LLULL, vol. 20,, 1997, 293-310

EL CASO SOUZINHA Y LA POLEMICA SOBRE EL USO LEGITIMO DE LAS SERIES DIVERGENTES EN EL SIGLO XIX

CARLOS SANCHEZ FERNANDEZ
Universidad de La Habana (Cuba)
CICERO MONTEIRO DE SOUZA
Universidad Federal Rural de Pernambuco (Brasil)

RESUMEN

El caso Souzinha es uno de los tantos ejemplos de inteligencia desaprovechada en la Historia de la Ciencia en Latinoamérica. Joaquim Gomes de Souza (1829-64) fue el primer graduado que defendió una Tesis de Doctorado en Ciencias Físicas y Matemáticas en el Brasil. Souzinha era osado y luchó con insistencia, pero sin frutos, por su reconocimiento científico en Europa. Este artículo trata de las relaciones entre las obras matemáticas de Souzinha y la controversia acerca del uso legítimo de series divergentes en el siglo XIX. Comienza con una breve presentación de Gomes de Souza. A continuación describe, concisamente, las características de la polémica sobre el uso de series divergentes. Finalmente revela las consideraciones críticas de los autores sobre el caso Souzinha.

ABSTRACT

Souzinha is one of the many exemples of unrecognised intelligence in Latin American History of Science. Joaquim Gomes de Souza (1829-64) was the first graduate who got a Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences in Brazil. Souzinha was audacious and fought witth insistence for his scientific recognition in Europe. His effort was fruitless, though. This paper deals with the relations between Sounzinha's mathematical works and the controversy about the letigime use of divergent series in the nineteenth century. After a brief introduction of Gomes de Souza, it sucintly describes the characteristics of the polemics on the use of divergent series. Finally, it reveals the authors' critical considerations concerning Souzinha's affair.

Palabras clave: Análisis Matemático, Brasil, Siglo XIX, Souzinha.

Recibido el 17 de diciembre de 1996

Presentación de Joaquim Gomes de Souza (Souzinha)

Respete a los hombres que dan prueba de osadía, aún si fracasan.

El Joven Séneca (1-65, d.C.)

Cuando en 1749 el Marqués de Pombal establecía el libre comercio del Gran Pará y Marañón se iniciaba el desarrollo socio-económico y cultural de la provincia de Marañón. Fueron no pocas las familias portuguesas que migrarían para allá incentivadas por los grandes latifundios que recibían para habitar y explotar la región. De una de estas familias desciende el ilustre Joaquim Gomes de Souza. Nacido en el Marañón en 1829, era hijo del Mayor Ignacio José Gomes de Souza, poseedor de una excelente posición social y una holgada fortuna que le permitiría educar a sus hijos en las mejores escuelas del país[1].

Después de una atropellada carrera en sus primeros años escolares en San Luis -capital de Marañón- y en Olinda -Pernambuco-, donde debía estudiar Derecho, su padre resuelve enviarlo para Río de Janeiro con la pretensión de formarlo como militar de carrera. La Escuela Militar que aceptó la matrícula de Gomes de Souza, en 1844, era sucesora de la Academia Real Militar creada por el Príncipe Regente D. João Vi en 1810, inmediatamente después de la fuga de la Familia Real de Portugal que, amenazada por los ejércitos de Napoleón Bonaparte, había llegado al Brasil en 1808. Además de la elevación del Brasil a Reino Unido de Portugal y Algarves, con capital en Río de Janeiro, la antigua colonia sería favorecida, entre otras cosas, con la creación de la Academia Real Militar que, pese a tener como objetivo expreso la formación de oficiales del ejército, también pasó a desarrollar el primer curso de Ciencias Físicas y Matemáticas de Brasil.

Este periodo marca el inicio de la matemática superior en Brasil. El claustro de profesores estaba compuesto por 11 conferenciantes y 5 sustitutos, todos portugueses o brasileños graduados en las Universidades de Coimbra o Lisboa. La Carta de Ley que creó la Academia Real Militar también apuntaba qué libros debían ser adoptados: por ejemplo, para la enseñanza del Algebra y el Cálculo Diferencial e Integral se recomendaba la famosa obra de Lacroix (1810) *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral*. Cuando la Academia comenzó se contaba ya con traducciones de las obras más conocidas de Euler, Bézout, Monge, Laplace y Legendre, entre otros, y algo más tarde se escribieron textos a la usanza de las escuelas técnicas militares de la época[2].

Joaquim Gomes de Souza entró en la escuela militar con apenas 14 años, cuando sus conocimientos matemáticos se reducían a habilidades aritméticas elementales y un poco de geometría plana. Después de terminar el primer año su salud, siempre débil, le obligó a desistir del Curso de Ingeniería y a matricularse en la Facultad de Medicina. Las ciencias naturales le atraen, especialmente la Física, que entonces se incluía en los primeros años de Medicina. Su interés por la Matemática nace así, indirectamente, en sus intentos por conocer la razón de la potencia de ese instrumento en las otras ciencias. Los logros en sus esforzados estudios autodidactas le llevan, en 1847, a arriesgarse y pedir los exámenes de los 7 años del Curso de Bachiller en Ciencias Físicas y Matemáticas. El 14 de octubre de 1848, con apenas 19 años, defendió su tesis *Disertación sobre el modo de explorar nuevos astros sin el auxilio de observaciones directas,* cuyos argumentos se basaban en el descubrimiento en 1846 del planeta Neptuno y en la *Mecánica Celeste* de Laplace. Esta fue la primera tesis vinculada con la Matemática que fue defendida en una institución brasileña para la obtención del título de Doctor en Ciencias Físicas y Matemáticas.

