

El tamaño de las empresas y la transmisión de la política monetaria en Colombia: una aplicación con la encuesta mensual de expectativas económicas*

Recibido: Diciembre, 2012 – Aceptado: Febrero, 2013

Héctor Zárate[†]

Banco de la República, Bogotá.

Norberto Rodríguez[‡]

Banco de la República, Bogotá.

Margarita Marín[§]

Banco de la República, Bogotá.

Resumen

En este artículo se incorpora información obtenida de las encuestas de expectativas económicas realizadas a los empresarios para comprobar si el efecto de la política monetaria difiere de acuerdo con el tamaño de las empresas. El análisis se basa en las funciones impulso - respuesta, calculadas con la metodología de Vectores Autorregresivos con cambio de régimen MS-BVAR. Los resultados sugieren que ante un choque en la tasa de interés de política, el clima de los negocios tanto de empresas grandes como pequeñas responde en forma positiva en régimen de expansión, mientras en períodos de contracción se observan respuestas negativas y más pronunciadas. Así, las empresas grandes son más sensibles a los choques de tasas de interés, probablemente como consecuencia del bajo grado de profundización financiera.

Clasificación JEL: C32, E31, E32, E41, E52.

Palabras clave: Política monetaria, modelos Markov - Switching, modelos VAR, muestreo de gibbs, clima de negocios.

*Las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva

[†]Unidad de Econometría, Banco de la República, Bogotá, Profesor catedrático Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Correo electrónico: hzaratso@banrep.gov.co

[‡]Departamento de modelos macroeconómicos, Banco de la República, Bogotá, Profesor catedrático Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Correo electrónico: nrodrini@banrep.gov.co

[§]Estudiante Maestría estadística, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Correo electrónico: mmarinj@unal.edu.co

Firm size and monetary policy transmission in Colombia.

Abstract

We use information from surveys of economic expectations to see if the effect of monetary policy differs between large and small companies. The methodology used is vector autoregressions with regime change, MS-BVAR. According to the impulse response functions, to a shock in interest rates, the business climate both large and small companies regime responds positively during expansions, while during contraction responses are negative and more pronounced. The results suggest that larger firms are more sensitive to interest rate shocks. This is probably due to the low level of financial deepening.

JEL Classification: C32, E31, E32, E41, E52.

Keywords: Monetary policy, Markov - switching, VAR, gibbs sampling, business climate.

1 Introducción

En este documento investigamos el efecto de la política monetaria sobre el desempeño económico de empresas grandes y pequeñas en el corto plazo. Desde el punto de vista de las teorías del mercado imperfecto de crédito se destacan dos mecanismos con implicaciones diferentes: el mecanismo de la hoja de balance y el de préstamos bancarios. En el primero, la postura de una política monetaria contraccionista tiene efectos directos e indirectos sobre el estado financiero de las empresas; por un lado, aumenta las tasas de interés de mercado incrementando los intereses de los créditos comerciales, que en una gran proporción son pactados con tasas variables; esto a su vez disminuye el valor de los activos de las empresas reduciendo el valor del colateral. Por otra parte, se reduce la demanda de los productos y sus ingresos. Estos dos factores se complementan y tienen restricciones en el acceso al sistema financiero, principalmente sobre las empresas pequeñas.

De otro lado, en el mecanismo de los préstamos bancarios los cambios en la política monetaria afectan el volumen de créditos disponibles, ocasionando mayores restricciones a las empresas en el acceso al sistema financiero (Ehrmann, 2005).

La evidencia internacional sugiere que una política monetaria contraccionista afecta en mayor medida la actividad económica de las empresas pequeñas y medianas.¹ Así, al existir contracción en el crédito es más probable que los bancos otorguen préstamos a las compañías grandes (Ehrmann, 2005).

En el caso colombiano, Betancourt et al. (2008), suponiendo homogeneidad de las firmas y utilizando un modelo de Vectores Autorregresivos con cambio de Régimen (Markov-Switching Vector Autorregresivo, MS-VAR), encontraron evidencia de una mayor transferencia de la política monetaria de largo plazo en estados de alta volatilidad, mientras que en el corto plazo se encontró una transferencia incompleta que es independiente del estado de la economía. En últimas, en el corto plazo encuentran mayor transmisión a (respuesta de) la tasa de interés durante periodos de baja volatilidad.

Es importante considerar los posibles efectos asimétricos de la respuesta ante posturas de política monetaria. Teniendo en cuenta lo anterior, este trabajo busca comprobar empíricamente si la vulnerabilidad del estado financiero de las firmas pequeñas y grandes difiere ante los choques de la política monetaria. Nuestra metodología utiliza el indicador del clima de negocios, tanto de firmas grandes como pequeñas, elaborado mensualmente con la Encuesta Mensual de Expectativas Económicas (EMEE), como referencia para verificar directamente esta conjetura.

¹Véase Fazzari et al. (1988); Chirinko (1993); Christiano et al. (1996); Gertler y Gilchrist (1994); Pérez-Quirós y Timmermann (2000); Audrestsch y Elston (2002).

Se estiman dos modelos econométricos utilizando las variables tradicionales en este tipo de ejercicios y adicionando el indicador de clima de los negocios. Cabe destacar que la frecuencia de los datos es mensual. El primer modelo se utiliza como referencia y corresponde a un modelo VAR lineal con cuatro variables: la tasa de interés de los certificados de depósito a término de 90 días (DTF), el logaritmo del Índice de Precios al Consumidor (IPC), el logaritmo de la Base Monetaria (BM) y el logaritmo del indicador de clima de negocios por tamaño de firma. Este modelo busca medir los efectos del cambio de la política monetaria sobre cada una de las variables y el impacto sobre el clima de los negocios de las firmas grandes y pequeñas.

El segundo modelo es un VAR no lineal, utilizando las mismas variables, con cambio de régimen y estimado en un contexto bayesiano (MS-BVAR, por la expresión en inglés: Markov-Switching Bayesian VAR) (Krolzig, 1997). Esta especificación tiene mayor flexibilidad, permitiendo introducir diferentes estados de la economía y facilitando el modelamiento explícito de los eventos de expansión y contracción monetaria.

Este trabajo se divide en cuatro secciones incluyendo esta introducción. En la segunda sección se presenta la estrategia metodológica y se describen los datos. En la tercera sección se analizan los resultados de los dos modelos para todas las empresas, y clasificadas según el tamaño. Finalmente se presentan las conclusiones y direcciones futuras de este trabajo.

2 Metodología

El modelo de referencia utilizado consiste en un VAR de 4 variables ² de la siguiente forma

$$Y_t = [m_t, c_{it}, \pi_t, i_t]' \quad (1)$$

donde Y_t incluye la variación anual de los logaritmos de la Base Monetaria (m_t), el clima de negocios según tamaño de firma (c_{it}) ³, la tasa de interés DTF (i_t) y la variación anual del logaritmo del IPC (π_t). La frecuencia de los datos es mensual y corresponde al periodo de diciembre de 2005 a marzo de 2011 para todas las empresas en su conjunto, y de octubre de 2006 a febrero de 2011 para los datos por tamaño de firma.

2.1 Modelo MS-BVAR

El modelo sigue las especificaciones de un VAR Markov-Switching (MS-BVAR) de dos regímenes, tal que:

$$Y_t = v(S_t) + A_1(S_t)Y_{t-1} + \dots + A_p(S_t)Y_{t-p} + B(S_t)u_t \quad (2)$$

²A todas las variables se les realizaron las transformaciones descritas en la sección 3 de este trabajo.

