TASA DE DEPENDENCIA Y CRECIMIENTO ECONÓMICO. ¿SÓLO EL ENVEJECIMIENTO ES IMPORTANTE?

Un análisis teórico de la importancia del desempleo en la tasa de dependencia y el crecimiento económico.

Colás Barriobero, Virginia
Simón Fernández, Blanca
Universidad de Zaragoza

RESUMEN: En este artículo se pretende dar un nuevo enfoque teórico al llamado problema del envejecimiento y su relación con el crecimiento económico de largo plazo, introduciendo una nueva forma de definir la tasa de dependencia, que incluya tanto a las personas que no están en edad de trabajar (jóvenes o ancianos) como a los desempleados. La estructura social tiene tanta importancia como la demográfica a la hora de afrontar los retos del crecimiento futuro, lo que supone buenas noticias para la política económica, ya que las políticas de empleo son más eficaces que las demográficas.

Palabras clave: Crecimiento económico, envejecimiento, desempleo
Clasificación JEL: 041, J14, J64

1. REVISIÓN DE LA LITERATURA:

En los últimos años ha habido una creciente concienciación al respecto no sólo del crecimiento económico de largo plazo, sino del rol central que la distribución por edades de la población, y en concreto el envejecimiento demográfico, puede jugar en el mismo. La caída de la natalidad y el aumento de la longevidad son un hecho en los países desarrollados, y una tendencia creciente en los países en desarrollo, por lo que las implicaciones de estos hechos sobre el bienestar futuro son fundamentales.

En realidad, los modelos de crecimiento económico siempre se han preocupado de los efectos de la demografía, como queda reflejado en la amplia literatura sobre el tema: desde los teóricos clásicos, con Malthus, pasando por las teorías neoclásicas (tanto el modelo de Solow (1956) como las posteriores extensiones de crecimiento endógeno)[1], hasta los más recientes modelos de generaciones solapadas, y los que teorizan al respecto de la sostenibilidad del sistema de pensiones. Hay multitud de modelos actuales que lidian con el tema del envejecimiento y el crecimiento económico, algunos de los cuales se comentarán a continuación por su relevancia o su relación con el tema tratado; para un tratamiento más extensivo del tema se puede recurrir, por ejemplo, a McMorrow y Röger (2003), Gruescu (2007), Prettner y Prskawetz (2010) o, para trabajos empíricos, a Groezen et al (2005)[2]

Aunque entre una gran cantidad de autores y trabajos la conclusión repetida es que el envejecimiento demográfico necesariamente perjudicará al crecimiento económico a través de diversas vías, en este trabajo nos centraremos en aquellos trabajos que concluyen que, o bien el envejecimiento puede tener efectos claramente positivos sobre el crecimiento o, al menos, que los efectos son ambiguos.

Uno de los primeros intentos de endogeneizar el motor del crecimiento económico fue el de Romer en 1986, cuyo resultado principal (en lo que respecta a este trabajo al menos) es que la demografía, representada en este caso por el tamaño de la población, está relacionado positivamente con el crecimiento económico de largo plazo; si bien tanto la dinámica de la población como su estructura por edades son ignoradas. Futagami y Nakajima (2001) introducen en este marco los ahorros de ciclo vital, para obtener dos conclusiones interesantes: la primera, que el envejecimiento (y la

1 Ver STIJEPIC, DENIS; WAGNER, HELMUT. “Population-ageing, structural change and productivity growth” (2009).MPRA.

2 Ver STIJEPIC, DENIS; WAGNER, HELMUT. “Population-ageing, structural change and productivity growth” (2009).MPRA.

consiguiente etapa de gastos sin ingresos asociada a la jubilación) genera un aumento del ahorro que, vía el spillover positivo que ejerce la acumulación de capital, acelera el crecimiento económico. La segunda conclusión, que viene a raíz de la primera, es que retrasar la edad de jubilación reduce el crecimiento económico, porque reduce el número de años para los que los individuos deben ahorrar[3]. En el mismo modelo de Futagami y Nakajima (2001), al introducir generaciones solapadas según la fórmula de Blanchard (1985), el crecimiento económico se reduce porque afecta negativamente a la acumulación de capital.

En el modelo de Romer de 1990, el I+D que ya era, de alguna manera, el motor del crecimiento en su primer modelo, se genera específicamente con un sector dedicado a la investigación, en vez de tratarse de una externalidad de la acumulación de capital. En este marco teórico, Prettner (2011) introduce una estructura de generaciones solapadas à la Blanchard (1985), añadiendo también generaciones solapadas à la Buiter (1988) al modelo semiendógeno de Jones (1995). Este último deja el camino allanado para los modelos semiendóngenos, en los que lo que importa es el crecimiento de la población, y no el tamaño de ésta (ver Kortum, 1997; y Segerström, 1999)[4]. Los resultados de Prettner (2011) revelan que la reducción de la mortalidad afecta positivamente al crecimiento, y la caída de la fertilidad lo hace negativamente; también que estos efectos negativos se ven sobrecompensados por los positivos en el modelo de Romer (1990), pero no en el de Jones (1995).

El modelo de Lucas (1988), que, al igual que el modelo de Romer, supone una extensión del modelo de Solow (1956), en la que la acumulación de capital humano es el motor del crecimiento. Gruescu (2007) introduce el envejecimiento poblacional a través de la inclusión de la tasa de dependencia, definida como la población en edad dependiente sobre la población en edad de trabajar. En este modelo, un aumento de la población dependiente (de la población mayor en este caso) deprime el crecimiento económico, porque cuanto más crece la tasa de dependencia, más tiempo dedican los individuos a la formación y menos a la producción. La idea que subyace es que se previenen del efecto negativo del envejecimiento invirtiendo más en educación para aumentar la renta y el consumo futuros[5]. De la Croix y Licandro (1999), por su parte, añaden a este modelo la precisión de que los años de formación se dan antes de la vida laboral, y no durante.

