LAS COMISIONES COMO MEDIDA DE LA INEFICIENCIA DE LOS MERCADOS DE CAPITALES

Cruz Rambaud, Salvador; Valls Martínez, María Del Carmen
Universidad de Almería

RESUMEN.

La eficiencia de los mercados financieros requiere el cumplimiento de una serie de condiciones, como la existencia de un gran número de compradores y vendedores, facilidad de acceso al mercado para cualquier partícipe y homogeneidad de los activos financieros en él negociados. Si, además, añadimos la posibilidad de realizar operaciones al descubierto y la imposibilidad de realizar operaciones de arbitraje sin riesgo llegamos a la conclusión de que surge una nueva característica, que es la escindibilidad de las leyes financieras. En el caso de que ésta no se verifique nos encontraremos frente a la existencia de leyes favorables o desfavorables a la escisión del plazo temporal. Cuando la ley empleada es favorable (el ejemplo por excelencia de ley favorable es la capitalización simple) el inversor obtendrá una ganancia mayor cuanto mayor sea el fraccionamiento que realice de la operación. Dicho fraccionamiento puede ser evitado por el prestatario mediante el cobro de comisiones que se convierten, de este modo, en una medida de la ineficiencia del mercado.

INTRODUCCIÓN.

Las *operaciones financieras*, que suponen el intercambio de capitales disponibles en diferentes momentos del tiempo de acuerdo con un criterio de sustitución denominado ley financiera (De Pablo: 1993), se materializan en los *activos financieros*, los cuales pueden servir como medios de pago o de crédito (Fernández y García: 1992). Serán estos últimos, en especial las operaciones de inversión-financiación (en cualquiera de sus formas), los que constituyan el objeto de nuestro trabajo.

El intercambio de activos financieros entre los distintos agentes económicos tiene lugar en el *mercado financiero*, cuyo objetivo es propiciar la asignación eficiente de fondos dentro del sistema financiero. Para que el mercado cumpla adecuadamente su función debe reunir una serie de características, como son: amplitud (elevado número de activos intercambiados), transparencia (obtención de información de forma oportuna y a bajo coste), libertad (facilidad de acceso para todos los agentes y ausencia de intervención por parte de las autoridades), profundidad (elevado número de órdenes de compra-venta) y flexibilidad (rapidez de reacción de los agentes ante posibles cambios en los precios u otras condiciones del mercado).

Un *mercado perfecto* es aquél que verifica todas estas características en un alto grado. Asimismo, se habla de *mercado eficiente* cuando los precios que en él se forman reflejan toda la información disponible, por lo que no es posible predecir los precios futuros de los activos financieros a partir de estudios sobre sus precios pasados. Es decir, las valoraciones que se realizan en el mercado de los activos financieros oscilan de forma aleatoria en torno a su verdadero valor, denominado valor intrínseco.

Sobre las condiciones que debe cumplir un mercado para ser eficiente podemos encontrar abundante bibliografía, pero basta con decir que un mercado eficiente es un mercado perfecto (Suárez: 1993).

Vamos a consider, además, que en el mercado eficiente no hay riesgo de insolvencia, que los agentes son racionales (prefieren más riqueza a menos), esto es, son maximizadores de beneficios y, por último, que existe la posibilidad de realizar operaciones al descubierto.

Así pues, teniendo en cuenta las condiciones establecidas, el equilibrio del mercado (igualdad entre oferta y demanda) privará a los inversores de la posibilidad de realizar un arbitraje sin riesgo (Cobbaut: 1997). Recordemos que el arbitraje es una operación compuesta formada, al menos, por dos operaciones simples de sentido opuesto (una compra y una venta) y que proporciona al arbitrajista un beneficio sin necesidad de realizar desembolso alguno.

En la Sección 2 de este trabajo se demuestra cómo en un mercado que cumpla todas las condiciones enunciadas anteriormente y en el que sea posible estimar de forma cierta los precios futuros, las leyes financieras serán escindibles, es decir, el montante obtenido al invertir una cuantía dada durante un plazo a, interrumpir la operación e inmediatamente renovarla reinvirtiendo el montante obtenido durante un plazo b es igual al montante obtenido invirtiendo conjuntamente durante el plazo total $a+b$:

$$F(t,a).F(t+a,b) = F(t,a+b).$$

En consecuencia, la escindibilidad de las leyes financieras es otra condición más que deben verificar los mercados financieros eficientes.

