Una gramática lógica para explicar algunos aspectos de la semántica del español

Edgar Andrade[1]

Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas
Universidad del Rosario
Bogotá

El propósito de este texto es hacer una exposición clara y sencilla de algunos de los conceptos más importantes de las gramáticas lógicas. Éstas se comenzaron a desarrollar a finales de la década de 1960 con el fin de explicar, de manera formal y rigurosa, el significado del lenguaje natural. Para que la exposición sea sencilla, desarrollaremos una gramática lógica para un fragmento pequeño y sencillo del español, tomando las herramientas formales más básicas que se puedan usar, adaptándolas para dar cuenta de algunos aspectos interesantes y no triviales de la semántica del español.

Palabras claves: gramática de Montague, semántica formal, anáfora, ambigüedad, lógica de predicados dinámica.

In this text we set out to present in as clear and simple a manner as possible some of the core concepts defining logical grammars. Such grammars were developed at the end of the 1960's with the purpose of explaining in a formal and rigorous way the meaning of natural language. In order for the present exposition to be simple, we shall develop a logical grammar for a small and simple fragment of Spanish, using the easiest formal tools available, and adapting them to account for some interesting and non–trivial aspects of the semantics of Spanish.

Keywords: Montague grammar, formal semantics, anaphora, ambiguity, dynamic predicate logic.

MSC: 35K57, 35B40.

Recibido: 17 de enero de 2013 Aceptado: 2 de abril de 2013

[1] edgar.andrade@urosario.edu.co

Introducción

Aspectos centrales de las gramáticas lógicas

En la intersección entre filosofía, lingüística y lógica surgió una empresa, llamada *semántica formal*, encaminada a explicar el significado del lenguaje natural (por brevedad LN) de manera formal y rigurosa haciendo uso de sistemas lógicos (por brevedad SL).[2] En concreto, el objetivo es explicar el concepto "significado de una oración en LN", el cual es filosóficamente complicado y poco exacto, por medio del concepto "interpretación semántica de una fórmula en el lenguaje de SL", el cual puede formularse de manera exacta y explícita.[3] Esta propuesta apela tanto a la idea de "traducción" de oraciones de LN en fórmulas del lenguaje formal de un SL como a la interpretación otorgada por SL a cada una de sus fórmulas. En otras palabras, la explicación del significado de una oración S de LN está dada por la composición de (i) la traducción de S en una fórmula φ de SL; y (ii) la interpretación semántica de φ en SL.

Los desarrollos en lógica matemática de la primera mitad del siglo XX permitieron que la segunda función, a saber, la interpretación semántica en SL, sea formal y rigurosa. En consecuencia, para que la explicación en su conjunto sea formal y rigurosa es menester que la función de traducción sea presentada con igual formalidad y rigor. A finales de la década de 1960 y comienzos de la década de 1970 aparecieron varias propuestas para formalizar las funciones de traducción. Un modelo de la combinación de una función formal y rigurosa de traducción con una interpretación semántica de SL es lo que se conoce como una *gramática lógica*.[4]

El propósito de este texto es hacer una exposición clara y sencilla de algunos de los conceptos más importantes de las gramáticas lógicas. Para que la exposición sea sencilla, o bien apelaremos a herramientas formales sencillas o bien simplificaremos herramientas complejas; en cualquier caso, es importante observar que se presupone que el lector conoce y maneja con fluidez la lógica de predicados de primer or-

[2] Los ancestros más importantes de esta empresa son Frege, Russell, Wittgenstein (en el *Tractatus Logico–Philosophicus*) y Carnap. Para una breve presentación histórica ver, por ejemplo, [21, 1, 28].

[3] Ver [5, cap. 1] para una presentación de los aspectos más importantes de este tipo de explicación.

[4] Ver, por ejemplo, [17, 18, 19, 16]. Para una exposición relativamente reciente, ver [9, 10, 23].

den. En la sección 1 presentaremos una gramática generativa para dar cuenta de la estructura sintáctica de las oraciones de un fragmento del español. En la sección 2 presentaremos un método de traducción formal, el cual hará uso del *lenguaje* de la lógica de primer orden aumentado con el operador λ y tres variables de orden superior. Es importante enfatizar que, a pesar de que debemos usar el cálculo λ en el proceso de traducción de las palabras, sólo otorgaremos interpretación semántica a las *oraciones* de nuestro fragmento restringido del español. El sistema lógico utilizado para interpretar el lenguaje de la lógica de primer orden será una adaptación de la Lógica de Predicados Dinámica (DPL por sus siglas en inglés) —en oposición a la lógica de tipos intensional utilizada por Montague[5]—, cuyas principales características expondremos en la sección 3. Con estas herramientas crearemos una gramática lógica que podrá dar cuenta de algunos aspectos interesantes y no triviales de la semántica del español, los cuales expondremos en un momento. En la sección 4, a manera de conclusión, recopilaremos algunos de los límites de la presente gramática, presentaremos algunos puntos de comparación de la gramática lógica aquí propuesta con respecto a la gramática de Montague, y propondremos algunos temas para trabajos futuros.

Algunos aspectos importantes de la explicación formal del significado

Usualmente se imponen dos requerimientos sobre la traducción.[6] El primero es que ésta debe ser una función explícita: debe ser posible computar la traducción de una oración sin apelar a trucos o intuiciones o, en otras palabras, debe ser meramente mecánica. El segundo requerimiento es que la traducción debe ser composicional, es decir, la traducción de una oración debe computarse a partir de la traducción de sus partes componentes y de la forma cómo se combinan.[7] En este texto relajaremos los requerimientos sobre la traducción de las partes componentes en el

[5] Para una presentación accesible, ver [9, vol. 2, cap. 5] (versión en español en [10, cap. 5]).

[6] Estos requerimientos son heredados de la función de interpretación de SL, la cual cumple con ser una función meramente mecánica y, en general, composicional. Ellos dan forma a la idea de presentación completamente explícita y exacta de una función; sin embargo, es posible usar otro tipo de requerimientos para sustanciar esta idea, por ejemplo, usando una versión más débil del requerimiento de composicionalidad, como lo hace la Teoria de Representación de Discursos (DRT por sus siglas en inglés; ver [14, 11]).

[7] Sobre el principio de composicionalidad, ver, por ejemplo, [20, 13, 30].

sentido de que estas últimas no requieren ser interpretadas en SL; sólo la traducción de las oraciones debe poder interpretarse en SL.

Dado que la traducción de las palabras se hará mediante una tabla, los desafíos se enfocan en las dos preguntas siguientes:

1. ¿Cuál debe ser la traducción de las palabras para obtener de manera correcta la traducción de las oraciones?

2. ¿Cómo combinar la traducción de las palabras y, en general, la traducción de las expresiones compuestas, para obtener la traducción de las oraciones?

A estos desafíos con referencia a la función de traducción se suma el siguiente desafío a la gramática lógica en su conjunto:

3. ¿Cuáles deben ser las interpretaciones semánticas de las fórmulas proporcionadas por la función de traducción para que éstas sean traducciones correctas de las respectivas oraciones?

Dar cuenta de estas preguntas no es una empresa trivial; en efecto, cualquier respuesta debe resolver, por lo menos, dos desafíos:[8]

(i) la explicación de algunos aspectos de la ambigüedad semántica; y

(ii) la explicación de algunos aspectos de la resolución de anáforas, los cuales pasaremos a explicar brevemente.[9]

Ambigüedad semántica

La explicación de la ambigüedad semántica está dirigida a resolver el siguiente problema. Oraciones como (1) y (4) son ambiguas, dado que se pueden traducir al menos de dos maneras distintas: (1) se puede traducir como (2) y (3); (4) como (5) y (6) —para cada traducción estamos asumiendo la interpretación estándar de la lógica de predicados de primer orden—:

(1) Todo hombre ama a una mujer.

[8] Los desafíos presentados a continuación son de carácter técnico. Existen desafíos de carácter filosófico, cuya presentación se encuentra por fuera del alcance del presente texto (para discusión ver, por ejemplo, [26, 27, 3]).

[9] Los problemas de la ambigüedad se presentan, por ejemplo, en [8, 25]; los problemas de la anáfora se presentan, por ejemplo, en [22, 8, 4, 15].

(2) $\forall x\big(\textsc{hombre}(x) \to \exists y(\textsc{mujer}(y) \wedge \textsc{amar}(x,y))\big)$

(3) $\exists y\big(\textsc{mujer}(y) \wedge \forall x(\textsc{hombre}(x) \to \textsc{amar}(x,y))\big)$

(4) Juan no lee un libro.

(5) $\neg\exists x\big(\textsc{libro}(x) \wedge \textsc{leer}(j,x))\big)$

(6) $\exists x\big(\textsc{libro}(x) \wedge \neg\textsc{leer}(j,x))\big)$

Dado que ninguna de las palabras que aparece en estas oraciones es ambigua, la ambigüedad de las oraciones no proviene de una ambigüedad léxica. En la medida en que una restricción para la construcción de una gramática lógica es la composicionalidad de la traducción, debemos asumir que la ambigüedad depende de dos procesos de combinación distintos. Este es el desafío presentado por la ambigüedad semántica: ¿cuáles son esos dos procesos de traducción?

