

MODELO MATEMÁTICO DE SISTEMAS FOTVOLTAICOS PARA BUSQUEDA DISTRIBUIDA DEL PUNTO DE MAXIMA POTENCIA

MATHEMATICAL MODEL OF PHOTOVOLTAIC SYSTEMS FOR DISTRIBUTED MAXIMUM POWER POINT TRACKING

Elkin E. Henao-Bravo¹,
David A. Márquez-Viloria², Juan P. Villegas-Ceballos³,
Sergio I. Serna-Garcés⁴, Carlos A. Ramos-Paja⁵, Daniel
González-Montoya⁶

Recibido: 12 de mayo de 2016,
Aceptado: 14 de junio de 2016

Cómo citar / How to cite

E.E Henao-Bravo, D.A. Márquez-Viloria, J.P Villegas-Ceballos, S.I. Serna-Garcés, C.A Ramos-Paja y D. González-Montoya "Modelo matemático de sistemas fotovoltaicos para búsqueda distribuida del punto de máxima potencia", *Tecno Lógicas*, vol. 19, no. 37, pp. 107-124, 2016.

¹ Ingeniero Electrónico, Magister en Ingeniería Eléctrica, Departamento de Mecatrónica y Electromecánica. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín, Colombia. elkinhenao@itm.edu.co,

² Ingeniero Electrónico, Magister en Ingeniería Electrónica. Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín, Colombia. davidmarquez@itm.edu.co

³ Ingeniero Electrónico. Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín, Colombia. juanvillegas@itm.edu.co.

⁴ Ingeniero Electrónico, Magister en Ingeniería de Sistemas. Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín, Colombia. sergioserna@itm.edu.co.

⁵ Doctor en Electrónica, Automática y Comunicaciones, Master en Electrónica, Master en Ingeniería – Énfasis Automática, Ingeniero Electrónico. Departamento de Energía Eléctrica y Automática, Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. caramosp@unal.edu.co

⁶ Ingeniero de Control, Magister en Ingeniería Automática. Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín, Colombia. danielgonzalez@itm.edu.co



Resumen

Este artículo presenta un modelo para sistemas de generación fotovoltaica orientado a evaluar el desempeño de algoritmos distribuidos de búsqueda del punto de máxima potencia. El modelo considera la conexión en serie de n conjuntos módulo-convertidor que pueden ser dimensionados dependiendo de la aplicación en particular. Dicho modelo está compuesto por un conjunto de ecuaciones que pueden ser implementadas en cualquier software de cálculo matemático o en un lenguaje de programación que soluciones este tipo de ecuaciones. El modelo incluye el comportamiento estático del módulo fotovoltaico a partir de una ecuación que estima su relación voltaje-corriente, además, incluye el modelo del convertidor elevador de potencia con pérdidas en el inductor, esto con el fin de aproximar el modelo general a una solución realística de la aplicación. El modelo final es validado mediante simulaciones y comparado con una implementación del mismo en un software de simulación electrónica tradicional.

Palabras clave

MPPT, módulo fotovoltaico, modelo dinámico, electrónica de potencia, energías renovables.

Abstract

This paper presents a model of photovoltaic generation systems oriented to evaluate the performance of distributed maximum power point tracking algorithms. The model considers the series connection of n module-converter sets, which can be dimensioned depending on the particular application. This model is composed of an equation set that can be implemented in any mathematical analysis software or programming language that allows to solve this kind of equations. The proposed model also includes the static behavior of the photovoltaic module, described by one equation that estimates the current-voltage relation. Additionally, it includes a model of the Boost power electronic converter with inductor lost, which allows an approximation to realistic applications. The final model is validated using simulations, and it is compared with a traditional electronic simulation software implementation.

Keywords

MPPT, photovoltaic module, dynamic model, power electronics, renewable energies.

TABLA DE SIMBOLOS

Símbolo	Significado
PV	Fotovoltaico
CC	Corriente continua
CA	Corriente alterna
I_{PV}	Corriente del panel fotovoltaico
V_{PV}	Voltaje del panel fotovoltaico
MPP	Punto de máxima potencia
MPPT	Búsqueda del punto de máxima potencia
DMPPT	MPPT distribuido
PWM	Modulación por ancho de pulso
I_{SC}	Corriente de cortocircuito del panel PV
$A_0 - B_0$	Parámetros del módulo que dependen de las condiciones de operación
R_L	Resistencia que representa las pérdidas en el inductor
R_{ON}	Resistencia de encendido del Mosfet
V_{BUS}	Voltaje del bus CC
R_{BUS}	Resistencia del bus CC
U	Entrada de control de cada convertidor
D	Ciclo de trabajo de la señal PWM
V_C	Voltaje en el capacitor de salida de cada convertidor
I_L	Corriente en el inductor de cada convertidor
C_{IN}	Capacitancia de entrada de cada convertidor
C	Capacitancia de salida de cada convertidor
L	Inductancia de cada convertidor
V_F	Voltaje de conducción del diodo en cada convertidor

1. INTRODUCCIÓN

La energía solar es una fuente limpia y renovable de electricidad con bajo impacto ambiental, disponibilidad en el sitio de consumo y sostenibilidad [1]. La energía del sol se convierte en energía eléctrica mediante el efecto fotovoltaico utilizando celdas solares. La energía entregada por un módulo fotovoltaico (PV) es inherentemente CC, pero la red de suministro eléctrico permite la conexión de generadores de CA. Por tanto, la energía eléctrica generada por un PV debe convertirse a niveles de voltaje CA con la mayor eficiencia posible. Esta transformación CC/CA se debe realizar utilizando circuitos de electrónica de potencia que permitan extraer la máxima potencia de la disponible en el PV [1]–[3].

Adicionalmente, la potencia producida por el PV depende de las condiciones de irradiación solar, la temperatura a la que se encuentra y la impedancia de la carga en terminales del PV [1], [3]. Para maximizar la extracción de energía es posible modificar la impedancia de la carga, generalmente utilizando un convertidor CC/CC. Este ajuste del punto de trabajo se realiza utilizando algoritmos de optimización, los cuales modifican la impedancia de entrada de convertidor CC/CC para maximizar la potencia entregada a la carga del sistema [4], [5].

También es importante notar que los niveles de voltaje de operación en los PV comerciales son menores a los niveles de voltaje requeridos por inversores fotovoltaicos. Esta inconveniente se soluciona conectando en serie los módulos para proveer el voltaje requerido [1], [3], [6]. Pero, es común que diferentes PV en el arreglo experimenten diferentes niveles de irradiación solar debido a cuerpos externos que generen sombras, generando un efecto conocido como "mismatching" [6], [7]. En tal condición la corriente del arreglo corresponderá a la corriente menor, con lo cual los PV con mayor producción sufren de un flujo interno de corriente que se disipa

como calor, impactando su vida útil. Este problema se presenta igualmente cuando se reemplaza un PV defectuoso por uno nuevo con características diferentes al anterior, obligando en tal caso a disponer de un stock para reemplazos.

La solución tradicional consiste en conectar diodos de bypass en paralelo con cada PV del arreglo. Los diodos de bypass cortocircuitan los PV con menor producción de corriente, protegiendo de esta forma todo el arreglo [6]. Lamentablemente, esta solución genera múltiples máximos locales en la curva potencia-voltaje del arreglo (puntos de trabajo con una derivada de potencia vs voltaje igual a cero), lo que puede confundir los algoritmos de maximización de potencia, quedando atrapados en un máximo local con una producción no óptima de potencia.

La estimación típica del rendimiento de una instalación fotovoltaica se basa en las condiciones promedio de irradiación solar, temperatura y parámetros del arreglo PV, y asume una uniformidad en estas condiciones para todas las celdas en un arreglo PV. Sin embargo, existen múltiples fuentes de perturbación que reducen la uniformidad de las condiciones de operación de diferentes celdas en un arreglo PV. El resultado es una disminución en el rendimiento del arreglo no predecible por métodos tradicionales [8].