Ahora bien, dado que en la práctica no todas las características previamente establecidas se van a cumplir, las leyes financieras serán no escindibles, esto es, la igualdad anterior se verificará ahora como desigualdad, pudiendo surgir leyes tanto favorables:

$F(t,a).F(t+a,b) > F(t,a+b)$,

como desfavorables a la escisión del plazo temporal:

$F(t,a).F(t+a,b) < F(t,a+b)$.

Un ejemplo de ley favorable es la capitalización simple, empleada frecuentemente en la práctica de las operaciones financieras. Así, en las operaciones de inversión es frecuente que la remuneración se establezca por parte del prestatario en tanto nominal fijo anual, siendo el prestamista el que tiene libertad de elección sobre la frecuencia de las imposiciones. De este modo, al prestamista le interesará realizar un fraccionamiento tan grande como sea posible, puesto que a medida que aumente el número de los subperíodos impositivos el montante final obtenido será mayor. Al prestatario, por su parte, le interesará que la operación se realice a largo plazo, por lo que tratará de desincentivar el fraccionamiento, lo cual podrá realizar mediante el cobro de comisiones que anulen los beneficios obtenidos por la otra parte. Tales comisiones se convierten, por tanto, en una medida de la ineficiencia de los mercados de capitales, tal y como se desarrolla en la Sección 3.

Análogamente ocurrirá en las operaciones de financiación.

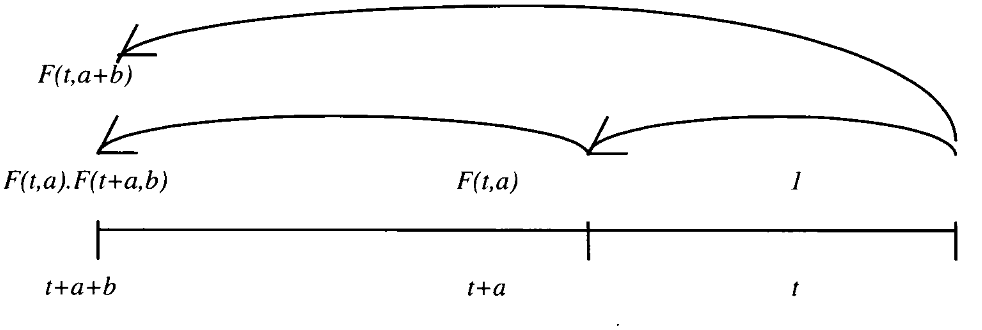
LA ESCINDIBILIDAD DE LAS LEYES FINANCIERAS Y LA ESTRUCTURA DEL MERCADO DE CAPITALES.

La ley financiera $F(t,a)$, siendo a negativo, podemos identificarla con el precio del activo financiero de cuantía unitaria en el instante actual $t+a$ (Moriconi:1994). Si queremos conocer el valor de dicho título en un instante situado entre $t+a$ y t, distinto del actual, nos encontraríamos ante una situación de incertidumbre[1]. Si bien es cierto que los agentes económicos tendrán una idea de tal valor, en función de sus expectativas sobre la evolución futura del mercado, no es menos cierto que éstas no se van a verificar por completo en la realidad, puesto que el futuro no es perfectamente predecible.

No obstante, vamos a suponer un mercado cierto, es decir, que a partir de los precios de los títulos en $t+a+b$ es posible conocer los precios en cualquier instante posterior, situado entre el momento actual ($t+a+b$) y su vencimiento (t).

Gráficamente:

GRÁFICO Nº 1.



En estas condiciones podemos enunciar el siguiente

Teorema de escindibilidad. En condiciones de certeza y para evitar un arbitraje sin riesgo, deberá verificarse que:

$F(t,a).F(t+a,b) = F(t,a+b)$.

Demostración.

a) Si suponemos que $F(t,a+b) > F(t,a).F(t+a,b)$, sería posible realizar un arbitraje sin riesgo, mediante la adopción de la estrategia reflejada en la siguiente matriz de cobros y pagos:

[1] Parcial o total.