Ya en 1848 Souzinha (como va a ser conocido posteriormente) es nombrado profesor sustituto de la Escuela Militar, dando inicio al año siguiente a la fase de investigaciones científicas de su corta existencia. Sin un medio especializado donde poder divulgar sus trabajos, comienza a publicarlos en una revista literaria llamada *Guanabara* que entonces circulaba en Río de Janeiro [SOUZA, 1850 y 1851].

En 1854, sintiéndose preso con las limitaciones científicas del Brasil, solicita permiso del gobierno para ir a Europa. Su liberación fue justificada en las dos misiones para las que fue designado: estudiar el sistema penitenciario con el objetivo de mejorar los procedimientos usados en la Casa de Correção da Corte (Río de Janeiro), de la cual era secretario, y obtener información sobre los observatorios astronómicos [LEAL, 1987, vol. 2, pp. 245-246]. Al llegar a París, donde fija residencia, comienza a asistir a diferentes cursos de Matemática en la Sorbonne y establece contactos con los matemáticos franceses e ingleses. Durante los años de 1855 y 1856 presenta varios trabajos en la Academia de Ciencias francesa y en la Royal Society de Londres[3].

No recibiendo la debida acogida para la publicación de sus trabajos en Francia e Inglaterra decide, en 1856, viajar a Alemania, y por gestiones de amigos entrega el editor F.A. Brockhaus, en Leipzig, una obra titulada *Recueil de mémoires d'Analyse e Physique Mathematiques,* que además de reunir los trabajos presentados en París y Londres contenía su *Filosofía general de las Matemáticas. Unificación de los métodos analíticos* que, según él mismo planteara [véase BLAKE, 1889], consistía en un método unificador de toda la Ciencia y sería considerada su obra más importante.

En los inicios de 1857, en el auge de su producción científica, recibió un comunicado del hermano diciéndole que había sido elegido para representar a la provincia del Marañón en el Parlamento Brasileño y que, por tanto, debía regresar lo antes posible a Brasil. En viaje de regreso, y en conveniencia para su carrera política, pasa por Londres y se casa con una inglesa a la que deja con los padres y sigue rápidamente para Río de Janeiro.

La entrada de Gomes de Souza en la vida política cierra la fase de investigaciones científicas puesto que, pese a continuar como Profesor Catedrático de la disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, no encontramos ningún registro de trabajos científicos escritos por él después de 1857. Sólo sabemos que, ya establecido como parlamentario en Río de Janeiro, insiste enviando a París un extracto de su primera Memoria, pero pronto recibe respuesta según la cual, debido a su extensión no puede ser publicada en los *Comptes Rendus* de la Academia[4].

En 1859 aparece en Leipzig una *Anthologie Universelle: choix des meilleures poésies lyriques de diverses nations dans les langues originales*, obra literaria concebida durante su estancia en Europa, donde muestra su amplia erudición [SOUZA, 1859].

Gomes de Souza fue electo representante de su provincia por el Partido Liberal en tres legislaturas consecutivas (1857-60, 1861-64, 1864-67) [SOUZA, 1996].

A finales de 1863 sus problemas de salud, que lo perseguían desde la infancia, se agravan. Deposita sus últimas esperanzas en la medicina inglesa, pero sin remedio, con apenas 35 años de edad muere en Londres en junio de 1864.

En 1881 el embajador del Brasil en Berlín es encargado de financiar la publicación de la obra entregada al editor Brockhaus. Así aparecen en 1882 las *Mélanges de Calcul Intégral*. Habían pasado casi 30 años desde que Souzinha las concibiera. Una insignificante indemnización aprobada por el Parlamento Brasileño en dilatadas propuestas convencería a la editora de su publicación; lástima que gran parte de ellas se hubieran perdido, en particular lo que Souzinha consideraba su más importante obra.

La polémica sobre el uso legítimo de las series divergentes en el siglo XIX

"Tenemos que admitir que muchas series son tales que no podemos utilizarlas de momento con seguridad, excepto como método de descubrimiento, cuyos resultados tendrán que ser comprobados posteriormente, y sin duda incluso el enemigo más acérrimo de las series divergentes hace este uso de ellas en privado" [DE MORGAN, 1844].

En el siglo XVIII existió cierto consenso con relación a las sumas infinitas y en particular con las series de potencias:

1. Las series son parte esencial e imprescindible del cálculo infinitesimal.

2. Las series constituyen una extensión del álgebra de polinomios.

3. Toda función puede representarse en forma de serie.

Pero también existían ideas que no gozaban de la aceptación de todos:

1. Toda serie posee una única función generatriz.

2. Una serie, *aunque sea divergente,* puede ser útil para aproximaciones numéricas.

3. Una serie puede representar una función en operaciones analíticas *incluso siendo divergente.*

Es bien conocido que Euler fue un paladín defensor de todas estas ideas y que era consciente del riesgo de usar series divergentes, pero consideraba preferible arriesgarse al error antes de dejar un problema sin solución.

