http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6
ISSN: 2254-8351

Educación Matemática en la Infancia

Invención de problemas en Educación Primaria: un estudio exploratorio sobre problemas aritméticos multiplicativos

Laura Jiménez Minaya
Universidad de Castilla-La Mancha, Albacete, España, laura.jimenez.minaya@gmail.com
José Antonio González-Calero Somoza
Universidad de Castilla-La Mancha, Albacete, España, Jose.GonzalezCalero@uclm.es
Silvia Martínez Sanahuja
Universidad de Castilla-La Mancha, Albacete, España, Silvia.MSanahuja@uclm.es

Fecha de recepción: 17-05-2016
Fecha de aceptación: 29-07-2016
Fecha de publicación: 1-11-2016

RESUMEN
El propósito principal de este trabajo consiste en llevar a cabo un estudio exploratorio acerca del conocimiento que sobre problemas de estructura multiplicativa tienen alumnos de 10-11 años de Educación Primaria. La indagación sobre el conocimiento de los estudiantes se hace a través de tareas de invención de problemas aritméticos de varias etapas. El diseño experimental consta de dos fases: una primera, en la que se instruyó brevemente a los alumnos en invención de problemas; y una segunda, de recogida de datos, en la cual los estudiantes debían inventar problemas a partir de una imagen dada. El análisis de los problemas inventados revela una notable tendencia por parte de los estudiantes a formular problemas pertenecientes a la categoría de isomorfismo de medidas, incluso ante contextos que evocan otras categorías semánticas de problemas multiplicativos.

Palabras clave: educación primaria, problemas verbales aritméticos, resolución de problemas, invención de problemas, estudio de casos, problemas multiplicativos

Problem posing in Primary School: an exploratory study on multiplicative arithmetical problems

ABSTRACT
The main objective of this work consists in carrying out an exploratory study on the 10-11 year-old elementary school pupils' knowledge of multiplicative structure problems. The enquiry on the students' knowledge is done through multi-step arithmetical problem posing tasks. The experimental design comprises two stages: the first one, a brief training in problem posing; the second one, the collection of data, in which students had to pose problems based on a given picture. The analysis of the problems posed reveals a marked tendency of the students to formulate problems pertaining to the isomorphism of measures category, even if the contexts evoke other semantic categories of multiplicative problems.

Key words: elementary school, arithmetical word problems, problem solving, problem posing, case study, multiplicative problems

1. Antecedentes y marco teórico

1.1. La invención de problemas

Este trabajo pretende indagar sobre la competencia matemática en la resolución de problemas de alumnos de Educación Primaria de 10 y 11 años. En particular, se plantea hacer uso de la invención de problemas aritméticos de varias etapas como un instrumento que habilite el análisis del conocimiento de estos estudiantes sobre los problemas aritméticos multiplicativos. En esta línea, existen evidencias empíricas que avalan el uso de tareas ligadas a la invención de problemas para el diagnóstico del conocimiento matemático de los estudiantes (Cai, Hwang, Jiang y Silber, 2015). Sin embargo, tradicionalmente, la invención de problemas ha quedado supeditada a un segundo plano y es un área a la que no se le ha otorgado la importancia que merecería (Getzels, 1979). En contraposición, la resolución de problemas aritméticos es una tarea cuya trascendencia ha sido ampliamente reconocida y, de hecho, son una parte fundamental en la enseñanza de las matemáticas y cuentan con una larga trayectoria en los currículos de esta materia (Stanic y Kilpatrick, 1988).

Pese a ello, y aunque incluso todavía hoy en día se está lejos de desarrollar el hipotético potencial educativo asociado a este tipo de tareas, han sido numerosos los autores que han ponderado el significativo valor de la invención de problemas. Así, como se señala en Cai et al. (2015), Einstein e Infeld (1938) ya afirmaron que la formulación de un problema interesante era incluso más importante que su resolución y, por su parte, Hadamard (1945) manifestó su convicción de que la invención de problemas es una parte importante de un saber hacer matemático de calidad.

Si nos centramos en investigaciones más recientes, Ayllón (2012) afirma que investigar acerca de la invención de problemas con alumnos de Educación Primaria proporciona valiosa información sobre sus capacidades matemáticas. Dicha autora lleva a cabo una investigación centrada en la invención de problemas, que comprende un enfoque cualitativo y un enfoque cuantitativo y cuyos participantes fueron escolares de Educación Primaria de diferentes cursos. La autora subraya entre sus resultados la capacidad de los estudiantes para generar problemas coherentes. Además, aunque en el primer curso los participantes formulan muy pocos problemas de más de una etapa, su número aumenta a medida que se avanza de curso. A este respecto, señala que "si bien en primer curso la estructura aditiva es casi la única que aparece (…) conforme aumenta el curso van aumentando de forma gradual los problemas en los que aparecen las dos estructuras" (p. 442), lo cual entra dentro de la normalidad, pues ello exige más madurez cognitiva por parte de los estudiantes. Otro aspecto a considerar es el relacionado con la resolución de los problemas inventados. Ayllón (2012) observa que la gran mayoría de los alumnos es capaz de resolver sus propios problemas, lo cual le permite afirmar que cuando éstos enuncian un problema, por lo general saben resolverlo. De hecho, en relación a los errores cometidos por los escolares cuando inventan problemas, se dan muy pocos casos de estudiantes que enuncian problemas coherentes que posteriormente no resuelven o lo hacen de manera incorrecta. Además, Ayllón (2012) manifiesta que la invención de problemas no es una práctica que se suela llevar a cabo en los centros educativos. A modo de ejemplo, destaca que dicha actividad era totalmente novedosa para los participantes en su estudio, quienes no recordaban haber realizado ninguna tarea de ese tipo.

Cai et al. (2015) subrayan el hecho de que múltiples investigaciones señalan que las tareas de invención de problemas pueden constituir un instrumento para los docentes a la hora de evaluar en profundidad el grado de comprensión de las matemáticas de sus alumnos (p.ej., Kotsopoulos y Cordy, 2009; Leung, 2013; Silver, 1994), lo que en sí mismo ya otorga a esta actividad un valor educativo considerable. Del mismo modo, Arikan y Unal (2015) sugieren que las actividades de invención de problemas son provechosas en cuanto que permiten comprobar si los estudiantes tienen una adecuada comprensión de un determinado concepto. A este respecto, Cobo, Fernández y Rico (1986) evaluaron a través de la invención de problemas el uso que los niños de primaria hacían de los números, el significado que les atribuían y las relaciones que establecían entre ellos. Para ello, los escolares debían formular problemas dentro de un contexto real y, sin embargo, ajeno al entorno escolar. Por su parte, Cázares, Castro y Rico (1998) analizan la competencia aritmética de alumnos de todos los cursos de primaria en el proceso de invención de problemas aritméticos, a partir de situaciones de compra-venta. Además, durante los últimos años, la investigación sobre invención de problemas ha ampliado sus horizontes, al explorarse los vínculos entre la invención de problemas y otras habilidades matemáticas, incluyendo la comprensión conceptual, la resolución de problemas y la creatividad (p. ej., Cai y Hwang, 2002; Ellerton, 1986; Silver y Cai, 1996; Singer y Moscovici, 2008; Van Harpen y Sriraman, 2013).