3 PRETTNER, KLAUS Y PRSKAWETZ, ALEXIA. “Demographic change in models of endogenous economic growth. A Survey”

4 PRETTNER KLAUS. “Population aging and endogenous economic growth” (2013). Journal of Population Economics 26.2. pp: 811-834.

5 PRETTNER, KLAUS Y PRSKAWETZ, ALEXIA. “Demographic change in models of endogenous economic growth. A Survey

Como se puede observar a través de todos los ejemplos citados, existe una amplia literatura que trata de incluir los efectos de la demografía sobre el crecimiento económico. Tal y como se comenta en Prettner (2013)[6], muchos de estos modelos adolecen de problemas de realismo en cuanto al envejecimiento de la población, porque asumen que las economías están pobladas de individuos representativos que viven eternamente. Otros, aunque introducen los modelos de generaciones solapadas, también tienen la problemática de que un número tan reducido de generaciones es poco realista. Otro lugar común es que el cambio en la estructura demográfica son exógenos, y no endógenos. En este sentido, Fanti, Iannelly y Manfredi (2013) constituyen una interesante excepción: introducen una estructura por edades totalmente endógena en el modelo original de Solow (1956). También el ya citado trabajo de Gruescu (2007) sobre el modelo de Lucas (1988) hace endógeno el crecimiento de la población, e introduce la tasa de dependencia en función de esa población, por lo que en cierto modo hace también endógena la estructura poblacional por edades.

Queda claro tras esta revisión de la literatura que, incluso entre quienes abordan el llamado “problema del envejecimiento” con optimismo, los resultados varían profundamente en función del modelo y las hipótesis que se escojan.

2. OBJETIVO DE NUESTRO ARTÍCULO

Todos estos modelos coinciden en una cosa: buscan la forma más realista de introducir la estructura poblacional en los modelos de crecimiento económico, a fin de poder conocer los efectos que sobre éste tendrá el envejecimiento. La preocupación de estos modelos por el envejecimiento se debe a su efecto sobre la población trabajadora, sobre los efectivos disponibles para generar crecimiento. En esta línea, nuestro trabajo da lo que nosotras consideramos un paso más allá: buscamos no la dinámica del envejecimiento, sino la de la población trabajadora, así como el peso relativo que sobre ésta tienen el envejecimiento y el desempleo de larga duración.

Así, tomando como base tanto el modelo de Lucas (1988) e inspirándonos en el modo en que Gruescu (2007) introduce la tasa de dependencia, hemos elaborado un modelo teórico que busca una nueva aproximación a la demografía como causa de variaciones en la población trabajadora, tratando de averiguar cuál es su importancia con respecto a otros factores como el desempleo de

6 Página 4.

larga duración.

Las razones de no considerar la demografía como el único factor determinante de la población trabajadora son varias: en primer lugar, tal y como afirman Friedland y Summer (2005) en “Demograpy is not destiny, revisited”, planear el futuro en base sólo a las previsiones demográficas es desaconsejable: no sólo pueden ser erróneas, sino que otra serie de factores, como la política pública o aspectos relativos a la economía son al menos tan determinantes como ésta para el futuro. Por poner sólo un ejemplo, la población de más de 65 año ya se ha doblado en el pasado, es decir, la población ya es ahora más anciana de lo que lo ha sido nunca y, sin embargo, los mayores de 65 y 75 están más educados, más sanos y son más ricos que nunca. Esto hace plausible no sólo que el aumento del número de mayores no tenga consecuencias trágicas para la economía y la sociedad, sino que abre la posibilidad a nuevas mejoras en el estado de salud y la participación social de los mayores en el futuro. Estos mismos autores ven la solución al problema de la dependencia en el retraso de la edad de jubilación, en la adaptación de los trabajos al envejecimiento de la sociedad o en la recolocación de los trabajadores más mayores a puestos cuyos requerimientos físicos sean menores, viendo en la tecnología el mejor aliado. Incluso los más optimistas recurren al aumento del ahorro y de la formación en capital humano como soluciones al problema del envejecimiento poblacional (Prettner y Prskawetz, 2009; Bloom, Canning y Fink, 2011, Elgin y Tumen, 2012). Sin embargo, estos escenarios parecen, como poco, escasamente realistas en un contexto de desempleo masivo (especialmente juvenil) generalizado en los países de la OCDE. No parece que el drama económico vaya a deberse de forma específica al envejecimiento, y tampoco que los posibles efectos positivos de éste puedan compensar los que tienen otros factores como la parte de la población que, teniendo edad de trabajar, no lo hace.

Así pues, pese a que los motivos para incluir el desempleo en un modelo de crecimiento económico de largo plazo pueden parecer poco justificados, varios autores[7] coinciden en que las nuevas formas de organización social pueden estarnos llevando a una situación en que el desempleo de larga duración se convierta en un problema estructural y que probablemente vaya en aumento.

De igual modo que no considerar la jubilación podía ser razonable en la realidad previa al momento en que Solow plantea su modelo, siendo sin embargo un factor que se tiene actualmente muy en cuenta en gran parte de los modelos de crecimiento económico de largo plazo, el desempleo involuntario es un factor obstaculizador del crecimiento que debe recibir el protagonismo que merece: el inexistente desarrollo del estado del bienestar y de muchas de las regulaciones laborales hacían que los individuos no permanecieran mucho tiempo en paro y que trabajaran prácticamente hasta el día de su muerte, al no tener una alternativa de rentas. No obstante, las tendencias sociales

