



Factores determinantes del margen entre la deuda corporativa y la deuda pública en Colombia

Karim Parra *

Recibido: Junio 2010 – Aprobado: Febrero 2011

Resumen. Este trabajo hace una estimación de los factores en los cuales está compuesto el margen corporativo, entendido como la diferencia entre la tasa *spot* de deuda pública y la tasa *spot* de deuda corporativa con calificación AAA y AA. Siguiendo la propuesta metodológica de Elton *et al.* (2001), se establece el margen corporativo como la suma de tres factores: factor por riesgo de emisor, factor por costos de emisión y factor por riesgo sistémico. La muestra analizada contiene los datos diarios de negociación observados en el Mercado Electrónico Colombiano (MEC) desde enero de 2005 hasta noviembre de 2009. Las probabilidades de incumplimiento son estimadas a partir de las matrices de transición calculadas por las dos principales calificadoras de valores del mercado colombiano.

Palabras clave: Margen Corporativo, agencias calificadoras de riesgo, probabilidad de no pago de deuda, deuda corporativa y deuda pública.

Clasificación JEL: G12

Abstract. The paper makes an assessment of the factors behind corporate margin. Corporate margin is defined as the difference between the public debt spot rate and the corporate debt spot rate graded AAA and AA. Following Elton *et al.* (2001), in corporate margin is defined as the sum of three factors: issuer default risk, issuance costs and systemic risk. The data used contains daily trading data from the Colombian Electronic Market (MEC) since January 2005 to November 2009. The default probabilities are estimated from a transition matrix calculated by the two main risk rating agencies within the Colombian market.

Key words: Corporate spread, risk rating agencies, probability of default, corporate debt and government debt.

JEL classification: G12.

*Documento derivado del proyecto de tesis de grado para optar por el título de Maestría en Economía, Universidad del Rosario. Correo electrónico: prk83sa@yahoo.com

1. Introducción

Los productos financieros que son objeto de operaciones de compra y venta en los mercados financieros pueden ser clasificados en tres grupos: inversiones de renta fija, inversiones de renta variable y derivados. En el grupo de inversiones en renta fija se puede distinguir entre inversiones de cupón cero e inversiones con cupón. El cupón corresponde a un porcentaje del capital invertido, que es pagado al inversionista con una periodicidad establecida. Este cupón puede ser una cantidad fija o un porcentaje variable, que generalmente depende del desempeño de indicadores financieros como: depósito a término fijo (DTF), índice de precios al consumidor (IPC) e indicador bancario de referencia (IBR).

En cualquier caso, el valor de intercambio de un activo de renta fija debe corresponder al valor presente de sus flujos futuros, siempre que éstos sean descontados con factores que representen el retorno de inversiones alternativas con similar nivel de riesgo y plazo de maduración (Arango *et al.* 2002). De esta manera, el precio de este tipo de activos puede calcularse de dos formas:

1. Descontando cada uno de los flujos o cupones proyectados con el rendimiento al vencimiento (*yield to maturity*) de inversiones con las mismas características crediticias y de plazo del título a valorar:

$$p = \sum_{t=2}^n ce^{-ty} + Ke^{-ny} \quad (1)$$

2. Considerando el bono cupón como un conjunto de bonos cero cupón, y estimando su valor como la suma del precio de todos los títulos de cupón cero que lo componen:

$$p = \sum_{t=2}^n ce^{-tS_t} + Ke^{-nS_n} \quad (2)$$

Donde c es el cupón pactado, K el capital invertido, y el rendimiento al vencimiento y S_t la tasa de descuento de un bono cero cupón con vencimiento igual a t . S_t en la literatura económica y financiera es conocida como tasa cero cupón (*spot*). Este, además de insumo de valoración, tiene especial importancia, de su correcta estimación depende que se cumpla en el mercado la ley de no arbitraje, es decir, que no existan agentes capaces de generar beneficio sin asumir riesgo (Julio *et al.* 2002), es decir:

$$\frac{100}{(1 + S_2)^2} = \frac{100}{(1 + S_1) \times (1 + f)} \quad (3)$$

Un inversionista debe ser completamente indiferente entre invertir su capital en un activo con maduración de dos años y un retorno S_2 o invertirlo en un activo con maduración de un año y retorno S_1 para al cabo de este primer año reinvertirlo en otro activo con maduración de un año y un retorno f vigente

en ese momento para las inversiones con vencimiento de un año. Esta tasa f es conocida como tasa a plazo (*forward*) y es un estimador insesgado de la tasa *spot* futura (Arango *et al.* 2002).

Adicionalmente, la tasa *spot* o cero cupón tiene relevancia en la literatura económica y financiera, por ser el indicador fundamental en la construcción de la estructura de plazos de tasa de interés, la cual, “es la relación entre los rendimientos de títulos con similar calidad crediticia, (...) pero con diferente periodo de maduración” (Arango *et al.* 2002, p. 3). Así como lo menciona Rojas (2008), a partir de la estructura de plazos de tasa de interés pueden diagnosticarse e inferirse expectativas sobre la evolución de variables macroeconómicas como inflación, crecimiento económico y devaluación de la moneda respecto a otras divisas.

Dado que la estructura de plazos debe estar construida sobre títulos con similares propiedades crediticias, es de esperarse que, entre mejores sean estas condiciones, menor debe ser la compensación que exige el mercado por adquirir estos productos, es decir, menor debe ser el retorno que debe pagar el emisor para compensar la incertidumbre que existe sobre su solvencia en el futuro. Por esta razón, en gran parte de la literatura financiera se asume que entre menor sea la calificación crediticia de una emisión, el retorno promedio de estos activos debe ser más alto que el de una emisión con una calificación mayor. Visto de otra forma, este mayor rendimiento puede considerarse como una medida integral de riesgo que permite ponderar la relación riesgo retorno del activo (Choudhry 2006).

Si se considera al conjunto de títulos emitidos por el Gobierno colombiano o alguno de sus entes territoriales como el grupo de activos con el menor riesgo crediticio en el mercado local, la estructura de plazos construida con los retornos ofrecidos por estas inversiones puede utilizarse como curva doméstica libre de riesgo de tasas de interés. Así, analizar en cada punto de la curva la diferencia (o el *spread*) que existe con relación a la estructura de tasas de interés de emisores *riesgosos* podría develar indicios sobre los elementos que generan la dinámica y el nivel de precios de los activos financieros. Y aún más importante, descomponer esta diferencia permitiría cuantificar cambios en la percepción de los agentes de los distintos riesgos que afectan el valor de las inversiones en el sistema financiero colombiano a través del tiempo.

No obstante, la posibilidad de construir este margen ha estado restringida por algunas características del mercado colombiano de valores, el cual tuvo su origen en las emisiones de deuda pública, siendo estos activos los primeros en ser transados masivamente con el propósito de canalizar recursos de inversionistas privados hacia la financiación del endeudamiento del Gobierno nacional. Por este motivo, las primeras estimaciones de estructuras de tasa de interés fueron realizadas a partir de las estadísticas reportadas en las sesiones de negociación de Títulos de la Tesorería Nacional (Tes), se destacan en este grupo los trabajos de Arango *et al.* (2002), Julio *et al.* (2002) y Rey (2005), este último analiza el cumplimiento de hipótesis de arbitraje y asignaciones eficientes de precios, con base en diferentes puntos de la estructura de plazos construida.

En Colombia la resolución 400 de 1995 definió las pautas y requisitos míni-

mos que deben cumplir las personas jurídicas legalmente constituidas y diferentes al gobierno central o a sus entes territoriales, para emitir e inscribir títulos valores en el sistema financiero como alternativa de apalancamiento y financiación. A partir de 2005 la profundidad y liquidez del mercado doméstico de capitales ha experimentado un incremento significativo. El conjunto de emisores de valores distintos al Gobierno nacional es cada vez mayor, de tal forma que en la actualidad se tienen registradas más de 600 emisiones originadas en un grupo que supera los 200 emisores.¹

Gracias a este proceso de profundización es viable la consecución de datos con los que se puedan cuantificar los componentes que integran el margen de la deuda privada, siendo posible estimar la prima generada por las diferencias en los costos de emisión y la magnitud de cada uno de los dos principales riesgos financieros regulados en Colombia: crediticio y de mercado. En este sentido, es factible establecer la compensación requerida por los inversionistas para asumir diversas fuentes de incertidumbre en el mercado de capitales al invertir en alternativas distintas a la deuda soberana, y así mismo hacer una estimación explícita de los factores que determinan el costo de fondeo de las empresas privadas en el mercado colombiano.

La ausencia de una construcción formal de la estructura de plazos de la deuda corporativa colombiana ha sido un obstáculo para el desarrollo de estudios e investigaciones sobre temas relevantes como: la dinámica de las curvas de endeudamiento corporativo con la tasa de intervención del Banco Central, la evolución del costo de financiación de las empresas privadas en el mercado local y las variaciones que este ha tenido en diferentes momentos de acuerdo con el comportamiento de la política monetaria del Emisor. Finalmente, como lo mencionan Julio *et al* (2002), la estimación del margen corporativo posibilitaría una gestión de riesgo de contraparte por parte de las instituciones financieras con un enfoque cuantitativo, facilitando establecer un presupuesto de riesgo acorde con el perfil y el propósito de la entidad para definir límites de exposición crediticia.

El objetivo central de este artículo es descomponer el margen entre la deuda privada y la deuda pública colombiana. Esto se logra estimando cada uno de los factores que conforman el margen: prima por incumplimiento de emisor, prima por costos de emisión y prima por riesgo sistémico.

