

Estimación del tiempo de vida útil de pan de molde con incorporación de harina de quinua (*Chenopodium quinoa* Willd) y suero, usando la distribución de Weibull

Shelf life estimation of bread mold with the incorporation of flour Quinoa (*Chenopodium quinoa* Willd) and serum, using the Weibull distribution.

¹Carlos Elías P. , ²Walter Salas V., ³Felipe de Mendiburu D. · ⁴Wiler de la Cruz Q.

Resumen

En el presente trabajo de investigación, se utilizó la distribución de Weibull para determinar el tiempo de vida en anaquel del pan de molde cuya harina de trigo fue sustituida parcialmente con harina de quinua pre-cocida y suero de leche, encontrándose una vida en anaquel media igual a 11.7 días. El método Gacula y Kubala (1975) aplicado para la Distribución de Weibull arrojó un parámetro de escala (α) igual a 12.256 y un parámetro de forma (β) de 10.870, así como un coeficiente de determinación (R^2) de 0.854. Para una significancia de 95% se calculó el intervalo de confianza para la inferencia del valor medio dando como resultado $11.68 \leq 11.70 \leq 11.72$; es decir, se tiene un 95% de probabilidad de que el tiempo de vida útil se encuentre entre 11.68 y 11.72. La bondad de ajuste fue evaluada por el test de Kolmogorog-Smirnov cuyos resultados fueron negativos, pero el método de Anderson-Darling determinó que la distribución se ajustó mejor a la de Weibull respecto a las distribuciones Lognormal, Exponencial y Normal.

Palabras clave: Weibull, pan de molde, vida en anaquel y quinua.

Abstract

In present research work, the Weibull distribution was used to determine shelf life of sliced bread which wheat flour was partially replaced with quinoa pre-cooked flour and milk whey. It was found a mean shelf life equal to 11.7 days. The Gacula and Kubala (1975) method applied to the Weibull distribution showed a scale parameter (α) equal to 12,256 and a shape parameter (β) of 10,870 and a coefficient determination (R^2) of 0.854. For a 95% significance, the confidence interval for the inference of the mean value was estimated: $11.68 \leq 11.70 \leq 11.72$, i.e. there is a 95% chance that shelf life is between 11.68 and 11.72. The goodness of fit was assessed by the Kolmogorog-Smirnov and showed negative result, but the Anderson-Darling method determined that the distribution fitted better using Weibull distributions rather than Lognormal, Exponential and Normal.

Key words: Weibull, bread mold, shelf life and quinoa.

1. Introducción

La vida en anaquel es determinada para cada alimento en particular (Kennt *et al.*, 1997) y el hecho de incorporar nuevos ingredientes en el diseño de nuevos productos, puede traer consigo variación de la vida de anaquel del alimento. El alimento es intrínsecamente perecedero y, en función de sus características físicas y químicas, de sus propiedades y las condiciones de almacenamiento, llegará un momento en que cualquiera de sus cualidades de calidad no serán aceptables o se convertirá en perjudicial para el consumidor (Kilcast and Subramaniam, 2001).

Una metodología que se está aplicando a estudios de vida en anaquel o vida útil de alimentos, es el análisis

de supervivencia. Esta técnica comprende un conjunto de procedimientos estadísticos para analizar datos que incluyen el tiempo que media entre dos sucesos como variable respuesta. Se caracteriza por la presencia de información proporcionada por consumidores y porque la distribución normal no es aplicable en la mayoría de los casos, sino más bien la variable tiempo a menudo tiene una distribución asimétrica (Gómez, 2002). El tiempo de rechazo de cada individuo está sujeto a variaciones aleatorias y, por lo tanto "t" es una variable aleatoria continua, no negativa, cuya función de probabilidad puede especificarse de varias maneras. El modelo para la distribución "t" queda caracterizado por la función

¹Facultad de Industrias Alimentarias, Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, Perú. Email: celiasp@lamolina.edu.pe

²Facultad de Industrias Alimentarias, Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, Perú. Email: wfsalas@hotmail.com

³Facultad de Economía y Planificación, Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, Perú. Email: fmendiburu@lamolina.edu.pe

⁴Magister Scientiae en Tecnología de Alimentos. Ingeniero en Industrias Alimentarias, Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, Perú. Email: whdelacruz@gmail.com

de supervivencia $S(t)$ que puede ser definida como la probabilidad de que un consumidor acepte el producto más allá del tiempo t y su complemento, la función de fallo $F(t) = 1 - S(t)$. En estudios de vida útil es más adecuada la interpretación de la función de fallo $F(t)$ que puede ser definida como la probabilidad de que un consumidor rechace un producto antes del tiempo t (Garitta *et al.*, 2003).

