

Revista Electrónica Nova Scientia

Comportamiento en flexión estática de vigas de
madera antigua de *Picea abies*
Static bending behavior of old *Picea abies* wood
beams

Javier Ramón Sotomayor-Castellanos¹

¹Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, Universidad Michoacana de
San Nicolás de Hidalgo, Morelia

México

Javier Ramón Sotomayor Castellanos. E-mail: madera999@yahoo.com

Resumen

Las tipologías arquitecturales encontradas en el contexto del análisis estructural de construcciones con significado histórico y cultural son complejas. El modelado numérico es propuesto como una solución para diagnosticar la seguridad estructural de estas edificaciones. En esta investigación se realizaron pruebas de flexión estática de acuerdo a la norma Europea EN 408 y se calcularon los módulos de elasticidad y de ruptura en 5 vigas antiguas de *Picea abies*. La densidad de la madera fue de 422 kg/m^3 para las vigas con un contenido de humedad de 12 %. El módulo de elasticidad promedio fue de 9,059 MPa y el módulo de ruptura fue de 29.18 Pa. Los módulos presentaron una variabilidad aceptable. Los resultados experimentales se contrastaron con las predicciones numéricas empleando el método del elemento finito. Las predicciones numéricas en los dominios lineal y no lineal mostraron buena aproximación con los resultados experimentales.

Palabras clave: madera, densidad, módulo de elasticidad, módulo de ruptura, método del elemento finito

Recepción: 29-11-2013

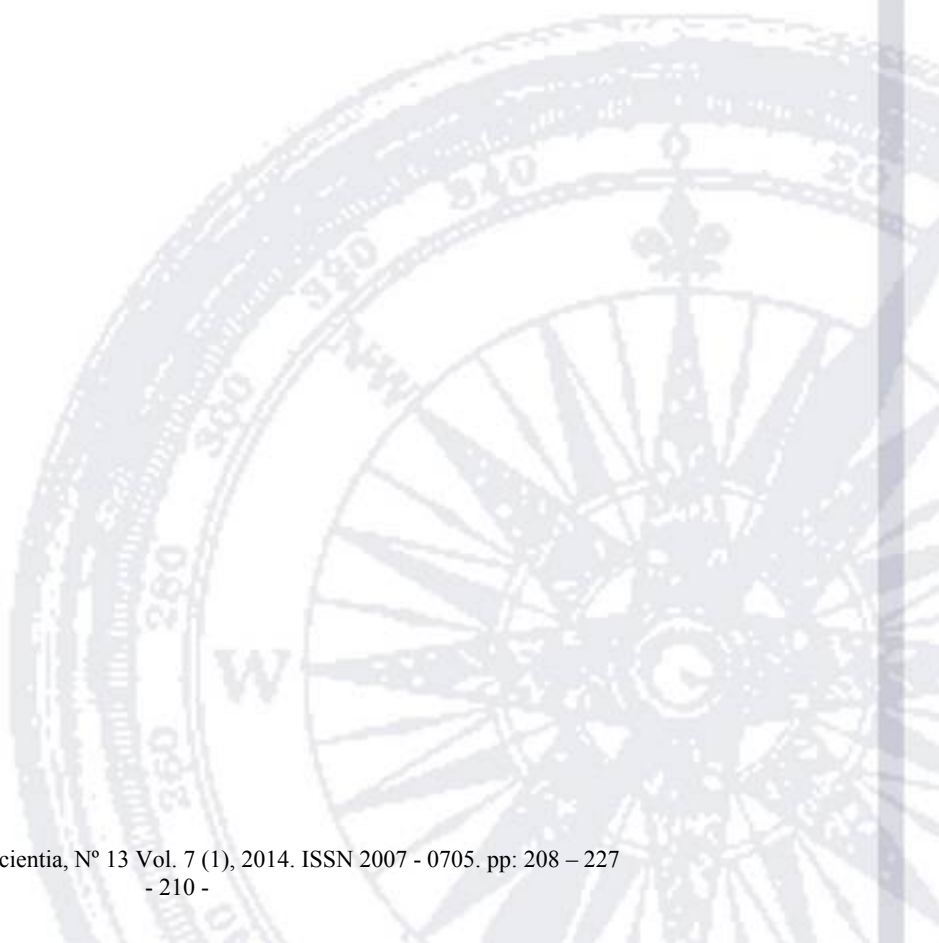
Aceptación: 21-10-2014

Abstract

The architectural typologies found in the context of the structural analysis of constructions with historical and cultural meaning, are complex. Numeric modeling is proposed as a solution to diagnose the structural safety of the edifices. In this research, according to European standard EN 408, static bending tests were performed and the moduli of elasticity and of rupture corresponding to five old beams of *Picea abies* wood were calculated. The wood density was of 422 kg/m^3 for beams with a moisture content of 12 %. The average modulus of elasticity was of 9,059 MPa and the modulus of rupture was 29.176 MPa. The moduli of elasticity and of rupture of the beams presented an acceptable variability. The experimental results were contrasted with

the numeric predictions employed by the finite element method. The numeric prediction in the linear and nonlinear domains showed a good approximation with the experimental results.

Keywords: wood, density, modulus of elasticity, modulus of rupture, finite element method



Las pruebas de flexión estática son uno de los principales métodos para evaluar las propiedades mecánicas de la madera. El procedimiento y la configuración para su realización con piezas de madera con dimensiones de empleo están bien establecidas por las normas Europeas EN 408 y EN 384 (ECS, 2003 y ECS, 2004). Los resultados de las pruebas de flexión estática dependen, por una parte, de la densidad de la madera, de su contenido de humedad, así como de sus propiedades de anisotropía material (Olsson y col., 2010 y 2012); y por otra, de la configuración y de la velocidad de los experimentos (Calderoni y col., 2006 y Faggiano y col., 2011). En el contexto del análisis estructural de estructuras de madera, presente en edificaciones antiguas con un significado histórico y cultural, es un reto aplicar pruebas estandarizadas (Steffen y col., 1997). Sin embargo, las pruebas de flexión estática son utilizadas para determinar los módulos de elasticidad y de ruptura. Ambos parámetros son imprescindibles al diseño estructural en el modelado numérico y son empleados como referencias en inspecciones *in-situ* de elementos estructurales (Hansson y Antti, 2003 y Arnold y Steiger, 2006).

