

## FORMACIÓN DE DOCENTES DE MATEMÁTICA: ASPECTOS RELEVANTES

### MATHEMATICS TEACHERS PREPARATION: RELEVANT ASPECTS

**Jennifer Fonseca Castro**

jfonsec@una.ac.cr

Escuela de Matemática

Universidad Nacional

Heredia, Costa Rica

**Mario Castillo Sánchez**

mcastill@una.ac.cr

Escuela de Matemática

Universidad Nacional

Heredia, Costa Rica

Recibido 1 de marzo de 2011. Corregido 15 de junio de 2011. Aceptado 18 agosto de 2011.

**Resumen:** El tipo de conocimientos y experiencias que debe desarrollar un docente de Matemática como parte de su formación inicial ha sido un tema de gran controversia y discusión. Este artículo tiene como objetivo hacer una revisión bibliográfica de los aspectos teóricos más significativos que se han aportado en esta área, así como de las tendencias nacionales, según algunos autores. Los aportes aquí presentados sintetizan los hallazgos más significativos que han concurrido en las últimas cuatro décadas. Se espera que estos generen reflexiones en la comunidad educativa costarricense, sobre la formación de educadores, y contribuyan en la orientación de los currículos de las universidades formadoras de docentes matemáticos.

**Palabras claves:** Formación docente, enseñanza de la Matemática, conocimientos matemáticos y pedagógicos, formación inicial.

**Abstract:** The type of knowledge and experiences that mathematics teachers need to develop as part of their initial training, has been a subject of controversy and discussion. This article aims to make a literature review of the most significant theoretical issues that have been made in this area, as well as the national trends, according to some authors. Inputs presented here, summarizes important findings that has contributed during the past four decades. It is expected

that the results generate reflections among the educational community at Costa Rica on the topic and help in guiding the curriculum of mathematics teacher training of the country.

**Keywords:** Teachers preparation, Mathematics teaching, mathematical and pedagogical knowledge, initial training.

La formación inicial y permanente de docentes de Matemática carece de elementos y experiencias integradoras de conocimientos matemáticos y pedagógicos, que permitan a los futuros profesionales construir, revisar y modificar sus sistemas conceptuales, aptitudes y habilidades como parte de su proceso de aprendizaje (Ball, 1991; Rico, 2004). Los contenidos y estrategias didácticas incluidos en dicha formación poco se amoldan a las necesidades actuales de los futuros profesores y educandos.

Investigaciones en el tema resaltan constantemente la importancia del conocimiento matemático y pedagógico en la formación de docentes de esta disciplina (Ball, 1991; Hill, Rowan, y Ball, 2005). Sin embargo, estos elementos siempre han carecido de una integración entre sí y de conexión con la realidad de las aulas y del ambiente profesional. No obstante, en las últimas décadas se ha reconocido como parte importante y fundamental para estos dos tipos de conocimientos, el conocimiento pedagógico del contenido, cuyo objetivo es, precisamente, interrelacionar y complementar a estos dos (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001).

El objetivo de este artículo es plantear una revisión bibliográfica de los aspectos teóricos generales más significativos en la formación de docentes de Matemática y su evolución en Costa Rica. Se espera que los resultados acá resumidos produzcan reflexiones en la comunidad educativa costarricense sobre la formación de profesores y ayuden a orientar los currículos de las instituciones formadoras de educadores matemáticos.

### **Formación de docentes de Matemática: aspectos generales**

Hasta hace unas décadas, los debates por definir los tipos de conocimientos y experiencias que los docentes de Matemática deberían de desarrollar como parte de su formación se centraban, principalmente, en determinar la cantidad de contenidos matemáticos o pedagógicos que estos debían recibir. En los setentas, por ejemplo, los contenidos pedagógicos eran totalmente ignorados de su formación universitaria; en los ochentas, fueron los contenidos propios de la disciplina los que estuvieron ausentes en los programas (Shulman, 1986).

Existen numerosas investigaciones que muestran que el desarrollo de un conocimiento amplio, completo y flexible de contenidos matemáticos en la formación de estos profesionales provee a estos con herramientas cognitivas para asegurar un proceso de enseñanza efectivo en el aula (Ball, 1991; Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Ball, Thames, y Phelps, 2008; Grossman, 1990; Grossman, Wilson, y Shulman, 1989; Hill, Rowan, y Ball, 2005; Shulman, 1986, 2004). Tradicionalmente, se asumía que el conocimiento matemático podía ser descrito en su totalidad a través de hechos explícitos, tales como demostraciones, procedimientos y gráficos. En lo concerniente al aprendizaje de aspectos formales de esta disciplina, tal perspectiva influyó por años la enseñanza de la Matemática (Ernest, 1998).