El tratamiento que da Euler a las sumas infinitas representa el paradigma del siglo XVIII y es reflejado como ciencia normal en los mejores textos de la época, como en la primera edición del famoso *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* de Lacroix, aparecida en 1797. Pero en la segunda edición de 1810, mostrando la precaución de la nueva época, Lacroix va a llamar la atención sobre el hecho de que la serie no siempre tiene el valor de la función que representa, aunque mantiene la idea defendida por Euler de que la serie está asociada a la función y, en cualquier operación analítica, serie y función entran con las mismas consideraciones.

Este cambio, reflejado en uno de los textos más influyentes de la época, indica el comienzo de una radicalización crítica que se va a producir en la edad de las revoluciones, así llamada por el historiador inglés Hobsbawn:

"No one could fail to observe that the world was transformed more radically than ever before in this era [...] It is hardly surprising that patterns of thought derived from the rapid social changes, the profound revolutions, the systematic replacements of customary or traditional institutions by radical rationalist innovations, should become acceptable..."[5].

Con relación a la sumación de series este radicalismo racionalista se observa sobre todo en la generación formada en las primeras décadas de la *Ecole Polytechnique* de París, donde la actitud crítica, revolucionaria, ante la situación social, se desborda hacia todos los reductos de la conciencia social.

Pero más que preocupación por *legitimar* la designación de un valor para la suma infinita, en esta primera etapa lo que realmente ocupa la atención de los analistas es el problema de la representación y aproximación. El análisis de la posibilidad de representar analíticamente *funciones arbitrarias* por series de funciones elementales se hace cada vez más importante. Las técnicas eulerianas, desarrolladas en un contexto funcional más restringido, se tornan inseguros y poco fiables, sobre todo para el racionalista radical. La representación por series de Fourier sirve de muestra del tipo de problema surgido en la física matemática de principios del siglo XIX y que exigía una *rigorización del método.* Tal rigorización, para que fuese constructiva, debía *negar dialécticamente* la práctica matemática anterior, procurando eliminar una mínima parte de las soluciones dadas a los problemas priorizados del siglo XVIII. Era necesario un sacrificio en el nivel empírico en beneficio de la elevación del nivel racional teórico.

Es completamente natural que en este momento se recrudeciera la discriminación de las series divergentes. Unos, porque comprendían la necesidad de *legislar* acerca de los derechos de cada clase para servir de representaciones de las funciones más rebeldes; tal es el caso de Abel y Cauchy, cuyos estudios promueven la cautela en el trato con series no convergentes, pero no prohiben categóricamente su uso. Otros, porque su mentalidad estrecha no les permitía comprender el justo y necesario sentido dialéctico de la negación y dogmatizarían mecánicamente el rigor de los maestros, proscribiendo el uso de todo lo que no fuera comprobadamente convergente, independiente de cualquiera otro valor, heurístico o práctico. La mayoría, porque el temor congénito de errar por incapacidad los llevaría a autolimitarse en el uso de un instrumento cuya potencialidad era misteriosa: convencer de que una serie, siendo divergente, da una buena aproximación y sirve de representante en operaciones analíticas no es asunto fácil, aún hoy en la era de la informática.

Por supuesto, aquéllos que continuaban priorizando el lado práctico, heurístico, del uso de las series divergentes entraron en polémica. Pero, a diferencia de lo ocurrido en el siglo XVIII, ahora la mayoría se agrupaba al lado de los radicales. Es interesante notar cómo las comunidades científicas europeas asumieron posiciones diferentes ante esta polémica.

La generación de la *Analytical Society* de Cambridge, aunque fue vanguardia en la aceptación del rigor continental, estaba formada en el culto a los algoritmos y admitía sin mucha cautela el uso de las series divergentes:

"... the attempt to exclude the use of divergent series in symbolical operations would necessarily impose a limit upon the universality of algebraic formulae and operations which is altogether contrary to the spirit of the science ..." [PEACOKS, 1833, p. 282].

Asímismo se pronuncian, o actúan en base a tales convicciones otros como De Morgan, J.R. Young, R. Moon, S. Earnshaw, T. Jarret. Algunos logran importantes resultados, como es el caso de Green [1837] y Stokes [1857], quienes resolvieron con maestría problemas cuya resolución numérica con las series divergentes era paradójicamente mucho más precisa y rápida que utilizando las series convergentes[6].

La sociedad alemana, aún dividida y siendo económica y políticamente más débil, presenta ante la señalada polémica una gama de concepciones entramadas poco sistemática. M. Ohm, por ejemplo, mantenía puntos de vista más conservadores, que estaban en conflicto con Schlomilch, Grunert y Dirksen. A su vez, Grunert y Schlomilch desechaban el rigor dogmático que defendía Dirksen. Jacobi, no precisamente por el *honor del espíritu humano*, sino por sus intereses en investigaciones aplicadas, usa series asintóticas. Dirichlet, por su parte, va a procurar el rigor al estilo de la escuela francesa[7].

Aún en la Francia más revolucionaria y romántica encontramos repetidos llamamiento al papel heurístico de las series divergentes. El mismo Cauchy, que tanto abogaría por el rigor, utiliza series divergentes en sus investigaciones aplicadas[8], en diferentes problemas de ondas, óptica y astronomía; ya en su madurez profesional incluso escribe un artículo ... *para poner en evidencia las ventajas que puede ofrecer el empleo de la serie de Stirling y muchas otras series de la misma naturaleza, a pesar de su divergencia* [CAUCHY, 1843].