En comparación con la resolución de problemas, la importancia de la invención de problemas en las matemáticas escolares ha requerido un mayor nivel de justificación. A pesar de ello, como se comentaba anteriormente, en los últimos años tanto docentes como investigadores han comenzado a enfocar su atención en ella, y en la actualidad dado su potencial para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, es considerada una actividad intelectual ampliamente reconocida en la esfera de la investigación científica escolar (Cai et al., 2015). Además, se une el hecho de que las tendencias actuales en el campo de las matemáticas escolares están orientándose a propuestas de enseñanza en las que se involucra a los estudiantes en experiencias más auténticas y cercanas a la investigación dentro de la disciplina de las matemáticas, ofreciendo a los alumnos posibilidades de explorar, hacer conjeturas e inventar problemas significativos (Bonotto, 2013). Dentro de la enseñanza, la invención de problemas puede observarse como una parte fundamental del trabajo docente desde dos perspectivas: la invención de problemas para los estudiantes y el desarrollo de la competencia para inventar problemas de los alumnos (Crespo, 2003; Olson y Knott, 2013). En particular, el trabajo que aquí se presenta se centra exclusivamente en la segunda de estas vertientes.

A tenor de los argumentos presentados previamente, existen expectativas de que los maestros incorporen la invención de problemas como una actividad, cuanto menos de igual relevancia a las que tradicionalmente se realizan en el aula en relación con la resolución de problemas. Todo indica que sería provechoso convertirla en una herramienta habitual en el campo de la enseñanza de las matemáticas. En dicho proceso, la invención de problemas puede facilitar que el niño adquiera "niveles de reflexión complejos, por tanto llega a una etapa de razonamiento donde es posible construir el conocimiento matemático" (Ayllón y Gómez, 2014, p. 30), que no es ni más ni menos que lo que en última instancia se procura.

Finalmente, en relación a las dificultades a la hora de plantear problemas aritméticos, merece destacarse un estudio planteado por Leung y Silver (1997) con maestros en formación. En éste obtuvieron que casi un 30% de los problemas formulados por los estudiantes contenían información insuficiente para su resolución. Además, de dicho estudio, puede desprenderse que, aunque los futuros maestros son competentes a la hora de plantear problemas, presentan carencias a la hora de formular problemas complejos. Por otro lado, Ayllón (2012) obtiene unos resultados similares con estudiantes de primaria. En concreto, en dicho estudio, el 21,3% de los problemas inventados fueron catalogados como no coherentes. Esto es, no respetaban los siguientes requisitos: i) planteamiento de una historia verosímil, ii) utilización de datos numéricos, iii) formulación de al menos una pregunta a la que había que responder, y iv) existencia de relación entre datos y pregunta. Los anteriores trabajos parecen señalar la conveniencia de una formación específica previa a la realización de tareas de invención de problemas.

1.2. Problemas verbales aritméticos

En cuanto al contenido matemático, este trabajo se ubica en el ámbito de los problemas aritméticos de varias etapas. En este artículo, a la hora de referirnos a problemas verbales aritméticos[1], se asume la

[1] A pesar del uso que aquí se hace de *problema verbal aritmético*, habitual por otro lado en el campo de la educación matemática, debe considerarse que, en realidad, lo que puede ser calificado de aritmético o algebraico no es un problema en sí, sino el método de resolución (método de análisis-síntesis o método cartesiano), la lectura analítica o la ecuación (o ecuaciones) que traducen el enunciado (Filloy, Rojano y Puig, 2008).

caracterización ofrecida por Puig y Cerdán (1988), quienes apuntan a una familia de problemas que se formulan mediante un enunciado verbal en el cual se proporciona información de carácter cuantitativo "ya que los datos suelen ser cantidades; la condición expresa relaciones de tipo cuantitativo y la pregunta se refiere a la determinación de una o varias cantidades, o relaciones entre cantidades" (p. 17), y en el que la resolución del problema es posible mediante la realización de una o varias operaciones aritméticas.

A continuación, sintetizamos algunas consideraciones que diferencian a los problemas de varias etapas de los de una etapa. Obviamente éstas afectan tanto a la actividad de resolver dichos problemas como a la de inventarlos. Para comenzar, la estructura entre ambas tipologías de problemas difiere habitualmente en el número de datos. En los problemas de una etapa usualmente se presentan dos datos, mientras que en los primeros debe haber más de dos, lo cual resulta en relaciones más complejas entre los datos y la incógnita (Puig y Cerdán, 1988). Sin embargo, y siguiendo a dichos autores, aún resulta más interesante analizar las decisiones que se han de tomar a la hora de proceder a su resolución. En los problemas de una etapa, el proceso se orienta en torno a una sola decisión, la de elegir la operación que hay que efectuar, pues no suele haber duda alguna acerca de entre qué cantidades realizarla, ya que en el problema se suelen proporcionar sólo dos datos. Por el contrario, en los problemas de varias etapas, existen varias decisiones que complican el proceso, ya que en este caso hay que decidir las operaciones a efectuar, el orden de las mismas y las cantidades entre las que se van a efectuar.

En este trabajo el análisis de los problemas verbales formulados por estudiantes de Educación Primaria se ciñe exclusivamente a las etapas de estructura multiplicativa. Ello nos conduce a hablar de las diferentes categorías semánticas para los problemas de esta tipología. Como base para el análisis tomaremos la clasificación de problemas multiplicativos propuesta por Puig y Cerdán (1988), quienes se apoyan fundamentalmente en las taxonomías previamente propuestas por Vergnaud (1983) y Nesher (1987). La clasificación toma en consideración las siguientes categorías: isomorfismo de medidas, comparación multiplicativa y producto de medidas (también conocido como producto cartesiano).

