

ZONAS DE MAXIMA DENSIDAD DE PREDICCION MEDIANTE BOOTSTRAP: UN ENSAYO SOBRE EL INDICE GENERAL

Blasco de las Heras, Natividad

Universidad de Zaragoza

Santamaría Aquilué, Rafael

Universidad Pública de Navarra

ABSTRACT:

En este trabajo proponemos la utilización del concepto de regiones de máxima densidad de predicción como procedimiento para reflejar más acertadamente la importancia de la asimetría, leptocurtosis, pluralidad de modas y la posibilidad de estimaciones extremas que surgen en las series diarias de rentabilidades bursátiles y que no se encuentran adecuadamente recogidas en la definición más clásica de intervalos de predicción.

Dado que el periodo temporal que sometemos a las técnicas de predicción incluye cada una de las sesiones con negociación el mes de Enero de 1998, debemos considerar previamente la existencia de efectos particulares, tanto en días de la semana como en dicho mes. El sistema utilizado para obtener las predicciones del Índice General de la Bolsa de Madrid se basa en la técnica del bootstrap. El modelo propuesto en este ensayo para estimar los valores futuros es un AR(1) con las correspondientes variables indicativas de estacionalidad diaria y efecto enero, cuyos errores se suponen generados por un GARCH(1,1).

INTRODUCCION

Bajo la tradicional modelización del paseo aleatorio, asumida como una clara consecuencia del concepto de eficiencia del mercado, las modificaciones de precios se entienden representadas por una variable independiente e idénticamente distribuida según una Normal de esperanza nula y varianza constante. No obstante, la literatura empírica presenta abundantes resultados a favor de la predecibilidad potencial a corto plazo, ligados a explicaciones relacionadas con la contratación asíncrona (Lo y Mackinlay, 1988), el ruido informativo (French y Roll, 1986), la estructura de liderazgo informativo de la bolsa de Nueva York sobre los mercados europeos (Espitia y Santamaría, 1994) o el poder predictivo de variables como los dividendos, los ratios per o el valor contable sobre valor de mercado (Fama y French, 1988). Esta evidencia empírica permite justificar la modelización de rentabilidades con procesos distintos del paseo aleatorio para fines predictivos.

Existen, asimismo, indicios favorables a la presencia de procesos de memoria a largo plazo en las series financieras como los que recogen los trabajos de Mills (1993) y Cheung (1993). Sin embargo, el escaso grado de contundencia de estos resultados (véase para el caso español, entre otros, Blasco y Santamaría 1996) cede protagonismo a la posible predicción para cortos intervalos de tiempo.

Siguiendo la lógica de los argumentos que guían las propuestas más clásicas sobre el comportamiento de las variables financieras, el establecimiento de la region de confianza de una predicción se ha basado en el supuesto de Normalidad de su distribución. Tales planteamientos, no obstante, deben ser revisados cuando los modelos propuestos para predecir sugieren la presencia de no linealidades o de errores no normales puesto que, en estas circunstancias, características como la simetría, la existencia de una moda única o la irrelevancia de los valores extremos dejan de ser irrefutables. Es por ello que cobra entonces interés el concepto de zonas de máxima densidad de predicción en las que plasmar las características específicas de la distribución de la variable estimada.

El objetivo central de este trabajo es construir las HDRs para las sesiones negociadas en Enero de 1998 y comprobar si las técnicas de predicción utilizadas aportan información de mayor calidad que la proporcionada por la simulación del modelo propuesto y/o por la distribución normal que tiene como parámetros la media y la desviación típica de la serie histórica. Este último punto, relacionado con los planteamientos clásicos a los que aludíamos en este mismo epígrafe, tiene como ventaja que si no existen grandes diferencias entre las probabilidades calculadas para las rentabilidades al cierre en cada uno de los días estudiados, la sencillez del proceso de predicción se incrementa notablemente al no tener que recurrir a modelos más o menos sofisticados que deben ser simulados un elevado número de veces.

En lo que sigue, el trabajo se estructura atendiendo al siguiente esquema: la sección segunda presenta la base de datos utilizada y el modelo propuesto para la predicción; la sección tercera introduce brevemente al concepto de zonas de máxima densidad de predicción; la sección cuarta comenta los resul-

tados obtenidos con el empleo del bootstrap y la formación de las HDRs y la quinta extrae las conclusiones más relevantes del análisis.