³Se refiere a la variable clima de los negocios en el total de las empresas, para empresas grandes y empresas pequeñas, respectivamente.

donde los interceptos, $v(S_t)$, las matrices de coeficientes autoregresivos, $A_1(S_t), \dots, A_p(S_t)$, y las matrices de varianzas y covarianzas dependen del régimen, $B(S_t)B(S_t)'$, y $u_t \sim N(0, I_4)$ es el error aleatorio. Por su parte, S_t indica el estado de la economía y describe la dependencia de los parámetros del modelo VAR en el régimen, y se supone son generados por una cadena de Markov (escondida) discreta con probabilidades de transición de régimen i al j dadas por, $P_{ij} = P[S_t = j | S_{t-1} = i]$, $i, j = 1, 2$, las que se suponen constantes en el tiempo. Se supone que cada $B(S_t)$ es una matriz triangular inferior. Esto configura un modelo conocido en la literatura como *MSIAH(2) – VAR(p)*, por la expresión en inglés '*Markov-Switching Intercept, Autoregressive Parameters and Heteroskedasticity - VAR*'.

El conjunto de parámetros es:

$$\Theta = [\text{vec}(\nu(1))', \text{vec}(\nu(2))', \text{vec}(A_1(1))', \dots, \text{vec}(A_p(2))', \text{vech}(B(1))', \text{vech}(B(2))']' \quad (3)$$

Con el objetivo de identificar los parámetros del modelo, se supone la varianza en el régimen 1 ($S_t = 1$) menor a la del régimen 2 ($S_t = 2$), véase Krolzig (1997) y Brandt (2012).

Para la etapa de estimación se utilizan métodos bayesianos. Esta estrategia fue elegida por dos razones: primero, porque permite modelar situaciones con diferentes estados de la economía, en este caso los implicados por los regímenes de la política monetaria; segundo, porque el método Bayesiano resulta pertinente, debido a que se puede aplicar para estimar modelos con gran cantidad de parámetros aún en presencia de muestras pequeñas.

Específicamente, se calcula la moda de la distribución posterior de cada parámetro de la forma reducida del modelo Markov-Switching-VAR. Por su parte, el modelo MS-BVAR se estima con el algoritmo *expected maximum* (EM) por bloques en dos etapas (Brandt, 2012): 1) obtener los coeficientes de regresión BVAR para cada régimen utilizando una distribución prior; y 2) calcular la matriz de transición. Los valores iniciales son elegidos aleatoriamente. Los pasos de esta optimización siguen las sugerencias de Sims et al. (2008).

En la segunda etapa, con la moda obtenida se utiliza el muestreador de Gibbs de movimiento múltiple de régimen en la simulación de la distribución posterior del modelo VAR en forma reducida (véase el apéndice). Las distribuciones prior para las probabilidades de transición se establecen mediante procesos de Dirichlet independientes.

Los impulsos respuesta son dependientes del régimen, la respuesta inmediata se calcula con la siguiente fórmula (Ehrmann et al., 2003):

$$\hat{\theta}_{kr,0} = \hat{B}_r u_0 \quad (4)$$

para $r = 1, 2, \dots, m$, y la respuesta para h periodos adelante del choque es:

$$\hat{\theta}_{kr,h} = \sum_{j=1}^{\min(h,p)} \hat{A}_{jr}^{h-j+1} \hat{B}_r u_0 \quad (5)$$

donde \hat{A}_{jr} es la matriz de coeficientes estimados; u_0 es el vector inicial de perturbaciones tal que todas sus entradas son ceros exceptuando el k -ésimo elemento, que es uno y sirve para medir la respuesta de la r -ésima serie al impacto en la k -ésima variable endógena. \hat{B}_r es la matriz de descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas.⁴ En donde h es el horizonte temporal del impulso respuesta y p representa el número de rezagos en el modelo VAR. Este algoritmo está relacionado con los impulsos respuesta generalizados propuestos por Koop et al. (1996). Cabe destacar que las probabilidades de transición para cada régimen deben caracterizar estados persistentes con el propósito de interpretar correctamente los impulsos respuesta.

Característico de esta metodología, comparada con otros trabajos como Stock y Watson (2008), ningún estado se supone absorbente en ningún momento del tiempo, así se permite que la economía pase de periodos de auge a los de recesión.

3 Descripción de los datos

La Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República realiza mensualmente la encuesta mensual de expectativas económicas, EMEE, con el objetivo de medir las percepciones y expectativas que tienen los empresarios sobre algunas variables de la actividad económica de sus firmas. La Encuesta se realiza mensualmente desde octubre de 2005, con base en una muestra de 550 empresarios de los sectores más representativos de la economía. El principal objetivo es el de obtener sistemáticamente las percepciones que tienen los empresarios acerca de la situación actual de sus negocios y de las expectativas futuras de varios aspectos relacionados con su actividad económica. Así, con la información de esta encuesta se busca extraer indicadores líderes acerca de los cambios actuales de variables a través del ciclo económico: precios, desempeño económico, cuellos de botella para atender la demanda y salarios. Cabe destacar que las fluctuaciones estacionales, la tendencia de largo plazo y los efectos especiales no se tienen en cuenta.

Esta encuesta se ha diseñado como un suplemento de las estadísticas oficiales, por lo que suministra información de fenómenos económicos que no están incluidos en estas estadísticas o que presentan un rezago considerable. Los sectores económicos más representativos en el PIB y que se tienen en

⁴En este trabajo, como restricción, para la identificación de la matriz \hat{B}_r , se impondrá la descomposición de Cholesky con el ordenamiento enunciado.

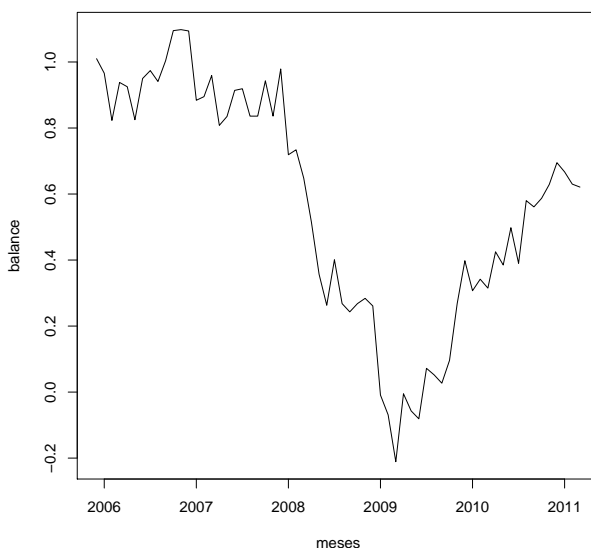


Figura 1. Indicador del clima de negocios para la muestra total
Fuente: Elaborado por los autores.

cuenta en la EMEE son: agricultura, comercio, construcción, industria y transporte y comunicaciones.⁵ Las preguntas 1 y 2 que se relacionan respectivamente con el diagnóstico de las ventas del mes corriente y con las expectativas de crecimiento de estas para el siguiente año⁶, permite construir el indicador de clima de negocios según el tamaño de las empresas.

En la figura 1 se presenta el indicador del clima de los negocios teniendo en cuenta todas las empresas de la muestra durante el periodo comprendido entre diciembre de 2005 y marzo de 2011. Este indicador corresponde a una media transformada de los balances de los diagnósticos de la empresa y sus expectativas, para detalles véase Zárate et al. (2011). Se observa un optimismo de los empresarios entre 2006 y mediados de 2007, un deterioro posterior alcanzando un mínimo a comienzos de 2009 y posteriormente una recuperación del indicador.

La cuantificación del clima de los negocios se obtiene mediante la transformación $y^* = \ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$, donde y es el balance de proporción de respuestas positivas menos respuestas negativas.⁷ Es de resaltar que durante todo el

⁵Para más información sobre esta encuesta véase Zárate et al. (2011) y Banco de la República (2011).