Con este propósito se estiman curvas *spot* o cero cupón para la deuda pública local y la deuda privada con grado de inversión (AAA y AA), teniendo como insumo estadístico fundamental la serie diaria de tasas internas de retorno (TIR) observadas en el mercado secundario de renta fija, en la plataforma de negociación del Mercado Electrónico Colombiano. Así mismo, se analiza la influencia que tienen estos distintos factores sobre el valor justo de intercambio de este tipo de activos. Y se identifican cambios en la compensación requerida por los demandantes del mercado financiero que asumen los diferentes tipos de riesgo inherentes en las inversiones de renta fija en función de la calificación, el

¹Información obtenida de la página internet de la Superintendencia Financiera de Colombia www.superfinanciera.gov.co

emisor y el plazo de maduración.

La sección número 2 de este texto hace una revisión de la literatura publicada sobre metodologías para la estimación de curvas *spot* o cero cupón, así como también de la producción académica relacionada con el margen corporativo y sus factores determinantes. En la sección número 3 se desarrolla una descripción detallada del modelo implementado y a partir del cual se estiman los resultados presentados en la sección 4. Finalmente, en la sección 5 se detallan las conclusiones obtenidas y en la sección 7 se describe de forma más amplia el origen y disposición de los datos utilizados para cumplir con los objetivos de este documento.

2. Antecedentes teóricos

Con relación a la diferencia observada entre la rentabilidad de la deuda corporativa y la deuda pública, Johnson (1967) es el primero en atribuir la brecha observada a posibles variaciones en la percepción de los inversionistas sobre la solvencia del emisor. La Teoría de la Crisis al Vencimiento propuesta por este autor, supone que, a medida que se aproxima el vencimiento de bonos que son emitidos por empresas con bajas calificaciones crediticias, es muy probable que la percepción de riesgo de los inversionistas crezca pues éstos pueden creer que la empresa no cuenta con la capacidad para retornar el capital invertido.

Esta deducción estaba justificada en los amplios márgenes observados para los vencimientos más próximos dentro de la muestra estudiada. Johnson (1967) también afirma que esta relación podría acentuarse drásticamente durante el periodo recesivo del ciclo económico y disminuir durante la parte expansiva, de tal forma que en este periodo solamente afectaría a los títulos de emisores con las calificaciones crediticias más bajas.

Con respecto al desarrollo sobre modelos de valoración de activos con riesgo crediticio o de insolvencia de emisor, la producción académica puede agruparse en dos corrientes (como lo presenta Arbeláez *et al* 2008). La primera está denominada modelos estructurales, y la segunda modelos de forma reducida. Merton (1974) es el primero en proponer una metodología para valorar una emisión de deuda corporativa, en la cual el valor justo de mercado depende de tres factores básicos: la tasa de retorno requerida sobre el retorno libre de riesgo crediticio, las provisiones y restricciones contempladas en el prospecto de emisión y finalmente la probabilidad de que la firma sea incapaz de honrar parcial o totalmente sus obligaciones financieras.

A partir de los supuestos en Merton (1974), se deduce que la razón por la cual existen diferenciales en los precios de los bonos corporativos y los de deuda pública, es por causa de distintos niveles de probabilidades de incumplimiento o default. Estas probabilidades son calculadas de acuerdo con el marco teórico de Black y Scholes (1973), por lo cual, para su estimación, es imprescindible conocer el valor de los activos de la firma emisora. Este trabajo propuso lo que se ha denominado “Teoría del riesgo en estructuras de tasa de interés”, según la cual la única fuente de riesgo que influencia el valor de mercado de un bono

de deuda corporativo, es el cambio inesperado en la solvencia del emisor.

Jones *et al.* (1984) y Franks *et al.* (1989) demuestran que es un error suponer constante el nivel de tasa de interés libre de riesgo y más aun asumir que el evento de incumplimiento ocurre cuando la firma ha agotado por completo el valor de sus activos. Esto genera que el margen corporativo estimado sea mucho menor al realmente observado debido a que se subestima el valor de la opción implícita en el valor del bono.

En Longstaff *et al.* (1995) se desarrolla el primer modelo estructural con solución cerrada para valorar bonos corporativos con tasa fija o variable, en el cual el precio de estos activos no sólo está afectado por el riesgo crediticio del emisor, sino que además está influenciado por cambios en la tasa de interés y su correlación con el valor de la firma. Los autores demuestran que el margen crediticio tiene relación inversa con la tasa de interés libre de riesgo, y además que esta relación es más significativa en bonos con altos niveles de calificación. Sin embargo, una de las conclusiones más útiles y relevantes del trabajo de Longstaff *et al.* (1995) es que los márgenes crediticios de emisores con el mismo nivel de riesgo de insolvencia puede variar significativamente de acuerdo con la correlación que exista entre el valor de los activos de la firma y los cambios en las tasa de interés.

La principal consecuencia de este resultado es que bonos con el mismo nivel de calificación pueden diferir en su *spread* de riesgo dependiendo de la industria en la que se encuentre su actividad económica. A pesar de los avances conseguidos por Longstaff *et al.* (1995), en donde se establece una metodología con un amplio campo de aplicación, y se concluye que el riesgo de crédito y de tasa de interés deben ser los principales componentes del margen corporativo, los modelos estructurales siguen teniendo como principal limitación la necesidad de conocer el valor de los activos de la firma emisora. Esta información, no solo es difícil de observar y monitorear, sino que además puede divergir ampliamente dependiendo de la metodología de valoración utilizada.

La segunda línea de producción, son los modelos de forma reducida. En esta clase de modelos o metodologías, se estima la probabilidad de incumplimiento a partir de los precios de mercado de los activos expuestos a riesgo del emisor, en lugar de analizar las variables que determinan la solvencia futura de la firma. La principal ventaja que tienen los modelos de forma reducida es ser metodologías que dependen solamente de variables observadas, de número limitado y de fácil consecución.

El trabajo de Jarrow *et al.* (1995), es el precursor de lo que se conoce como valoración *riesgo-neutral*, los autores establecen que el precio de cualquier activo, puede expresarse como el valor esperado de sus flujos de caja futuros. Este valor esperado se obtiene multiplicando cada posible flujo de caja por la pseudoprobabilidad neutral al riesgo, expresando el precio del activo en términos de un activo libre de riesgo de la siguiente manera:

$$R_t = F_t[PD * TR + (1 - PD) * 100\%]$$

Donde R_t es el precio estimado del activo riesgoso (bono corporativo), F_t

el de precio del activo libre de riesgo, PD la probabilidad de incumplimiento asociada al emisor corporativo y TR la tasa de recuperación en caso de ocurrir el evento crediticio. De esta manera, el valor de cualquier bono de deuda privada puede calcularse con solo conocer las probabilidades de incumplimiento del emisor y sus estadísticas de recuperación.

Sobre las probabilidades de incumplimiento o default, Jarrow *et al.* (1995) suponen que los eventos de quiebra corporativos pueden ser modelados con un proceso discreto de Cadenas de Markov, que es estimado a partir de las matrices de transición publicadas por la agencias calificadoras. La principal conclusión de este trabajo es que los resultados del modelo de valoración *riesgo-neutral* son insesgados si en presencia de riesgo crediticio (o de bancarrota) el *spread* del activo riesgoso es estrictamente positivo. Esta última, es condición necesaria para un sistema de asignación de precios libre de arbitraje.

En este grupo de modelos de forma reducida se destacan los aportes hechos por Duffee (1998) quien analiza la relación entre el retorno al vencimiento de bonos de deuda pública y de deuda privada y encuentra que es necesario distinguir entre bonos con opcionalidad de pago anticipado (*callable*) y aquellos con pago al vencimiento. Este autor concluye que existe una correlación negativa entre el margen de los bonos corporativos y la tasa libre de riesgo (*yield* de los *treasury bills* de tres meses), la correlación más fuerte se presenta con el retorno al vencimiento de los bonos con opcionalidad de llamado anticipado, pues la opción de pagar prematuramente una emisión pierde valor a medida que la tasa libre de riesgo se incrementa y viceversa. También afirma que la correlación entre la tasa de interés libre de riesgo y el margen de la deuda corporativa con pago al vencimiento es mayor en los títulos con baja calificación crediticia y casi inexistente en los títulos con la máxima calificación.

El trabajo de Duffie *et al.* (1999) presenta un modelo de valoración de activos con exposición al riesgo crediticio, en el cual la incertidumbre sobre la solvencia del emisor es modelada directamente en la estructura de tasas de interés. Para esto definen una tasa de corto plazo ajustada por default, que es función de la tasa de corto plazo libre de riesgo, la probabilidad de incumplimiento y la pérdida esperada por default. De esta manera, cualquier estructura de pagos de cupón puede ser valorada ajustando su factor de descuento.

En Duffie *et al.* (1999), la probabilidad de incumplimiento y las pérdidas esperadas son estimadas a partir de las tasas implícitas en los precios de mercado utilizando el modelo de valoración riesgo neutral definido. No obstante, los autores establecen diversas trayectorias y procesos para la tasa de corto plazo libre de riesgo, manteniendo el supuesto de que la probabilidad de incumplimiento y la tasa de recuperación son dos variables exógenas, esto es que su valor no depende directamente de la cuantía de los activos del emisor.

Duffie *et al.* (1999) muestra que de no existir mercados libres de arbitraje, el valor de un bono no correspondería a la suma de los instrumentos cero cupón que lo componen. También se menciona que la tasa de corto plazo ajustada por default podría contener un factor de liquidez representado por el costo relativo de mantenimiento del instrumento riesgoso (*carry cost*), este último punto tiene

especial relevancia pues pretende hacer una estimación del margen corporativo mediante factores diferentes a los inherentes en el riesgo crediticio del emisor.