	VENCIMIENTOS		
ACCIÓN	$T+A+B$	$T+A$	T
1	$F(T,A+B)$	0	-1
2	$-F(T,A).F(T+A,B)$	$F(T,A)$	0
3	0	$-F(T,A)$	1
RESULTADO	$F(T,A+B)-F(T,A).F(T+A,B)$	0	0

donde las acciones llevadas a cabo son:

1) Venta al descubierto en el instante actual del título unitario con vencimiento en t.

2) Adquisición en el momento presente del título que vence en $t+a$.

3) Adquisición a plazo, con entrega en $t+a$, del título que vence en t.

b) Si $F(t,a+b) < F(t,a).F(t+a,b)$, también sería posible realizar un arbitraje sin riesgo, mediante la estrategia opuesta:

	VENCIMIENTOS		
ACCIÓN	$T+A+B$	$T+A$	T
1	$-F(T,A+B)$	0	1
2	$F(T,A).F(T+A,B)$	$-F(T,A)$	0
3	0	$F(T,A)$	-1
RESULTADO	$F(T,A).F(T+A,B)-F(T,A+B)$	0	0

siendo las acciones realizadas:

1) Adquisición en el instante actual del título unitario con vencimiento en t.

2) Venta al descubierto en el momento presente del título que vence en $t+a$.

3) Venta a plazo, con entrega en $t+a$, del título que vence en t.

Por lo tanto, deberá cumplirse necesariamente:

$$F(t,a).F(t+a,b) = F(t,a+b). \blacksquare$$

Si en lugar de suponer un ambiente de certeza nos situásemos en una situación de incertidumbre, el precio $F(t,a)$ no sería conocido, de modo que el inversor debería ahora trabajar, en la operación contemplada en la segunda acción, con una previsión sobre el mismo, o sea, con su esperanza matemática:

$$E\,[F(t,a)].$$

En tal caso, el flujo neto de tesorería en el instante $t+a$ difícilmente sería ahora nulo, con lo cual el arbitraje efectuado no estaría exento de riesgo, dada la posibilidad de que dicho resultado fuese negativo.

En conclusión, podemos afirmar que la escindibilidad de la ley financiera aparece limitada al caso hipotético ideal de mercados ciertos o predecibles.

En un mercado cierto y donde no hay arbitraje sin riesgo se verifica, pues, que el precio al contado en el instante $t+a$ viene dado por el cociente:

$$F(t,a) = \frac{F(t,a+b)}{F(t+a,b)}.$$

Teniendo en cuenta que, por el *teorema de los precios implícitos*, el precio a plazo para $t+a$, previsto en el momento $t+a+b$ es también (Cuz y Valls: 1999):

$$F(t,a,b) = \frac{F(t,a+b)}{F(t+a,b)},$$

se verifica que, en condiciones de certeza los precios al contado:

$$F(t,a)$$

coinciden con los actuales precios a plazo:

$$F(t,a,b).$$

Por tanto, una definición alternativa de la propiedad de escindibilidad es que:

$$F(t,a) = F(t,a,b).$$

igualdad que raramente resulta satisfecha en situaciones reales. La realidad de los mercados se identifica, por consiguiente, con la existencia de leyes financieras favorables y desfavorables a la escisión del plazo temporal.

EFECTO DE LAS COMISIONES BANCARIAS EN UNA OPERACIÓN REGIDA POR UNA LEY FINANCIERA FAVORABLE.

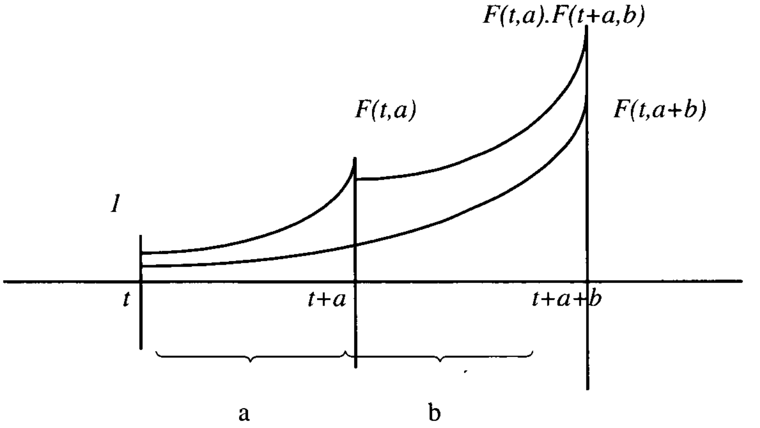
Cuando la ley financiera es favorable ocurrirá que:

$F(t,a).F(t+a,b) > F(t,a+b)$,

es decir, el inversor o prestamista obtiene un montante mayor cuando escinde el plazo temporal de la operación financiera, por lo que le interesará dicho fraccionamiento.