Resolución de anáforas

La empresa en cuestión también debe explicar la resolución de la anáfora en el sentido de que debe dar cuenta de las siguientes observaciones. En primer lugar, para anáforas co–referenciales,[10] como (7), es necesario que la traducción producida sea (8) —o alguna fórmula equivalente—, en la cual los pronombres se traducen en las constantes correctas:

(7) Si María ama a Juan, ella lo invita.

(8) $\textsc{amar}(m,j) \to \textsc{invitar}(m,j)$

Los pronombres "ella" y "lo" se traducen en (8) por m y j, respectivamente, para así resolver la anáfora. La dificultad radica en que en un proceso composicional de traducción, la traducción de (7) debe obtenerse como combinación de las traducciones de "María ama a Juan" y de "Ella lo invita"; además, en un proceso mecánico de traducción los pronombres "ella" y "lo" se traducen por variables, es decir, la traducción de "Ella lo invita" debería ser $\textsc{invitar}(x,y)$, la cual no es una subfórmula de (8). En otras palabras, una traducción composicional parece producir (9) y no (8):

[10] Una anáfora co–referencial ocurre en una oración que contiene un pronombre, cuya identidad depende de un nombre propio que aparece en la misma oración o en una oración cercana en el discurso. Para más detalles ver §3.2.

(9) $\textsc{amar}(m, j) \rightarrow \textsc{invitar}(x, y)$

En segundo lugar, para anáforas de atadura,[11] como (10), la traducción debe producir (11) y no (12); esta última se construye al traducir primero cada parte de la conjunción y luego al unir las fórmulas por medio de la constante $\wedge$, que es la manera natural de hacer una traducción composicional:

(10) Una mujer ama a Juan y ella lo invita.[12]

(11) $\exists x\big(\textsc{mujer}(x) \wedge \textsc{amar}(x, j) \wedge \textsc{invitar}(x, j)\big)$

(12) $\exists x\big(\textsc{mujer}(x) \wedge \textsc{amar}(x, j)\big) \wedge \textsc{invitar}(x, y)$

Nótese que la traducción (12) es problemática porque la variable x, a pesar de ocurrir de manera acotada en $\exists x\big(\textsc{mujer}(x) \wedge \textsc{amar}(x, j)\big)$, ocurre libremente en $\textsc{invitar}(x, y)$, y porque la variable y es libre y por lo tanto no es co–referencial con la constante j.

En tercer lugar, debe ser posible otorgar traducciones adecuadas a discursos —un *discurso* es una secuencia de oraciones— de tal manera que sea posible resolver anáforas que cruzan las fronteras de las oraciones. Por ejemplo, (13) debe traducirse como (14) y (15) como (16):

(13) María ama a Juan. Ella canta

(14) $\textsc{amar}(m, j) \wedge \textsc{cantar}(m)$

(15) Un hombre bebe. Él ama a María

(16) $\exists x\big(\textsc{hombre}(x) \wedge \textsc{beber}(x) \wedge \textsc{amar}(x, m)\big)$

La dificultad es triple: debe ser posible extender el proceso de traducción a los discursos; esta extensión debe ser composicional; y hay que hacerlo de tal manera que los pronombres anafóricos puedan resolverse adecuadamente, como en los ejemplos que acabamos de mencionar.

[11] Hay varios tipos de anáfora de atadura; en este caso nos interesa la que ocurre en una oración que contiene un pronombre cuya identidad depende de un término indefinido. Para más detalles ver la sección 3.

[12] En español usualmente el pronombre personal se omite, pues éste resulta obvio y redundante a partir de la conjugación del verbo; sin embargo, para facilitar el tratamiento de la anáfora, haremos explícitos todos los pronombre personales.

1 La sintaxis de la gramática lógica

La primera suposición que debemos hacer para enfrentar el problema de la ambigüedad es que la función de traducción no tiene como argumento una oración en LN, sino un árbol de derivación de la oración. Los árboles de derivación son objetos sintácticos, los cuales son proporcionados por una teoría sintáctica. En este texto, la teoría sintáctica que utilizaremos será una gramática generativa basada en una colección de reglas de re–escritura, algunas de las cuales son más bien no convencionales en lo que respecta a la teoría de lenguajes formales.[13] No obstante, esta gramática nos permitirá, de una manera relativamente sencilla, generar las oraciones que nos conciernen —a saber, un fragmento del español que contenga las oraciones (1), (4), (7), (10), y los discursos (13) y (15)—.

Los elementos más importantes de la gramática generativa son los siguientes:

1. Una colección de variables (o símbolos no terminales);

2. Una colección de palabras (o símbolos terminales);

3. Una variable especial O, llamada el símbolo inicial, el cual representará la categoría de las oraciones;

4. Un conjunto de reglas de re–escritura (o reglas de producción).

La gramática generativa que presentaremos en este texto es una adaptación bastante libre de una *gramática generativa independiente del contexto* (por brevedad GIC).[14] Existen cuatro caracteristicas que diferencian la presente gramática de una GIC tradicional. La primera es que los símbolos no terminales serán sensibles a características semánticas.[15]

[13] Agradezco a un evaluador anónimo por sus valiosos comentarios para mejorar la presentación de esta teoría sintáctica.

[14] Las GIC fueron inventadas por Chomsky (ver [6]). Para una introducción, ver [7]; [9, vol. 1, cap. 7]; [24].

[15] Debido a que la combinación "reglas de re–escritura + características semánticas" no es usual en la teoría de lenguajes formales, me permitiré explicarla brevemente. Una regla de re–escritura independiente del contexto establece que un símbolo dado (digamos T), el cual puede encontrarse dentro de una cadena de símbolos (T VI), puede re–escribirse por una cadena de símbolos (D NC), dando como resultado una cadena distinta (D NC VI). La regla se llama "independiente del contexto" puesto que es insensible a los símbolos que puedan acompañar, a izquierda o a derecha, al símbolo que hay que re–escribir. Esta regla se representa por $T \to D\ NC$. Ahora bien, existen propiedades de tipo semántico, agrupadas en lo que se conoce como

Además, es importante resaltar que el uso de la característica semántica "Index", que nos será muy útil en la resolución de la anáfora (ver §3.2) pero cuyo rango son los números naturales, engloba una infinitud de reglas de re–escritura. La segunda diferencia entre la presente gramática y una GIC tradicional es que en la primera incluiremos una regla de generación bastante *ad hoc*, la cual no es independiente del contexto ni tampoco sensible al contexto, a saber, la regla de cuantificación (ver regla 9 abajo). La tercera es que algunas reglas estipulan el uso de preposiciones, aunque las preposiciones no hagan parte de los símbolos terminales. Finalmente, la cuarta diferencia es que las reglas que introducen los conectivos (reglas 7 y 8) discriminan entre cuál conectivo puede usarse. A pesar de estas diferencias, que admito no son menores, me permitiré abusar de la notación y continuaré abreviando la presente gramática por la sigla GIC.

Las categorías gramaticales del español que utilizaremos, junto con los símbolos no terminales que las representan y las palabras de cada categoría, se presentan en el siguiente cuadro:

Categoría en Español	**Símbolo No Terminal**	**Símbolos Terminales**
Sustantivos	NC	hombre, mujer, libro
Término	T	Pedro, María, Juan
Verbo Intransitivo	VI	camina, bebe
Verbo Transitivo	VT	ama, invita, lee
Determinante	D	un, una, todo, toda
Conjunción	C	y, o, si. . . entonces
Negación	NEG	no
Pronombre	PrA	ella, él, la, lo

En una GIC hay dos tipos de reglas de re–escritura: las que conectan

características semánticas, que pueden ser atribuidas a los símbolos. Por ejemplo, $T_{[\text{Anim: } 1]}$ representa que la propiedad "ser animado" (Anim: 1) se le atribuye al símbolo T. Las reglas que utilizaremos en nuestra gramática generativa usan las características semánticas para impedir cierto tipo de combinaciones; por ejemplo, por medio de la regla $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha \\ \text{Anim: } \beta\end{bmatrix}} \to D_{[\text{gen: } \alpha]}\ NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha \\ \text{Anim: } \beta\end{bmatrix}}$ (ver regla 2 abajo) *no* se puede re–escribir $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: M} \\ \text{Anim: 1}\end{bmatrix}}$ por $D_{[\text{gen: F}]}\ NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: M} \\ \text{Anim: 0}\end{bmatrix}}$, toda vez que la regla obliga a que haya concordancia entre el género (gen) del T, del D y del NC, y que haya concordancia entre el Anim del T y del NC. Empero, si una regla no menciona alguna de las características del símbolo no terminal, significa que la regla permite cualquier valor de dicha característica.