El efecto del sombreado debe analizarse cuidadosamente, ya que, de no considerarlo, se puede sobrestimar la producción de energía del arreglo PV, llevando a un abandono posterior de la instalación debido a su baja rentabilidad [9]. Así mismo, es necesario minimizar el efecto del sombreado para incrementar la rentabilidad y viabilidad de instalaciones PV.

La potencia generada por un PV se calcula multiplicando la corriente (IPV) por el voltaje (VPV). En todo momento existe un punto óptimo de operación, conocido como punto de máxima potencia MPP [10], en el cual el PV genera la mayor potencia posible para las condiciones particulares de

operación. Esto se observa en la Fig. 1, donde para cada valor de irradiación solar S existe un único MPP, el cual está definido por el voltaje y corriente óptimos de operación. Esta figura presenta la simulación del perfil de un módulo comercial BP585, el cual genera una potencia máxima de 85 W ante una irradiación de 1000 W/m². Dicha simulación se construye haciendo uso de la Ec. (1) y los parámetros proporcionados por el fabricante presentados en la sección de simulación.

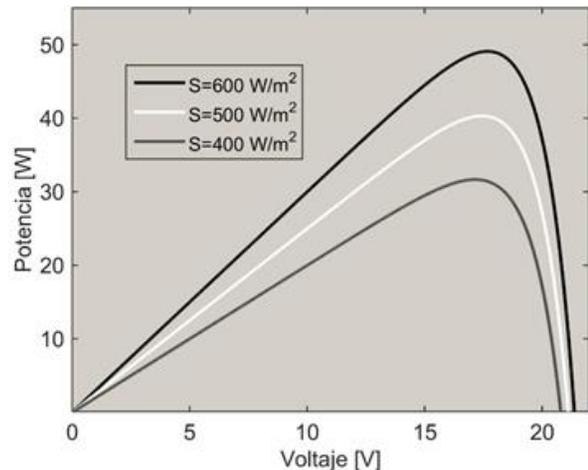


Figura 1. Simulación del perfil de potencia del módulo BP585 a partir de (1). Fuente: autores.

Tradicionalmente, se utiliza un algoritmo de búsqueda del MPP (denominado algoritmo MPPT) que maximiza la potencia de todo el arreglo PV. Ese esquema se conoce como sistema centralizado [11], e.g. Fig. 2. Así mismo, existe la posibilidad de utilizar un MPPT para cada módulo PV, como lo ilustra la Fig. 3, lo que se denomina como sistema con MPPT distribuido o DMPPT [12], [13].

Cada una de esas soluciones tiene sus ventajas y desventajas. El método centralizado tiene como principal cualidad el uso de un solo controlador MPPT y de un solo convertidor de potencia CC/CA, lo que reduce sus costos en comparación con el DMPPT [12]. Pero, el convertidor CC/CA requerido por el sistema centralizado involucra una complejidad mayor de diseño,

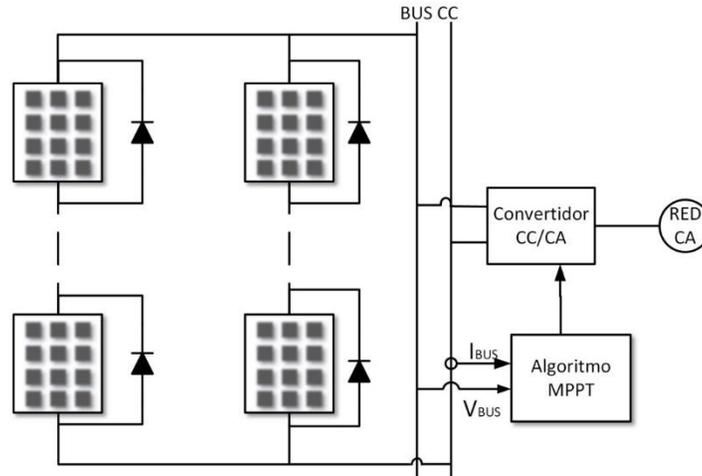


Figura 2. Sistema considerando un MPPT Centralizado. Fuente: autores.

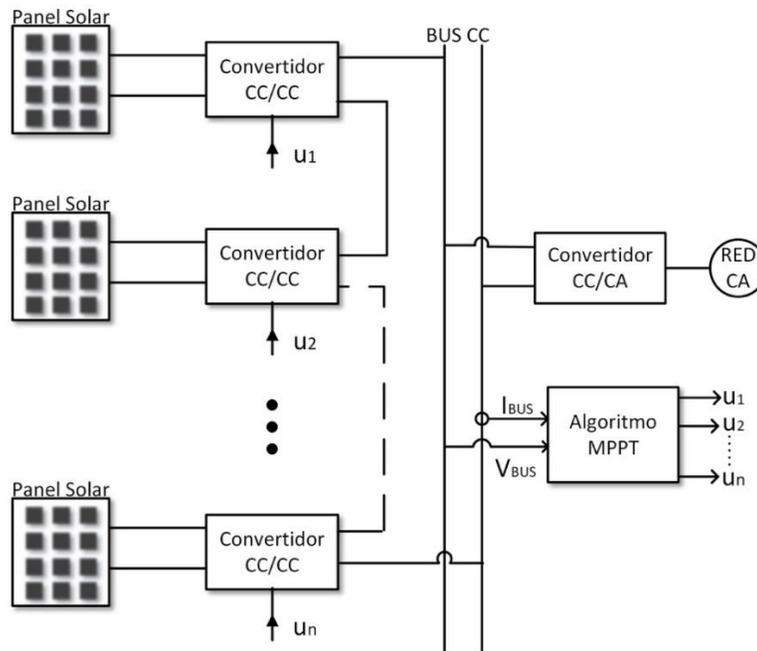


Figura 3. Sistema considerando MPPT Distribuido. Fuente: autores.

esto debido a sus múltiples funciones: elevar la tensión de los PV al nivel requerido por el inversor (CC/CA) y ejecutar las acciones requeridas por el algoritmo MPPT [14].

Asimismo, el método centralizado requiere la conexión del diodo de bypass en paralelo con el arreglo de celdas fotovoltaicas (un diodo por módulo, y dos diodos por panel normalmente), generando el efecto

"mismatching". Esto genera una problemática en relación a costo, complejidad e implementación con respecto al algoritmo MPPT: una mayor complejidad que garantice siempre ubicar el sistema en el punto de máxima potencia puede ser aceptable, dependiendo de la plataforma de ejecución del algoritmo. En otros casos, un algoritmo extremadamente complejo puede no ser

viable debido a restricciones de hardware [15], [16].

La solución DMPPT (Fig. 3) garantiza la operación de cada PV en su respectivo MPP, y por tanto extrae la máxima energía disponible del arreglo [17]. Pero, esta solución requiere una cantidad elevada de convertidores CC/CC, uno por cada PV del arreglo, así como de un número elevado de controladores MPPT, uno por cada PV del arreglo [18]. Esta característica implica un elevado costo debido al alto número de elementos de conversión de energía y plataformas de procesamiento, complejidad de diseño, instalación y operación asociada. Sin embargo, con el desarrollo de nuevas tecnologías para el procesamiento y tratamiento de datos (DSPs, Arduinos, etc.), es posible mitigar algunos de los problemas presentes en este tipo de sistemas, obteniendo un balance satisfactorio entre el costo de instalación y la producción energética.

Usualmente, los sistemas DMPPT se evalúan utilizando software de simulación electrónica, por ejemplo, PSPICE o PSIM. Esas simulaciones son necesarias para la predicción de la generación de energía o el diseño de la instalación. Pero, a medida que las dimensiones de la instalación a evaluar crecen, las simulaciones eléctricas se hacen más complejas de implementar, requiriendo además alta capacidad de computo. Estas restricciones hacen necesario el desarrollo de un modelo matemático para predecir, de forma detallada y precisa, el comportamiento de un sistema DMPPT. Ese modelo no debe basarse en motores de simulación eléctrica, y debe poderse implementar en cualquier lenguaje de programación, e.g. C, Matlab, etc. Algunos trabajos de la literatura presentan este tipo de modelos matemáticos para sistemas DMPPT que pueden ser implementados en un sistema de ecuaciones no lineales [3]–[5]. El trabajo presentado en [3] modela y controla un sistema basado en un módulo y un micro inversor para la generación de energía eléctrica aislada. Así mismo, [4]

presenta un modelo de dos conjuntos módulo-convertidor elevador usados para propósitos de control no lineal de aplicaciones DMPPT. Finalmente, el trabajo presentado en [5] modela un sistema DMPPT constituido por dos conjuntos módulo-inversor conectados en paralelo para la inyección a la red eléctrica. Sin embargo, dichos trabajos no presentan un modelo general para n conjuntos módulo-convertidor de potencia que permita su fácil implementación en cualquier lenguaje de programación.

