfico a gráfico
2	De lenguaje cotidiano a gráfico o algebraico
3	De gráfico a lenguaje algebraico
4	De gráfico a lenguaje algebraico (pares ordenados)
5	De lenguaje algebraico a gráfico
6	De tabular a gráfico
7	De lenguaje algebraico a gráfico
8	Del gráfico a lenguaje algebraico
9	De lenguaje cotidiano a algebraico

Tabla 1. Tipo de conversión que pretende evaluar cada ítem del pretest. Fuente: Elaboración propia.

La pregunta 10 es una modificación de la propuesta por Gómez, Hernández y Chaucánés (2015): María Eugenia tiene un plan en una empresa de telefonía móvil consistente en un cargo fijo de \$800 y \$ 0.70 por cada minuto que consuma adicional. Se presentan una serie de preguntas relacionadas con el ejercicio que corresponden a una categoría de análisis definido por Gómez, Hernández y Chaucánés (2015), en la Tabla 2, se presenta la categoría de análisis y la pregunta a la que se relaciona cada una de ellas:

Pregunta	Categoría de análisis
a) ¿Qué cantidades interviene en la situación?	Identificación de los elementos de una función.
b) ¿Cuáles de las cantidades varían y cuáles permanecen fijas (constantes)? y ¿cómo se relacionan entre ellas?	Relación entre los elementos de una función.
c) Encuentra una expresión matemática que modele esta situación.	Modelación de una situación funcional
d) Describe el proceso que seguiste para responder la pregunta c)	Descripción de los procesos realizados tratando de dar respuesta a las preguntas o cuestiones planteadas.
e) Si se sabe que el valor de la factura fue de \$3635.00 ¿cuántos minutos adicionales consumió?	Utilización del concepto de ecuación para encontrar una incógnita
f) En un mes María Eugenia recibe una factura por \$3635.00. Al mes siguiente la factura viene por \$4314.0 ¿cuántos minutos adicionales consumió?	Identificación y uso del patrón de regularidad y de crecimiento de la función.

Tabla 2. Categoría de análisis por inciso de la pregunta 10. Fuente: Elaboración propia.

Para darle valor a las respuestas se realizó una tipología propuesta por los autores la cual se presenta en la Tabla 3.

Criterios de Puntuación de los Ítems		
Ítem	Criterio	Puntuación
1a	Determina que no es función, <u>argumenta con el uso de la regla vertical o argumenta el porqué de su decisión, trata de validarlo.</u>	1,2-4
1 b	Determina que es función, <u>argumenta con el uso de la regla vertical o argumenta el porqué de su decisión, trata de validarlo.</u>	1, 2-4
2	Reconoce que si hay una función que cumpla con lo solicitado, <u>argumenta o realiza la deducción de la función.</u>	1, 2
3	Inciso d	1
4	Identifica los 5 puntos, <u>ubica los puntos en la gráfica o argumenta con tabla o argumenta uso de la función.</u>	1,2
5	Inciso b, <u>subraya de manera correcta el dominio y rango</u>	1, 2
6	Realiza de manera correcta el trazo del gráfico, <u>iniciando en 1 y terminando en 7 en el eje de las x</u>	1
7	Tabula y <u>realiza la gráfica</u>	1, 2
8	Encuentra puntos notables, <u>realiza una tabla y busca la relación originando la función.</u>	1,2
9a	Realiza un esquema, <u>plantea una función</u>	1, 2
9b	Realiza un esquema, <u>plantea una función</u>	1, 2
10a	800, 0,70	1
10b	Reconoce los valores que quedan fijos, los que varían y <u>su relación.</u>	1, 2
10c	Plantea una función	1
10d	Describe los pasos realizados para llegar a la función del inciso anterior	1
10e	Realiza la sustitución en la función, las operaciones y <u>llega al resultado 4050 minutos</u>	1,2
10f	Realiza la sustitución en la función, las operaciones y <u>llega al resultado 970 0 5020 minutos</u>	1, 2

Tabla 3. Tipología propuesta por los autores de la investigación. Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con los resultados obtenidos que se discutirán más adelante, se observa que los alumnos presentan dificultad para realizar la conversión de la representación gráfica. Es por ello por lo que se pretende hacer uso de la Realidad Aumentada para que el alumno logre la transposición didáctica del uso de la aplicación a la comprensión del tema función.