⁶Se encuentra en www.banrep.gov.co/economia/encuesta_expeco/Cuestionario.CNC.pdf

⁷La especificación de este procedimiento se puede ver en Ehrmann (2005).

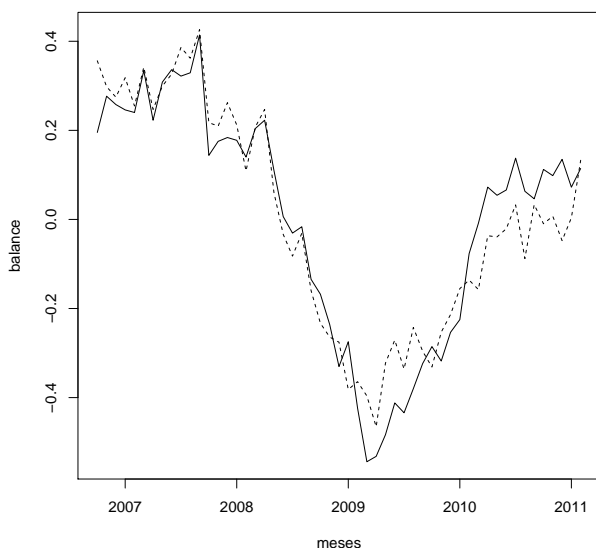


Figura 2. Indicador del clima de negocios según tamaño de la empresa
Nota: Línea continua, empresas grandes. Línea punteada, empresas pequeñas.
Fuente: Elaborado por los autores.

período muestral, la política monetaria colombiana ha estado operando con el régimen de inflación objetivo.

Para realizar la clasificación entre empresas grandes o pequeñas se utilizó la información del total de activos de la empresa y número de empleados según información de la Cámara de Comercio para varios años. En la figura 2 se observa este indicador para las empresas grandes y pequeñas durante el periodo de octubre de 2006 a febrero de 2011. Estas gráficas sugieren la ocurrencia de al menos un ciclo de negocios completo durante los 5 años analizados.

A las variables base monetaria, índice de producción y clima de los negocios se les remueve la tendencia⁸ adicionalmente el agregado monetario se desestacionaliza.⁹

En la tabla 1 se presentan algunas estadísticas descriptivas de las variables originales y transformadas. Adicionalmente, se realiza un análisis de correlación cruzada para detectar la dependencia temporal.

De acuerdo con este análisis de correlación, se destaca que el clima de los negocios parece ser un indicador adelantado para las variables IPC, IPI y DTF.

⁸Se utiliza el Filtro de Hodrick-Prescott, con un $\lambda = 1,600$, con lo que se obtienen series más suaves que con el uso de $\lambda = 14,400$.

⁹Para esto se recurre al filtro *X12*.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas

	Mínimo	Mediana	Media	Máximo	Desviación
Base Monetaria	2.94%	13.94%	4.43%	26.65%	4.82%
	-7.30%	0.58%	0.00%	6.98%	3.02%
Inflación anual	1.82%	4.47%	4.49%	7.64%	1.70%
	-1.22%	-0.13%	0.00%	1.63%	0.75%
DTF E.A.	3.44%	6.42%	6.61%	10.13%	2.28%
	-1.25%	-0.12%	0.00%	1.75%	0.67%
Clima todas empresas	-21.10%	62.50%	56.81%	109.80%	35.88%
	-35.45%	1.54%	0.00%	31.07%	11.57%
Clima empresas grandes	-0.54%	7.24%	-0.13%	41.42%	26.23%
	-27.43%	1.26%	0.00%	21.13%	10.98%
Clima empresas pequeñas	-46.55%	-2.09%	-0.04%	42.61%	25.04%
	-21.54%	0.13%	0.00%	21.09%	9.00%

Nota: 1. Los valores de las filas inferiores para todas las variables corresponden a la serie. Transformada: la base monetaria se desestacionalizó y se le descontó la tendencia, el resto de las series están sin tendencia.

Fuente: Elaborado por los autores.

No obstante no hay evidencia de una relación significativa con la base monetaria. Por su parte, el gráfico sugiere evidencia mixta entre este indicador y el *momentum* del PIB.¹⁰

¹⁰El *momentum* se define como la diferencia entre el crecimiento anual actual y el crecimiento anual un año atrás reportados en la EMEE Banco de la República (2011).

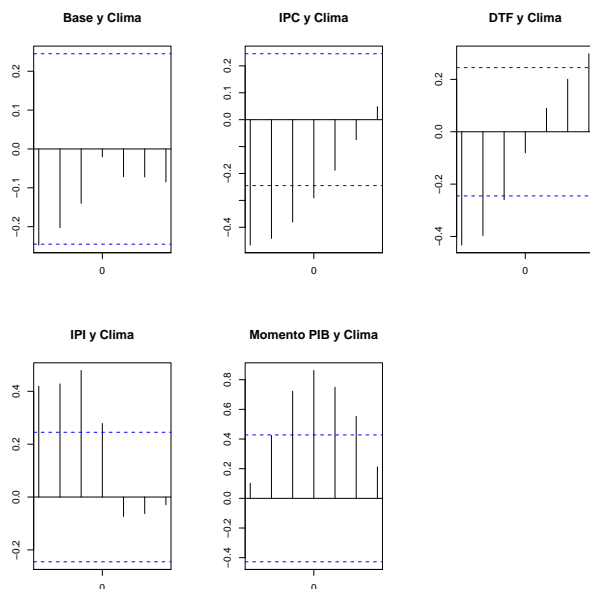


Figura 3. Correlación cruzada entre clima y diferentes variables
Fuente: Elaborado por los autores.

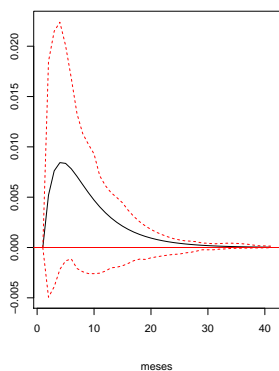
4 Resultados

Primero, con el objeto de que sirvan de referencia, se presentan los gráficos de impulso-respuesta del VAR lineal, para las variables ante un choque en la tasa de interés y las respuestas hasta un horizonte de 40 meses (figura 4).¹¹

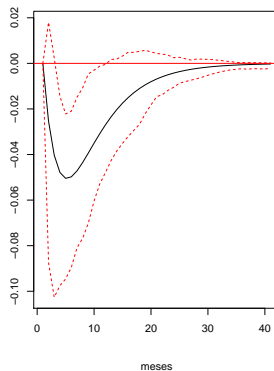
De acuerdo con esta especificación, un choque positivo a la tasa de interés de cien puntos básicos genera una respuesta negativa en el clima de los negocios y positiva en la inflación. La respuesta de la inflación es positiva, contrario a lo esperado, hecho documentado en la literatura como *la encrucijada de los precios*, véase Giordani (2004) y Castelnuovo y Surico (2010) para una discusión reciente del tema. Por su parte, la respuesta es no significativa para la base monetaria.

Las respuestas según el tamaño de la firma se presentan en la figura 5 y sugieren mayor sensibilidad de las firmas grandes a los choques de la tasa de interés.

