Mariela Orozco Hormaza
Universidad del Valle
Colombia

COMENTARIO AL ARTÍCULO "RAZONAMIENTO LOGICO-MATEMÁTICO EN CONTEXTOSOCIOS CULTURALES" De Analúcia D. Schliemann

Antes de discutir el texto de Analucia Schliemann, quiero hacer dos comentarios sobre la trayectoria general de su trabajo y posteriormente, articularlos con la reflexión que su artículo me ha suscitado.

1. Ella, conjuntamente con Teresinha Numes y David Carraher instauran una tradición de estudios sobre la matemática de los niños de la calle y en 1988 publican el libro "Na Vida Dez, na Escola Zero" (Carraher, T., Schliemann, A., Carraher, D., 1988). En los estudios que incluyen en este texto, presentan los resultados de investigaciones cuya temática general es la construcción del conocimiento matemático ligada con las prácticas en contextos específicos, por ejemplo la calle, el mercado, etc. Las características del trabajo y el tipo de análisis adoptado, les permite presentar la "riqueza" y complejidad de los procedimientos que estos niños, antes llamados "underprivileged" y marginales, utilizan para resolver situaciones cotidianas de venta.

En uno de estos estudios, Schliemann señala algunos puntos dignos de mencionar, que posteriormente utilizaré en mi argumentación. Por ejemplo, que los vendedores de dulces no utilizan la multiplicación para resolver los problemas que los entrevistadores les presentan sobre transacciones que de hecho se realizan o que aparentan realizar. Los niños resuelven estos problemas utilizando "agrupamientos de adiciones sucesivas" (Schliemann, 1988, p. 70). Al analizar la adición repetida -con valores numéricos en el rango de 10-100, p. e.: 15 x 50 -encuentran que cuando el objetivo es alcanzado "la cantidad correspondiente al multiplicador de adición a un número adecuado[1] de veces ... Objetos concretos o los dedos pueden ser utilizados en este proceso de adiciones sucesivas. Sin embargo, su utilización no vuelve el cómputo

1. El subrayado es mío.

más concreto porque un dedo –tiene un valor de 50– diferente de uno" (Carraher, Carraher, Schliemann, 1988, p. 61). A pesar de declararse sorprendidos con la "heurística de los agrupamientos repetidos", no examinan este procedimiento detenidamente, pues no describen en qué consiste "el número adecuado de veces".

Otro hallazgo muy interesante de estos estudios es que en las pruebas formales, los niños presentan más errores al resolver las operaciones aritméticas aisladas, que en el contexto de la solución de problemas. De sus estudios concluyen que aquellos niños que cometen errores absurdos en la escuela, saben muy bien la matemática que les permite sobrevivir y que la situación social en la cuál se encuentran influye en sus objetivos y repercute en la organización de sus acciones, de tal forma, que el comportamiento de los sujetos puede ser diferente cuando resuelven problemas en situaciones sociales diferenciadas.

2. Continuando su trabajo de investigación dentro de la tradición sociocultural, esta autora comienza a publicar sus estudios sobre la matemática de sujetos adultos en contextos cotidianos, por ejemplo, mujeres en la compra y la cocina, (Schliemann, Pereira de Magalhães, 1990).

La comparación de los resultados que obtiene con los niños que asisten a la escuela y los de la calle y el grado de concreción del pensamiento matemático de los adultos, lleva a la autora a señalar las limitaciones del conocimiento en contextos y las limitaciones de los modelos de análisis que se utilizan para inferir el significado de las producciones de los sujetos desde la perspectiva de la construcción individual del conocimiento.

He compartido con la autora, el primer componente de su reflexión y durante nuestro encuentro en el PME, en Lisboa, cuando las investigaciones sobre la matemática en contextos estaba en su apogeo (Lave, 1988, Saxe, 1990), planteamos que era necesario confrontar una interpretación de tipo ideológico, que en ese momento se aplicaba a los hallazgos de sus investigaciones con los niños de la calle; argumento, que en términos generales se ubicaba en el siguiente tipo de lógica: qué necesidad tienen ellos de aprender los procedimientos de la matemática tradicional, si sus procedimientos son tan sorprendentes. Propuse contraargumentar tan difundida opinión, preguntando a los investigadores del "primer mundo", que por supuesto dominan en tales conferencias, si ellos aceptarían que los niños de su cultura mantengan sus procedimientos intuitivos y no avancen en el tipo de procedimiento que utilizan para resolver problemas matemáticos. Ya se imaginará el lector que esta pregunta resultaba un buen argumento para contrarrestar tal opinión.