Poisson, Navier, Lamé, Liouville, entre otros, aprobaban el uso cauteloso de las series divergentes en los problemas de integración de ecuaciones diferenciales y no era poco frecuente que las utilizaran sin la preocupación requerida. Así, por ejemplo, Liouville[9] no da acotación del error que se comete al sustituir la solución por términos de una serie asintótica, ni tampoco analiza las condiciones bajo las cuales esto es factible.

Debemos señalar que esta polémica se mantuvo hasta finales del siglo, hasta que la acumulación de casos anómalos y rebeldes impuso la necesidad de volver a negar sobre lo negado y regresar a las condiciones iniciales del modo de sistematización sobre un nivel cualitativo superior, cerrando un ciclo dialéctico. Pero este salto cualitativo, que conlleva la síntesis dialéctica de los principios heurísticos eulerianos y el rigor crítico-teórico, no era posible sin un desarrollo interno de la teoría de funciones, en especial de una comprensión más amplia del problema de la representación analítica. Por otra parte, se tenían que producir cambios externos en las comunidades científicas que son, en fin de cuentas, las que responden por la elaboración, sistematización y aplicación del saber matemático.

Todos esos cambios se van produciendo sincrónicamente hasta producir el salto cualitativo. Mientras las condiciones objetivas y subjetivas no maduran y propician la *modificación racional de la práctica matemática*[10], las contradicciones, que modulan el desarrollo conllevan situaciones paradójicas y, por supuesto, se justifican las polémicas, lo que no quiere decir que se justifique la discriminación y la intolerancia, como nos parece ocurre en el caso de Souzinha.

Souzinha y las series divergentes: Consideraciones críticas

"Il doit donc y avoir quelque chose de réel et de légitime dans l'emploi et l'usage qu'on fait des suites divergentes, quelqu'on ne puisse pas tout-a-fait justifier leur emploi" [SOUZA, 1882, p. 37].

Souzinha resume sus ideas sobre series divergentes en la segunda de las *Memorias* que presenta a la Academia de Ciencias francesa. Allí está, en la segunda página, la confesión de su pecado:

"Mais si les methodes dont j'ai fait usage dans la Mémoire cité[11], sont tout-à-fait rigoureuses, on ne peut pas en dire de même de toutes celles dont nous allons faire usage ici, puisque je me sers de certains développements en séries, dont la convergence n'est pas démontrée, et dont l'emploi, par consequent, d'après quelques géomètres, n'est pas très legitime. Mais si nous passons par dessus ces difficultés qui n'existaient pas il y a seulement quelques années, et qui n'existent pas même aujourd hui pour plusieurs géomètres, tous ou presque tous faisant usage de suites dont la convergence n'est pas prouvée ou ne peut pas être demontrée [...] on verra que nous avons résolu le fameux problème dont la solution a été inutilment cherchée depuis deux cents années" [SOUZA, 1882, p. 2][12].

Ya desde el comienzo se delata el drama de este osado sureño, que quiere mostrar su valía en la cuna de la intolerancia crítica, pero que tiene la mala suerte de manejar armas prohibidas. Pero Souzinha insiste, procurando una justificación:

"Mais quel sens donner à la série quand ses termes au lieu de s'evanouir pour des valeurs croissantes de n, conservent toujours une grandeur finie ou croissent d'une manière quelconque sans avoir même d'autre espèce de limite que l'infini? Aucun; a moins qu'on n'en fasse pas une nouvelle convention..." [SOUZA, 1882, p. 33].

O sea, entiende que el problema reside en que los convencionalismos de moda frenan las posibilidades heurísticas y, aunque no sabe cómo transformar la situación -de ahí su drama-, insinúa la solución que 30 años después darían Stieltjes, Poincaré y Borel: se debe *hacer una nueva convención.* Esto se concreta, más tarde, al definir de una manera más amplia los conceptos de sumabilidad y representación analítica.

En la siguiente página nos va a mostrar que conoce perfectamente la teoría euleriana y que, para él, lo importante es el carácter representativo de la serie en las operaciones analíticas:

"... nous regarderons la série du second membre, quand elle est divergente, comme une espèce de symbole remplaçant la fonction f(x); et cela n'a pas le moindre inconvénient pourvu qu'à la fin des calculs nous remplacions toutes les sèries ou expressions symboliques, de ce genre qu'on rencontrera par leurs fonctions géneratrices" [SOUZA, 1882, p. 34].

Para un justo análisis crítico de las concepciones de Souzinha consideramos imprescindible partir de dos premisas metodológicas:

1º No se puede juzgar de la misma forma a alguien que, como Souzinha, se formó con tantas limitaciones y pocos estímulos científicos y a los que tuvieron la oportunidad de crecer en una atmosfera propicia y con condiciones revolucionarias para la investigación científica.

2º No era posible que Souzinha, ni ninguno de sus ilustres contemporáneos más actualizados que él en los avances del análisis, consiguiera comprender el alcance de los principios de Euler y los sintetizara dialécticamente con los dictámenes de rigor sin una más amplia y profunda comprensión de la prolongación analítica. Esto se va a conseguir después de los trabajos de Weierstrass, Poincaré, Hadamard y otros, que abren las fuentes de donde se nutre la obra temprana de Borel [SANCHEZ FERNANDEZ, 1994], primera formulación sistemática de una teoría de series divergentes.