7 Ver, por ejemplo, Andrés, 1993.

comenzaron a cambiar radicalmente tras la segunda guerra mundial y, en especial, en los años 60, cuando la unión del sistema de producción fordista y el pacto social del Estado del Bienestar se unen para crear un nuevo modelo del curso vital generalizado y más organizado en función de la demografía (Mayer, 2001): el ciclo vital de los individuos se estabiliza de nuevo, siendo el Estado del Bienestar el que regula los tiempos de vida: en primer lugar, una etapa formativa generalizada, en segundo lugar, una carrera estable de trabajo más o menos fijo y elevada fidelidad entre la empresa y los empleados, periodos de desempleo breves y bien asegurados; finalmente, llega una etapa de retiro financiada por la seguridad social de modo que la variación de los niveles de vida antes y después del abandono de la vida laboral sea reducida. Es lo que Mayer (2001) y Kohli (2007) llaman la creación y generalización de la clase media. Estos autores se plantean la posibilidad de que los países desarrollados tiendan ahora hacia una etapa post-fordista, en la que el trabajo será más discontinuo, menos seguro, y las pensiones menos generosas. Esta nueva organización de la vida, si es que se produce de esta manera, acarreará sin duda nuevas formas de organización económica a corto y largo plazo, que deben contemplarse desde el punto de vista del análisis del crecimiento económico, y especialmente desde el punto de vista de la política económica, motivo por el cual, además del envejecimiento y las pensiones, tendremos en cuenta el desempleo de larga duración.

En este trabajo pretendemos realizar una aproximación más realista al fenómeno del crecimiento económico, teniendo en cuenta los aspectos comentados anteriormente, aunque manteniéndonos en el marco de la economía neoclásica. Al fin y al cabo, tal y como afirma el propio Solow (1956) “[...] un supuesto crucial es uno del cual los resultados dependen sensiblemente, y es importante que estos supuestos cruciales sean razonablemente realistas [...]”

3. PRESUNCIONES DEL MODELO

Hay varios aspectos de nuestro modelo que merece la pena explicar detenidamente: en primer lugar, además de por el excelente punto de partida que supone la forma en que Gruescu (2007) introduce la tasa de dependencia, la elección del modelo de Lucas (1988) como punto de partida se debe al hecho de que su motor de crecimiento, la acumulación de capital humano, está muy vinculado al proceso de envejecimiento según numerosos autores (ya que el aumento de la esperanza de vida hace más rentable la inversión en capital humano). Sin embargo, y como las relaciones del proceso de envejecimiento con los patrones de conducta (cambios en la estructura de la demanda[8], aumento

8 STIJEPIC, DENIS; WAGNER, HELMUT. “Population-ageing, structural change and productivity growth”

del ahorro, aumento de la inversión en capital humano, …) han sido ampliamente tratadas, no incidiremos de forma específica en este hecho, sino que trataremos de desentrañar qué relación guarda la estructura por edades con la población trabajadora, y si la importancia a largo plazo del fenómeno es comparable con la de los problemas de desempleo involuntario.

Como el concepto de "población trabajadora" se emplea profusamente a lo largo del texto, y el significado que se le otorga en este trabajo es ligeramente diferente al que viene siendo habitual, conviene definirlo claramente desde el principio: llamamos población trabajadora a aquella que efectivamente participa del proceso productivo y, por tanto, aporta al crecimiento. Descartamos de este grupo tanto a quienes no están en edad de trabajar como a quienes lo están, pero no trabajan, ya sea porque estén inactivos[9] como por encontrarse en situación de desempleo de forma estructural.[10] De esta manera, la tasa de dependencia que se incluirá en el modelo no será la de dependencia demográfica, sino económica: quienes no trabajan sobre quienes sí lo hacen.

Por otra parte, el modelo considera endógeno el crecimiento de la población, y por lo tanto el de la población en edad de trabajar y la población trabajadora. Para ello, siguiendo a Gruescu (2007), añadimos a la decisión clásica del modelo de Lucas (1988), acumular capital humano o trabajar, una tercera posibilidad: dedicar parte del tiempo a labores reproductivas. Esta es la forma en que la demografía se hace endógena.

4. EL MODELO

En el modelo a continuación propuesto se modeliza el crecimiento de la población, tal y como se ha comentado en el epígrafe anterior, de la siguiente manera: el rango de posibilidades de actividades de los individuos no es dos, como en el modelo clásico de Lucas (1988), sino tres. Al igual que en aquel, los individuos pueden estudiar o trabajar pero, además, pueden dedicarse a labores reproductivas. Estas tareas reproductivas tienen una "eficiencia" determinada, la tasa de fertilidad, y se llevan a cabo únicamente por las personas en edad de trabajar[11] (ni los niños ni los ancianos

(2009).MPRA.

9 El diferente grado de participación de las mujeres en el mercado laboral, por poner sólo un ejemplo, ha sido determinante en el desarrollo de las economías de los países desarrollados en las últimas décadas.

10 Evidentemente no se incluye en este colectivo a los individuos que se hallan en desempleo de forma coyuntural, pero sí a quienes tienen un historial de desempleo muy prolongado y a los llamados "desanimados": personas que han dejado de buscar trabajo tras años de búsqueda sin éxito.

11 Pese a que igualar la edad reproductiva a la de trabajar es una burda aproximación, es una aproximación mejor que la población al completo y, dado el objetivo principal del trabajo, introducir una nueva variable "población fértil"

tienen hijos). Esta parte del modelo está tomada de Gruescu (2007).

$$\dot{N} = \gamma(1-u-b)L - dN$$

$$\dot{L} = \gamma(1-u-b)L - d_L L$$

La base de su crecimiento es muy similar: la productividad del tiempo dedicado a las tareas reproductivas por parte de las personas en edad de trabajar (que es una aproximación burda de la población en edad reproductiva). El crecimiento de la población se ve detraído por la mortalidad (dN); el de la población activa, por la jubilación ($d_L L$).

En este trabajo tomamos esta idea, añadiendo, además, un nuevo concepto: el de población efectivamente trabajadora; aquellos, de entre quienes están en edad de trabajar, que realmente trabajan. Los llamamos T:

$$\dot{T} = \gamma(1-u-b)L - dN - d_L L - d_T L$$

Donde d_T es la tasa de desempleo. Así pues, tal y como está definida, T es igual a la población en edad de trabajar menos los desempleados.