En este artículo, la autora trata precisamente de responder el segundo componente de su reflexión, pues en este texto, reorienta el análisis hacia un modelo que abarca no solo los aspectos socioculturales y situacionales del aprendizaje; sino, la construcción individual del conocimiento matemático, específicamente, cómo se pasa de las "herramientas" que permiten resolver problemas en situaciones específicas a las estructuras lógico-matemáticas generales. Para esto Schliemann utiliza las tesis de Piaget –del "cuarto Piaget" (Pascual-Leone, 1987)– sobre la lógica de las significaciones y adaptándola, plantea que "el conocimiento lógico matemático tiene su fundamentación en una lógica de significados, íntimamente vinculada con las propiedades específicas de los objetos y situaciones que los niños manejan, por oposición a una lógica extensional que sería general e independiente de las propiedades específicas del contenido. Esta lógica de significados implica lazos inferenciales que, con la actividad creciente, puede llegar a ser general, sistémica y estructural. Sin embargo, inicialmente los lazos inferenciales son locales y específicos".

Propone entonces, una relación de similitud entre la tesis de Piaget y los hallazgos de la investigación sobre la matemáticas que se aprende y se utiliza en las prácticas cotidianas y adapta la tesis Piagetiana para analizar el conocimiento matemático que se desarrolla en contextos cotidianos de trabajo, reanalizando, a partir de esta nueva conceptualización, datos sobre la comprensión de la proporcionalidad de los niños al resolver las tareas de venta y la atribución de significación por un sujeto adulto que intenta entender gráficos sobre los avances de su candidato preferido en el proceso electoral del Brasil.

La traducción y lectura de este trabajo ha suscitado reflexiones de dos tipos: conceptuales y metodológicas. Las primeras, se articulan con la diferenciación entre el significado de los enunciados y el significado de las operaciones. Las metodológicas, con la necesidad de diferenciar, en el nivel del análisis objetivo de las tareas, la manera como el entrevistador puede influir en las respuestas del sujeto y distinguir, en el nivel del análisis subjetivo, la respuesta del "sujeto ideal", del análisis de la producción del sujeto real.

Como el trabajo de estos autores nos ha enseñado, la situación social en la que el sujeto se encuentre influye en los objetivos que los sujetos se formulan y en las acciones que efectivamente llevan a cabo para resolver la situación problema; sin embargo, una vez efectúan una acción u operación dada, el análisis lógico o normativo al que una y otra se pueden someter, es el mismo, sin importar la situación en la cuál se apliquen. El modelo de análisis, que Schliemann y sus colegas utilizan, no incluye la descripción del carácter de las operaciones que cualquier sujeto, inclusive los niños vendedores deben realizar para obtener resultados numéricos, establecer razones o compararlas.

En mi trabajo he estado particularmente interesada en identificar y analizar los procesos mentales que permiten a los niños establecer relaciones y realizar cómputos. En las situaciones de laboratorio –tan criticadas por los enfoques socioculturales (Lave, 1988)– desde el "como si", el niño debe igualmente proponerse objetivos matemáticos que a su vez generan cómputos, operaciones y relaciones. Supongo que a pesar de las diferencias entre uno y otro contexto, es posible comparar las operaciones y procesos mentales que les permiten resolver los objetivos propiamente matemáticos que en uno u otro tipo de práctica, ellos se deben plantear.

Desde esta perspectiva, entonces, el problema fundamental es determinar si los procesos subyacentes a estos cómputos, relaciones y operaciones son diferentes en una u otra situación. Es bastante probable que las situaciones prácticas generan en los niños vendedores objetivos matemáticos más avanzados que los de los niños que no son vendedores, pero los procesos mentales que subyacen a las operaciones que utilizan para resolverlos no deben variar.