Este trabajo propone un modelo matemático general para sistemas DMPPT con las características anteriormente descritas: el modelo incluye las ecuaciones eléctricas para cada módulo PV y las dinámicas impuestas por el convertidor asociado. Ese nivel de detalle hace de este modelo una herramienta ideal para evaluar niveles de seguridad y algoritmos MPPT. La primera parte del artículo presenta una descripción del modelo y su funcionamiento para 2 módulos con convertidor asociado. Seguido a esto, se propone una extrapolación del modelo para n módulos conectados en serie y su metodología de diseño. La siguiente sección presenta las simulaciones del sistema de 3 módulos conectados en serie comparados con la simulación en el software de simulación electrónica PSIM. De igual manera, se presenta el algoritmo MPPT usado para la extracción de potencia de cada uno de los módulos basado en un trabajo previamente publicado. Finalmente, se presenta un caso de aplicación de 10 módulos conectados en serie donde se evalúa la efectividad del modelo para este tipo de aplicaciones.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

La unidad funcional de un sistema DMPPT está compuesto por un módulo PV y un convertidor CC/CC [13]. El modelo matemático del módulo PV se reporta en [1], [2] y se representa en la Ec. (1), donde I_{PV} es la corriente del módulo, la cual de-

pende de la corriente de cortocircuito (I_{SC}), el voltaje del módulo (V_{PV}) y los parámetros A_0 y B_0 .

$$I_{PV} = I_{SC} - A_0 \cdot (e^{B_0 \cdot V_{PV}} - 1) \quad (1)$$

La representación matemática del convertidor depende de su topología. En [13],[18] se reportan diferentes análisis para determinar el convertidor recomendado en este tipo de aplicaciones. Esos trabajos concluyen que el convertidor elevador (Boost) tiene las mejores características de eficiencia y funcionalidad para elevar el voltaje que entrega cada módulo, y al mismo tiempo, se realiza la búsqueda del punto de máxima potencia. Por lo tanto, este trabajo se basa en el convertidor elevador Boost.

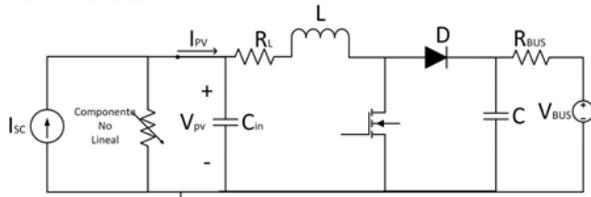


Figura 4. Esquema del convertidor elevador (Boost). Fuente: autores.

En la Figura 4 se observa ese convertidor, el cual considera además la resistencia R_L que modela las pérdidas en la inductancia, la resistencia de encendido del MOSFET y el voltaje de encendido del diodo.

2.1 Modelo matemático de dos módulos en serie

En la

Figura 5 se observa la conexión serie de dos conjuntos PV-convertidor formando un arreglo PV, el cual está acoplado a un bus de CC. En aplicaciones comerciales, el convertidor CC/CA regula el nivel de voltaje del bus, el cual se puede representar por su equivalente de Thevenin [19], [20]. Los parámetros de ese equivalente son el voltaje y la resistencia del bus, V_{BUS} y R_{BUS} , respectivamente. Los dos convertidores CC/CC tienen una entrada de control (u_1 y u_2) para activar/desactivar el MOSFET, la cual típicamente corresponde a una señal modulada en ancho de pulso (PWM) con ciclo de trabajo D generado por el controlador MPPT. Es de notar que el controlador MPPT requiere conocer la potencia instantánea del sistema: típicamente cada convertidor CC tiene un controlador MPPT asociado, lo que implica un alto número de unidades de procesamiento, y por tanto, un alto costo [13]. Para mitigar esa restricción, se han propuesto algoritmos MPPT con múltiples salidas, como el que se observa en la Fig. 5: este tipo de algoritmos MPPT registran la potencia del sistema completo para generar todas las señales de control, requiriendo un único par de sensores y una sola unidad de procesamiento [13]. En todo caso, el modelo propuesto en este trabajo es adecuado para evaluar los dos tipos de algoritmos MPPT.

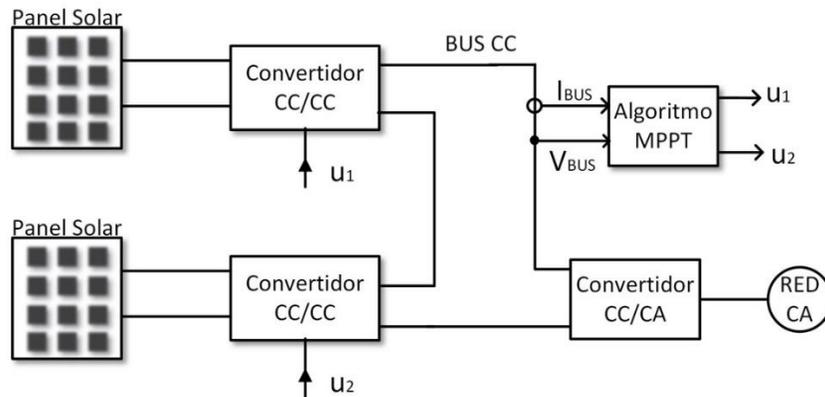


Figura 5. Diagrama de conexión de 2 módulos en serie con MPPT. Fuente: autores

$$\dot{V}_{pv1} = \frac{I_{sc1}}{C_{in1}} - \frac{I_{L1}}{C_{in1}} - \frac{A_{o1}}{C_{in1}} [e^{B_{o1}V_{pv1}} - 1] \quad (2)$$

$$\dot{V}_{pv2} = \frac{I_{sc2}}{C_{in2}} - \frac{I_{L2}}{C_{in2}} - \frac{A_{o2}}{C_{in2}} [e^{B_{o2}V_{pv2}} - 1] \quad (3)$$

$$I_{L1} = \frac{V_{pv1}}{L_1} - \frac{-(R_{L1}+R_{on1}u_1)}{L_1} I_{L1} - \frac{(1-u_1)}{L_1} V_{F1} - \frac{(1-u_1)}{L_1} V_{C1} \quad (4)$$

$$I_{L2} = \frac{V_{pv2}}{L_2} - \frac{-(R_{L2}+R_{on2}u_2)}{L_2} I_{L2} - \frac{(1-u_2)}{L_2} V_{F2} - \frac{(1-u_2)}{L_2} V_{C2} \quad (5)$$

$$\dot{V}_{C1} = \frac{1-u_1}{C_1} I_{L1} - \frac{V_{C1}}{C_1 R_{BUS}} - \frac{V_{C2}}{C_1 R_{BUS}} + \frac{V_{BUS}}{C_1 R_{BUS}} \quad (6)$$

$$\dot{V}_{C2} = \frac{1-u_2}{C_2} I_{L2} - \frac{V_{C1}}{C_2 R_{BUS}} - \frac{V_{C2}}{C_2 R_{BUS}} + \frac{V_{BUS}}{C_2 R_{BUS}} \quad (7)$$

Las ecuaciones que representan el comportamiento del arreglo se presentan en (2) – (7), donde el sufijo 1 representa al módulo 1 y el 2 hace referencia al módulo 2. Esas ecuaciones se obtienen a partir de los balances de flujo y carga en cada inductor y capacitor, respectivamente [2]. Para este modelo matemático se define una variable de estado por cada elemento que almacena energía, por lo tanto, el sistema se compone de 6 variables de estado: voltajes en los capacitores de entrada (V_{pv1} y V_{pv2}) y salida (V_{C1} y V_{C2}), así como las corrientes en los inductores (I_{L1} y I_{L2}).