En el análisis de supervivencia, el análisis de los datos se puede realizar utilizando técnicas paramétricas y no paramétricas. El uso de modelos paramétricos proporciona estimaciones más precisas de la función de supervivencia que los estimadores no paramétricos (Gómez, 2001). Entre las funciones de distribución más utilizadas está la de Weibull. Generalmente se utiliza el percentil 50 como el término de la vida útil, y corresponde al tiempo en el cual el 50% de los consumidores rechaza el producto (Cardelli y Labuza 2001, citado por Hough *et al.*, 2003). Prabhakar *et al.* (2004), menciona que la literatura sobre los modelos de Weibull es amplia, desarticulada y dispersa a través de muchas y diferentes revistas. Klein and Moschenberger (1997), reporta una fórmula para asegurar el ajuste de una distribución de Weibull y estimar sus parámetros:

$$\ln H(t) = -\beta \ln \alpha + \beta \ln t$$

Este método de estimación es llamado "Rectificación Lineal" en ingeniería mecánica (Tobias y Trinidad, 1995; citado por NIST, 2006), ecuación que los científicos alimentarios normalmente la reorganizan estimando el tiempo, bajo la forma de:

$$\ln t = \ln \alpha + (1/\beta) \ln H(t)$$

y que Larsen (2006) llama, método Gacula y que en presente artículo se llamará igual.

Larsen (2006), en base a los trabajos de Klein y Moeshcemberger (1997); así como, de Gacula y Singh (1984), presenta la deducción de la ecuación anterior:

Función de supervivencia o de confiabilidad de

$$S(t) = 1 - F(t) \dots \dots \dots (1)$$

$$S(t) = e^{-H(t)} \dots \dots \dots (2)$$

Función de distribución acumulativa o función de fallo:

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta} \dots \dots \dots (3)$$

Donde:

α = parámetro de escala.

β = parámetro de forma.

Reemplazando (3) en (1) y el resultado igualándolo a (2):

$$(t/\alpha)^\beta = H(t) \dots \dots \dots (4)$$

Sacando logaritmo natural y ordenando:

$$\ln H(t) = -\beta \ln \alpha + \beta \ln t \dots \dots \dots (5)$$

Despejando el tiempo y reorganizando:

$$\ln t = \ln \alpha + (1/\beta) \ln H(t) \dots \dots \dots (6)$$

Otras funciones importantes también son definidas:

Función de densidad probabilística fdp:

$$f(t) = (\beta/\alpha^\beta) t^{\beta-1} e^{-(t/\alpha)^\beta} \text{ ó} \dots \dots \dots (7)$$

$$f(t) = (\beta/\alpha) (t/\alpha)^{\beta-1} e^{-(t/\alpha)^\beta} \dots \dots \dots (8)$$

Función riesgo, coeficiente de riesgo o índice instantáneo al fracaso.

$$h(t) = f(t)/S(t) \dots \dots \dots (9)$$

Mide la probabilidad de que un producto que ha sobrevivido hasta un tiempo "t", fracase posteriormente.

Función acumulativa de riesgo:

$$H(t) = \int_0^x h(t) dt \dots \dots \dots (10)$$

El pth percentil es:

$$F^{+1}(p) = e^{\ln \alpha [-\ln 1-p]} (1/\beta) \dots \dots \dots (11)$$

Ocampo (2003), menciona que a partir de los parámetros encontrados en la función anterior, se puede establecer el valor esperado $E(t)$ y la Varianza σ^2 :

$$E(t) = \alpha r [1 + (1/\beta)] \dots \dots \dots (12)$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 [r(1 + (2/\beta)) - r^2(1 + 1/\beta)] \dots \dots \dots (13)$$

Donde r es la función gamma definida por:

$$r(t) = \int_0^\infty t^{(p-1)} e^{-t} dt \dots \dots \dots (14)$$

para $t > 0 \dots \dots \dots$ (14)

Gacula y Kubala (1975), propusieron un método por medio del cual se puede hallar los parámetros α y β de la función Weibull:

1. Para cada valor observado se toma el tiempo, marcando aquellos valores para los cuales el producto falla.
2. Se anota el orden del suceso en el que se suministra el tiempo, tanto para las muestras que fallan, como para las que no fallan.

3. Este proceso genera una serie de observaciones ordenadas, luego se invierte el orden del suceso y se obtiene el rango inverso, denominado como K.

4. Los valores de riesgo $h(t)$ para las muestras que fallan se calculan por la siguiente expresión:

$$h(t) = (100/k) \dots \dots \dots (13)$$

5. Para cada tiempo de fallo se calcula el riesgo acumulado $H(t)$ sumando al riesgo actual el valor precedente.

6. Con estos datos y teniendo en cuenta que la función (6) se puede hallar los parámetros de la función de la distribución de Weibull.