Actualmente, investigaciones en esta área recomiendan entender el conocimiento matemático como una práctica social, que involucra no solo el conocimiento matemático escolarizado, sino también algunas de las prácticas y estrategias utilizadas por los matemáticos puros a la hora de hacer matemática (Ernest, 1998; Romberg, 1992; Schoenfeld, 1992; Winbourne y Watson, 1998). Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático debe incorporar, además de elementos explícitos (demostraciones, procedimientos, gráficos), otros elementos que por su naturaleza son meramente tácitos; es decir, conocimientos construidos en la experiencia o acciones, y que no pueden ser descritos con reglas o palabras. Por ejemplo, conocimiento del lenguaje matemático y su simbología, la meta-matemática de las demostraciones y definiciones, conocimientos sobre el alcance y estructura de la matemática como un todo, entre otros (Ernest, 1998; Frade y Borges, 2006).

En este sentido, el conocimiento matemático que un docente necesita debe ser una combinación de los conocimientos comunes de los contenidos matemáticos y los conocimientos especializados de estos (Ball, Thames y Phelps, 2008; Grossman, Wilson y Shulman, 1989). Es decir, habilidades y conocimientos utilizados tanto dentro como fuera del campo de la enseñanza de la Matemática, así como los propios de la disciplina, tales como realizar demostraciones y definiciones matemáticas, identificar tipos de razonamientos matemáticos en las respuestas de los estudiantes, y extender y formalizar sus conocimientos intuitivos (Ball, Thames y Phelps, 2008). En estas últimas actividades, se requiere utilizar un tipo de conocimiento matemático distinto y propio del campo de la enseñanza, no requeridos por otras disciplinas. Además, se deben incluir saberes relacionados a la *estructura sustantiva y sintáctica* de la disciplina, tales como entender los significados y justificaciones detrás de las definiciones, demostraciones y procedimientos, y de los estándares de evidencia y prueba en la disciplina (Ball, Thames y Phelps, 2008; Grossman, 1990; Grossman, Wilson y Shulman, 1989; Shulman, 1986). Una armonía entre los conocimientos comunes, especializados, sustantivos y sintácticos de la Matemática le permitirán al docente ir más allá de saber el *qué*, para saber el *por qué* y el *para qué* de lo que enseña.

Desde otra perspectiva paralela a la anterior, algunos investigadores han hecho hincapié en el desarrollo de conocimientos pedagógicos como componente fundamental en la formación de los

educadores matemáticos. Estos incluyen, por ejemplo, saberes y creencias sobre el aprendizaje y los aprendices, sobre los principios de instrucción, conocimientos relacionados al manejo y organización de clase y conocimientos y creencias sobre los objetivos y propósitos de la educación en general (Grossman, 1990 y Shulman, 1986). Shulman (2004) sintetiza estos conocimientos como de comprensión, transformación (preparación, representación, selección y adaptación), enseñanza, evaluación, reflexión y nuevas maneras de comprender. Según Shulman, el conocimiento pedagógico debe equipar al docente con herramientas que le permitan comprender tanto los objetivos (generales y específicos) y estructuras de la materia; así como las ideas dentro y fuera de la disciplina. Además, el conocimiento pedagógico comprende aspectos generales de enseñanza tales como el manejo de aula, presentaciones, interacciones, trabajo grupal, así como aspectos generales de evaluación, reflexión y adaptación.

Aunque es claro que los conocimientos matemáticos y pedagógicos son indispensables en la formación de profesionales en educación Matemática, la capacidad para enseñar Matemática y todo lo que esto implica en primaria o secundaria no reside solamente en poseer estos conocimientos (Hill, Rowan y Ball, 2005). El docente de Matemática debe desarrollar, además, conocimientos que le permitan entender el orden lógico de los contenidos matemáticos según la percepción de los matemáticos puros y acorde con los libros de texto y planes de estudios; así como entender la percepción de los estudiantes de dichos contenidos, en concordancia con sus edades y desarrollo mental. También requiere de conocimientos que le permitan ubicar la utilidad de los contenidos fuera y dentro del contexto escolar, conectar estos con otros temas y disciplinas, y conocer su evolución en el tiempo. En otras palabras, los conocimientos y experiencias deben incluir elementos explícitos y tácitos del contenido mismo, así como de pedagogía, sicología e historia.