Otra lectura del texto de Piaget, que fundamenta el análisis de Schliemann, me permite señalar que para este autor "los enunciados de los problemas se limitan a formular verbalmente un conjunto de operaciones cuyas implicaciones constituyen la fuente verdadera e indispensable de lo que los enunciados traducen en el plano de la comunicación" (Piaget, 1987/ 1989, p. 47), distinguiendo de esta manera la significación de los enunciados de la de las operaciones.

En relación con el significado de las operaciones al resolver aditivamente problemas multiplicativos, he señalado el papel que juega la operación de reiteración y su parámetro de contar –"el número adecuado de veces" que se reitera el mismo número– en el paso de la adición repetida a la operación propiamente multiplicativa. (Orozco, 1996). Inicialmente, cuando los sujetos reiteran sucesivamente la adición, el contador y el número que sirve de cota o límite a las veces que reitera no funcionan o funcionan de manera indiferenciada; consecuentemente la principal fuente de error es la tendencia a reiterar una vez más o menos (por ejemplo, en este tipo de problemas) el valor del precio; posteriormente, el contador y la cota funcionan de manera diferenciada e implícita y ponen límite al número de veces que reiteran el mismo número; finalmente, los niños son capaces de explicitar las veces que reiteran y solo entonces pueden transformar sus procedimientos aditivos en multiplicativos.

En otras, palabras, y adoptando la tesis de Piaget sobre la transformación de la significación de las operaciones– que según este autor depende de la formación de significaciones diversas pero con caracteres comunes y de "la naturaleza de las implicaciones significantes ... implicaciones entre acciones y operaciones" (Piaget, 1987/ 1989, p.17) - el paso de la operación aditiva a la multiplicativa es posible cuando la reiteración y su parámetro de contar, que inicialmente o no intervienen o intervienen de manera implícita "adquieren la significación de operaciones" (Piaget y García, 1987/ 1989, p. 57) y su explicitación, permite la síntesis en un nuevo operador, esta vez multiplicativo, posibilitando la conversión de la operación aditiva en operación multiplicativa.

En relación con el análisis objetivo de la tarea, ya es bien sabido que cualquier modificación de la misma, genera modos diferenciados de procesamiento en el sujeto que la resuelve. En general, el análisis objetivo revela la dificultad real de la tarea para el sujeto que la resuelve. Esto me permite decir que la forma como el entrevistador formula al sujeto adulto las preguntas en relación con su candidato de preferencia, facilita la tarea y por esto el entrevistado la resuelve. En otras palabras, el interrogatorio disminuye la dificultad que la interpretación del gráfico conlleva. Para comparar los resultados de los dos candidatos, el sujeto debe manejar simultáneamente las dos líneas que describen el proceso de las respectivas votaciones. Sin embargo, Zefinha solamente maneja una y las sugerencias del entrevistador la llevan a manejar las dos y compararlas. De esta manera la entrevistadora facilita la tarea, pues su intervención, disminuye las exigencias de la misma.

El análisis subjetivo igualmente exige diferenciar los procedimientos ideales, "la manera como un sujeto ideal resuelve la tarea" (Pascual - Leone, 1995a), de las estrategias o procedimientos que los sujetos reales utilizan para resolverla. Quisiera señalar que el modelo de Vergnaud (1983) del operador escalar y funcional describe "el sujeto ideal" pero no describe "los sujetos reales", como los niños de la calle, en las investigaciones de Schliemann. La aplicación de otro modelo de análisis –a las progresiones aritméticas que las producción de los niños de la calle revelan, al resolver las tareas de proporción– me permite ilustrar esta diferenciación. Para esto propongo un modelo de análisis que utilizo para analizar producciones de niños al resolver tareas de multiplicación que resuelven en "situaciones de laboratorio". Orozco, 1991)

Tomemos la producción de Andrés, el vendedor de "palomitas de maíz" de 12 años. En su modelo, Vergnaud propone que el sujeto trabaja con el operador escalar ´3, que no tiene dimensiones y que aplica en los dos espacios de medida (Vergnaud, 1983/ 1987); sin embargo, los sujetos reales que resuelven aditivamente las tareas multiplicativas, aplican en cada espacio de medida un escalar "de tipo aditivo" (+ 10 y + 3) y al hacerlo, igualmente trabajan con la relación funcional 10 -3 (Ver Figura 1).

$$\begin{array}{ccc} & 10 \leftrightarrow 3 & \\ +10 & & +3 \\ & 20 \leftrightarrow 6 & \\ +10 & & +3 \\ & 30 \leftrightarrow 9 & \end{array}$$

Figura 1. Esquema de la figura que Andrés dice utilizar.

