Revista del Instituto de Filosofía, Universidad de Valparaíso, Año 1, N° 1. Junio 2013. Pags. 41 – 53

Saber que Algo no Existe: Existencia y Lógica Epistémica†

Emilio F. Gómez-Caminero Parejo*

Resumen

En este artículo discutimos una pegunta clásica de la filosofía occidental: ¿es posible saber que hay cosas que no existen? Empezamos con un breve análisis de algunos fragmentos de Parménides y a continuación estudiamos si estos argumentos son válidos usando tres tipos de lógica epistémica: una lógica epistémica de *tipo clásico*, donde el axioma $\phi(t)$ $\exists x\phi(x)$ es válido, una *lógica epistémica libre*, donde este axioma no es válido, y finalmente, estudiamos la propuesta de Lenzen de usar dos tipos de cuantificadores: cuantificadores posibilistas y realistas. Concluimos que la última es la más cercana a nuestra intuición, además de una buena manera de tratar este tipo de problemas.
PALABRAS CLAVE: Existencia, lógica epistémica, intuición, cuantificadores posibilistas y realistas

Abstract

In this paper we deal with a classical question of western philosophy: Is it possible to know that there are things which do not exist? We begin with a brief analysis of some fragments of Parmenides, and later we study whether these arguments are valid using three kinds of epistemic logic: a *classical style* epistemic logic, where axiom $\varphi\ t \to \exists x\varphi(x)$ holds, a *free epistemic logic*, where this axiom does not hold, and finally, we study Lenzen's proposal of using two kinds of quantifiers: possibilistic and realistic quantifiers. We conclude that the last one is the closest to our intuition and a good way to deal with this kind of problem.

KEY WORDS: Existence, epistemic logic, intuition, possibilistic and realistic quantifiers

1. Introducción

Sin duda, el título principal de este trabajo podría inducir falsas expectativas en el lector, haciéndole creer que se enfrenta a un texto de metafísica más que a un aburrido trabajo sobre lógica. Sentimos tener que decir que ese no va a ser del todo el caso; pero puesto que no deseamos defraudar completamente, si ello nos resulta posible,

---

† Recibido: abril 2013. Aceptado: mayo 2013.

* Instituto de lógica, Lenguaje e Información, Universidad de Sevilla.

a nuestros lectores, comenzaremos discutiendo algunos asuntos relacionados con eso que se llamó filosofía primera. Y nadie mejor que Parménides para comenzar a hablar de metafísica.

Parménides, como luego su discípulo Zenón y mucho más tarde San Anselmo de Canterbury, tienen el curioso mérito de haber planteado problemas lógicos que parecían de imposible solución partiendo de premisas de aspecto indiscutible. En este artículo partiremos de un intento de formalización del problema de Parménides para luego discutir cómo puede la lógica epistémica libre ayudarnos a entender este problema filosófico clásico.

Huelga decir que no es nuestra intención competir con los historiadores de la filosofía en la interpretación de los textos clásicos. Si algún lector mejor informado que nosotros considera que malinterpretamos al filósofo de Elea, le rogamos que tenga la caridad de ignorarlo y seguir leyendo como si se tratara sólo de analizar la postura de un pensador hipotético; pues el hecho de que las tesis que analizamos sean o no realmente de Parménides en nada afecta al tratamiento lógico de la cuestión, que es lo que realmente nos interesa en este lugar.

En un primer momento, analizaremos algunos fragmentos muy conocidos de Parménides e intentaremos obtener una formalización parcial, que nos permita un cierto acercamiento formal al problema. Como indica el título de este trabajo, nos centraremos en las cuestiones de orden epistemológico, por lo que la referencia básica será la lógica epistémica. Para una primera aproximación, partiremos de una lógica epistémica, por decirlo así, de corte clásico, que adopta una semántica de dominio constante y respeta todos los principios básicos de la lógica de primer orden. Veremos que muchas de las conclusiones de aspecto paradójico de Parménides resultan verdaderas en esta formalización, pero que esto, naturalmente, contradice fuertemente nuestra intuición.

En segundo lugar, haremos un tratamiento formal que parta de una lógica epistémica libre, donde las constantes individuales no tienen necesariamente un referente en todos los mundos posibles. Veremos que con esta formalización muchas de las conclusiones conflictivas del eléata dejan de ser verdaderas, si bien hay algunas que resultan más confusas para la intuición y que continúan siendo válidas.

Por último presentaremos la propuesta de Lenzen de utilizar una doble cuantificación, una realista y otra posibilista, y analizaremos si esta propuesta nos ayuda a analizar el problema que nos traemos entre manos.