Como se comenta en la introducción, la aportación fundamental de nuestro modelo es incluir en la tasa de dependencia a los desempleados: la verdadera tasa de dependencia total de la economía es aquella que muestra la proporción entre personas que trabajan y personas que no trabajan; independientemente de las causas (demográficas o del mercado de trabajo). Por ello, tomando la idea de Gruescu (2007), reespecificamos la tasa de dependencia como:

$D = \frac{N-T}{T}$ donde T es la población trabajadora, y N la población total.

A continuación se muestran las principales características del modelo que sugerimos. Partimos del modelo básico de Lucas, por lo que el problema de optimización dinámica es muy similar.

En primer lugar, consideramos la función de producción: $Y = AK^{\alpha}(uhT)^{(1-\alpha)}$. Tal y como se especifica en el modelo de Lucas, la producción total depende del capital y del trabajo, ponderado en función del capital humano: la fuerza de trabajo es (uhA), que representa a la población que trabaja (A), multiplicada por el nivel general de capital humano de cada trabajador (h), y por el número de horas que los individuos de esta economía dedican a trabajar (u).

complicaría el modelo innecesariamente.

La K representa simplemente el stock de capital físico que existe en esta economía.

Sustituimos T en la función de producción a través de su relación con la tasa de dependencia:

$$D=\frac{N-T}{T} \quad \rightarrow \quad T=\frac{N}{D+1}$$

Por lo tanto, las dinámicas del capital humano, la población activa, los trabajadores y el capital físico son las siguientes:

$$\dot{h}=Ebh-\delta h$$
$$\dot{K}=AK^{\alpha}(uhT)^{1-\alpha}-cN-\delta K$$
$$\dot{T}=\gamma(1-u-b)L-dN-d_L-d_T L$$

$$\dot{N}=\gamma(1-u-b)L-dN$$
$$\dot{L}=\gamma(1-u-b)L-d_L$$

Donde, al igual que en el modelo de Lucas (1988), el crecimiento del capital humano depende de la eficiencia del sistema educativo (E), el tiempo dedicado por los agentes a la formación (b), el nivel general de capital humano medio que existe en la sociedad (h), y la depreciación que sufre el capital humano (δh).

Las trayectorias de la población, la población en edad de trabajar y la población trabajadora ya han sido comentadas, y la del capital físico es paralela a la del modelo original de Lucas: el capital crece conforme lo hace la producción, menos el consumo total y menos la depreciación que sufre el capital humano con el tiempo.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, planteamos el problema de optimización dinámica. Las variables de control son el consumo, el tiempo dedicado al trabajo y el tiempo dedicado a la formación. Las variables de estado, sobre las que éstas influyen de forma más o menos directa son el capital, el nivel de formación y el crecimiento de la población: el consumo afecta al stock de capital porque cuanto mayor es el consumo, menos se ahorra y menos capital se acumula. Por su parte, cuanto más se trabaja menos se estudia y menos hijos se tienen; y cuanto más se estudia, mayor es el nivel de capital humano y menor el crecimiento de la población.

Para los propósitos del problema de optimización, necesitamos definir también las siguientes variables:

$$(D+1)=\frac{N}{T}$$

$$N=T(D+1)$$

$$L=\frac{T}{1+d_t}$$

Así pues, el Hamiltoniano de valor corriente se define como:

$$H=\frac{c(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}+\theta_1[AK^{\alpha}(uhT)^{1-\alpha}-T(D+1)c-\delta K]+\theta_2[Ebh-\delta h]$$
$$+\theta_3[\gamma(1-u-b)\frac{T}{1+d_T}-d(D+1)-(d_L+d_T)\frac{T}{1+d_T}]$$

Las condiciones de primer orden, segundo orden y ecuaciones de movimiento son como siguen:

$$1.\frac{\partial H}{\partial c}=0 \qquad 4.\frac{\partial H}{\partial K}=-\dot{\theta}_1 \qquad 7.\dot{K}=AK^{\alpha}(uhT)^{1-\alpha}-cT(D+1)-\delta K$$
$$2.\frac{\partial H}{\partial u}=0 \qquad 5.\frac{\partial H}{\partial h}=-\dot{\theta}_2 \qquad 8.\dot{h}=Ebh-\delta h$$
$$3.\frac{\partial H}{\partial b}=0 \qquad 6.\frac{\partial H}{\partial T}=-\dot{\theta}_3 \qquad 9.\dot{T}=\gamma(1-u-b)\frac{T}{1+d_T}-d(D+1)-(d_L+d_T)\frac{T}{1+d_T}$$

Como se puede observar, el problema de optimización dinámica es análogo al del modelo de Lucas (1988) pero, al endogeneizar el crecimiento de la población, las condiciones de primer y segundo orden, y las ecuaciones de movimiento pasan de ser dos a tres. El modelo se complica y las tasas de crecimiento de las variables dependen de más factores, pero la esencia del modelo es la misma.