Duffie *et al* (2001) intentan conciliar las dos corrientes académicas de valoración de activos con riesgo crediticio, al proponer un modelo de forma reducida que incluye las asimetrías en la información que tienen los inversionistas sobre el valor de los activos de los emisores. Estos autores encuentran que estas asimetrías de información afectan la forma de la estructura de tasa de interés corporativa. En los escenarios en los que existe información perfecta sobre la solvencia del emisor el margen corporativo es cero cuando el vencimiento del título se aproxima. En contraste, para los escenarios de información imperfecta el margen siempre es positivo, incluso en la fecha de vencimiento del título. Este último punto evidencia que parte del margen estaría explicado por la incertidumbre que tienen los inversionistas sobre la capacidad de pago del emisor, y también presenta una justificación para la alta volatilidad que presentan algunos activos financieros en las fechas cercanas a la publicación de reportes y estados financieros.

Sin embargo, el trabajo más revelador dentro del grupo de modelos de forma reducida es Elton *et al* (2001), pues son los primeros en hacer una estimación explícita de cada uno de los componentes del margen corporativo, definidos por un modelo de valoración riesgo neutral. Estos dos autores encuentran que, contrario a lo que establece la teoría financiera, el principal factor determinante del margen corporativo no es el componente de riesgo crediticio, sino que la diferencia entre la tasa de descuento de la deuda privada y la deuda pública, es generada por factores como las distinciones tributarias y financieras que deben enfrentar los emisores corporativos respecto al gobierno, y el riesgo de mercado no diversificable propio de la economía.

El trabajo de Elton *et al.* (2001) tiene importantes ventajas, pues la metodología que proponen puede ser desarrollada con variables completamente observadas en el mercado, que además pueden encontrarse en cualquier economía ya que están relacionadas con emisiones de deuda con estructuras sencillas y poco sofisticadas, que se trancan en mercados de poca complejidad y profundidad, como es el caso del mercado colombiano.

3. Metodología

El primer paso para descomponer el margen entre la deuda privada y la deuda pública en Colombia, es estimar la estructura de plazos de tasas de interés, en otros términos, es necesario calcular las curvas cero cupón relevantes para el caso colombiano. Sobre este tema, estudios como Duffee (1998), Duffie *et al.* (1999) y Duffie *et al.* (2001) suponen que el margen de la deuda privada equivale a la diferencia entre el retorno al vencimiento de un bono corporativo y uno del gobierno con igual periodo de maduración. Elton *et al.* (2001) exponen tres argumentos, con los cuales aclaran la discusión a favor de la estimación y uso de curvas cero cupón:

1. Los argumentos de no arbitraje y neutralidad al riesgo están fundamen-

tados en tasas cero cupón, esto es, que el valor de un bono con pago periódico de cupones puede ser expresado como el valor de un portafolio de bonos cero cupón, y de ninguna manera podrán existir diferencias en el precio de mercado de estas alternativas.

En la práctica, que existan dos bonos con la misma maduración y distinto retorno al vencimiento, no indica oportunidades de arbitraje. Sin embargo, dos bonos cero cupón con el mismo vencimiento, similar nivel de riesgo y diferente tasa *spot* representan un indicio claro de posibilidades de arbitraje en el mercado.

2. El margen calculado a partir de la diferencia entre retornos al vencimiento, es susceptible de experimentar variaciones. Aun cuando no existan cambios en ninguno de los factores fundamentales y económicos que de acuerdo con la teoría deberían afectar esta diferencia es decir: diferencias tributarias y de gastos de emisión, probabilidades de incumplimiento (*default*) y comportamiento del mercado.
3. La diferencia entre el retorno al vencimiento de la deuda privada y pública, es una función de la forma de la curva *spot* de la deuda soberana. En este sentido, cualquier inferencia que se haga sobre el margen calculado de esta manera podría ser errónea, ya que estaría reciamente influenciada por cambios en la forma de la curva cero cupón libre de riesgo.

De acuerdo con lo anterior es necesario estimar tres curvas *spot*: 1. la curva libre de riesgo (o soberana), 2. la curva de títulos calificados AA y 3. la curva de títulos calificados AAA. La información usada proviene de los datos diarios de negociación en el mercado secundario, expresados en tasas anualizadas de retorno, de bonos de renta fija emitidos por el gobierno o alguno de sus entes, y emisiones corporativas con calificación AA y AAA,² todas estas con periodos de maduración entre 1 y 5 años.

Como ya se mencionó, la literatura puede dividirse en dos corrientes teóricas, la primera está enfocada en la estimación del comportamiento de una identidad que replique la información de un conjunto de datos y de la cual se desconoce por completo su forma funcional. En segundo lugar están los trabajos que definen modelos para el comportamiento de las tasas de interés en distintos periodos de maduración y su trayectoria a través del tiempo.

Dentro de este último grupo, el modelo presentado por Nelson y Siegel (1987) es el más utilizado, pues, además de ser parsimonioso y describir con adecuada bondad de ajuste la estructura de plazos de tasa de interés, tiene como resultado y principal ventaja la estimación de un polinomio explicativo de las tasas de descuento en función solo del periodo de maduración del instrumento. Por este motivo a partir del 2002, la Superintendencia Bancaria,³ dispuso que

²La escala de calificación corresponde a la utilizada por la dos principales agencias calificadoras del mercado de capitales colombiano: Fitch Ratings de Colombia y BRC Investors Services.

³Superintendencia Financiera a partir de 2006.

esta debía ser la forma en la cual la Bolsa de Valores de Colombia estimaría las curvas de tasas cero cupón necesarias para calcular el precio de valoración de las inversiones en renta fija tranzadas en el mercado colombiano.

En línea con el propósito de este trabajo se lleva a cabo la estimación de las curvas *spot* libre de riesgo, AA y AAA, utilizando el modelo de Nelson y Siegel (1987), y siguiendo el procedimiento sugerido por Arango *et al* (2002), a partir de un conjunto de bonos (N) con similar calidad crediticia, diferentes periodos de vencimiento t_i , retornos al vencimiento y_i y tasa cupón c_i , el objetivo es minimizar la suma de errores al cuadrado de los precios:

$$\arg \min_{\beta, \tau} \sum_{i=1}^N (p_i - \hat{p}_i)^2 \quad (4)$$

No obstante, dado que no se cuenta con la serie histórica de precios observados p_i y en su lugar se tiene el retorno al vencimiento histórico observado en el mercado secundario de renta fija para títulos con maduración de 1 a 5 años y_i , es posible bajo los supuestos de no arbitraje y neutralidad al riesgo, establecer que la tasa cupón c_i es igual al *yield to maturity* observado en la fecha de estimación para el plazo y calificación estudiada. De esta manera, la aproximación del precio \tilde{p}_i podría definirse como:

$$\tilde{p}_i(m) = \sum_{t=1}^m c_i e^{-y_i(m)t} + 100e^{-y_i(m)t} \quad (5)$$

Lo cual permite reescribir (4) y plantear el problema como:

$$\arg \min_{\beta, \tau} \sum_{i=1}^N (\tilde{p}_i - \hat{p}_i)^2 \quad (6)$$

Si asumimos que cada bono de clase i tiene un programa de pagos anuales de cupón K_i y un valor facial de 100, el precio estimado del bono sería:

$$\hat{p}_i = \sum_{k=1}^{K_i} c_i \hat{d}(\tau_{ik}) + 100 \hat{d}(\tau_{iK_i}) \quad (7)$$

Donde $\hat{d}(\tau_{iK})$ representa el factor de descuento para la fecha de pago de cupón τ_{iK} . Este factor equivale a:

$$\hat{d}(\tau_{ik}) = e^{-\hat{S}(\tau_{iK})\tau_{ik}} \quad (8)$$

En la ecuación (8) la tasa *spot* (\hat{S}) o cero cupón es calculada con la metodología de Nelson y Siegel (1987), quienes encuentran una trayectoria para la tasa *forward* definida por la siguiente forma:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-(m/\tau)} + \beta_2 (m/\tau) e^{-(m/\tau)} \quad (9)$$

Dado que la tasa *forward* puede ser considerada como el incremento marginal en el rendimiento generado por un incremento marginal en el tiempo de maduración (Seppälä y Viertiö 1996), la tasa *spot* para un periodo de maduración determinado equivale al promedio de las tasas *forward* de periodos de maduración precedentes:

$$s(m) = \frac{1}{m} \int_{t=0}^m f(t) dt \quad (10)$$

Así, la expresión para la estructura a plazo de la tasa *spot* o cero cupón sería:

$$s(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - e^{-(m/\tau)}}{(m/\tau)} - \beta_2 e^{-(m/\tau)} \quad (11)$$

El modelo es estimado con la metodología estándar de mínimos cuadrados no lineales.

Una vez calculadas las estructuras de plazos de tasas de deuda soberana y corporativa calificada AA y AAA, se usará la notación del modelo de valoración de activos por arbitraje de Jarrow y Turnbull (1995).

Estos dos autores afirman que si se conocen los precios de dos activos diferentes y su comportamiento estocástico en el tiempo, es posible replicar la estructura de pagos y amortizaciones de un activo en términos del otro y llegar a que el valor de este activo sintético es el mismo del activo replicado. En otras palabras no deben existir posibilidades de obtener beneficio sin riesgo, mediante la inversión en activos con diferentes características financieras, esto es conocido en la literatura financiera como el supuesto básico de neutralidad al riesgo.