2. El problema de Parménides

Empezaremos presentando algunos fragmentos de Párménides de Elea que, como ya hemos dicho, nos ayudarán a plantear el problema que nos interesa. Insistimos en que la cuestión no es tanto interpretar al filósofo como extraer de él problemas estimulantes, como tantas veces ha ocurrido en la historia del pensamiento. Ya en el mismo principio de la *vía de la verdad* nos encontramos ideas extremadamente sugerentes[1]

> *Pues bien, yo te diré (y tú oirás mi relato, llévatelo contigo) las únicas vías de investigación pensables. La una, que es y le es imposible no ser, es el camino de la persuasión (pues acompaña a la verdad); la otra, que no es y que le es necesario no ser, ésta, te lo aseguro, es una vía totalmente*

---

[1] La traducción está tomada de (Kirk & Raven, 1987).

indiscernible; pues no podrías conocer lo no ente (es imposible) ni expresarlo.

Y un poco más delante:

Lo que puede decirse y pensarse debe ser, pues es ser, pero la nada no es.

A la hora de analizar formalmente estos problemas (de nuevo, como ocurre con el argumento ontológico), la primera cuestión que se nos plantea es cómo tratar formalmente las afirmaciones de existencia; esto es, cómo formalizar enunciados de la forma "*t* existe".

Una posibilidad que parecería intuitivamente razonable sería[2]:

$$(1)\ \exists x\ t = x$$

El lector mínimamente familiarizado con la lógica de primer orden ya habrá anticipado una objeción: esta fórmula es verdadera para cualquier interpretación de la constante *t*. Esto es cierto, pero a costa de unas presuposiciones ontológicas extraordinariamente fuertes, que son precisamente las que queremos discutir. Permítaseme pues, siquiera sea provisionalmente y con vistas a la discusión, usar esta fórmula como formalización del predicado de existencia; y ya veremos más adelante si podemos modificar las mencionadas presuposiciones ontológicas de forma que esta fórmula no resulte trivial.

Empecemos con la primera de estas afirmaciones: *que es y le es imposible no ser*. Ese *que es*, al igual que el "*pues es ser*" del final del segundo fragmento que hemos mencionado, parece que se podrían interpretar como la clásica afirmación parmenídea de que *todo existe*, o si se prefiere ser más claro, *todo lo que existe es un ser*, afirmación por otra parte bastante obvia. Aceptada la interpretación anterior, esta afirmación se formalizaría:

$$(2)\ \forall x \exists y\ x = y$$

Lo cual se refuerza con el resto de la frase: " *pero la nada no es*". Que se formalizaría:

$$(3)\ \neg \exists x \forall y \neg\ x = y$$

Vayamos ahora a los aspectos modales y epistémicos, los que más nos interesan, de la cuestión. Empecemos con esta parte del primer fragmento: ."*La una, que es y le es imposible no ser, es el camino de la persuasión*". En este caso, además, tendríamos que introducir el operador de posibilidad:

$$(4)\ \forall x \neg \Diamond \neg \exists y (x = y)$$

La última línea de este fragmento plantea expresamente el problema que nos interesa, si podemos tener conocimientos sobre seres inexistentes: "*pues no podrías conocer lo no ente (es imposible) ni expresarlo*". La formalización adecuada parecería ser:

$$(5)\ K_{a_i} \varphi(t) \rightarrow \exists y (y = t)$$

(donde *t* es una constante individual y a_i es un agente epistémico)
y generalizando:

$$(6)\ \forall x (K_{a_i} \varphi(x) \rightarrow \exists y (y = x))$$

El operador *K*, como el lector seguramente no ignora, es el operador de conocimiento, y la fórmula $K_{a_i}\varphi$ significa que el agente a_i (De un conjunto $\mathcal{A}$ de agentes) sabe que la fórmula φ es verdadera.

---

[2] Vid. (Hintikka, 1962) 6.8 .

En resumen, lo que estas fórmulas nos dicen es que si sabemos algo de un individuo cualquiera *t*, entonces *t* tiene que existir[3]. Este es el problema central que queremos tratar en este artículo: ¿podemos saber cosas sobre "entidades"[4] que no existen?, ¿qué tratamiento lógico le damos a estas "entidades"? El problema puede ser extendido a la lógica modal alética, pero nosotros trataremos tan sólo el problema epistemológico. Por razones de espacio, nos limitaremos a presentar las técnicas generales empleadas para tratar con estos problemas. En otros lugares hemos hecho un análisis más detallado usando tablas semánticas[5], remitimos al lector interesado a esos lugares.

3. Lógica versus intuición

Hasta ahora, hemos analizado someramente un par de fragmentos de Parménides y hemos intentado ofrecer un tratamiento formal de las afirmaciones que en ellos se realizan. Analicemos ahora qué nos dice la lógica clásica sobre esas fórmulas y veamos si coincide con nuestras intuiciones al respecto.

