

Un Modelo para el Diseño de Material Computacional Interactivo

Patricia Camarena

Instituto Politécnico Nacional
UPALM, Col. Lindavista, México D. F. México
pcamarena@ipn.mx

Resumen: El artículo ofrece una experiencia sistematizada sobre una propuesta de modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo. Para lo cual, se han sistematizado y organizado las experiencias de varios autores de materiales computacionales educativos para la enseñanza de la matemática, asimismo, se han tomado en cuenta investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática; sin embargo, por su generalidad esta propuesta puede ser considerada como un modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo en la enseñanza de las ciencias. El modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo, que se presenta en este documento, se fundamenta en las teorías de la Matemática en el Contexto de las Ciencias y del Diálogo Didáctico Mediado. El modelo en sí incorpora tres dimensiones: Los Actores, los Recursos Didáctico Tecnológicos y los Procesos.

Palabras clave: Material interactivo, Matemáticas en Contexto, Acciones didácticas, Acciones computacionales.

Abstract: In this work it is proposed a systematized experience about a didactic-technology model to design an interactive computational material proposal. For this purpose several educational computation material author experiences of mathematics teaching were systematized and organized, besides, mathematics learning and teaching research were considered; however, the generality of the model it can be considered as didactic-technology model for interactive computational material design of sciences teaching. The didactic-technology model for interactive computational material is founded in the Mathematics in the Sciences Context theory and Mediated didactic dialogue theory. The model involved three dimensions: the actors, the technological didactic resources and the processes.

Key words: Interactive material, Mathematics in Context, Didactic actions, Computational actions.

1. Introducción

En era de la globalización, donde actualmente se encuentran inmersos los países, organismos internacionales como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO por sus siglas en inglés) y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), ofrecen políticas educativas para la educación del siglo XXI, incidiendo principalmente en la incorporación de la tecnología electrónica en los procesos educativos. Esta

incorporación se puede dar como medio de trabajo en las diversas áreas institucionales, como objeto de estudio, como medio de comunicación, como ambiente de aprendizaje, como material de apoyo didáctico o como mediador en los procesos de aprendizaje de los educandos. Estas formas de usar y concebir a la tecnología electrónica conllevan diversas concepciones de los agentes relacionados con esta herramienta, las cuales se ubican en el entender de estos actores del proceso educativo, es decir, no siempre tienen porqué ser las concepciones más adecuadas, pertinentes o científicas sobre el uso

o la integración de la tecnología electrónica con el ambiente educativo.

1.1. Estado del arte

Cabe mencionar que actualmente se encuentran materiales computacionales educativos abiertos, es decir, libres o gratuitos, que versan desde ideas sobre la temática a aprender hasta software educativo enfocado a ciertas asignaturas, como el caso de la matemática. Cuando estos materiales son empleados por el profesor en las clases que imparte, él da cuenta de que los alumnos se sintieron muy contentos, motivados y que el aprendizaje fue mejor que si no se hubiera empleado ese material. Desde luego que el material motivó a los estudiantes, porque es algo nuevo en su curso, es una forma diferente a la tradicional de recibir su asignatura y además, es algo cercano a la modernidad en que viven.

Es importante mencionar que existe material tecnológico específico para el aprendizaje de la matemática, el cual ha sido desarrollado por grandes consorcios empresariales que cuentan con un equipo interdisciplinario de trabajo conformado por expertos expertos para el desarrollo de estos materiales. Entre el tipo de material tecnológico se encuentra software que han desarrollado consorcios empresariales, como Maple, GeoGebra, Mathematica, Derive, Cabri, Geómetra, etc., que con teorías constructivistas, como la de Piaget [Piaget 91] o la teoría de las Ciencias en Contexto [Camarena 06], se pueden diseñar actividades de aprendizaje para que el material tecnológico funja como mediador en la construcción de conocimiento matemático en estudiantes de bachillerato y nivel superior.

Cabe hacer mención que para el caso de educación básica se desarrolló el programa Logo, cuyo éxito está en los fundamentos teóricos usados para su diseño y desarrollo, los cuales versan en teorías psicológicas constructivistas, enfocadas principalmente para la construcción de conocimiento matemático y el desarrollo de habilidades geométricas y lógicas [Juárez 11]. Asimismo, se cuenta con el trabajo realizado por el Grupo Editorial Santillana, en España, quien ha implementado una plataforma en la web que pretende que los niños de educación básica aprendan matemáticas [Tareas y

Más, 2013]. En América está la plataforma en la web implementada por el National Council of Teachers of Mathematics [NCTM, 2013] de Estados Unidos de Norte América para el aprendizaje de matemáticas, quienes incluyen sus Principles and Standards for School Mathematics. También e-eduteka es otra plataforma en la web para la enseñanza de la matemática en niveles básicos [e-eduteka, 2013]. En general se puede decir que para los niveles básicos se ha trabajado mucho en el desarrollo de material computacional interactivo.

Para el caso del nivel universitario, Mantilla [2009] menciona que ha desarrollado una herramienta computacional de tipo interactivo para el aprendizaje del diseño de reactores, donde el estudiante encuentra un resumen de la teoría a aprender, un conjunto de ejercicios interactivos de opción múltiple y un grupo de ejercicios de diseño para aplicar el conocimiento; con el conjunto de ejercicios interactivos de opción múltiple, menciona el autor que el estudiante tendrá la oportunidad de una retroalimentación específica a través de un mensaje al usuario, donde se le explica si la opción elegida es correcta o no y porqué; si el alumno seleccionó una opción incorrecta, el programa elimina esa opción y le permite que elija otra. Por su lado, Ardilla y Merchán [2004] desarrollan un material educativo computacional de tipo interactivo para la enseñanza y aprendizaje de operaciones de absorción y desorción en sistemas isotérmicos y binarios para transferencia de masa; los autores además de conocer la disciplina a enseñar ellos se forman en tecnología para realizar el diseño del material, sin embargo, en el trabajo reportado no se identifica claramente la interacción prometida, al parecer al estudiante le sirve sólo para comprobar resultados.

Las concepciones empleadas, por los autores de materiales computacionales interactivos en el nivel superior, respecto a lo *interactivo* son distintas a la que se emplea en el modelo que se presenta en este documento, como se aprecia en la definición dada en el apartado 3.2.2. Por otro lado, para Mantilla, no se aprecia ningún modelo que guíe el desarrollo de su herramienta computacional, mientras que en el caso de Ardilla y Merchán, aunque tampoco hay un modelo de diseño a seguir, ellos se centran tanto en el contenido a enseñar como en los elementos tecnológicos a usar, mas no se establece

explícitamente la vinculación entre ambos.