Tabla 1. *Categorías semánticas de problemas multiplicativos*

Categoría	*Denominación*	*Ejemplo*
Isomorfismo de medidas	Multiplicación	Hay 5 estantes de libros en la habitación de Juan. Juan puso 8 libros en cada estante. ¿Cuántos libros puso Juan en su habitación? (Puig y Cerdán, 1988)
	División (búsqueda de valor unitario)	Hay 40 libros en la habitación de Juan. Hay 5 estantes. ¿Cuántos libros por estante? (Puig y Cerdán, 1988)
	División (búsqueda de cantidad de unidades)	Hay 40 libros en la habitación de Juan. Hay 8 libros en cada estante. ¿Cuántos estantes hay? (Puig y Cerdán, 1988)
Comparación multiplicativa	Multiplicación	Daniel tiene 12 canicas. María tiene 6 veces tantas canicas como tiene Daniel. ¿Cuántas canicas tiene María? (Puig y Cerdán, 1988)
	División (búsqueda de una medida)	María tiene 72 canicas. María tiene 6 veces tantas canicas como tiene Daniel. ¿Cuántas canicas tiene Daniel? (Puig y Cerdán, 1988)
	División (búsqueda de un escalar)	Daniel tiene 12 canicas. María tiene 72 canicas. ¿Cuántas veces tiene María las canicas que tiene Daniel? (Puig y Cerdán, 1988)
Producto de medidas	Multiplicación	3 muchachos y 4 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay? (Vergnaud, 1991)
	División	Cambiando solamente de jersey o de bufanda, Ana puede contener 15 trajes diferentes. Tiene tres jerséis, ¿cuántas bufandas tiene? (Vergnaud, 1991)

Los problemas de isomorfismo de medidas son estructuras que consisten en una proporción simple directa entre dos espacios de medida (Puig y Cerdán, 1988). De acuerdo con Vergnaud (1983), se trata de una proporción múltiple entre dos espacios de medida en la que intervienen cuatro términos y en la que se debe hallar uno de ellos para su solución. Si bien, tal y como expone dicho autor, en los problemas más simples, uno de dichos términos es igual a uno, y la situación se reduce a un problema de una etapa. En estos casos se puede hablar de tres subclases de isomorfismo de medidas dependiendo de cuál de las cantidades involucradas sea la incógnita. En la Tabla 1 se sintetizan las diferentes categorías y subcategorías tomadas en consideración. Para la identificación de las distintas subclases dentro de categoría usamos la denominación propuesta por Vergnaud (1991). Puig y Cerdán (1988) usan una alternativa análoga basada en la distinción entre dos tipos divisiones: la división cuotitiva, cuando se pregunta por el número de partes en que se divide, y la división partitiva, cuando se pregunta por el tamaño de la parte.

Otra segunda categoría de problemas de estructura multiplicativa la componen los problemas de comparación multiplicativa. Según Puig y Cerdán (1988), estos problemas se basan en una función escalar a través de la que se comparan dos cantidades extensivas del mismo tipo de magnitud. Nuevamente, al igual que ocurre en los problemas de isomorfismo de medidas, dependiendo de cuál de las cantidades sea la incógnita a resolver, podemos encontrar tres tipos de problemas dentro de esta categoría.

Finalmente, en tercer lugar, se distinguen los problemas de producto de medidas o producto cartesiano. Estos problemas se caracterizan por la composición cartesiana de dos espacios de medida, dando lugar a un tercer espacio de medida. Dado que en este caso, la multiplicación es semánticamente conmutativa, únicamente se distinguen dos subclases (Puig y Cerdán, 1988).

En relación con el nivel dificultad de los problemas atendiendo al tipo de estructura, puede afirmarse que lo concerniente a los problemas multiplicativos es más complejo que lo relativo a los problemas de estructura aditiva, puesto que en los primeros las magnitudes juegan un papel determinante (Puig y Cerdán, 1988). Centrándonos en los problemas de estructura multiplicativa, Belmonte (2003) señala que los contextos asociados a problemas de isomorfismo de medidas suelen ser más sencillos para los estudiantes. Una posible explicación viene dada por el hecho de dar sentido a la operación a partir de un conocimiento previo como es la suma iterada, situación que no es posible en los problemas de producto de medidas. A su vez, Ayllón (2012) sintetiza las conclusiones de numerosos trabajos de investigación que coinciden en señalar que los problemas de grupos iguales, correspondientes a los problemas de división de la categoría isomorfismo de medidas, son más sencillos que los de comparación multiplicativa. Atendiendo a las subclases de problemas, Bell, Fischbein y Greer (1984) encontraron que en la categoría de isomorfismo de medidas, los problemas de división partitiva son más fáciles que los de división cuotitiva.

2. Objetivos

El objetivo que se persigue con la realización de este trabajo es el de evaluar la capacidad de un grupo de estudiantes de Educación Primaria de 10-11 años para inventar problemas verbales aritméticos de varias etapas y analizar, en base a su categoría semántica, las etapas multiplicativas que los alumnos formulan.

3. Estudio empírico

3.1. Participantes

El estudio se llevó a cabo en un colegio ubicado en la ciudad de Londres (Inglaterra). El centro es un colegio público de carácter católico que abarca las etapas de Educación Infantil y Primaria. En la experimentación participaron 22 estudiantes (14 niños y 8 niñas) de entre 10 y 11 años, que cursaban *Year 6*, curso equivalente por edad al quinto curso de Educación Primaria del sistema educativo español. En concreto, la fase experimental tuvo lugar a principios del tercer trimestre. La mayoría de los estudiantes se caracterizaban por pertenecer a familias de clase obrera de un nivel socioeconómico medio-bajo. En el curso en el que se realizó el estudio empírico, los participantes no habían desarrollado actividades ligadas a la invención de problemas. A su vez, tampoco se tenía constancia de que hubieran realizado actividades de este tipo en cursos previos.

En relación con la resolución de problemas, el currículo inglés establece para la etapa *Key Stage 2*, que comprende los cursos *Year 5* y *Year 6* (equivalentes a 4º y 5º de Educación Primaria del sistema educativo español) que los alumnos deben desarrollar su habilidad para resolver una amplia gama de problemas que incluyan propiedades complejas de números y aritmética, y que requieran métodos eficientes de cálculo mental y escrito. En lo concerniente a los estándares referidos a la resolución de problemas, en Year 5 se fijan los relacionados con la resolución de: problemas aditivos de varias etapas en contexto (decidiendo qué operaciones y métodos usar y el porqué), problemas multiplicativos (en los cuales se incluyan los conceptos de factores, múltiplos, cuadrados y cubos), y problemas que incluyan las cuatro operaciones básicas (y una combinación de ellas). Por su parte, en Year 6 se establecen unos estándares casi idénticos, aunque más generales, haciendo referencia a la resolución de: problemas aditivos de varias etapas en contexto (decidiendo qué operaciones y métodos usar y el porqué) y problemas que incluyan las cuatro operaciones básicas. En consecuencia, el análisis del currículo educativo inglés permite corroborar el alineamiento entre los objetivos curriculares y la tipología de problemas considerada en este trabajo experimental, de ahí que la población seleccionada sea adecuada para los propósitos de la investigación.