3.1. Lo que nos dice la lógica

Ya anticipábamos antes que la fórmula que hemos presentado como formalización de la proposición "*t* existe" es verdadera en la lógica clásica de primer orden para cualquier interpretación que hagamos de la constante t. la razón es que

$$(7)\quad t = t$$

es válida en la lógica de primer orden con identidad, y por la regla de introducción del cuantificador existencial:

$$\text{RI}\exists\text{:}\ \frac{\varphi(t/\ x)}{\exists x\varphi(x)}$$

se obtiene inmediatamente

$$(1)\quad \exists x\ t = x$$

Lo que esto nos dice es simplemente que para cualquier constante de individuo *t* del lenguaje, el individuo designado por *t* efectivamente existe. Naturalmente, de esto se sigue inmediatamente:

$$(2)\quad \forall x \exists y\ x = y$$

que es exactamente el principio de Parménides: *todo existe*.

No haremos ahora análisis formal de las fórmulas modales (4), (5) y (6), esperaremos a haber introducido ciertos conceptos técnicos, pero anticipamos que también son válidas en las correspondientes lógicas modales[6] (aléticas o epistémicas)

[3] Ese es, por ejemplo, el análisis de Bertrand Russell: (Russell, 1995), pp. 86-90.

[4] El uso de las comillas se debe a que parece que una entidad debería necesariamente existir (este es precisamente el problema de Parménides). Deberíamos haber introducido un término técnico para referirnos tanto a los seres reales como a los meramente posibles. Por lo pronto, nos basta con hacernos entender, y usamos "entidades", entre comillas, con esa intención.

[5] (Gómez-Caminero Parejo, 2011).

[6] El caso de (5) es especialmente claro: en una lógica epistémica de primer orden donde sean válidos todos los axiomas de la lógica clásica de primer orden (incluyendo $\phi \rightarrow \exists x\phi(t/x)$) es válido $\exists x\ t = x$, y por carga de premisas, .también lo es $K_{a_i}\phi(t) \rightarrow \exists y(y = t)$. En la nota 7 ofrecemos una derivación algo más formal.

siempre que se cumplan ciertas condiciones, entre las que se cuenta la validez de RI∃. Se trata del tipo de lógicas generadas por las llamadas *semánticas de dominio constante*.

Ya mencionamos anteriormente que el hecho de que (1) resultase verdadera para cualquier constante t se debía a que la semántica de la lógica elemental adopta presuposiciones ontológicas extraordinariamente fuertes. En concreto, que todas las constantes individuales tienen referencia. Naturalmente, de este presupuesto se sigue inmediatamente la validez de RI∃. —y del axioma $\varphi\ t \ \ \rightarrow \exists x \varphi(x)$— y con ella de (2); así como de todas las demás fórmulas mencionadas.

3.2. Lo que nos dice la intuición

Hasta aquí hemos hecho un breve análisis formal de los planteamientos de Parménides que, de forma algo sorprendente, resultan ser válidas. En realidad, esta es la razón de que los textos del eléata resultaran tan impactantes desde el principio: que parece imposible refutar sus argumentos a pesar de que sus conclusiones contradicen abiertamente nuestra intuición.

Lo que nos dice nuestra intuición es exactamente lo contrario. Por ejemplo, nos dice que sí que podemos hablar con sentido de seres que no existen, y lo hacemos constantemente. por ejemplo, podemos decir una porción de cosas sobre Don Quijote de la Mancha —que enloqueció por leer libros de caballerías, que amaba a Dulcinea, etc.— a pesar de ser sólo un personaje literario.

Por supuesto, cabe pensar que aunque el juego literario consiste precisamente en fingir que todas estas cosas son verdad, no lo son realmente. Según esta visión, no puede ser verdad que Don Quijote de la Mancha enloqueciera por leer libros de caballerías porque Don Quijote es sólo un ente de ficción, no existe realmente.

Bien, aceptemos esta interpretación. Aun así, tendremos que aceptar que la proposición "Don quijote de la Mancha no existe" es verdadera, y por lo tanto, (1) es falsa para t = Don Quijote. Es más, si aceptamos RI∃ tendremos que concluir también:

(8) "Existe al menos un x tal que x no existe"

Proposición que tiene un aspecto cuanto menos paradójico.

Hemos visto pues que podemos decir de un individuo cualquiera t que t no existe, lo que contradice a (1). Y también es obvio que puede darse el caso de que un agente epistémico cualquiera a_i sepa que t no existe, lo que contradice a (5) y (6). ¿podemos decir también que hay cosas que no existen?, ¿Puede un agente saber esto?

Nuestra intuición al respecto es menos clara. Si entendemos el "hay" de principio en el mismo sentido que el "existen" del final, entonces tenemos precisamente (8), que es manifiestamente contraintuitiva; pero tal vez haya un sentido de "haber" distinto de la existencia real en el sea lógico decir que hay cosas que no existen. Lo analizaremos más adelante.