La formación de Souzinha era más cercana al estilo del siglo XVIII que al enfoque de los rigoristas aguafiestas[13]. Es más, podemos decir que la formación como ingeniero y como astrónomo recibida en la Academia Militar de Río de Janeiro y en sus estudios autodidactas le obligaba a comprender de manera diferente el sentido de convergencia y su negación. Poincaré fue uno de los primeros en señalar esta característica en sus *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*:

"Il y a entre les géometres et les astronomes une sorte de malentendu au sujet de la signification du mot convergence. Les géomètres, préoccupés de la parfaite rigueur et souvent trop indifférents à la longuer de calculs inextricables dont ils conçoivent la possibilité, sans songer à les entreprendre effectivement, disent qu'un série est convergente quand la somme des termes tend vers une limite determinée, quand même les premiers termes diminueraient très lentement. Les astronomes, au contraire, ont coutume de dire qu'une série converge quand les vingt premiers termes, par exemple, diminuent très rapidement, quand même les termes suivants devraient croître indéfiniment...

Les deux règles sont légitimes: la première dans les recherches théoriques; la seconde dans les applications numériques..."[14].

Borel, en su *Memoria* premiada por la Academia de Ciencias de París, aclara con su estilo didáctico en qué consiste el sentido, aparentemente paradójico, de los resultados correctos que se obtienen con el empleo de series divergentes:

"Le paradoxe disparait si l'on songe à la différence profonde, sur laquelle nous avons insisté plus haut, entre les séries naturelles, auxquelles conduisent des problèmes simples, et les séries fabriquées artificiellement. Ces dernières, lorsqu'elles sont convergentes, ont sans doute une valeur numérique [...]; lorsqu'elles sont divergentes, on n'en peut absolutement rien dire. On conçoit qu il puisse en être tout autrement des séries naturelles"[15].

Poincaré y Borel, con su autoridad indiscutible, nos permiten enjuiciar correctamente el tratamiento que hace Souzinha de las series divergentes:

1º Las series aparecen en Souzinha de forma *natural*, ligadas a la solución de ecuaciones integro-diferenciales.

2º El interés de Souzinha es obtener una representación analítica de la solución que sirva como aproximación en las manipulaciones operativas.

Además, si recordamos un criterio bastante difundo en la época y que encontramos reflejado, por ejemplo, en De Morgan [1844], podemos agregar otro argumento a su favor:

3º Souzinha usa las series divergentes como medio de descubrimiento y no como medio de sistematización teórica.

Esto es explícito desde la introducción de su *Memoria*:

"Je dois encore ajouter qu'après avoir déduit de l'equation (7) plusieurs solutions fondées sur des dévéloppements en séries, je suis venu à bout de la resoudre, en mettant tout-à-fait les suites de côté, ne m'appuyant que sur des intégrales définies, et par conséquent, donnant à la solution toute la rigueur désirable" [SOUZA, 1882, p. 2].

Y para el que no se convence de la legitimidad del uso que hace de las series asintóticas, en la *Addition au Mémoire sur des méthodes générales d'intégration*, aclara:

"on peut toujours mettre de cotés les cas douteux, n'employant que des suites divergentes qui expriment des fonctions générales" [SOUZA, 1882, p. 70].

es decir, empleando series divergentes naturales, como diría Borel.

Ahora, ¿por qué la Academia de Ciencias de París no publicó los trabajos de Souzinha? ¿por resultados incorrectos? ¿por el uso de series divergentes? ¿por ser de América del Sur? ¿por celos de Liouville?

No es fácil dar una respuesta certera a este interrogante. La cuestión es que Souzinha no recibió nunca una respuesta oficial, no obstante insistir innumerables ocasiones ante la Comisión designada para revisar su obra.

La *Mémoire sur les méthodes générales d'intégration* fue presentada al Instituto el 18 de junio de 1855 y enviada a una comisión constituída por los M.M. Bienaymé, Lamé y Liouville como relator. La misma comisión, a la cual se adhirió Cauchy, tenía que revisar también otra memoria con el título *Construcción de algunas fórmulas sumatorias y reducción a sumas finitas de las diferentes series que entran en la 'Memoria'*, así como un opúsculo sobre el sonido, que fueron presentadas el 16 de julio del mismo año[16].

El 9 de junio de 1856, vuelve al Instituto a presentar una *Addition a* su primera *Memoria*, en la que pretende probar que sus resultados son independientes del uso heurístico que hace de las series divergentes para obtenerlos al parecer, convencido de que la demora en obtener el veredicto de la Comisión, se debe a este uso polémico.

Pero toda insistencia es en vano:

"M. Gomes de Souza prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la commission qui a été chargèe de l'examen de ses diverses communications concernant des questions d'analyse mathèmatique. M. de Souza devant prochainement quitter la France et probablement pour n'y plus revenir désire vivement obtenir sur ses travaux un jugement de l'Academie"[17].

Es increíble la persistencia de Souzinha, que desde Río de Janeiro envía un extracto de su primera *Memoria*[18]. Esta vez obtiene la respuesta de que el extracto es muy largo para encontrar lugar en los *Comptes Rendus*. Al parecer, esto agota la paciencia de Souzinha, quien decide no insistir más (quizás esto también le convence, infelizmente, de dejar sus investigaciones científicas y dedicarse a la más reconfortante carrera política en su amada Patria).