1.2. El problema a abordar

Si se incursiona en la Internet, se puede encontrar mucho material computacional educativo para la enseñanza de las ciencias, en particular para la enseñanza de la matemática. Este material si es pasado por la lupa del investigador en educación matemática o didáctica de la matemática, se puede identificar que no hay una teoría que sustente el contenido o que guíe el diseño de las actividades que se pueden desarrollar con dicho material, porque hay un "ni ton ni son" que no se sabe hacia dónde van o qué persiguen, simplemente cubren un contenido curricular; es más, algunas veces parece que solamente los apuntes de clase tradicional son puestos en la web. Es claro que este comportamiento no siempre es así, pero en la mayoría de los materiales identificados, por el equipo de investigación de la Red Internacional de Investigación en Matemática en el Contexto de las Ciencias (MaCoCiencias), éste es el problema detectado. Para estar ciertos de esta percepción se aplicó un instrumento de indagación, de forma virtual (vía correo electrónico) o presencial (cuando fue posible), a una muestra de autores de este tipo de material, los cuales son docentes o desarrolladores de tecnología, quienes se ubican tanto en Francia, Estados Unidos de Norte América, como en México. Este estudio de indagación se localiza en el Reporte Técnico del Proyecto de Investigación intitulado: *Diseño de estrategias didácticas para competencias matemáticas en el nivel superior* [Camarena 11].

El instrumento consistió de dos preguntas abiertas: ¿En qué se basó para desarrollar su material educativo?, ¿Hay alguna teoría educativa que lo haya guiado para diseñar las actividades que ha de desarrollar el estudiante con su material?. Llama la atención el hecho de que siendo países muy distintos y ubicados en diferentes continentes, dos en América y uno en Europa, el 88% de las respuestas fueron del mismo estilo, las cuales se clasifican en cinco categorías de respuestas:

Pregunta 1: *¿En qué se basó para desarrollar su materia educativo?*. Categoría 1.1 de respuesta: "..... a los estudiantes les gusta", con este tipo de respuesta ellos garantizan que es un buen material.

Categoría 1.2 de respuesta: "..... uno fue estudiante y por eso uno sabe qué es lo que es mejor para aprender", lo que les permite creer que los estudiante están aprendiendo.

Pregunta 2: *¿Hay alguna teoría educativa que lo haya guiado para diseñar las actividades que ha de desarrollar el estudiante con su material?*. Categoría 2.1 de respuesta: "..... ¿teoría?, ¿qué quiere decir?", Insistiendo más en esta interrogante, se llega al punto en que las respuestas son:

Categoría 2.2 de respuesta de los tecnólogos: "..... yo no soy educador, yo desarrollo esto porque sé de tecnología y creo que así van a aprender".

Categoría 2.3 de respuesta de los profesores: "..... en mis clases eso hago y los alumnos aprenden, por eso así usé el software".

Estas categorías de respuestas dan evidencia de que los tecnólogos y docentes desarrollan y usan la tecnología a su personal sentir, es más, consideran que simplemente por usar tecnología los estudiantes están aprendiendo, independientemente de cómo se diseñe o cómo se use esta tecnología.

Del restante 12% de la muestra entrevistada, el 11% corresponde a profesores que desarrollan investigación educativa disciplinaria y usan la tecnología existente para diseñar actividades de aprendizaje. El 1% complementario al doce por ciento, está formado por profesores investigadores que han trabajado de forma conjunta con tecnólogos, para desarrollar materiales de apoyo al aprendizaje elaborados con recursos didáctico tecnológicos; donde cada parte aporta su experticia, el tecnólogo en el desarrollo de tecnología y el profesor investigador con las teorías educativas para el desarrollo y uso del material computacional educativo.

Por otro lado, cuando la tecnología electrónica es incorporada como material de apoyo didáctico o como mediadora del proceso de aprendizaje, posee formas particulares de tratarse y problemáticas específicas que deben ser abordadas desde una mirada interdisciplinaria y transdisciplinaria.

El estudio de indagación muestra la problemática de que los profesores y tecnólogos no cuentan con un modelo didáctico-tecnológico que guíe los pasos para el diseño y uso de material tecnológico en la enseñanza de las ciencias. Es cierto que cada rama, la

tecnológica y la didáctica, posee modelos propios de su área de conocimiento, lo que ahora se busca es un modelo interdisciplinario que integre las dos áreas, para construir un modelo didáctico-tecnológico que guíe el diseño de material tecnológico interactivo en la enseñanza y aprendizaje efectivos de las ciencias.

Un punto importante de tomar en cuenta es que los tiempos didácticos son distintos a los tiempos cognitivos, y cada persona es diferente, luego, los materiales tecnológicos para que cumplan con su función de materiales de apoyo al aprendizaje en toda la extensión de la palabra, es necesario que permitan al estudiante avanzar y retroceder cuando lo considere necesario, ir a sus propios ritmos vitales, usarlo en los espacios de tiempo que considere pertinentes, que conozca su avance, que lo motive, etc. Es decir, materiales tecnológicos que tiendan a hacer autónomo al estudiante en su aprendizaje.

De esta forma, los materiales tecnológicos que se han seleccionado para este trabajo son los materiales computacionales interactivos enfocados a la enseñanza de alguna ciencia en particular. Ya que su carácter de interactivo aunado a los estándares de calidad como la norma SCORM (Sharable Content Object Reference Model, por sus siglas en inglés), ofrecen estas características de fomento al aprendizaje autónomo en los estudiantes [Blando 02].

La norma SCORM es un conjunto de estándares y especificaciones que permite crear objetos pedagógicos estructurados. El modelo SCORM se sustenta en el concepto de la base de datos XML. Son seis los estándares de calidad que cubre la norma SCORM [UPEV-IPN 07]:

Accesibilidad: Hacer que el contenido quede disponible en localizaciones remotas a través de la web.

Adaptabilidad: Permitir que el material se adapte a las necesidades del interesado.

Viabilidad: Reducir los tiempos y costos de entrega de materiales educativos al interesado.

Durabilidad: Capacidad de resistir la evolución de la tecnología, es decir, no debe requerir rediseñarse, reconfigurarse o reprogramarse frecuentemente.