BASE DE DATOS Y ELECCION DEL MODELO

La base de datos se compone de los valores diarios del Índice General de la Bolsa de Madrid para el periodo 1994-1997 ambos inclusive, así como los relativos a las veinte sesiones de Enero de 1998 al objeto de comparar nuestras predicciones. Dado que dicho Índice corrige por ampliaciones y dividendos, las rentabilidades se han obtenido atendiendo a la siguiente expresión:

$$X_t = \ln(I_t/I_{t-1})$$

La elección del periodo trata de conjugar la necesidad de un número relevante de datos para replicar fielmente el proceso que genera la serie temporal, con características ligadas a la estacionariedad de la misma. En este sentido, es posible que el periodo 1994-1997 no sea totalmente homogéneo, sin embargo, el efecto global de las modificaciones habidas en el mercado que puedan derivar en cambios determinantes en la conducta de la rentabilidad será, si no despreciable, al menos de importancia menor que si hubiese tenido lugar, como ocurrió en Noviembre de 1991, un cambio del sistema de liquidación en la Bolsa de Madrid (véase Peiró, 1994) o la introducción de las opciones y futuros sobre índices bursátiles (véase Damodaran y Subrahmanyam, 1992), tal y como se produjo con el Ibex35 en 1992. Acontecimientos de esta magnitud pueden producir efectos tanto en la estacionalidad diaria de las rentabilidades como en la conducta de la volatilidad y/o en el volumen de negociación de los activos subyacentes.

Por lo que respecta a la elección del modelo utilizado para la generación de las predicciones, partimos en primer término de la posible estacionalidad diaria y de un posible efecto enero. No obstante, dicho efecto Enero puede concentrarse, o ser más intenso, en la primera quincena del mes. El Cuadro 1 recoge una estadística preliminar referida a estos conceptos y elaborada con los datos de cierre históricos hasta el 31 de Diciembre de 1997. La mera observación de los resultados deja intuir la significatividad de los viernes ubicados en las semanas de la primera mitad de mes¹ y, aunque no tan claramente, la significatividad de los martes en general. Asimismo, el correspondiente estudio de la función de autocorrelación y las conclusiones que presentan para nuestro mercado, entre otros, el trabajo de Blasco, Del Rio y Santamaría 1997, ponen en evidencia la importancia del primer retardo de la variable rentabilidad.

En línea con estas primeras percepciones se propone la siguiente regresión por mínimos cuadrados ordinarios:

$$X_t = \alpha_0 X_{t-1} + \alpha_1 L_{1m} + \alpha_2 L_o + \alpha_3 M_{1m} + \alpha_4 M_o + \alpha_5 X_{1m} + \alpha_6 X_o + \alpha_7 J_{1m} + \alpha_8 J_o + \alpha_9 V_{1m} + \alpha_{10} V_o + \varepsilon_t$$

donde las iniciales L, M, X, J y V representan variables dummy indicativas de cada uno de los días de la semana con negociación, esto es, de lunes a viernes respectivamente; los subíndices "1m" indican la pertenencia del correspondiente día a la primera mitad del mes de Enero y los subíndices "o" indican otros.

Los resultados de esta regresión muestran la significatividad al 1% del primer retardo y la de los viernes de la primera mitad de enero y al 10% la de los martes no incluidos en la primera mitad del mes de Enero. Un análisis posterior de los residuos obtenidos confirma, por una parte, que la autocorrelación ha sido básicamente corregida con la inclusión del retardo de primer orden y, por otra, que existen resultados favorables a la existencia de efectos ARCH (la aplicación del test de Engle proporciona un valor del estadístico de 43,589 según una Chi-cuadrado de un grado de libertad).

La posterior eliminación del proceso de regresión de las variables no significativas y la introducción de la constante reduce la significatividad de los martes del resto del año. Por otra parte, la presencia de la varianza condicional puede ponerse de manifiesto proponiendo que los errores de la regresión sobre el retardo y la variable de los viernes primeros se entiendan representados por un modelo ARCH o GARCH. En nuestro caso concreto hemos optado por esta segunda alternativa puesto que, además de obtener mejores valores de la función de verosimilitud, este proceso es una aproximación parsimoniosa de los modelos de varianza condicional que parece ajustarse bastante bien a la conducta de la volatilidad presente en las rentabilidades de las series financieras (vease Lamoreaux y Lastrapes, 1990).

¹ Cabe la discusión acerca de la diferenciación de los primeros quince días del mes entendidos en sentido estricto o bien de aproximadamente la primera mitad del mes que termina con el fin de una semana completa. Siguiendo este último planteamiento, por ejemplo, el jueves y el viernes, 16 y 17 de enero de 1997 respectivamente, se entienden incluidos en la primera mitad del mes, aunque excedan al estricto día 15.