La famosa Comisión, si se reunió, no elaboró parecer alguno, o si lo elaboró, su relator -M. Liouville- no se preocupó de redactarlo. De esta forma el Instituto de Francia limitó la posibilidad de que otros contemporáneos leyeran y criticaran la obra del esforzado brasileño. Al menos una sugerencia constructiva habría estimulado a Souzinha a continuar sus investigaciones.

El propio Gomes de Souza, en su autobiografía, expresa su parecer respecto de este episodio:

"Das questões escritas acima, assim com de outras mais gerais, dei grande número de soluções baseadas ou em séries convergentes, ou en métodos inteiramente independentes de séries, deduzindo sempre como casos particulares das minhas fórmulas, as soluções de Liouville. Esta Memória, a menos importante talvez das que tenha escrito, foi apresentada ao Instituto de França, que até hoje não quis dar parecer, sendo Liouville o relator; o que tenho o direito, creio, de atribuir a *la petite jalousie*, tendo o célebre Lamé, um dos comissários a quem eu instigava para que a comissão desse parecer, escrito uma carta que dizia: -*J'ai lu votre mémoire, il pruve que vous êtes un bom analyste; je vous salue comme tel et pense que mes collègues ne seront pas d'un autre opinion*".

Es cierto que en los trabajos de Gomes de Souza hay frecuentes referencias a métodos y resultados de Liouville[19], pero la reconocida madurez matemática de este ilustre científico nos parece suficiente para no dar crédito a la hipótesis de los celos profesionales.

Sin embargo, pensamos que hay razones obvias que dificultaban entonces la toma de decisiones de la comisión dirigida por Liouville:

1º El objetivo pretencioso de Souzinha de dar un método general de solución de ecuaciones integro-diferenciales, las cuales sólo habían sido tratadas en muy pocos casos particulares.

2º La utilización, como herramienta principal, de las aproximaciones y representaciones por series divergentes, aunque sólo fuese como medio de demostración, abre el paso a la duda y a la desconfianza.

3º El hecho de ser Souzinha un desconocido brasileño acrecenta las sospechas de posibles errores en un ámbito social bastante prejuicioso.

Estas tres razones, consideradas en su conjunto, bien podrían haber incidido en las deliberaciones de la comisión. Lo que no se justifica es la *falta de sensibilidad humana* que les indicara la importancia para el joven Souzinha de una respuesta de aliento y estímulo. Liouville, con su madurez profesional y como relator de la Comisión, estaba en magníficas condiciones para cumplir esta misión honrosa, la cual posiblemente hubiera dado a la historia de la matemática brasileña un nombre glorioso en el siglo XIX.

Al finalizar su *Memoria sobre los métodos de integración* Gomes de Souza hace una declaración que denota su amargura y, a la vez, sus esperanzas:

"Mais, si je suis forcé à m'arreter ici et s'il ne m'est pas permis de voir dèroulée devant mes yeux la scène où mon imagination s'était tant de fois jetée, j'aurai du moins le plaisir d'avoir ouvert le chemin pour les autres" [SOUZA, 1882, p. 69].

Casi 30 años pasaron antes de que se publicaran las Memorias no perdidas de Souzinha. Después de ser publicadas, Gomes Teixeira, ex-Rector de la Universidade de Porto (Portugal), introduce un comentario sobre la obra en su *Revista de Ciencias Matemáticas y Astronómicas*, donde, además de señalar la belleza de la *Memoria*, dice que los resultados son también *de muita importância, e revelam no ilustre analista brasileiro uma inteligência elevada.*

En el mismo número en que consta la opinión de Gomes Teixeira, publica un artículo quien sin dudas es un pionero de las investigaciones matemáticas en el Brasil, Otto de Alencar Silva (1875-1912), donde se expresa que la obra de Gomes de Souza le sirvió de inspiración[20].

En 1918, Manoel do Amoroso Costa (1875-1928) publicó un artículo titulado *Sobre um teorema de Cálculo Integral* fundamentado en uno de los resultados de Gomes de Souza. Amoroso Costa concluye su artículo con las palabras siguientes:

"Compreende-se que este corolário do teorema pode fornecer úteis indicações na integração de equações lineares, sem contudo conduzir a um método geral aplicável a tais equações, como pretendía Gomes de Souza. Como quer que seja, o teorema em si é interesante e merecía ser tirado do olvido, o que constitui o objeto desta nota"[21].

La osadía de Souzinha valió. No encontró el respeto y la consideración ansiada, como no lo encontraron en esa misma época Abel y Galois, siendo europeos y en mejores condiciones. Pero abrió el camino para otros como Otto de Alencar y Amoroso Costa.

Es apropiado enmendar un error, ahora que la discriminación y la xenofobia se avivan, en este *feudalismo global* que el Norte impone al Sur marginalizado. Más que antes, merece la pena sacar del olvido a hombres osados de Iberoamérica, como el ilustre Joaquim Gomes de Souza. Así sea.

ANEXO

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES

M.J. GOMEZ DE SOUZA soumet au jugement de l'Académie un travail ayant pour tire: *Mémoires sur la détermination de fonctions inconnues qui rentrent sons le signe d'intégration définie.*

Ce travail, qui se compose de sept fascicules, est renvoyé à l'examen d'nne Commission composée de MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.