En este punto, debe destacarse que, aunque en la versión final de este modelo todas las variables deberán ser endógenas, en esta versión todavía provisional, y en aras de la simetría con el modelo original de Lucas, no hemos obtenido la tasa de crecimiento de b.

$$1.\frac{\partial H}{\partial c}= \qquad \frac{(1-\sigma)c^{-\sigma}}{1-\sigma}e^{-\rho t}-\theta_1 T(D+1)=0 \qquad (1.1)$$
$$c^{-\sigma}=\theta_1 T(D+1)e^{\rho t} \qquad (1.2)$$
$$-\sigma\, lnc=\ln\theta_1+lnT+\ln(D+1)+\rho\, t\, l \qquad (1.3)$$
$$\frac{\partial}{\partial t}(-\sigma\, lnc)=\frac{\partial}{\partial t}(\ln\theta_1+lnT+\ln(D+1)+\rho\, t\, lne) \qquad (1.4)$$

$$g(c)=-\frac{1}{\sigma}\ (\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}+g(T)+g(D+1)+\rho) \qquad (1.5)$$

$$2.\frac{\partial H}{\partial u}=0; \qquad \theta_1(1-\alpha)AK^{\alpha}(hT)^{1-\alpha}u^{1-\alpha}-\theta_3\gamma T(1-d_T)^{-1}=0 \qquad (2.1)$$

$$\theta_1(1-\alpha)AK^{\alpha}(hT)^{1-\alpha}u^{1-\alpha}=\theta_3\gamma T(1-d_T)^{-1} \qquad (2.2)$$

$$3.\frac{\partial H}{\partial b}=0; \qquad \theta_2 Eh-\theta_3\gamma T(1+d_T)^{-1}=0 \qquad (3.1)$$

$$\theta_2 Eh=\theta_3\gamma T(1+d_T)^{-1} \qquad (3.2)$$

$Tomamos (2.2)\, y\, (2.3)\, y\, obtenemos:$

$$\theta_1(1-\alpha)AK^{\alpha}(hT)^{1-\alpha}u^{-\alpha}=\theta_3\gamma T(1+d_T)^{-1}$$

$$\theta_2 Eh=\theta_3\gamma T(1+d_T)^{-1}$$

$$obtenemos \qquad \theta_1(1-\alpha)AK^{\alpha}(hT)^{1-\alpha}u^{-\alpha}=\theta_2 Eh \qquad (3.3)$$

$$4.\frac{\partial H}{\partial K}=-\dot{\theta}_1; \qquad \theta_1[\alpha AK^{\alpha-1}(uhT)^{1-\alpha}-\delta]=-\dot{\theta}_1 \qquad (4.1)$$

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}=-\alpha AK^{\alpha-1}(uhT)^{1-\alpha}+\delta \qquad (4.2)$$

$$5.\frac{\partial H}{\partial h}=-\dot{\theta}_2; \qquad \theta_1(1-\alpha)AK^{\alpha}(uT)^{1-\alpha}h^{-\alpha}+\theta_2(Eb-\delta)=-\dot{\theta}_2 \qquad (5.1)$$

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2}=-\frac{\theta_1}{\theta_2}(1-\alpha)AK^{\alpha}(uT)^{1-\alpha}h^{-\alpha}-Eb-\delta \qquad (5.2)$$

$$6.\frac{\partial H}{\partial T}=-\dot{\theta}_3; \qquad \theta_1[(1-\alpha)AK^{\alpha}(uh)^{1-\alpha}T^{-\alpha}-c(D+1)]+\theta_3\gamma(1-u-b)(1-d_T)^{-1}$$
$$-\theta_3 d(D+1)-\theta_3(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \qquad (6.1)$$

$$\frac{\dot{\theta}_3}{\theta_3}=-\frac{\theta_1}{\theta_3}[(1-\alpha)AK^{\alpha}(uh)^{1-\alpha}T^{-\alpha}-c(D+1)]$$
$$-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)+(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \qquad (6.2)$$

A fin de ser capaces de comparar estos resultados con los del modelo de Lucas, necesitamos calcular las tasas de crecimiento de todas las variables del modelo.

De las ecuaciones arriba descritas, obtenemos las siguientes tasas de crecimiento a las que, como ya se ha comentado, en el futuro se añadirá la de b.

$$g(c)=\frac{-1}{\sigma}[\delta-\alpha A(\frac{K}{hT})^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+(T+1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}+\rho] \qquad (1.7)$$

$$g(T)=\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-d(D+1)-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \qquad (8.1)$$

$$g(h)=Eb-\delta \qquad (9.1)$$

$$g(K)=A(\frac{K}{hT})^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-cT(D+1)-\delta \qquad (7.1)$$

$$g(D+1)=(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}T \qquad (12.4)$$

$$g(u)=\frac{1}{\alpha}Eu+(\frac{1}{\alpha}-1)Eb-\frac{cT(D+1)}{K}+(\frac{1}{\alpha}-1)\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-(\frac{1}{\alpha}-1)d(D+1)$$
$$-(\frac{1}{\alpha}-1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \qquad (5.9)$$

$$g(\frac{K}{hT})=A(\frac{K}{hT})^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-\frac{cT(D+1)}{K}-Eb-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)$$
$$+(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}$$

$$g(\frac{cT(D+1)}{K})=(1-\frac{1}{\sigma})[\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-d(D+1)+(T+1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}]$$
$$-(1-\frac{1}{\sigma})\alpha A(\frac{K}{hT})^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\frac{cT(D+1)}{K}-\frac{1}{\sigma}\rho \qquad (11.2)$$

A continuación, necesitamos obtener las variables y tasas de crecimiento de equilibrio estacionario. A fin de obtenerlas, y de guardar cierta simetría con la resolución del modelo de Lucas, igualamos a cero los siguientes ratios de crecimiento:

Tomamos (5.9) *y lo igualamos a cero*:

$$g(u)=0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\alpha}Eu+(\frac{1}{\alpha}-1)Eb-\frac{cT(D+1)}{K}+(\frac{1}{\alpha}-1)\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}$$
$$--(\frac{1}{\alpha}-1)d(D+1)(\frac{1}{\alpha}-1)(d_L-d_T)(1+d_T)^{-1}=0 \qquad (5.10)$$

Tomamos (11.2) *y lo igualamos a cero*:

$$g(\frac{cT(D+1)}{K})=0 \quad \rightarrow \quad (1-\frac{1}{\sigma})[\gamma(1-u-b)(1-d_T)^{-1}-d(D+1)+(T+1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}]$$
$$-(1-\frac{1}{\sigma})\alpha A(\frac{K}{hT})^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\frac{cT(D+1)}{K}-\frac{1}{\sigma}\rho=0 \qquad (11.3)$$