3.2. Diseño y procedimiento

La etapa experimental comprendió dos fases. La primera de ellas consistió en la realización de una breve instrucción previa a la recogida de datos. La duración de esta fase fue de 25 minutos y su objetivo fundamental fue familiarizar a los estudiantes con tareas de invención de problemas. De esta forma, se pretendía evitar que en la segunda fase, la correspondiente a la recogida de datos, los estudiantes formulasen enunciados que no se correspondiesen con problemas matemáticos (p. ej., enunciados sin información matemática). Con el objeto de no condicionar el tipo de problema propuesto por los estudiantes en la segunda etapa de la experimentación, se optó por no involucrar en la fase de instrucción referencias o tareas sobre problemas multiplicativos. La instrucción se inició con una tarea en la que solicitaba al grupo que pensaran un problema que pudiera resolverse con la operación 2+5. Tras ello, se les pedía que a dicho problema, añadieran otro supuesto que pudiera resolverse con la operación 7–3, con el objeto de que el alumno se habituase al planteamiento de problemas de más de una etapa. A continuación se planteaba otra actividad ya en el mismo formato que las que posteriormente tendrían que resolver en la fase de recogida de datos. En ella, se presentaba a los estudiantes una imagen, y se les solicitaba que inventasen y, posteriormente resolviesen, un problema aritmético de dos etapas aditivas. Las instrucciones precisas que se dieron antes de iniciar la tarea se recogen en la Figura 1.

Instructions:

- You will have to pose aproblem.
  (Remember to write the **formulation** and the **question** of the problem)
- After posing the problems, work them out!
- And finally give an explanation of your solution (e.g. I have made a subtraction because…)

IMPORTANT!

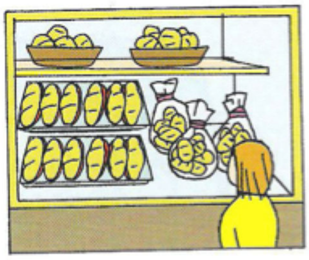
Each problem must be posed so that it is solved COMPULSORILY with 2 operations:

1st) **Addition** or **subtraction** (one of these)

2nd) **Addition** or **subtraction** (and one of these)

Problem:

Look at this picture. Then, pose a problem related to the picture.



"Instrucciones: Tendrás que inventar un problema. (Recuerda escribir el enunciado y la pregunta del problema). Después de inventar el problema, ¡resuélvelo! Finalmente da una explicación de tu solución (por ejemplo, hice una sustracción porque…). ¡Importante! Cada problema debe ser inventado para que sea resuelto obligatoriamente con dos operaciones: 1º) adición o sustracción (una de ellas). 2º) adición o sustracción (una de ellas). Problema: Mira este dibujo. Entonces inventa un problema relacionado con el dibujo."

Figura 1. Actividad planteada en fase de instrucción

A los estudiantes se les dio un tiempo de aproximadamente diez minutos para que inventasen el problema. El profesor, que forma parte del equipo investigador, revisó los enunciados propuestos por cada alumno y les dio indicaciones cuando observó la ausencia de elementos necesarios para considerar el enunciado como un problema matemático. A su vez, con el propósito de ilustrar la existencia de infinitos problemas que verifiquen las condiciones impuestas en la tarea, se leyeron en voz alta para todo el grupo, cuatro de los problemas propuestos por los alumnos.

En cuanto a los posibles métodos mediante los que se puede presentar a los alumnos actividades de invención de problemas, Castro (2011) expone diversas opciones. En ocasiones, las tareas se pueden proponer partiendo de problemas dados a los que se les cambian condiciones, variables, el ámbito, la estructura… En cambio, en otras ocasiones, dichas tareas se pueden introducir a partir de representaciones, historias, situaciones de la vida cotidiana, operaciones proporcionadas o una exigencia determinada. Por su parte, Stoyanova (1998) diferencia entre situaciones libres (no se fijan restricciones), semiestructuradas (partiendo de problemas dados o estableciendo algún tipo de exigencia) y estructuradas (reformulando o cambiando las condiciones de problemas dados). De hecho, Stoyanova (2005) argumenta que la habilidad en invención de problemas es similar a otras destrezas que pueden transformarse a lo largo del tiempo de actividades estructuradas a menos estructuradas. Tanto en la primera etapa como en la segunda, se emplearon situaciones semiestructuradas para promover la invención de problemas, es decir, situaciones en donde se añade alguna condición o se aporta alguna información que restringe la libertad del estudiante a la hora de inventar el problema (Stoyanova, 1998). En la presente investigación se utilizaron imágenes como soporte para la formulación de problemas, alternativa que Castro (2011) citaba entre los diversos métodos mediante los que se puede presentar a los alumnos actividades de invención de problemas. Mediante el uso de estas imágenes, se pretendía que los estudiantes evocasen diferentes contextos y estudiar cómo esto se traducía en el proceso de invención de problemas. Para el caso de la fase de instrucción se empleó la imagen de la Figura 1. A diferencia de lo planteado para la segunda fase de instrucción, la selección de la imagen no se hizo con el propósito de que esta ilustración pudiera favorecer problemas de una determinada categoría semántica. El único objetivo de la imagen era que los participantes se familiarizasen con la tipología de tareas que tendrían que afrontar en la segunda etapa del estudio. La imagen fue seleccionada de un libro de texto, donde aparecía como ilustración de un problema aritmético aditivo.

Tras la fase de instrucción, se procedió a la segunda etapa de la experimentación, la correspondiente a la recogida de datos, la cual tuvo una duración aproximada de 45 minutos. Este proceso se llevó a cabo mediante un cuestionario consistente en cuatro actividades. En todas las actividades, se presentaba una imagen y, a partir de ella, los alumnos debían inventar un problema de dos etapas, una aditiva y otra multiplicativa. En este sentido, las instrucciones concretas de la tarea eran: "*Each problem must be made up so that it is solved COMPULSORILY with 2 operations: 1^{st}) Addition or subtraction (one of these) and 2^{nd}) Multiplication or division (and one of these)" [Cada problema debe inventarse de forma que puede resolverse obligatoriamente con 2 operaciones: 1ª) Adición y sustracción (una de ellas) y 2º) Multiplicación o división (y otra de ellas)].* Tras la formulación del problema, los estudiantes debían resolverlo en un espacio consignado en el cuestionario para dicho fin. Por último, una vez formulado y resuelto su problema, los alumnos debían explicar el porqué de las operaciones realizadas.