En función de las observaciones realizadas, el modelo propuesto es un AR(1) que incluye una variable dummy representativa de los viernes de enero que se ubican aproximadamente en la primera quincena del mes y en el que los errores se asumen adecuadamente representados por un GARCH (1,1).

METODOLOGIA

Los intervalos de predicción constituyen el modo usual de expresar la precisión con la cual se han determinado los valores futuros de una variable. Habitualmente, dichos intervalos consisten en zonas simétricas sobre la predicción media. Como indica Hyndman (1995), si bien se han dedicado un gran número de trabajos de investigación a las propiedades de los modelos o a los distintos métodos de estimación y diagnóstico (ver, entre otros, De Gooijer y Kumar, 1992; Granger y Teräsvirta, 1993 o Tong, 1990), la distribución de las predicciones y las correspondientes regiones de densidad de predicción no han sido frecuentemente discutidas. Presumiblemente, la razón que permite obviar este tema es la equivalencia de resultados en la construcción de regiones de predicción con distintos métodos cuando derivan de los habituales modelos lineales y normales o bien, sencillamente, de la simplicidad operativa que implica la extrapolación de las técnicas utilizadas con estos métodos a la creación de intervalos de predicción sobre modelos más complejos.

No obstante, si la distribución de las predicciones no es normal, sería conveniente recurrir a otras propuestas suficientemente flexibles para captar la asimetría, la leptocurtosis, la pluralidad de modas o los valores extremos que se manifiestan con frecuencia significativa y a los que según el mecanismo habitual de construcción de regiones de predicción, se les atribuiría una importancia despreciable aunque tuviesen una influencia clara en el cómputo de los momentos de la distribución. Con la pretensión de alcanzar este objetivo se expone a continuación el concepto de zona de máxima densidad de predicción.

Sea $\{X(t_i)\}$ una serie temporal con n observaciones correspondientes a los periodos $t_1 < t_2 < \dots < t_n$. Nuestro interés se centra en la variable aleatoria $X(t_m)$ dadas todas las observaciones anteriores hasta t_n , siendo $n < m$. Denominando $p_{m/n}(x)$ a la densidad de $X_{m/n} = [X(t_m)/X(t_1), \dots, X(t_n)]$, definimos una región de máxima densidad de predicción como

$$R\alpha = \{x: p_{m/n}(x) > f\alpha\}$$

donde $f\alpha$ se elige tal que permita verificar que $\Pr(X_{m/n} \in R\alpha) = 1 - \alpha$.

Esto es, $R\alpha$ se interpreta como la región del espacio muestral de $X_{m/n}$ que "mejor resume" la densidad $p_{m/n}(x)$. Si la intuición que subyace en el concepto general de región de predicción es la de ser una zona relativamente pequeña del espacio muestral que localice una probabilidad determinada, es deseable que tal región incluya los puntos que posean una densidad relativamente alta. Desde este punto de vista, las zonas de máxima densidad de predicción recogen la interpretación más ortodoxa de este concepto.

Como paso previo al cálculo de la región de predicción es necesario estimar la densidad de predicción. Uno de los métodos más rápidos y en la actualidad el aplicado con más generalidad es la simulación. La distribución empírica de $X_{m/n}$ puede estudiarse mediante la generación de un elevado número de realizaciones independientes de un proceso para los periodos comprendidos entre t_n y t_m , utilizando los valores de las observaciones contenidos en la serie temporal histórica como datos de partida (Granger y Teräsvirta, 1993). Los términos de error en el modelo propuesto pueden sustituirse por una secuencia de números pseudo-aleatorios generados por ordenador, o bien realizar un bootstrap de los residuos ajustados tal y como muestran algunos de los trabajos de la literatura financiera empírica más reciente (Thombs y Schucany, 1990; McCullough, 1994; Stratford Douglas, 1996). De hecho, esta alternativa resulta especialmente útil cuando no se desean plantear hipótesis concretas sobre la densidad de los errores.

Muchos de los procedimientos de inferencia disponibles para el análisis de las series temporales de datos son asintóticos. Aunque existen algunos resultados aplicables al análisis de muestras pequeñas, no existe un método fácilmente accesible, general y flexible que pueda utilizarse en la inferencia con muestras de reducido tamaño. La técnica bootstrap, introducida por Efron (1979, 1982), supone una alternativa de gran potencial para conseguir un mayor grado de precisión en la estimación y la inferencia con este tipo de muestras. En este trabajo hemos optado por ella.