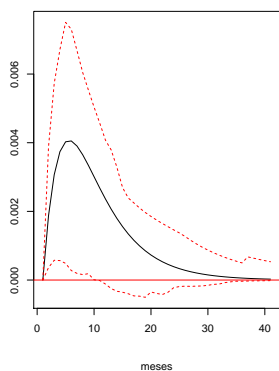
¹¹Por los criterios AIC y HQ, para la selección óptima de rezagos, se determinó que este VAR necesitaba de dos rezagos. Además, se utilizó la descomposición de Cholesky para su cálculo. Sin embargo, se pueden utilizar otros métodos como los de Blanchard y Quah (1989), King et al. (1991), Sims y Zha (1998), etc. Los intervalos se calcularon con 500 repeticiones *bootstrapping*.



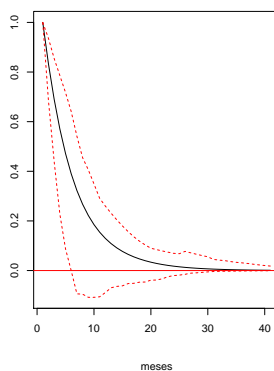
a. Base monetaria



b. Clima de los negocios



c. IPC



d. DTF

Figura 4. Respuestas a choques en DTF - VAR Lineal

Fuente: Elaborado por los autores.

5 Resultados MS-BVAR

A continuación se presentan los resultados de la transmisión de la política monetaria para los dos regímenes.¹² La metodología utiliza el filtro de Baum-Hamilton-Lindgren-Kim (BHLK) para calcular las probabilidades¹³ de pertenecer a cada uno de los regímenes para este modelo, figura 5.

En este caso, es probable que el régimen 1 esté asociado con periodos de

¹²Cabe mencionar que se realizó el test de Rao de quiebre estructural y se encontró una estadística chi-cuadrado de 52.98, con un p-valor de 0.03, además el factor de bayes es mayor a 10

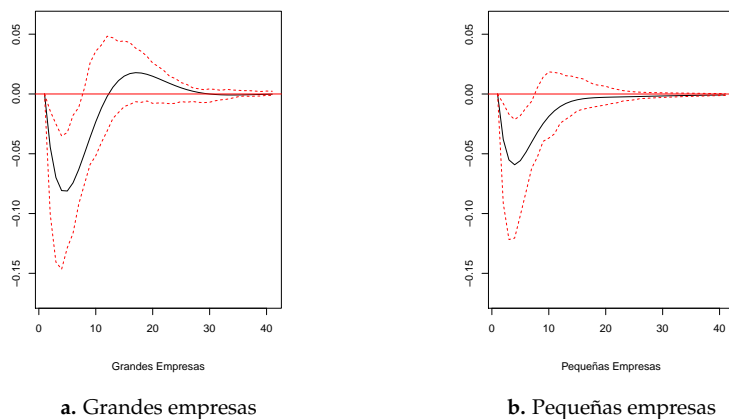


Figura 5. Respuesta de clima ante choque de DTF según tamaño de las empresas

Fuente: Elaborado por los autores.

expansión del ciclo económico de las empresas y el régimen 2 con periodos de contracción. Lo anterior debido a que las probabilidades del régimen 2 son cercanas a 1 en el primer semestre de 2008 y mediados de 2009, periodos asociados a crisis financieras internacionales. Sin embargo, cabe destacar que el pico en 2007 resulta difícil de justificar.

En la ecuación 6 se presenta la matriz de probabilidades de transición entre los regímenes. Estos niveles de probabilidad son frecuentes en este tipo de literatura y están asociados a persistencia, lo que ayuda a justificar la interpretación de las funciones de impulso-respuesta que son dependientes del régimen, al menos en el corto plazo, pues implican que la probabilidad de cambio de estado (régimen) tomará varios periodos.

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9152 & 0.0847 \\ 0.2173 & 0.7826 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Los impulsos respuesta medios¹⁴ para este modelo se presentan en las figuras 6 a 9, junto con sus intervalos de más alta probabilidad al 68% y un horizonte de 40 meses.

en favor del modelo no lineal.

¹³Son probabilidades filtradas. Véase Krolzig (1997).

¹⁴Las funciones impulso respuesta se calcularon con la metodología del muestreo de Gibbs, el cual requiere que los valores propios calculados en cada iteración sean menores que 1. Así, el 14.05% de las simulaciones se retuvieron para el ejercicio con todas las empresas, 27,54% para las grandes empresas y 11.17% para las pequeñas empresas. Posteriormente, se calculó la media y el intervalo de confianza de los modelos VAR estables.

probabilidad Filtrada de encontrarse en los diferentes regímenes

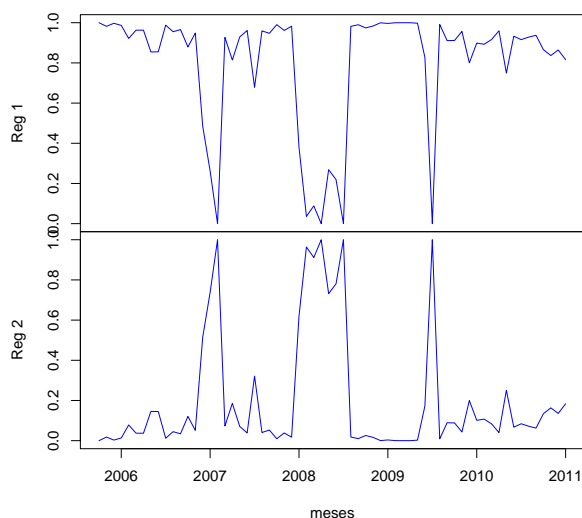


Figura 6. Probabilidades filtradas de encontrarse en cada uno de los regímenes

Fuente: Elaborado por los autores.

Ante choques en la tasa de interés, la base monetaria responde negativamente en el régimen 1 y positivamente en el régimen 2. En los dos casos, el efecto es de corto plazo y se desvanece rápidamente.

Para el clima de los negocios, la respuesta en el régimen 1 es no significativa, mientras en el régimen 2 la respuesta es negativa y transitoria.

La respuesta de la inflación en ambos regímenes es positiva. No obstante, en el régimen 1 la respuesta es mayor en comparación con el régimen 2, en concordancia con la encrucijada de los precios descrita anteriormente.

Por tamaño de firma, las empresas grandes y pequeñas responden positivamente en el régimen 1. Por su parte, en el régimen 2 el clima de los negocios registra un comportamiento cíclico para ambos tipos de empresas. Cabe destacar que las empresas grandes son más sensibles a los choques en la tasa de interés.

Una posible explicación puede surgir por la baja profundización financiera en Colombia,¹⁵ que probablemente conlleva a mayores restricciones de crédito para las empresas pequeñas, lo cual tiene implicaciones sobre su actividad

¹⁵Para 2010, crédito doméstico al sector privado sobre PIB (%), una medida sustituta de la profundización financiera, para Colombia fue de 43.54, mientras que Estados Unidos registró 202.2 y Alemania 107.7.

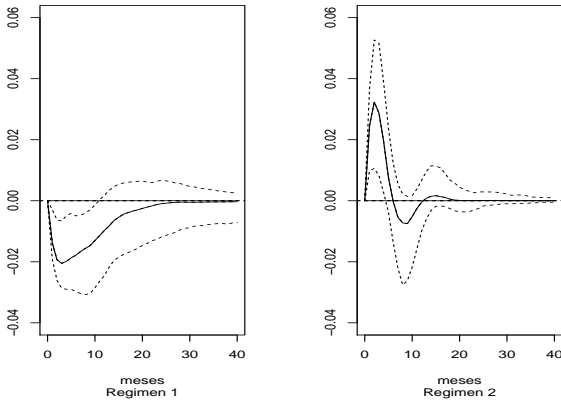


Figura 7. Respuesta de base ante choque de DTF para cada régimen
 Fuente: Elaborado por los autores.