De esta forma puede suponerse que los flujos esperados de un título de deuda privada pueden ser descontados con la tasa cero cupón de la deuda soberana (o libre de riesgo) y encontrar un estimador insesgado del precio del bono corporativo. Siguiendo el ejemplo propuesto por Elton y Gruber (2001) tendríamos que el valor de un bono corporativo con vencimiento en el año 2 condicionado a que no hubo *default* o incumplimiento en el año 1 sería:

$$V_{1,2} = (c + K) e^{-rC_{1,2}} \quad (12)$$

Donde $V_{t,T}$ es el valor en el periodo t del bono con vencimiento en T dado que no existió *default* en $t - 1$, c es el cupón pactado el cual esta expresado como porcentaje del capital invertido K por lo que este puede considerarse igual a 100% bajo el supuesto de que el bono fue emitido a valor par y además que no existieron amortizaciones de capital previas al vencimiento. $rC^{t,t+1}$ es la tasa *forward* o a plazo del bono corporativo. De acuerdo con el supuesto de neutralidad al riesgo puede expresarse la ecuación (12) como:

$$V_{1,2} = [c(1 - P_2) + aP_2 + K(1 - P_2)] e^{-rG_{1,2}} \quad (13)$$

En esta forma P_t es la probabilidad de *default* en el momento t condicionada a que no hubo incumplimiento en $t - 1$, asociada con la categoría del emisor corporativo (AA o AAA), $rG_{t,t+1}$ es la tasa a plazo del bono de deuda soberana y a es la tasa de recuperación.⁴

De acuerdo con la metodología de escalamiento de riesgo crediticio implementada por las calificadoras, el *default* o incumplimiento financiero ocurre cuando la desmaterialización de los cupones o el capital de una inversión de renta fija no se realiza en las condiciones de monto, forma y plazo estipuladas en el prospecto de emisión.

Igualando las ecuaciones (12) y (13) es posible obtener la expresión para el margen corporativo, en un escenario de neutralidad al riesgo, ausencia de diferencias tributarias y de costos de emisión, e inexistencia de riesgo sistémico:

$$e^{-(rC_{1,2}-rG_{1,2})} = (1 - P_2) + \frac{aP_2}{(1 + c)} \quad (14)$$

De manera general:

$$e^{-(rC_{t,t+1}-rG_{t,t+1})} = (1 - P_{t+1}) + \frac{aP_{t+1}}{V_{t+1,T} + c} \quad (15)$$

Donde $V_{T,T} = K = 1$, dado que el término a la izquierda en la ecuación (15) corresponde a la diferencia de las tasas a plazo estimadas anteriormente, es necesario estimar las tres incógnitas del término a la derecha P_t , c y a .

Sobre la tasa de recuperación a es necesario establecer un supuesto, pues el escaso número de antecedentes de incumplimiento de emisiones corporativas en el mercado colombiano, dificulta tener un estimado para cada categoría de calificación. Por este motivo asumiremos que la tasa de recuperación es el 45 %, lo cual es en promedio el porcentaje recuperado sobre el nominal invertido de los títulos Banano Colombia. Estos títulos, después de haber sido emitidos con una calificación inicial de AA⁵ en diciembre de 2004, incumplieron con el pago de cupones programado para el último trimestre de 2006, luego de que el emisor se acogiera a la ley 550 de reestructuración de pasivos, este último representa el único antecedente considerable, en el mercado colombiano, de incumplimiento en una emisión corporativa de títulos de contenido crediticio dentro del periodo analizado.

Con relación al cupón c , dado que se cuenta con la serie diaria de retornos al vencimiento para diferentes plazos y niveles de riesgo, el cupón corresponderá a la tasa de retorno negociada en el mercado secundario, de acuerdo con el período de maduración y calificación del activo, de esta manera el valor estimado de los bonos es igual al valor par. Esto es equivalente a suponer que en una fecha determinada los bonos son emitidos con cupones iguales al retorno exigido por el mercado para títulos con el mismo plazo y calificación crediticia.

⁴La tasa de recuperación o *recovery rate* es el porcentaje del capital que puede recuperarse después de que ocurre el evento de incumplimiento, en un tiempo determinado en el mercado secundario de valores.

⁵Calificación otorgada por BRC Investor Services S.A.

Para estimar las probabilidades de default P_t para cada calificación en diferentes plazos, se utilizan las matrices de transición publicadas por las dos principales calificadoras del mercado de valores colombiano, BRC Investors Services y Fitch Ratings de Colombia.⁶ Las matrices de transición publicadas por las calificadoras representan la dinámica de cambios observada en la calificación crediticia de un grupo de emisores durante un periodo establecido.

Dadas las características de las matrices de transición de calificación crediticia, puede considerarse que éstas representan trayectorias que son descritas por cadenas de Markov (Jarrow y Turnbull, 1997). Una cadena de Markov es un proceso aleatorio discreto en el cual la distribución condicional de los estados futuros solo depende del estado presente y de un número fijo de estados pasados del proceso, es decir, los estados futuros son condicionalmente independientes de los estados pasados más antiguos y condicionalmente dependientes de un número fijo de estados anteriores más recientes (Anderson 1991).

De manera formal una cadena de Markov, de orden uno en este caso, es un proceso aleatorio tal que para cualquier secuencia posible de estados s_1, s_2, \dots, s_{i+n} , se cumple que:

$$P(X_{i+1} = s_{i+1} | X_i = s_i, X_{i-1} = s_{i-1}, X_{i-2} = s_{i-2}) = P(X_{i+1} = s_{i+1} | X_i = s_i) \quad (16)$$

Así, bajo el supuesto de que las transiciones de calificación crediticia en Colombia siguen un proceso en el que se cumple la propiedad de Markov, y, además, donde el estado absorbente es el incumplimiento, podrán estimarse las probabilidades condicionales de *default* para cada tipo de calificación de uno a cinco años.

De igual manera se asume que las probabilidades condicionales de incumplimiento calculadas se mantienen constantes durante todo el periodo de análisis. Este supuesto está basado en los reportes anuales de seguimiento publicados por las sociedades calificadoras, en los que manifiestan que en horizontes de tiempo de alrededor cinco años, la transición en las calificaciones AA y AAA presenta un estabilidad consistente con el fundamento de la evaluación del riesgo de emisor y de deuda de largo plazo. A partir de esta transición la calificación no debería estar afectada por coyunturas relacionadas con el entorno económico del país, sino por alteraciones sustanciales en la estructura financiera del emisor.

Si la identidad en la ecuación 15 se cumple con estricta igualdad, es posible afirmar que en el mercado secundario colombiano de renta fija, el riesgo crediticio es el único factor determinante del margen de la deuda privada doméstica. Lo anterior se puede concluir, pues el valor esperado de los flujos de los bonos corporativos, estimados a partir de las probabilidades implícitas en su calificación crediticia, son martingalas de su valor de mercado. Así mismo, se estaría demostrando que se cumple el supuesto de neutralidad al riesgo, dado que no existen primas de riesgo sistémico.

⁶Anteriormente Duff and Phelps de Colombia.

En caso de que no se cumpla la ecuación 15, podría suponerse la existencia de más factores determinantes del margen de la deuda privada doméstica. El siguiente factor de riesgo que se introducirá en el modelo de valoración riesgo neutral será el generado por las diferencias a las que se enfrentan los agentes corporativos con relación al gobierno en los procesos de emisión.

Si bien el retorno al vencimiento de un título deuda privada representa el rendimiento justo que debería ofrecer un activo con determinadas características de plazo y calificación crediticia, también identifica el costo al cual se está financiando un emisor en el mercado de valores.

En Colombia son muchas las diferencias que debe afrontar una empresa del sector privado con relación al gobierno nacional al momento de emitir valores que sean tranzados en el mercado financiero local. De acuerdo con ANIF (2006), los gastos generados por las emisiones corporativas están justificados por los siguientes rubros: inscripción en el Registro Nacional de Valores y Emisores, inscripción y cuota de sostenimiento en la Bolsa de Valores de Colombia, Calificación de la emisión, administración y custodia de la emisión en un depósito de valores, estructuración de la emisión, colocación en el mercado primario e impuesto de timbre si la emisión supera los cincuenta y tres mil millones de pesos.

En este sentido, la parte del margen que no está explicada por la pérdida esperada por incumplimiento debería replicar los costos adicionales asumidos por los entes corporativos en los procesos de emisión. De acuerdo con el trabajo de Modigliani y Miller (1958) las firmas deberían ser indiferentes entre distintas formas de financiación, es decir, para una empresa los beneficios y costos de financiarse a través de créditos bancarios deberían ser los mismos que los de conseguir recursos mediante la emisión de bonos. Sin embargo, la magnitud de estos costos debería impulsar a las empresas privadas a preferir los créditos bancarios sobre la financiación a través de bonos en horizontes cortos de tiempo. De suceder esto, emisiones con vencimientos entre uno tres años serían inexistentes en el mercado local. No obstante, ANIF (2009) muestra cómo entre el 2006 y el 2008 la colocación de títulos de renta fija con vencimientos menores a dos años de los sectores financiero y real ha tenido un crecimiento importante durante este periodo. Esta alternativa ha sido preferida sobre opciones como la emisión de títulos participativos o créditos bancarios.

Una justificación para este hecho podría estar en que los emisores pueden transferir estos costos a los inversionistas ofreciéndoles un menor rendimiento sobre el capital. Esto es posible en el mercado colombiano, dado que es el emisor quien determina la tasa máxima a la cual está dispuesto a apalancarse y de esa manera acota el costo máximo de financiación que tiene en el mercado de valores.

Para introducir esta variable en el modelo, se calculará T_x ,⁷ la cual es el porcentaje que se descuenta a cada cupón y que hace que el valor presente de las obligaciones del emisor igualen al valor neto de sus ingresos, esto es,

⁷En el trabajo de Elton y Gruber (2001) T_x es el porcentaje de impuesto estatal que deben pagar cada uno de los cupones de un bono corporativo.