Ya hemos dicho que nuestro interés es centrarnos en el problema del conocimiento. En concreto, nos interesa analizar si es posible construir una lógica epistémica en la que (5) y (6) no sean verdaderos. En los siguientes apartados analizaremos varios planteamientos formales posibles. Estudiaremos primero una lógica epistémica de primer orden en la que la regla de generalización existencial es válida, lo que podríamos llamar una lógica de corte clásico, cuya semántica es una semántica de dominio constante. En esta lógica, las afirmaciones de Parménides son válidas. A continuación, presentaremos brevemente una lógica epistémica libre cuya semántica es una semántica de dominios variables. Ya veremos que en esta lógica las afirmaciones de Parménides no son todas válidas. Por último, comentaremos la propuesta de Lenzen de utilizar dos tipos de cuantificación, una posibilista y una realista. Esta lógica,ya veremos, es la que más se aparta de Parménides.

4. Lógica epistémica: dominios constantes

4.1. Sintaxis y semántica

Empezaremos definiendo el lenguaje de la lógica epistémica de primer orden (a partir de ahora, LEPO).

Sea $\mathcal{P}$ un conjunto de letras predicativas (cuando no sea evidente por el contexto, indicaremos la aridad como superíndice), $T = C \cup V$ un conjunto de términos de individuo, donde C es un conjunto de constantes individuales y V un conjunto de variables; y por último, sea $\mathcal{A} = \ a_1, \cdots, a_n\ $ un conjunto de n agentes epistémicos. LEPO es el conjunto más pequeño tal que:

1. Si $P^n \in \mathcal{P}$ y $t_1, \cdots, t_n \in T$, entonces $P^n\ t_1, \cdots, t_n\ \in$ LEPO
2. Si $t_1, t_2 \in T$, entonces $t_1 = t_2 \in$ LEPO
3. Si $\varphi \in$ LEPO, entonces $\neg\varphi \in$ LEPO
4. Si $\varphi, \psi \in$ LEPO, entonces $\varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi \in$ LEPO
5. Si $\varphi \in$ LEPO y $a_i \in \mathcal{A}$, entonces $K_{a_i}\varphi, \widehat{K}_{a_i}\varphi \in$ LEPO
6. Si $\varphi \in$ LEPO y $x \in V$, entonces $\forall x\varphi, \exists x\, \varphi \in$ LEPO

Ya hemos indicado que $K_{a_i}\varphi$ expresa que el agente a_i sabe que φ, tendremos que indicar también, para el lector menos familiarizado con estas lógicas, que $\widehat{K}_{a_i}\varphi$ se define como $\neg K_{a_i}\neg\varphi$ y se lee "es posible por lo que a_i sabe que φ".

Una vez definido este lenguaje, que no es más que la extensión de la lógica de primer orden con los operadores de la lógica epistémica, podemos explicar brevemente uno de los tratamientos semánticos posibles para esta extensión de LPO, la denominada *semántica de dominio constante*. La base no es más que la semántica kripkeana de mundos posibles, característica de todas las lógicas modales, ampliada con un dominio que consideramos común para todos los mundos posibles. Un modelo kipkeano extendido es una estructura $M = \langle \mathfrak{D}, W, R_{a_1}, \cdots, R_{a_n} v\ $ donde:

$\mathfrak{D}$ es un dominio no vacío de objetos.

$W = \ s, t, v, \ldots\ $ es un conjunto no vacío de índices o mundos posibles

$R_{a_i}\ \ W^2$ (para $a_i\ \ \mathcal{A}$) es una relación de accesibilidad entre mundos posibles

v es una función de evaluación que, en cada mundo posible s, asigna a cada constante individual un elemento del dominio y a cada letra predicativa n-ádica una n-pla ordenada de elementos del dominio. Es decir:

$v\ s, a\ \ \ \mathfrak{D}$

$v\ s, P^n\ \ \ \mathfrak{D}^n$

Por supuesto, el clásico problema de la identidad transmundana sigue en pie. Nosotros no discutiremos este problema ni intentaremos aportar una solución, nos limitaremos a suponer que se puede identificar a un individuo dado de un mundo posible con un individuo dado, tal vez con características diferentes, de otro mundo posible. Usaremos las constantes individuales como designadores rígidos, de modo que para cualquier término individual a y cualesquiera mundos posibles s y t,

$$v\ s, a\ = v(t, a)$$

Para abreviar, escribiremos $\upsilon\ a$ en lugar de $\upsilon\ s, a$.