símbolos no terminales con símbolos terminales, llamadas *reglas léxicas*; y las que conectan símbolos no terminales con otros símbolos no terminales, llamadas *reglas estructurales*. Las reglas léxicas del fragmento —las cuales determinan la categoría y características de las palabras— son las siguientes:

$$NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: M}\\ \text{Anim: 1}\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{hombre} \qquad NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: F}\\ \text{Anim: 1}\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{mujer} \qquad NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: M}\\ \text{Anim: 0}\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{libro}$$

$$T_{\begin{bmatrix}\text{gen: M}\\ \text{Anim: 1}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{Pedro} \mid \text{Juan} \qquad T_{\begin{bmatrix}\text{gen: F}\\ \text{Anim: 1}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{María}$$

$$VI \longrightarrow \text{camina} \mid \text{bebe}$$

$$VT \longrightarrow \text{ama} \qquad VT_{[\text{Anim: 0}]} \longrightarrow \text{lee} \qquad VT_{[\text{Anim: 1}]} \longrightarrow \text{invita}$$

$$D_{[\text{gen: M}]} \longrightarrow \text{un} \mid \text{todo} \qquad D_{[\text{gen: F}]} \longrightarrow \text{una} \mid \text{toda}$$

$$C \longrightarrow \text{y} \mid \text{o} \mid \text{si}\ldots\text{entonces} \qquad NEG \longrightarrow \text{no}$$

$$PrA_{\begin{bmatrix}\text{gen: M}\\ \text{Decl: Nom}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{él} \qquad PrA_{\begin{bmatrix}\text{gen: F}\\ \text{Decl: Nom}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{ella}$$

$$PrA_{\begin{bmatrix}\text{gen: M}\\ \text{Decl: Ac}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{lo} \qquad PrA_{\begin{bmatrix}\text{gen: F}\\ \text{Decl: Ac}\\ \text{Index: } i\end{bmatrix}} \longrightarrow \text{la}$$

Las reglas estructurales de nuestra GIC son las siguientes:

Regla 1. $\begin{cases} O \to T_{[\text{Anim: 1}]} \;\; VI \\ O \to T_{[\text{Decl: Nom}]} \;\; VI \end{cases}$

Regla 2. $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha\\ \text{Anim: } \beta\end{bmatrix}} \to D_{[\text{gen: } \alpha]} \;\; NC_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha\\ \text{Anim: } \beta\end{bmatrix}}$

Regla 3. $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha\\ \text{Decl: Nom}\end{bmatrix}} \to PrA_{\begin{bmatrix}\text{gen: } \alpha\\ \text{Decl: Nom}\end{bmatrix}}$

Regla 4. $VI \to NEG \;\; VI$[16]

[16] Es importante observar que la regla de la negación requiere aún perfec-

Regla 5. $\begin{cases} VI \to VT \ \ \text{a} \ \ T_{[\text{Anim: 1}]} \\ VI \to VT \ \ T_{[\text{Anim: 0}]} \\ VI \to VT_{[\text{Anim: 1}]} \ \ \text{a} \ \ T_{[\text{Anim: 1}]} \\ VI \to VT_{[\text{Anim: 0}]} \ \ T_{[\text{Anim: 0}]} \end{cases}$

Regla 6. $VI \to PrA_{[\text{Decl: Ac}]} \ \ VT$[17]

Regla 7. (válida sólo para “y” y “o”) $O \to O \ \ C \ \ O$

Regla 8. (válida sólo para “si ..., entonces”) $O \to \text{si} \ \ O \ \ \text{entonces} \ \ O$

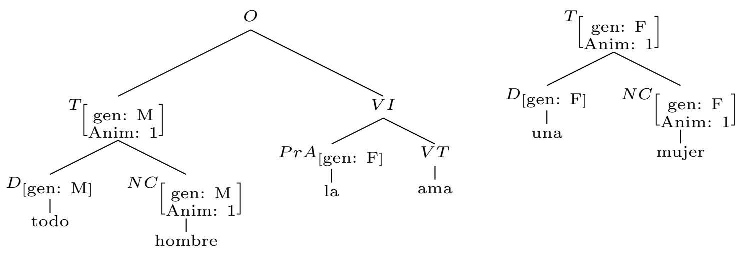
Regla 9. (Regla de cuantificación) Esta regla construye una oración a partir de un término $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: }\alpha\\ \text{Anim: }\beta\end{bmatrix}}$ y una oración O. Para poder aplicar la regla es necesario que se cumpla una condición sobre O, a saber:

> Es necesario que O contenga un VI de la forma $PrA_{[\text{gen: }\alpha]}$ $VT_{[\text{Anim: }\beta]}$ (note la coincidencia de α en T y PrA, y de β en T y VT).

La regla de cuantificación estipula que:

1. Si el VI de O es de la forma $PrA_{[\text{gen: }\alpha]}$ $VT_{[\text{Anim: 1}]}$, entonces éste debe ser reemplazado por $VT_{[\text{Anim: 1}]}$ a $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: }\alpha\\ \text{Anim: 1}\end{bmatrix}}$ (observe la preposición “a”), donde el término T es el suministrado al aplicar la regla.
2. Si el VI de O es de la forma $PrA_{[\text{gen: }\alpha]}$ $VT_{[\text{Anim: 0}]}$, entonces éste debe ser reemplazado por $VT_{[\text{Anim: 0}]}$ $T_{\begin{bmatrix}\text{gen: }\alpha\\ \text{Anim: 0}\end{bmatrix}}$, donde el término T es el suministrado al aplicar la regla.

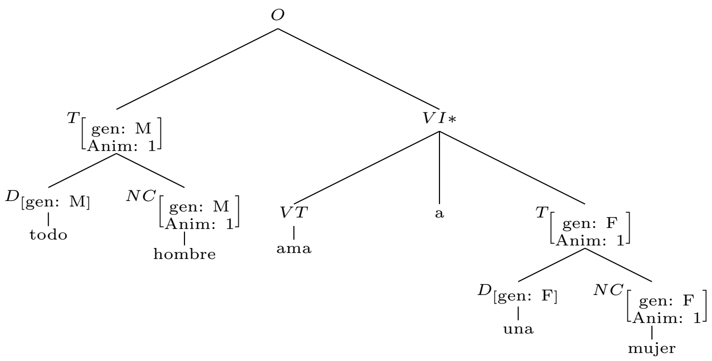
Por ejemplo, a partir de la siguiente oración y término:



cionamiento, pues permite generar oraciones, como “todo hombre no camina”, que no son gramaticales en español (la oración debería ser “ningún hombre camina”).

[17] Esta regla debe diferenciarse de la regla 4 puesto que en español el pronombre acusativo, “lo” o “la”, siempre va a la izquierda del verbo transitivo, mientras que el objeto directo siempre va a la derecha.

se puede aplicar la regla de cuantificación para obtener:



Indicaremos por un asterisco (*) en el *VI* que la oración se obtuvo por medio de la regla de cuantificación.

Note que hemos definido una GIC que proporciona dos árboles de derivación distintos, los cuales permiten generar la oración "Todo hombre ama a una mujer": un árbol del derivación que no utiliza la regla de cuantificación y otro que sí utiliza dicha regla. Estos dos árboles de derivación constituyen la mitad de la solución del primer desafío, a saber, dar cuenta de la ambigüedad semántica. Para obtener una solución completa falta mostrar cómo podemos obtener las traducciones de cada uno de los árboles de derivación y extender la explicación para obtener las dos traducciones de "Juan no lee un libro". En este orden de ideas, debemos concentrarnos ahora en la función de traducción.

2 La función de traducción

La función de traducción tiene como argumento un árbol de derivación y no una oración. Ya hemos visto cómo obtener un árbol de derivación (o varios en el caso de ambigüedad) para un rango de oraciones del español.[18] El siguiente paso para obtener una función de traducción explícita es definir un lenguaje formal no interpretado en el cual podamos traducir las oraciones de nuestra GIC y mostrar cómo debemos transformar un árbol de derivación en una fórmula de dicho lenguaje.

[18] No hemos dicho cómo producir de manera mecánica todos los árboles posibles para una oración dada. Esta tarea no es sencilla, pero tampoco es difícil; es posible utilizar algoritmos *top–down* o *botom–up* que exploren las posibles combinaciones de reglas que involucren las categorías adecuadas. Para los propósitos del presente ensayo considero que la formulación de la GIC presentada en la sección anterior representa un procedimiento suficientemente explícito.

Ahora bien, sólo expondremos por medio de ejemplos el procedimiento mecánico mediante el cual transformamos un árbol de deducción en una fórmula de primer orden. La definición rigurosa del lenguaje en el cual se realizará la traducción de las palabras y las expresiones complejas se encuentra por fuera de los límites del presente texto;[19] los detalles del proceso de traducción, el cual se define en paralelo a las reglas de la GIC, se presentarán en §2.3. En §2.2 solucionaremos el desafío de la ambigüedad.

2.1 Visión general del proceso de traducción

Es menester comenzar por introducir el vocabulario del lenguaje en el cual traduciremos las oraciones. El vocabulario incluye las constantes de individuo p, m, j (que hacen las veces de “Pedro”, “María” y “Juan”) y variables de individuo (x, y, z, etc.), cada una de las cuales puede tener un subíndice (1, 2, etc., el cual puede ser representado por una metavariable i, j, k, etc.). Es decir, tenemos constantes m_1, j_2, m_j, etc., y variables x_2, y_1, x_j, y_i, etc. Tenemos también las constantes de predicado unario HOMBRE, MUJER, LIBRO, CAMINAR, BEBER y las constantes de predicado binario AMAR, INVITAR, LEER. Las constantes lógicas son los conectivos $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\neg$, y los cuantificadores $\forall$ y $\exists$. Finalmente, los símbolos auxiliares $(,)$.

Este vocabulario da lugar a un lenguaje de primer orden en el cual podemos traducir las *oraciones* del fragmento del español que nos interesa. Ahora bien, la dificultad técnica reside en que para poder traducir las *palabras* que aparecen en esas oraciones requerimos del operador λ y de tres variables de orden superior: X una variable de segundo orden, $\mathbb{X}$ una variable de tercer orden y $\mathbf{X}$ una variable de cuarto orden. Explicaremos en primer lugar el propósito del operador λ.