Las ecuaciones (2) y (3) tienen un componente exponencial correspondiente al modelo del módulo PV de la Ec. (1) y las ecuaciones (3) y (4) dependen del voltaje de conducción del diodo en cada convertidor VF. Finalmente, esta representación matemática corresponde a un sistema no lineal con dos señales de control binarias. En la práctica, esas señales binarias se reemplazan por los valores continuos de los ciclos de trabajo generados por los PWM.

Dado que la conexión del arreglo es serie, se puede observar que en (6) y (7) el voltaje en cada capacitor de salida depende del voltaje del otro módulo. Esto se debe a que la suma de V_{C1} y V_{C2} debe ser igual a V_{BUS} . Como se mencionó antes, ese voltaje (del bus) es controlado por el convertidor CC/CA, por lo que una reducción en la tensión de un convertidor implica un incremento en la tensión del otro convertidor. Esto implica que la señal de control de un

convertidor se convierte en una perturbación al otro convertidor.

2.2 Extensión del modelo a n>2 módulos en serie

Esta subsección presenta una extensión del modelo matemático anterior para representar un sistema con n>2 conjuntos PV-convertidor en serie. Un ejemplo de este tipo de sistemas se presentó en la Fig. 3, el cual está compuesto por n módulos y n convertidores, cada uno de ellos identificado por el subíndice 1,2,..., n. Cada convertidor recibe una señal de control proveniente del PWM asociado, cuyo ciclo de trabajo se genera en el controlador MPPT encargado de maximizar la potencia producida por la instalación fotovoltaica.

La Fig. 6 presenta el diagrama de bloques del modelo matemático de un arreglo PV con n módulos-convertidores conectados en serie. En la figura se observan las señales de control representadas por el vector \vec{U} y el voltaje del bus representado por el valor escalar V_{BUS} . Asimismo, \vec{I}_{SC} se compone de las corrientes de cortocircuito de todos los módulos del sistema. Estas entradas se presentan matemáticamente en (8). Los vectores de salida son \vec{I}_{PV} , \vec{V}_{PV} , \vec{I}_L y \vec{V}_C que representan, respectivamente, las corrientes de los módulos, los voltaje de los módulos, las corrientes en las bobinas de cada convertidor y el voltaje de salida de cada módulo. Estas salidas se describen en la Ec. (9).

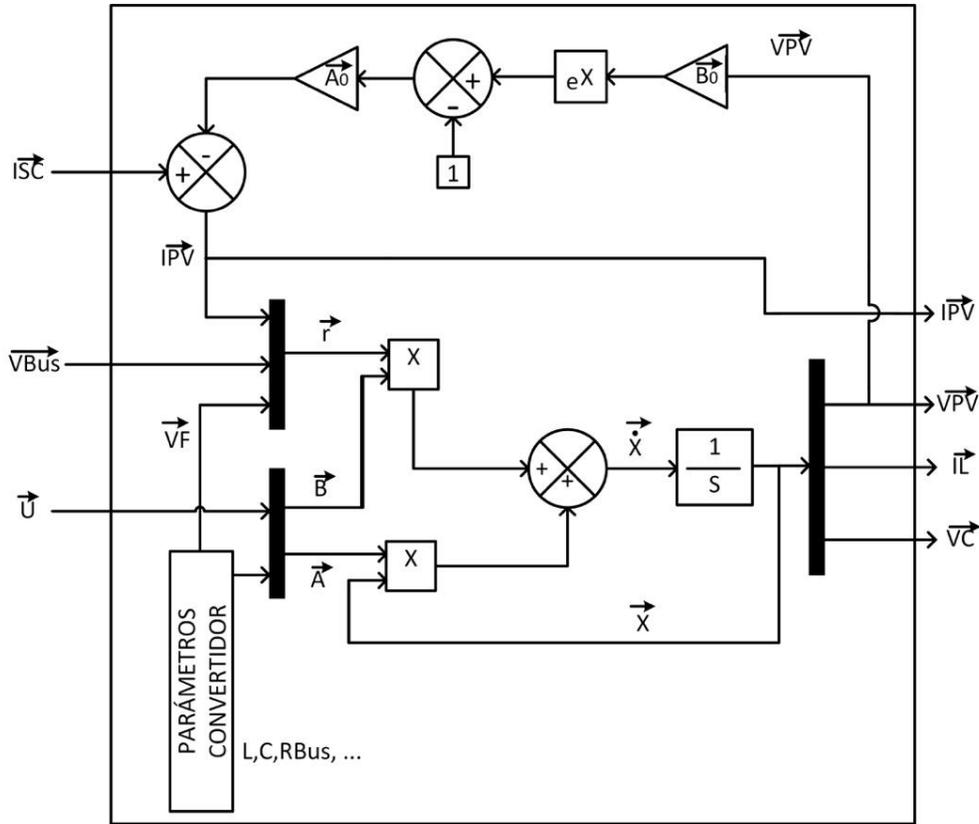


Figura 6. Representación del modelo en diagrama de bloques. Fuente: autores.

En la parte superior de la Fig. 6 se representa la ecuación de la corriente de los módulos en forma matricial como se muestra en (11), la cual depende de los voltajes (\vec{V}_{PV}) y de las matrices \vec{A}_0 y \vec{B}_0 definidas en (10). Esas matrices contienen los parámetros de cada módulo en el orden definido por (8).

$$\vec{I}_{SC} = \begin{bmatrix} I_{SC1} \\ I_{SC2} \\ \vdots \\ I_{SCn} \end{bmatrix}; \vec{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\vec{I}_{PV} = \begin{bmatrix} I_{PV1} \\ I_{PV2} \\ \vdots \\ I_{PVn} \end{bmatrix}; \vec{V}_{PV} = \begin{bmatrix} V_{PV1} \\ V_{PV2} \\ \vdots \\ V_{PVn} \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$\vec{A}_0 = \begin{bmatrix} A_{01} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{02} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_{0n} \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$\vec{B}_0 = \begin{bmatrix} B_{01} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{02} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{0n} \end{bmatrix}$$

$$\vec{I}_{PV} = \vec{I}_{SC} - \vec{A}_0 \left(e^{\vec{B}_0 * \vec{V}_{PV}} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (11)$$

El modelo matemático para el arreglo de n módulos-convertidores en serie se basa en la solución de la ecuación diferencial matricial (13), la cual se representa en la Fig. 6. En (13) el vector \vec{r} está compuesto por el voltaje del bus, la corriente de cada módulo y el voltaje del diodo en cada convertidor (V_{Fn}), tal y como se describe en (12). El vector \vec{X} contiene las variables de estado del sistema (12): se observa que las 3 primeras filas corresponden al módulo 1,

las siguientes 3 filas al módulo 2 y así, sucesivamente, hasta el módulo n.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} V_{PV1} \\ I_{L1} \\ V_{C1} \\ V_{PV2} \\ I_{L2} \\ V_{C2} \\ \vdots \\ V_{PVn} \\ I_{Ln} \\ V_{Cn} \end{bmatrix}; \vec{r} = \begin{bmatrix} V_{Bus} \\ I_{PV1} \\ V_{F1} \\ 0 \\ I_{PV2} \\ V_{F2} \\ \vdots \\ 0 \\ I_{PVn} \\ V_{Fn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\dot{\vec{X}} = \vec{A}\vec{X} + \vec{B}\vec{r} \quad (13)$$

A partir de los balances de carga y flujo, los parámetros del convertidor y el vector \vec{U} , se obtienen las matrices Jacobiano \vec{A} y \vec{B} reportadas en (14) y (15). En la matriz \vec{A} la primer columna relaciona los parámetros del convertidor que se multiplican por V_{PV1} , la segunda columna corresponde a los parámetros relacionados a I_{L1} y la tercer columna son los parámetros a multiplicar por V_{C1} .