Es fundamental que desarrolle competencias que le permitan, aunado a lo anterior, representar y formular los contenidos de su materia utilizando apropiadas ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones, de tal manera que resulten comprensibles y accesibles para todos sus estudiantes (Shulman, 1986). Asimismo, debe conocer sobre los elementos que hacen de determinado tema matemático un tópico fácil o difícil de aprender –sean estos elementos propios del contenido, de las concepciones y preconcepciones (erróneas o no) que traen consigo los estudiantes; o bien, parte de su desarrollo psicológico y mental (Carpenter y Fennema, 1992; Carpenter, Fennema y Franke, 1996)-. El profesor de Matemática debe ser capaz de adaptar los distintos contenidos y recursos didácticos a los diversos intereses y capacidades de sus estudiantes, de tal manera que estos sean comprensibles y accesibles para todos (Shulman, 1986). Además, debe contar con herramientas conceptuales que le faciliten anticipar situaciones en el aprendizaje de temas específicos, para poder así diseñar modelos alternativos o explicaciones que le permitan mediar con dichas situaciones (Broome, 1994). Los conocimientos pedagógicos del contenido deben involucrar conocimientos no solo pedagógicos o psicológicos del contenido, sino también psicológicos que le permitan al docente entender los procesos

físicos, mentales y emocionales de los estudiantes, para poder adaptar mejor las lecciones a sus necesidades e intereses. Esto le permitiría al docente entender el *cuándo* y *cómo* de lo que enseña.

Es necesario, conjuntamente con lo ya mencionado, que se incluyan, en la formación, conocimientos sobre la importancia y papel de la matemática en la cultura y sociedad, así como de su evolución y utilidad en estas, para que los educadores puedan entender su uso en una variedad de situaciones y ambientes, incluidos lo intelectual, la recreación y lo práctico (Shulman, 1986). Este conocimiento ayuda al docente a conectar lo que los estudiantes aprenden y cómo lo aprenden, con el desarrollo histórico de la Matemática, de tal manera que los estudiantes puedan ver la Matemática y su aprendizaje como un proceso en constante crecimiento, invención y revisión (Ball, 1991).

Históricamente, ha existido un desequilibrio entre la cantidad y calidad de los conocimientos matemáticos y pedagógicos incluidos en la formación inicial y continua de los profesores de Matemática. Al fragmentar así su enseñanza, esta brecha ha desbalanceado la educación de estos profesionales (Ball y Bass, 2000). En otra peculiar fragmentación de este aprendizaje, los conceptos de equidad y diversidad han sido incorporados a los planes de formación inicial y continua de docentes como conocimientos separados de los matemáticos y pedagógicos; todo lo cual ha ayudado a ampliar más la brecha entre estos conocimientos.

Recientemente, investigadores han agregado a la definición de conocimiento pedagógico del contenido, el componente tecnológico (Mishra y Koehler, en prensa; Niess, 2005; Pierson, 2001; Zhao, 2003). Este debe incluir saberes que le permiten pensar en un determinado concepto matemático y considerar a su vez cómo los instrumentos tecnológicos pueden ayudar en la enseñanza y aprendizaje de este tema (Niess, 2005). Para esto, es necesario desarrollar, en el profesorado de Matemática, un amplio conocimiento del contenido respecto a la tecnología y lo que significa enseñar con esta (Niess, 2005). Asimismo, es necesario desarrollar competencias que le permitan tanto crear y seleccionar entre las diferentes estrategias, representaciones y material didáctico que integren tecnología con la enseñanza de un determinado tema matemático, como distinguir y valorar las distintas formas de pensar y aprender de sus estudiantes al utilizar la tecnología.

Lo anterior sintetiza los principales aspectos que se deben contemplar en un programa de formación docente desde la perspectiva teórica.