Finalmente, sorprende el carácter aditivo de los procedimientos que sujetos de diferentes edades utilizan para resolver situaciones problema de tipo multiplicativo (como las de compra-venta). Resnick propone como hipótesis que los "únicos conceptos fáciles de adquirir y que parece se adquieren universalmente, son los basados en la composición aditiva" (Resnick, 1986, p. 189).

Este es un supuesto que este tipo de investigación debería confirmar.

Como el lector puede apreciar la riqueza del texto de Schliemann es indudable. No solo corresponde con una reorientación de su modelo de análisis recuperando el significado que el individuo tiene en la construcción del conocimiento, sino que se ubica en el gran debate de la psicología actual –conocimiento general versus conocimiento específico– logrando una descripción de la manera como los conocimientos específicos tienden progresivamente a transformarse en estructuras de conocimiento, mas generales Ψ

Bibliografía

CARRAHER, T., SCHLIEMANN, A., CARRAHER, D. (Eds.) (1988) *Na Vida Dez, na Escola Zero.* São Paulo: Cortez.

LAVE, J. (1988) *Cognition in practice: Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life.* New York: Cambridge University Press. Versión en castellano. La Cognición en la Práctica. Barcelona: Paidos, (1991).

OROZCO, M. (1991) Construction of Procedures for Solving Multiplicative Problems. In *Proceedings Fifteenth PME Conference. Vol. III,* Assisi, Italy, 129-136.

OROZCO, M. (1996) *Estudio microgenético y procesual de la construcción de la operación multiplicativa.* Barcelona: Universitat de Barcelona. Tesis doctoral, sin publicar.

PIAGET, J. (1987) Implicaciones y significaciones aritméticas. Con la colaboración de I. Berthoud y H. Kitcher. En PIAGET, J. & GARCIA, R. *Hacia una lógica de significaciones.* México: Gedisa, 1989.

PASCUAL-LEONE, J. (1987) Organismic processes for neo-piagetian theories: A dialectical-causal analysis of cognitive development. *International Journal of Psychology,* 22, 531-570.

PASCUAL-LEONE, J., JOHNSON, J. (1991) The Psychological Unit and its Role in Task Analysis: A reinterpretation of Object Permanence. In Chandler, M. & Chapman, M. (Eds.) *Criteria for Competence: Controversies in the Conceptualization and Assessment of Children's Abilities.* Hillsdale, N. J.: Lawrence Earlbaun Associates, 151-187.

RESNICK, L. B. (1986) The development of mathematical intuition. In M.. Perlmutter (Ed.), *Perspectives on Intellectual Development: Minnesota Symposia on Child Psychology,* Vol 9, 159-194.

SAXE, G. (1990) *Culture and Cognitive Development. Studies in Mathematical Understanding.* Hillsdale, N. J.: Lawrence Earlbaum Associates.

SCHLIEMANN, A. (1988) Escolarizacao Formal versus Experiencia Practica na Resolucao de problemas. En T. Carraher, A. Schliemann & D. Carraher, *Na Vida Dez, na Escola Zero* (3a. ed.) São Paulo: Cortez Editora. P. 14 ?

SCHLIEMANN, A. D. & CARRAHER, D. W. (1992) Proportional reasoning in and out of school. In P. Light, G. Butterworth (Eds.) *Context and Cognition: Ways of Learning and Knowing.* New York: Harvester Wheatsheaf, 47-73.

SCHLIEMANN, A., PEREIRA DE MAGALHÃES, V. (1990) Proportional reasoning: from shopping to kitchens, laboratories and hopefully schools. *Proceedings Fourteenth PME Conference, Vol. III.* México. p. 67-73.

VERGNAUD, G. (1983) Multiplicative structures. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics: Concepts and Processes.* New York: Academic Press, 128-174.

VERGNAUD, G. (1988) Multiplicative structures. In J. Hiebert, J. and M. Behr, *Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Vol 2.* Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Second Printing 1989, 141-161.