El objetivo del presente trabajo fue determinar la vida en anaquel del pan de molde con incorporación de harina de quinua precocida y suero de leche por el método probabilístico de Weibull.

2. Materiales y métodos

Pan de molde

El pan de molde fue elaborado mediante la siguiente formulación (% en peso): Harina de trigo 44.1, harina de quinua pre-cocida 7.4, suero dulce de leche 1.9, sal 1.1%, azúcar rubia 5.4, levadura instantánea 1.6, manteca vegetal 6.4, agua 32.1.

Una vez producidos, los panes fueron enfriados por 2 horas, cortados en espesores de 14 mm y empaquetados en bolsas de polietileno. Los panes fueron almacenados en un ambiente de temperatura controlada a 20°C por 3, 7, 11, 12 y 13 días. Después que alcanzaron el tiempo de almacenaje deseado, fueron almacenados a temperaturas de -18 °C; proveyendo así, muestras con diferentes tiempos de almacenamiento de un solo lote (Gacula y Kubala, 1975). Las muestras fueron descongeladas a 20 °C por 6 hrs., para su evaluación.

Los consumidores

El envejecimiento en los productos de panificación ha sido definido como la disminución de la aceptación del consumidor causada por cambios sensoriales en la miga del pan no originadas por la acción microbiana (Bechtel, 1953). Es así que la evaluación sensorial es considerada la clave para la estimación del tiempo de vida útil.

La gente que consume pan de molde por lo menos una vez a la semana fue reclutada para el presente estudio. Las edades de los consumidores que evaluaron el pan estuvieron en el rango de 18 a 50 años. Los consumidores recibieron las seis muestras correspondientes a los 6 tiempos de almacenaje. Los consumidores tuvieron que decidir sobre la aceptación o rechazo de cada una de las muestras contestando a la siguiente pregunta: "¿Ud. normalmente consumiría este producto?", mediante respuestas positivas, con un "sí"; o negativas, con un "no". Se les explicó a los consumidores que la pregunta se refiere a que si ellos consumirían el pan, ya sea si lo comprarán o les fuera servido (Giménez *et al.* 2007).

Identificación preliminar de la distribución de ajuste

Se determinó gráficamente y mediante el análisis del mejor índice de Anderson Darling. Para la identificación de la distribución de mejor ajuste se obtuvo, en el programa de minitab, el índice de Anderson Darling de cuatro distribuciones: Weibull, Lognormal, Exponencial y Loglogística

Determinación de los parámetros de la distribución Weibull

Para la determinación de los parámetros α y β de la función de Weibull se utilizó la función linealizada de la distribución acumulativa de Weibull:

$$\ln t = \ln \alpha + (1/\beta) \ln H(t)$$

Siguiendo las recomendaciones de Gacula y Kubala (1975) con pequeñas modificaciones que consistieron en el asignar valores de "0" para la aceptación de los consumidores y "1" para el rechazo.

Para estimar la vida en anaquel del pan de molde, los tiempos de rechazo fueron ajustados a una distribución de Weibull y se definió la variable aleatoria "t" como el tiempo de almacenaje al cual el consumidor rechaza la muestra. La función de distribución acumulativa o función de fallos $F(t)$ fue definida como la probabilidad de que el consumidor rechace el producto antes del tiempo t, tal que $F(t) = P(T \leq t)$.

Determinación del valor esperado

Se determinó el valor esperado mediante la ecuación (12)

Intervalo de confianza

Gutierrez y De La Vara (2008), reportan la siguiente fórmula para determinar el intervalo de confianza en regresión simple:

$$E(Y/X_0) = \hat{Y}_0 \pm t_{(\alpha/2, n-2)} \sqrt{CM_e \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{S_{xx}} \right]}$$

Donde:

$\hat{Y}_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_0$ y representa el estimador puntual de la recta de regresión, $t_{[(\alpha/2, n-2)]}$ es el valor obtenido por la distribución T de Student y " α " corresponde al complemento porcentual del nivel de confianza y " $(n-2)$ " corresponde a los grados de libertad.

CM_e corresponde al cuadrado medio y es el estimador de la varianza.

n corresponde al número de observaciones.

\bar{X} corresponde a la media.

El intervalo de confianza ofrece un intervalo de valores razonables dentro del cual se pretende que esté el parámetro de interés en este caso la media poblacional, con un cierto grado de confianza, generalmente el 95%.