Las siguientes columnas siguen el mismo orden, pero con respecto a los demás convertidores del arreglo. Alrededor de la diagonal principal de la matriz A se ubican los parámetros propios de cada convertidor, y en cada tercera columna, correspondiente al voltaje de salida de los convertidores, se relacionan los capacitores de salida de los demás convertidores (resaltado con fondo gris), indicando el acople eléctrico entre todos los convertidores del arreglo. La matriz \vec{B} contiene los parámetros del sistema que se multiplican por los componentes del vector \vec{r} . La primera columna contiene los términos que relacionan los voltajes de salida con el voltaje del bus (resaltado con fondo gris). La segunda columna corresponde a los parámetros relacionados con I_{PV1} y la tercera columna contiene los términos que se multiplican con V_{F1} . Las columnas subsiguientes, en grupos de tres, corresponden al convertidor 2 hasta el convertidor n y se resaltan alre-

dedor de la diagonal principal en color azul.

2.3 Procedimiento de parametrización del modelo

El procedimiento para implementar el modelo de un sistema fotovoltaico distribuido formado por n conjuntos módulo-convertidor conectados en serie es el siguiente:

1. Obtener los parámetros A_0 y B_0 de cada módulo según se reporta en [6] y ubicarlos en las matrices \vec{A}_0 y \vec{B}_0 .
2. Crear el vector \vec{I}_{SC} a partir de la irradiación de cada módulo [6].
3. Implementar la ecuación de corrientes del sistema (11).
4. Obtener los parámetros de cada convertidor, esto es, C_{in} , L , R_L , R_{on} , V_F y C .
5. Crear los vectores \vec{U} , \vec{r} y las matrices \vec{A} y \vec{B} según la secuencia observada en (8), (12), (14) y (15), respectivamente.
6. Implementar la Ec. (13) y resolverla utilizando un método numérico de integración. Es importante definir las condiciones iniciales de las variables de estado y evitar los valores negativos en cada una de ellas, ya que el sistema no permite cambio en el sentido de las corrientes o en la polaridad de los voltajes.

3. VALIDACIÓN DEL MODELO Y EJEMPLO DE APLICACIÓN

Esta sección presenta la validación del modelo propuesto anteriormente y un ejemplo de aplicación del modelo para la reducción de tiempos de implementación. Inicialmente se evalúa la precisión del modelo con respecto a una simulación generada utilizando el simulador profesional PSIM. En segundo lugar, se presenta un ejemplo de aplicación del modelo, utilizando este último para evaluar el desempeño de un algoritmo DMPPT con una conexión de 10 módulos en serie.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{C_{in1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_1} & \frac{-(R_{L1} + R_{on1}u_1)}{L_1} & \frac{-(1-u_1)}{L_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-u_1}{C_1} & \frac{-1}{R_{Bus}C_1} & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_1} & \dots & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{C_{in2}} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-(R_{L2} + R_{on2}u_2)}{L_2} & \frac{-(1-u_2)}{L_2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_2} & 0 & \frac{1-u_2}{C_2} & \frac{-1}{R_{Bus}C_2} & \dots & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{C_{in-n}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{L_n} & \frac{-(R_{Ln} + R_{on-n}u_n)}{L_n} & \frac{-(1-u_n)}{L_n} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_n} & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{Bus}C_n} & \dots & 0 & \frac{1-u_n}{C_n} & \frac{-1}{R_{Bus}C_n} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_{in1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(1-u_1)}{L_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_{Bus}C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{in2}} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-(1-u_2)}{L_2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_{Bus}C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{C_{in-n}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{-(1-u_n)}{L_n} \\ \frac{1}{R_{Bus}C_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.1 Validación del modelo matemático con tres módulos en serie

Con el objetivo de validar la solución previamente descrita se diseña un sistema basado en la Fig. 3 con tres módulos PV en el software de simulación electrónica PSIM, asimismo se ha desarrollado el modelo matemático siguiendo el procedimiento de diseño presentado en la subsección C. El esquema de simulación implementado

en el software PSIM se presenta en la Fig. 7, donde se muestra un arreglo fotovoltaico implementado en el software de simulación PSIM. El arreglo está compuesto por tres unidades módulo-convertidor CC identificados con los subíndices 1, 2 y 3. Cada panel se representa con una fuente de corriente CC y un elemento no lineal como se muestra en la Ec. (1). Para simular los cambios en la irradiación se usa una fuente de corriente variable en paralelo con cada

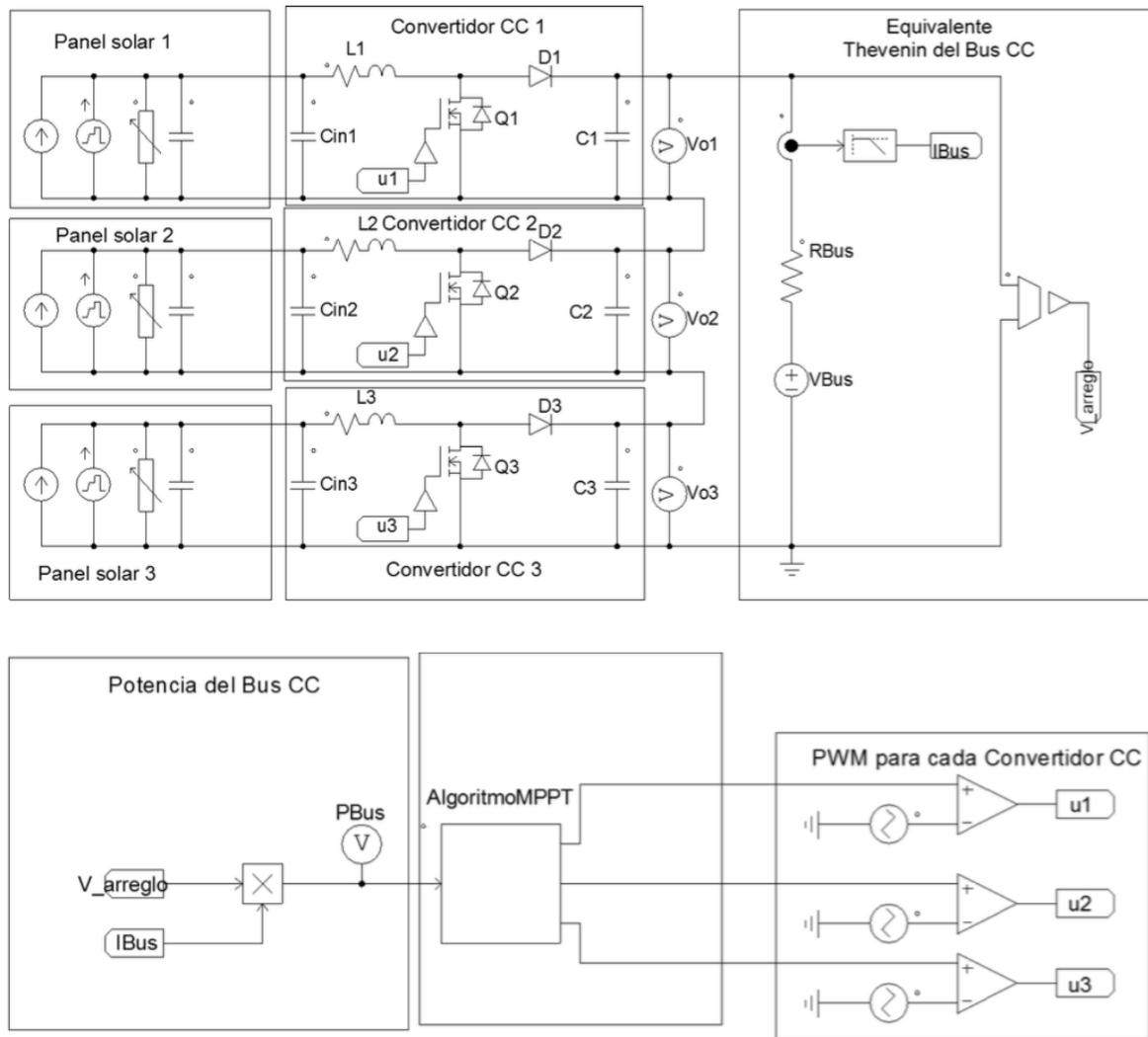


Figura 7. Esquema de simulación para tres módulos en PSIM. Fuente: Autores.

panel. Como se mencionó previamente, cada convertidor CC es un elevador (Boost converter) y la carga del arreglo es el equivalente Thevenin de un Bus CC. Hacia la parte inferior de Fig. 7 se evidencia el cálculo de la potencia del bus CC el cual ingresa al algoritmo MPPT que se encarga enviar la referencia para el PWM de cada convertidor, como se dará descripción posteriormente.

