Enfoques para la Resolución del Problema *ELSP*

Pilar I. Vidal-Carreras[1]

[1] ROGLE. Dpto. de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera S/N 46021 Valencia. jamarin@omp.upv.es,

Abstract: En este trabajo se pretende realizar una recopilación de los enfoques planteados en la literatura para la resolución del problema de Programación del Lote Económico, esto es, *ELSP*. Estos métodos son: Solución Independiente, Ciclo Común, Periodo Básico, Periodo Básico Extendido y Variación del Tamaño de Lote. Para cada una de las aproximaciones de solución se plantea a quien son atribuidas, el correspondiente modelo, así como una serie de referencias que lo han empleado.

Keywords: *ELSP*; revisión de la literatura

1. Introducción

El problema de Programación del Lote Económico, esto es, *ELSP* consiste básicamente en el problema de acomodar patrones de producción cíclica cuando varios productos se han de realizar en una única máquina (multiproducto y unimáquina). En la literatura se encuentran diferentes aproximaciones para resolver este problema basadas en diferentes métodos, que se pretende describir en este artículo: el método de la solución independiente (*IS*) utilizado por (Harris, 1913); el método del ciclo común (CC), atribuido a (Hanssmann, 1962) que asume que los ciclos productivos para todos los productos son los mismos; el método del Periodo Básico (BP), atribuido a (Bomberger, 1966), que permite a los diferentes ciclos para diferentes productos, pero supone que los ciclos son múltiplos enteros de un ciclo básico, llamado periodo básico; el Método del Periodo Básico Extendido (EBP) atribuido a (Bomberger, 1966) y el Método de Variación del Tamaño de Lote (*TVL*) atribuido a (Dobson, 1987). Para estas aproximaciones comprobar la factibilidad del programa de N-productos es NP-duro (Hsu, 1983).

Así, el planteamiento de este trabajo es el siguiente. En primer lugar, se describe el problema *ELSP* y se establece una notación. A continuación, se describen los métodos de solución al problema, incluyendo un resumen de las referencias que los han empleado. Se finaliza con unas conclusiones sobre los modelos.

2. Descripción del Problema - *ELSP*

De acuerdo con la descripción de (Bomberger, 1966), el *ELSP* consiste en la programación de la producción de varios productos diferentes en una única máquina. Esto implica que los ítems se produzcan en lotes que se repiten cada cierto tiempo. Las características relevantes del sistema son las siguientes (Bomberger, 1966; Madigan, 1968):

- Solo un producto puede ser producido al mismo tiempo
- Existe un coste de *setup* constante y un tiempo de *setup* constante asociados a la producción de cada producto. Los costes y tiempos de *setup* dependen solo del producto que se va a producir (son independientes de la secuencia de producción)
- El ratio de demanda de cada producto es conocido y constante a lo largo de todo el horizonte de planificación. Este horizonte de planificación es infinito y en él toda la demanda debe ser satisfecha

- El ratio de producción de cada producto es conocido y constante
- Para cada producto el coste variable total es la suma del coste de *setup* y el coste de almacenamiento del inventario

La solución del problema completo del *ELSP* incluye el establecimiento de la secuencia de fabricación de los distintos ítems (*scheduling*), esto es, decir cuando deben producirse y la determinación de la cantidad a producir de cada uno de ellos, es decir el cálculo del tamaño de lote (*lot sizing*) de manera que se minimicen los costes totales. En (Hsu, 1983) se muestra que incluso una versión muy restrictiva del problema original es NP-duro.

En la literatura se encuentran diferentes aproximaciones para resolver el problema de lotificación del *ELSP*. Estos métodos son: Solución Independiente *(IS),* Ciclo Común *(CC),* Periodo Básico *(PB),* Periodo Básico Extendido *(EPB)* y Variación del Tamaño de Lote *(TVL)* y se describen en detalle en posteriores apartados. Como se observará se centran en la búsqueda de patrones cíclicos de producción.

Respecto a la cuestión del establecimiento de la secuencia de producción, en el *ELSP* el número de referencias no son muy numerosas. Una de las primeras reglas de secuenciación se atribuye a (Delporte y Thomas, 1977) que establece una serie de heurísticas para el establecimiento del orden de fabricación de los distintos ítems. En (Dobson, 1987) se incluye en su estudio otra heurística de secuenciación empleada por diversos autores (Gallego y Moon, 1992; Zipkin, 1991). Sin embargo, una de las reglas de secuenciación más sencilla y más empleada por diversos autores a lo largo del tiempo (Brander et al., 2005; Brander y Forsberg, 2004; Gascon et al., 1994; Leachman y Gascon, 1988; Soman et al., 2004a; Soman et al., 2004b; Soman et al., 2006; Soman et al., 2007; Vergin y Lee, 1978), es la planteada por (Segerstedt, 1999), que se basa en el ratio de cobertura o Run Out, que se define de acuerdo con lo siguiente:

$$RO_i = I_i / d_i \tag{1}$$

Para consultar el significado de las siglas empleadas en la fórmula se remite al siguiente apartado de notación.