Las cuatro actividades propuestas se caracterizaban por tener idénticas instrucciones e idéntico formato. La única diferencia estribaba en la imagen aportada en cada caso. La elección de las imágenes pretendía que cada una de ellas se asociara a un determinado problema de estructura multiplicativa. Para ello, se realizó una revisión de libros de texto de matemáticas de educación primaria y se seleccionaron imágenes que ilustrasen un problema multiplicativo de las categorías de interés. En la Figura 2 se muestran las imágenes seleccionadas para cada actividad en el cuestionario. La primera imagen pretendía evocar la formulación de problemas pertenecientes a la categoría *isomorfismo de* medidas, la segunda imagen de la categoría *producto de medidas* y la imagen tercera de la categoría *comparación multiplicativa*. La cuarta actividad, y en consecuencia la cuarta imagen, correspondería igualmente a la categoría *isomorfismo de medidas*, pero, precisamente, la elección de la imagen respondía al interés de promover situaciones que pudiesen favorecer la aparición de subclases de problemas donde la operación división fuese necesaria en la resolución.

Imagen 1 - Actividad 1 *Imagen 2 - Actividad 2* *Imagen 3 - Actividad 3* *Imagen 4 -Actividad 4*

Figura 2. Imágenes utilizadas en el cuestionario

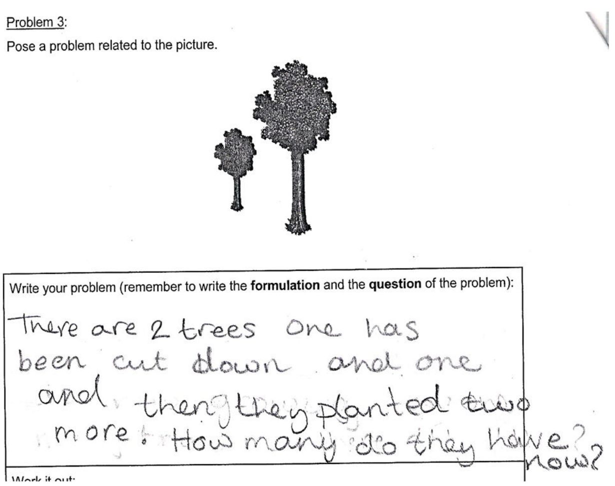
4. Análisis de resultados

La Tabla 2 muestra para cada actividad el número y porcentaje de estudiantes que completaron la tarea de invención, por un lado, y cuántos hicieron lo propio con la resolución del problema. Entre los participantes que no completaron la actividad, ya sea en la fase de invención o en la de resolución, se distingue aquéllos que no pudieron completar la tarea de aquéllos que no la abordaron.

Tabla 2. *Grado de resolución por actividad*

	Actividad 1	*Actividad 2*	*Actividad 3*	*Actividad 4*
Tarea de invención completada	22 (100%)	22 (100%)	18 (82%)	16 (73%)
Tarea de resolución completada	22 (100%)	22 (100%)	18 (82%)	16 (73%)
Tarea de invención incompleta	0	0	2 (9%)	0
Tarea de resolución incompleta	0	0	0	0
Tarea de invención no abordada	0	0	2 (9%)	6 (27%)
Tarea de resolución no abordada	0	0	4 (18%)	6 (27%)

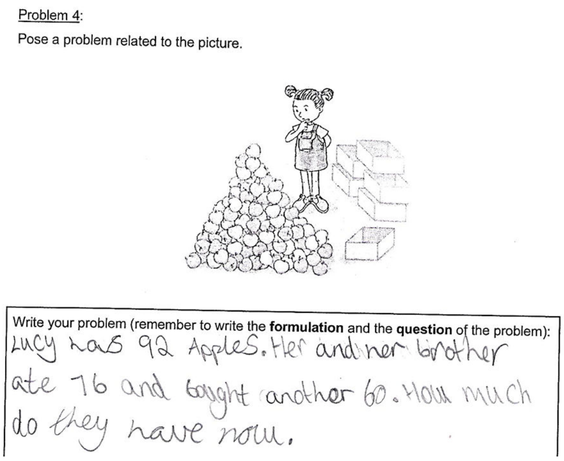
La Tabla 2 permite observar cómo el porcentaje de alumnos que completó la tarea va descendiendo desde las Actividades 1 y 2, completadas por todos los estudiantes, hasta el 82% en la Actividad 3 y finalmente el 73% que completó la cuarta actividad. A continuación, en la Tabla 3, se recogen, nuevamente para cada actividad, en la categoría *Problemas matemáticos,* el número total de problemas verbales, entendiendo como tal cualquier problema que contenga los elementos necesarios en cuanto a cantidades y relaciones, y que esté enunciado correctamente, aunque no contenga simultáneamente al menos una etapa aditiva y otra multiplicativa. Para todas las categorías definidas, se ofrece entre paréntesis en la Tabla 3 el número de resoluciones correctas. Por otro lado, se refleja en dicha tabla aquellos enunciados que, por ausencia de coherencia o de falta de información matemática, no podrían considerarse un problema verbal. A modo de ejemplo, en esta categoría denominada *Enunciados que no constituyen un problema matemático*, se codificó la actuación de la Figura 3 en la cual un alumno generó un texto incongruente:



"Hay 2 árboles uno ha sido cortado y uno y entonces ellos plantaron dos más. ¿Cuántos tienen ahora?"

Figura 3. Ejemplo de enunciados que no constituyen un problema matemático

La categoría *Problemas formulados correctamente* da cuenta de todo aquel problema que consta de al menos dos etapas, una aditiva y otra multiplicativa, y que goza de sentido y de todos los elementos matemáticos (datos, cantidades desconocidas, relaciones entre cantidades, etc.) para poder considerarlo un problema matemático. En contraposición, la categoría *Problemas formulados incorrectamente* integra aquellas formulaciones que sí constituyen un problema verbal pero que no incluyen, tal y como se solicitaba, una etapa aditiva y otra multiplicativa. Así, actuaciones como la recogida en la Figura 4, donde se plantea un problema de dos etapas aditivas, se encuadrarían en esta última categoría:



"Lucy tenía 92 manzanas. Ella y su hermano se comieron 16 y compraron otras 60. ¿Cuántas tienen ahora?"