Interoperabilidad: Capacidad de utilizarse en otros sistemas o en otros LMS (Learning Management System, en inglés) o en español Sistemas de Administración del Aprendizaje o Plataformas

Tecnológicas Educativas, las cuales se instalan en redes de comunicación como la internet.

Reusabilidad: Flexibilidad que permita que un material pueda ser reusado, es decir, que pueda usarse en diversas aplicaciones y contextos.

1.3 Objetivo del estudio

Con la problemática descrita y la acotación del problema a abordar, el objetivo del estudio es elaborar un modelo didáctico-tecnológico que guíe los pasos para el diseño de material computacional interactivo en la enseñanza de las ciencias, en particular de la matemática.

Con este objetivo se está incidiendo en la transdisciplinariedad entre la tecnología y la educación. Con ello, el modelo, objeto de este estudio, está dirigido a profesores y tecnólogos que se ubican en instituciones educativas y hacen su mejor esfuerzo para el desarrollo y uso de materiales computacionales interactivos, sin contar con un modelo que los oriente en el diseño de estos materiales.

2. Metodología

El desarrollo del modelo mencionado, se lleva a cabo a través de la sistematización y organización de las experiencias de varios autores de materiales computacionales educativos para la enseñanza de la matemática, y también se toman en cuenta investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. De hecho, el sector del 12% de la muestra del estudio de indagación, fue contactado para conocer sus experiencias en el desarrollo y uso de material tecnológico educativo e interactivo.

Las experiencias se agruparon en dos categorías: A) las que desarrollan material computacional interactivo y B) aquellas que solamente usan material tecnológico ya desarrollado. De estas dos categorías de experiencias, en la categoría A) se identifica lo que tiene que ver con la parte tecnológica y lo que tiene que ver con la parte didáctica, para ser cotejado con investigaciones en educación matemática y procesos que ha seguido el grupo de diseño y desarrollo de materiales computacionales interactivos, de la Red MaCoCiencias, para

complementarse. De la categoría B) interesa identificar las teorías educativas que emplean, mismas que también se cotejan con las mencionadas en la categoría A) y las del grupo de la Red MaCoCiencias. Asimismo, se identifican los procesos seguidos en la categoría A) y en el grupo de la Red MaCoCiencias. De esta forma, se logran sistematizar las experiencias y complementarse con la forma de trabajo del grupo de la Red MaCoCiencias.

3. Propuesta de modelo didáctico-tecnológico

Tomando en cuenta que una de las líneas de pensamiento de la Red MaCoCiencias es saber por qué y para qué se imparten los temas de matemáticas, en el nivel educativo al que pertenecen, es importante definir el tipo de aprendizaje que se quiere promover en los estudiantes.

Esto se menciona porque los objetivos educativos que persigue el docente deben dejar en claro qué se pretende con los cursos que imparten a los estudiantes y los materiales de apoyo didáctico diseñados o seleccionados. Por ejemplo, desarrollar los conceptos en los estudiantes, ofrecer una matemática mecanicista, desarrollar habilidades del pensamiento, o cuáles de estos aspectos se pretenden con la impartición de los cursos.

El presente modelo didáctico-tecnológico, para el diseño de material computacional interactivo, se focaliza en matemáticas, para el nivel de bachillerato y nivel universitario. Lo que se pretende principalmente con el material computacional es que el estudiante construya conceptos, que desarrolle procesos, que trabaje la mecanización de los conceptos, que resuelva eventos contextualizados de su realidad, es decir, que construya una matemática para la vida, con lo cual contará con una matemática que apoya su inserción en la sociedad de forma efectiva.

3.1. Fundamentación teórica

El modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo en matemáticas, se fundamenta en dos teorías que son la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias y la teoría

del Diálogo Didáctico Mediado, esta última específica del aprendizaje mediado con la tecnología electrónica. Incluyéndose las teorías que sustentan la ingeniería de computación, tanto a nivel hardware como software; en este documento, no se abordan estas últimas teorías por motivo de espacio. La razón de las teorías elegidas es porque la Matemática en el Contexto de las Ciencias favorece [Camarena 00]: que el aprendizaje esté centrado en el estudiante, que el alumno construya su conocimiento, que el aprendizaje sea interdisciplinario, que el estudiante consolide una formación integral, que el estudiante tienda a ser autónomo, que los procesos educativos se adapten a quien aprende y que se favorezca la enseñanza guiada, entre otros más. Mientras que el Diálogo Didáctico Mediado permite [García 08]: que se favorezca la interacción, que se favorezca la interactividad y que se favorezca la enseñanza guiada.

3.1.1. Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias [Camarena 84, 87, 00, 08; Muro 04; Trejo 05], es una teoría a través de la cual se analiza y vincula la matemática con las demás áreas del conocimiento, tiene un carácter social ya que se aboca a analizar la matemática que será de utilidad a la sociedad científica, técnica y civil. Además, trata de desarrollar una cultura matemática entre sus usuarios y busca una matemática para la vida [Camarena 00] para preparar al futuro profesional a que enfrente exitosamente su labor profesional. La teoría de la Matemática en Contexto de las Ciencias se fundamenta en los siguientes paradigmas: la matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa, la matemática tiene una función específica en el nivel universitario y los conocimientos nacen integrados. El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, otorgando una formación integral. La teoría aborda cinco fases mediante un propósito en común de los saberes transdisciplinarios, de tal forma que en el ambiente de aprendizaje están presentes las cinco fases: la curricular, desarrollada desde 1984, la

didáctica, iniciada desde 1987, la epistemológica, abordada en 1988, la docente, definida en 1990, y la cognitiva, estudiada desde 1992.

Por otro lado, cabe mencionar que esta teoría se ha extendido a las demás ciencias básicas en estudios profesionales en donde éstas no son una meta por sí mismas, de forma tal que se extrapolan algunos resultados aplicables a otras ciencias, con lo cual se construye la teoría de las Ciencias en Contexto [Camarena 06].