Cuadro 1. Porcentaje de costos por plazo al vencimiento

Vencimiento	Costos
5 años	1.00 %
4 años	0.80 %
3 años	0.65 %
2 años	0.45 %
1 años	0.25 %

Fuente: Cálculos del autor.

el monto de la emisión menos los costos de financiación. De acuerdo con lo observado en el mercado y con la información sobre el valor de las comisiones por calificación e intermediación, se asumirá que la tasa de costos se incrementa con la maduración, de la siguiente manera:

En este sentido la transferencia de costos de emisión a los inversionistas, será introducida al modelo de valoración riesgo neutral así:

$$e^{-(rC_{t,t+1}-rG_{t,t+1})} = (1 - P_{t+1}) + \frac{aP_{t+1}}{V_{t+1,T} + c} - \frac{(1 - P_{t+1})Txc}{V_{t+1,T} + c} \quad (17)$$

Donde $V_{T,T} = 1$ y Tx es la tasa transferencia de costos sobre los cupones pactados y el último término de la parte derecha de la igualdad representa la porción del margen corporativo que es generada por las diferencias en el esquema de gastos de emisión que enfrenta una empresa privada respecto al gobierno nacional y sus entes. En caso de que la ecuación 17 se cumpla con igualdad, podrá concluirse que el riesgo crediticio y las diferencias en los costos de emisión son los factores determinantes de la brecha entre el retorno de la deuda corporativa y la deuda soberana en Colombia en el mercado de renta fija.

Sin embargo, Elton y Gruber (2001) encuentran que en el caso de Estados Unidos existe una prima importante por riesgo de mercado en el margen de la deuda corporativa, la cual podría estar explicada por el hecho de que los incumplimientos en la deuda corporativa y las bancarrotas del sector privado tienden a agruparse en momentos específicos de la parte depresiva del ciclo económico. Esta incertidumbre sobre la solvencia futura de los emisores privados, ocasionada por condiciones propias del mercado y la economía, debe ser compensada con una prima que, de ser correctamente calculada, permitiría analizar las expectativas implícitas en el nivel de precios de los bonos corporativos sobre el desempeño futuro del sector privado de la economía.

Para verificar que el margen corporativo tiene un componente sistémico, se analizará la relación estadística que existe entre el retorno de la deuda privada con el precio de otros activos del mercado de valores como las acciones. En caso de que esta relación resulte significativa, podrá inferirse que el margen de la deuda privada tiene un componente no diversificable generado por factores que también afectan la dinámica de otros activos financieros.

Con este propósito, y continuando con la implementación metodológica de Elton y Gruber (2001), se utilizará una versión modificada del modelo multifactorial de Fama y French (1993). Estos dos autores proponen un modelo de tipo CAPM, en el cual el exceso de retorno de un activo sobre la tasa libre de riesgo, está explicado por el exceso de retorno del mercado en el que tranza el activo y por el retorno de dos portafolios: uno compuesto por acciones emitidas por empresas de diferente tamaño y otro compuesto por acciones con diferentes grados de bursatilidad.⁸

Con base en la identidad de Fama y French (1993) se estima el siguiente modelo:

$$R_{t,m}^N = \beta_{RV}(R_{t,m}^{RV} - R_{t,m}^f) + \epsilon_t \quad (18)$$

Donde $R_{t,m}^N$ es el exceso de retorno sobre la deuda soberana interna (o margen) que no puede ser justificado por riesgo crediticio o por costos de emisión, $R_{t,m}^{RV}$ es el retorno de un portafolio invertido en acciones de alta bursatilidad, con excepción de acciones emitidas por empresas públicas o mixtas como Ecopetrol, Isa e Isagen. $R_{t,m}^f$ es la tasa de la deuda pública con plazo m de maduración.

El objetivo de estimar la ecuación (18) es encontrar una relación estadística entre el margen corporativo que no puede atribuirse a riesgo crediticio o a costos de emisión y el exceso de retorno de la renta variable sobre la tasa libre de riesgo, y de esta forma demostrar la existencia de un componente sistémico o no diversificable.

4. Resultados

4.1. Curvas cero cupón y márgenes corporativos

Después de estimadas las curvas *spot* o cero cupón para la deuda pública y privada con calificación AA y AAA se procedió con el cálculo del margen corporativo diario desde enero de 2005 hasta diciembre de 2009 para títulos con vencimiento entre uno y cinco años.

El margen corporativo, calculado como la diferencia entre las tasas *spot* privada y pública para el mismo plazo, nunca es negativo o igual a cero, lo cual permite inferir que en el mercado secundario de deuda corporativa colombiana se cumple la condición fundamental para que exista un sistema de asignación de precios libre de arbitraje. En otras palabras, la única forma de que un inversionista consiga un mayor retorno, es exponiéndose a un mayor riesgo.

El margen aumenta con la maduración del activo y crece cuando la calificación crediticia se deteriora, lo cual tiene la misma orientación de la teoría económica y financiera, pues a mayor plazo y riesgo, el rendimiento alcanzado por los inversionistas debe ser superior. Dentro de la muestra analizada, el

⁸En este sentido el concepto de bursatilidad difiere de la definición del mercado colombiano, pues bursatilidad en el mercado estadounidense es la capacidad de la acción de valorizarse. En Colombia es un concepto que está directamente ligado con la liquidez y transacionabilidad de la acción.

Cuadro 2. Margen estimado categorías AA y AAA

Margen títulos AAA					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.6144 %	0.7788 %	0.8174 %	0.9814 %	1.3755 %
Mediana	0.4020 %	0.4695 %	0.5203 %	0.6974 %	1.1686 %
Máximo	3.1308 %	4.4412 %	4.1975 %	4.0956 %	4.6211 %
Mínimo	0.0012 %	0.0005 %	0.0196 %	0.0535 %	0.0471 %
Margen títulos AA					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	1.0317 %	1.1105 %	1.1802 %	1.4435 %	1.9062 %
Mediana	0.7851 %	0.8642 %	0.9810 %	1.2389 %	1.6957 %
Máximo	4.0105 %	4.9167 %	4.7081 %	4.6628 %	4.8579 %
Mínimo	0.0387 %	0.0443 %	0.0898 %	0.2367 %	0.3117 %

Fuente: Cálculos del autor.

margen corporativo llega a sus máximos históricos en 2009, justo después de la crisis financiera de septiembre de 2008 en Estados Unidos y durante el periodo de reducción de tasas por parte del Emisor en 2009.

Con respecto a la relación que tienen las tasas *spot* pública y *spot* privada con la tasa de intervención del Banco Central, se puede observar que la tasa *spot* de la deuda pública logró anticiparse correctamente a los movimientos del Emisor, esto se evidencia con mayor claridad en las etapas más dinámicas de dicha intervención entre 2006 y 2007 y durante 2009. Por su parte, las curvas corporativas se ajustaron con cierto rezago a la tendencia del Emisor. Este hecho se verifica al extraer el componente tendencial de las curvas *spot* con la metodología de descomposición de Hodrick-Prescott (1980) y observar que la curva de deuda pública muestra un comportamiento adelantado con relación a la curva de deuda corporativa, y en el mismo sentido de los movimientos futuros del Banco Central (ver gráficos 1 y 2).

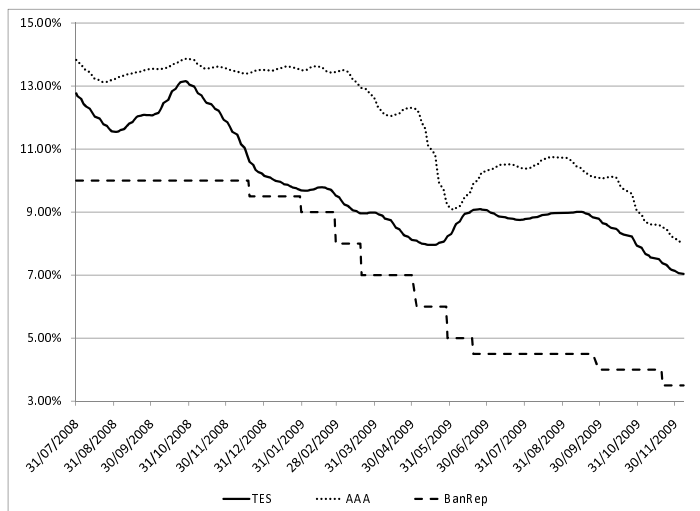


Gráfico 1. Margen corporativo títulos AAA a 5 años (2008 - 2009).
 Nota: Componente de tendencia curvas *spot*

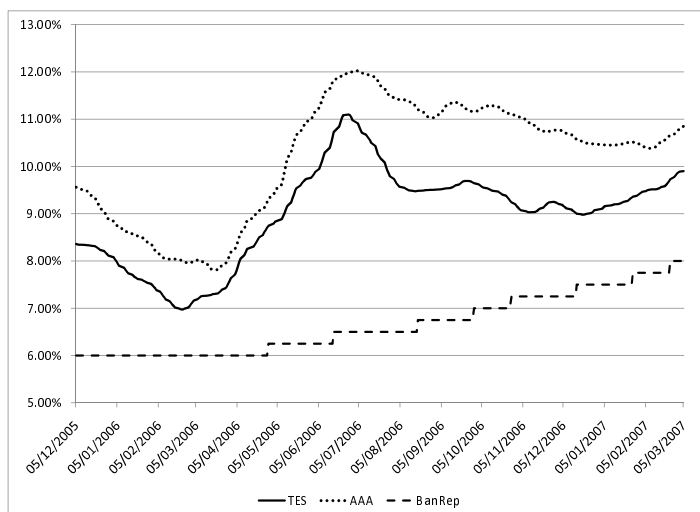


Gráfico 2. Margen corporativo títulos AAA a 5 años (2006 - 2007).
 Nota: Componente de tendencia curvas *spot*.