Las tipologías arquitecturales encontradas en el contexto del análisis estructural de construcciones históricas, son complejas. Entre otros problemas, los componentes no pueden ser desmantelados para evaluar sus propiedades materiales con métodos destructivos. De tal forma, que el modelado numérico es propuesto como una solución para diagnosticar su seguridad estructural (COST Action FP0802, 2011).

El método del elemento finito encuentra su aplicación en la verificación de resultados experimentales y la validación de enfoques teóricos en los problemas de secado de madera, así como para resolver problemas de plasticidad, de fractura y de análisis no lineal de estructuras (Mackerle, 2005 y COST Action FP0802, 2011). Estos argumentos han sido validados por Marzo (2006) y Magnus (2008), quienes evalúan la capacidad portante de estructuras de techos, empleando el método del elemento finito en estudios de caso de edificios históricos de madera. Por su parte, Cointe y col. (2007) han aplicado esta técnica bajo la premisa de que *“El estudio de construcciones históricas empleando tecnologías modernas, debe incluir los principios de reversibilidad, no invasión, mínima reparación, respeto a la originalidad, así como asegurar su funcionalidad y estabilidad estructural”*.

En 2010, el techo de la estación ferroviaria Masaryk (Praha Masarykovo nádraží, en Checo), de la ciudad de Praga, República Checa fue renovado y sus elementos constitutivos fueron

removidos de su función original. De esta estructura, con una antigüedad estimada de 100 años, se rescataron para su caracterización mecánica, cinco vigas de madera de *Picea abies* (L.) Karst.

La madera de *P. abies* es una de las más empleadas en estructuras en Europa (Drdácký y col., 2006). Por otro lado, la madera de este género y sus propiedades físico-mecánicas, son aceptadas como referencias en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera (Kollmann y Côté, 1968).

Esta investigación presenta un caso de estudio en vigas de madera antigua donde se contrastan resultados experimentales de pruebas de flexión estática, con sus predicciones numéricas empleando el método del elemento finito. Los resultados pueden emplearse en casos de estudio para el análisis estructural y el modelado del comportamiento mecánico de estructuras de madera existentes.

Objetivos

1 Determinar los módulos de elasticidad y los módulos de ruptura de cinco vigas de madera de *P. abies* empleando pruebas de flexión estática.

2 Predecir la relación carga-deformación de las pruebas de flexión estática empleando el método del elemento finito.

Materiales y métodos

La metodología general de esta investigación está fundamentada en el trabajo de Sotomayor-Castellanos (2012). Las pruebas se realizaron en el Laboratorio de Mecánica de materiales, de la Facultad de Ingeniería Civil, de la Universidad Técnica de República Checa, en Praga, República Checa. El material experimental consistió en cinco vigas de madera de *P. abies*, con dimensiones de 96 mm de grueso (T), 230 mm de ancho (R) y 3500 mm largo (L) (Figura 1). Una vez desmanteladas de la estructura original, las vigas se limpiaron y se almacenaron durante un año con una temperatura promedio de 20 °C y una humedad relativa de 65 %. Antes de iniciar las pruebas, se calculó la densidad de la madera con la relación peso/volumen y se midió su contenido de humedad con un aparato *sylvatest*[®].

Pruebas de flexión estática

Las pruebas de flexión estática tipo cuatro puntos adaptaron los procedimientos de Yamasaki y Sasaki (2010) y la norma Europea EN 408 (ECS, 2003) y consistieron en medir la deflexión (y) ocasionada por una carga (P) transversal a la dirección longitudinal (L) de la viga aplicada en dos puntos a $L/3$ de la portada interna de flexión (Figura 1). Las vigas fueron colocadas en dos soportes simples a una distancia de 3,000 mm. La distancia entre puntos de carga fue de 1,000 mm y una distancia sobresaliente de 250 mm en cada extremo de la viga.

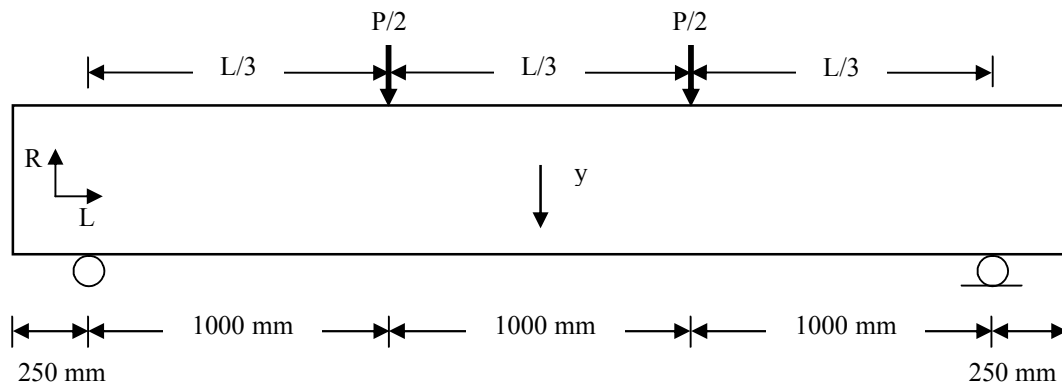


Figura 1. Prueba de flexión estática.