$Tomamos\ (10.4)\ y\, lo\, igualamos\, a\, cero:$

$$g\left(\frac{K}{hT}\right)=0 \quad \rightarrow \quad A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-\frac{cT(D+1)}{K}-Eb-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)$$
$$+(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}=0 \qquad (10.4)$$

$De\ (5.10)\ obtenemos:$

$$\frac{cT(D+1)}{K}=\frac{1}{\alpha}Eu+\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)[Eb+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-d(D+1)-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}] \qquad (5.11)$$

$$(D+1)=\frac{1}{d}\cdot\frac{\alpha}{1-\alpha}\ \left[\frac{1}{\alpha}Eu+\frac{1-\alpha}{\alpha}(Eb+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1})-\frac{cT(D+1)}{K}\right] \qquad (5.12)$$

$De\ (10.4)\ podemos\, obtener:$

$$\frac{cT(D+1)}{K}=A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-Eb-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)+(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \qquad (10.5)$$

$$(D+1)=\frac{1}{d}\left[\frac{cT(D+1)}{K}+Eb+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}-A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}\right] \qquad (10.6)$$

$$\left(\frac{K}{hT}\right)=\left[\frac{1}{A}u^{\alpha-1}\left(\frac{cT(D+1)}{K}+Eb+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-d(D+1)-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \qquad (10.7)$$

$De(11.3)\, podemos\, tener:$

$$(D+1)=\frac{1}{d}\frac{\sigma}{\sigma-1}\cdot$$
$$\left[\left(\frac{\sigma-1}{\sigma}\right)[\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+(T-1)\gamma(1-u-b)]-\left(1-\frac{\alpha}{\sigma}\right)A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\frac{cT(D+1)}{K}-\frac{1}{\sigma}\rho\right] \qquad (11.4)$$

$$\frac{cT(D+1)}{K}=\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)[-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)-(T-1)\gamma(1-u-b)]$$
$$+\left(1-\frac{\alpha}{\sigma}\right)A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\frac{1}{\sigma}\rho \qquad (11.5)$$

$$\frac{K}{hT}=\left[\frac{\sigma}{\sigma-\alpha}\frac{1}{A}u^{\alpha-1}\left(\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)[\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-d(D+1)+(T-1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}+\frac{cT(D+1)}{K}-\frac{1}{\sigma}]\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$
$$(11.6)$$

$$T=\frac{\sigma}{\sigma-1}(d_L+d_T)^{-1}(1+d_T)\left[\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)[-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+d(D+1)]+\left(1-\frac{\alpha}{\sigma}\right)A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-\frac{cT(D+1)}{K}+\frac{1}{\sigma}\right]$$
$$(11.7)$$

Introduciendo (10.6) *en* (5.11) *obtenemos*:

$$\frac{cT(D+1)}{K}=Eu+(1-\alpha)A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha} \tag{5.14}$$

Introduciendo (11.4) *en* (10.7) *obtenemos*

$$\frac{K}{hT}=\left[\frac{\sigma}{\alpha-1}\frac{1}{A}u^{1-\alpha}\left(Eb-T(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}-\frac{1}{\sigma-1}\frac{cT(D+1)}{K}+\frac{1}{\sigma-1}\rho\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \tag{10.8}$$

Introduciendo (10.5) *en* (5.12) *obtenemos*

$$(D+1)=\frac{1}{d}\left[Eu+Eb+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}-\alpha A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}\right] \tag{5.15}$$

Introduciendo (5.12) *en* (10.5) *tenemos*:

$$\frac{cT(D+1)}{K}=\frac{1}{1-\alpha}A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+Eu-\frac{1}{1-\alpha}(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1} \tag{5.16}$$

Introduciendo (10.8) *en* (5.16) *podemos obtener*:

$$\frac{cT(D+1)}{K}=\left[1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right]^{-1}\left[\frac{1}{1-\alpha}\cdot\frac{\sigma-1}{\alpha-1}\left(Eb-T(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\right)+Eu-\frac{1}{1-\alpha}(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\right]$$

Despejando en (5.14) *obtenemos*:

$$\frac{K}{hT}=\left[\frac{1}{1-\alpha}\cdot\frac{1}{A}u^{\alpha-1}\left(\frac{cT(D+1)}{K}-Eu\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \tag{5.18}$$

Combinando (5.17) *con* (5.18) *obtenemos*:

$$\frac{K}{hT}=\left[\frac{1}{1-\alpha}\cdot\frac{1}{A}u^{\alpha-1}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\left(\frac{1}{(1-\alpha)}\cdot\frac{\sigma-1}{\alpha-1}\left[Eb-T(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}-\frac{1}{\sigma-1}\rho\right]+Eu-\frac{1}{\alpha-1}(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Introducimos (5.19) *en* (5.15) *para obtener*:

$$\begin{aligned}(D+1)=&\left(1-\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\frac{\sigma-1}{\alpha-1}\right)Eb\ +\ \gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}\\&+\ \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}-1\right)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}+\left(1-\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\right)Eu\\&+\ \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\frac{\sigma-1}{\alpha-1}\right)T(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\ +\ \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\right)\rho\end{aligned}$$

Despejamos T *en la ecuación anterior*:

$$\begin{aligned}T=&\left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)\frac{\alpha-1}{\sigma-1}\right](d_L+d_T)^{-1}(1+d_T)\cdot\\&\left[-\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-\left(\left(1-\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\right)\frac{\sigma-1}{\alpha-1}\right)Eb\right]\\&+\left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)\frac{\alpha-1}{\sigma-1}\right](d_L+d_T)^{-1}(1+d_T)\cdot\\&\left[-\left(1-\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\left(1-\frac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\right)^{-1}\right)Eu+(D+1)+(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\right]\\&-\ \frac{1}{1-\sigma}\rho-\frac{\alpha-1}{\sigma-1}\end{aligned} \tag{5.21}$$