Tanto la implementación en del modelo en Matlab como la simulación de PSIM consideran los siguientes parámetros: el módulo usado es el BP585 que posee los siguientes parámetros STC proporcionados por el fabricante: voltaje de circuito abierto

del módulo $V_{OC}=22.1$ V, corriente de corto circuito $I_{SC}=5$ A, coeficiente de temperatura para el voltaje de -80 mV/°C y coeficiente de temperatura para la corriente de 0.065 %/°C. Estas características permiten calcular los parámetros $A_0=8.9412e-7$ A y $B_0=0.7030$ V-1 usando el método propuesto en [7]; los cuales permiten simular el comportamiento del módulo para cada valor de irradiación a partir de (1), como se ilustra en la Fig. 1. Para este caso, el comportamiento descrito por dicha figura, muestra los siguientes MPP a diferentes condiciones de irradiación: para 600 W/m² presenta una potencia de 49 W y un voltaje de 17.5 V, para 500 W/m² una potencia de 40

W y 17.3 V en voltaje; y 32 W y 17 V para 400 W/m². El convertidor diseñado para cada uno de los módulos PV considera un diseño de los componentes siguiendo el procedimiento presentado en [1]: el capacitor de entrada y salida se diseñan de 94 μF y 55 μF; respectivamente, para cumplir con un rizado de voltaje ΔVC= 0.05 V. El inductor se selecciona con un valor de 28 mH con unas pérdidas asociadas RL de 38 mΩ

para cumplir con un rizado de corriente ΔIL= 0.1 A, para una frecuencia de conmutación de 100 KHz. De igual manera, para asemejar el modelo a un comportamiento real se tiene en cuenta una resistencia de encendido del mosfet RON= 0.077 Ω. Adicionalmente, el sistema tiene en cuenta un voltaje impuesto por el convertidor CC/CA VBUS=120 V y una RBUS=0.23 Ω.

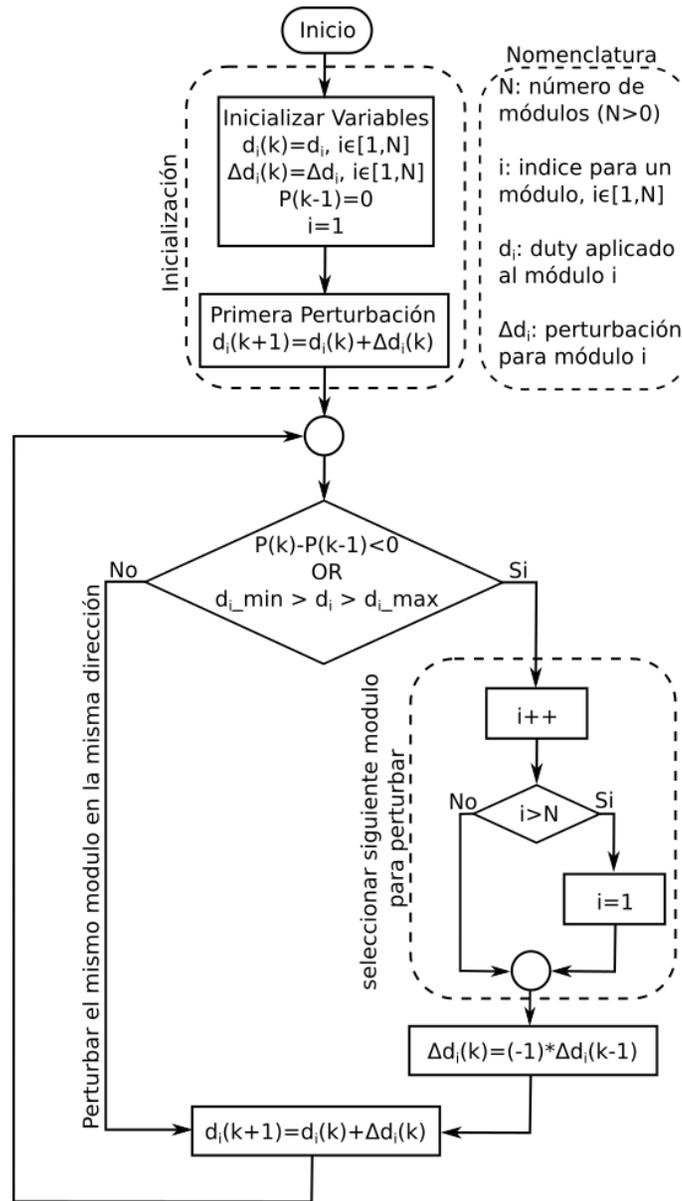


Figura 8. Diagrama de flujo de algoritmo MPPT MOPOC. Fuente: autores.

Tal como se presenta anteriormente, la validación del modelo se realiza basado en el esquema presentado en la Fig. 3, donde se requiere de un algoritmo MPPT centralizado que genera las acciones de control para cada uno de los convertidores (DMPPT). El algoritmo MPPT más utilizado se basa en la técnica perturbar y observar P&O, la cual aplica un incremento o decremento constante al voltaje del PV y mide la potencia resultante en el módulo. Si la potencia se incrementa el algoritmo continúa incrementando los valores de voltaje, pero si la potencia disminuye el algoritmo reduce el valor de voltaje de dicho módulo [10], [15]. En sistemas DMPPT con n módulos PV, el algoritmo se diseña para maximizar la potencia en cada uno de los módulos por separado realizando una medición en las terminales de entrada del convertidor CC/CA. Esta variación al algoritmo tradicional permite reducir el número de sensores en las terminales de salida de cada módulo, reduciendo de esta forma los costos de implementación. Este algoritmo, identificado como MOPOC (Multi-Output P&O Controller), posee n salidas para definir el ciclo de trabajo del PWM asociado a cada uno de los n convertidores CC/CC [13]. El diseño del algoritmo se basa en [13] con una modificación que permite reconfigurar los parámetros y generar automáticamente un algoritmo para n módulos fotovoltaicos. El algoritmo MOPOC se describe en el diagrama de flujo reportado en la Fig. 8.

El algoritmo MOPOC inicia definiendo los parámetros de funcionamiento del algoritmo: número n de módulos, magnitud de la perturbación en el ciclo de trabajo Δd y potencia del arreglo en el instante inicial. Posteriormente, se realiza la comparación de la potencia medida con el valor de potencia en el instante inmediatamente anterior. Si la diferencia de potencia es negativa, se perturba el ciclo de trabajo módulo siguiente para incrementar el valor de potencia del arreglo. Si la diferencia de potencia es positiva, se continua pertur-

bando el mismo módulo en la misma dirección. De esta forma se garantiza el seguimiento del punto de máxima potencia de cada módulo PV secuencialmente. Finalmente, para efectos de simulación tanto para el modelo como para PSIM, se considera un DMPPT como se presenta en la Fig. 8 con los parámetros $\Delta d=0.005$ y $t_s=0.2$ ms, obtenidos a partir del procedimiento presentado en [10].

LA Fig. 9 presenta la simulación del sistema ante cambios de irradiación que se evidencia directamente sobre la potencia de cada módulo. La simulación presenta la comparación de los resultados obtenidos para los tres módulos con el modelo matemático propuesto (línea blanca) y la simulación electrónica en el software Psim (línea negra). La simulación presenta un cambio de irradiación de 500 W/m² a 600 W/m² en el PV1 a los 0.2 s, seguidamente el módulo sufre una caída de irradiación a 400 W/m² a los 0.8 s. De igual manera el PV2 sufre una caída de irradiación a los 0.6s de 600 W/m² a 500 W/m² y se incrementa a los 700 W/m² en el tiempo de 1s. Por último, el PV3 sufre una caída de 500 W/m² a 400 W/m² en a los 0.4s, mientras que a los 1.3s presenta un incremento a 600 W/m². Nótese que para todos los valores de irradiación la potencia de cada módulo es la máxima potencia disponible como lo valida la Fig. 1, evidenciando la pertinencia del algoritmo de seguimiento de máxima potencia usado. Adicionalmente, la Fig. 9 demuestra la pertinencia del modelo donde los datos predichos se ajustan a los obtenidos por la simulación electrónica en PSIM. Se calcula un promedio del error punto a punto en todo el intervalo de simulación para ambos sistemas, arrojando un porcentaje de precisión del 97%. Este valor permite concluir que la simulación basada en el modelo diseñado previamente reproduce este tipo de sistemas evitando el uso de simuladores electrónicos de alto costo o que requieren de esquemas de simulación engorrosos de construir, que

finalmente retrasan los tiempos de diseño de la aplicación.