La velocidad de carga fue de 1 kN/min usando una máquina de pruebas mecánicas con capacidad de 1,500 kN. La velocidad de desplazamiento de la carga fue de 2 mm/min. El desplazamiento fue medido en medio de la portada. La carga fue medida con una celda de carga con capacidad de 300 kN (*Rukov Rumbuk*[®]) sujeta a la cabeza de desplazamiento de la máquina de pruebas. La frecuencia de adquisición de la carga y de la deflexión fue de 10 Hz. Con el objeto de minimizar el efecto de la posible rotación de las vigas durante las pruebas, la deflexión fue medida con dos potenciómetros conectados a un sistema de tratamiento de datos.

Los sensores de desplazamiento se colocaron en el eje neutral inicial de las vigas del punto central de la portada, cada uno en las caras opuestas de las vigas. La medida de la deformación utilizada en análisis posteriores representa el promedio de estas dos adquisiciones. Los datos de la carga y del desplazamiento fueron tratados en un sistema modelo Dewe-5000 (*TRADMARK data logger system*[®]). El módulo de elasticidad fue medido en el intervalo elástico, que representó el 20 % del esfuerzo máximo a la ruptura.

El módulo de elasticidad en flexión estática cuatro puntos se calculó con la fórmula (Olsson y col., 2012):

$$\text{MOE} = \frac{\Delta P}{\Delta y} \frac{(3 a L^2 - 4 a^3)}{48 I} \quad (1)$$

Donde:

- MOE = Módulo de elasticidad en flexión estática (Pa)
- ΔP = Intervalo de carga en el dominio elástico (N)
- Δy = Intervalo de deflexión en el dominio elástico (m)
- L = Distancia entre apoyos (m)
- a = Distancia de un apoyo al punto de carga (m)
- I = Momento de inercia de la sección transversal de la viga (m⁴)

El módulo de ruptura en flexión estática cuatro puntos se calculó con la fórmula (Olsson y col., 2012):

$$\text{MOR} = \frac{3 a P_r}{b h^2} \quad (2)$$

Donde:

- MOR = Módulo de ruptura (Pa)
- P_r = Carga a la ruptura (N)
- a = Distancia de un apoyo al punto de carga (m)
- b = Grueso (base) de la viga (m)
- h = Ancho (altura) de la viga (m)

Método del elemento finito

El análisis con el método del elemento finito (MEF) fue elaborado con el programa experimental *Geo4*[®] de la empresa *fine civil engineering software*[®]. La metodología empleada fue adaptada de

Melzerová y Kuklík (2009 y 2010) y de Melzerová y col. (2012). La estrategia de modelado consistió en las siguientes etapas:

- 1) Definición de la geometría y configuración del modelo en dos dimensiones de acuerdo a la configuración del ensayo.
- 2) División de la sección transversal en ocho capas (Figuras 2a y 2b).

A cada una de las capas se le asignaron propiedades materiales específicas. Durante el dominio lineal, los parámetros materiales módulo de elasticidad y coeficiente de *Poisson* permanecen constantes en todas las capas y vigas. El módulo de elasticidad permanece constante en el rango de carga de 0 a 45 kN (con excepción de la viga 4: 25 kN). En contraste, una vez que el comportamiento no lineal aparece, el módulo de elasticidad de las capas que representan la región donde existen fisuras, en medio de la sección transversal de las vigas, disminuye a medida que las fisuras se expanden. De esta forma se modeló la respuesta local de esta parte de las vigas durante el proceso de carga-deformación.

- 3) Configuración automática de la malla, con una distancia mínima de 40 mm respecto a la geometría de las vigas (Figura 2c).
- 4) Definición de la magnitud y de la distribución de las cargas aplicadas, de acuerdo a la configuración de las pruebas de flexión.
- 5) Ajuste de los parámetros materiales para cada capa, particularmente en el dominio no lineal. Estos parámetros se pueden consultar en Sotomayor-Castellanos (2012).
- 6) Procesamiento de la solución y generación de resultados (Figuras 5a y 5b).
- 7) Análisis de resultados.

Capa 1: 40 mm		$h = 260 \text{ mm}$
Capa 2: 30 mm		
Capa 3: 30 mm		
Capa 4: 30 mm		
Capa 5: 30 mm	Linea de fisuras	
Capa 6: 30 mm		
Capa 7: 30 mm		
Capa 8: 40 mm		