En estos términos, el modelo planteado se expresa de la siguiente forma:

$$x_t = \mu + \phi x_{t-1} + \gamma V_{1m} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

z_t i.i.d. $N(0,1)$

El método bootstrap utilizado es el indicado en Miguel (1996), dado que el modelo ajustado origina errores heterocedásticos y, por lo tanto, es prácticamente imposible encontrar una representación backward de la modelización de la volatilidad. Por ello, los remuestreos tienen como objetivo mimetizar la distribución de los valores futuros de la rentabilidad sin tener que realizar la aproximación bootstrap de la serie hacia atrás de forma recursiva, tal y como proponen Thombs y Schucany (1990) en su trabajo para procesos autorregresivos homocedásticos.

El método de remuestreo sobre los residuos estandarizados de la serie proporciona los errores futuros bootstrap (z^*_{t+j} , con $j=1, \dots, 20$) para, posteriormente, determinar los valores futuros bootstrap de la serie y sus varianzas condicionales:

$$x^*_{t+j} = \mu + \phi x_{t+j-1} + z^*_{t+j} \sigma^*_{t+j}$$

$$\sigma^{*2}_{t+j} = \omega + \alpha z^2_{t+j-1} \sigma^{*2}_{t+j-1} + \beta \sigma^{*2}_{t+j-1}$$

donde $y^*_i = y_i$, $z^*_i = z_i$ si $i < t+1$ y $\sigma^*_i = \sigma_i$ si $i < t+1$

Concretamente, en este trabajo se realizan 1500 remuestras con reemplazamiento de los residuos centrados y estandarizados que se originan a partir de la estimación del modelo por máxima verosimilitud. Ello supone la determinación de 1500 valores posibles para cada una de las 20 rentabilidades futuras.

RESULTADOS

El Cuadro 2 contiene las estimaciones por máxima verosimilitud, todas ellas significativas al 3%, del modelo utilizado para predecir. Como puede observarse, se verifica la condición de estacionariedad del proceso GARCH ($\alpha + \beta < 1$).

Las regiones de máxima densidad de predicción para las veinte sesiones mencionadas han sido calculadas para un nivel de confianza del 75%, esto es, incluyen aquellos valores de las predicciones que conforman el 75% de la probabilidad. Entendemos que el esfuerzo que requiere la construcción de estas zonas debe, al menos, servir para tener una idea más clara de cuales son los valores de realización más factible. En este punto cabe señalar que el cómputo de los casos favorables para calcular la probabilidad que aporta un determinado valor predicho puede realizarse con diferentes grados de exactitud, entendiendo como tal el número de decimales que se consideran en cada observación. Cuanto mayor sea el nivel de exactitud, mayor será también la diferenciación entre sistemas de construcción de intervalos o regiones de predicción, puesto que será distinta la importancia relativa que se asigna a cada conjunto de estimaciones futuras.

En este contexto tiene sentido preguntarse si el mantenimiento de un elevado número de decimales importa realmente al inversor en su toma de decisiones, considerando además que, partiendo del bootstrap de los errores estandarizados, podemos llegar a obtener una casuística de valores predichos extremadamente variada. Sin embargo, siguiendo la línea argumental anterior, un exceso en el grado de flexibilidad supondrá no sólo la cercanía entre procedimientos de construcción de intervalos de predicción sino también un menor peso específico otorgado a valores extremos o, en general, a determinados valores que, en caso de una "menor permisividad en la dilución" pueden tener una importancia relativa considerable.

Ante estas dos alternativas extremas, hemos optado por tomar como referencia los cinco primeros decimales de la cifra de la rentabilidad en tanto por uno utilizando, si la consecución de la probabilidad designada a la zona lo requiriese, la aproximación al cuarto decimal. Así, a modo de ejemplo, un inversor se mostraría indiferente entre una rentabilidad diaria del 1,352% y otra del 1,359%, pero sabría marcar una diferencia entre el 1,35% y el 1,34%.

En esta misma línea aparece la discusión sobre el nivel de confianza con el que debe construirse la zona. Para fijar el 75%, hemos seguido el criterio, para todas las sesiones, de exactitud al menos hasta el cuarto decimal y sólo cuando se requiera. A partir de la fijación de estos "requisitos mínimos", aquellas observaciones que no cumplen se consideran poco informativas y se eliminan. Ampliar la probabilidad de la zona de máxima densidad implicaría cambiar el criterio de selección de valores para el cálculo de la probabilidad o relajarlo paulatinamente en la medida en que fuese necesario.