Las cláusulas que definen la verdad de una fórmula φ en el mundo posible s del modelo M. (que escribiremos, como es habitual, $M, s \vDash \varphi$) son fáciles de imaginar. Los caso básicos son:

$M, s \vDash P\ a_1, \cdots, a_n$ si y sólo si (en adelante, syss) $\upsilon\ a_1\ , \cdots, \upsilon\ a_n$ $\upsilon\ s, P$.

$M, s \vDash t_1 = t_2$ syss $\upsilon\ t_1\ = \upsilon\ t_2$

No mencionaremos las cláusulas de los operadores proposicionales, por ser más que sobradamente conocidas. Las de los operadores epistémicos son también las habituales:

$M, s \vDash K_{a_i}\varphi$ syss $M, t \vDash \varphi$ para todo $t \quad W$ tal que $sR_{a_i}t$

$M, s \vDash \widehat{K}_{a_i}\varphi$ syss $M, t \vDash \varphi$ para algún $t \quad W$ tal que $sR_{a_i}t$

Llegamos ahora al punto que nos interesa especialmente, las cláusulas correspondientes a los cuantificadores:

$M, s \vDash \ x\varphi$ syss $M\ , s\ \vDash \varphi(a/x)$ para todo $M\ , s$ tales que $s\ = s$ y $M\ =_{\upsilon(a)} M$

$M, s \vDash \ x\varphi$ syss $M\ , s\ \vDash \varphi(a/x)$ para algún $M\ , s$ tales que $s\ = s$ y $M\ =_{\upsilon(a)} M$

La expresión $\mathsf{M}\ =_{\upsilon(a)} \mathsf{M}$ que aparece en las dos cláusulas significa que M' difiere de M a lo sumo respecto al valor que la función de interpretación asigna al término individual a. Hablando algo toscamente, lo que esta interpretación quiere decir es que $\ x\varphi$ es verdadera en un mundo posible de un modelo dado si $\varphi(a/x)$ es verdadera en ese mismo mundo para cualquier valor que asignemos a la constante a, tomando estos valores de un dominio de objetos que es común a todos los mundos posibles. Es lo que se ha llamado “cuantificación posibilista”.

Esta interpretación de los cuantificadores, si bien parece muy natural, tiene consecuencias más que notables. Una de ellas es que, para cualquier modelo M y para todo $s \quad W$ de M, se cumplen:

FB: $M, s \vDash \ xK_{a_i}\varphi \quad K_{a_i}\ x\varphi$

CFB: $M, s \vDash K_{a_i}\ x\varphi \quad xK_{a_i}\varphi$

Como el lector familiarizado con las lógicas modales ya habrá advertido, FB y CFB no son más que las versiones epistémicas de la Fórmula Barcan y su conversa, que tan fructíferas discusiones han propiciado.

Puesto que todos los individuos del dominio existen en todos los mundos posibles, se sigue además que, para cualquier mundo posible $s \quad W$ del modelo M,

$$M, s \vDash \ x\ y\ x = y$$

que, como ya anticipamos, es simplemente el principio de Parménides: *Todo exist*e.

Ahora bien, puesto que esta fórmula es válida en todo mundo posible de cualquier modelo, también se cumple que:

$$M, s \vDash K_{a_i}\ x\ y\ x = y$$

y por CFB,

$$M, s \vDash \ xK_{a_i}\ y\ x = y$$

Lo que esta fórmula viene a decir, intuitivamente, es que de cualquier individuo del dominio el agente a_i sabe que existe. Esto es, esta lógica epistémica de dominio constante se caracteriza por lo que hemos dado en llamar *omnisciencia ontológica*: todos los agentes saben exactamente qué cosas existen. No es difícil llegar a la conclusión de que estas condiciones son poco realistas.

4.2. Volviendo a Parménides

Parece que si aceptamos una lógica de este tipo todos los requisitos de Parménides resultan ser ciertos. Especialmente, es válido:

$$(5) \quad K_{a_i}\varphi(t) \qquad x(x = t)$$

que ya dijimos que era la formalización adecuada de la afirmación parmenídea según la cual "*Lo que puede decirse y pensarse debe ser*".

La razón de que esto sea así es que (5) se deriva casi directamente[7] de

$$9 \quad \varphi\ t \qquad x(x = t)$$

Que es una fórmula válida en todas las lógicas de dominio constante.

Según todo esto, Parménides tiene razón y, enlazando con el título de nuestro artículo, no se puede saber que algo no existe. La fórmula

$$10 \quad K_{a_i}\neg \quad x(x = t)$$

es insatisfactible.