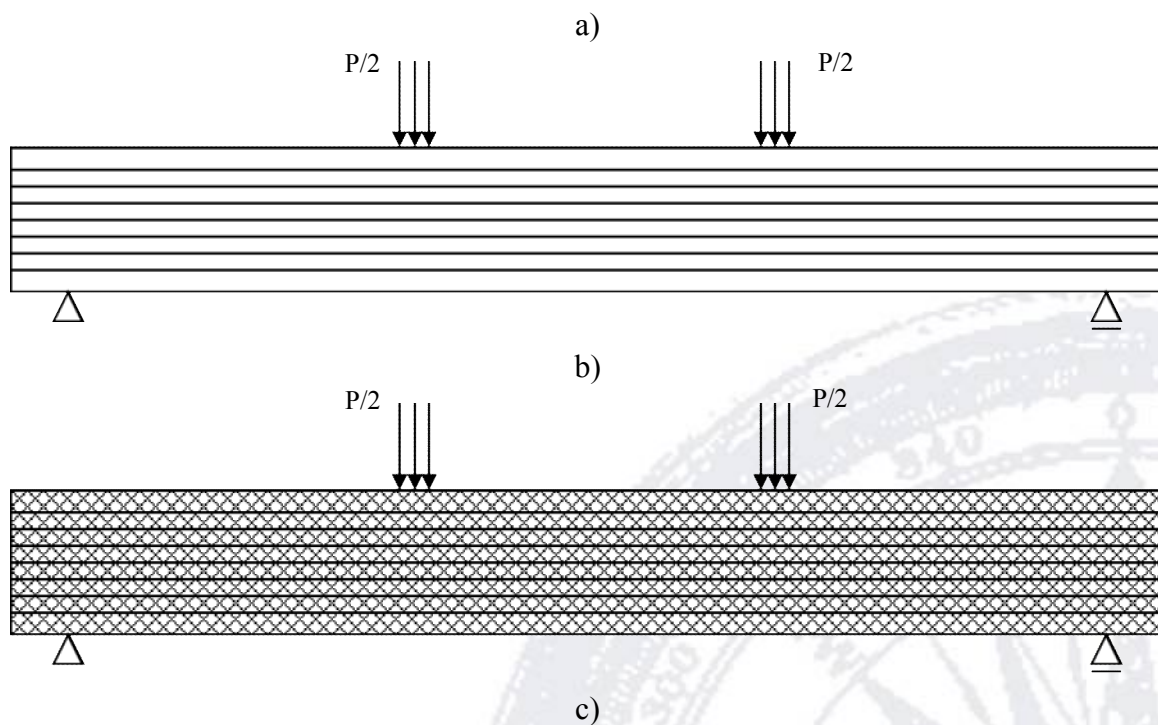


Figura 2. Modelado de las vigas. a) División de la sección en capas; b) Modelado de las cargas; c) Configuración de la malla.

Resultados

Módulo de elasticidad

El valor promedio del módulo de elasticidad de las cinco vigas estudiadas (Tabla 1) es 11 % menor que los resultados presentados por Olsson y col. (2012) quienes estudiaron madera selecta de *P. Abies* con una densidad de 472 kg/m³ y un contenido de humedad de 13.6 %. Sus valores oscilaron alrededor de 10,600 MPa. Esta diferencia puede ser explicada por la desigualdad en calidades y densidades entre las dos muestras. Del mismo modo, los resultados aquí reportados son menores en 34 % cotejando con los resultados de Sonderegger y col. (2008), quienes trabajaron con madera de la misma especie pero con pequeñas probetas normalizadas, exentas de particularidades de crecimiento, con una densidad de 469 kg/m³ y un contenido de humedad de 12%.

Tabla 1. Contenido de humedad, densidad, módulos de elasticidad y de ruptura.

Viga	H (%)	ρ_H (kg/m ³)	MOE (MPa)	MOR (MPa)
1	13,14	448	10929	32,372
2	11,08	414	8320	33,938
3	11,79	449	8433	31,423
4	11,41	366	7488	16,659
5	12,16	433	10126	31,486
Promedio	11,92	422	9059	29,176
Desviación estándar	0,80	34,4	1420	7,070
CV (%)	6,7	8,2	15,7	24,2

Los datos de los módulos de elasticidad presentados en la Tabla 1, calculados con la fórmula (1) y empleando los diagramas carga-deformación, sugieren que las vigas pueden ser agrupadas de acuerdo a su comportamiento durante las pruebas: las vigas 1 y 5 tienen una respuesta similar con una zona plástica extendida, denotando propiedades de ductilidad (Figura 3). Los diagramas de las vigas 2 y 3, son equiparables y denotaron una ruptura súbita (Figura 4). La viga 4 se comportó de manera diferente (Figura 3) y también mostró ductilidad. La densidad de esta viga es de menor

13 % en comparación con la densidad promedio, incluyendo su propio valor, característica que influyó en sus bajos valores mecánicos, de acuerdo con Calderoni y col. (2006). Si no se le considera en el análisis, el promedio del módulo de elasticidad aumenta un 5 % y la variabilidad al interior de la muestra estudiada se reduce a 14 %. No obstante que los datos de la viga 4 influyeron en el promedio y en el coeficiente de variación, este resultado es comparable con el comportamiento usualmente encontrado en investigación en Ingeniería de la madera (Haygreen y Bowyer, 1996).

La proporción portada/peralte (L/h) de las vigas fue de alrededor de 13, cantidad menor que la recomendada para hacer caso omiso del efecto del esfuerzo cortante en la deformación provocada por el momento de flexión aplicado. En vigas cortas ($L/h < 15$) el esfuerzo cortante es un factor crítico en análisis estructural (Keenan y Selby, 1973 y Schickhofer, 2000). Aún si las pruebas realizadas incluyen un segmento central correspondiente a un tercio de la portada de flexión, solicitado éste únicamente en flexión pura, es decir, exento de esfuerzo cortante, las deformaciones medidas contienen una fracción ocasionada por el esfuerzo cortante, al menos en los segmentos adyacentes a los soportes (Figura 1).

Los valores del módulo de elasticidad de las vigas permiten su clasificación en relación a sus propiedades de rigidez. De acuerdo a la norma Europea EN 338 (ECS, 2003): viga 1: C24; vigas 2 y 3: C16; viga 4: C14; y viga 5: C22. No obstante que formaron parte de un mismo maderamen, son notorias sus diferencias entre sí, de tal forma que de acuerdo a criterios constructivos contemporáneos, sería difícil que vigas con valores tan distintos, se instalaran en una estructura de madera.

El comportamiento de las vigas durante el proceso carga-deformación (Figuras 3 y 4) puede ser analizado en dos partes: El dominio casi-lineal correspondiente a un comportamiento elástico y el dominio no-lineal con carácter plástico. Estas regiones representan la rigidez aparente de las vigas.

Las vigas 1, 4 y 5 se comportan en forma lineal hasta una carga de 20 a 25 kN. Siempre con el mismo rango de carga, las vigas plastifican hasta 90 mm, con excepción de la viga 4 que se

deformó 40 mm. Las vigas 2 y 3 soportaron más carga en el dominio lineal, hasta 40 kN, pero sufrieron una ruptura súbita.

Para las vigas 1, 4 y 5, después de los puntos de inflexión, al final del dominio lineal, la respuesta se modifica para dar paso al dominio plástico hasta que una primera falla aparece. En este momento, una pérdida de resistencia emerge e inmediatamente la viga recupera su capacidad de carga hasta que otra falla aparece pero correspondiendo a una carga mayor y consecuentemente con una deformación más amplia.