TOME QUARANTIÈME
Janvier - Juin 1855

M.J. GOMEZ DE SOUZA soumet au jugement de l'Académie deux nouveaux Mémoires *d'analyse mathématique* et un Mémoire sur la *théorie du son.*

Renvoi à l'examen des Commissaires nommés pour de précédentes communications de l'auteur, MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.)

TOME QUARANTE ET UNIÈME
Juillet - Décembre 1855

M. GOMÉS DE SOUZA commence la lecture d'un Mémoire intitulé: *Addition à un Mémoire sur la détermination des fonctiosn inconnues qui rentrent sous le signe d'intégration définie.*

(Commissaires précédemment nommés: MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.)

ANALYSE MATEMATIQUE. - *Seconde addition au Mémoire sur la détermination des fonctions inconnues qui entrent sous le signe d'intégration définie; par* M. GOMEZ DE SOUZA.

(Commissaires précédemment nommés: MM. Cauchy, Liouville, Lamé, Bienaymé.)

Dans la Letre qui accompagne cet envoi, l'auteur demande l'autorisation de reprendre trois Notes présentées par lui le 16 juillet 1855. Ces Mémoires n'ayant pas été l'objet d'un Rapport, l'auteur est autorisé à les reprendre.

TOME QUARANTE-DEUXIÈME
Janvier - Juin 1856

M. GOMEZ DE SOUZA, professeur à la Faculté de Mathématiques de Rio-Janeiro, soumet au jugement de l'Académie un travail portant pour titre: "Mémoire sur la détermination des fonctions inconnues qui rentrent sous le signe d'intégration définie".

Ce travail très-étendu, et qui est acompagné d'un extrait lui-mème trop long pour trouver place dans le *Compte rendu*, est renvoyé à l'examen de la Commission déjà désignée pour d'autres communications du mème auteur, Commission qui se compose de MM. Liouville, Lamé et Bienaymé.

TOME QUARANTE-QUATRIEME
Janvier - Juin 1857

NOTAS

1 BARBOSA, E. (1984) *A casa-grande de São Domingos*. Terezina, Editora da FUFPI, pp. 25-27.

2 Más detalles sobre el desarrollo de la matemática superior en Brasil pueden encontrarse, por ejemplo, en CASTRO [1955] y en SILVA [1992].

3 En el prefacio de los *Mélanges de Calcul Intégral* [SOUZA, 1882], Charles Henry, bibliotecario de la Sorbonne, hace un detallado relato sobre la cronología de la presentación de estos trabajos. En la última sección de este artículo volveremos sobre este tema. Véase también el anexo.

4 *Comptes Rendus, XLIV*, p. 477 (véase anexo).

5 HOBSBAWN, E. (1962) *The age of revolution 1789-1848*. New York/Toronto, Mentor Book, p. 345.

6 En la reciente monografía de RAMIS [1993, p. 15] se puede encontrar una valoración actualizada del llamado *fenómeno de Stokes*. Es importante señalar que fue precisamente fue Stokes quien presentó a la *Royal Society* de Londres las *Memorias* de Souzinha: en el Prefacio a los *Mélanges de Calcul Intégral* [SOUZA, 1882, p. v], Charles Henry plantea "Le professeur Stokes présentait de sa part à la Société Royale de Londres, dans la séance du 12 de juin 1856, une courte note [...] C'est le résumé rapide d'un mémoire que avait été soumis le 18 de juin 1855 à la Académie des Sciences de Paris..." Los autores no consiguieron este documento de la *Royal Society*.

7 Más detalles se pueden encontrar en el clásico artículo de BURKHARDT [1911].

8 Por ejemplo, en sus investigaciones sobre difracción de la luz, véase *Comptes Rendus, 15 (1842)*, 554-556, 573-578 = *Oeuvres* (1) 7, 149-157.

9 LIOUVILLE (1837) *Journal de Math, 2*, 16-35. Este artículo es interesante, además, porque en él Liouville hace una aplicación algo diferente, que se asemeja al tratamiento que unos años más tarde va a realizar Souzinha, a una ecuación integro-diferencial. Liouville fue el relator de la comisión encargada de revisar los trabajos de Souzinha. En éstos encontramos, en repetidas ocasiones, crítica a la falta de generalidad de los resultados de Liouville y ésta es una de las hipótesis sobre porqué la Comisión no decidió su publicación. En el próximo parágrafo se trata con más detalle este asunto.

10 Véase KITCHER, Ph. (1984) *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford University Press, donde se define qué sentido riguroso darle a esta terminología. Para el lector que entiende ruso, recomendamos la monografía de BARABACHEV, A.G. (1983) *Dialéctica del desarrollo del conocimiento matemático*, Universidad de Moscú, que se acerca mejor a las concepciones de los autores.

11 Souzinha se refiere a la primera *Memoria* presentada al Instituto de Francia y que nunca fue publicada.

12 Llamamos la atención del lector sobre la fecha de publicación, casi 30 años posterior a la concepción de la idea.

13 Así son llamados por Heaviside en el segundo volumen de su *Electromagnetic Theory* (1899), según KLINE [1994, p. 1448].

14 POINCARE, H. (1893) *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, vol. 2, cap. 8.

15 BOREL, E. (1899) *Mémoire sur les séries divergentes*, p. 51.

16 Para más comodidad del lector hemos adjuntado en anexo las referencias en los *Comptes Rendus* que testimonian la presentación de estos trabajos.