Figura 4. Ejemplo de problema clasificado en la categaría *Problemas formulados incorrectamente*

Por último, en la Tabla 3 también se consigna el porcentaje de problemas formulados correctamente respecto al total de participantes del estudio, por un lado, y respecto del total de participantes que completaron específicamente esa actividad, por otro.

Tabla 3. *Número y porcentaje de problemas inventados y resueltos correctamente por actividad*

	Actividad 1	*Actividad 2*	*Actividad 3*	*Actividad 4*
Problemas matemáticos	17 (16)	19 (16)	15 (13)	14 (14)
Enunciados que no constituyen un problema matemático	5	3	3	2
Problemas formulados incorrectamente	0	1 (1)	2 (1)	3 (3)
Problemas formulados correctamente	17 (16)	18 (15)	13 (12)	11 (11)
% problemas formulados correctamente sobre el total de participantes	77,27% (72,73%)	81,82% (68,18%)	59,09% (54,55%)	50% (50%)
% problemas formulados correctamente sobre el total de participantes que completan la actividad	77,27% (72,73%)	81,82% (68,18%)	72,22% (66,67%)	68,75% (68,75%)

Nota: Los valores entre paréntesis hacen referencia al número o porcentaje de problemas formulados y resueltos correctamente.

En primer lugar, conviene reseñar el reducido número de participantes que no plantearon enunciados coherentes que constituyan realmente un problema verbal. Así, sobre el total de participantes, se observa que la segunda de las actividades, que contenía una imagen ligada al producto de medidas, ha sido la que ofrece una mayor tasa de éxito[2], seguido de la actividad 1, con imagen que pretendía favorecer invención de problemas con una etapa de la categoría de isomorfismo de medidas. Las actividades 3 y 4 fueron las que ofrecieron una menor tasa de éxito en términos absolutos con un porcentaje inferior al 60% en ambos casos. En términos relativos, es decir, considerando sólo los alumnos que completaron las actividades, se tendría que las actividades 2 y 1 siguen siendo las que presentan unos índices más exitosos con un 81,82% y 77,27% de tasa de éxito, respectivamente. Aunque en menor grado, la actividad 4, que pretendía inducir una etapa multiplicativa de isomorfismo de medidas que involucrase la división, continúa constituyendo la de mayor dificultad, con una tasa de éxito del 68,75%.

[2] Entendemos por tasa de éxito de una actividad la relación entre el número de estudiantes que formula correctamente un problema en dicha actividad y el número total de participantes en el estudio.

Los resultados anteriores reflejan el grado de desempeño de los estudiantes en cada actividad, pero no toman en consideración el tipo de categoría semántica involucrada en la etapa multiplicativa de cada problema. En este sentido, se procedió a categorizar todas las etapas multiplicativas de los problemas formulados correctamente atendiendo a la taxonomía de problemas multiplicativos presentado en el apartado 1.2. Los resultados se desglosan en la Tabla 4. Entre paréntesis, al igual que en la Tabla 3, se indica el número de etapas que, con posterioridad a la fase de invención, fueron resueltas correctamente.

Tabla 4. *Análisis por categoría semántica de etapas multiplicativas en problemas formulados correctamente*

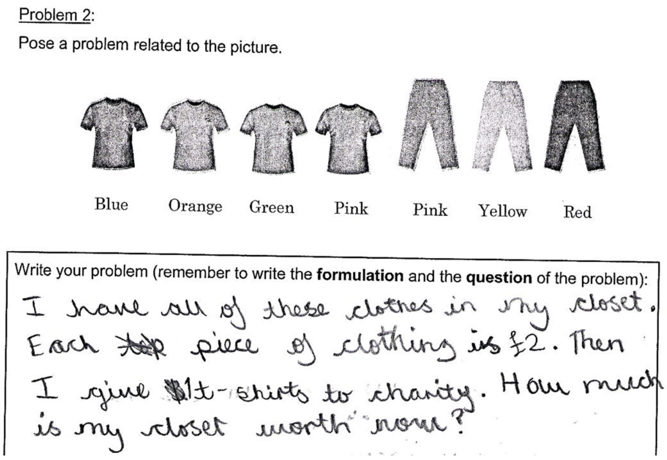
	Actividad 1	*Actividad 2*	*Actividad 3*	*Actividad 4*
Isomorfismo de medidas	*19 (19)*	*19 (15)*	*9 (8)*	*13 (13)*
Multiplicación	*13 (13)*	*14 (11)*	*5 (5)*	*5 (5)*
División (búsqueda cantidad unidades)	*2 (2)*	*0 (0)*	*0 (0)*	*2 (2)*
División (búsqueda valor unitario)	*4 (4)*	*5 (4)*	*4 (3)*	*6 (6)*
Producto de medidas		*1 (1)*		
Multiplicación		*1 (1)*		
División		*0 (0)*		
Comparación multiplicativa			*4 (4)*	
Multiplicación			*1 (1)*	
División (búsqueda de una medida)			*3 (3)*	
División (búsqueda de un escalar)			*0 (0)*	

Nota: Los valores entre paréntesis hacen referencia al número de problemas formulados y resueltos correctamente.

La Tabla 4 muestra cómo para las actividades 1 y 4, en las que la imagen pretendía propiciar una etapa multiplicativa de isomorfismo de medidas, el 100% de las etapas multiplicativas de los problemas inventados correctamente se correspondieron con dicha categoría semántica. Para la actividad 1, la subclase mayoritaria, 13 etapas (68,42%) fueron del tipo *multiplicación* mientras que, para la actividad 4, fue la de *división (búsqueda valor unitario)* o *división partitiva*, con 6 etapas (46,15% del total de problemas formulados en esta tarea). En la actividad 4, 8 etapas multiplicativas (61,54%) fueron isomorfismos de medidas que requerían la división para ser resueltas, ya sea partitiva o cuotitiva.