Introducimos (5.19) *en* (5.21) *para obtener* K/hT *de equilibro estacionario*:

$$\begin{aligned}\left(\tfrac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}=&\tfrac{1}{A}u^{\alpha-1}\Big(\Big[\Big(1-\tfrac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\Big)^{-1}\tfrac{1}{1-\alpha}\cdot\tfrac{\sigma-1}{\alpha-1}\Big(\tfrac{1}{1-\alpha}-1\Big)+\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big]Eb \;+\; \Big[\Big(1-\tfrac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\Big)^{-1}\Big(\tfrac{1}{1-\alpha}-1\Big)+\Big(\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big)\Big]Eu\Big)\\ &\tfrac{1}{A}u^{\alpha-1}\cdot\Big(\Big[\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}\Big]+\Big[\Big(1-\tfrac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\Big)^{-1}\tfrac{1}{1-\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{1-\alpha}+\tfrac{1}{\alpha-1}\rho\Big)-\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big](d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\Big)\\ &\tfrac{1}{A}u^{\alpha-1}\Big(-\Big(1-\tfrac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\Big)^{-1}\tfrac{1}{(1-\alpha)^2}\tfrac{1}{(\alpha-1)}\rho-\tfrac{1-\alpha}{\alpha}(D+1)\Big)\end{aligned} \qquad (5.22)$$

$$\begin{aligned}\tfrac{cT(D+1)}{K}=&\Big[1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big]^{-1}\Big[Eb\Big(\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big)(d_L+d_T)^{-1}(1+d_T)+\Big(\tfrac{1}{1-\alpha}\cdot\tfrac{\sigma-1}{\alpha-1}\Big)\big(1-(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\big)\Big)\Big]\\ &\Big[1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big]^{-1}\Big[\Big((d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\Big(\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big)-(1-\alpha)\tfrac{\alpha-1}{\sigma-1}\Big)+1\Big)Eu+2\Big(\tfrac{1}{(1-\alpha)(\alpha-1)}\Big)\rho\Big]\\ &\Big[1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big]^{-1}\Big[\Big(\tfrac{-1-\alpha}{\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big)\tfrac{\alpha-1}{\sigma-1}\Big)+\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big)\gamma(1-u-b)(d_L+d_T)^{-1}\Big]\\ &\Big[1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big]^{-1}\Big[\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\Big(1-\tfrac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha)}\Big)(d_L+d_T)^{-1}(1+d_T)(D+1)\Big]\end{aligned} \qquad (5.23)$$

Sustituimos estas variables de equilibrio estacionario en las tasas de crecimiento del consumo, el capital y la renta.

$$g(c)=\frac{-1}{\sigma}\left[\delta-\alpha A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}+\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}+(T+1)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}+\rho\right] \qquad (1.7)$$

$$g(K)=A\left(\frac{K}{hT}\right)^{\alpha-1}u^{1-\alpha}-cT(D+1)-\delta \qquad (7.1)$$

$$\begin{aligned}g(u)=&\frac{1}{\alpha}Eu+\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)Eb-\frac{cT(D+1)}{K}+\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\gamma(1-u-b)(1+d_T)^{-1}-\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)d(D+1)\\ &-\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)(d_L+d_T)(1+d_T)^{-1}\end{aligned} \qquad (5.9)$$

$$g(Y)=\alpha g(K)+(1-\alpha)[g(u)+g(h)+g(T)]$$

Sustituyendo variables y parámetros en las fórmulas anteriores, podemos obtener resultados comparables con el modelo de Lucas.

5. CONCLUSIONES PROVISIONALES

Debido a que el presente trabajo está todavía en desarrollo, sólo podemos presentar los resultados esperados del modelo: es previsible que, en ausencia de mecanismos correctores provocados por el proceso de envejecimiento, al contar con un menor número de personas contribuyendo al crecimiento económico, y tratarse de un modelo de crecimiento endógeno, donde existe un efecto de escala positivo, el nivel de crecimiento de la renta será menor que el del modelo original de Lucas.

Por el momento, sin embargo, en el estado en el que se encuentra el desarrollo del modelo, no podemos determinar cuál es la fuente de la reducción de población trabajadora, ni cómo evolucionarán estas fuentes. El proceso de envejecimiento se estabilizará con el tiempo, puesto que no es sino la tercera fase de la transición demográfica en los países desarrollados: durante las pasadas décadas nos hemos beneficiado del llamado dividendo demográfico, y ahora, en pleno proceso de reducción de la natalidad, parece que el envejecimiento es imparable, pero llegará a un nuevo punto de equilibrio(Lee, Mason y Miller, 1998) y entonces ¿qué pasará con el nivel de población trabajadora? La respuesta a esta pregunta es la fundamental para conocer el desarrollo futuro del crecimiento económico, y consideramos que no se debe desestimar el papel que en ella tenga el desempleo.

6. APUNTES FINALES:

En el contexto de la economía como ciencia explicativa de la realidad, la expectativa de este modelo es contribuir a dar una interpretación del crecimiento económico de largo plazo más adaptable a la realidad social y demográfica del momento (entendiendo como momento las grandes tendencias históricas de medio y largo plazo- pre-industrial, industrial, fordista, post-fordista...-), y que en él puedan incluirse las nuevas tendencias de organización social, especialmente las relativas a la organización de ciclo vital de los individuos en cuanto a formación, desempleo y jubilación, que son aquellas que afectan a las dimensiones y, sobre todo, a la dinámica de la fuerza de trabajo.