17 *Comptes Rendus, XLIII*, p. 168.

18 *Comptes Rendus, XLIV*, p. 477.

19 Véase, por ejemplo, SOUZA [1882, pp. 75, 84, 219].

20 SILVA, C.P. (1992) "Otto de Alencar Silva: Um pioneiro da pesquisa matemática no Brasil". *Rev. SBHC, 7*, 31-40.

21 COSTA, M. DO A. (1918) "Sobre un teorema de Cálculo Integral". *Revista da Soc. Brasileira de Ciências*.

BIBLIOGRAFIA

I. Obras de Gomes de Souza:

SOUZA, J.G. (1848) *Dissertação sobre o modo de indagar novos astros sem auxílio das observações diretas.* Río de Janeiro, Typographia de Teixeira & Cia, ii + 53 pp. (Tesis de Doctorado).

---------- (1850) "Resolução das equações numéricas". *Revista Guanabara* (Río de Janeiro), I, 183-190, 229.

---------- (1851) "Primeira memória sobre Métodos Gerais de Integração". *Revista Guanabara* (Río de Janeiro), II, 15-24, 61-64, 93-95, 251-256, 339-359.

---------- (1859) *Anthologie Universelle: choix des meilleures poesies lyriques de diverses nations dans les langues originales.* Leipzig, F.A. Brockhaus.

---------- (1882) *Mélanges de Calcul Intégral.* Leipzig, F.A. Borcklaus, viii + 28 pp. (publicado postmorten).

II. Obras sobre Gomes de Souza:

BASSECHES, B. (1955) *Achegas para uma bio-bibliografia de Joaquim Gomes de Souza.* Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática, 2, 18-25.

BLAKE, A.V.A.S. (1889) *Dicionário Bibliográfico Brasileiro.* Río de Janeiro, Imprensa Nacional, vol. 4.

CASTRO, F.M.O. (1955) "A matemática no Brasil". En: *As ciências no Brasil* - Melhoramentos, Río de Janeiro.

CORRÊA, L. (1984) *Souzinha.* Belo Horizonte, Littera Maciel.

FREIRE, L. (1931) "Joaquim Gomes de Souza. Sua vida e sua obra". *Revista Brasileira de Matemática, 3(1),* 1-8.

LEAL, A.H. (1987) *Pantheon maranhense: ensaios biográficos dos maranhenses ilustres já falecidos.* "Documentos maranhenses". 2 ed., Río de Janeiro, vol. 2.

LOPES, J.L. (1989) "Joaquim Gomes de Souza". *Ciência e Sociedade,* 5. Río de Janeiro, Centro Brasiliro de Pesquisas Físicas.

PORTELA, J.B. (1975) *Gomes de Souza e sua obra.* São Luís, Anunciação.

SHARTZMAN, S. (1979) *A formação da comuidade científica no Brasil.* São Paulo, Editora Nacional.

SILVA, C.P. (1992) *A matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimiento.* Curitiba, Editora da Universidade Federal do Paraná.

SOUZA, C.M. de (1996) *Joaquim Gomes de Souza: discursos parlamentares de um matemático do Império.* São Luís, Editora da Universidade Federal do Maranhão.

III. Obras sobre uso de series divergentes

BOREL, E. (1928) *Leçons sur les séries divergentes.* 2 ed., París, Gauthier-Villars, Reimpresión por Editions Jacques Gabay, 1988.

BURKHARDT, H. (1911) "Uber den Gebranuch divergentes Reihen in der Zeit von 1750-1860". *Math. Annalen, 70,* 169-206.

CAUCHY, A. (1843) "Sur l'emploi légitime des séries divergentes". *Comp. Rend., 17,* 370-376, *Oeuvres* (1), 8, 18-25.

DE MORGAN, A. (1836) *Differential and Integral Calculus.* London, publ. 1842.

DE MORGAN, A. (1844) *Transactions Cambr. Phil. Soc., 8,* part. II, 182-203, publ. 1849.

GREEN, G. (1837) *Trans. Cambridge Phil. Soc., 6,* 457-462. *Math. Papers,* 225-230.

HARDY, G.H. (1949) *Divergent series.* Oxford, Clarendon Press.

KLINE, M. (1994) *El pensamiento matmático de la antigüedad a nuestros días.* Madrid, Alianza Editorial, vol. 3, cap. 47, "La Teoría de Series Divergentes".

MALGRANGE, B. (1995) "Sommation des séries divergentes". *Expo. Math. T13, nº 2-3,* 165-223.

PEACOKS, G. (1933) Report on the recent progress and present state of certain branches of analysis. *Brit. Assoc. Reports, 3,* 188-282.

RAMIS, J.P. (1993) *Séries Divergentes et Théories Asymptotiques.* París, Societé Mathématique de France/Institut Henri Poincaré.

REIFF, R. (1889) "Geschichte der unendlichen Reihen". H. Lanppsche Buchhandlung. Martin Sandiz (reprint) 1969.

SANCHEZ FERNANDEZ, C. (1994) 'Revalorización de la obra temprana de Emile Borel sobre sumación de series divergentes". *LLULL, 17,* 437-467.

STOKES, G. (1857) "On the Numerical Calculation of a Class of Definite Integrals and Infinite Series". *Trans. Cambridge Phil. Soc., 9,* 166-187. *Math. and Phys. Papers, 2,* 329-357.