Si no queremos aceptar estas consecuencias, la solución pasa por una lógica donde no sean válidos ni la regla.RI ni el correspondiente axioma:

$$11 \quad \varphi\ t \qquad x\varphi(x)$$

Esto se consigue con una semántica donde cada mundo posible tenga un dominio diferente, de modo un individuo que exista en uno de ellos no tenga necesariamente que existir en los demás. Una lógica de este tipo es una lógica epistémica libre, y su semántica, una semántica de dominios variables. En el siguiente apartado haremos una breve presentación de una de estas lógicas.

5. Lógica epistémica: dominios variables

5.1. Semántica

La sintaxis de esta lógica epistémica libre es la misma que ya hemos explicado, aunque es frecuente, pero no estrictamente imprescindible, introducir un predicado de existencia ▯ que podemos definir como:

$$▯(t) =_{def} \quad x(x = t)$$

Ya hemos visto que el *definiens* es una fórmula válida en las lógicas que hemos presentado hasta ahora, pero no lo será si hacemos unos pequeños cambios en la semántica.

Para ello partimos de la noción de modelo kripkeano extendido que definimos, igual que anteriormente, como una estructura $M = \quad \mathfrak{D}, W, R_{a_1}, \cdots, R_{a_n} \upsilon$ donde $\mathfrak{D}, W$ y R_{a_i} se interpretan como anteriormente. La única diferencia relevante tiene que ver con la función de evaluación υ, que ahora, además de las funciones que mencionamos anteriormente, cumple también la de asignar a cada mundo posible un subconjunto del dominio:

$$\upsilon\ s, \mathfrak{D} \qquad \mathfrak{D}$$

Para abreviar, escribiremos $\mathfrak{D}_s$ en lugar de $\upsilon\ s, \mathfrak{D}$.

En cuanto a la interpretación de la letras predicativas, aceptaremos, como anteriormente, que $\upsilon\ s, P^n \quad \mathfrak{D}^n$, no que $\upsilon\ s, P^n \quad \mathfrak{D}_s^n$ como podríamos esperar. Esto significa que una fórmula de la forma $\varphi\ t$ puede ser verdadera en un mundo

---

[7] Puesto que $\varphi(t) \qquad x(x = t)$ es válida, también lo es $K_{a_i}\ \varphi(t) \qquad x\varphi(x = t)$, y por tanto, $K_{a_i}\varphi(t)$ $K_{a_i}\ x(x = t)$; y puesto que $K_{a_i}\ x\ x = t \qquad x\ x = t$, por Silogismo Hipotético, $K_{a_i}\varphi(t) \qquad x(x = t)$.

posible s de un modelo M aunque el individuo designado por el término t no exista en ese mundo. Llamamos de una lógica de este tipo que es un *lógica libre positiva*, por oposición a las *lógicas libres negativas*, en las que una afirmación sobre un sujeto que no existe no puede ser verdadera[8]. No podemos entrar a discutir con detalle estas cuestiones, pero parece que esta semántica explica con cierta naturalidad que aceptemos como una proposición verdadera que Don Quijote amaba a Dulcinea, a pesar de que Dulcinea es sólo un ficción de la mente de Don Quijote (que por supuesto, tampoco existe).

Veamos ahora las cláusulas que definen la verdad de una fórmula en un mundo posible de un modelo dado. Nos interesan sólo las correspondientes a los cuantificadores, puesto que la demás son las mismas que hemos visto en el apartado anterior. Estas cláusulas son:

$M, s \vDash \quad x\varphi$ syss $M , s \vDash \varphi(a/x)$ para todo M , s tales que $s = s$ y $M = M \; \upsilon \; a \; /s$

$M, s \vDash \quad x\varphi$ syss $M , s \vDash \varphi(a/x)$ para algún M , s tales que $s = s$ y $M = M \; \upsilon \; a \; /s$

La expresión $M = M \; \upsilon \; a \; /s$ que aparece en estas dos cláusulas se lee "M es una variante de M para a en s" y se define:

$$M = M \; \upsilon \; a \; /s \text{ syss } M =_{\upsilon(a)} M \text{ y } \upsilon \; a \quad \mathfrak{D}_s$$

Esto es, M difiere de M a la sumo respecto al valor de a, pero a estos efectos cuentan sólo los elementos del dominio de s. Lo que significa que mientras que el ámbito de variabilidad de los términos es el dominio total del modelo, el de los cuantificadores es el dominio de cada mundo posible. Esto recoge nuestra intuición de que una oración como "Don Quijote amaba a Dulcinea" puede ser cierta sin que lo sea también la afirmación "Don Quijote existe".

5.2. Parménides, una vez más.

¿Seguirán siendo válidas las afirmaciones de Parménides con esta nueva lógica libre? Para empezar sigue siendo válido el postulado principal, que afirma que todo existe:

$$(2) \quad x \; y \; x = y$$

La razón es que, evidentemente, los individuos que existen es cada mundo posible, efectivamente, existen; aunque éstos sean distintos en cada uno de los mundos. Por tanto, también es verdadera su consecuencia epistemológica:

$$12 \quad K_{a_i} \; x \; y \; x = y$$

que podríamos parafrasear >" a_i sabe que todo existe".