La aplicación fue desarrollada en Unity®, el cual es un motor de juegos que permite tanto el desarrollo 2D como 3D, este cuenta con la opción de empaquetado a través de múltiples plataformas, Android, IOS, Windows, etc. De forma complementaria se decidió usar Vuforia, kit de desarrollo de software para realidad aumentada, se optó por esta herramienta debido a su versatilidad y rapidez en la creación de prototipos, así como su compatibilidad con Unity®. La aplicación presenta un arquero disparando una flecha en diferentes ángulos, en el cual el alumno podrá observar la trayectoria que presenta la flecha y la función que la describe.

Se diseñó una secuencia didáctica de cinco momentos, cada uno con su inicio desarrollo y cierre; en el primer momento consistió en aplicar el diagnóstico, el objetivo del segundo momento fue explorar las nociones de la función, tipos de funciones, formas de discriminar cuando una gráfica es función o no, en el tercer momento el objetivo fue que el estudiante realice la conversión entre representaciones semióticas: lenguaje natural – algebraico- tabular-gráfico y en sentido inverso gráfico-tabular-algebraico-lenguaje natural; en el cuarto momento el alumno entrará en contacto con la aplicación de realidad aumentada; en el quinto momento se realizó un posttest que es el mismo pretest y una encuesta de satisfacción de uso de la aplicación donde se indagará sobre la usabilidad de la herramienta.

Las percepciones del uso de la aplicación por parte de los alumnos fueron evaluadas con una prueba Lickert de 20 preguntas elaborada con Google Forms, la cual es una modificación de lo propuesto por Sancristán (2017). Teniendo una expectativa prometedora al incorporar la RA como andamiaje para la comprensión del objeto matemático función. Es importante saber, si el uso de la realidad aumentada, es decir,

la mediación tecnológica se convierte en apoyo en el entorno académico o al contrario lo entorpece. Si los usuarios están satisfechos con la intervención y además logramos atraer su atención estaremos creando mejores aprendizajes fortaleciendo la atención, interacción profesor-tecnología-alumno y la confianza. La participación por parte de los investigadores fue de observación participante, todo se videograbó y se tomaron notas en el diario de clase.

### 3. Resultados

A continuación, en la Tabla 4 se presentan las respuestas del diagnóstico de quince alumnos tomados al azar de la muestra de 97 alumnos del BU y sus puntuaciones de acuerdo con los criterios elegidos.

Ítem		1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total
Sujeto /Puntuación	Tiempo min	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33
1AM	60	1	1	0	1	1	2	1	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	12
2AM	52	1	3	2	1	2	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	2	2	19
3AM	60	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
4AM	60	3	0	0	1	1	2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	10
5AM	60	2	2	1	1	2	2	1	2	0	1	0	1	1	0	0	0	0	16
6DV	43	4	0	2	1	2	0	1	1	0	1	0	1	2	1	1	2	2	21
7DV	60	1	0	0	0	2	1	1	0	0	1	1	1	2	1	1	2	2	16
8DV	57	4	4	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2	2	30
9DV	48	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	2	0	0	2	2	11
10DV	48	0	2	2	1	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	1	16
11DM	55	0	0	1	0	2	2	1	0	0	0	0	1	2	0	0	1	1	11
12DM	60	0	0	0	1	2	1	0	1	0	1	2	1	2	1	1	0	0	13
13DM	60	0	1	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	7
14DM	60	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	1	1	0	10
15DM	60	0	0	2	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6

Tabla 4. Resultado de quince alumnos tomados al azar, por reactivo y tipología. Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 5 se presentan los resultados del pretest:

Ítem	BGE (34)	BU-1 (30)	BU-2 (28)	BU-3 (39)
1	14.71%	0.00%	3.57%	12.82%
2	26.47%	13.33%	28.57%	12.82%
3	47.06%	63.33%	64.29%	79.49%
4	14.71%	63.33%	53.57%	38.46%
5	8.82%	23.33%	21.43%	20.51%
6	44.12%	50.00%	71.43%	61.54%
7	5.88%	3.33%	7.14%	30.77%
8	0.00%	3.33%	0.00%	0.00%
9	2.94%	13.33%	8.93%	2.56%
10a.	55.88%	73.33%	92.86%	56.41%
10b.	26.47%	33.33%	75.00%	12.82%
10c.	26.47%	50.00%	85.71%	35.90%
10d.	20.59%	40.00%	78.57%	23.08%
10e.	8.82%	23.33%	78.57%	33.33%
10f.	8.82%	23.33%	71.43%	30.77%

Tabla 5. Resultados del pretest. Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 5 se puede observar que existe una relación entre el tipo de sistema educativo y nivel PLANEA, donde los alumnos que pertenecen al Bachillerato Universitario tienen un mejor desempeño. Cabe señalar que en cada tipo de bachillerato se estudia el mismo contenido en diferentes momentos, pero no por ello se estudia por más tiempo o mayor profundidad. No hay ventaja en términos del tiempo invertido en el estudio de cada tema.

Entre las preguntas donde se presenta el menor porcentaje de respuestas correctas es el reactivo 8 el cual pedía lo siguiente:

En la figura 1 y 2 se puede observar el reactivo y el acierto total de la población respectivamente.



8. De acuerdo con la gráfica siguiente ¿cuál es la expresión algebraica para  $f(x)$  en función de  $x$ ?

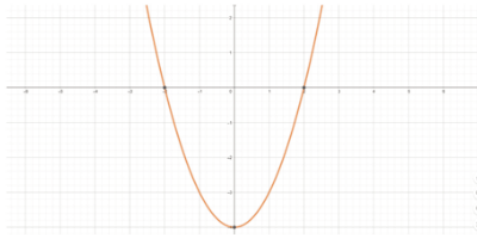


Figura 1. Pregunta 8 del pretest. Fuente: Elaboración propia.

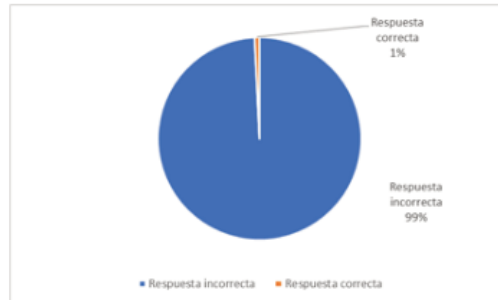


Figura 2. Respuestas correctas reactivo 8. Fuente: Elaboración propia.

De los estudiantes que presentaron el pretest se eligieron dieciocho al azar, con quienes se trabajó la secuencia didáctica con RA, durante sesiones extras de matemáticas. Se presentan los resultados del postest de tres de los dieciocho alumnos:

En la Tabla 6 se puede observar una mejoría considerable del estudiante 1 que pasa de 18 a 30 puntos teniendo una diferencia de 12, el estudiante 2 mejora 17 puntos, el estudiante 3 es el que se tiene una mejora mayor, teniendo una mejora de 26 puntos.

	Ítem	1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
		0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33	
2016227173DV		0	0	1	1	2	0	1	0	0	2	2	1	2	1	1	2	2	18	Pretest
2016227173DV		4	4	2	1	2	0	1	2	2	2	1	1	2	1	1	2	2	30	Postest
2016393283DV		1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	9	Pretest
2016393283DV		4	4	2	1	2	0	1	0	2	2	0	1	1	1	1	2	2	26	Postest
2016177183AM		0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	Pretest
2016177183AM		4	4	2	1	2	2	1	2	2	1	0	1	2	1	1	2	2	30	Postest

Tabla 6. Resultado de 3 alumnos elegidos al azar, pretest y postest. Fuente: Elaboración propia.

En la figura 3 se observan las mejoras de las respuestas al ítem 8, de donde 1 de 131 no contestaron correctamente a 3 de 18 que contestan de manera correcta en el postest.

El pretest del grupo de BU tuvo una media de 11.53, la muestra de 18 estudiantes obtuvo una media en el pretest de 10.22 y con la intervención esta media se incrementó a 25.83.