4.2. Margen por riesgo corporativo

Antes de calcular la parte del margen que es explicada por riesgo crediticio, es necesario calcular las probabilidades de incumplimiento a partir de las matrices de transición publicadas por las dos principales calificadoras de Colombia, BRC Investors Services y Fitch Ratings (ver cuadros 14 y 15).

Los resultados obtenidos de este cálculo muestran que en la categoría AAA las probabilidades condicionales de incumplimiento son más altas si se calculan con la matriz de transición de BRC. Con respecto a la categoría AA, las probabilidades son más altas si se extraen de la matriz de Fitch Ratings, las dos tienen un comportamiento similar y es a disminuir a través del tiempo. La razón de esto es que en las dos matrices es más alta la probabilidad de que un activo calificado AA mejore de calificación a que empeore, por esta razón la probabilidad de incumplimiento en esta categoría tiende a ser menor.

Así mismo y en línea con la teoría, la compensación por riesgo crediticio representa un porcentaje mucho mayor del margen observado en los títulos de categoría AA que en los títulos AAA. También se observa que para los títulos con vencimiento de un año y que cuentan con la máxima calificación crediticia (AAA) el margen por riesgo crediticio no explica en ninguna medida el margen observado.

Finalmente los resultados permiten concluir que en el mercado colombiano para los títulos AAA el margen atribuible a factores crediticios es más grande entre mayor sea el vencimiento de los títulos. Con relación a los márgenes por riesgo crediticio calculados, se encontró que son mucho menores al margen corporativo observado, por lo cual deben existir más factores que expliquen las diferencias entre la tasa de apalancamiento del gobierno y un agente corporativo en el mercado de valores (ver cuadros 4 y 5).

Cuadro 3. Probabilidades de incumplimiento por agencia calificadoradora

Probabilidades condicionales de <i>default</i>					
	Fitch		BRC		
	AAA	AA		AAA	AA
I Y	0.00 %	1.38 %	II Y	0.00 %	1.00 %
II Y	0.03 %	1.33 %	II Y	0.06 %	0.89 %
III Y	0.07 %	1.32 %	III Y	0.10 %	0.80 %
IV Y	0.10 %	1.33 %	IV Y	0.14 %	0.73 %
V Y	0.13 %	1.36 %	V Y	0.17 %	0.69 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 4. Margen por riesgo crediticio categoría AAA

Margen por riesgo de crédito AAA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.0000 %	0.0162 %	0.0307 %	0.0436 %	0.0551 %
Mediana	0.0000 %	0.0163 %	0.0307 %	0.0436 %	0.0553 %
Máximo	0.0000 %	0.0163 %	0.0309 %	0.0442 %	0.0564 %
Mínimo	0.0000 %	0.0005 %	0.0196 %	0.0427 %	0.0471 %
Margen por riesgo de crédito-AAA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.0000 %	0.0101 %	0.0197 %	0.0288 %	0.0377 %
Mediana	0.0000 %	0.0101 %	0.0197 %	0.0289 %	0.0378 %
Máximo	0.0000 %	0.0101 %	0.0198 %	0.0292 %	0.0385 %
Mínimo	0.0000 %	0.0005 %	0.0195 %	0.0283 %	0.0366 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 5. Margen por riesgo crediticio categoría AA

Margen por riesgo de crédito AA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.5236 %	0.4794 %	0.4771 %	0.4948 %	0.4760 %
Mediana	0.5927 %	0.5561 %	0.5252 %	0.5002 %	0.4781 %
Máximo	0.5927 %	0.5655 %	0.5380 %	0.5380 %	0.4973 %
Mínimo	0.0387 %	0.0443 %	0.0898 %	0.2367 %	0.3117
Margen por riesgo de crédito-AA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.6512 %	0.6254 %	0.6581 %	0.7343 %	0.7740 %
Mediana	0.7851 %	0.7946 %	0.7817 %	0.7798 %	0.7803 %
Máximo	0.8188 %	0.8104 %	0.8039 %	0.8054 %	0.8094 %
Mínimo	0.0387 %	0.0443 %	0.0898 %	0.2367 %	0.3117 %

Fuente: Cálculos del autor.

4.3. Margen por costos de emisión

Antes de estimar cuánto del margen de la deuda privada está explicado por los costos que deben asumir los emisores corporativos, se estimó el porcentaje que tendría que ser descontado a cada cupón, para que el valor presente de las obligaciones del emisor sean iguales a los ingresos netos de éste, es decir el monto de la emisión menos el porcentaje de costos establecido para cada plazo. Después de simular el flujo de caja de bonos con diferentes periodos de vencimiento entre uno y cinco años, el porcentaje promedio que debería ser descontado a cada cupón para que se cumpla la igualdad anterior se estimó en 2.6%. En este caso se encontró que continúa existiendo una parte importante del margen que no es explicada por el componente crediticio ni por el porcentaje de costos que tiene la emisión corporativa (ver cuadros 6 y 7).

4.4. Margen por riesgo sistémico

Una vez calculados los componentes de riesgo crediticio y de costos de emisión del margen corporativo, es posible estimar el margen por riesgo sistémico como la parte del margen corporativo que no es explicada por los dos factores mencionados con anterioridad. Sin embargo, para comprobar que esta parte del margen es efectivamente resultado de factores propios del mercado colombiano y que además representa la porción de riesgo no diversificable del rendimiento de la deuda corporativa, es necesario examinar si existe una relación estadística significativa con otros activos del mercado distintos de la deuda pública.

El cuadro 11 muestra los resultados del modelo ajustado de Fama y French (1993) para el caso colombiano. Se encontró que entre 2005 y 2009 existió una relación estadística significativa entre el margen que no está explicado por riesgo crediticio ni por costos de emisión y el exceso de retorno sobre la deuda pública de las acciones de alta bursatilidad emitidas por empresas privadas.

Finalmente se observa que los coeficientes de la regresión son estadísticamente significativos en la mayoría de casos al utilizar un nivel de significancia del 5%, y también que se incrementan con la maduración del título y a medida que la calificación del activo se reduce. Estos regresores permiten concluir que el margen remanente es la parte sistémica del rendimiento de la deuda corporativa, pues está relacionada con factores que explican el retorno sobre la tasa libre de riesgo de otros activos riesgosos en la economía, en este caso, las acciones. No obstante, el bajo grado de ajuste del modelo de Fama y French (1993) en el caso colombiano permite inferir que los factores que influyen el desempeño de las demás inversiones riesgosas en el mercado local son insuficientes para explicar la diferencia entre el rendimiento de la deuda corporativa respecto a la deuda pública.

Un factor que puede estar afectando la parte del margen que no es explicada por riesgo crediticio o por costos de emisión, es la alta volatilidad que tienen los precios de bonos corporativos de una misma calificación crediticia. Si bien, el precio de un bono corporativo en particular no tiene alta volatilidad, el precio

Cuadro 6. Margen por costos de emisión categoría AAA

Margen por costos de emisión AAA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.2025 %	0.1971 %	0.2277 %	0.2325 %	0.2405 %
Mediana	0.2366 %	0.2359 %	0.2480 %	0.2393 %	0.2412 %
Máximo	0.2366 %	0.2407 %	0.2565 %	0.2522 %	0.2600 %
Mínimo	0.0012 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0099 %	0.0000 %
Margen por costos de emisión-AAA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.2015 %	0.1967 %	0.2232 %	0.2301 %	0.2359 %
Mediana	0.2366 %	0.2360 %	0.2441 %	0.2393 %	0.2412 %
Máximo	0.2366 %	0.2407 %	0.2527 %	0.2522 %	0.2599 %
Mínimo	0.0012 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0247 %	0.0093 %

Fuente: Cálculos del autor.

promedio de la categoría crediticia en la que se encuentra sí.

La justificación para este hecho podría estar dada por varios aspectos. En primer lugar es relevante mencionar una de las conclusiones del trabajo de Longstaff *et al.* (1995) quienes inferen que el margen de firmas con similar calificación crediticia puede tener una dispersión bastante alta como resultado de las diferencias que existen en la correlación que tiene el valor de los activos del emisor con los cambios en las tasa de interés. Por esta razón, los bonos de distintas industrias o sectores económicos pueden tener diversos márgenes a pesar de compartir una misma calificación.

Otro aspecto que podría explicar esta alta volatilidad sería la baja liquidez que tiene la deuda corporativa con relación a la deuda pública. Desde 2005 el volumen diario de negociación de deuda pública ha sido en promedio mayor al 60 % del volumen total negociado. Finalmente, es posible considerar que la percepción de riesgo que los inversionistas tengan de los emisores, y además la credibilidad de las agencia de calificación en el mercado, podría ser un factor determinante de esta amplitud en el retorno al vencimiento de bonos con idéntica probabilidad de incumplimiento.

En el cuadro 8 se muestra la desviación estándar durante el periodo analizado, calculada para los retornos diarios de cada una de las curvas cero cupón estimadas. Los resultados encontrados en el caso colombiano difieren de los expuestos por Blume *et al.* (1991) quienes, argumentan que la desviación estándar de los retornos no se incrementa a medida que la calificación crediticia del emisor disminuye. No obstante, en el caso local es necesario analizar con precaución esta afirmación, pues si bien la deuda corporativa arroja evidencia de ser más volátil que la deuda pública, las curvas construidas para este trabajo no agrupan los títulos de acuerdo con el sector o industria en la que se encuentra el emisor.

Cuadro 7. Margen por costos de emisión categoría AA

Margen por costos de emisión AA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.1321 %	0.1430 %	0.1524 %	0.2075 %	0.2401 %
Mediana	0.1924 %	0.2338 %	0.2142 %	0.2382 %	0.2405 %
Máximo	0.2357 %	0.2398 %	0.2242 %	0.2507 %	0.2582 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %
Margen por costo de emisión-AA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.0967 %	0.1105 %	0.1234 %	0.1630 %	0.2236 %
Mediana	0.0853 %	0.0915 %	0.1940 %	0.2367 %	0.2399 %
Máximo	0.2353 %	0.2392 %	0.2340 %	0.2497 %	0.2568 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %

Fuente: Cálculos del autor.