La que ya no es verdadera es la conclusión que se seguía de lo anterior y CFB:

$$(13) \quad xK_{a_i} \; y \; x = y$$

Esta conclusión, que podríamos parafrasear "de todo x, a_i sabe que existe, constituía, como vimos, una visión muy poco realista del conocimiento, desde el momento en que supone la propiedad que denominamos *omnisciencia ontológica*. Pero, como decimos, ahora ya no nos vemos obligados a aceptarla porque CFB no es válida cuando nos manejamos con dominios variables.

Siguiendo con Parménides, tampoco son válidas ahora dos de las afirmaciones más conflictivas:

---

[8] Vid., por ejemplo, (Priest, 2008) o (Gómez-Caminero Parejo, 2011).

$$9 \quad \varphi\ t \qquad x(x = t)$$
$$(5) \quad K_{a_i}\varphi(t) \qquad y(y = t)$$

Lo que, como ya hemos visto, se debe a la diferencia entre el ámbito de variabilidad de los términos y el de los cuantificadores.

Así pues, parece que, si aceptamos esta lógica, Parménides ya no tiene tanta razón; ya no es cierto que "*Lo que puede decirse y pensarse debe ser*". Se puede hablar de cosas que no existen y se pueden tener conocimientos sobre ellas. Específicamente, esta fórmula es satisfactible:

$$10 \quad K_{a_i}\neg \quad x(x = t)$$

Lo que significa que podemos saber de algo en concreto que ese algo no existe, que es justo lo que nos dice nuestra intuición.

¿Podemos también, volviendo al título de nuestro trabajo, saber que hay cosas que no existen? La respuesta es no. Las siguientes fórmulas siguen siendo insatisfactibles:

$$14 \quad K_{a_i}\ x\ \ y\neg\ \ x = y$$
$$15 \quad\ \ x\, K_{a_i}\ \ y\neg\ \ x = y$$

Lo que significa que un agente no puede saber que hay cosas que no existen ni hay cosas (en cada mundo posible) de las que un agente sepa que no existen (recordemos, el ámbito de variabilidad de los cuantificadores es el dominio de cada mundo posible).

¿Qué nos dice la intuición al respecto? La verdad es que, como comentamos en la sección 3.2, cuando intentamos razonar de forma intuitiva es fácil que nos sintamos un poco confusos. Por una parte, si interpretamos el "hay" del principio como un sinónimo de "existe", entonces es claro que no puede haber cosas que no existan. Por otro lado, parece que en un cierto sentido podríamos decir que "hay" cosas que no existen, como los entes de ficción[9]. La propuesta de Lenzen, que veremos a continuación, intenta captar ambos sentidos de la cuantificación.

6. La propuesta de Lenzen

Lenzen[10] propone usar dos tipos de cuantificación: la que llamamos cuantificación posibilista y la cuantificación realista.

La primera tiene como ámbito de variabilidad el dominio del modelo. Usaremos $\bigwedge x\, \varphi(x)$ para expresar que φ es verdadero, en el mundo posible en que estemos evaluando, de todos los individuos del dominio, existan o no en ese mundo posible. Análogamente ocurre con la fórmula cuantificada existencialmente $\bigvee x\, \varphi(x)$. La semántica de estos cuantificadores es la que presentamos para dominios constantes:

$M, s \vDash \bigwedge x\, \varphi$ syss $M, s \vDash \varphi(a/x)$ para todo M, s tales que $s = s$ y $M =_{v(a)} M$

$M, s \vDash \bigvee x\, \varphi$ syss $M, s \vDash \varphi(a/x)$ para algún M, s tales que $s = s$ y $M =_{v(a)} M$

(La expresión $M =_{v(a)} M$ significa lo mismo que en apartado 4.)

---

[9] Esta es, típicamente, la tesis de Meinong. Vid., por ejemplo, (Marek, 2013).

[10] (Lenzen, 2001).

La cuantificación realista, por el contrario, alude sólo a los individuos que realmente existen en cada mundo posible. Usamos y con este significado. La semántica es la que presentamos en el apartado 5 para dominios constantes:

$M, s \vDash \; x\varphi$ syss $M , s \vDash \varphi(a/x)$ para todo M , s tales que $s = s$ y $M = M \upsilon \; a \; /s$

$M, s \vDash \; x\varphi$ syss $M , s \vDash \varphi(a/x)$ para algún M , s tales que $s = s$ y $M = M \upsilon \; a \; /s$

(Donde $M = M \upsilon \; a \; /s$ significa lo mismo que en dicho apartado).