### **Formación docente: la realidad costarricense**

Se podría afirmar que desde los años 60, con la creación de la carrera de Profesorado en Física y Matemática de la Universidad de Costa Rica, hasta la actualidad, con cuatro universidades estatales y

más de cinco universidades privadas que ofrecen la carrera de Enseñanza de la Matemática, ha existido en el país una tendencia dominante en la manera de entender e implementar la formación de docentes en el área de la Matemática. Prácticamente, desde los primeros profesionales en el campo de la Enseñanza de la Matemática, la formación no ha cambiado en sus raíces epistemológicas, y por consiguiente, en su manera de entender la enseñanza de esta disciplina (Barrantes y Ruiz, 1995).

Un análisis preliminar de los programas de estudio de las principales universidades formadoras de profesionales en la enseñanza de la Matemática (las cuatro universidades estatales y dos universidades privadas) evidencia la perspectiva epistemológica que fundamenta esos planes. En ellos se presentan dos situaciones fundamentales: la partición de saberes y la desarticulación de la práctica con la teoría.

Asimismo, en relación con la cantidad de contenidos, no existen muchas diferencias en los currículos de las universidades estatales: predomina gran cantidad de contenidos matemáticos, pocos en el área de educación y menos en el área de pedagogía específica (Ruiz, Barrantes y Gamboa, 2009).

Esto se confirma en los estudios realizados por Barrantes (1995) y por Ruiz, Barrantes y Gamboa (2009), quienes indican, en sus trabajos, que las carreras de Enseñanza de la Matemática se distribuyen en cinco áreas: (1) *Educación*, incluye los cursos referidos a temas de Pedagogía, Psicología, Didácticas generales y específicas de Matemática; (2) *Matemáticas*, incluye todos los cursos específicos de Matemática y Estadística; (3) *Computación*, incluye, específicamente, los cursos de Computación y aquellos que se refieren a la computación aplicada a la enseñanza de la Matemática; (4) *otros cursos*, incluyen clases de Inglés, Historia de la Matemática y Física, y (5) *los repertorios y las humanidades*. A pesar de contemplar estas diversas áreas, las preponderantes y claramente definidas son las de Educación y Matemática.

Además, se observa una gran similitud en la cantidad y distribución de los cursos, tanto en las universidades públicas como privadas, con la salvedad de que el número de horas lectivas en las estatales es realmente superior al de las privadas. Resulta importante señalar que estos trabajos se enfocan en el número de cursos y no en sus contenidos (Barrantes, 1995).

Barrantes (1995), al analizar los programas de estudio, detecta debilidades importantes en la carencia de relaciones reales entre los cursos de las diferentes áreas; sobre todo el divorcio existente entre los cursos de Pedagogía y los de Matemática. De igual manera, Ruiz et al., (2009) estiman que más de 44% de los cursos en las carreras en Enseñanza de la Matemática corresponden al área de la Matemática; y menos de 30% a cursos de Educación. Chaves (2003), Chaves, Chaves, Castillo y Fonseca (2009) y Ruiz et. al., (2009) confirman que las distancias entre estas áreas se siguen manteniendo.

De esta forma, Chaves (2003) y Chaves et al. (2009) recalcan que los cursos del área educativa se enfocan en aspectos generales de las corrientes pedagógicas, psicológicas y filosóficas, pero no enfatizan en estrategias pedagógicas para la enseñanza de la Matemática, situación que se continúa presentando.

Los cursos de práctica profesional se conciben como el momento privilegiado para que el estudiante ponga en práctica, en el ambiente escolar, la teoría aprendida. Aquí el estudiante debe demostrar su idoneidad y aptitud para la enseñanza y, por esta misma situación, estos cursos se ubican al final de la malla curricular en los planes de estudio. Sin embargo, Chaves (2003) indica que la formación recibida por los docentes no es suficiente o no es adecuada para realizar esta labor.

Este problema se deriva de la visión ingenua de los procesos de formación, la cual conjetura que el estudiante va a ajustar, en su mente, las ideas y conocimientos aislados recibidos en su etapa de formación, y los agrupará de manera efectiva y eficiente al momento de desarrollar actividades educativas.

Otro elemento que se deduce de los planes de formación y del mismo papel que juega el Ministerio de Educación Pública (MEP) lo constituye la separación entre la formación del docente como tal y los procesos de capacitación, pues en estos procesos usualmente se deja de lado la formación matemática y se dan procesos de capacitación enfocados en técnicas e instrumentos de carácter didáctico, sin relación con la disciplina y sin considerar la realidad de aula.