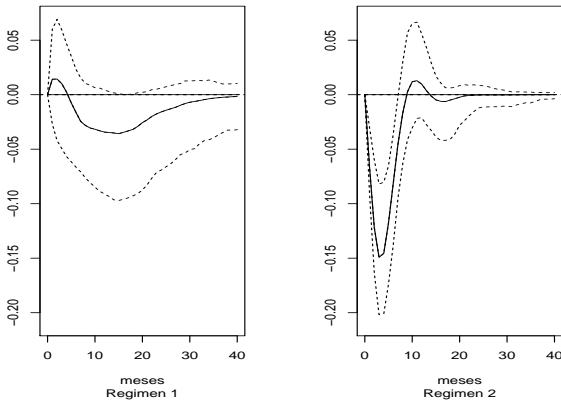


Figura 8. Respuesta de clima ante choque de DTF para cada régimen
 Fuente: Elaborado por los autores.

económica. Esto también podría explicar las diferencias con los resultados internacionales.

6 Comentarios finales y recomendaciones

En este trabajo se analizaron los efectos de la política monetaria sobre las empresas grandes y pequeñas. Utilizamos el indicador del clima de los negocios obtenido a partir de la Encuesta Mensual de Expectativas Económicas (EMEE), realizada por la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República para el periodo de diciembre de 2005 a marzo de 2011. Esta

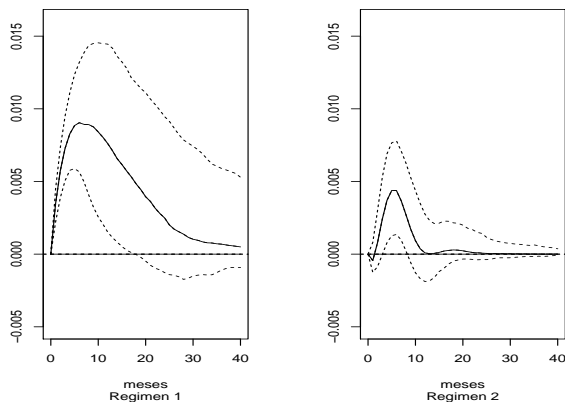


Figura 9. Respuesta de IPC ante choque de DTF para cada régimen
Fuente: Elaborado por los autores.

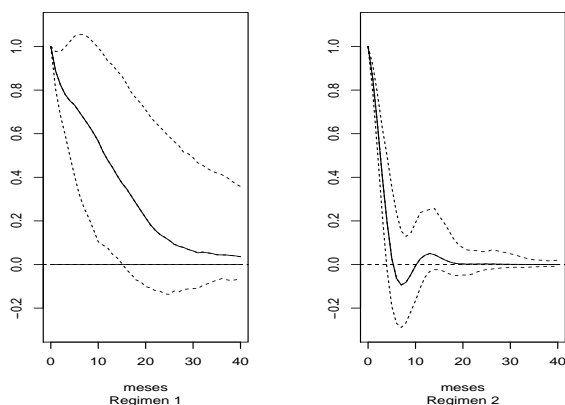


Figura 10. Respuesta de DTF ante choque de DTF para cada régimen
Fuente: Elaborado por los autores.

variable combina las percepciones y expectativas de los empresarios sobre el desempeño de la actividad económica.

Para analizar estos efectos se estimaron dos modelos econométricos. El primero consistió en un VAR lineal que además del Clima de Negocios, incluyó la base monetaria, el índice de precios al consumidor y la tasa de interés de los certificados de depósito a término fijo. Los impulsos-respuesta de este modelo sugieren que ante choques en la tasa de interés, el clima de los negocios de las empresas tanto grandes como pequeñas registra respuestas negativas.

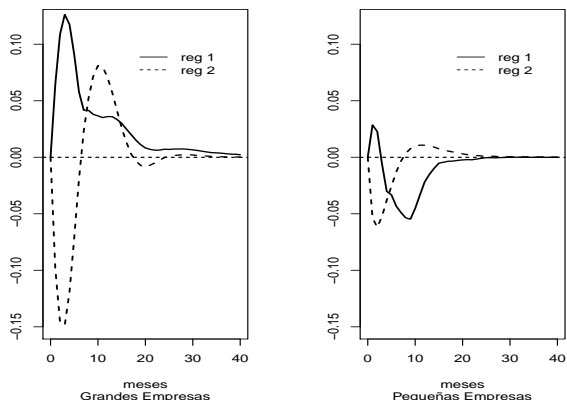


Figura 11. Respuesta de clima por tamaño de firma ante choque de DTF para cada régimen

Fuente: Elaborado por los autores.

El segundo modelo utilizado corresponde a un MS-BVAR, en el cual se incluyeron las cuatro variables descritas anteriormente. Los resultados de esta estimación presentan evidencia de que ante un choque en la tasa de interés se producirá una respuesta positiva en el clima de negocios en el periodo de expansión del ciclo. Por su parte, en periodos de contracción, el clima de negocios responde negativamente. Cabe destacar la mayor sensibilidad de la respuesta en el periodo de contracción.

De acuerdo con el tamaño de las firmas en el periodo de contracción del ciclo, se observa que las respuestas del clima de negocios de las firmas grandes fue más sensible a la política monetaria. Estos resultados difieren con los de otros estudios internacionales, que señalan a las empresas pequeñas o medianas como las que presentan respuestas más pronunciadas. Lo anterior, podría ser explicado por varios factores, entre ellos, la profundización financiera de los países emergentes, como Colombia, es menor que en aquellos países desarrollados a los que se ha referido la literatura empírica. Esto conlleva probablemente a una baja disponibilidad de fondos externos, entre otras explicaciones. En conclusión, los canales de transmisión del crédito bancario y la hoja de balance tienen importancia secundaria durante el periodo estudiado.

A partir de estos resultados se puede caracterizar una mayor respuesta del clima de los negocios de las empresas, especialmente grandes, ante cambios en la política monetaria en Colombia en épocas de contracción del ciclo económico, lo que indicaría que la política monetaria podría ser un mecanismo efectivo para la aplicación de medidas contracíclicas.

Estudios futuros requieren la aplicación de metodologías econométricas

que capturen el comportamiento de las firmas en los diferentes episodios del ciclo económico (subidas o bajadas), por ejemplo, los modelos VAR no lineales de transición suave (STRVAR), los cuales, además de respuestas diferenciales según el estado de la economía, consideran efectos asimétricos que dependen de la magnitud y signo del choque.

Apéndice

A.1 Análisis Bayesiano del modelo MS-BVAR mediante el Muestreo de Gibbs.

En este apéndice se resumen las características más relevantes del método de estimación empleado en este trabajo, mayores detalles pueden ser encontrados en Krolzig (1997, sec. 8.4). Se puede citar además a Kaufmann (2002) y Fruhwirth-Schnatter (2001). Adicionalmente, cabe reportar que Krolzig y Toro (2000) incorporan relaciones de largo plazo o de cointegración en la especificación MS-VAR.