Con respecto a las utilidades del modelo en el ámbito normativo, consideramos claro que, a la hora de afrontar lo que se ha denominado “el problema del envejecimiento demográfico” los policy makers deben tener claro a qué se enfrentan exactamente. Por un lado, debemos ser conscientes que las tendencias demográficas son muy difícilmente manipulables desde la política económica: en primer lugar, porque el aumento de la esperanza de vida y de la longevidad sólo pueden frenarse con políticas que ningún gobierno democrático puede ni debería querer aplicar (reducir la esperanza de vida requeriría hacer a los individuos más vulnerables a la enfermedad ya sea reduciendo la prevención o privándolos de tratamientos adecuados para vencerla); en segundo lugar, porque tratar de rejuvenecer la población a través de políticas pro-natalistas no puede ser eficaz- el envejecimiento ya no se encuentra en el aumento de la supervivencia de los niños y jóvenes, sino en el aumento de la longevidad que se está produciendo en los últimos años de vida-, y además puede generar efectos perversos en el futuro. Si uno de los principales retos del envejecimiento es que las cohortes del baby boom van a hacer que deje de ser progresivo y supondrán un enorme stock de población envejecida según vayan alcanzando la edad de jubilación, un baby boom que generáramos actualmente tendría los mismos efectos de aquí a 65-70 años. Por otra parte, recogiendo la idea de Reher, para el año 2050 la mayor parte de la generación del baby boom habrá muerto, dejando una pirámide de población envejecida pero sustancialmente más equilibrada.

Entonces, si no es factible o deseable actuar sobre la demografía ¿qué podemos hacer para reducir la tasa de dependencia de la economía? La clave está, en nuestra opinión, en actuar sobre el desempleo. Las vidas laborales post-fordistas son mucho más discontinuas y con una entrada al mercado laboral por parte de los jóvenes más difícil y precaria (Mayer, 2001), por lo que hacen más difícil el mantenimiento del sistema de seguridad social basada en impuestos y cotizaciones sociales. Ese es el aspecto en el que parece necesario incidir si se quiere dar una respuesta coherente y de largo recorrido al problema de la futura escasez de fuerza de trabajo que permita mantener el crecimiento económico a niveles suficientes para mantener unos sistemas del bienestar solventes.

Resumiendo, la conclusión fundamental de este artículo es que la estructura económica y social afecta al desarrollo de la fuerza de trabajo de forma tan importante como la demografía, y que esto es una buena noticia de cara a la política económica, pues las políticas de empleo son más fáciles de llevar a cabo que las políticas demográficas. Esto abre vía a investigaciones posteriores de índole tanto teórica como empírica, entre las cuales las más importantes serían estas últimas, con el objeto de comprobar si la teoría y la práctica concuerdan .

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ANDRÉS, J. “La Persistencia del Desempleo agregado: Una Panorámica”. Moneda y Crédito (2 época), 197, 91-127, 1993.
- BLANCHARD OJ (1985) “Debt, deficits and finite horizons”. J Polit Econo 93(2): 223-247
- BLOOM, D. E., CANNING, D., and FINK, G. (2011). “Implications of Population Aging for Economic Growth” . PGDA Working Paper No 64.
- BUITER WH (1988) “Death, birth, productivity grwoth and debt neutrality”. Econ J 98:179-293
- DE LA CROIX, D. y LICANDRO, O. (1999). “Life expectancy and endogenous growth”. Economics Letters, Vol. 65(No. 2):255263.
- ELGIN, C; TUMEN, S.(2012) “Can sustained economic growth and declining population coexist?” Economic Modelling 29, pp1899-1908.
- FANTI L, IANNELLI M, MANFREDI P (2013) “Neoclassical growth with endogenous age distribution. Poverty vs low-fertility traps as steady states of demographic transitions”. J Popul Econ 26:1457-1484.
- FRIEDLAND, R B. y SUMMER, L.(2005) “Demography Is Not Destiny,
- FUTAGAMI K, NAKAJIMA T (2001) “Population aging and economic growth”. J Macroecon 23(19: 31-44).
- GROEZEN VAN B, MEIJDAM L, VERBON HAA (2005) “Serving the old: ageing and economic growth” Oxford Economic Papers, 57(4): 647-663
- GRUESCU, S. (2007) “Population ageing and economic growth” Physica-Verlag, New York.
- JONES, C (1995) “R&D based models of economic growth” J Polit Econ 103: 759-784
- KOHLI M. (2007). “The Institutionalization of the Life Course: Looking Back to Look Ahead”. RESEARCH IN HUMAN DEVELOPMENT, 4(3–4), 253–271
- KORTUM S (1997) “Research, patenting and technological change”. Econometrica 65(6): 1389-1419
- LEE R, MASON A, MILLER T. (1998) “Saving, Wealth and Population”.
- LUCAS RE (1988) “On the mechanics of economic development” J Monet Econ 22:3-42
- MAYER, KU. (2001)“The paradox of global social change and national path dependencies: life course patterns in advanced societies”. . En ALISON E. WOODWARD y M. KOHLI “Inclusions and Exclusions in European Societies”. London: Routledge, Pp. 89-110.

- MC MORROW K, RÖGER W (2003) “Economic and financial market consequences of ageing populations. European Commission Economic Paper 182.
- PRETTNER K, (2011) “Population aging and endogenous economic growth” PGDA WP 72, July 2011.
- PRETTNER K, PRSKAWETZ A. (2010) “Demographic change in models of endogenous economic growth. A survey” WP8, Vienna Institute of Demography.
- PRETTNER, K; PRSKAWETZ, A.(2009) “Decreasing Fertility, economic growth and the intergeneracional wage gap”. . Vienna institute of demography, working papers.
- Revisited” , The Commonwealth Fund.
- ROMER P (1986) “Increasing returns and long-run growth” J Polit Econ 94(5):1002-1037
- ROMER P (1990) “Endogenous technological change” J Polit Econ 98(5): 71-102
- SEGERSTRÖM PS (1999) “Endogenous grwoth without scale effects”. Am Econ Rev 88(5): 1290-1310
- SOLOW, RM. (1956) “A contribution to the theory of economic growth” Q.J. Econo 70:65-94
- STIJEPIC D, WAGNER H (2009) “Population ageing, structural change and productivity growth” MPRA.