Para comenzar, se suele escribir $\varphi(x)$ si φ contiene ocurrencias libres de x (note que $\varphi(x)$ puede tener ocurrencias libres de otras variables). La aplicación del operador λ, llamada abstracción λ, se realiza de la siguiente manera. Dada una variable x y una fórmula $\varphi(x)$, el operador λ produce una “función”, denotada por $\lambda x(\varphi(x))$.[20] El efecto

[19] Hay dos maneras de obtener una presentación rigurosa de este lenguaje: se puede apelar a la teoría de tipos (ver [9, 10, vol. 2, cap. 4]), o se puede definir en sus propios términos. Esta última opción es aún una tarea por realizar.

[20] Dado que, en sentido estricto, las fórmulas que contienen λ o alguna variable de orden superior no serán interpretadas, la abstracción λ no produce una función, sino sólo una expresión.

neto del operador λx es establecer que las ocurrencias libres de la variable x en $\varphi(x)$ puedan ser reemplazadas por una constante o por otra variable de individuo distinta a x. Incidentalmente, λx funciona como un cuantificador, ligando las ocurrencias libres de x que se encuentren en su rango (el rango de λx en $\lambda x(\varphi(x))$ es $\varphi(x)$).

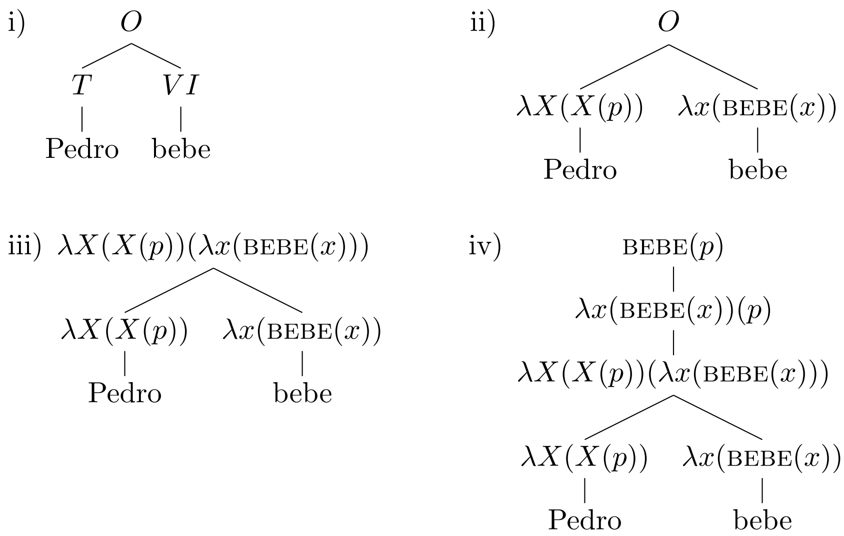
La abstracción λ también se utiliza sobre fórmulas con varias variables libres. Por ejemplo, $\textsc{ama}(x, y)$ puede someterse a abstracción λ sobre la variable y, obteniendo $\lambda y(\textsc{ama}(x, y))$, la cual a su vez puede someterse a abstracción λ sobre la variable x, obteniendo $\lambda x(\lambda y(\textsc{ama}(x, y)))$. Evaluar esta función en una constante, digamos p, produce $\lambda x(\lambda y(\textsc{ama}(x, y)))(p)$, la cual, por medio de conversión λ, es equivalente a $\lambda y(\textsc{ama}(p, y))$.[21]

Las variables de orden superior se introducen para poder reemplazar expresiones complejas dentro de otras expresiones. Por ejemplo, la variable de segundo orden X puede usarse para ser reemplazada por una "función" $\lambda x(\varphi(x))$. Así, por ejemplo, $\lambda X(X(p))(\lambda x(\textsc{camina}(x)))$ y $\lambda x(\textsc{camina}(x))(p)$ son equivalentes. En efecto, en la "función" $\lambda X(X(p))$ se debe reemplazar la variable X por su argumento; en este caso el argumento es otra "función", $\lambda x(\textsc{camina}(x))$; el resultado de hacer este reemplazo es la expresión $\lambda x(\textsc{camina}(x))(p)$. Debemos ahora evaluar la "función" $\lambda x(\textsc{camina}(x))$ en el argumento p, con lo cual se obtiene $\textsc{camina}(p)$. En otras palabras, $\lambda X(X(p))(\lambda x(\textsc{camina}(x)))$ es equivalente a $\textsc{camina}(p)$, lo cual se conoce por el nombre de conversión λ iterada.

Podemos ver ahora, mediante un ejemplo sencillo, cómo utilizar el operador λ para traducir palabras y qué papel juega éste en la combinación de aquellas en la traducción de oraciones. Supongamos que queremos traducir la oración "Pedro bebe". Dado que el proceso debe ser composicional, a partir de las traducciones de "Pedro" y de "bebe" debemos producir la traducción de "Pedro bebe", la cual sabemos que debe ser $\textsc{bebe}(p)$. La cuestión ahora es, ¿cuál debe ser la traducción de "Pedro" y "bebe" para producir $\textsc{bebe}(p)$? En la gramática definida en

[21] Note que el orden en que aparecen λx y λy y los respectivos paréntesis determina cuál variable debe ser reemplazada. En efecto, $\lambda x(\lambda y(\textsc{ama}(x, y)))(p)$ y $\lambda y(\lambda x(\textsc{ama}(x, y)))(p)$ no son equivalentes. La primera, por medio de conversión λ, es equivalente a $\lambda y(\textsc{ama}(p, y))$; la segunda es equivalente a $\lambda x(\textsc{ama}(x, p))$. Más aun, $\lambda x(\lambda y(\textsc{ama}(x, y)))(p)$ y $\lambda x(\lambda y(\textsc{ama}(x, y))(p))$ no son equivalentes. En la primera se reemplaza x, obteniendo $\lambda y(\textsc{ama}(p, y))$ y en la segunda se reemplaza y, obteniendo $\lambda x(\textsc{ama}(x, p))$.

este texto, "Pedro" se traduce por $\lambda X(X(p))$ y "bebe" por $\lambda x(\textsc{bebe}(x))$. Ahora, para producir la traducción de la oración, tomamos el árbol de derivación de la oración (ver (i)), introducimos la traducción de las palabras en el símbolo no terminal que se encuentra inmediatamente arriba de cada palabra (ver (ii)), el árbol guía la combinación de las palabras (ver (iii)) y la conversión λ hace el resto (ver (iv)):



2.2 Solución al desafío de la ambigüedad

Armados con este proceso de traducción podemos resolver el desafío de la ambigüedad. La solución es realizar las traducciones de los dos árboles de derivación de la oración "Todo hombre ama a una mujer".

Primera traducción: con base en el árbol que no utiliza la regla de cuantificación desarrollamos el proceso de traducción, cuyos pasos más importantes pasamos a describir. Debemos primero traducir las palabras (con base en las reglas presentadas en §2.3.1, página 36):

$$
\begin{array}{rlrl}
\text{todo} \mapsto & \lambda X(\lambda Y(\forall x(X(x) \to Y(x)))) & \text{hombre} \mapsto & \lambda y(\textsc{hombre}(y)) \\
\text{ama} \mapsto & \lambda \mathbb{X}(\lambda z(\mathbb{X}(\lambda u(\textsc{ama}(z,u))))) & \text{mujer} \mapsto & \lambda w(\textsc{mujer}(w)) \\
\text{una} \mapsto & \lambda X(\lambda Y(\exists v(X(v) \wedge Y(v)))) & &
\end{array}
$$

En primer lugar, traducimos el término "Todo hombre", obteniendo:

$$\text{todo hombre} \mapsto \lambda Y(\forall x(\textsc{hombre}(x) \to Y(x)))$$

Debemos ahora combinar la traducción de “ama” con la traducción de “una mujer”, la cual sabemos que es $\lambda Y(\exists v(\textsc{mujer}(v) \wedge Y(v)))$, obteniendo:

$$\text{ama a una mujer} \mapsto \lambda z(\exists v(\textsc{mujer}(v) \wedge \textsc{ama}(z, v)))$$

Debemos ahora combinar la traducción de “todo hombre” con la traducción de “ama a una mujer”, lo cual resulta en:

$$\begin{aligned}&\text{Todo hombre ama a una mujer}\\ &\qquad \mapsto \forall x(\textsc{hombre}(x) \to \exists v(\textsc{mujer}(v) \wedge \textsc{ama}(x, v)))\end{aligned}$$

Hemos obtenido así la primera traducción de “Todo hombre ama a una mujer”, que corresponde a la lectura (2) de la introducción.