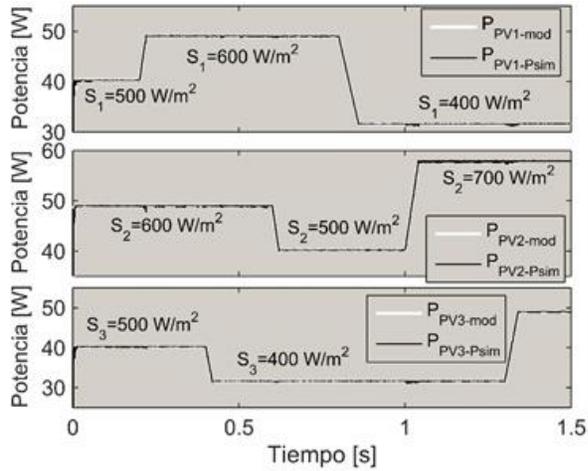


Fig. 9. Simulación PPV del sistema 3 PVs. Fuente: autores.

La Fig. 10 presenta la simulación de la corriente de cada módulo donde se evidencian las variaciones debidas a los cambios de irradiación solar. Esta simulación valida el comportamiento del módulo emulado en el software PSIM, que considera internamente un modelo realístico de un módulo fotovoltaico, con la ecuación propuesta en (1). Dicha simulación valida que los resultados obtenidos con el modelo propuesto se ajustan a la realidad de un módulo fotovoltaico sujeto a cambios en las condiciones atmosféricas.

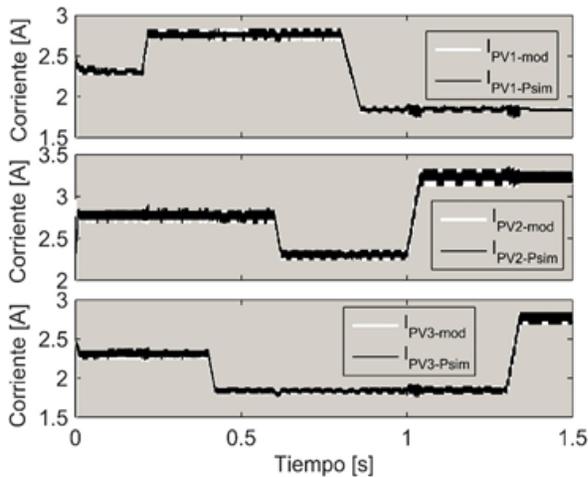


Fig. 10. Simulación IPV del sistema 3 PVs. Fuente: autores.

Seguido a esto, la Fig. 11 presenta la simulación del voltaje en el condensador de salida de cada convertidor en presencia de los constantes cambios de irradiación. Esta simulación evidencia la efectividad de modelo en la predicción del comportamiento del sistema ante las variaciones en las terminales de entrada de cada convertidor. Es de notar que la suma de los voltajes en cada instante de tiempo debe ser igual al voltaje total del sistema impuesto por el convertidor CC/CA de 120 V, e.g. en $t=0.6$ s, los voltajes $VC1=50$ V, $VC2=40$ V y $VC3=30$ V.

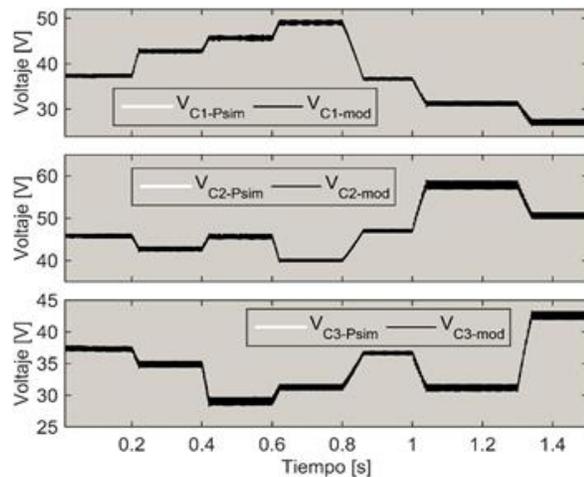


Fig. 11. Simulación VC del sistema 3 PVs. Fuente: autores.

3.2 Ejemplo de aplicación: simulación de un sistema DMPPT de 10 módulos en serie

Con el objetivo de validar la fortaleza del modelo para realizar simulaciones de arreglos fotovoltaicos de mediano tamaño sin hacer uso de los software de simulación electrónica, se propone un sistema compuesto por 10 módulos con convertidor asociado. Los parámetros se seleccionan igual que las simulaciones anteriores, con la excepción de que el voltaje impuesto por el convertidor CC/CA de salida se ajusta con $V_{BUS}=410$ V y una $R_{BUS}=0.78 \Omega$. El modelo propuesto en las secciones anteriores se implementa con la expansión a 10 módulos y se evalúa bajo las mismas condiciones previamente presentadas.

La Fig. 12 presenta la simulación en potencia de cada módulo para diferentes cambios de irradiación. Para efectos de una correcta presentación de resultados, los 10 módulos se han agrupado en tres grupos con una irradiación determinada, esto es, para los módulos PV1-PV4 se ha realizado un incremento de irradiación en $t=0.2$ s y un decremento en $t=0.8$ s. El siguiente grupo asocia los módulos PV5-PV7 con un cambio decremental de irradiación en $t=0.6$ s y un incremento en $t=1$ s. El último grupo reúne los módulos PV8-PV10 que asume un decremento en $t=0.4$ s y un incremento de irradiación en $t=1.3$ s. De igual manera que la simulación presentada en la Fig. 9, los módulos presentan una potencia máxima asociada igual a la máxima descrita en la Fig. 1, lo que valida la efectividad del algoritmo MPPT usado.

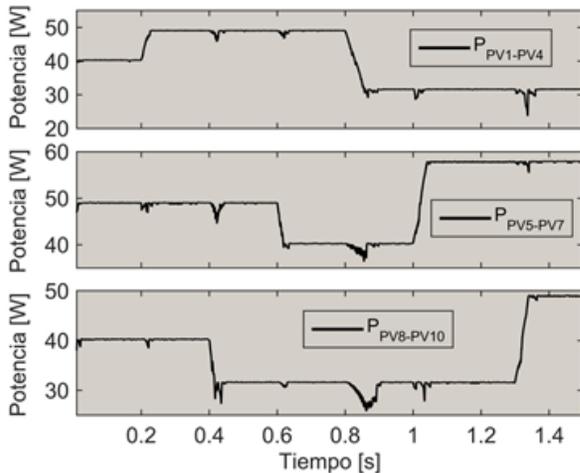


Fig. 12. Simulación PPV del sistema 10 PVs. Fuente: autores.

La Fig. 13 presenta la corriente de cada uno de los grupos de módulos. Se puede notar los cambios en corriente debidos a las perturbaciones en irradiación. En contraste con la simulación presentada en la Fig. 10, esta grafica muestra unas ligeras variaciones en corriente que ocurren ante los escalones de irradiación, estas perturbaciones ocurren debido a que el MPPT debe ajustarse para enviar 10 señales de control independientes, con un retraso de $t_s=0.2$

ms entre sí, que afectan directamente el desempeño del sistema.