La didáctica en la Matemática en el Contexto de las Ciencias [Camarena 87; Muro 00; García 00; Trejo 05; De Pavia 06]. El proceso didáctico, es aquel que posibilita la construcción del proceso del aprendizaje y la enseñanza, con la peculiaridad de ser intencional y orientado a fines determinados, en cualquiera de las modalidades educativas. El proceso del aprendizaje y de la enseñanza con la incorporación de la tecnología electrónica, se constituye por pasos dialécticos, inseparables entre sí, conformando un proceso único, donde su intención es la construcción de significados a partir de las actividades de aprendizaje. En el proceso didáctico se pone en juego un conjunto de recursos disciplinarios, pedagógicos, tecnológicos y personales, que un profesor puede utilizar en su relación con el estudiante y con el apoyo de una diversidad de recursos didáctico tecnológicos [Villalpando *et al* 07]. El diseño didáctico dicta el tipo de actividades de aprendizaje que vivirá el estudiante y las actividades de enseñanza que usará el profesor, es donde se elaboran los materiales de apoyo al aprendizaje, se determinan los recursos didáctico tecnológicos a utilizar y se establecen mecanismos de evaluación. El diseño didáctico debe estar acorde a las características establecidas en el modelo curricular de la institución donde se labora y se deben tomar en cuenta características filosóficas que orienten en lo axiológico a través de la concepción de estudiante y de la educación como un proceso de formación integral, para el logro de su autonomía, bajo el desarrollo de competencias profesionales y laborales, que evidencian una educación humana y de calidad.

Estrategia didáctica de la Matemática en Contexto [Camarena 87; Muro 00; Trejo 05; Olazábal 05; Sauza 06]. A través de la fase didáctica de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, se

cuenta con la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto. La cual parte de la estructura curricular y las competencias requeridas en el campo profesional y laboral del futuro egresado, incursionando en la vinculación entre disciplinas con el objetivo de ofrecer una formación integral al estudiante, donde los dos ejes rectores de la didáctica son la contextualización y la descontextualización. Ésta contempla las nueve etapas que se desarrollan en el ambiente de aprendizaje a través de eventos contextualizados, que son problemas, proyectos o estudios de caso, los cuales son abordados por equipos de tres estudiantes: líder académico, líder emocional, líder de trabajo. Las nueve etapas son: 1.- Identificar los eventos contextualizados. 2.- Plantear a los equipos el evento contextualizado. 3.- Determinar las variables y las constantes del evento por los equipos. 4.- Incluir los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelo matemático y solución del evento. 5.- Determinar el modelo matemático por los equipos. 6.- Dar la solución matemática del evento por los equipos. 7.- Determinar la solución requerida por el evento por los equipos. 8.- Interpretar la solución en términos del evento por los equipos. 9.- Presentar una matemática descontextualizada.

Cabe hacer mención que los puntos se enumeran por formalismo, porque no necesariamente se presentan en ese orden dentro del ambiente de aprendizaje, dependerá del tipo de grupo con que se trabaje, de sus conocimientos previos, tiempos destinados a las sesiones de trabajo, experiencia previa con eventos contextualizados, etc. Además, los puntos cuatro y nueve requieren del diseño de actividades didácticas específicas, las cuales se también pueden desarrollar con la mediación de la tecnología electrónica, en particular con sistemas computacionales interactivos que permitan que el estudiante realice las actividades de aprendizaje y adquiera habilidades para el aprendizaje autónomo.

Materiales de apoyo didáctico [Villalpando *et al* 07; Luis 04]. Respecto a los materiales de apoyo didáctico se tiene que la tecnología electrónica juega un papel preponderante como elemento mediador entre el aprendiz y el contenido a aprender. El desarrollo de los materiales de apoyo didáctico requieren del uso de una didáctica específica que debe dominar el docente. La estrategia didáctica de la

Matemática en Contexto, dicta una serie de lineamientos para el diseño de las actividades didácticas que deberán ser incorporados para la mediación con la tecnología o en los sistemas computacionales interactivos, diseñados exprofeso para el apoyo al proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, mismos que deben ser comprendidos y dominados por el docente.

3.1.2. Teoría del Diálogo Didáctico Mediado

La teoría del Diálogo Didáctico Mediado [García 01, 02, 08], tiene un carácter ecléctico al retomar aspectos sustanciales de diversas teorías que se han formulado sobre la educación a distancia, de ahí precisamente su riqueza y posibilidad como sustento para el diseño de materiales interactivos. El diálogo didáctico mediado se manifiesta mediante una comunicación didáctica de doble vía que involucra a todos los actores del proceso educativo, separados físicamente en espacio y tiempo [Ortiz *et al* 07]. En la teoría se contemplan principalmente el diálogo o interacción que se lleva a cabo a través de medios y materiales producidos; la interactividad, que permite una relación síncrona y asíncrona; y la enseñanza guiada por un profesor o asesor.

Comunicación. La comunicación es el medio para establecer los aprendizajes, ésta se desarrolla en dos áreas, la correspondiente a la *interacción* y la que compete a la *interactividad*. La interacción se presenta entre el docente y el estudiante, entre estudiantes y entre profesores; la interacción forma parte del acompañamiento que se da al estudiante, ésta debe ser permanente con la finalidad de aclarar dudas, proporcionarle sugerencias y ampliar la información. Mientras que la interactividad se presenta entre los estudiantes y los materiales didácticos tecnológicos, que incorporan los medios electrónicos, para propiciar la construcción del conocimiento de los estudiantes.

Acompañamiento. El acompañamiento es un elemento que requiere de la comunicación e incluye la guía del profesor, así como del tutor. Con el acompañamiento se pretende apoyar al estudiante a lograr su desarrollo progresivo de los propósitos previstos, su formación integral y su aprendizaje autónomo. Hay dos tipos de acompañamiento que

recibe el estudiante durante su paso por un programa académico, el brindado por el docente y del tutor. El primero lo acompaña durante la unidad de aprendizaje que imparte, para apoyarlo en las dudas que tenga sobre el curso, revisar sus tareas, motivarlo respecto a la asignatura, etc., es decir, se trata de una enseñanza guiada. Mientras que el segundo, el tutor, acompaña al estudiante durante su trayectoria académica, para apoyarlo y canalizarlo a las instancias que competan, en los problemas que se le presenten durante su vida escolar [ANUIES 01].

3.2. El modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo

La presente propuesta ofrece un modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo en matemáticas, el cual incorpora tres dimensiones: la dimensión de las figuras o actores que hacen posible que los materiales de apoyo didáctico sean eficaces en el aprendizaje del estudiante, la dimensión de los recursos didácticos tecnológicos, los que contribuyen en el diseño del material computacional interactivo, y la dimensión de los procesos que se requieren en el diseño del material computacional interactivo en matemáticas. Es claro que todas las dimensiones interactúan entre sí, sin embargo, para la presentación del modelo didáctico-tecnológico se hace necesario fragmentarlas y abordar cada una de ellas por separado.