Aunado a esto, Chaves et. al. (2009) destacan la poca relación existente entre los programas oficiales del MEP y los programas de formación universitaria, lo cual aumenta la dificultad del docente para incorporar lo aprendido a la realidad de aula.

Desde la percepción de los profesores de Matemática sobre su formación, los estudios realizados por Barrantes (1995) revelan un alto nivel de satisfacción sobre su formación matemática; por ejemplo, más del 80% de los encuestados indican una formación óptima y suficiente en áreas como la aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y funciones.

En este mismo sentido, Chaves (2003) realiza un estudio enfocado en dos poblaciones: los futuros profesionales (estudiantes de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional) y docentes en ejercicio, para analizar su percepción al respecto. Dentro de sus principales hallazgos se pueden mencionar la evidente separación de los cursos de Matemática y los de Educación, y la existente insatisfacción por parte de los entrevistados en los cursos de ambas áreas, sobre todo en lo que respecta a contenidos, al papel de la historia dentro de los cursos, a la coherencia con el sistema

educativo y a la actualización de contenidos. Este estudio coincide con los resultados de Barrantes (1995) en cuanto a la percepción de los aportes teóricos de la matemática.

Los hallazgos encontrados por Chaves et al. (2009) en su estudio enfocado a profesores en servicio, concuerdan con los resultados hallados por Barrantes en 1995 y por el mismo Chaves en el 2003 en lo que respecta a la formación docente y, sobre todo, en cuanto a la insatisfacción por el desarrollo de los contenidos de los cursos que formaron parte de su formación. Coinciden, nuevamente, como mejor evaluado el aspecto teórico de los cursos de Matemática, elemento fundamental para la formación de un educador en Matemática; sin embargo, los elementos pedagógicos no reciben una buena evaluación, con lo cual se denota un distanciamiento entre Matemática y Pedagogía.

Un elemento primordial en la formación de estos profesionales es el aspecto formativo en procesos de investigación. En este sentido, los estudiantes mencionan importantes carencias, principalmente en los cursos de Matemática, sobre todo en aspectos relacionados con la falta de apoyo profesional durante el proceso de investigación y la escasez de temas novedosos en las investigaciones; si bien en los cursos de educación la percepción mejora un poco, el nivel alcanzado es preocupante. Esta percepción se mantiene en un segundo trabajo realizado por el mismo autor en el año 2008, con docentes en ejercicio (Chaves, 2003; Chaves et al., 2009).

En este aspecto, Ruiz et al. (2009) indican que a pesar de que la Universidad Nacional aporte más cursos de investigación en el área educativa, no ocurre lo mismo en la parte de Matemática. Esta carencia de la investigación como eje transversal se observa en todos los planes de formación de las universidades analizadas.

El papel de la tecnología no es cuestionable en cuanto a la formación docente se refiere. En este sentido, es preocupante que menos de 20% de los estudiantes menciona haber utilizado Internet o software educativos en algún curso (Chaves, 2003). De igual manera, Chaves, Chaves y Castillo (2008) indican que los profesores perciben una inadecuada formación en el uso de herramientas tecnológicas. Esto denota una carencia realmente importante en la formación de los futuros profesores de Matemática de las universidades estatales, excepto en el ITCR, tal y como lo afirma Ruiz et al. (2009) en su trabajo referente a la formación de educadores.

Actualmente la tecnología es fundamental en la vida cotidiana y en el campo laboral de cualquier profesional; esta cambia constantemente el perfil de los futuros ciudadanos. Por esta razón, un programa de formación docente no puede obviar esta realidad, si no sus egresados tendrán serias dificultades para una incorporación laboral exitosa.

La percepción de los docentes no dista mucho de la de los estudiantes, la formación teórica en Matemática igualmente mantiene una percepción alta y la mencionan como una de las fortalezas de su formación. Los aspectos relacionados con el proceso investigativo, el uso de la tecnología y aspectos didácticos obtienen las percepciones más bajas (Chaves, 2003).