Gráficamente:

GRÁFICO Nº 2.



si nos movemos hacia delante, es decir si F es una ley financiera de capitalización.

Por otro lado, el prestatario deseará normalmente imposiciones a largo plazo, por lo que tenderá a desincentivar la escindibilidad de la operación, lo cual podría realizar mediante el cobro de una comisión que absorbiera el beneficio adicional que se obtiene al fraccionar el plazo.

Consideremos la ley financiera de capitalización simple, que es favorable a la escindibilidad ya que:

$F(a).F(b) > F(a+b)$,

siendo la ganancia adicional:

$F(a).F(b) - F(a+b) = i^2.a.b$.

Si el prestatario, normalmente el banco, cobrase al inversor en forma de comisión $i^2.a.b$ por cada unidad monetaria invertida, estaría desincentivándole para fraccionar su imposición.

Si suponemos un año la duración total de la inversión y consideramos el k-ésimo fraccionamiento uniforme del plazo, la ganancia adicional que se obtiene al fraccionar será:

$$\left(1+\frac{i}{k}\right)^k-(1+i)\ ,$$

que nos daría la cantidad que el banco cobrará en concepto de comisión por sus servicios. Lo normal es que dicha comisión la cobre fraccionadamente en cada imposición. Si, además, suponemos que la comisión a cobrar se divide en partes iguales, la función que la representa en cada subperíodo será función del fraccionamiento k e igual a:

$$f(k)=\frac{\left(1+\frac{i}{k}\right)^k-(1+i)}{k}\ ,$$

siendo $k = 1, 2, 3, ...$, esto es, un número natural.

La sucesión $\left(1+\frac{i}{k}\right)^k$ es similar a la que define el número e, por lo que se puede demostrar análogamente que se trata de una sucesión creciente y acotada en el intervalo[2] $[1+i,2+i]$. Si a dicha sucesión le restamos $(1+i)$ la diferencia resultante sigue siendo creciente y acotada. Por último, si dividimos dicha

[2] Cuando $i < 1$, puesto que si $i > 1$ entonces el intervalo será $[1+i,ei]$.

diferencia por k, puede que al principio la función resultante sea creciente, pero para un cierto valor de k, debido a que el numerador está acotado y el denominador no, la función comenzará a decrecer.

Recordando que k es un número natural y que sólo tiene sentido a partir de $k = 2$, podemos afirmar que $f(k)$ será decreciente. Es decir, a medida que el fraccionamiento sea mayor la comisión que debe cobrar el banco al final de cada imposición irá decreciendo.

En efecto, en el ejemplo anterior:

$$f(2) = \frac{1}{8}.i^2 .$$

$$f(3) = \frac{1}{9}.i^2 + \frac{1}{81}.i^3 .$$

$$f(4) = \frac{3}{32}.i^2 + \frac{1}{64}.i^3 + \frac{1}{1024}.i^4 .$$

Si suponemos $i = 0,1$ las comisiones anteriores serían:

$f(2) = 0,00125 = 0,125$ % de la cuantía.

$f(3) = 0,001123456 = 0,1123456$ % de la cuantía.

$f(4) = 0,000953222 = 0,0953222$ % de la cuantía.

Debemos observar que, en el caso de $k = 2$ la comisión a cobrar $\frac{1}{8}.i^2$, coincide con la máxima diferencia existente, para una duración inferior a un año, entre la capitalización simple y la compuesta, que tiene lugar justamente para un plazo de 6 meses (Gil Peláez: 1992, pp. 155-156). Esta cantidad es también la máxima comisión que debería cobrar la entidad financiera a su cliente para anular los efectos de la escindibilidad de la operación.