3.2.1. Dimensión de las figuras o actores

La dimensión de las figuras o actores está constituida por las personas que participan en el diseño y desarrollo del material computacional interactivo. Es claro que el profesor no necesariamente es un experto en el diseño ni desarrollo de material computacional, en particular en programación, por lo que se requiere de un equipo interdisciplinario de personas para el diseño y desarrollo de este material. En esencia el equipo de diseño de materiales computacionales debe incluir un ingeniero en computación, un diseñador editorial, diseñador gráfico, comunicólogo, técnico informático o en computación y el (o los) profesor. Algunas veces se requiere al pedagogo de educación a distancia [Panchí 06_a].

El profesor interviene como experto en el contenido curricular. El ingeniero en computación desarrolla el software a partir de las indicaciones que da el profesor sobre las acciones computacionales. El diseñador editorial, el gráfico y comunicólogo, permiten dar al material el atractivo y el despliegue motivador que se presenta a través de los colores, el tipo y tamaño de letra, la ubicación de las figuras, etc. El pedagogo es quien apoya al profesor en el diseño didáctico, cuando el docente no tiene experiencia o conocimiento sobre el área educativa. Cabe mencionar que en la aplicación del material computacional es necesario contar con el técnico informático o en en computación para dudas sobre algún problema técnico del material o de la computadora en donde se instala el programa computacional.

3.2.2. Dimensión de los recursos didáctico tecnológicos

Los recursos didáctico tecnológicos toman especial énfasis, pues la mediación pedagógica se realiza a través del uso de ellos. Entendiendo como mediación pedagógica toda intervención capaz de promover y acompañar el proceso de enseñanza y de aprendizaje de los estudiantes, favoreciendo las tareas de construcción y de apropiación del mundo [Villalpando *et al* 07]. Estos recursos didáctico tecnológicos considerados son: Internet, plataformas tecnológicas educativas, computadora, software educativo, simuladores, Realidad Virtual, foros de discusión, chat, Comunidades Virtuales, software, simuladores, sitios web, etc. Desde un enfoque pedagógico, estos recursos requieren de un aprovechamiento que va más allá de un buen funcionamiento técnico o del contar con la versión más actualizada del equipo. Los recursos didáctico tecnológicos, cuando son empleados para la elaboración de materiales computacionales interactivos, son tan poderosos en el aprendizaje que pueden lograr en el estudiante sentir una realidad virtual, porque se usan diferentes sentidos sensoriales, transformando los materiales en verdaderos objetos de apoyo al aprendizaje [Villalpando *et al* 07].

Los recursos didáctico tecnológicos abarcan dos aspectos [Panchí 06_b]: a) el aspecto intelectual, la

organización y estructura del proceso de enseñanza y de aprendizaje en la elaboración del mensaje o contenido que se va a enseñar y, b) el aspecto técnico en sí, maquinaria, equipo, funcionamiento técnico de producción, y transmisión o logística necesaria para materializar el mensaje. Es clara la participación, al menos, del profesor y el ingeniero en estos aspectos de los recursos didácticos tecnológicos.

Como se ha mencionado en el estado del arte, la concepción de material interactivo conlleva varias connotaciones, por lo que se precisa definir el término *interactivo* en los materiales computacionales. Así, entendemos por material computacional interactivo aquel que permite que el estudiante con éste, construya su conocimiento, para lo cual requiere estar fundamentado en alguna teoría constructivista para el aprendizaje; esto va más allá de establecer acción entre el alumno y el material. Así, entre muchos otros factores, el material deberá permitir que el alumno se dé cuenta de sus errores por sí mismo, no porque lea una leyenda que se lo diga, en tal caso el programa estaría sustituyendo al profesor tradicional. El material debe permitir que el estudiante realice actividades autónomas, es decir, libremente para que pueda ver qué pasa cuando recorre diferentes caminos y aprenda de sus errores.

3.2.3. Dimensión de los procesos

La dimensión de los procesos se enfoca en tres acciones principales:

1. El tratamiento del contenido matemático desde las fases de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.
2. La concretización e identificación de los indicadores del aprendizaje de los conceptos matemáticos involucrados en el contenido a aprender.
3. El diseño del software interactivo, con los elementos de las acciones anteriores.

1. Tratamiento del contenido. Se ha mencionado que la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* contempla al proceso educativo como un sistema en donde interviene las cinco fases de la teoría, para impartir un contenido curricular en una asignatura es necesario que sea tratado desde cada una de las cinco fases [Camarena 00].

Tratamiento del contenido matemático desde la fase cognitiva de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Se identifican (cuando el docente ha enseñado el concepto en tratamiento) y documentan (de investigaciones en educación matemática) el tipo de problemas cognitivos que usualmente presentan los estudiantes sobre el contenido matemático, ya que la superación de estos problemas contribuye a la construcción del conocimiento y dan luz sobre indicadores en el aprendizaje del concepto. Los conocimientos previos del concepto matemático a aprender, deben ser tomados en cuenta para el diseño de actividades didácticas.

Tratamiento desde la fase epistemológica de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, sobre el concepto matemático a abordar. En esta fase se identifican los obstáculos epistemológicos del contenido matemático en tratamiento, ya que la superación de éstos apoya la construcción del conocimiento y determinan indicadores para el aprendizaje. También se toman en cuenta las características del contenido matemático a aprender, como por ejemplo el enfoque del concepto que debe ser enseñado; también sus diversas representaciones semióticas, entre otros, éstos determinan elementos a ser usados en las actividades didácticas.

Tratamiento del contenido matemático desde la fase didáctica de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Se revisan y analizan las historias de vida de los eventos contextualizados a ser utilizados, para usar los más convenientes, de acuerdo a lo que se pretende con el concepto.

Tratamiento de la fase curricular de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, sobre el contenido matemático. Se establece la vinculación del contenido matemático con los contenidos curriculares de otras asignaturas del ciclo escolar del estudiante. Se identifica cuál es el papel del concepto dentro de los estudios generales del alumno, con lo cual se pueden identificar los enfoques, representaciones semióticas y habilidades requeridas del concepto a enseñar, entre otros.