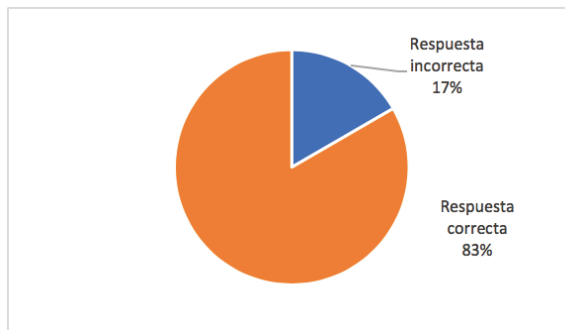


Figura 3. Respuestas al ítem 8. Fuente: Elaboración propia.

De los resultados obtenidos de la encuesta de satisfacción de uso, en las figuras 4 a 7, se presentan los resultados más sobresalientes.

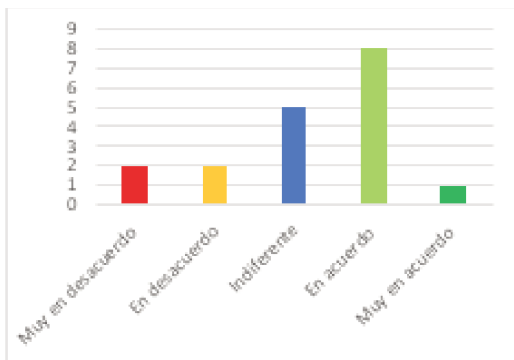


Figura 4. Respuesta al ítem "Mis resultados de aprendizaje se han incrementado". Fuente: Elaboración propia.

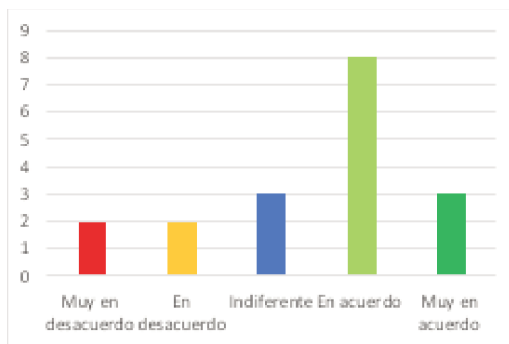


Figura 5. Respuesta al ítem "Dispongo de mayor autonomía en mi aprendizaje". Fuente: Elaboración propia.

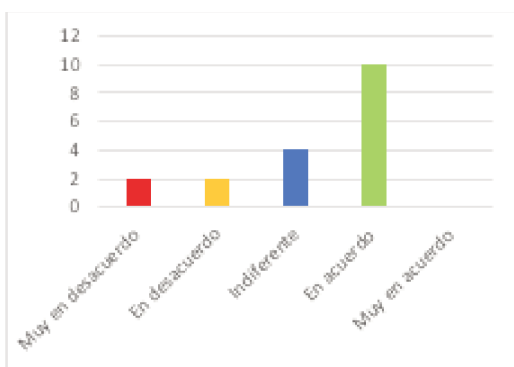


Figura 6. Respuesta al ítem "He mejorado mi capacidad de abstracción". Fuente: Elaboración propia.

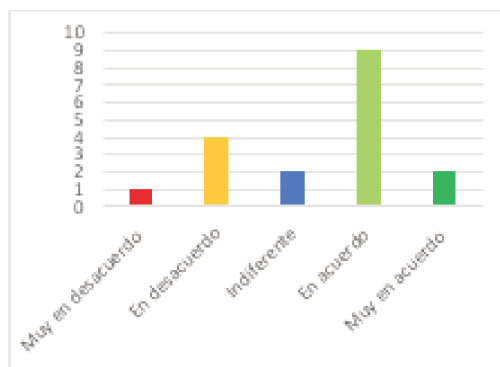


Figura 7. Respuesta al ítem "Puedo afirmar que comprendo mejor el tema de función". Fuente: Elaboración propia.

## 4. Conclusiones

Esta investigación se centró en la aplicación de la RA en el BU debido a que se contó con mejores condiciones para la ejecución. Es fundamental en el aula que los docentes tengan una apertura hacia el uso de herramientas tecnológicas ya que son ellos o ellas quienes finalmente determinan el momento adecuado para la intervención didáctica con realidad aumentada.