Un comportamiento similar ha sido observado por Calderoni y col. (2006) y Faggiano y col. (2011) en miembros estructurales de madera, lo que sugiere que las vigas, aún con una antigüedad estimada en 100 años, se comportaron como sus iguales recientemente elaboradas. El comportamiento excepcional de la viga 4, también ha sido observado por Yokoyama y col. (2000), quienes trabajaron ejemplares de *Chamaecyparis obtusa* en edificios históricos en Japón.

Justo antes de una primera falla, las vigas 1, 2 y 3 presentaron una fisura local en el canto superior sujeto a compresión, es decir, en su cara superior. Se observó que este fenómeno se localizó cerca de nudos y de los soportes de las vigas. Después de esta primera resquebrajadura, las vigas desarrollaron grietas por tensión en la región central de su canto inferior hasta llegar a la ruptura total. Por su parte, las vigas 4 y 5 desarrollaron amplios desplazamientos en el plano perpendicular a la dirección de la carga, casi en el centro de la sección y cerca de la línea de fisuras que contenían las vigas. De tal manera, que se advirtió que su ruptura final fue ocasionada por el esfuerzo cortante desarrollado durante las pruebas.

Método del elemento finito

Las Figuras 3 y 4 muestran las relaciones carga-deformación medidas durante las pruebas de flexión estática. Ahí mismo, se detallan predicciones del MEF representadas con puntos críticos. La coincidencia entre proceso y predicciones permite verificar la utilidad del método. Sin embargo, es pertinente considerar que las soluciones del MEF son aproximadas y son derivadas de las simplificaciones geométricas y conceptuales aceptadas por el modelado. A manera de ejemplo, en modelado del proceso de ruptura en flexión de vigas de madera, Baño y col. (2011),

de acuerdo con sus resultados, proponen un factor de ajuste siempre menor que 9.7 % entre los valores experimentales y las predicciones por el MEF.

Para el caso que nos ocupa, otra posible fuente de discrepancia entre los datos experimentales y las predicciones numéricas, es el hecho de que, con excepción del modelado de las fisuras presentes en una cara lateral de las vigas, las cuales son simuladas por la reducción del módulo de elasticidad en las capas adyacentes, las propiedades materiales, la geometría y la continuidad del medio se consideraron homogéneas, lo cual no se verifica en la estructura y geometría del material experimental.

La máxima deformación ocurre en medio de la portada de flexión (Figura 5a), coincidiendo con la localización donde fueron medias las deflexiones. El modelado de las pruebas fue dividido en dos dominios: la respuesta lineal y la no lineal. Para el dominio no lineal, cuando las fisuras comenzaron a participar en la deformación de las vigas, el módulo de elasticidad correspondiente a las capas adyacentes fue reducido consecuentemente, a medida que el proceso de carga continuó.

La Figura 5b explica que las vigas fueron sometidas a un esfuerzo de compresión en el canto superior y uno de tensión en el canto inferior. Estos campos de esfuerzo se concentraron alrededor de la zona central de la portada de flexión, los cuales debido a la configuración de cuatro puntos, se encontraron libres de esfuerzo cortante.

Sin embargo, en los segmentos entre los puntos de carga y los de soporte, las vigas estuvieron sometidas a esfuerzos cortantes. Dado que la resistencia en cortante de las vigas en comparación con la de compresión-tensión es menor cuando el esfuerzo aplicado es mayor que su resistencia, aparecerán fisuras locales, y si el proceso de carga continúa, las vigas fallarán completamente, como fue notorio en el caso de las vigas 2, 3 y 4, así como al final de los ensayos en las vigas 1 y 5.