Bondad de ajuste

El test de Kolmogorov-Smirnov (K-S) es recomendado para determinar la bondad de ajuste (Gacula y Singh, 1984) y se realizó esta prueba a un nivel de confianza del 95% (Gacula y Singh, 1984). Al respecto, NIST (2006) menciona que una característica atractiva de esta prueba es que no depende de la función de distribución acumulada que se está probando. Se realizó una prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

Funciones características de la Distribución de Weibull

Una vez determinados los parámetros α y β mediante la linearización de la Función de Distribución Acumulativa se pudo hallar las funciones características de la distribución de Weibull:

1. Función de Distribución Acumulativa ó Función de Fallo

La Función de Distribución Acumulativa ó Función de Fallo fue hallada mediante la ecuación (3).

2. Función de Supervivencia o de Confiabilidad

La Función de Confiabilidad fue hallada considerando las funciones (2) y (4) de las cuales se obtuvo la función:

$$S(t) = e^{-t/\alpha}^\beta$$

3. Función de Densidad de Probabilidad

La Función de Densidad de Probabilidad fue hallada mediante la ecuación (8)

4. Función Riesgo, Coeficiente de Riesgo o Índice Instantáneo al Fracaso

La Función Riesgo, Coeficiente de Riesgo o Índice Instantáneo al Fracaso fue hallada por la ecuación (9).

3. Resultados y discusión

Rechazo de los consumidores en función del tiempo

En las Tablas 1 y 2 se puede observar que el rechazo de los consumidores se incrementa conforme se incrementa el tiempo de almacenamiento del pan, haciendo un total de 131 rechazos. El hecho de calificar con "0" la aceptación de los consumidores y con "1" el rechazo permitió que se pueda sumar fácilmente el número de rechazos por día.

En forma gráfica se puede apreciar en la Figura 1 que los datos se ajustan mejor a una distribución Weibull debido a su mejor coeficiente de correlación, afirmación que es posteriormente fortalecida mediante el estadístico Anderson-Darling ajustado para las cuatro distribuciones evaluadas como se puede ver en la Fig. 2, cuyo menor valor corresponde a la distribución Weibull. Al respecto Juan (2010), menciona que el estadístico Anderson-Darling ajustado es un reflejo de cuán lejos se encuentran los puntos respecto de la recta. Por tanto, cuanto menor sea el valor de dicho estadístico, tanto mejor será la bondad del ajuste. De los valores de dicho estadístico, se desprende nuevamente que la Weibull (AD = 5.66) y la Loglogística (AD = 7.51) proporcionan un mejor ajuste a las observaciones.

Tabla 1.- Rechazo de los consumidores en función del tiempo de almacenamiento

Consumidor	días					Consumidor	días					Consumidor	días							
	T0	T1	T2	T3	T4		T5	T0	T1	T2	T3		T4	T5	T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	0	0	0	0	1	0	18	0	0	1	1	1	1	35	0	0	0	1	0	1
2	0	0	0	1	1	1	19	0	0	0	1	1	1	36	0	0	1	0	1	1
3	0	0	0	1	1	1	20	0	0	0	0	1	1	37	0	0	0	1	1	0
4	0	0	0	1	1	1	21	0	1	0	0	1	1	38	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	1	1	22	0	0	0	1	1	1	39	0	0	0	1	1	1
6	0	0	0	1	0	1	23	0	0	0	1	1	1	40	0	0	0	1	1	1
7	0	0	0	1	1	1	24	0	0	0	0	0	1	41	0	0	1	1	1	1
8	0	0	0	1	0	1	25	0	0	0	0	1	1	42	0	0	1	1	1	0
9	0	0	0	1	1	1	26	0	0	0	0	1	1	43	0	0	0	0	1	0
10	0	0	0	0	1	1	27	0	0	1	1	0	1	44	0	0	0	1	1	1
11	0	1	1	1	1	1	28	0	0	0	1	1	0	45	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	1	1	0	29	0	0	1	1	1	1	46	0	0	0	1	1	1
13	0	0	0	0	0	1	30	0	1	0	1	1	1	47	0	1	0	1	1	0
14	0	0	0	0	1	1	31	0	0	0	1	1	1	48	0	0	0	1	0	1
15	0	0	1	1	1	1	32	0	0	1	1	1	1	49	0	0	0	0	1	0
16	0	0	1	0	1	1	33	0	0	1	0	0	1	50	0	0	1	1	0	1
Rechazos	17	0	0	0	1	1	34	0	0	0	1	1	1							
Sub-total	0	1	3	11	14	15	0	2	5	11	14	16		0	1	4	12	11	11	