La docente del BU propuso trabajar con dieciocho estudiantes que requerían estímulos y apoyo adicional para el aprendizaje del tema de funciones. Esta selección de estudiantes permitió trabajar de manera adecuada y personalizada. Los estudiantes tenían en común el interés de comprender un tema básico y necesario para comprender cálculo, que es el siguiente tema de su currículo.

Los resultados mostraron desde el pretest que tenían dificultades en la abstracción, tratamiento y conversión de las funciones y es aquí donde la realidad aumentada incorporada a la secuencia didáctica sirvió como andamiaje para lograr los aprendizajes necesarios para los temas posteriores.

Coincidimos con Garzón y Acevedo (2019) en que la incorporación de la RA en la educación matemática mejora la motivación como punto de partida para lograr aprendizajes autónomos y capacidad de abstracción para el aprendizaje del tema de funciones. De manera particular mejora la visualización del comportamiento de trayectoria de objetos en movimiento que describen una función cuadrática. Lo anterior quedó confirmado a través de nuestra encuesta de satisfacción y se corroboró con el postest.



Cómo citar este artículo / How to cite this paper

López Hernández, F. J.; Fuchs Gómez, O. L.; Briones Cortés, R. (2019). Realidad aumentada y Matemáticas: propuesta de mediación para la comprensión de la función. *Campus Virtuales*, 8(2), 63-72. ([www.revistacampusvirtuales.es](http://www.revistacampusvirtuales.es))