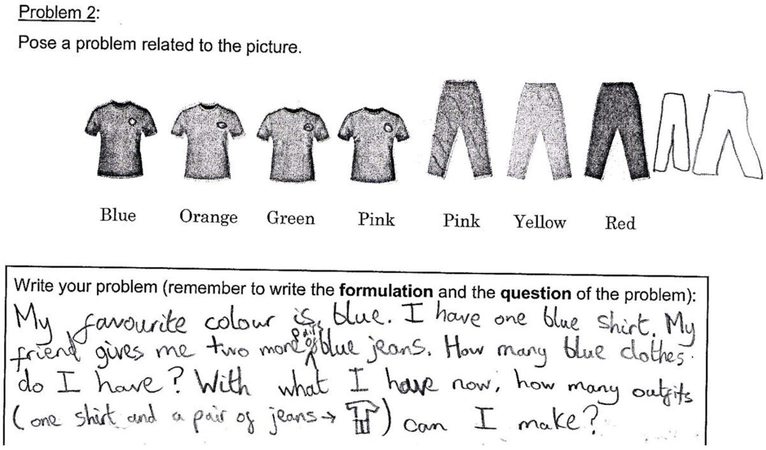
En relación con la actividad 2, cuya imagen parece evocar claramente un contexto de combinación, 19 etapas multiplicativas (95%) formuladas en problemas inventados correctamente se clasificarían como isomorfismo de medidas (14 (70%) de la subclase *multiplicación* y 5 (25%) de la subclase *división (búsqueda de valor unitario)*). En la Figura 5 se muestra, a modo de ejemplo, la actuación de un estudiante que generó una etapa de isomorfismo de medidas en la actividad 2. El estudiante no parece estimar la opción de formular un problema de combinación, sino que opta por asignar un precio unitario a las prendas de ropa, y a partir de ahí, proponer el cálculo del valor de la ropa que quedaría si se donase una prenda. Sólo uno de los estudiantes inventó un problema de producto de medidas (véase Figura 6).

En cuanto a la actividad 3, que pretendía favorecer etapas multiplicativas de comparación, aconteció una situación similar a la de la actividad 2, aunque en menor cuantía. Sólo se inventaron 4 etapas de la categoría comparación multiplicativa (30,77%), siendo 1 (7,69%) de la subclase *multiplicación* y 3 (23,08%) de la subclase *división (búsqueda de una medida)*. Nuevamente, los participantes abogaron por crear problemas de la categoría isomorfismo de medidas, aunque, en teoría, la imagen pudiera asociarse con mayor facilidad con otra categoría semántica. Así, para esta actividad, se propusieron 9 etapas multiplicativas (69,23%) de isomorfismo de medidas, 5 (38,46%) de la subclase *multiplicación* y 4 (30,77%) de la subclase *división (búsqueda de valor unitario)*.



"Tengo toda esta ropa en mi armario. Cada pieza de ropa cuesta 2 libras. Entonces yo di 1 camiseta a la caridad. ¿Cuánto vale mi armario ahora?"

Figura 5. Ejemplo de actuación en actividad 2 (isomorfismo de medidas)



"Mi color favorito es azul. Yo tengo una camiseta azul. Mi amiga me dio dos pantalones azules más. ¿Cuántos pantalones azules tengo? Con lo que tengo ahora, ¿cuántos trajes (una camiseta y un vaquero) puedo hacer?)"

Figura 6. Ejemplo de actuación en actividad 2 (producto de medidas)

6. Conclusiones

Los resultados de la presente investigación parecen señalar que los estudiantes de Educación de Primaria (10-11 años) objeto de este estudio son capaces de afrontar exitosamente tareas de invención de problemas de varias etapas, combinando etapas aditivas y multiplicativas. Un aspecto a significar en relación con el diseño de la experimentación es constatar cómo, a pesar de que los alumnos no tenían experiencia previa en la invención de problemas, fue suficiente con una fase de instrucción breve, en torno a 25 minutos, para que los alumnos estuviesen en disposición de trabajar autónomamente y formular por sí mismos problemas verbales correctos.

A su vez, los resultados presentados muestran cómo la tasa de resoluciones correctas para los problemas generados por el propio estudiante es muy elevada. Este hecho se alinea con investigaciones previas que subrayan la conexión entre los problemas que un estudiante inventa con el cuerpo de problemas que es capaz de resolver. De esta circunstancia dejaba constancia, Ayllón (2012) al afirmar que "generalmente los estudiantes de primaria que formulan correctamente un problema aritmético también lo resuelven adecuadamente" (p. 461). Este tipo de evidencias fundamentan la posibilidad de instrumentalizar la invención de problemas a la hora de evaluar el conocimiento matemático de los alumnos.

Centrándonos ya en las conclusiones ligadas al conocimiento de los estudiantes respecto a los problemas de estructura multiplicativa, se observa una notable tendencia a la invención de problemas correspondientes a la categoría isomorfismo de medidas. Este resultado confirmaría lo explicitado por Belmonte (2003), quien afirmó que dicha categoría solía resultar más sencilla para los escolares. Habitualmente, esta familia de problemas multiplicativos son los que son enseñados en primera instancia a los estudiantes por la posibilidad de dar sentido a la multiplicación a través de la suma iterada. Por ello, sería lógico esperar una mayor aparición de esta tipología de problemas en el caso de que el proceso de invención de problemas fuese totalmente libre, sin restricción alguna para el sujeto. Tomando en consideración este hecho, en la presente investigación, se planteaban situaciones semiestructuradas para las tareas de invención de problemas con el objeto de fomentar la aparición de etapas multiplicativas de las diferentes categorías semánticas. Para ello se emplearon imágenes que reflejasen contextos usualmente asociados con cada categoría. Sin embargo, los resultados empíricos señalaron una resistencia de los participantes a formular etapas multiplicativas que no se correspondieran a la categoría de isomorfismo de medidas, incluso en aquellos casos donde las restricciones de las tareas pudieran favorecer problemas de producto de medidas o comparación multiplicativa.

Desde la perspectiva mediante la cual se asocian los problemas inventados por los estudiantes y el grado de complejidad que suponen los problemas por los estudiantes, los resultados obtenidos en esta investigación parecen corroborar los resultados previos en cuanto a la dificultad de los problemas de estructura multiplicativa. Así, la mayor aparición de problemas de isomorfismo de medidas podría interpretarse como que esta categoría de problemas resultan de menor dificultad para los estudiantes (Belmonte, 2003) en comparación con los de producto de medidas y comparación multiplicativa. A su vez, dentro de la categoría de isomorfismo de medidas, los resultados aquí obtenidos parecen señalar que los problemas de la subclase división (búsqueda de valor unitario) o división partitiva ofrecen una menor complejidad para los estudiantes que los de la subclase división (búsqueda de cantidad de unidades) o división cuotitiva. Este escenario confirmaría los trabajos de Bell, Fischbein y Greer (1984), en los cuales se apreció que los problemas de división partitiva resultaban más fáciles que los de división cuotitiva.