### **Reflexiones finales**

El futuro profesional en enseñanza de la Matemática ingresa a la carrera con una serie de creencias, percepciones y vivencias recopiladas a lo largo de su vida estudiantil. Su visión sobre la enseñanza de la Matemática está limitada al tipo de experiencias vividas en primaria y secundaria, las cuales no siempre son las óptimas. Por lo tanto, es necesario construir, en estos estudiantes, conocimientos matemáticos, pedagógicos, pedagógicos del contenido y experiencias que les permitan explorar la Matemática de una forma diferente.

Como se mencionó anteriormente, enseñar Matemática requiere más que conocimientos procedimentales, algorítmicos matemáticos o de manejo de clase; se necesitan también conocimientos psicológicos, prácticos e históricos que les permitan comprender la organización y estructura de los conceptos e ideas matemáticas, así como presentarlas y formularlas de forma comprensibles para sus estudiantes.

La realidad nacional evidencia aspectos importantes en cuanto a la formación del profesorado de Matemática; por ejemplo, la insatisfacción por la formación recibida, la cual denota una clara deficiencia en el desempeño docente, sobre todo en aspectos pedagógicos, pues se reconoce una formación sólida en aspectos teóricos, pero una debilidad en aspectos de aplicación y en temas didácticos, históricos y filosóficos.

Es claro que los programas nacionales de formación de docentes de Matemática no cumplen con los requerimientos teóricos de un plan de estudio como se mostró en el apartado dos de este artículo. El divorcio entre los contenidos matemáticos y pedagógicos se evidencia, no solo en el análisis de las mallas curriculares, sino también en la percepción de los educadores y de los estudiantes en formación, en contraposición con todas las teorías pedagógicas-matemáticas. La ausencia de los conocimientos pedagógicos del contenido en los planes no permite un desempeño adecuado del docente en su práctica de aula.

El componente tecnológico se encuentra presente en los programas, pero separado de la didáctica específica, lo cual no permite innovar y motivar con esta herramienta.

Un elemento importante en que coinciden los autores mencionados corresponde a la casi nula preparación en el proceso investigativo, en la escritura de informes y en el uso de bibliografía actualizada en educación matemática; todos elementos claves en la formación de un educador matemático.

A pesar de los años que transcurrieron desde el estudio realizado por Barrantes en 1995, los problemas siguen siendo prácticamente los mismos. La percepción de los docentes, así como el análisis de los programas de formación, dejan una calificación negativa para las universidades responsables de la formación en el área de la Enseñanza de la Matemática y responsables en gran medida de la situación actual de la educación matemática en el país.

En esta situación, el futuro profesional en la enseñanza tendrá un conocimiento resultante de la adición del conocimiento teórico-matemático y las teorías pedagógicas, en el cual, además, resulta evidente la desarticulación con la realidad educativa del país. Desde esta perspectiva, difícilmente la formación recibida generará un docente crítico y reflexivo para mejorar la situación actual de la enseñanza de la Matemática, pues para muchos lo fundamental es la parte teórica de la disciplina y conciben la pedagogía como una trivialidad.

## Referencias

- Ball, D. L. (1991). Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about subject matter? [Enseñar Matemáticas para la comprensión: ¿Qué necesitan los docentes saber sobre la materia?] En M. Kennedy (Ed.), *Teaching academic subjects to diverse learners [Enseñanza de las materias académicas a alumnos diversos]* (pp. 63-83). New York: Teacher College Press.
- Ball, D. L. y Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics [Entretejando contenido y pedagogía en la enseñanza y aprendizaje para enseñar: Conociendo y utilizando matemáticas]. En J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics [Múltiples perspectivas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas]* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge [Investigación sobre la enseñanza de las matemáticas: El problema no resuelto del conocimiento matemático del profesor] En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching [Manual de investigación en enseñanza]* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
-