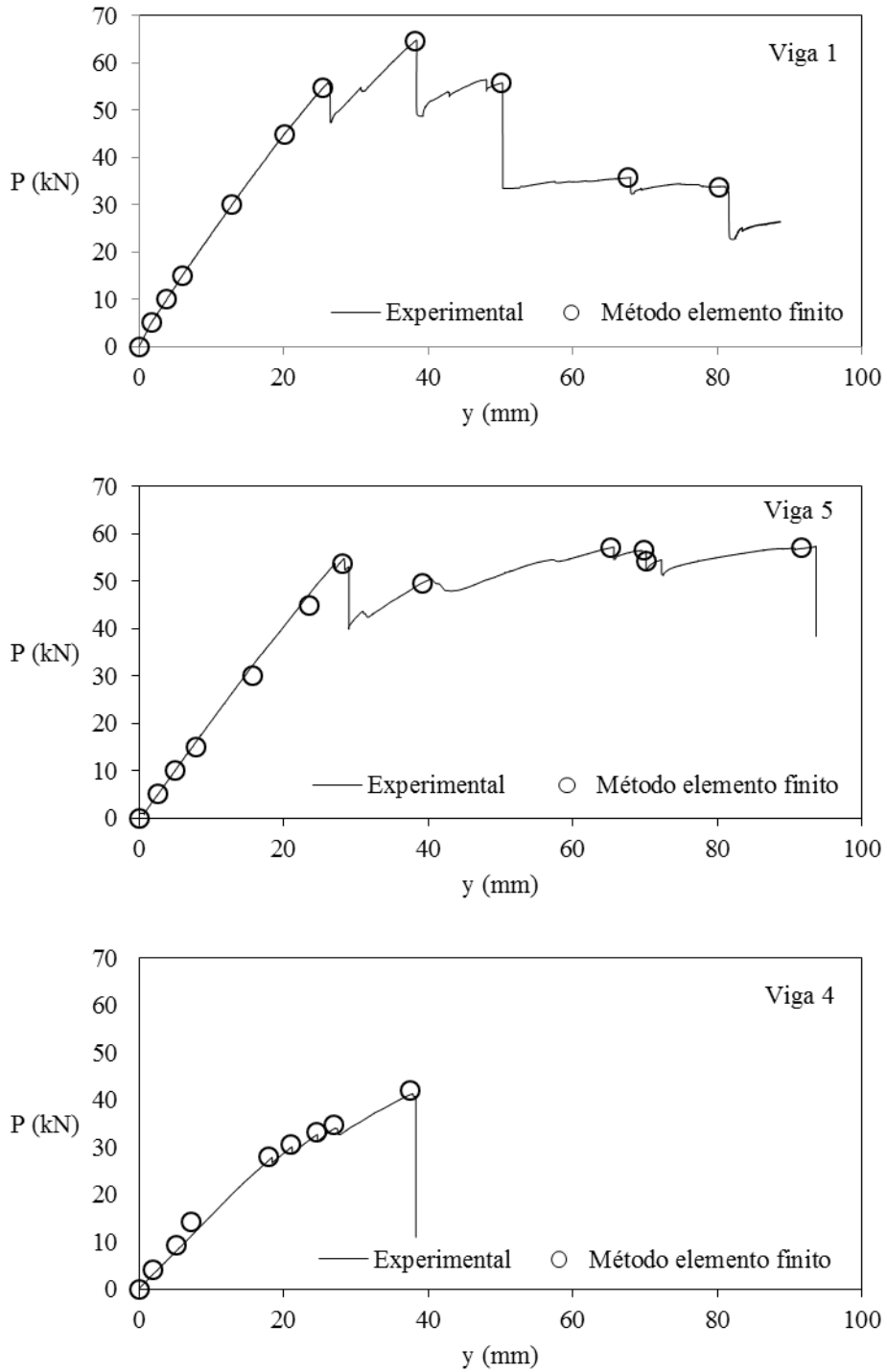


Figura 3. Diagramas carga-deformación y predicciones con el método del elemento finito. Vigas 1, 5 y 4.

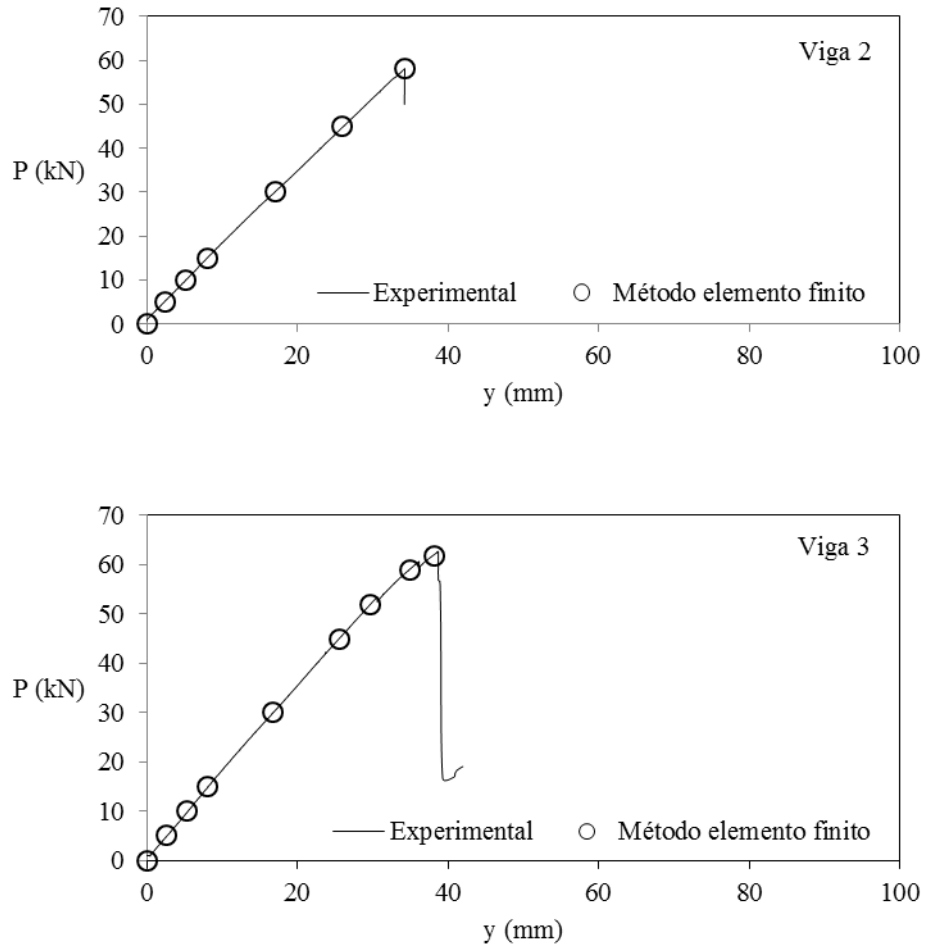
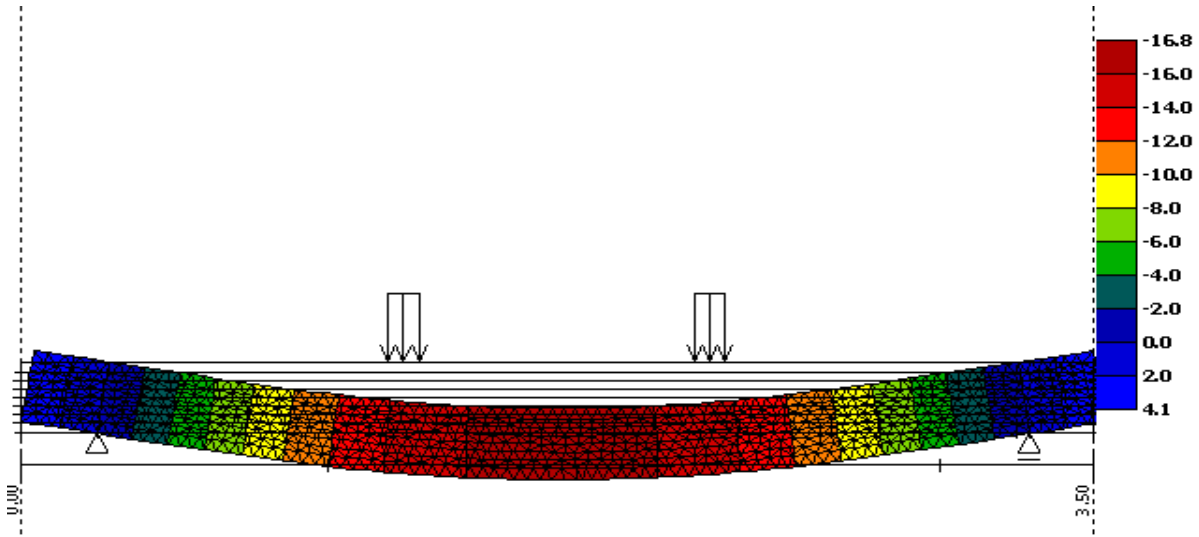
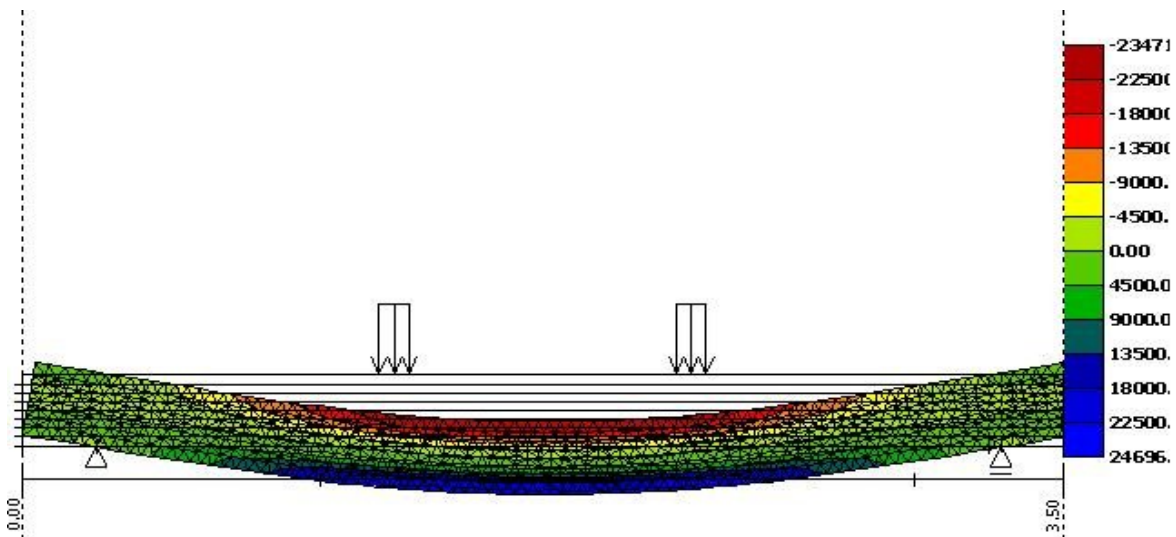