Finalmente, se destaca el comportamiento atípico experimentado por el margen que no es explicado por riesgo crediticio ni por costos de emisión durante 2009. Esta variable además de alcanzar su máximo histórico durante este periodo también tuvo una trayectoria muy similar a la recorrida por la prima de riesgo que deben pagar las inversiones de emisores colombianos en los mercados extranjeros (Credit Default Swap CDS).

Después de extraer mediante el filtro de Hodrick-Prescott (1980) el componente de tendencia del CDS y de la porción del margen corporativo atribuible a factores sistémicos, se puede observar que esta última variable mantuvo una relación directa con los cambios en la percepción que existió sobre los riesgos inherentes a la economía nacional en los mercados externos (ver grafica 3). Es necesario resaltar que el CDS de Colombia alcanzó los niveles máximos observados en 2009, debido al deficiente desempeño de la economía colombiana, la cual, durante este periodo, reportó decrecimiento en su PIB además de incrementos en su tasa de desempleo, lo cual es técnicamente evidencia de una economía en desaceleración.

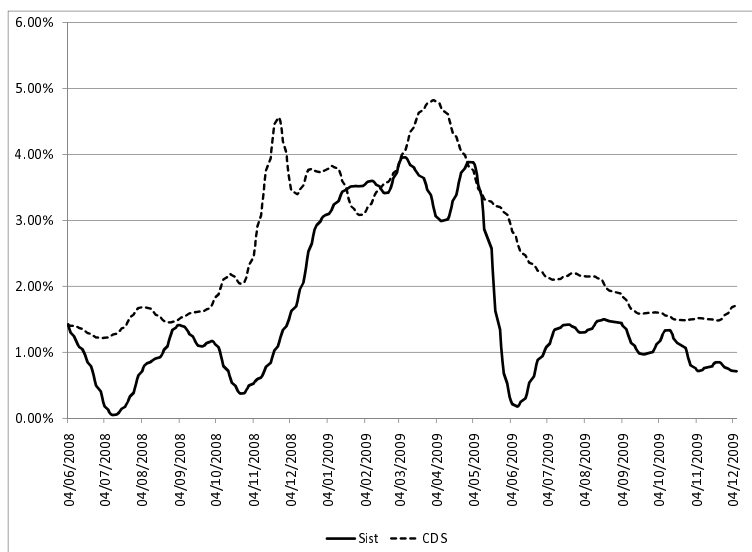


Gráfico 3. Componentes tendenciales del margen por riesgo sistémico títulos a cinco años y del CDS de Colombia a cinco años.
Nota: Relación CDS vs. margen sistémico de cinco años Junio 2008 - Diciembre 2009.

Cuadro 8. Desviación estándar de los retornos diarios de las curvas cero cupo por plazo y calificación

Desviación estandar de retornos diarios			
Plazo	TES	AAA	AA
I Y	0.11 %	0.12 %	0.14 %
II Y	0.18 %	0.23 %	0.19 %
III Y	0.28 %	0.33 %	0.28 %
IV Y	0.40 %	0.56 %	0.46 %
V Y	0.52 %	0.95 %	0.74 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 9. Margen por riesgo sistémico categoría AAA

Margen por riesgo sistémico-AAA BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.4119 %	0.5654 %	0.5590 %	0.7053 %	1.0798 %
Mediana	0.1653 %	0.2150 %	0.2418 %	0.4117 %	0.8709 %
Máximo	2.8942 %	4.1905 %	3.9217 %	3.8172 %	4.3270 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %
Margen por riesgo sistémico-AAA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.4119 %	0.5696 %	0.5703 %	0.7189 %	1.0970 %
Mediana	0.1653 %	0.2212 %	0.2571 %	0.4264 %	0.8885 %
Máximo	2.8942 %	4.1966 %	3.9370 %	3.8321 %	4.3447 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 10. Margen por riesgo sistémico categoría AA

Margen por riesgo sistémico-AA BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.3760 %	0.4881 %	0.5507 %	0.7411 %	1.1901 %
Mediana	0.1154 %	0.1578 %	0.2392 %	0.4999 %	0.9781 %
Máximo	3.1821 %	4.1201 %	3.9627 %	3.9197 %	4.1375 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %
Margen por riesgo sistémico-AA Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
Media	0.2839 %	0.3747 %	0.3987 %	0.5461 %	0.9085 %
Mediana	0.0933 %	0.1065 %	0.1685 %	0.2193 %	0.6768 %
Máximo	2.9564 %	3.8765 %	3.6863 %	3.6335 %	3.8328 %
Mínimo	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %	0.0000 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 11. Estadísticas modelo ajustado de Fama y French

Modelo de Fama y French-AA BRC		Modelo de Fama y French-AAA BRC	
Madurez	M. Accionario	Madurez	M. Accionario
1*	0.1128	1**	0.0584
Error Estandar	0.0413	Error Estandar	0.0276
2*	0.1614	2**	0.0712
Error Estandar	0.0462	Error Estandar	0.0329
3*	0.1901	3*	0.1108
Error Estandar	0.0517	Error Estandar	0.0362
4*	0.2285	4*	0.1914
Error Estandar	0.0598	Error Estandar	0.0515
5*	0.2759	5*	0.2365
Error Estandar	0.0729	Error Estandar	0.0639
Modelo de Fama y French-AA Fitch		Modelo de Fama y French-AAA Fitch	
Madurez	M. Accionario	Madurez	M. Accionario
1*	0.1003	1**	0.0584
Error Estandar	0.0395	Error Estandar	0.0276
2*	0.1561	2**	0.0700
Error Estandar	0.0471	Error Estandar	0.0318
3*	0.1849	3*	0.1093
Error Estandar	0.0499	Error Estandar	0.0344
4*	0.2177	4*	0.1806
Error Estandar	0.0586	Error Estandar	0.0502
5*	0.2647	5*	0.2236
Error Estandar	0.0693	Error Estandar	0.0616

Nota: * Significativo al 1%; ** Significativo al 5%; *** Significativo al 10% Errores robustos en heteroscedasticidad y correlacion (Newey-West)

Fuente: Cálculos del autor.

5. Conclusiones

Es posible concluir que en Colombia los títulos con la máxima calificación crediticia tienen como principal componente del margen corporativo el riesgo sistémico. En otras palabras, la compensación que los emisores de estos títulos deben hacer por su mayor nivel de riesgo con relación al gobierno está justificada principalmente por factores propios de la economía nacional y que no son diversificables al interior del mercado.

También es posible afirmar que en el mercado local se cumple la condición fundamental para que exista un sistema de asignación de precios libre de arbitraje. Esto es, que ningún emisor puede financiarse en el mercado local de valores a una tasa menor a la que tiene el gobierno nacional, quien es el emisor de los activos domésticos libres de riesgo. Este hecho se verifica al encontrar márgenes mayores a cero entre 2005 y 2009. Adicionalmente el supuesto de neutralidad al riesgo en los inversionistas no se cumple, pues éstos exigen compensaciones superiores a la inherente en las calidades crediticias del emisor, para sustituir deuda pública por deuda corporativa.

Sobre la composición de la parte sistémica o no diversificable del margen corporativo, se encontró que ésta no solo está explicada por factores que afectan las demás inversiones riesgosas en el mercado doméstico, sino que además está influenciada por aspectos como la baja liquidez de la deuda corporativa con relación a la deuda soberana y la amplia dispersión que tienen los precios diarios de negociación de títulos corporativos con los mismos vencimiento y calificación crediticia. Esto último podría reflejar varios aspectos como poca credibilidad en las agencias de calificación, expectativas de los inversionistas sobre el desempeño de los sectores productivos de la economía colombiana y la influencia que dichas expectativas tienen en los mercados externos.

Anexo 1

Cuadro 12. Composición promedio del margen en la categoría AAA

Composicion promedio margen Titulos AAA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
R. Crediticio	0.000 %	2.081 %	3.753 %	3.753 %	4.007 %
Costos Emi.	32.965 %	25.315 %	27.853 %	23.695 %	17.485 %
R. Sistemico	67.035 %	72.604 %	68.394 %	71.866 %	78.508 %
Composicion promedio margen Titulos AAA-Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
R. Crediticio	0.000 %	1.271 %	2.407 %	2.938 %	2.681 %
Costos Emi.	32.772 %	24.785 %	27.414 %	23.455 %	16.825 %
R. Sistemico	67.228 %	73.944 %	70.179 %	73.608 %	80.494 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 13. Composición promedio del margen en la categoría AA

Composición promedio margen Títulos AA-BRC					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
R. Crediticio	50.75 %	43.17 %	40.42 %	34.28 %	24.97 %
Costos Emi.	12.81 %	12.87 %	12.91 %	14.38 %	12.60 %
R. Sistemico	36.44 %	43.96 %	46.66 %	51.34 %	62.44 %
Composicion promedio margen Titulos AA-Fitch					
Maduración	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	5 Años
R. Crediticio	63.12 %	56.31 %	55.76 %	50.88 %	40.61 %
Costos Emi.	9.37 %	9.95 %	10.46 %	11.29 %	11.73 %
R. Sistemico	27.51 %	33.74 %	33.78 %	37.83 %	47.66 %

Fuente: Cálculos del autor.

Anexo 2

Datos e insumo estadístico

Para dar cumplimiento a los objetivos planteados, la primera etapa del cronograma de trabajo estuvo orientada a la consecución de la información sobre precios de negociación de títulos de deuda corporativa denominados en pesos colombianos, con vencimientos entre uno y cinco años, calificados AA y AAA.