Tratamiento del contenido matemático desde la fase docente de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Se documentan las problemáticas que frecuentemente tiene el docente en la enseñanza de

este tema, así como las buenas prácticas sobre la enseñanza del mismo.

En general es importante indagar en investigaciones sobre educación matemática para identificar indicadores para la construcción del concepto matemático. Aunque cabe mencionar que para el caso del nivel universitario, prácticamente no hay estudios en esta dirección, por lo que se recomienda que el docente los vaya construyendo. En la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, los eventos contextualizados se contextualizan en fuentes de tipo científico y social: en las asignaturas científicas de la profesión que se encuentran estudiando los alumnos, en situaciones de la vida cotidiana y en la praxis social de su futura actividad, tanto laboral como y profesional.

2. *Concretización e identificación de los indicadores.* Con todo lo anterior se establece una matriz sistémica, que permite construir los indicadores del aprendizaje del contenido matemático. Ver Tabla 1.

	Fase cognitiva	Fase epistemológica	Fase didáctica	Fase curricular	Fase docente	Identificador final	Indicadores
Problemáticas							
Aciertos							

Tabla 1. Matriz sistémica para diseño de indicadores.

Se colocan las problemáticas y aciertos identificados en el análisis anterior de cada fase y con ello se establecen los identificadores del concepto, colocando las problemáticas en negativo para obtener identificadores positivos en los dos últimos renglones. Con éstos, se deberá ir agrupando en categorías todo lo que es común o representa lo mismo para formar los identificadores finales, a los cuales se les asocian los indicadores, como son entendidos en la investigación educativa: observables cualitativos o cuantitativos.

A continuación se describen el tipo de actividades que se recomiendan en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias para la construcción del conocimiento matemático, éstas dependerán de los indicadores que se han establecido para un concepto en particular que se quiere enseñar.

Actividades para la construcción del conocimiento.

Actividades para transitar entre las diferentes representaciones semióticas de los conceptos

matemáticos: numérica, algebraica, analítica, gráfica y contextual [Duval 99; Trejo et al 11].

Actividades de predicción, en particular, a partir de las representaciones semióticas se pueden proponer valores para que el estudiante conjeture el valor asociado que le debe corresponder, en la mismo o diferente representación [Camarena 87; Muro 00].

Actividades en donde el estudiante mueva los parámetros en la representación contextual para ver la repercusión en el modelo matemático del evento, y en las diversas representaciones semióticas de los conceptos involucrados y viceversa [Camarena 87].

Actividades que pongan a la luz los puntos de control de error que debe manejar el estudiante [Camarena 87]. En general, actividades para desarrollar la metacognición [Nickerson et al 94].

Actividades que desarrollen habilidades operativas del concepto matemático [Camarena 06].

Mostrar analogías para ilustrar el concepto, esto ayudará a que el estudiante establezca los amarres a las estructuras cognitivas establecidas [Camarena 00, 06; Sauza 06].

El conocimiento se presenta en espiral, es importante que el docente tome en cuenta este hecho, porque ello le abre el camino a estar repasando continuamente conocimientos que ya han sido tratados dentro del mismo curso o en estudios anteriores, lo cual apoya la construcción y reconstrucción del conocimiento [Camarena 00, 06].

Actividades para superar los obstáculos de los estudiantes. Éstas deben clasificarse según el tipo de obstáculo que se atiende [Brousseau 83].

Actividades para transitar del lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa Olazábal [Olazábal 05].

Actividades para aplicar diversas heurísticas como estrategias para abordar un problema, con la clasificación que otorgan Nickerson et al (Nickerson et al 94) a las dadas por Polya (Polya 76).

Actividades para identificar regularidades en el comportamiento de los datos [Santos 97].

Actividades para que el estudiante pueda conjeturar y partir de supuestos [Camarena 00; Santos 97].

Posteriormente, dependiendo de los indicadores, se diseñan las acciones didácticas que deberá realizar el estudiante para la construcción del conocimiento, las cuales se relacionan con las acciones computacionales que deberán poderse realizar con el material computacional interactivo. Para aclarar este punto, a continuación se muestra un ejemplo en la Tabla 2 que da cuenta de estas acciones para un caso particular. Para los conceptos de razón y proporción [Ruiz et al 11], se establecen los indicadores y a partir de éstos se definen las acciones didácticas en niños de primaria.

Conceptos	Categorías de análisis	Indicadores	Acciones didácticas
Razón como relación entre dos magnitudes a través de un cociente y proporción como equivalencia de dos o más razones	Razones y proporciones de forma intuitiva	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Compara directamente ◆ Usar un instrumento de medición indirectamente 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Sobreponer figuras ◆ Usar un instrumento de medición
	Razones y proporciones de forma explícita	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Comparar indirectamente ◆ Expresar la razón como una fracción ◆ Expresar la proporción como equivalencia de fracciones ◆ Usar razones internas y externas 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Usar un instrumento de medición ◆ Usar una tabla relacionando datos y escribir la razón como una fracción ◆ Usar una tabla relacionando datos de una misma columna ◆ Usar una tabla relacionando datos de dos columnas ◆ Realizar operaciones numéricas
Pensamiento Proporcional	Pensamiento proporcional cualitativo	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Amplificar y reducir ◆ Usar categorías verbales 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Seleccionar figuras reducidas o amplificadas mediante la visualización ◆ Usar expresiones lingüísticas
	Tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo y viceversa	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Comparar ◆ Contar ◆ Amplificar y reducir figuras 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Sobreponer figuras ◆ Contar lados de cuadrados en una cuadrícula ◆ Dibujar figuras amplificadas y reducidas en una cuadrícula
	Desarrollo del pensamiento proporcional cuantitativo	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Medir con instrumentos ◆ Expresar la razón como una fracción ◆ Expresar la proporción como equivalencia de fracciones ◆ Usar la regla de tres 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Medir con un instrumento convencional ◆ Llenar una tabla con datos para establecer proporciones ◆ Realizar operaciones numéricas

Tabla 2. Indicadores de los conceptos de razón y proporción y sus acciones didácticas [Ruiz et al 11].