Determinación de los parámetros de la distribución Weibull

Como se puede observar en la Fig. 3, la función linearizada de la distribución acumulativa de Weibull fue:

$$\ln t = 2.506 + 0.092 \ln(t)$$

siendo la intersección "a" igual a 2.506 y la pendiente "b" igual a 0.092 a partir de los cuales se obtuvieron los parámetros α y β :

a	e ^a	b	1/b
Ln α	α	1/ β	β
2,506	12,256	0,092	10,870

Determinación del tiempo de vida

$$E(t) = 12.256 r(1+1/10.87)$$

$$E(t) = 12.256 r(1.092)$$

$$E(t) = (12.256)(0.954625)$$

$$E(t) = 11.7 \text{ días}$$

La vida en anaquel media fue igual a 11.7 días. Al respecto, Hough *et al.* (2003) afirmaron que los productos alimenticios no tienen una vida en anaquel sensorial por ellos mismos; esta depende de la interacción del alimento con el consumidor. Giménez *et al.* (2007) reportaron en su trabajo de investigación que el porcentaje de rechazo del pan de molde por los consumidores fue de 50.3% a los 13 días de vida en anaquel para los consumidores españoles y, de 42% para los consumidores uruguayos. Los autores sugirieron que la formulación debe ser considerada para establecer el tiempo de vida. Dentro de este marco, nuestros resultados están cercanos a los reportados por la literatura citada y que las diferencias en el tiempo de vida encontradas se debería a la formulación empleada y a las diferentes respuestas de los diferentes consumidores en su interacción sensorial con el pan.

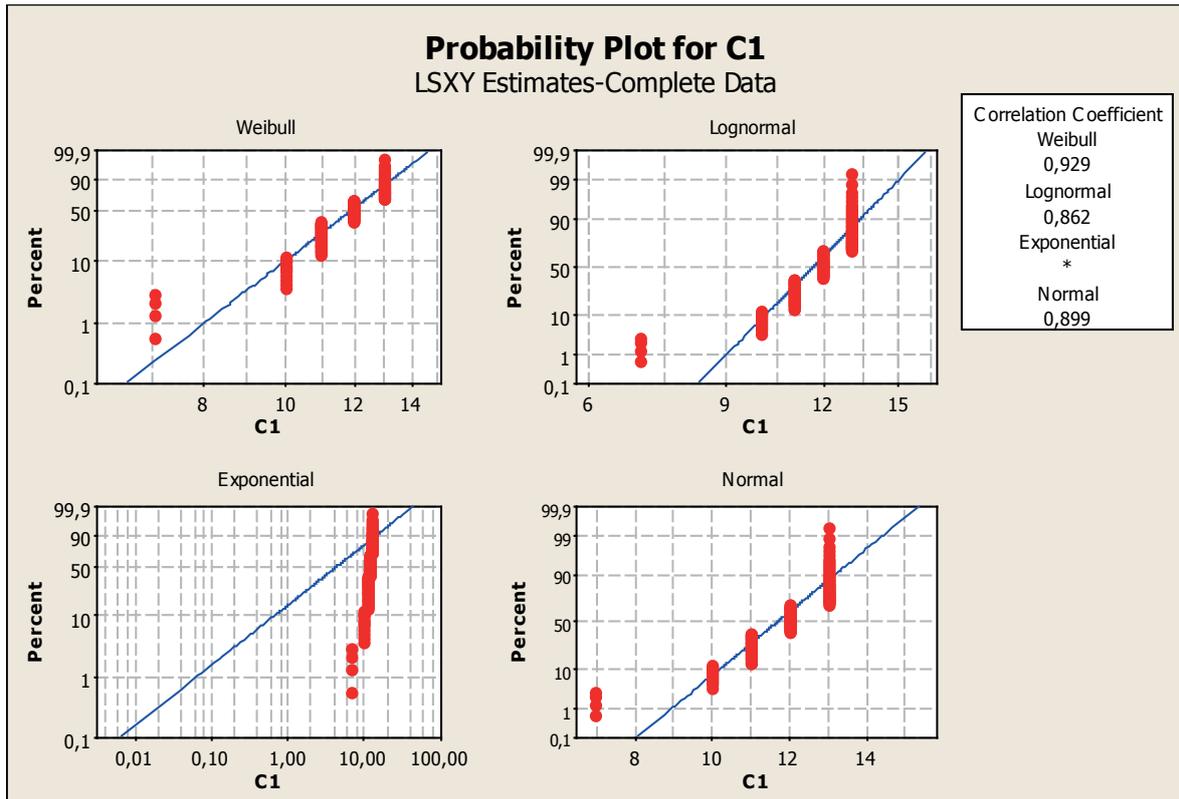


Figura 1. Aproximación gráfica del mejor ajuste entre las cuatro distribuciones evaluadas

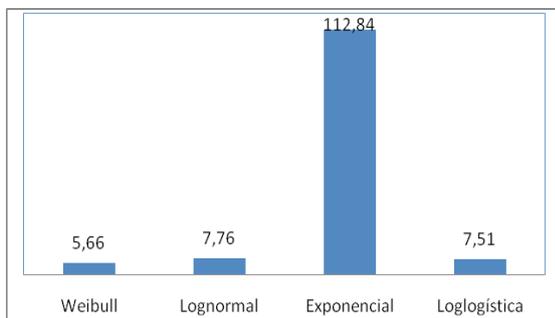


Figura 2. Determinación preliminar del mejor ajuste por MINITAB para las cuatro distribuciones evaluadas.