Figura 4. Diagramas carga-deformación y predicciones con el método del elemento finito. Vigas 2 y 3.



a)



b)

Figura 5. Generación de resultados con el método del elemento finito de la viga 1. a) Estado de deformación; b) Estado de esfuerzo.

Módulo de ruptura

Los valores de los módulos de ruptura de las cinco vigas (Tabla 3) son similares a los encontrados previamente por Olsson y col. (2012), quienes proponen módulos de ruptura de 38.4 MPa, para madera con calidad selecta de *P. Abies* con densidad de 472 kg/m^3 y un contenido de

humedad de 13.6 %. Igualmente, Calderoni y col. (2006), encontraron valores del módulo de elasticidad de 36.18 MPa en vigas con valor histórico de madera de *Castanea sativa* con una densidad de 622 kg/m³ y un contenido de humedad de 12 %.

Si se excluye el valor correspondiente a la viga 4, la cual se comportó de manera diferente, el coeficiente de variación para el módulo de ruptura es del 4 %, valor aceptable en Ingeniería de la madera.

Las vigas presentaron propiedades importantes de ductilidad. Con excepción de las vigas 2 y 3, los demás ejemplares siguieron soportando carga y ampliando su deformación más allá de la primera carga de ruptura (Figuras 3 y 4).

De manera análoga a la clasificación de las vigas en función de su módulo de elasticidad, de acuerdo con la norma Europea EN 338 (ECS, 2003), y dependiendo de sus propiedades de resistencia, las vigas 1, 2, 3 y 5 clasifican como C30 y la viga 4 como C16.

Conclusiones

Las vigas mostraron variabilidad aceptable en sus módulos. Además, durante las pruebas, las vigas exhibieron propiedades de ductilidad. Las predicciones numéricas en los dominios lineal y no lineal, mostraron buena aproximación con los resultados experimentales.

Los valores del módulo de elasticidad determinados experimentalmente pueden ser utilizados como referencia en casos de estudio similares. Igualmente, el método del elemento finito puede ser empleado en modelado del comportamiento mecánico de elementos estructurales de madera antigua.

El método del elemento finito propone un enfoque innovador. Sin embargo, requiere de información experimental de las propiedades materiales introducidas al modelo. La muestra estudiada de cinco piezas es pequeña desde el punto de vista estadístico. Dado la singularidad y escasez del material cuando se experimenta con madera extraída de edificaciones históricas, los resultados promedio de cinco vigas pueden ser utilizados solo como referencia para estudios más amplios, considerando las reservas convenientes para cada caso de estudio en particular.

Para caracterizar una especie de madera empleando como probetas piezas con dimensiones de empleo, una muestra de 32 ejemplares puede ser considerada como suficiente para análisis estadístico y respaldar el empleo del método del elemento finito.

Agradecimientos

Este trabajo fue elaborado durante la preparación de la Maestría Avanzada en Análisis Estructural de Monumentos y Construcciones Históricas (Erasmus Mundus Program), gracias a un permiso para actualización profesional otorgado al autor por la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. La investigación fue asesorada por el Doctor Petr Kuklik, Profesor de la Universidad Técnica Checa, en Praga, República Checa.