Segunda traducción: nos basaremos en el árbol de la página 31, el cual está basado en la regla de cuantificación aplicada a la oración “Todo hombre la ama” y al término “una mujer”. En primer lugar, la traducción de “la ama” se obtiene al combinar la traducción de “la” —a saber, $\lambda\mathbf{X}(\mathbf{X}(\lambda X(X(x_i))))$, note el uso del subíndice i en la variable x— con la traducción de “ama”, lo cual resulta en $\lambda z(\textsc{ama}(z, x_i))$. Debemos ahora combinar la traducción de “todo hombre” con la traducción de “la ama”, obteniendo $\forall x(\textsc{hombre}(x) \to \textsc{ama}(x, x_i))$. Ahora, la traducción actúa sobre la regla de cuantificación, combinando la traducción de “una mujer”, la cual actúa como una función, con una adaptación de la traducción de “Todo hombre la ama”, la cual actúa como el argumento —ver la definición general de la traducción de la regla de cuantificación en §2.3.2—. En otras palabras, la función es $\lambda Y(\exists u(\textsc{mujer}(u) \wedge Y(u)))$ y el argumento es $\lambda x_i(\forall x(\textsc{hombre}(x) \to \textsc{ama}(x, x_i)))$, con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned}&\text{Todo hombre ama a una mujer}\\ &\qquad \mapsto \exists u(\textsc{mujer}(u) \wedge \forall x(\textsc{hombre}(x) \to \textsc{ama}(x, u)))\,.\end{aligned}$$

Hemos obtenido así la segunda traducción, que corresponde a la lectura (3) de la introducción y, de esta manera, hemos resuelto el desafío de la ambigüedad semántica. Las dos traducciones que corresponden a las lecturas (5) y (6) de la oración "Juan no lee un libro" se dejan al lector.

2.3 Reglas de traducción

En este apartado presentaremos la definición rigurosa de las reglas que conforman el proceso de traducción. Éstas se dividen en las reglas de traducción del léxico y las reglas de traducción de las reglas estructurales de la GIC.

2.3.1 Traducción de las reglas léxicas

Categoría	**Símbolo Terminal**	**Traducción**
NC	hombre	$\lambda x(\textsc{hombre}(x))$
	mujer	$\lambda x(\textsc{mujer}(x))$
	libro	$\lambda x(\textsc{libro}(x))$
$T_{[\text{Index: } i]}$	Pedro	$\lambda X(X(p_i))$
	María	$\lambda X(X(m_i))$
	Juan	$\lambda X(X(j_i))$
VI	camina	$\lambda x(\textsc{camina}(x))$
	bebe	$\lambda x(\textsc{bebe}(x))$
VT	ama	$\lambda \mathbb{X}(\lambda x(\mathbb{X}(\lambda y(\textsc{ama}(x,y)))))$
	invita	$\lambda \mathbb{X}(\lambda x(\mathbb{X}(\lambda y(\textsc{invita}(x,y)))))$
	lee	$\lambda \mathbb{X}(\lambda x(\mathbb{X}(\lambda y(\textsc{lee}(x,y)))))$
D	un, una	$\lambda X(\lambda Y(\exists x(X(x) \wedge Y(x))))$
	todo, toda	$\lambda X(\lambda Y(\forall x(X(x) \rightarrow Y(x))))$
C	y	$\wedge$
	o	$\vee$
	(si...) entonces	$\rightarrow$
NEG	no	$\lambda X(\lambda x(\neg(X(x))))$
$PrA_{[\text{Index: } i]}$	ella, él	$\lambda X(X(x_i))$
	la, lo	$\lambda \mathbf{X}(\mathbf{X}(\lambda X(X(x_i))))$

NB1: las variables utilizadas para la traducción pueden cambiar, p.e., x por y o z, ..., x_1, x_2, ...; X por Y o Z, etc.
NB2: para traducir "si... entonces", sólo el "entonces" debe traducirse por $\rightarrow$; el resto ("si...") se elimina en la traducción.

2.3.2 Traducción de las reglas estructurales

La traducción de las reglas estructurales 1, 2, 4, 5 y 6 es sencilla y uniforme:

1. La categoría de cada símbolo terminal se traduce de acuerdo con la tabla de la sección 2.3.1;
2. Combine, por medio de la aplicación funcional, la traducción del símbolo no terminal de la izquierda con la traducción del símbolo no terminal de la derecha (ignorar las preposiciones);
3. Simplifique por medio de conversión λ tanto como sea posible.

La regla 3 no requiere traducción.

La traducción de las reglas 7 y 8 es sencilla: si O_1 y O_2 son oraciones, C un conectivo, y φ_1 y φ_2 son las respectivas traducciones de O_1 y O_2, entonces la traducción de $O_1\ C\ O_2$ es:

$$\begin{cases} \varphi_1 \wedge \varphi_2 & \text{si } C \text{ es } \wedge \\ \varphi_1 \vee \varphi_2 & \text{si } C \text{ es } \vee \\ \varphi_1 \to \varphi_2 & \text{si } C \text{ es } \to \end{cases}$$

La traducción de la regla 9, es decir, la regla de cuantificación, se realiza de la siguiente manera:

> Supongamos que $\varphi(x)$ es la traducción de la O y que $\lambda X(\psi(X))$ es la traducción de T. La traducción que se obtiene por medio de la regla de cuantificación es $\lambda X(\psi(X))(\lambda x(\varphi(x)))$.

3 La semántica de la gramática lógica

Uno de los objetivos de la presente gramática lógica es la explicación del problema de la ambigüedad semántica. La explicación proporcionada en las dos secciones anteriores tiene como puntos fundamentales una teoría sintáctica y una función de traducción, por medio de las cuales podemos producir de manera formal y rigurosa las dos lecturas de las oraciones ambiguas que hemos utilizado como banco de pruebas. El otro problema que la presente gramática lógica apunta a resolver es el de la resolución de algunos tipos de anáfora. El componente de la gramática lógica que se encargará de proporcionarnos las herramientas para llevar a cabo esta explicación será el de la interpretación semántica. Este es el tema de la presente sección.

El sistema lógico al que apelaremos se conoce como Lógica de Predicados Dinámica (o DPL por sus siglas en inglés), el cual fue originalmente concebido por Groenendijk y Stokhof [12] dentro de lo que se conoce como la semántica dinámica. Antes de considerar algunos de los detalles más importantes de DPL y la manera cómo este sistema lógico nos permite atacar el desafío de la anáfora, es conveniente repasar una de las formulaciones de la semántica de la lógica de predicados (ver, por ejemplo, [9, vol. 1, §3.6.3]), la cual nos permitirá hacer énfasis en las herramientas técnicas nucleares de DPL.

3.1 Lógica de predicados

Un modelo $\mathbb{M}$ de la lógica de predicados es una pareja $\langle D, I\rangle$, en donde D es un conjunto de "entidades", también conocido como el *dominio* del modelo, y una función de interpretación I, la cual asigna una entidad $I(c)$ en el dominio D a cada constante c del lenguaje, y un conjunto de n–tuplas de entidades $I(P) \subseteq D^n$ a cada predicado n–ario P del lenguaje.

Las condiciones de verdad de una fórmula de la lógica de predicados se establecen en relación a un modelo $\mathbb{M}$ y a una *función de asignación* g, la cual es una función que a cada variable de individuo le asigna una entidad en el dominio D. En símbolos, si V es el conjunto de variables de individuo del lenguaje, $g : V \to D$. El conjunto de todas las funciones de asignación se denota por D^V. Si x es una variable y $d \in D$, denotamos por $g[x/d]$ la función que a x le asigna d y a toda otra variable distinta de x le asigna el valor determinado por g para esa variable.[22]

Para poder definir las condiciones de verdad, es menester definir la interpretación de los *términos* —constantes o variables de individuo—; si t es un término, su interpretación en el modelo $\mathbb{M}$ es relativa a una función de asignación g, se denota por $[\![t]\!]_{\mathbb{M},g}$ y se define de la siguiente manera:

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = \begin{cases} I(t) & \text{si } t \text{ es una constante} \\ g(t) & \text{si } t \text{ es una variable} \end{cases}$$

Si ϕ es una fórmula, decimos que ϕ es verdadera en el modelo $\mathbb{M}$ con respecto a la función de asignación g si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 1$ y falsa si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 0$, donde $V_{\mathbb{M},g}(\phi)$ se definen por inducción sobre ϕ de la siguiente manera:

[22] En símbolos, donde α es una metavariable cuyo rango son las variables de individuo:

$$g[x/d](\alpha) = \begin{cases} d & \text{si } \alpha \text{ es } x \\ g(\alpha) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

1. $V_{\mathbb{M},g}(P(t_1,\ldots,P_n)) = 1$ si y sólo si $\langle [\![t_1]\!]_{\mathbb{M},g},\ldots,[\![t_n]\!]_{\mathbb{M},g}\rangle \in I(P)$,

2. $V_{\mathbb{M},g}(\neg\phi) = 1$ si y sólo si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 0$,

3. $V_{\mathbb{M},g}(\phi \wedge \psi) = 1$ si y sólo si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 1$ y $V_{\mathbb{M},g}(\psi) = 1$,

4. $V_{\mathbb{M},g}(\phi \vee \psi) = 1$ si y sólo si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 1$ o $V_{\mathbb{M},g}(\psi) = 1$,

5. $V_{\mathbb{M},g}(\phi \to \psi) = 1$ si y sólo si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 0$ o $V_{\mathbb{M},g}(\psi) = 1$,

6. $V_{\mathbb{M},g}(\phi \leftrightarrow \psi) = 1$ si y sólo si $V_{\mathbb{M},g}(\phi) = V_{\mathbb{M},g}(\psi)$,

8. $V_{\mathbb{M},g}(\forall x\phi) = 1$ si y sólo si para todo $d \in D$, $V_{\mathbb{M},g[x/d]}(\phi) = 1$,

9. $V_{\mathbb{M},g}(\exists x\phi) = 1$ si y sólo si existe por lo menos un $d \in D$ tal que $V_{\mathbb{M},g[x/d]}(\phi) = 1$.