Intervalo de confianza

Para una significancia del 95% se calcula el intervalo de confianza para la inferencia del valor medio dando como resultado que: $11.68 \leq 11.70 \leq 11.72$; es decir, se tiene un 95% de probabilidad de que el tiempo de vida útil se encuentre entre 11.68 y 11.72 o $P(11.68 \leq 11.70 \leq 11.72) = 0.95$.

Lo anterior significa que pasados 11.70 días de almacenamiento a 20 °C, el pan empacado en bolsas de polietileno

La mayor diferencia absoluta encontrada entre la frecuencia observada y la esperada fue de 0.167470 y la del dato tabular de Kolmogorog-Smirnof fue de 0.118824 con un alfa de 5%. Debido a que la diferencia mayor encontrada es mayor que el dato tabular se deduce que la distribución no se ajusta a la de Weibull. Estos resultados se interpretan como que si bien es cierto que los datos observados no se ajustan estrechamente a la Distribución de Weibull, pero esta distribución es la que mejor se ajusta respecto a las distribuciones Lognormal, Exponencial y Normal, esto último en base al estadístico Anderson-Darling de la determinación preliminar del mejor ajuste.

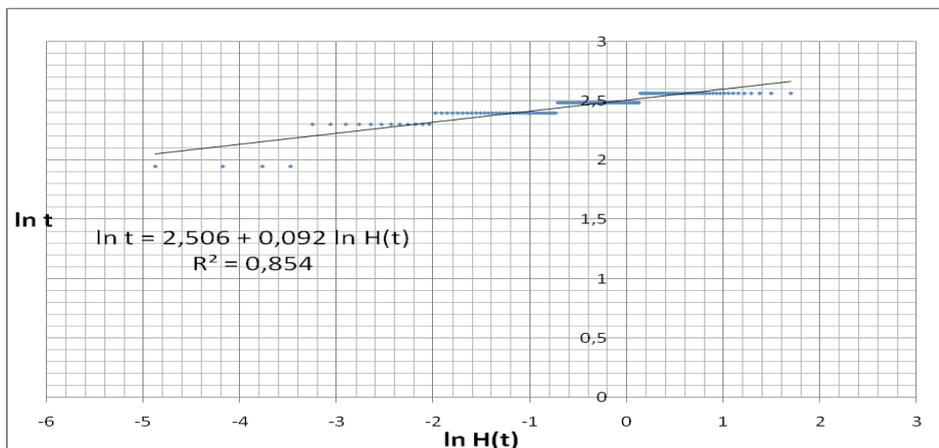


Figura 3. Función linealizada de WEIBULL

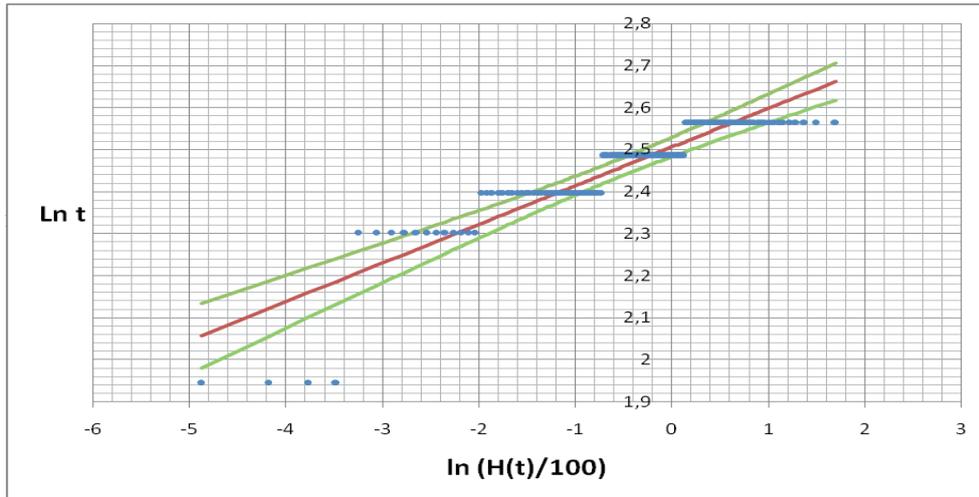


Figura 4. Curvas del intervalo de confianza para la función linealizada de WEIBULL. Bondad de ajuste

Funciones características de la Distribución de Weibull

En las Figs. de la 5 a la 8 se puede observar las formas típicas de la distribución de Weibull en las funciones correspondientes semejantes a las que reporta NIST(2006) y Tamborero (2010). En la Figura 5 se puede observar que a medida que pasa el tiempo la probabilidad de rechazo se incrementa y a un 0.5 (que corresponde al 50%) corresponde a un tiempo aproximado a 11.7 días.