## Referencias

- Abbott, S.; Fennema, E.; Romberg, T. A. (1999). *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*. Mahwah, New Jersey, USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Abud, M. A. (2012). Modelo de objetos de aprendizaje con realidad aumentada. *Revista Internacional de La Educación En Ingeniería*, 5(1), 1-7. (<http://academiajournals.com/downloads/Abud2012Edu.pdf>)
- Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6(4), 355-385. (<http://www.cs.unc.edu/~azuma/ARpresence.pdf>)
- Aparicio E.; Cantoral, R. (2004). Sobre la noción de continuidad puntual: un estudio de las formas discursivas utilizadas por estudiantes universitarios en contextos de geometría dinámica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, 341-347. (<http://www.soarem.org.ar/Documentos/43%20Andreoli.pdf>)
- Badía, A.; Chumpitaz, L.; Vargas, J.; Suárez, G. (2016). La percepción de la utilidad de la tecnología conforma su uso para enseñar y aprender. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(3), 95-105. (<http://redie.uabc.mx/redie/article/view/810>)
- Bujak, K. R.; Radu, I.; Catrambone, R.; MacIntyre, B.; Zheng, R.; Golubski, G. (2013). A psychological perspective on augmented reality in the mathematics classroom. *Computers & Education*, 68, 536-544. doi:10.1016/j.compedu.2013.02.017
- Carmigniani, J.; Furht, B.; Anisetti, M.; Ceravolo, P.; Damiani, E.; Ivkovic, M. (2010). Augmented reality technologies, systems and applications. *Multimedia Tools and Applications*, 51 (1), 341-377. ([https://www.researchgate.net/publication/216813812\\_Augmented\\_reality\\_technologies\\_systems\\_and\\_applications](https://www.researchgate.net/publication/216813812_Augmented_reality_technologies_systems_and_applications))
- Chang, K.-E.; Chang, C.-T.; Hou, H.-T.; Sung, Y.-T.; Chao, H.-L.; Lee, C.-M. (2014). Development and behavioral pattern analysis of a mobile guide system with augmented reality for painting appreciation instruction in an art museum. *Computers & Education*, 71, 185-197. doi: 10.1016/j.compedu.2013.09.022
- Cubillo Arribas, J.; Martín Gutiérrez, S.; Castro Gil, M.; Colmenar Santos, A. (2014). Recursos Digitales Autónomos Mediante Realidad Aumentada. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 17(2), 241-274. doi: 10.5944/ried.17.2.12686
- Di Serio, Á.; Ibáñez, M. B.; Kloos, C. D. (2013). Impact of an augmented reality system on students' motivation for a visual art course. *Computers & Education*, 68, 586-596. doi: 10.1016/j.compedu.2012.03.002
- Facer, K.; Joiner, R.; Stanton, D.; Reid, J.; Hull, R.; Kirk, D. (2004). Savannah: mobile gaming and learning? *Journal of Computer Assisted Learning*, 20(6), 399-409. (<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2729.2004.00105.x>)
- Garzón, J.; Acevedo, J. (2019). Meta-analysis of the impact of Augmented Reality on students' learning gains. *Educational Research Review*, 27, 244-260. (<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2019.04.001>)
- Gómez, G. M. E.; Hernández, P. H. E.; Chaucánés, J. A. E. (2015). Dificultades en el aprendizaje y el trabajo inicial con funciones en estudiantes de educación media. *Sicentia et Technica*, 20(3), 278-285. ([https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=2ahUKEwjC\\_KR\\_ankAhWxtlkKHYpyCasQFjAAegQIAhAC&url=https%3A%2F%2F Dialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F5344403.pdf&usq=AOvVaw1Op09q5sRthdFcxnCeivOx](https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=2ahUKEwjC_KR_ankAhWxtlkKHYpyCasQFjAAegQIAhAC&url=https%3A%2F%2F Dialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F5344403.pdf&usq=AOvVaw1Op09q5sRthdFcxnCeivOx))
- Jara, C. A.; Candelas, F. A.; Puente, S. T.; Torres, F. (2011). Hands-on experiences of undergraduate students in Automatics and Robotics using a virtual and remote laboratory. *Computers & Education*, 57(4), 2451-2461. doi: 10.1016/j.compedu.2011.07.003
- Liu, T.-Y.; Chu, Y.-L. (2010). Using ubiquitous games in an English listening and speaking course: Impact on learning outcomes and motivation. *Computers & Education*, 55(2), 630-643. doi:10.1016/j.compedu.2010.02.023
- Miglino, O.; Walker, R. (2010). Teaching to teach with technology-a project to encourage take-up of advanced technology in education. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2492-2496. ([https://www.researchgate.net/publication/248606310\\_Teaching\\_to\\_teach\\_with\\_technology\\_-\\_a\\_project\\_to\\_encourage\\_take-up\\_of\\_advanced\\_technology\\_in\\_education](https://www.researchgate.net/publication/248606310_Teaching_to_teach_with_technology_-_a_project_to_encourage_take-up_of_advanced_technology_in_education))
- Parra Roza, O.; Díaz Pérez, V. R. (2014). Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 8(2), 60-81. (<https://doi.org/10.18359/reds.295>)
- Pérez-López, D.; Contero, M. (2013). Delivering educational multimedia contents through an augmented reality application: A case study on its impact on knowledge acquisition and retention. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(4), 19-28. (<http://www.tojet.net/articles/v12i4/1243.pdf>)
- Prada, N. R.; Jaimes, C. L. A.; Hernández, S. C. A. (2017). Representación semiótica de la noción de función, concepciones de los estudiantes que transitan del colegio a la universidad. *Panorama*, 11(20), 34-44.
- Roblyer, M. D.; Edwards, J.; Havriluk, M. A. (2006). *Integrating educational technology into teaching*. Pearson/Merrill Prentice Hall.
- Sacristán, V. (2017). *Informatizar las matemáticas, matematizar la informática (una propuesta docente)*.

- Salinas, P.; González-Mendivil, E.; Quintero, E.; Ríos, H.; Ramírez, H.; Morales, S. (2013). La realidad aumentada y el aprendizaje del Cálculo. (<http://hdl.handle.net/11285/593757>)
- Thornton, T.; Ernst, J. V.; Clark, A. C. (2012). Augmented reality as a visual and spatial learning tool in technology education. *Technology and Engineering Teacher*, 71(8), 18-21. (<https://pdfs.semanticscholar.org/65b7/f6bdd48d7607da8a5a5200d67a52ac673569.pdf>)
- Williams, M.; Jones, O.; Fleuriot, C.; Wood, L. (2005). Children and emerging wireless technologies. In SIGCHI conference on Human factors in computing systems-CHI '05 (p. 819). (<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1055088>)