El Gráfico 1 muestra las HDRs construidas diferenciando para cada sesión tres niveles de probabilidad: menor, alto y mayor². En ellas puede apreciarse que el reparto de intensidad de la probabilidad no es simétrico ni sigue, en principio, un determinado patrón de comportamiento, aunque cabe destacar una

² Con un criterio de precisión al cuarto decimal es difícil ofrecer una resolución gráfica clara si se incluyen más niveles..

mayor concentración en las zonas de rentabilidad positiva, especialmente los tres primeros viernes (sesiones primera, quinta y décima). Cabe señalar que la práctica totalidad de los valores reales de la rentabilidad así como su entorno más inmediato se encuentran incluidos en los niveles superiores de la probabilidad. Existen, asimismo, zonas que contienen la posibilidad de rentabilidades extremas, tanto positivas como negativas, incluso algunas de ellas con elevada probabilidad, que no tendrían cabida en otro tipo de construcciones habituales, mientras que existen valores intermedios de la rentabilidad que se asocian con probabilidades muy bajas o nulas.

A efectos de obtener una representación más esquemática de las HDRs, el Gráfico 2 se construye con un nivel de precisión de tres decimales pero utilizando los datos contenidos en la región calculada. Esto supone una simplificación de la información a cambio de una mayor percepción de la evolución de la probabilidad a lo largo de las zonas, puesto que incluso es posible desglosar en cuatro los niveles de probabilidad. En este sentido, si bien los resultados anteriores se mantienen con generalidad podemos mencionar la diferente consideración de las rentabilidades realmente obtenidas en la primera, séptima y decimosexta sesión, que en el segundo gráfico pertenecen a la zona de nivel medio mientras que en el Gráfico 1 se incluyen en el nivel alto de probabilidad. Por el contrario, las tres últimas sesiones negociadas en el mes de Enero produjeron rentabilidades al cierre que en el primer gráfico se consideraban de mayor probabilidad mientras que el desglose del Gráfico 1 las asignaba a niveles más bajos.

Por otra parte, en un intento de presentar de forma sucinta los numerosos cálculos que derivan de este trabajo, el Cuadro 4 muestra la información que pretende contestar a las siguientes preguntas: ¿Resulta útil la puesta en práctica de este tipo de tratamientos de series temporales en comparación con la información más fácilmente obtenible partiendo de hipótesis más sencillas? ¿Son las HDRs "buenos resúmenes" del comportamiento futuro de las rentabilidades? ¿Suponen una selección correcta de los valores futuros más factibles? ¿Reflejan más claramente las características de las series temporales bursátiles?

De forma más concreta, lo que intentamos percibir es si el tratamiento global propuesto, que implica un alto coste computacional, ha sido capaz de asignar una mayor probabilidad de ocurrencia a cada una de las rentabilidades que efectivamente tuvieron lugar en las veinte sesiones estudiadas de Enero de 1998 en comparación con la probabilidad asignada por los siguientes supuestos que implican un grado menor de elaboración:

Supuesto 1.- Dada la serie temporal histórica del IGBM, asumimos un comportamiento normal definido por la correspondiente media y desviación típica, por lo que no es necesario el planteamiento de un modelo, la aplicación del bootstrap ni la construcción de la HDR.

Supuesto 2.- Distribución empírica obtenida por la simulación del modelo estimado. Dicho proceso de simulación se lleva a cabo con la generación de observaciones que sigan una normal de media nula y desviación típica igual a la unidad que multiplicaran a la varianza estimada para, a su vez, servir como errores que suman en la ecuación de la media y como input en la determinación de la varianza próxima. Obsérvese que el ahorro temporal y computacional se basa, principalmente, en evitar la construcción de las HDRs.

La comparación de la probabilidad que exhibe la zona de máxima densidad de predicción en comparación con la calculada en el primer supuesto tiene como objetivo más inminente sacar conclusiones acerca de la utilidad de tratar la información. El supuesto de normalidad subyacente únicamente requiere el cálculo de una media, una desviación típica y una probabilidad tabulada. Siendo concededores de que una normal no muestra leptocurtosis, asimetría, ni tiene porqué recoger algunas o todas de las características de la serie de rentabilidades del IGBM, la sencillez operativa sería atractivo suficiente siempre que no se obtuviesen resultados claros en favor de tratamientos más sofisticados.