Volvamos ahora a la cuestión planteada desde el título de este artículo: ¿tiene sentido decir que hay cosas que no existen?, ¿puede alguien saber algo así? Ahora ya, por fin, sí que podemos decirlo. Hay un cierto sentido en que es razonable afirmar que hay cosas (posibles) que no existen (en el mundo real). La fórmula

$$16 \quad \vee x \;\; y \neg (x = y)$$

es satisfactible, y por tanto también lo es:

$$17 \quad K_{a_i} \vee x \;\; y \neg (x = y)$$

que tiene el significado que andábamos buscando: el agente a_i sabe que hay cosas que no existen.

Además, puesto que para la cuantificación posibilista valen tanto la fórmula Barcan como su conversa, también es satisfactible la fórmula:

$$17 \quad \vee x \, K_{a_i} \;\; y \neg (x = y)$$

que nos dice que hay cosas, por ejemplo, Don quijote, de las que el agente a_i sabe que no existen. Esta semántica, en la que ya no se cumplen las afirmaciones de Parménides, parece mucho más cercana a lo que nos dice nuestra intuición.

Y por cierto, para volver a la metafísica, con la que empezamos, ¿no diríamos que esta doble cuantificación se parece mucho a la distinción Aristotélica entre potencia y acto?

7. Conclusiones

Partiendo de los textos de Parménides hemos retomado un viejo problema en el que la lógica parece desafiar a nuestra intuición y que, algo toscamente, podríamos formular simplemente así: ¿podemos saber que hay cosas que no existen?

Para intentar responder a esta pregunta hemos analizado someramente varias posibilidades a la hora de presentar una lógica epistémica de primer orden. La primera, la más clásica de todas, parte de un único dominio para todos los mundos posibles. En este tipo de lógica, ya lo vimos, las afirmaciones de Parménides resultan ser ciertas; pero sólo porque introducimos unos compromisos ontológicos extraordinariamente fuertes.

Intentando eliminar esos compromisos ontológicos, analizamos una lógica libre positiva con una semántica de dominios variables. Es esta lógica sí que resultaba posible afirmar (y saber) de un cierto individuo del dominio que no existe en el mundo en el que estemos evaluando; pero sigue siendo insatisfactible la afirmación "hay cosas que no existen".

Por último, hemos analizado la propuesta de Lenzen de introducir una doble cuantificación. Una cuantificación posibilista para hablar de todos los individuos del modelo y otra realista para referirnos a los que existen en un determinado mundo. En esta lógica sí que resulta satisfactible la afirmación "hay cosas que no existen", aunque interpretando el primer "hay" en un sentido diferente al "existen" del final.

Con este análisis hemos pretendido, en primer lugar, reivindicar la necesidad de retomar los problemas relacionados con la lógica epistémica de primer orden, y con la lógica modal de primer orden, en general, que han estado, a nuestro juicio, indebidamente postergados durante bastante tiempo. Creemos que esta lógica es imprescindible para clarificar un número importante de problemas, entre los que se encuentra el que acabamos de analizar.

En segundo lugar, creemos haber mostrado que una lógica epistémica libre se acerca más a nuestras intuiciones que una lógica donde todos los términos tienen referencia y es válida sin restricciones la regla RI . Dadas las cada vez más numerosas aplicaciones de la lógica epistémica, es importante disponer de un buen análisis de las ventajas e inconvenientes de cada una de estas lógicas.

Por supuesto, no hemos resulto todos los problemas y hemos dejado muchas cuestiones sin discutir. Específicamente, hemos pasado por alto el espinoso problema de la identidad transmundana, dando por supuesto que simplemente podemos usar los términos de individuo como designadores rígidos, y no hemos discutido otras posibilidades, como las llamadas lógicas libres negativas. Todas estas cuestiones esperan un tratamiento adecuado.

Bibliografía

Fagin, R. H. (1995). *Reasoning About Knowledge*. Cambridge: The MIT Press.
Gómez-Caminero Parejo, E. F. (2011). *Tablas Semánticas para Lógica Epistémica*. Sevilla: Fénix Editora.
Hintikka, J. (1962). *Knowledge and Belief*. Cornell: Cornell University Press.
Kirk, G., & Raven, J. y. (1987). *Los Filósofos Presocráticos*. Madrid: Gredos.
Lenzen, W. (2001). Free Epistemic Logic. In E. y. Morscher, *New Essays in Free Logic* (pp. 117-124). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Marek, J. (2013). Alexius Meinong. En E. N. (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2013 Edition),*. Stanford: http://plato.stanford.edu/archives/sum2013/entries/meinong/.
Priest, G. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic: from if to is*. Cambridge: Cambridge University Press.
Russell, B. (1995). *Historia de la Filosofía Occidental*. Madrid: Espasa Calpe.