Tabla 2. Muestreo de Gibbs del MS - BVAR

I. Inicialización

$$\begin{aligned}\gamma_0^{(0)} &= (X_0'X_0)^{-1}X_0y_0 \\ \Sigma_m^{(0)} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - X_{0t}\gamma_0^{(0)})(y_t - X_{0t}\gamma_0^{(0)})' \\ \gamma_m^{(0)} &= (\gamma_{m,1}^{(0)}, 0)' \\ P^{(0)} &= P^0\end{aligned}$$

II. Ciclo de Gibbs a través de las densidades condicionales

1. Paso Filtrado y Suavizado

2. Paso Cadena Markoviana Escondida

$$\begin{aligned}P_{ij}^* &\leftrightarrow \text{Beta}(n_{ij}, m_{ij}) \\ P_{ij} &= (1 - \sum_{m=1}^{j-1} P_{im} - \sum_{m=j+1}^M P_{im})^{-1} P_{ij}^* \\ P_{iM} &= 1 - \sum_{m=1}^{M-1} P_{im}\end{aligned}$$

3. Paso Inversa-Wishart

$$\Sigma_m^{-1} \leftrightarrow W(T_m - K - 1, \hat{\Sigma}_m)$$

4. Paso regresión

$$\begin{aligned}\gamma_0 &\leftrightarrow N(\hat{\tau}_0, \text{Var}(\hat{\gamma}_0)) \\ \gamma_1 &\leftrightarrow N(\hat{\tau}_1, \text{Var}(\hat{\gamma}_1)) \\ \gamma_m &\leftrightarrow N(\hat{\tau}_m, \text{Var}(\hat{\gamma}_m))I(\gamma_{m,1} < \gamma_{m-1,1}), m = 2, \dots, M\end{aligned}$$

III. Iterar el paso II $N_1 + N_2$ veces

Por razones de conveniencia, se considera un modelo de regresión lineal MS(M) general (con parámetros γ)

$$\begin{aligned}y_t &= X_{0t}\gamma_0 + \xi_{1t}X_{1t}\gamma_1 + \dots + \xi_{Mt}X_{Mt}\gamma_M + u_t \\ u_t &\sim NID(0, \Sigma_t), \quad \Sigma_t = \xi_{1t}\Sigma_1 + \dots + \xi_{Mt}\Sigma_M\end{aligned}$$

donde el término u_t es homoscedástico si $\Sigma_m = \Sigma$ para todo $m = 1, \dots, M$; y donde el vector γ_0 de parámetros invariantes por régimen es común a todos los estados; el vector de parámetros γ_m , $m = 1, \dots, M$ llamado $\gamma_r = (\gamma'_{r,1}, \dots, \gamma'_{r,M})'$ está restringido en forma de desigualdades para reproducir los estados y por ende lograr un modelo identificado.

La evolución de los regímenes es dado por una cadena Markoviana ergódica

M -dimensional determinada por las probabilidades de transición $p_{i,j}$ y ν_{t+1} .

$$(\xi_{t+1} - \hat{\xi}) = P'(\xi_t - \hat{\xi}) + \nu_{t+1}E[\nu_{t+1} | \xi_t, \xi_{t-1}, \dots]$$

Los parámetros $p = \text{vec}(P)$ de la cadena markoviana, los vectores de parámetros de escala $\sigma_m = \text{vech}(\Sigma_m)$, $\sigma' = (\sigma'_1, \dots, \sigma'_M)$ y los parámetros de localización γ son recogidos en el vector de parámetros.¹⁶

$$\lambda' = (\gamma'_c, \gamma'_r, \gamma'_1, \dots, \gamma'_M, \sigma', \rho')$$

Para propósitos de la estimación es muy útil una partición de λ en sus componentes. En particular, condicionando a la probabilidad de transición se superan problemas debidos a la no linealidad de las ecuaciones normales (como en una estimación MV), derivando la probabilidad de las distribuciones condicionales a cada vector componente separadamente. En el contexto de series de tiempo, las variables son consideradas como endógenas rezagadas o constantes.

Las densidades condicionadas requeridas para el muestreo de Gibbs pueden ser derivadas de la función de probabilidad. Para un ξ dado, la función de verosimilitud es determinada por la función de densidad $p(Y_T | \xi, \lambda)$:

$$p(Y_T | \xi, \lambda) = (2\pi)^{\frac{KT}{2}} \prod_{t=1}^T \left\{ |\Sigma_t|^{-1/2} \exp \left(-\frac{1}{2} u_t(\gamma)' \Sigma_t^{-1} u_t(\gamma) \right) \right\}$$

donde $u_t(\gamma) = (y_t - [(1, \xi'_t) \times I_K] X_t \gamma)$.

Para propósitos de la estimación, se utiliza una escritura ligeramente diferente de la función de verosimilitud:

$$p(Y_T | \xi, \lambda) = (2\pi)^{-\frac{KT}{2}} \left(\prod_{m=1}^M |\Sigma_m|^{-\frac{T_m}{2}} \right) \exp \left\{ -\frac{1}{2} u' W^{-1} u \right\}$$

Tal que W^{-1} es una matriz de dimensión $(TKM \times TKM)$, donde $T_m = \sum_{t=1}^T \xi_{mt}$ y las otras matrices tienen la forma:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1_M \otimes y_1 - X_1 \gamma \\ \vdots \\ 1_M \otimes y_T - X_T \gamma \end{bmatrix} = 1_M \otimes y - X \gamma$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_T \end{bmatrix}$$

¹⁶Bajo heteroscedasticidad del ruido blanco gaussiano u_t , un vector de parámetros $\lambda' = (\gamma'_c, \gamma'_r, \gamma'_1, \dots, \gamma'_M, \sigma', \rho')$ es usado, donde $\sigma_m = \text{vech}(\Sigma)$.

$$X_t = \begin{bmatrix} X_{0t} & X_{1t} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{0t} & 0 & & X_{Mt} \end{bmatrix}$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_M \end{bmatrix}$$

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} W_1^{-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W_T^{-1} \end{bmatrix}$$

$$W_t^{-1} = \begin{bmatrix} \xi_{1t}\Sigma_1^{-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \xi_{Mt}\Sigma_M^{-1} \end{bmatrix}$$

Como en el análisis Bayesiano tradicional, la inferencia sobre un vector de parámetros λ esta basado en la función de densidad posterior $p(\lambda|Y_T) \propto \pi(\lambda)p(Y_T|\lambda)$, donde $\pi(\lambda)$ es la densidad prior de λ . Un punto crucial es que los estados no observables son tratados como parámetros adicionales desconocidos. Dado que los regímenes no observados ξ están limitados, la densidad posterior $p(\lambda|Y_T)$ de λ debe ser considerada como derivado de la integración de la densidad de probabilidad conjunta $p(\lambda|\xi|Y_T) = \int p(\lambda, \xi|Y_T)d\xi$.

Sin embargo, la diferencia decisiva consiste en la forma en que se derivan estas densidades. Las densidades posteriores condicionadas están dadas por:

$$p(\lambda_i | \xi, Y_T, \lambda_{-i}) = \frac{p(\xi, \lambda | Y_T)}{p(\xi, \lambda_{-i} | Y_T)} = \frac{p(\xi, \lambda | Y_T)}{\int p(\xi, \lambda | Y_T)d\lambda_i}$$

Si se denotada por $p(\lambda_i | \xi, \lambda_{-i})$ la densidad prior de λ_i , entonces la densidad posterior condicional de λ_i esta dada por:

$$p(\lambda_i | \xi, Y_T, \lambda_{-i}) = \frac{p(\lambda_i | \xi, \lambda_{-i})p(Y_T|\xi, \lambda_{-i}, \lambda_i)}{\int p(Y_T|\xi, \lambda_{-i}, \lambda_i)d\lambda_i}$$

donde $p(Y_T|\xi, \lambda_{-i}, \lambda_i)$ es la función de verosimilitud condicional en el muestreo de regímenes ξ y los parámetros restantes λ_{-i} .

Priors intuitivos de los parámetros de modelos de series de tiempo múltiples son mucho más complicados de especificar que los de un análisis de series univariantes. Para el siguiente análisis se supone un prior no informativo (plano). Sin embargo, los procedimientos discutidos pueden ser fácilmente extendidos para incorporar priors informativos. En particular, si se eligen

priors Normales-Gamma el procedimiento presentado puede ser fácilmente implementado. Para los parámetros del VAR se puede considerar, por ejemplo, los prior de Litterman (1986) y Doan et al. (1984). En particular en este trabajo se utilizó la prior de Normal-Inversa-Wishart, planteada por Sims y Zha (1998).