- Ball, D. L., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? [Conocimiento del contenido para la enseñanza: ¿Qué hace de esto especial?] *Journal of Teacher Education [Revista de Formación de Profesores]*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, H. (1995). Formación del profesorado en Matemáticas en Costa Rica: Balance y perspectivas. Centro de Investigaciones de Matemáticas y Meta-matemáticas, UCR.
- Barrantes, H. y Ruiz, A. (1995). *Historia de las matemáticas en Costa Rica: Una introducción*. San José, Costa Rica: EUCCR, EUNA.
- Carpenter, T. y Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers [Special issue] [Instrucción guiada cognitivamente: Construyendo sobre el conocimiento de estudiantes y docentes (Aspectos especiales)]. *International Journal of Educational Research [Revista Internacional sobre Investigación Educativa]*, 457-470.
- Carpenter, T., Fennema, E. y Franke, M. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction [Instrucción guiada cognitivamente: Una base de conocimiento para la reforma en enseñanza de las matemáticas en primaria]. *The Elementary School Journal [La Revista Escuela Elementaria]*, 97(1), 3-20.
- Chaves E. (2003). Debilidades en los programas que forman docentes en educación matemática: Percepción de los actores. *Revista Uniciencia*. 20(1), 89-103.
- Chaves, E., Chaves, E. y Castillo, M. (2008). Proyecto: La enseñanza de las Matemáticas en la secundaria costarricense: Entre la realidad y la utopía. Primer informe. Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica.
- Chaves, E., Chaves, E., Castillo, M. y Fonseca, J. (2009). Proyecto: La enseñanza de las Matemáticas en la secundaria costarricense: Entre la realidad y la utopía. Segundo informe. Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica.
- Ernest, P. (1998). Mathematical Knowledge and Context [Conocimiento matemático y contexto]. En A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics [Cognición contextualizada y el aprendizaje de las matemáticas]* (pp. 13-29). Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies.
- Frade, C. y Borges, O. (2006). The tacit-explicit dimension of the learning of Mathematics: An investigation report [La dimensión tácita-explícita del aprendizaje de las matemáticas: Un reporte de investigación]. *International Journal of Science and Mathematics Education [Revista Internacional de Ciencias y Educación Matemática]*, 4(2), 293-317.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education [La realización de un docente: el conocimiento del professor y la formación del profesor]*. New York: Teachers College Press.
-

- Grossman, P. L., Wilson, S. M. y Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching [Profesores de sustancia: el conocimiento de la disciplina para la enseñanza]. En M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the beginning Teacher [Conocimiento Base para los profesores que se inician]* (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.
- Hill, H., Rowan, B. y Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement [Efectos del conocimiento matemático de docentes para la enseñanza en el rendimiento estudiantil]. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371.
- Mishra, P., y Koehler, M. (en prensa). Designing learning from day one: A first day activity to foster design thinking about educational technology [Diseñando el aprendizaje desde el primer día: Una actividad de primer día para fomentar el pensamiento de diseño sobre la tecnología educativa]. *Teacher's College Record [Records de profesores de colegio]*. Manuscrito presentado para su publicación.
- Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge [Preparando docentes a enseñar Ciencias y Matemáticas con tecnología: Desarrollando un conocimiento tecnológico-pedagógico del contenido]. *Teaching and Teacher Education*, 21, 509-523.
- Pierson, M. E. (2001). Technology integration practice as a function of pedagogical expertise. [Tecnología de integración práctica como una función de la experiencia pedagógica] *Journal of Research on Computing in Education*, 33(4), 413-429.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 8(1), 1-15.
- Romberg, T. (1992). Problematic features of the school mathematics curriculum [Las características problemáticas del currículo escolar de matemáticas]. En Philip W. Jackson (Ed.), *Handbook for Research on Curriculum [Manual para la Investigación del Currículo]* (pp. 749-788). New York: MacMillan.
- Ruiz, A., Barrantes, H. y Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en la Enseñanza de la Matemática: La formación de educadores*. San José: Editorial Tecnológica.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics [Aprendiendo a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición, y hacer sentido en matemática]. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning [Manual para la Investigación en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas]* (pp 334-370). New York: MacMillan.
-

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching [Aquellos que entienden: El crecimiento del conocimiento en la enseñanza]. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (2004). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform [Conocimiento y aprendizaje: Fundamentos de la nueva reforma]. En L. S. Shulman (Ed.), *The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach [La sabiduría de la práctica: Ensayos en enseñanza, aprendizaje y aprender a enseñar]* (pp.1-22). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Winbourne, P. y Watson, A. (1998). Participating in learning mathematics through shared local practices in classrooms [Participación en el aprendizaje de las matemáticas a través de (con) práctica locales en las aulas]. En A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics [Cognición contextualizada y el aprendizaje de las matemáticas]* (pp.93-104). Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies.
- Zhao, Y. (2003). *What teachers should know about technology: Perspectives and practices [Qué deben saber los docentes sobre tecnología: Perspectivas y prácticas]*. Greenwich, CT: Information Age Publishing.