La anterior definición de $V_{\mathbb{M},g}(\phi)$ define las condiciones de verdad de ϕ. Empero, la *interpretación semántica* que queremos asignarle a cada fórmula ϕ del lenguaje de la lógica de predicados estará dada por el conjunto de funciones de asignación con respecto a las cuales ϕ es verdadera en el modelo. Denotaremos dicho conjunto por $[\![\phi]\!]_{\mathbb{M}}$, el cual se define en símbolos de la siguiente manera:

$$[\![\phi]\!]_{\mathbb{M}} = \{g \in D^V : V_{\mathbb{M},g}(\phi) = 1\}$$

Ilustraremos esta definición por medio de un ejemplo. Supongamos el modelo $\mathbb{M}$ definido de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lll}
D = \{\smiley, \frownie\} & I(m_1) = \smiley & I(\textsc{caminar}) = \{\smiley\} \\
 & I(m_2) = \frownie & I(\textsc{beber}) = \{\smiley, \frownie\} \\
 & I(j_1) = \frownie & I(\textsc{mujer}) = \{\smiley\} \\
 & I(j_2) = \frownie & I(\textsc{amar}) = \{(\smiley, \frownie)\} \\
 & & I(\textsc{invitar}) = \{(\smiley, \frownie), (\frownie, \smiley)\}
\end{array}$$

Para este lenguaje y este modelo sólo existen cuatro funciones de asignación:

$$\begin{array}{llll}
g_1(x_1) = \smiley & g_2(x_1) = \smiley & g_3(x_1) = \frownie & g_4(x_1) = \frownie \\
g_1(x_2) = \smiley & g_2(x_2) = \frownie & g_3(x_2) = \smiley & g_4(x_2) = \frownie
\end{array}$$

Podemos encontrar ahora la interpretación semántica de $\textsc{caminar}(x_1)$:

$$\begin{aligned}
[\![\textsc{caminar}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} &= \{g : V_{\mathbb{M},g}(\textsc{caminar}(x_1)){=}1\} \\
&= \{g : [\![x_1]\!]_{\mathbb{M},g} \in I(\textsc{caminar})\} \\
&= \{g : g(x_1) \in I(\textsc{caminar})\} = \{g_1, g_2\}\,.
\end{aligned}$$

La interpretación semántica de una fórmula, así definida, tiene por objeto representar los posibles "estados de cosas" que hacen verdadera una fórmula respecto a un modelo. Dado que el desafío que tenemos entre manos es la resolución de la anáfora, el "estado de cosas" corresponde al valor de las variables, el cual está consignado en las funciones de asignación. En otras palabras, la resolución de la anáfora consiste precisamente en establecer la identidad de los pronombres, y puesto que éstos se traducen por variables, la identidad de los primeros estará determinada por el valor de las segundas, el cual es proporcionado por las funciones de asignación.[23]

$[\![\phi]\!]_{\mathbb{M}}$ es, en consecuencia, la contraparte formal y rigurosa del significado de la oración S cuya traducción es ϕ.

3.2 Resolviendo la co–referencialidad

Una *anáfora co–referencial* aparece en una oración que contiene un pronombre cuya referencia está determinada por un nombre propio dentro de la oración. En la introducción presentamos un ejemplo, que reproducimos por conveniencia aquí:

(17) Si María ama a Juan, ella lo invita.

(18) $\textsc{amar}(m, j) \rightarrow \textsc{invitar}(m, j)$

En la oración (17) hay dos anáforas co–referenciales. El pronombre "ella" debe ser co–referencial con —es decir, debe tener la misma referencia que— el nombre propio "María", y el pronombre "lo" debe ser co–referencial con el nombre propio "Juan". Resolver la(s) anáfora(s)

[23] Vale la pena observar que la interpretación semántica es independiente de las variables acotadas de una fórmula, pero no de las variables libres. En efecto, si ϕ es una sentencia —es decir, una fórmula sin variables libres—, entonces $[\![\phi]\!]_{\mathbb{M}}$ es o bien $\emptyset$ o bien D^V. Más aun, es posible que $[\![\phi(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} \neq [\![\phi(x_2)]\!]_{\mathbb{M}}$; por ejemplo, $[\![\textsc{caminar}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} = \{g_1, g_2\}$, mientras que $[\![\textsc{caminar}(x_2)]\!]_{\mathbb{M}} = \{g_1, g_3\}$.

consiste precisamente en proporcionar una interpretación semántica que cumpla con este requisito. La fórmula (18) resuelve la anáfora, pues "ella lo invita" se traduce por $\textsc{invitar}(m, j)$, en donde el sujeto del verbo corresponde a m ("María") y el objeto directo a j ("Juan"). En otras palabras, tanto el nombre propio "María" como el pronombre "ella" se traducen por la misma constante, m, y en consecuencia son co–referenciales; lo mismo sucede con "Juan" y "lo".

Ahora bien, la función de traducción que hemos desarrollado en la segunda sección del presente texto produce la siguiente traducción para la oración "Si María ama a Juan, ella lo invita":

(19) $\textsc{amar}(m_1, j_2) \to \textsc{invitar}(x_1, x_2)$

Esta traducción es adecuada sólo si m_1 y x_1 son co–referenciales (es decir, si $I(m_1) = g(x_1)$) y si j_2 y x_2 también lo son. La interpretación semántica de esta fórmula, de acuerdo a la semántica de la lógica de predicados definida en el apartado anterior, es la siguiente:

$$\begin{aligned} &[\![\textsc{amar}(m, j) \to \textsc{invitar}(x_1, x_2)]\!]_{\mathbb{M}} \\ &\qquad = \{g : \langle I(m), I(j)\rangle \notin I(\textsc{amar}) \text{ o } \langle g(x_1), g(x_2)\rangle \in I(\textsc{xinvitar})\} \\ &\qquad = \{g_2, g_3\} \end{aligned}$$

Sin embargo, de acuerdo con el "estado de cosas" descrito por g_3, m_1 y x_1 no son co–referenciales, pues el primero refiere a ☺ y el segundo a ☹ (es decir, $I(m_1) =$ ☺, pero $g_3(x_1) =$ ☹). Así pues, la interpretación semántica de (19) proporcionada por la lógica de predicados no es adecuada para resolver la anáfora.

La solución a este problema requiere una suposición sobre la sintaxis y una modificación a la interpretación semántica. En primer lugar, vamos a suponer que desde la misma oración que vamos a interpretar ya nos es dada una *co–indexación* apropiada, en el sentido de que los términos co–referenciales tienen el mismo subíndice. Por ejemplo, en lugar de traducir (17) vamos a traducir (20):

(20) Si María$_1$ ama a Juan$_2$, ella$_1$ lo$_2$ invita.

Además, suponemos que esta co–indexación se preserva en la traducción, como en (19).[24]

[24] Es cierto que esta suposición es bastante fuerte, pues en cierto sentido la co–indexación ya resuelve la anáfora; sin embargo, el problema general de la resolución

El segundo paso consiste en adaptar la interpretación de los términos, de manera tal que sólo sean admisibles las funciones de asignación que respeten la co–indexación. En lugar de la interpretación de los términos definida en la página 38, usaremos la siguiente definición:

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = \begin{cases} I(t) & \text{si } t \text{ es una constante sin subíndice} \\ g(t) & \text{si } t \text{ es una variable (con o sin subíndice)} \\ I(t) & \text{si } t \text{ es una constante } c_i \text{ y } g(x_i) = I(c_i) \\ \textsc{null} & \text{si } t \text{ es una constante } c_i \text{ y } g(x_i) \neq I(c_i) \end{cases}$$

Decir que $[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = \textsc{null}$ es lo mismo que decir que la interpretación del término t es indefinida con respecto a g. El efecto neto producido por la situación de que $[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = \textsc{null}$ es que g no hará parte de la interpretación semántica de ninguna fórmula que incluya a t. En consecuencia, con base en esta nueva definición de la interpretación de los términos, tenemos que $[\![\textsc{caminar}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} = \{g_2\}$, y en el "estado de cosas" descrito por g_2 se tiene que m_1 es co–referencial con x_1 y que j_2 es co–referencial con x_2. Hemos obtenido así una interpretación semántica adecuada que resuelve las dos anáforas co–referenciales en cuestión.

El siguiente tipo de anáfora que debemos resolver relaciona un término indefinido con un pronombre; dicho pronombre deberá tener la misma referencia que el término indefinido, a pesar de que el contenido de la oración no haga específico cuál es dicha referencia. Un ejemplo típico de este tipo de anáfora lo dimos en la introducción, que repetimos aquí por conveniencia:

(21) Una mujer$_1$ ama a Juan$_2$ y ella$_1$ lo$_2$ invita.

(22) $\exists x\big(\textsc{mujer}(x) \wedge \textsc{amar}(x,j) \wedge \textsc{invitar}(x,j)\big)$

La interpretación semántica de la oración (21) debe resolver los dos tipos de anáfora: la anáfora co–referencial que se da entre "Juan" y "lo"; y la *anáfora de ligadura* que se da entre el término indefinido "una mujer" —representado en (22) por la ocurrencia de la variable x en el predicado $\textsc{mujer}(x)$, la cual se encuentra acotada por el cuantificador $\exists x$— y el pronombre "ella" —representado en (22) por la ocurrencia de la variable x en el predicado $\textsc{invitar}(x,j)$—. Dado que el cuantificador $\exists x$

de la anáfora es muy complicado, por lo que es válido para propósitos del presente texto concentrarnos en un aspecto puntual y pequeño, aunque interesante.

acota todas las ocurrencias de x en (22), todas ellas referirán a la misma entidad. Esto garantiza la resolución de la anáfora entre "ella" y "una mujer".