La comparación con la situación establecida en el supuesto 2, si bien es mucho más equilibrada, implica el coste de realizar la simulación del proceso. El propósito básico es observar si la HDR es un buen selector de información, es decir, si utilizando un espacio muestral bastante más reducido somos capaces de mantener la información relevante.

Para hacer operativas ambas comparaciones y dado que en distribuciones normales la probabilidad asignada a un valor concreto es nula, precisamos de un intervalo con el que realizar las mediciones. El criterio seguido ha sido la modificación al alza y a la baja del tercer decimal en las rentabilidades realmente ocurridas calculadas a precios de cierre. Tal y como hemos expuesto previamente, este criterio puede interpretarse, junto con el gráfico 2, como una medida para flexibilizar a posteriori el más estricto nivel de exactitud que se ha seguido en la construcción numérica de las zonas, cuando no permitíamos en el cómputo de los casos favorables un número de decimales inferior a cuatro.

El Cuadro 4 muestra para cada sesión negociada si la probabilidad recogida dentro de la zona de máxima densidad de predicción es claramente superior (S) o indiferente (I) a la determinada con los supuestos 1 y 2. Estos resultados ofrecen evidencia clara favorable al tratamiento más específico de la información histórica frente a la sencillez de la búsqueda de valores en una tabla de distribución normal.

Asimismo sólo en cuatro ocasiones la HDR ha sido incapaz de identificar la información relevante que surge en la simulación del modelo. La explicación que justifica este hecho se relaciona con las observaciones que, obtenidas en el proceso de simulación, tenían en común sólo los tres primeros decimales, por lo que, a pesar de que esta circunstancia haya tenido lugar un número representativo de veces, tales valores no se incluyeron en la HDR. Debe señalarse, sin embargo, que sólo en dos de estas ocasiones, las correspondientes a las sesiones del 13 y 30 de Enero, la pérdida es significativa, puesto que en ambos casos la probabilidad que proporciona la distribución empírica del modelo supera claramente a la obtenida en la hipótesis de normalidad. En los dos casos restantes, si bien el modelo supera a la HDR, la repercusión final no es tan relevante, puesto que en la sesión del día 2, aunque la probabilidad asignada en la simulación a rentabilidades obtenidas entre el 2,5% y el 2,6% multiplique por 10 la asignada para este intervalo por una normal, ya la HDR lo multiplica por 7.85, lo que supone un incremento muy representativo en esta magnitud. Con la sesión del día 26 ocurre lo contrario, siendo ambas probabilidades inferiores a la calculada a través de la normal.

No obstante, debemos considerar que la contundencia de los resultados dependerá de las ventajas que puedan ofrecer otras técnicas de bootstrap y otros modelos subyacentes y, por supuesto, del análisis sobre distintos horizontes temporales.

CONCLUSIONES

El ensayo presentado pretende poner de manifiesto la capacidad de las regiones de máxima densidad de predicción para captar la asimetría, leptocurtosis, pluralidad de modas y los valores extremos que tienen lugar en las distribuciones de predicción de valores futuros. Tanto dichas regiones como la técnica bootstrap utilizada para obtener las predicciones se presentan como herramientas factibles en la consecución de este fin.

Si bien queda pendiente la comparación con los resultados ofrecidos por otros modelos, como los autorregresivos truncados u otras alternativas de heterocedasticidad condicional, y la discusión sobre sus correspondientes técnicas bootstrap, ya que no existen demasiados trabajos que traten sobre metodología bootstrap en modelos con características no lineales, entendemos que existen indicios que permiten considerar la viabilidad de estos procedimientos para captar características relevantes del comportamiento de las rentabilidades.

CUADRO 1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA PRELIMINAR

| MEDIAS | LUNES | MARTES | MIERCO. | JUEVES | VIERNES |
|---|-----------|----------|----------|-----------|----------|
| GENERAL | -0,000083 | 0,001245 | 0,000677 | 0,000694 | 0,000855 |
| ENERO | -0,000412 | 0,004432 | 0,001497 | 0,000254 | 0,004215 |
| RESTO DEL AÑO (EXCEPTO ENERO) | -0,000052 | 0,000933 | 0,000601 | 0,000734 | 0,000555 |
| PRIMERA MITAD DE ENERO (APROX.) | -0,000326 | 0,003682 | -0,00107 | -0,000912 | 0,009783 |
| RESTO DEL AÑO (EXCEPTO APROX. LA PRIMERA QUINCENA DE ENERO) | -0,000158 | 0,001144 | 0,000750 | 0,000758 | 0,000473 |