Para priors planos, por ejemplo $p(\lambda_i|\xi, \lambda_{-i})$ es constante para todos los λ_i factibles, lo que lleva a que

$$p(\lambda_i|\xi, Y_T, \lambda_{-i}) \propto p(Y_T|\xi, \lambda)$$

En otras palabras, la distribución de probabilidad posterior de λ_i , es proporcional a la función de verosimilitud condicionada a los regímenes de muestreo ξ y a los parámetros restantes.

Por lo tanto, la moda de la distribución de probabilidad posterior es el máximo de la función de verosimilitud condicional. Además, si la densidad condicional $p(Y_T|\xi, \lambda)$ es normal, la moda y la media son idénticas.

$$E[\lambda_i | \xi, Y_T, \lambda_{-i}] = \frac{\int p(Y_T|\xi, \lambda_{-i}, \lambda_i)\lambda_i d\lambda_i}{\int p(Y_T|\xi, \lambda_{-i}, \lambda_i)d\lambda_i}$$

Muestreo de gibbs con múltiple movimiento de régimen.

En la propuesta de muestreo de Gibbs realizada por Albert y Chib (1993) y McCulloch y Tsay (1994), los estados son generados uno a la vez (movimiento simple) utilizando las propiedades de Markov como condición sobre estados vecinos (Carlin et al., 1992). Infortunadamente, como los regímenes están altamente correlacionados, es probable que la distribución asintótica de la muestra deseada converja muy lentamente. McCulloch y Tsay (1994) mencionan que al muestrear estas variables altamente dependientes acelera la convergencia. Por tanto, proponen muestrear los regímenes de la distribución de probabilidad condicional $P(\xi_t, \dots, \xi_{t+k-1}|Y_T, \xi_1, \dots, \xi_{t-1}, \xi_{t+k}, \dots, \xi_T, \lambda)$ para un k arbitrario. Se toman diferentes aproximaciones del muestreo de Gibbs, generando *todos los estados a la vez* ("múltiple-movimiento") mediante la utilización de cadenas markovianas. Esta aproximación provee un método eficiente para obtener la muestra posterior completa $p(\xi|\lambda, Y_T)$.

El uso de un muestreador de Gibbs de múltiple movimiento para modelos de series de tiempo fue sugerido de manera independiente por Shephard (1994), y Carter y Kohn (1994). Entre otros modelos parciales de estado - espacio no Gaussianos, Shephard (1994) considera un modelo de estado-espacio donde el intercepto depende de una cadena Markoviana binaria de la ecuación de transición y donde las innovaciones están normalmente distribuidas. Carter y Kohn (1994) consideran un modelo lineal de estado-espacio con coeficientes variables que son una mezcla de normales. Se puede mostrar que un algoritmo suavizado como el de Kim (1994) puede ser usado para

generar la distribución de probabilidad condicionada de los regímenes. Esta aproximación es el soporte teórico de los resultados de Liu et al. (1994) quienes muestran que generar las variables simultáneamente produce convergencias más rápidas que generarlas una a la vez.

En la siguiente sección se resume el algoritmo de múltiple-movimiento del muestreador de Gibbs. Este muestra que la distribución condicional posterior de los regímenes involucra una probabilidad de regímenes suavizada $\hat{\xi}_{t|T}$. Sin embargo, el ciclo de Gibbs está muy relacionado con el algoritmo EM para la estimación MV, pues ambos utilizan los mismos procedimientos de filtrado y suavizado.

Pasos para filtrado y suavizado

En este trabajo se usa la aproximación por muestreo de Gibbs múltiple-movimiento, el cual genera todos los estados al tiempo, aprovechando así las ventajas proporcionadas por la estructura de la cadena Markoviana,

$$P(\xi|Y_T) = P(\xi_T|Y_T) \prod_{t=1}^{T-1} P(\xi_t|\xi_{t+1}, Y_T)$$

De esta forma, para generar ξ de la posterior $P(\xi|Y_T)$, primero se simula ξ_T de $P(\xi_T|Y_T)$, que es la distribución de probabilidad suavizada de muestra completa que puede ser generada con el filtro BHLK. Entonces ξ_t , $t = T - 1, \dots, 1$, se genera a partir de $P(\xi_t|\xi_{t+1}, Y_T)$.

Para resumir, en el ciclo de Gibbs el mecanismo de generación de los regímenes está dado por las siguientes iteraciones,

$$\begin{aligned} \xi_T &\leftrightarrow \hat{\xi}_{T|T} \\ \xi_t &\leftrightarrow \hat{\xi}_t | \xi_{t+1}, Y_T, \end{aligned}$$

$t = T - 1, \dots, 1$, donde

$$\hat{\xi}_{T|T} = \begin{bmatrix} P(\xi_T = \nu_1|Y_T) \\ \vdots \\ P(\xi_T = \nu_M|Y_T) \end{bmatrix}$$

y

$$\hat{\xi}_t | \xi_{t+1}, Y_T = \begin{bmatrix} P(\xi_t = \nu_1 | \xi_{t+1}, Y_T) \\ \vdots \\ P(\xi_t = \nu_M | \xi_{t+1}, Y_T) \end{bmatrix}$$

denotan la distribución de probabilidad de ξ_t condicional a las simulaciones previas del vector ξ_{t+1} y a la información de la muestra Y_T . Para asegurar la identificación, al determinar las distribuciones de probabilidad condicionadas a la transición y a los parámetros de régimen, una muestra es aceptada solo si contiene al menos una extracción de cada régimen.

Densidades de probabilidad estacionarias y regímenes iniciales

En contraste con la manipulación inicial de los estados de la cadena Markoviana en el algoritmo EM de estimación de máxima verosimilitud, se asume que los regímenes en $t = 0, \dots, 1 - p$ son generados por el mismo proceso Markoviano, así como los regímenes en la muestra $t = 1, \dots, T$. Asumiendo que el proceso Markoviano es ergódico, existe una distribución de probabilidad estacionaria, $P(\xi_t|\rho)$, donde las probabilidades discretas pueden ser incluidas en el vector $\xi = \bar{\xi}(\rho)$. La irreductibilidad asegura que las probabilidades ergódicas son estrictamente positivas. $\xi_m > 0$ para todo $m = 1, \dots, M$. A continuación, se muestra ξ_0 la probabilidad de distribución estacionaria

$$\xi_0 \leftrightarrow \bar{\xi}(\rho)$$

Los procedimientos de estimación establecidos permanecen inalterados mientras el movimiento del muestreo de Gibbs sea usado para la extracción del vector de estado ξ .

Priors del VAR

Para la implementación de los hiperparámetros del VAR, se usa como base la prior planteada por Litterman (1986) y extendida por Sims y Zha (1998). Para un modelo VAR lineal en forma reducida, esta prior expresa la creencia de que un modelo de caminata aleatoria para cada variable en el sistema es un supuesto razonable para el comportamiento de las variables. Puesto que esta idea se relaciona con el comportamiento de la forma reducida, no se restringen otras matrices como en los VAR estructurales. Sugiere que las creencias sobre los coeficientes de la forma reducida deben estar centrados en la matriz identidad para el primer rezago y matriz de ceros los demás. Como punto de partida se asume que la matriz de covarianza condicional prior de los coeficientes de las matrices A_i sigue el mismo patrón que Litterman plantea para los coeficientes de la forma reducida. Esto es, suponen a priori la independencia condicional a través de los elementos de las matrices de rezagos y con desviación estándar condicional del coeficiente en el rezago l de la variable j en la ecuación i dado por $\frac{\lambda_0 \lambda_1}{\sigma_j l \lambda_3}$.