EJEMPLO 3.1. DADA LA LEY FINANCIERA DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE CON $I = 0,1$ Y LA CUANTÍA DE $1.000.000$ UNIDADES MONETARIAS, LAS COMISIONES A COBRAR SERÁN:

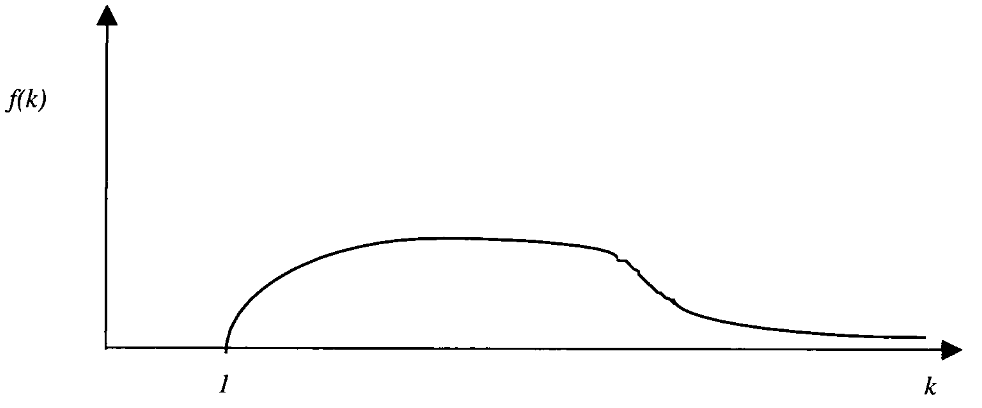
K	PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN	$c\left(1+\frac{0,1}{k}\right)^k$	GANANCIA ADICIONAL	COMISIÓN PERIÓDICA
1	AÑO	*1.100.000*	*0*	*0*
2	SEMESTRE	*1.102.500*	*2.500*	*1.250*
3	CUATRIMESTRE	*1.103.370*	*3.370*	*1.123*
4	TRIMESTRE	*1.103.813*	*3.813*	*953*
6	BIMESTRE	*1.104.260*	*4.260*	*710*
12	MES	*1.104.713*	*4.713*	*393*

En toda ley financiera favorable, la representación gráfica de la función $f(k)$, que es el cociente:

$$f(k) = \frac{proceso - ley}{k} ,$$

al principio comienza creciendo al empezar a fraccionar el plazo, pero a continuación decrece de forma continuada, tal y como analizamos con anterioridad, debiendo existir un intervalo en el que sea convexa, que es el que racionalmente nos interesa. Ahora bien, a partir de un fraccionamiento suficientemente grande la comisión a cobrar tenderá a cero, por lo que $f(k)$ terminará siendo cóncava, constituyendo el eje de abscisas una asíntota horizontal de dicha función (Gráfico nº 3).

GRÁFICO Nº 3.



BIBLIOGRAFÍA.

COBBAUT, R. (1997): *THÉORIE FINANCIÈRE.* ED. ECONÓMICA. PARÍS.

CRUZ RAMBAUD, S. Y VALLS MARTÍNEZ, M.C. (1999): "DETERMINACIÓN DE LAS CONDICIONES DE LAS LEYES FINANCIERAS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA DE UN MERCADO PERFECTO DE CAPITALES". *XIII REUNIÓN ANUAL ASEPELT ESPAÑA*. PUBLICACIÓN EN CD-ROM.

DE PABLO LÓPEZ, A. (1993): *MATEMÁTICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS.* ED. UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA. MADRID.

FERNÁNDEZ, A.I. Y GARCÍA OLALLA, M. (1992): *LAS DECISIONES FINANCIERAS DE LA EMPRESA*. ED. ARIEL ECONOMÍA. BARCELONA.

GIL PELÁEZ, L. (1992): *MATEMÁTICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS.* ED. AC. MADRID.

MORICONI, F. (1994): *MATEMATICA FINANZIARIA.* ED. IL MULINO. BOLOGNA.

SUÁREZ SUÁREZ, A. S. (1993): DECISIONES ÓPTIMAS DE INVERSIÓN Y FINANCIACIÓN EN LA EMPRESA. ED. PIRÁMIDE. MADRID.