Referencias

- Arnold, M.; Steiger, R. (2006). The influence of wind-induced compression failures on the mechanical properties of spruce structural timber. *Materials and Structures*. 40: 57-68.
- Baño, V.; Arriaga, F.; Soilán, A.; Guaita, M. (2011). Prediction of bending load capacity of timber beams using a finite element method simulation of knots and grain deviation. Review. *Biosystems Engineering*. 109: 241-249.
- Calderoni, C.; De Matteis, G.; Giubileo, C.; Mazzolani, F.M. (2006). Flexural and shear behaviour of ancient wooden beams: Experimental and theoretical evaluation. *Engineering Structures*. 28: 729-744.
- Cointe, A.; Castéra, P.; Morlier, P.; Galimard, P. (2007). Diagnosis and monitoring of timber buildings of cultural heritage. *Structural Safety*. 29: 337-348.
- COST Action FP0802. (2011). Experimental and Computational Characterization Techniques in Wood Mechanics. Thematic workshop. Mixed numerical and experimental methods applied to the mechanical characterization of bio-based materials. Book of Abstracts. Portugal.
- Drdácký, M.F.; Kloiber, M.; Kotlínová, M. (2006). Low invasive diagnostics of historic timber. In: In-Situ Evaluation of Historic Wood and Masonry Structures. NSF/MŠMT supported US-Czech project and RILEM Workshop. Prague. Czech Republic.

- European Committee for Standardization. (2003). European Standard EN 338. Structural timber–strength classes. Brussels.
- European Committee for Standardization. (2003). European Standard EN 408. Timber structures. Structural timber and glued laminated timber. Determination of some physical and mechanical properties. European Committee for Standardization. Brussels.
- European Committee for Standardization. (2004). European Standard EN 384. Structural timber–Determination of characteristic values of mechanical properties and density. European Committee for Standardization. Brussels.
- Faggiano, B.; Grippa, M.R.; Marzo, A.; Mazzolani, F.M. (2011). Experimental study for non-destructive mechanical evaluation of ancient chestnut timber. *Journal of Civil Structures Health Monitoring*. 1: 103-112.
- Hansson, L.; Antti, A.L. (2003). The effect of microwave drying on Norway spruce woods strength: a comparison with conventional drying. *Journal of Materials Processing Technology*. 141: 41-50.
- Haygreen, J.G.; Bowyer, J.L. (1996). Forest Products and Wood Science. An Introduction. Iowa State University Press. USA.
- Keenan, F.J.; Selby, K.A. (1973). The shear strength of Douglas-fir glued-laminated timber beams. Publ. No. 73-01. Toronto, Department of Civil Engineering. University of Toronto, Ontario.
- Kollmann, F.F.P.; Côté, W.A. (1968). Principles of Wood Science and Technology. Volume I: Solid Wood. Springer-Verlag. Germany.
- Mackerle, J. (2005). Finite element analyses in wood research: a bibliography. *Wood Science and Technology*. 39: 579-600.
- Magnus, L. (2008). Historic Timber Roof Structures. Construction Technology and Structural Behaviour. Master thesis. Catholic University of Leuven. Belgium.
- Marzo, A. (2006). Methodology for the Analysis of Complex Historical Wooden Structures. *Pollack Periodica*. 1(1): 35-52.
- Melzerová, L.; Kuklík, P. (2009). Beams from the Glued Laminated Timber. Experiment versus FEM Model. World Academy of Science. *Engineering and Technology*. 55: 262-266.
- Melzerová, L.; Kuklík, P. (2010). Statistical Research of Mechanical Properties of Glued Laminated Timber Beams. *Metallurgy*. 49(2): 376-380.

- Melzerová, L.; Kuklík, P.; Šejnoha, M. (2012). Variable Local Moduli of Elasticity as Inputs to FEM-based Models of Beams made from Glued Laminated Timber. *Technische Mechanik*. 32(2-5): 425-434.
- Olsson, A.M.J.; Oscarsson, J.; Johansson, B.M.; Källsner, B. (2012). Prediction of timber bending strength on basis of bending stiffness and material homogeneity assessed from dynamic excitation. *Wood Science and Technology* 46(4): 667-683.
- Olsson, A.M.J.; Oscarsson, J.; Johansson, B.M.; Källsner, B. (2010). Dynamic excitation and higher bending modes for prediction of timber bending strength. Final Conference of COST Action E53: The Future of Quality Control for Wood & Wood Products. Edinburgh, U.K.
- Schickhofer, G. (2000). Determination of shear strength values for an economical design of full sized GLT elements and implementation of the results in national and international standards. Report of the project LR 9802/4. University of Technology Graz, Austria.
- Sonderegger, W.; Mandallaz, D.; Niemz, P. (2008). An investigation of the influence of selected factors on the properties of spruce wood. *Wood Science and Technology*. 42: 281-298.
- Sotomayor Castellanos, J.R. (2012). Mechanical characteristics of historical beams of *Picea abies* wood. Advanced Masters in Structural Analysis of Monuments and Historical Constructions. Thesis. University of Minho, Portugal and Czech Technical University in Prague, Czech Republic.
- Steffen, A.; Johansson, C.J.; Wormuth, E.W. (1997). Study of the relationship between flatwise and edgewise moduli of elasticity of sawn timber as a means to improve mechanical strength grading technology. *Holz als Roh- und Werkstoff*. 55: 245-253.
- Yamasaki, M; Sasaki, Y. (2010). Determining Young's modulus of timber on the basis of a strength database and stress wave propagation velocity I: an estimation method for Young's modulus employing Monte Carlo simulation. *Journal of Wood Science*. 56: 269-275.
- Yokoyama, M. et al. (2009). Mechanical characteristics of aged Hinoki wood from Japanese historical buildings. *Comptes Rendues. Physics and heritage/Physique et patrimoine. Physique*. 10: 601-611.