El hiperparámetro λ_0 controla la estrechez de la creencia en A_0 , λ_1 y controla el llamado 'overall tightness' de la creencia alrededor de la prior de caminata aleatoria, y λ_3 controla la tasa a la cual la varianza prior se concentra ('shrinks') en la medida que se incrementa el rezago. El vector de parámetros $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)'$ son factores de escala, los cuales permiten el hecho de que las escalas de variación no sean uniformes a través de variables.

Sims y Zha (1998) por otra parte, proponen no suponer la matriz de varianzas covarianzas conocida, sino usar a priori una distribución Inversa-Wishart para esta. La tabla 3 resume la interpretación de los hiperparámetros de este BVAR.

En la presente aplicación se usa la siguiente especificación de hiperparámetros: $\lambda_0 = 0.5$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_3 = 2$, $\lambda_4 = 10$, $\lambda_5 = 0$, $\mu_5 = 0.1$, $\mu_6 = 0$, y $\nu = 5$.

Tabla 3. Interpretación parámetros prior del VAR

Parámetro	Interpretación
λ_0	Estrechez (<i>tightness</i>) global de la prior (descuento de la escala a priori). $[0, 1]$.
λ_1	Desviación estándar ó estrechez de la prior alrededor de los parámetros AR(1). $[0, 1]$.
λ_3	Decaimiento de rezagos (ζ_0 , con 1=harmónico).
λ_4	Desviación estándar ó estrechez alrededor del intercepto, > 0 .
λ_5	Desviación estándar ó estrechez alrededor de los coeficientes de variables exógenas > 0 .
μ_5	Suma ponderada a priori de coeficientes ≥ 0 . Valores grandes implican estacionariedad en diferencia.
μ_6	Observaciones Dummy iniciales ó desfase a priori, ≥ 0 . Valores grandes permiten tendencias comunes.
ν	Grados de libertad a priori, > 0 .

Fuente: Elaborado por los autores.

Referencias

- Albert, J. H. y S. Chib (1993). Bayes inference via gibbs sampling of autoregressive time series subject to markov mean and variance shifts. *Journal of Business & Economic Statistics* 11(1), 1–15.
- Audretsch, D. y J. Elston (2002). Does firm size matter? evidence on the impact of liquidity constraints on firm investment behavior in germany. *International Journal of Industrial Organization* 20, 1–17.
- Banco de la República (2011). Encuesta mensual de expectativas económicas. Informe trimestral, Banco de la República, subgerencia de estudios económicos, departamento técnico y de información económica.
- Betancourt, R., M. Misas, y L. Bonilla (2008). Pass-through de las tasas de interés en colombia: un enfoque multivariado con cambio de régimen. *Borradores de Economía, Banco de la República* 535, 1–37.
- Blanchard, O. J. y D. Quah (1989, Oct). The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. *American Economic Review* 79, 655–673.
- Brandt, P. (2012). Markov-switching, bayesian, vector autoregression models. Technical report, R-project.
- Carlin, B. P., N. G. Polson, y D. S. Stoffer (1992). A monte carlo approach to nonnormal and nonlinear state-space modeling. *Journal of the American Statistical Association* 87(418), 493–500.
- Carter, C. K. y R. Kohn (1994). On gibbs samling for state-sspace models. *Biometrika* 81, 541–553.
- Castelnuovo, E. y P. Surico (2010). Monetary policy, inflation expectations and the price puzzel. *The Economic Journal* 120, 1262–1283.
- Chirinko, R. (1993). Business fixed investment spending: modelling strategies, empirical results, and policy implications. *Journal of Economic Literature* 31, 1875–1911.
- Christiano, L., M. Eichenbaum, y C. Evans (1996). The effects of monetary policy shocks: Evidence from the flow of funds. *Review of Economics and Statistics* 78, 16–34.
- Doan, T., R. Litterman, y C. Sims (1984). Forecasting and conditional projections using realistic prior distributions. *Econometric Reviews* 1(1), 1–100.
- Ehrmann, M. (2005). Firm size and monetary policy transmission: Evidence from german business survey data. In J. Sturm y R. Wollmershauser (Eds.), *IFO Survey Data in Business Cycle and Monetary Policy Analysis*, pp. 67–89. Physica - Verlag.

- Ehrmann, M., M. Ellison, y N. Valla (2003). Regime-dependent impulse response functions in a markov-switching vector autoregression model. *Economics Letters* 78, 295–299.
- Fazzari, S., R. Hubbard, y B. Petersen (1988). Financing constraints and corporate investment. *Brookings Papers on Economic Activity*, 141–195.
- Fruhwirth-Schnatter, S. (2001). Mcmc estimation of classical and dynamic switching and mixture models. *Journal of the American Statistical Association* 96(153), 194–209.
- Gertler, M. y S. Gilchrist (1994). Monetary policy, business cycles, and the behavior of small manufacturing firms. *Quarterly Journal of Economics* 109, 309–340.
- Giordani, P. (2004). An alternative explanation of the price puzzle. *Journal of Monetary Economics* 51(6), 1271–1296.
- Kaufmann, S. (2002). Is there an asymmetric effect of monetary policy over time? *Empirical Economics* 27, 277–297.
- Kim, C. (1994). Dynamic linear models with markov-switching. *Journal of Econometrics* 60, 1–22.
- King, R., C. Plosser, J. Stock, y M. Watson (1991). Stochastic trends and economic fluctuations. *American Economic Review* 81, 819–840.
- Koop, G., M. Pesaran, y S. Potter (1996). Impulse response analysis in nonlinear multivariate models. *Journal of Econometrics* 74, 119–147.
- Krolzig, H.-M. (1997). *Markov-Switching Vector Autoregressions: Modeling, Statistical Inference, and Application to Business Cycle Analysis*. Berlin: Springer.
- Krolzig, H.-M. y J. Toro (2000). A new approach to the analysis of business cycle transitions in a model of output and employment. Technical Report 59, University of Oxford, DEPARTMENT OF ECONOMICS, Oxford, UK.
- Litterman, R. (1986). Forecasting with bayesian vector autoregressions-five years of experience. *Journal of Business and Economic Statistics* 4(1), 25–28.
- Liu, J., W. H. Wong, y A. Kong (1994). Covariance structure of the gibbs sampler with applications to the comparison of stimators and augmentation schemes. *Biometrika* 81, 27–40.
- McCulloch, R. E. y R. S. Tsay (1994). Bayesian analysis of autoregressive time series via the gibbs sampler. *Journal of Time Series Analysis* 15(2), 235–250.
- Pérez-Quirós, G. y A. Timmermann (2000). Firm size and cyclical variations in stock returns. *Journal of Finance* 55, 1229–1262.

- Shephard, N. (1994). Practical nn gaussian state space. *Biometrika* 81, 115–131.
- Sims, C. y T. Zha (1998). Bayesian methods for dynamic multivariate models. *International Economic Review* 39(4), 949–968.
- Sims, C. A., D. Waggoner, y T. Zha (2008). Methods for inference in large multiple-equation markov-switching models. *Journal of Econometrics* 146(2), 255–274.
- Stock, J. H. y M. W. Watson (2008). Heteroskedasticity-robust standard errors for fixed effects panel data regression. *Econometrica* 76(1), 155–174.
- Zárate, H., K. Sánchez, y M. Marín (2011). Cuantificación de encuestas ordinales y pruebas de racionalidad: Una aplicación a la encuesta mensual de expectativas económicas. Borradores de Economía 649, Banco de la República.