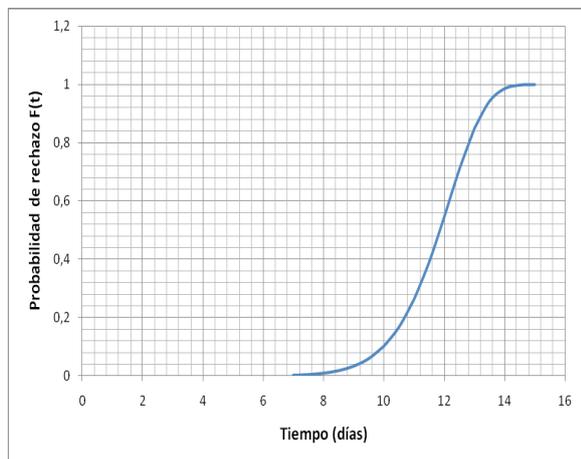


Figura 5. Función de Distribución Acumulativa ó Función de Fallo

En la Figura 6 se puede observar que a medida que pasan los días la confiabilidad disminuye, lo que es lógico. Al respecto Gray & Bemiller (2003) afirman que la dureza del pan es un término general que describe la pérdida de calidad dependiendo del tiempo, y, esta curva es semejante a la que presenta NIST(2006) y Tamborero (2010).

En la Figura 7 se puede observar que la función de densidad de probabilidades tiene un sesgo hacia la

derecha. Al respecto Tamborero J. (2010) muestra gráficos que cuando los valores del parámetro de forma van incrementándose, la forma de la curva es sesgada a la derecha.

En la Fig. 8 se puede observar la función de riesgo con pendiente positiva. Al respecto NIST(2006) y Tamborero J. (2010) presenta gráficos que cuando los valores del parámetro de forma van incrementándose, la función tiene pendiente positiva y el parámetro

de forma β es mayor a uno. Obsérvese que a medida que pasa el tiempo se incrementa la velocidad de fallos.

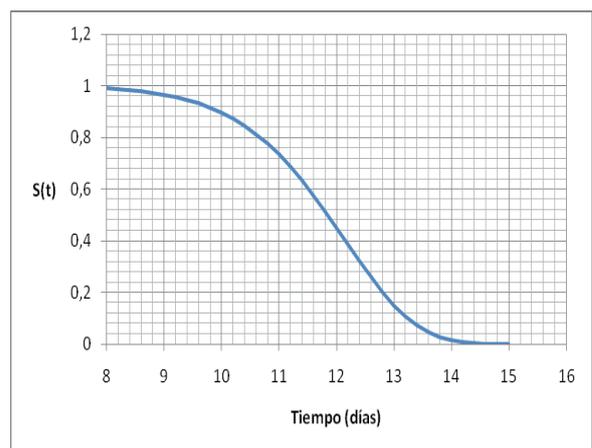


Figura 6. Función de Supervivencia o de Confiabilidad

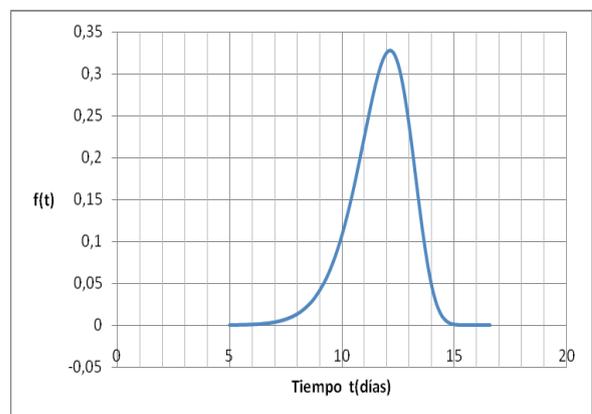


Figura 7. Función de Densidad de Probabilidad (pdf)

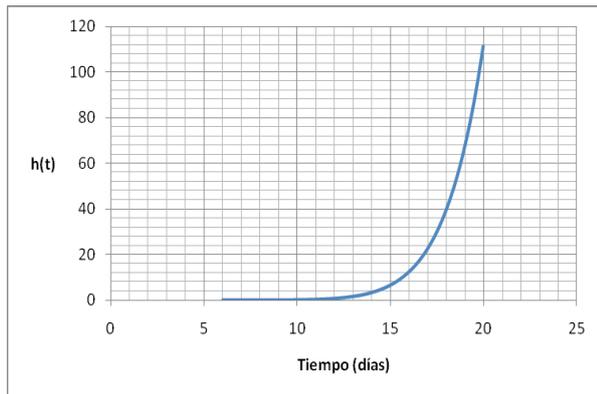


Figura 8. Función Riesgo, Coeficiente de Riesgo o Índice Instantáneo al Fracaso

4. Conclusiones

Mediante el Método de Weibull se determinó que la vida en anaquel media del pan de molde fue igual a 11.7 días a 20 °C y empacado en bolsas de polietileno.