CUADRO 2. ESTIMACIONES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

(EN PARÉNTESIS LOS P-VALUES DE LAS RESPECTIVAS ESTIMACIONES)

| ECUACIÓN DE LA MEDIA | | | ECUACIÓN DE LA VARIANZA | | | LOG F. DE VEROSIM. |
|-----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| $\mu_{EST.}$ | $\phi_{EST.}$ | $\gamma_{EST.}$ | $\omega_{EST.}$ | $\alpha_{EST.}$ | $\beta_{EST.}$ | ML |
| 0.000635 (0.02313) | 0.11646 (0.00064) | 0.007713 (0.0291) | 0.000004 (0.002) | 0.09949 (0.0000) | 0.86012 (0.0000) | 3210.42 |

CUADRO 3. RENTABILIDADES CALCULADAS CON PRECIOS DE CIERRE

| SESIONES | RENTABILIDAD |
|-----------------------|--------------|
| VIERNES 2 / 1 / 98 | 0,025272 |
| LUNES 5 / 1 / 98 | 0,017313 |
| MIÉRCOLES 7 / 1 / 98 | -0,005286 |
| JUEVES 8 / 1 / 98 | -0,007445 |
| VIERNES 9 / 1 / 98 | -0,001367 |
| LUNES 12 / 1 / 98 | -0,008781 |
| MARTES 13 / 1 / 98 | 0,013441 |
| MIÉRCOLES 14 / 1 / 98 | 0,008285 |
| JUEVES 15 / 1 / 98 | 0,003920 |
| VIERNES 16 / 1 / 98 | 0,018278 |
| LUNES 19 / 1 / 98 | 0,002148 |
| MARTES 20 / 1 / 98 | 0,009605 |
| MIÉRCOLES 21 / 1 / 98 | 0,001670 |
| JUEVES 22 / 1 / 98 | 0,002952 |
| VIERNES 23 / 1 / 98 | -0,009369 |
| LUNES 26 / 1 / 98 | 0,011948 |
| MARTES 27 / 1 / 98 | 0,008349 |
| MIÉRCOLES 28 / 1 / 98 | 0,003285 |
| JUEVES 29 / 1 / 98 | -0,001555 |
| VIERNES 30 / 1 / 98 | 0,002461 |

CUADRO 4. RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES

| SESIONES | HDR vs SUPUESTO 1 | HDR vs SUPUESTO 2 |
|-------------|-------------------|-------------------|
| 2 / 1 / 98 | S | |
| 5 / 1 / 98 | S | S |
| 7 / 1 / 98 | S | S |
| 8 / 1 / 98 | I | S |
| 9 / 1 / 98 | | I |
| 12 / 1 / 98 | I | S |
| 13 / 1 / 98 | I | |
| 14 / 1 / 98 | S | I |
| 15 / 1 / 98 | S | S |
| 16 / 1 / 98 | S | S |
| 19 / 1 / 98 | S | S |
| 20 / 1 / 98 | S | S |
| 21 / 1 / 98 | S | S |
| 22 / 1 / 98 | S | S |
| 23 / 1 / 98 | S | S |
| 26 / 1 / 98 | | |
| 27 / 1 / 98 | S | S |
| 28 / 1 / 98 | S | S |
| 29 / 1 / 98 | S | S |
| 30 / 1 / 98 | | |

BIBLIOGRAFIA

- AL-QASSAM, M.S.; LANE, J.A. (1989). "FORECASTING EXPONENTIAL AUTOREGRESSIVE MODELS OF ORDER 1". *JOURNAL OF TIME SERIES ANALYSIS*, 10, pp. 95-113.
- BLASCO N.; DEL RIO C.; SANTAMARIA, R. (1997) "THE RANDOM WALK HYPOTHESIS IN THE SPANISH STOCK MARKET: 1980-1992" *JOURNAL OF BUSINESS FINANCE AND ACCOUNTING*. FORTHCOMING.
- BLASCO N.; SANTAMARIA R. (1996) "TESTING MEMORY PATTERNS IN THE SPANISH STOCK MARKET" *APPLIED FINANCIAL ECONOMICS*,6, pp. 401-411.
- CHEUNG, Y.W. (1993) "LONG MEMORY IN FOREIGN EXCHANGE RATES". *JOURNAL OF BUSINESS AND ECONOMIC STATISTICS*, 11, 1, pp. 93-101.
- DAMODARAN A.; SUBRAHMANYAM M. (1992) "THE EFFECTS OF DERIVATIVE SECURITIES ON THE MARKETS FOR THE UNDERLYING ASSETS IN THE UNITED STATES: A SURVEY". WORKING PAPER SERIES FD-92-65. STERN SCHOOL OF BUSINESS FINANCE DEPARTMENT. NEW YORK UNIVERSITY.
- DE GOOIJER, J.G.; KUMAR, K. (1992). "SOME RECENT DEVELOPMENTS IN NON-LINEAR TIME SERIES MODELLING, TESTING, AND FORECASTING". *INTERNATIONAL J. OF FORECASTING*, 8, pp. 135-156.