Ahora bien, de acuerdo a la función de traducción de nuestra gramática lógica, incluidas las suposiciones impuestas en el apartado anterior, (21) se traduce por (23):

(23) $\exists x_1 \big(\textsc{mujer}(x_1) \wedge \textsc{amar}(x_1, j_2)\big) \wedge \textsc{invitar}(x_1, x_2)$

La anáfora entre "Juan$_2$" y "lo$_2$" se resuelve, como hemos visto, por medio de la interpretación de términos adaptada a los subíndices. No obstante, el mismo truco no sirve para que la ocurrencia de x_1 en $\textsc{invitar}(x_1, x_2)$ quede acotada por el cuantificador $\exists x_1$. Para lograr esto necesitamos una interpretación semántica más poderosa; una opción es apelar a la semántica dinámica de DPL [12], la cual contiene interpretaciones dinámicas de $\exists$ y $\wedge$ que permiten atacar precisamente este problema.

3.3 Semántica dinámica

La semántica dinámica se enmarca en el ámbito de la *lógica dinámica*, el propósito de la cual es analizar en sus bloques componentes la manera en que las acciones, concebidas lo más abstractamente posible, modifican un estado de cosas en el mundo [29]. En lo que respecta a la semántica dinámica, un estado de cosas está compuesto por un *discurso* y su *contexto*; el primero es una secuencia de oraciones y el segundo es la representación semántica de dicha secuencia. Las acciones son las oraciones —o mejor, la proferencia de éstas—; ellas modifican el estado de cosas al sumarse a la secuencia de oraciones del discurso y así contribuir al cambio del contexto. En este orden de ideas, la interpretación semántica de una oración consistirá en la representación de su contribución potencial al cambio del contexto.

Una manera eficiente de representar una acción es por medio de un conjunto de parejas; en cada una de estas parejas, la primera componente representa un estado de cosas *antes* de la acción y la segunda componente representa un estado de cosas que es posible obtener como *consecuencia* de la acción (note que es posible obtener distintos estados de cosas por medio de una acción).

Anteriormente hemos convenido en representar estados de cosas por medio de funciones de asignación. Resulta entonces obvio establecer la interpretación semántica de las oraciones como conjuntos de parejas de funciones de asignación:

$$[\![\phi]\!]_{\mathbb{M}} = \{\langle g,h\rangle \in D^V \times D^V : \text{condiciones sobre } g \text{ y } h \text{ y la relación entre ellas}\}\,.$$

Se requiere ahora establecer las condiciones que debe cumplir cada componente de las parejas y la relación entre ellas para que la pareja pertenezca a la interpretación semántica de una oración. Haremos esto por inducción sobre ϕ.

Para fórmulas atómicas, digamos $P(t_1,\ldots,t_n)$, definimos:

$$[\![P(t_1,\ldots,t_n)]\!]_{\mathbb{M}} = \{\langle g,h\rangle : g = h \,\&\, \langle [\![t_1]\!]_{\mathbb{M},h},\ldots,[\![t_n]\!]_{\mathbb{M},h}\rangle \in I(P)\}$$

Esta manera de definir la interpretación dinámica de las fórmulas atómicas mata dos pájaros de un solo tiro. En efecto, ella combina las condiciones de verdad de las fórmulas atómicas con la concepción dinámica de acciones sobre estados de cosas —a pesar de que la dinámica en este caso resulta en la preservación del estado de cosas—. Las parejas de funciones de asignación que pertenecen a la interpretación de una fórmula atómica son aquellas cuyas componentes cumplen dos propiedades: (i) la fórmula es verdadera con respecto a cada componente; y (ii) las dos componentes son iguales.

La interpretación dinámica se puede apreciar mejor en la definición del cuantificador existencial. Antes de definirla, sin embargo, necesitamos introducir la notación $k[x]g$, la cual, en palabras, quiere decir que k difiere de g a lo sumo en el valor que le asigna a x.[25] La definición de la interpretación del cuantificador existencial es la siguiente:

$$[\![\exists x\phi]\!]_{\mathbb{M}} = \{\langle g,h\rangle : \exists k \mid k[x]g \,\&\, \langle k,h\rangle \in [\![\phi]\!]_{\mathbb{M}}\}$$

Las parejas de funciones de asignación que pertenecen a la interpretación

[25] Formalmente, $k[x]g$ si y sólo si $k(\alpha) = g(\alpha)$ para todo α distinto de x. Note que se deja abierta la posibilidad, aunque no se requiera, de que $k(x) = g(x)$. Por ejemplo, de acuerdo al modelo de la página 39, $g_1[x_1]g_1$ y $g_3[x_1]g_1$, puesto que $g_3(x_2) = g_1(x_2)$; pero no se tiene que $g_2[x_1]g_1$, puesto que $g_2(x_2) \neq g_1(x_2)$. De manera informal, decimos que si $k[x]g$, entonces k actualiza el estado de cosas representado por g a lo sumo en la identidad de x.

de $\exists x_1$CAMINAR(x_1) son tales que: (i) la segunda componente actualiza el estado de cosas representado por la primera a lo sumo en la identidad de x_1; y (ii) la identidad de x_1 debe pertenecer al conjunto I(CAMINAR).

La definición de la interpretación de la conjunción es la siguiente:

$$[\![\phi \wedge \psi]\!]_{\mathbb{M}} = \{\langle g, h\rangle : \exists k \mid \langle g, k\rangle \in [\![\phi]\!]_{\mathbb{M}} \,\&\, \langle k, h\rangle \in [\![\psi]\!]_{\mathbb{M}}\}$$

De acuerdo con esta interpretación, $\langle g, h\rangle$ representa la acción de $\phi \wedge \psi$ si existe un estado de cosas k que se obtiene como consecuencia de la acción de ϕ sobre g, el cual, como consecuencia de la acción de ψ, conduce al estado de cosas h. Por ejemplo, con base en el modelo de la página 39, encontramos la interpretación semántica de CAMINAR$(x_1) \wedge$ BEBER(x_1):

$$\begin{aligned}
&[\![\textsc{caminar}(x_1) \wedge \textsc{beber}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} \\
&\quad = \{\langle g, h\rangle : \exists k \mid \langle g, k\rangle \in [\![\textsc{caminar}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} \,\&\, \langle k, h\rangle \in [\![\textsc{beber}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} \\
&\quad = \{\langle g, h\rangle : g = k \,\&\, k(x_1) \in I(\textsc{caminar}) \,\&\, k = h \,\&\, h(x_1) \in I(\textsc{beber})\} \\
&\quad = \{\langle g, g\rangle : g(x_1) \in I(\textsc{caminar}) \,\&\, g(x_1) \in I(\textsc{beber})\} \\
&\quad = \{\langle g_1, g_1\rangle, \langle g_2, g_2\rangle\}
\end{aligned}$$

Dado que en este ejemplo ninguno de los lados de la conjunción modifica el estado de cosas, la conjunción tampoco modifica el estado de cosas. Es por esto que la primera y la segunda componente son iguales. La verdadera capacidad dinámica de la conjunción se aprecia cuando se combina, por ejemplo, con el cuantificador existencial, como lo veremos a continuación.[26]

3.4 Solución de las anáforas

La primera anáfora que podemos resolver por medio de la interpretación dinámica de las constantes lógicas involucra un término indefinido y una conjunción; el problema que debemos afrontar para resolverla es que en la traducción que nos proporciona la gramática lógica, a saber (23), aquí reproducido por (24),

(24) $\exists x_1\big(\textsc{mujer}(x_1) \wedge \textsc{amar}(x_1, j_2)\big) \wedge \textsc{invitar}(x_1, x_2)$,

[26] Por razones de espacio, omitiremos la definición de la interpretación de las demás constantes (sin embargo, ver [12]).

el cuantificador existencial $\exists x_1$ debe acotar la ocurrencia de x_1 en $\textsc{invitar}(x_1, x_2)$, la cual se encuentra por fuera de su alcance. Las interpretaciones dinámicas del cuantificador existencial y de la conjunción permiten resolver precisamente este problema. En aras de la simplicidad de la exposición, aunque sin riesgo de perder ningún detalle importante, encontraremos la interpretación de (25):

(25) $\exists x_1 \textsc{mujer}(x_1) \wedge \textsc{caminar}(x_1)$

$$
\begin{aligned}
&[\![\exists x_1 \textsc{mujer}(x_1) \wedge \textsc{caminar}(x_1)]\!]_{\mathbb{M}} = \\
&= \{\langle g, h\rangle : \exists k \mid k[x_1]g \,\&\, h = k \,\&\, h(x_1) \in I(\textsc{mujer}) \,\&\, h(x_1) \in I(\textsc{caminar})\} \\
&= \{\langle g, h\rangle : h[x_1]g \,\&\, h(x_1) \in I(\textsc{mujer}) \,\&\, h(x_1) \in I(\textsc{caminar})\} \\
&= \{\langle g_1, g_1\rangle, \langle g_3, g_1\rangle, \langle g_2, g_2\rangle, \langle g_4, g_2\rangle\}
\end{aligned}
$$

En esta interpretación, el cuantificador $\exists x_1$ acota tanto la primera como la segunda ocurrencia de x_1; en efecto, el valor asignado a x_1 por la interpretación de la fórmula de la izquierda —a saber, $\exists x_1 \textsc{mujer}(x_1)$— se transfiere a la fórmula de la derecha —a saber, $\textsc{caminar}(x_1)$— gracias a la interpretación dinámica de la conjunción. En otras palabras, la fórmula de la derecha debe interpretarse con respecto al estado de cosas determinado por la interpretación de la fórmula de la izquierda, la cual ya determina la identidad de x_1.