3. *Diseño computacional.* Es importante mencionar que los eventos contextualizados se diseñan tomando en cuenta los conocimientos previos del estudiante. El docente debe tomar en cuenta si el evento requiere de realizar consideraciones o idealizaciones, para dar los espacios a esta actividad en el sistema computacional interactivo; hay problemas tan complejos que deben ser idealizados para poderse matematizar, en otras ocasiones es necesario hacer consideraciones, como controlar variables para poder lograr la modelación matemática. Como parte de las características de la matemática, se tiene su función

pronosticadora en los eventos contextualizados, para lo cual se debe cuestionar a los estudiantes acerca de la solución del evento en términos del modelo matemático. El Sistema Computacional Interactivo debe generar aleatoriamente diversos contextos, abordando el mismo contenido matemático a aprender para que no se vuelva mecánica la actividad.

Tomando en cuenta el diseño de los eventos contextualizados y los indicadores descritos en el apartado anterior, se diseñan las acciones computacionales junto con el ingeniero en computación, como se muestra en el ejemplo de la Tabla 3. En este ejemplo, si es necesario que el alumno sobreponga figuras, entonces, es necesario que con el mouse el estudiante pueda arrastrar las figuras de la pantalla de la computadora para poder sobreponerlas, y así con cada una de las acciones didácticas. De hecho, dependerá de lo que el profesor requiere que haga el material computacional interactivo para que el ingeniero en computación defina qué recursos didáctico tecnológicos usar, como multimedia, realidad virtual, simuladores, etc., vinculándose con la dimensión de los recursos didáctico tecnológicos.

Acciones didácticas	Acciones computacionales
Sobreponer figuras	Arrastrar figuras
Usar instrumentos de medición	Uso de regla virtual
Usar tablas	Tabla para ser llenada por el alumno
Seleccionar figuras	Acceder a figuras
Dibujar figuras en cuadrícula	Usar un lápiz virtual
Contar cuadrados de una cuadrícula	Uso de una cuadrícula
Realizar operaciones numéricas	Uso de la calculadora y block de notas

Tabla 3. Vinculación entre acciones didácticas y acciones computacionales [Ruiz *et al* 11].

Es decir, el ingeniero solo no podrá hacer un desarrollo computacional interactivo que realmente lleve a que el estudiante construya el conocimiento, porque no es experto en el tema a enseñar y el docente no podrá desarrollar el material computacional interactivo, haciendo lo que se requiere para la construcción del conocimiento porque no es experto en computación. Esta situación reafirma la necesidad del trabajo interdisciplinario en equipo y la vinculación con la dimensión de los actores del modelo didáctico-tecnológico.

Con las acciones computacionales y el diseño de los eventos contextualizados, el ingeniero en computación, el diseñador gráfico, el editorial y comunicólogo desarrollan el material computacional interactivo que es consultado con el profesor en cada etapa. Con trabajo en equipo interdisciplinario se lleva a cabo el diseño y desarrollo del material computacional interactivo en matemáticas. Se puede recurrir a la fuente [Ruiz *et al* 11] para ver el diseño y desarrollo completo del material computacional interactivo para los conceptos de razón y proporción en niños de primaria.

Para terminar se esquematiza, en la Figura 1, el modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo; donde el contenido curricular a enseñar y a aprender es tratado desde cada una de las cinco fases de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Con ello se determinan los indicadores para la construcción del conocimiento, de donde emergen las acciones didácticas y con éstas las acciones computacionales que son diseñadas de forma conjunta entre el docente y el tecnólogo, cuando es necesario se incorpora el pedagogo. Con estos elementos el profesor diseña las actividades didácticas y en trabajo interdisciplinario con el equipo formado por el ingeniero en computación (tecnólogo), el diseñador editorial, diseñador gráfico, comunicólogo y técnico en computación desarrollan el material computacional interactivo.



Figura 1. Esquema del Modelo didáctico-tecnológico

4. Conclusiones

En el presente documento se observa cómo el trabajo en equipo interdisciplinario es indispensable y cómo las tres dimensiones del modelo se entrelazan e interactúan entre sí para conformar el material computacional interactivo, donde cada actor aporta su experticia. Con el modelo didáctico-tecnológico se elaboran materiales que apoyan al aprendizaje de los estudiante en un proceso sincrónico y asincrónico, ya que pueden usarlo en una computadora de su casa y continuar desarrollando actividades.

Cabe hacer mención que el Modelo didáctico-tecnológico de diseño de Material Computacional Interactivo se elabora como guía para la enseñanza de conceptos del nivel bachillerato y universitario. Sin embargo, por su generalidad también ha sido aplicado en el nivel básico, en particular para la enseñanza de los conceptos de razón y proporción como se mencionó párrafos arriba. Para el nivel superior, por ejemplo, se ha aplicado para la elaboración de material interactivo en las asignaturas de cálculo diferencial e integral de una variable y de ecuaciones diferenciales ordinarias, donde se toman como conceptos centrales en el desarrollo del material los conceptos de límite y derivada para el primer tema y las ecuaciones diferenciales lineales para el segundo tema.

Para cerrar este escrito, es menester mencionar que el modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo se ha enfocado en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, sin embargo, por su generalidad, esta propuesta puede ser considerada como un modelo didáctico-tecnológico para el diseño de material computacional interactivo en la enseñanza de las ciencias.

Referencias

[ANUIES 01] ANUIES (2001). "La evaluación de la calidad de la educación superior a distancia" [En línea]. Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior de México, México. Recuperado en marzo del 2010 de <http://www.anui.es.mx>

[Ardilla et al 04] N. Ardilla G y E. Merchán C. (2004). "Desarrollo de un material computacional

para el uso en la enseñanza de transferencia de masa, específicamente en las operaciones de absorción y desorción". Tesis Licenciatura de Ingeniero Químico, de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

- [Blando 02] M. Blando Ch. (2002). "Comunidades Académicas Virtuales" [En línea]. Instituto Politécnico Nacional, México. Recuperado en junio del 2007 de <http://www.cte.ipn.mx>
- [Brousseau 83] G. Brousseau (1983). "Obstacle sépistémologiques de la didactique des mathématiques". Recherches en didactique des mathématiques, Núm. 7 Vol. 2.
- [Camarena 84] P. Camarena G. (1984). "El currículo de las matemáticas en ingeniería". Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, Instituto Politécnico Nacional, México, p. 21-30.
- [Camarena 87] P. Camarena G. (1987). "Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos". Tesis de Maestría en Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, p. 143-164.
- [Camarena 00] P. Camarena G. (2000). Reporte de investigación titulado: "Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería". Núm. registro: CGPI-IPN-990413, México: Editorial ESIME-IPN, p. 11-72.
- [Camarena 06] P. Camarena G. (2006). "Un Enfoque de las Ciencias en Contexto desde la Didáctica". Revista Innovación Educativa, Vol. 6, Núm. 31, México: IPN, p. 21-33.
- [Camarena 08] P. Camarena G. (2008). "Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias". Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, Conferencia Plenaria, Pontificia Universidad Católica del Perú, p. 83-107.
- [Camarena 11] P. Camarena G. (2011). Reporte de investigación titulado: "Diseño de estrategias didácticas para competencias matemáticas en el nivel superior". Núm. registro SIP-IPN: 20100431, México: Editorial ESIME-IPN.
- [De Pavia 06] P. De Pavia I. (2006). "Desarrollo de habilidades del pensamiento para la matemática en el contexto de las ciencias". Tesis de Maestría en

- Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.
- [Duval 99] R. Duval (1999). *Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía: Grupo de Educación Matemática, p. 5-7.
- [e-eduteka 13]. Shodor Foundation, *Matemática interactiva*. Recuperado en noviembre del 2013 de <http://www.eduteka.org>.
- [García 01] L. García A. (2001). "¿Dónde están las bases para las buenas prácticas en educación a distancia?". Universidad de Guadalajara, México: UDG.
- [García 02] L. García A. (2002). "La educación a distancia: De la teoría a la práctica". España: Editorial Ariel.
- [García 08] L. García A. (2008). "Diálogo Didáctico Mediado". Artículos de la Cátedra UNESCO, USA: Bened Editoriales.
- [García 00] L. García G. (2000). "Nociones contextualizadas de las series en ingeniería". Tesis de Maestría en Ciencias con Orientación en Enseñanza de la Matemática de la Coordinación de Investigación y Postgrado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.
- [Juárez 11] M. Juárez P. (2011). "Los entornos virtuales de aprendizaje en la práctica y en la vida académica de las instituciones educativas". En Edel R., Juárez M., Navarro y Ramírez S. (Coords.) *Foro inter-regional de investigación de entornos virtuales de aprendizaje: Integración de redes académicas y tecnológicas*. México: Lulú editorial digital, p. 5-13. www.lulu.com
- [Luis 04] M. Luis G. (2004). "El uso de la informática como motivador en el aprendizaje del álgebra". Tesis de Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Ciencias del Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica de la Secretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación Pública de México.
- [Mantilla 09] C. Mantilla R. (2009). *Planeación y montaje de una herramienta computacional destinada al aprendizaje del diseño de reactores*. Tesis Licenciatura de Ingeniero Químico de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- [Muro 00] C. Muro U. (2000). "Las series de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa". Tesis de Maestría en Ciencias con Orientación en Enseñanza de la Matemática de la Coordinación de Investigación y Postgrado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México, p. 62.
- [Muro 04] C. Muro U. (2004). "Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa". Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.
- [NCTM 13]. National Council of Teachers of Mathematics, USA. Recuperado en noviembre del 2013 de <http://www.nctm.org/standards>.
- [Nickerson et al 94] R. Nickerson, Perkins David y Smith Edward (1994). "Enseñar a pensar, aspectos de la aptitud intelectual". España: Editorial Paidós M. E. C, p. 95-134.
- [OCDE] OCDE. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, <http://www.oecd.org>
- [Olazábal 05] A. M. Olazábal C. (2005). "Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la matemática en contexto". Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México, p. 34-38.
- [Ortiz 07] A. Ortiz B., Y. Vera Ch., C. Zavala H. y P. Camarena G. (2007). "Modelo Académico para Nuevas Modalidades Educativas: Marco Teórico". Tomo II, Vol. 1, México: DINME-IPN, p. 38-52.
- [Panchí 06_a] A. Panchí C. (2006_a). "Figuras que intervienen en programas académicos en Modalidades Alternativas". México: DINME-IPN, p. 12-15.
- [Panchí 06_b] A. Panchí C. (2006_b). "Glosario de términos de Modalidades Alternativas". México:

- DINME-IPN, p. 20.
- [Piaget 91] J. Piaget (1991). "Introducción a la epistemología genética: El pensamiento matemático". México: Editorial Paidós, Psicología Evolutiva.
- [PISA 11] PISA (2011). Program for International Student Assessment de la OCDE, <http://www.pisa.oecd.org>
- [Polya 76] G. Polya (1976). "Cómo plantear y resolver problemas". México: Editorial Trillas, p. 7-21.
- [Ruiz 11] E. Ruiz L. y P. Camarena G. (2011). "Desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo con tecnología". Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Universidade Federal de Pernambuco Brasil. Tema 3. Tecnología y enseñanza de la matemática, Publicación 1254: T-3-P-1254.
- [Santos 97] L. M. Santos T. (1997). "Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas". México: Grupo Editorial Iberoamérica S A. de C.V., p. 13-19.
- [Sauza 06] M. Sauza T. (2006). "Una propuesta didáctica del análisis matemático en el contexto de la ingeniería de control". Tesis de Maestría en Orientación educativa de la Coordinación de Investigación y Postgrado de la Universidad Autónoma de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México, p. 43.
- [Tareas y Más 13]. Grupo Editorial Santillana, España. Recuperado en noviembre del 2013 de <http://www.tareasymas.es>.
- [SEP 11] SEP (2011). Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares de la Secretaría de Educación Pública de México. <http://www.enlace.sep.gob.mx/>
- [Trejo 05] E. Trejo T. (2005). "La Ecuación Diferencial en el Contexto de las Reacciones Químicas de primer Orden". Tesis de Maestría en Orientación educativa de la Coordinación de Investigación y Postgrado de la Universidad Autónoma de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.
- [Trejo et al 11] E. Trejo T. y P. Camarena G. (2011). "La Matemática en el Contexto de las Ciencias y los invariantes operatorios". En Gutiérrez R. D., Ceniceros C. D. y Méndez Z. A. (Editores) Cognición y Procesos de Aprendizaje. Durango, México: REDIE, p. 130-163. <http://redie.org/>
- [UNESCO] UNESCO. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, <http://www.unesco.org>
- [Villalpando et al 07] R. Villalpando R. y P. Camarena G. (2007). "Modelo Curricular para Modalidades Educativas Alternativas: Modelo Didáctico". Tomo III, Vol. 2 de la Colección de Libros de Modalidades Educativas Alternativas. México: DINME-IPN, p. 28-37.