- EFRON, B. (1979) "BOOTSTRAP METHODS: ANOTHER LOOK AT THE JACKKNIFE". *ANN. STAT.*, 7, pp. 1-26.
- EFRON, B. (1982). *THE JACKKNIFE, THE BOOTSTRAP, AND OTHER RESAMPLING PLANS*. PHILADELPHIA: SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS.
- ESPITIA M.; SANTAMARÍA R. (1994) "INTERNATIONAL DIVERSIFICATION AMONG THE CAPITAL MARKETS OF THE EEC" *APPLIED FINANCIAL ECONOMICS*, 4, pp. 1-10.
- FAMA E.F.; FRENCH K.R (1988) "PERMANENT AND TEMPORARY COMPONENTS OF STOCK PRICES" *JOURNAL OF POLITICAL ECONOMY*, 96, pp.246-273.
- FRENCH K.R.; ROLL R. (1986) "STOCK RETURN VARIANCES: THE ARRIVAL OF INFORMATION AND THE REACTION OF TRADERS" *JOURNAL OF FINANCIAL ECONOMICS*, 17, pp.5-26.
- GRANGER, C.W.J.; TERÄSVIRTA, T. (1993). *MODELLING NONLINEAR ECONOMICS RELATIONSHIP*, NEW YORK: OXFORD UNIVERSITY PRESS.
- HYNDMAN, R.J. (1995) "HIGHEST-DENSITY FORECAST REGIONS FOR NON-LINEAR AND NON-NORMAL TIME SERIES MODELS". *JOURNAL OF FORECASTING*, VOL. 14, 431-441.
- LAMOUREUX C.G Y LASTRAPES W.D.(1990) "HETEROSKEDASTICITY IN STOCK RETURN DATA: VOLUME VERSUS GARCH EFFECTS". *JOURNAL OF FINANCE*, 45, 221-229
- LO A.W.; MACKINLAY A.C. (1988) "STOCK MARKET PRICES DO NOT FOLLOW RANDOM WALKS: EVIDENCE FROM A SIMPLE SPECIFICATION TEST". *REVIEW OF FINANCIAL STUDIES*, 1, 41-66.
- MCCULLOUGH, B.D. (1994) "BOOTSTRAPPING FORECAST INTERVALS: AN APPLICATION TO AR(P) MODELS". *JOURNAL OF FORECASTING*, 13, pp. 51-66.
- MIGUEL, J. (1996) "INTERVALOS DE PREDICCIÓN BOOTSTRAP EN EL MERCADO DE TIPO DE CAMBIO". CUADERNOS ARAGONESES DE ECONOMÍA, 2º EPOCA, VOL. 6 , Nº 1, pp. 251-260.
- MILLS, T.C. (1993) IS THERE LONG TERM MEMORY IN UK STOCK RETURNS?". *APPLIED FINANCIAL ECONOMICS*, 3, pp.303-306.
- MOEANADDIN, R.; TONG, H. (1990). "NUMERICAL EVALUATION OF DISTRIBUTIONS IN NON-LINEAR AUTOREGRESSION". *JOURNAL OF TIME SERIES ANALYSIS*, 11, pp. 33-48.
- PEIRO A. (1994) "LA ESTACIONALIDAD DIARIA DEL MERCADO DE ACCIONES ESPAÑOL" *INVESTIGACIONES ECONÓMICAS*, 18, 3, pp. 557-569.
- STARTFORD DOUGLAS, (1996) ."BOOTSTRAP CONFIDENCE INTERVALS IN A SWITCHING REGRESSION MODEL". *ECONOMIC LETTERS*, 53, pp. 7-15.
- THOMBS, L.A.; SCHUCANY, W.R. (1990). "BOOTSTRAP PREDICTION INTERVALS FOR AUTOREGRESSION". *AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION*, VOL. 85, 410, pp.486-492.
- TONG, H. (1990). *NON-LINEAR TIME SERIES: A DYNAMICAL SYSTEM APPROACH*. NEW YORK: OXFORD UNIVERSITY PRESS.