Dado que en Colombia no existe una construcción formal de curvas, índices o estructuras de rendimiento para deuda privada, fue necesario elaborarla. Por esta, razón después de recibir por parte de la Bolsa de Valores de Colombia

la información sobre volúmenes y tasas de negociación diarias desde enero de 2005 hasta noviembre de 2009, se procedió con la construcción de las series con las que, mediante la metodología de Nelson y Siegel, se estimarían curvas cero cupón para deuda corporativa colombiana con calificación AA y AAA.

Los criterios que se utilizaron para la construcción de dichas series estuvieron basados en tres tipos de filtros diferentes de acuerdo con el propósito del ejercicio; en primer lugar se excluyeron títulos de emisores relacionados con el gobierno central o alguno de sus entes territoriales, entre las especies que no se tuvieron en cuenta es posible mencionar a ISA, Isagen, Ecopetrol, Distrito de Bogotá, Transmilenio, Acueducto de Bogotá, titularizaciones y bonos de deuda municipal, etc.

Posterior a esto se procedió a clasificar las transacciones de aquellas especies que durante cada año mantuvieron su calificación crediticia en AA y AAA, finalmente se agruparon las transacciones de los títulos de acuerdo con su periodo de maduración, para esto se calcularon los días al vencimiento de cada especie en el momento en el que se presentó la operación y de acuerdo con esto se procedió a organizarlas en categorías por calificación y vencimiento entre uno y cinco años. Estas series históricas de retornos al vencimiento negociados fueron el insumo fundamental utilizado en la construcción de las estructuras de tasas de interés para deuda corporativa.

Para calcular las probabilidades de incumplimiento se partió de las matrices de transición publicadas por BRC Investors Services y Fitch Ratings de Colombia, además, como se evidencian diferencias sustanciales en las probabilidades de incumplimiento de las dos agencias en la categoría AA, se presentan los resultados de la metodología de Elton y Gruber (2001) utilizando las probabilidades estimadas con los datos de las dos calificadoras.

Con relación al índice de renta variable que se utilizó para comprobar qué parte del margen corporativo es explicada por factores que afectan las demás inversiones del mercado local, se usaron las series de precios diarios de negociación de acciones clasificadas como de alta bursatilidad por la Superintendencia Financiera de Colombia. Estos datos son reportados por el sistema de información y valoración de la Bolsa de Valores de Colombia, Infoval. De igual manera, se excluyeron los precios de aquellas acciones emitidas por empresas públicas o mixtas como Ecopetrol e ISA.

Sobre las diferencias tributarias que deberían formar parte del margen corporativo, después de consultar el Código Tributario Nacional y los decretos que lo han modificado, no se encontró evidencia suficiente ni determinante que permitiera establecer que la deuda pública colombiana tiene un tratamiento tributario distinto al que tiene la deuda corporativa. Si bien es cierto que existen títulos de deuda soberana interna que gozan de ciertas exenciones, estos títulos no tienen liquidez suficiente en el mercado como para considerar que podrían estar generando distorsiones en la tasa de fondeo de los agentes públicos y privados en el mercado de valores doméstico. Como ejemplo de activos de deuda pública interna con exenciones tributarias es posible mencionar Bonos Agrarios Ley 160 y Bonos de Paz.

Cuadro 14. Matriz de transición BRC Investors Services (2009)

Matriz de Transición-BRC Investor Services								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	94.00 %	5.50 %	0.50 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
AA	8.00 %	88.00 %	2.00 %	1.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	1.00 %
A	0.00 %	20.00 %	67.00 %	9.00 %	2.00 %	0.00 %	2.00 %	0.00 %
BBB	0.00 %	4.00 %	26.00 %	57.00 %	13.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
BB	0.00 %	0.00 %	0.00 %	19.00 %	73.00 %	8.00 %	0.00 %	0.00 %
B	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	33.00 %	67.00 %
CCC	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	100.00 %	0.00 %

Fuente: Cálculos del autor.

Cuadro 15. Matriz de transición Fitch Investors Services (2009)

Matriz de Transición-Fitch Investor Services								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	97.52 %	2.48 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
AA	2.78 %	93.06 %	2.78 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	1.38 %
A	0.87 %	12.17 %	73.04 %	7.83 %	3.48 %	0.00 %	1.74 %	0.87 %
BBB	0.00 %	0.00 %	20.00 %	53.33 %	13.33 %	0.00 %	6.67 %	6.67 %
BB	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	60.00 %	0.00 %	20.00 %	20.00 %
B	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	25.00 %	75.00 %	0.00 %	0.00 %
CCC	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	12.50 %	75.00 %	12.50 %

Fuente: Cálculos del autor.

Referencias

- Arango, L., Melo, L., Vasquez. (2002) “Estimación de la Estructura a plazo de las tasa de interés en Colombia”. *Borradores de Economía*. No.196. Banco de la Republica.
- Arango, L.E. y A.M. Arosemena, (2003), “El tramo corto de la estructura a plazo como predictor de expectativas de inflación en Colombia”, *Borradores de Economía*, No. 264, Banco de la República.
- Arango, L.E. y L.A.Flórez, (2005), “Expectativas de actividad económica en Colombia y estructura a plazo, un poco más de evidencia”, *Ensayos sobre política económica*, No 47, Banco de la República.
- Arbelaez, J., Maya, C., (2008), “Valoración de Credit Default Swaps (CDS): una aproximación con el método Monte Carlo”, Grupo de Investigación en Finanzas y Banca, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.
- Anderson, W., (1991), “Continuous-Time Markov Chains”, *Springer Series in Statistics*, pp. 56-66, New York.
- Black, F., Scholes, M., (1973). “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”. *The Journal of Political Economy*, Vol. 81.
- Blume, M., Keim, D., (1991), “Returns and volatility of low grade bonds”. *The Journal of Finance*, Vol. 46.
- BRC Investor Services S.A. (2008), “Matrices de transición y comportamiento del riesgo de emisor y deuda largo plazo”.
- BRC Investor Services S.A. (2009), “Matrices de transición y comportamiento del riesgo de emisor y deuda largo plazo”.
- Choudhry, M., (2006), “Relative value analysis: calculating bond spreads”. *Journal of Derivatives Use, Trading and Regulation*.
- Diaz, A., Navarro, E., (1997). “El diferencial de rentabilidad de la deuda privada española”, *Revista de Economía Aplicada*, Vol. 14.
- Duffee, G., (1998). “The relation between Treasury Yields and Corporate Bond Yield Spreads”, *The Journal of Finance*, Vol. 53, No. 6, pp. 2225-2241.
- Duffie, D., Singleton, K., (1999). “Modeling Term Structures of Defaultable Bonds”, *The Review of Financial Studies*, Vol. 12, No. 4, pp. 687-720.
- Duffie, D., Lando, D., (2001). “Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information”, *Econometrica*, Vol. 69, No. 3, pp. 633-664.
- Elton, E., (1999), “Expected return, realized return, and asset pricing tests”, *Journal of Finance* 54, p. 1199-1221.
- Elton, E., Gruber, M., (2001) “Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds”, *The Journal of Finance*, Vol. 56, No. 1. pp. 247-277.
- Fama, E., French, K., (1993). “Common risk factors in the returns on stocks and bonds”. *Journal of Financial Economics*, Vol. 33.

- Fedesarrollo (2004), "Los determinantes de la prima de riesgo de Colombia", *Coyuntura Económica*.
- Franks, J., Torous, W., (1989). "An empirical investigation of US firms in reorganization". *Journal of Finance*, Vol. 44.
- Harrison, J. M., S. Pliska, (1981), "Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading," *Stochastic Processes and Their Applications*, 11, pp. 215-260.
- Jarrow, R., y Turnbull S., (1995). "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk". *The Journal of Finance*, Vol I, No. 1.
- Jarrow, R., Lando, D., Turnbull S., (1997). "A Markov model for the term structure of credit spreads". *Review of Financial Studies*, 10, pp. 481 - 523.
- Julio, J., Mera, S., Reveiz, A., (2002). "La curva spot (cero cupón) estimación con splines cúbicos suavizados, usos y ejemplos", *Borradores de Economía*, No. 213, Banco de la República.
- Jones, E., Mason, S., (1984). "Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation". *The journal of finance*, Vol. 39.
- Johnson, R., (1967). "Term structure of corporate bond yields as a function of risk of default". *The journal of finance*, Vol. 22.
- Longstaff, F., Schwartz, E., (1995). "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt". *The Journal of Finance*, Vol. 50
- López, J., (2005), "Cálculo y determinantes del componente idiosincrático del spread colombiano", *Investigaciones Económicas Banco Santander*. Bogotá, Colombia.
- Merton, R., (1974). "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates". *Journal of Finance* 29.
- Nelson, C.R. y A.F. Siegel, (1987), "Parsimonious modelling of yield curves", *Journal of Business*, 60, 473-489.
- Rey, M., (2005), "La hipótesis de expectativas en la estructura a plazo de las tasas de interés: Una estimación para Colombia", *Tesis para optar al título de Maestría*, Universidad del Rosario.
- Revéz, A., (2002), "Factores determinantes de los márgenes entre bonos del gobierno y bonos corporativos en los Estados Unidos", Banco de la República.
- Rojas, J., "Estructura a plazo, hipótesis de expectativas y paridad descubierta de intereses en Colombia", serie *Documentos de Trabajo* No. 46. Julio 2008 Facultad de Economía, Universidad del Rosario.
- Seppälä, J., y P. Viertiö (1996), "The term structure of interest rates: estimation and interpretation". Bank of Finland, *Discussion papers*, 19/96.