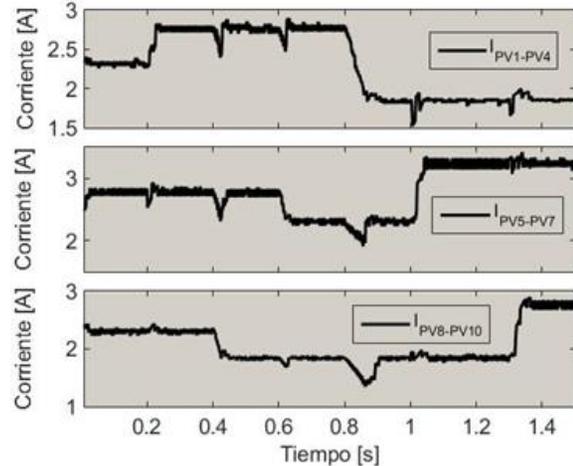


Fig. 13. Simulación IPV del sistema 10 PVs. Fuente: autores.

Por último, la Fig. 14 presenta la simulación del sistema de 10 módulos en el voltaje de salida de cada convertidor. Al igual que las simulaciones presentadas anteriormente los voltajes están asociados en tres grupos de medición. Se evidencia entonces, la fortaleza emular el sistema y su comportamiento ante cambios de irradiación. Además, se nota la validez del modelo al cumplir la restricción de voltaje impuesta por el convertidor CC/CA, donde la suma de los voltajes en cada instante de tiempo suma 410V, e.g. en $t=0.6$ s, los voltajes $VC1-C4=50V$, $VC5-C7=40V$ y $VC8-C10=30V$.

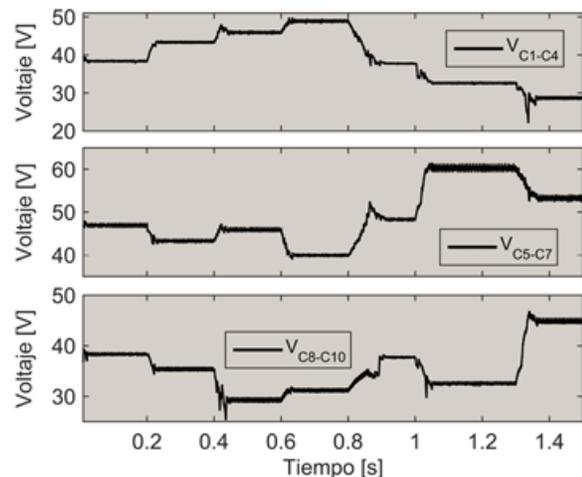


Fig. 14. Simulación VC del sistema 10 PVs. Fuente: autores.

Estas simulaciones presentadas validan la pertinencia del modelo propuesto para n módulos, contrastando los resultados obtenidos por el mismo con las simulaciones arrojadas por el software de simulación electrónica PSIM.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presentó un modelo para sistemas de generación fotovoltaica basados en una conexión de MPPT distribuido. Este tipo de sistemas representan una alternativa para mitigar los efectos negativos producidos por el sombreado parcial de los módulos o “mismatching”. El modelo presentado involucra la dinámica del PV y del convertidor para generar un conjunto de matrices que pueden ser solucionadas mediante cualquier método numérico. Por lo tanto, no se requiere un simulador electrónico para evaluar el desempeño de sistemas distribuidos, lo que reduce el costo al evitar el uso de software comercial. Asimismo, se simplifica el diseño de los modelos de simulación ya que no se requiere conectar discretamente los modelos eléctricos que cada elemento, e.g. capacitores, inductores, diodos, etc., lo cual es crítico para sistemas con gran número de componentes. El modelo propuesto puede ser fácilmente implementado en cualquier software de simulación matemática (e.g. Matlab o Scilab) o lenguaje de programación (e.g. C o Fortran) que posea las librerías matemáticas (e.g. GSL). El uso de esas librerías, algunas de uso libre, incrementa la velocidad de cómputo y disminuye los costos de implementación.

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue soportado por el Instituto Tecnológico Metropolitano, la Universidad Nacional de Colombia y COLCIENCIAS (Fondo nacional de financiamiento para ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas) a través de los proyectos MicroRENIZ-25439 (Código 1118-669-46197), P14215, P14220,

UNAL-ITM-26281, UNAL-ITM-26283 y la beca doctoral 012-567.

6. REFERENCIAS

- [1] A. Trejos, D. Gonzalez, and C. A. Ramos-Paja, “Modeling of Step-up Grid-Connected Photovoltaic Systems for Control Purposes,” *Energies*, vol. 5, no. 12, pp. 1900–1926, Jun. 2012.
- [2] R. W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*. Boston, MA: Springer US, 2001.
- [3] C.-W. Chen, K.-H. Chen, and Y.-M. Chen, “Modeling and Controller Design of an Autonomous PV Module for DMPPT PV Systems,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 9, pp. 4723–4732, Sep. 2014.
- [4] R. Haroun, A. El Aroudi, A. Cid-Pastor, and L. Martinez-Salamero, “Sliding Mode Control of output-parallel-connected two-stage boost converters for PV systems,” in *2014 IEEE 11th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD14)*, 2014, pp. 1–6.
- [5] A. Khalil and K. Ateea, “Modelling and Control of Photovoltaic-Based Microgrid,” *Int. J. Renew. Energy Res.*, vol. 5, no. 3, pp. 826–835, 2015.
- [6] S. Silvestre, A. Boronat, and A. Chouder, “Study of bypass diodes configuration on PV modules,” *Appl. Energy*, vol. 86, no. 9, pp. 1632–1640, Sep. 2009.
- [7] G. Petrone and C. A. Ramos-Paja, “Modeling of photovoltaic fields in mismatched conditions for energy yield evaluations,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 81, no. 4, pp. 1003–1013, Apr. 2011.
- [8] G. Q. Rosner, “Installer Survey,” techreport, 2009.
- [9] J. M. N. Chaintreuil, F. Barruel, X. Le Pivert, H. Buttin, “Effects of Shadow on a Grid Connected PV System,” in *INES R.D.I., Laboratory*

- for Solar Systems (L2S); 23rd European PV Energy Conference, 2008.*
- [10] N. Femia, G. Petrone, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "Optimization of Perturb and Observe Maximum Power Point Tracking Method," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, no. 4, pp. 963–973, Jul. 2005.
- [11] G. Petrone, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "Analytical model of mismatched photovoltaic fields by means of Lambert W-function," *Sol. Energy Mater. Sol. Cells*, vol. 91, no. 18, pp. 1652–1657, Nov. 2007.
- [12] R. W. Erickson and A. P. Rogers, "A Microinverter for Building-Integrated Photovoltaics," in *2009 Twenty-Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2009*, pp. 911–917.
- [13] N. Femia, G. Lisi, G. Petrone, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "Distributed maximum power point tracking of photovoltaic arrays: Novel approach and system analysis," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 7, pp. 2610–2621, Jul. 2008.
- [14] T. Shimizu, O. Hashimoto, and G. Kimura, "A novel high-performance utility-interactive photovoltaic inverter system," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, no. 2, pp. 704–711, Mar. 2003.
- [15] W. Xiao, N. Ozog, and W. G. Dunford, "Topology Study of Photovoltaic Interface for Maximum Power Point Tracking," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 3, pp. 1696–1704, Jun. 2007.
- [16] N. Femia, D. Granozio, G. Petrone, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "A Predictive and Adaptive MPPT Perturb and Observe Method," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 43, no. 3, pp. 934–950, Jul. 2007.
- [17] E. Van Dijk, J. N. Spruijt, D. M. O'Sullivan, and J. B. Klaassens, "PWM-switch modeling of DC-DC converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 10, no. 6, pp. 659–665, 1995.
- [18] G. R. Walker and P. C. Sernia, "Cascaded DC-DC Converter Connection of Photovoltaic Modules," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 19, no. 4, pp. 1130–1139, Jul. 2004.
- [19] [21] M. Chen and G. A. Rincon-Mora, "Accurate Electrical Battery Model Capable of Predicting Runtime and I-V Performance," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 21, no. 2, pp. 504–511, Jun. 2006.
- [20] S. M. Mousavi G. and M. Nikdel, "Various battery models for various simulation studies and applications," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 32, pp. 477–485, 2014.