En cuanto a las limitaciones que presenta este trabajo es necesario reconocer, a pesar de la naturaleza exploratoria del estudio, la necesidad de replicar el estudio con un mayor número de estudiantes. En este sentido, conviene señalar que este trabajo forma parte de una línea de investigación más amplia, dentro de la cual se pretende extender el estudio a más participantes y, en concreto, se plantea incluir participantes de la misma edad pertenecientes a centros escolares españoles, lo cual permitirá a su vez llevar a cabo un estudio comparativo. Habría que recapacitar asimismo acerca del diseño del cuestionario. En concreto, sería adecuado contemplar si el orden de aparición de las imágenes pudo influir de alguna manera en la categoría semántica de los problemas producidos por los escolares. El hecho de que se den más casos de isomorfismo de medidas pudiera deberse al orden de presentación de las imágenes, ya que, al aparecer en primer lugar una imagen relacionada con la categoría isomorfismo de medidas, los alumnos pudieron verse influidos por la misma en el resto de tareas, dando lugar a la presentación de enunciados de dicha categoría. Igualmente, podría sostenerse la idea de que una representación no refleja necesariamente una estructura multiplicativa concreta, esto es, no restringe totalmente el ámbito de formulación de un problema. Es más, una misma imagen puede suscitar ideas y/o contextos muy diversos. Otro aspecto a considerar es la escasa duración otorgada a la experimentación, dado que en nuestro trabajo, el papel de la invención de problemas ha tenido una función diagnóstica. En futuras investigaciones se plantea evaluar diferentes diseños experimentales, los cuales, con un mayor horizonte temporal posibilitarían evaluar el potencial de la invención de problemas en el desarrollo de habilidades matemáticas, principalmente las ligadas a la resolución de problemas.

Referencias

Arikan, E. E. y Unal, H. (2015). An investigation of eighth grade students' problem posing skills (Turkey sample). *International Journal of Research in Education and Science*, *1*(1), 23-30.

Ayllón, M. F. (2012). *Invención-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada: España.

Ayllón, M. F. y Gómez, I. A. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta*, *17,* 29-40.

Bell, A., Fischbein, E. y Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context. *Educational Studies in Mathematics, 15*(2), 129–147. http://dx.doi.org/10.1007/BF00305893

Belmonte, J. M. (2003). Las relaciones multiplicativas, el cálculo multiplicativo y de división: cálculo mental y con calculadora. En M. C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 159-186). Madrid: PEARSON EDUCACIÓN.

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities*. Educational Studies in Mathematics*, 83, 37–55. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-012-9441-7

Cai, J. y Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*, 401–421. http://dx.doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. y Silber, S. (2015). Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions. En F. M. Singer, N. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Problem posing: From research to effective practice* (pp. 3-34). New York: Springer.

Castro, E. (2011). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática* (pp. 1-15). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Cázares, J., Castro, E. y Rico, L. (1998). La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo. *Aula, 10,* 19-39.

Cobo, F., Fernández, G. y Rico, L. (1986). Las situaciones reales de los problemas aritméticos. En Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática Thales (Eds), *Actas de las II Jornadas Andaluzas de Profesores de Matemáticas* (pp. 249-257). Almería: Sociedad Thales.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270. http://dx.doi.org/10.1023/A:1024364304664

Einstein, A. y Infeld, L. (1938). *The evolution of physics*. New York, NY: Simon & Schuster.

Ellerton, N.F. (1986). Children's made-up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, *17*, 261–271. http://dx.doi.org/10.1007/BF00305073

Filloy, E., Rojano, T. y Puig, L. (2008). *Educational algebra. A theoretical and empirical approach*. New York: Springer.

Getzels, J.W. (1979). Problem finding: A theoretical note*. Cognitive Science*, *3*, 167–172. http://dx.doi.org/10.1207/s15516709cog0302_4

Hadamard, J. W. (1945). *Essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Kotsopoulos, D. y Cordy, M. (2009). Investigating imagination as a cognitive space for learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *70*, 259–274. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-008-9154-0

Leung, S.S. y Silver, E.A. (1997). The Role of Task Format, Mathematics Knowledge, and Creative Thinking on the Arithmetic Problem Posing of Prospective Elementary School Teachers. *Mathematics Education Research Journal, 9*(1), 5-24. http://dx.doi.org/10.1007/BF03217299

Leung, S.S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies*. Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 103–116. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-012-9436-4

Nesher, P. (1987). Multiplicative School Word Problems: Theoretical Approaches and Empirical Findings. Paper presented at the Meeting of the Working Group on Middle School Number Concepts, Northern Illinois University, DeKalb, 11 May 1987.

Olson, J.C. y Knott, L. (2013). When a problem is more than a teacher's question. *Educational Studies in Mathematics*, *83*, 27–36. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-012-9444-4

Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Silver, E.A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14* (1), 19–28.

Silver, E.A. y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(5), 521–539. http://dx.doi.org/10.2307/749846

Singer, F. M. y Moscovici, H. (2008).Teaching and learning cycles in a constructivist approach to instruction. *Teaching and Teacher Education, 24*(6), 1613–1634. http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2007.12.002

Stanic, G.M.A. y Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in mathematics curriculum. En R. I. Charles y E. A. Silver (Eds.), *Research agenda for mathematics education: The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1–22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stoyanova, E. (1998). Problem Posing in Mathematics Classrooms. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective*, (pp. 164-185). Edith Cowan University: MASTEC.

Stoyanova, E. (2005). Problem posing strategies used by years 8 and 9 students. *Australian Mathematics Teacher, 61*(3), 6–11.

Van Harpen, X.Y. y Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and USA. *Educational Studies in Mathematics, 82*(2), 201-221. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-012-9419-5

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). London: Academic Press.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.

Laura Jiménez Minaya. Licenciada en Administración y Dirección de Empresas por la UCLM y Graduada en Maestro de Educación Primaria en la UCLM. Beca de iniciación a la investigación en el Departamento de Matemáticas de la UCLM.
Email: laura.jimenez.minaya@gmail.com

José Antonio González-Calero Somoza. Profesor contratado doctor del Departamento de Matemáticas de la UCLM. Desarrolla sus funciones docentes en la Facultad de Educación de Albacete. Sus principales líneas de investigación están centradas en la resolución de problemas en educación primaria y educación secundaria y en el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.
Email: Jose.GonzalezCalero@uclm.es

Silvia Martínez Sanahuja. Profesor contratado doctor del Departamento de Matemáticas de la UCLM. Desarrolla sus funciones docentes en la Facultad de Educación de Albacete. Sus principales líneas de investigación están centradas en el área de Matemática Aplicada en donde ha publicado más de 10 artículos de investigación relacionados con la aplicación de teoría de grafos y Matemática Discreta a redes de computación; y el área de Didáctica de las Matemáticas, donde ha publicado varios artículos relacionados con dificultades del aprendizaje de la Aritmética.
Email: Silvia.MSanahuja@uclm.es