No es difícil ver que

$$
\begin{aligned}
&[\![\exists x_1 \big(\textsc{mujer}(x_1) \wedge \textsc{amar}(x_1, j_2)\big) \\
&\qquad \wedge \textsc{invitar}(x_1, x_2)]\!]_{\mathbb{M}} = \{\langle g_1, g_1\rangle, \langle g_3, g_1\rangle, \langle g_2, g_2\rangle, \langle g_4, g_2\rangle\}\,.
\end{aligned}
$$

En todas las parejas de esta interpretación la segunda componente es tal que el referente de "una mujer$_1$" es igual al referente de "ella$_1$" y, por lo tanto, la interpretación resuelve la anáfora de ligadura en cuestión.

Con una sencilla adaptación de estas herramientas es posible resolver la anáfora del discurso, como por ejemplo (13) y (15), reproducidas por conveniencia aquí por (26) y (27):

(26) María ama a Juan. Ella canta

(27) Un hombre bebe. Él ama a María

Si convenimos en que el punto debe traducirse por la conjunción, entonces nuestra gramática producirá las fórmulas (28) y (29) como traducciones de (26) y (27), respectivamente:

(28) $\text{AMAR}(m_1, j_2) \wedge \text{CANTAR}(x_1)$

(29) $\exists x_1 \big(\text{HOMBRE}(x_1) \wedge \text{BEBER}(x_1)\big) \wedge \text{AMAR}(x_1, m_2)$

La interpretación de los términos adaptada a los subíndices permite resolver la anáfora en (28), mientras que la interpretación dinámica de $\exists$ y $\wedge$ permite resolver la anáfora en (29).

4 Comentarios finales

La presente gramática lógica explica algunos aspectos no triviales de la semántica del español por medio de un andamiaje técnico relativamente sencillo. Esto no significa que no haya cosas por perfeccionar, ni que no haya limitaciones ni problemas. Finalizaremos este texto exponiendo brevemente estos asuntos, los cuales hacen parte de los aspectos generales del contexto de la presente gramática lógica.

Para comenzar, debemos recordar que la GIC, tal como está formulada en la sección 2, permite generar oraciones que no son gramaticales en español, como"Todo hombre no camina". También es un aspecto para mejorar el hecho de que aún falta por proporcionar una definición rigurosa del lenguaje no interpretado que incluye el operador λ y las variables de orden superior, el cual es usado por la función de traducción. Dicha definición rigurosa se necesita para que la conversión λ pueda aplicarse sin problemas de manera general, y no sólo para los casos que se pueden obtener al usar la traducción de las palabras definida en §2.3.1. No sobra decir que, de ser aplicadas las reglas de traducción correctamente sobre las traducciones de las palabras, teniendo en cuenta utilizar una variable distinta para cada palabra, ningún problema debe aparecer al realizar la conversión λ.

Con el objetivo de exponer las limitaciones de la presente gramática en su correcta perspectiva, mencionaremos nuevamente sus características principales. Recordemos que la teoría sintáctica utilizada aquí consiste en una Gramática Independiente del Contexto, con algunas extensiones, adaptada al idioma español. El lenguaje utilizado para la traducción no se interpreta sino para las oraciones, lo cual permite restringirnos a una lógica de primer orden. Además, la interpretación semántica es completamente extensional, aunque dinámica. Ahora bien, la gramática de Montague —el cual es el modelo a seguir en lo que respecta a las gramáticas lógicas— usa una teoría de orden superior intensional, por medio de la cual puede dar cuenta de un número de fenómenos, la explicación de los cuales se encuentra por fuera del alcance de las herramientas de la presente gramática. En particular, los requerimientos de una lógica de orden superior se presentan en [9, 10, §4.2.1] y [8, cap. 7]; los fenómenos de la intensionalidad se presentan en [9, 10, caps. 2 y 3] y [2]; la ambigüedad intensional en [19] y [9, 10, cap. 2 y §6.3.8]. Finalmente, resta mencionar que la solución propuesta por DPL a las anáforas con términos indefinidos ha recibido algunos cuestionamientos en la literatura (ver [12, §5.1] para discusión).

References

[1] B. Abbott, *The formal approach to meaning: Formal semantics and its recent developments*, J. Foreign Lang. **119**(1), 2 (1999).

[2] M. Aloni, *Quantification under Conceptual Covers*, Ph.D. Thesis (University of Amsterdam, 2001).

[3] E. J. Andrade, *Models of Language: Towards a Practice–based account of information in natural language*, Ph. D. Thesis (University of Amsterdam, 2012).

[4] G. Carlson, *Anaphora*, in *Encyclopedia of Cognitive Science* (Wiley, 2006).

[5] R. Carnap, *Logical Foundations of Probability*, chapter *On explications* (The University of Chicago Press, Chicago, 1950).

[6] N. Chomsky, *Syntactic Structures* (Mouton, The Hague, 1957).

[7] R. de Castro, *Teoría de la computación: lenguajes, autómatas, gramáticas* (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2004).

[8] H. de Swart, *Introduction to Natural Language Semantics* (Center for the Study of Language and Information, Stanford, 2003).

[9] L. Gamut, *Logic, Language, and Meaning* (Chicago University Press, Chicago, 1991).

[10] L. Gamut, *Lógica, lenguaje y significado* (Editorial Universidad del Rosario, Bogotá, 2010). Traducido por E. J. Andrade y C. Márquez.

[11] B. Geurts and D. J. Beaver, *Discourse representation theory*, i E.N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Fall 2011 edition (2011)

[12] J. Groenendijk and M. Stokhof, *Dynamic predicate logic*, Ling. Phil. **14**(1), 39 (1991).

[13] T. Janssen, *Compositionality*, in J. van Benthem and A. ter Meulen (Eds.), *Handbook of Logic and Language* (Elsevier/MIT Press, Amsterdam/Cambridge, 1997); pp. 417–473.

[14] H. Kamp and U. Reyle, *From Discourse to Logic: Introduction to Modeltheoretic Semantics of Natural Language, Formal Logic and Discourse Representation Theory* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993).

[15] J. C. King, *Anaphora*, in E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Spring 2010 edition (2010).

[16] D. Lewis, *General semantics*, Synthese **22**, 18 (1970).

[17] R. Montague, *English as a formal language*, in B. V. *et al.* (Eds.), *Linguaggi nella Società e nella Tecnica* (Edizioni di Comunità, Milan, 1970); pp. 189–224. Reimpreso en [31].

[18] R. Montague, *Universal grammar*, Theoria **36**, 373 (1970). Reimpreso en [31].

[19] R. Montague, *The proper treatment of quantification in ordinary english*, in *Approaches to Natural Language: Proceedings of the* 1970 *Stanford Workshop on Grammar and Semantics* (Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1973); pp. 221–242. Reimpreso en [31].

[20] B. Partee, *Compositionality*, in F. Landman and F. Veltman (Eds.), *Varieties of Formal Semantics* (Foris, Dordrecht, 1984); pp. 281–312.

[21] B. Partee, *The development of formal semantics in linguistic theory*, in S. Lappin (Ed.), *The Handbook of Contemporary Semantic Theory* (Blackwell, Oxford, 1996); pp. 11–38.

[22] B. Partee, *Bound variables and other anaphors*, in *Compositionality in Formal Semantics: Selected Papers by Barbara H. Partee* (Blackwell, Oxford, 2004); pp. 110–121.

[23] B. Partee and H. Hendriks, *Montague grammar*, in J. van Benthem and A. ter Meulen (Eds.), *Handbook of Logic and Language* (Elsevier/MIT Press, Amsterdam/Cambridge, 1997); pp. 5–91.

[24] I. A. Sag and T. Wasow, *Syntactic Theory: A Formal Introduction* (Center for the Study of Language and Information, Stanford, 1999).

[25] A. Sennet, *Ambiguity*, in E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Summer 2011 edition (2011).

[26] M. Stokhof, *Meaning, interpretation and semantics*, in *Words, Proofs, and Diagrams* (Center for the Study of Language and Information, Stanford, 2002); pp. 217–40.

[27] M. Stokhof, *Hand or hammer? On formal and natural languages in semantics*, J. Indian Phil. **35**(5–6), 597 (2007).

[28] M. Stokhof, *The architecture of meaning: Wittgenstein's tractatus and formal semantics*, in D. Levy and E. Zamuner (Eds.), *Wittgenstein's Enduring Arguments* (Routledge, London, 2008); pp. 211–244.

[29] M. Stokhof and J. van Eijck, *The gamut of dynamic logics*, in *The Handbook of the History of Logic*, volume 6: Logic and Modalities in the Twentieth Century (Elsevier, Amsterdam, 2006); pp. 499–600.

[30] Z. G. Szabó, *Compositionality*, in E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Winter 2012 edition (2012).

[31] R. H. Thomason, *Formal Philosophy: Selected Papers of Richard Montague* (Yale University Press, New Haven and London, 1974).