Se tiene un 95% de probabilidad de que el tiempo de vida útil se encuentre entre 11.68 y 11.72 o $P(11.68 \leq 11.70 \leq 11.72) = 0.95$.

El estadístico Anderson-Darling permitió determinar que la distribución se ajusta mejor a la de Weibull respecto a las distribuciones Lognormal, Exponencial y Normal.

5. Literatura citada

Bechtel, W. 1953. The effect of the crust on the staling of bread. Oxford: Ed. Blackwell.

Gacula, M. C. and Singh, J. 1984. Statistical models for shelf life failures. New York. Academic Press Inc.

Gacula, M. C. y Kubala, J. J. 1975. Statistical Models for Shelf Life Failures. J. Food Sci. USA, 40:404-409.

Garitta L., Gómez G., Hough G, Langhor K. y Serrat C. 2003. Estadística de Supervivencia Aplicada a la Vida Útil Sensorial de Alimentos. Taller Tutorial de Introducción y Cálculo de Análisis de Supervivencia utilizando S-Plus. ISETA. Argentina.

Giménez, A., Varela P., Salvador, A., Ares G., Fiszman, S. and Garitta L. 2007. Shelf life estimation of brown pan bread: A consumer approach. Science Direct Food Quality and Preference 18: 196–204.

Gómez, G. 2001. Análisis de Supervivencia. Universidad Politécnica de Barcelona.

Gómez, G., 2002. Breve viaje al mundo de la supervivencia y su posible uso en la vida útil de alimentos. U. Politécnica de Catalunya. Barcelona, España.

Gray, J. A. and Bemiller, J. N. 2003. Bread Staling: Molecular Basis and Control. Food Science and Food Safety.

Hough, G., Langohr, K., Gómez, G. and Curia, A. 2003. Survival analysis applied to sensory shelf life of foods. Journal of Food Science, 68, 359–362.

Juan, A. Ajuste de datos por una distribución teórica con minitab. Consultada el 17 de marzo del 2010. Versión en línea, Disponible en: http://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:fADcUiXHIuoJ:www.uoc.edu/in3/e-math/docs/Ajuste_datos.pdf+AJUSTE+DE+DATOS+POR+UNA+DISTRIBUCI%C3%93N&hl=es&gl=pe&pid=bl&srcid=ADGEEsiguln_OC0Vv1ORlCawkrcnDM_uD DR_9G5ISdic9xa87uRiB8bPPwuw1JCjz1fgV_uq-7LEjxSg_lwiN8liOiDwwccPNuhJSUgs7Zy2b0fhy216pn1vmVZzMJcpZZjFrlnEEjgT&sig=AHIEtbQ44nNwheud5GEW6bTKDW_zdLY_XA

Kennet, J. V., Rotsteine, E., and Sing, P. R. 1997. Handbook of food engineering. Practice. CRC Press, New York.

Kilcast, D. and Subramaniam, P. 2001. Stability and Shelf-Life of Food. Woodhead Publishing. Versión en línea, consultado el 17 de marzo del 2010. Disponible en: http://knovel.com/web/portal/browse/display?_EXT_KNOVEL_DISPLAY_bookid=147&VerticalID=0,

Klein, P. J. and Moeschberger, M., L. 1997 Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data. Statistics for Biology and Health. Springer-Verlag Telos.

Larsen, R. 2006. Food Shelf Life: Estimation and Experimental Design. Thesis of Master of Science. Department of Statistics, Brigham Young University. USA.

NIST. 2006. National Institute of Standards and Technology. 2006. e-Handbook of Statistical Methods. Consultada el 06 de enero del 2010. Disponible en: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>

Ocampo Muñoz, J. A. 2003. Determinación de la vida de anaquel del café soluble elaborado por la empresa Decafé SA y evaluación del tipo de empaque en la conservación del producto. Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.

Prabhakar, D. N., Xie Min and Renyan Jiang 2004. Weibull Models. John Willey & Sons, Inc. USA.

Tamborero, J. 2010. NTP 331: Fiabilidad: la distribución de Weibull. Consultada el 03 de enero del 2010. Disponible en: http://www.jmcprl.net/ntps/@datos/ntp_331.htm.

Tobias, P.A. and Trinidade, D.C. 1995. Applied Reliability New York: Van Nostrand Reinhold 17(1):113-122