3. Notación

En el *ELSP* clásico la notación es la siguiente (Tabla 1) que se empleará en el desarrollo de los enfoques de solución.

Tabla 1. Parámetros y variables de decisión *ELSP*

Símbolo	Definición
i	Índice de ítems i = 1..g
d_i	Demanda del producto i (unidades por unidades de tiempo)
p_i	Ratio de producción del producto i (unidades por unidades de tiempo)
A_i	Coste de preparación de máquina para la producción del producto i (unidades de tiempo)
h_i	Coste de almacenamiento del producto i (unidades por unidades de tiempo)
c_i	Tiempo de cambio de partida del producto i (unidades de tiempo)
RO_i	Ratio de cobertura del producto i (unidades de tiempo)
T_i	Tiempo de ciclo para el producto i (unidades de tiempo)
T_i^e	Tiempo de ciclo modelo *EOQ* embuclado para el producto i (unidades de tiempo)
T^{cc}	Tiempo de ciclo modelo ciclo común (unidades de tiempo)
CT	Coste total (unidades monetarias)

4. Enfoques para la Resolución del Problema ELSP

4.1. Solución Independiente

Las primeras contribuciones a la resolución del problema *ELSP* se basan en el modelo propuesto por (Harris, 1913) en el que se plantea la conocida fórmula EOQ/EMQ. Esta fórmula EOQ presenta un balance entre los costes de *setup* y los costes de inventario en el sistema. Históricamente aunque este modelo EOQ, fue desarrollado en 1913 por Ford Whitman Harris un ingeniero que trabajaba en Westinghouse Corporation (Ballou, 2004) ha sido incorrectamente citado durante muchos años (Erlenkotter, 1990). Como ejemplo señalar que suele ser conocido como el Modelo de Wilson o la fórmula del tamaño de lote de Wilson (Wilson, 1934). Esto es así porque posteriormente la publicación de Harris, fue analizada a profundidad y aplicada extensivamente por el consultor R.H. Wilson, quien publicó un artículo en 1934 que popularizó el modelo (Wilson, 1934).

A este procedimiento basado en (Harris, 1913) se le denomina Solución Independiente (*IS*) y consiste en el cálculo del tamaño de lote de cada producto de manera aislada, a partir de la fórmula del tamaño de lote económico (EOQ). Se denomina independiente ya que ignora la casuística de que varios productos puedan ser producidos en la misma máquina, algo que implicaría compartir la capacidad de esta. De esta forma, el valor obtenido con este método es siempre una cota inferior en el cálculo del coste mínimo del problema. Sin embargo, esta solución es raramente factible por el hecho de considerar cada producto de manera aislada.

El planteamiento matemático para un producto i es el siguiente. La función de costes totales viene dado por (2) donde se los costes totales son función del coste del número de *setup*s realizados y del coste de almacenamiento de los productos dentro del ciclo T_i.

$$CT = \frac{1}{T_i} A_i + h_i \frac{d_i T_i}{2}\left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right) \tag{2}$$

Para obtener el ciclo que minimiza los costes totales se plantea la primera derivada (3) que resulta en (4):

$$\frac{\partial C}{\partial T_i} = \frac{\partial\left\{\frac{1}{T_i} A_i + h_i \frac{d_i T_i}{2}\left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right)\right\}}{\partial T_i} = 0 \tag{3}$$

$$-\frac{1}{T_i^2} A_i + h_i \frac{d_i}{2}\left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right) = 0 \tag{4}$$

Se obtiene el tiempo de ciclo que minimiza los costes totales para un producto i es (5):

$$T_i = \sqrt{\frac{2A_i}{h_i d_i \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right)}} \tag{5}$$

Mediante manipulaciones algebraicas se obtiene la cota mínima en costes, que es Solución Independiente o LB_{ELSP}, esto es, *lower bound* del *ELSP* para un conjunto de g productos.

$$LB_{ELSP} = \sum_{i=1}^{g} \sqrt{2A_i h_i d_i \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right)} \tag{6}$$

4.2. Ciclo Común (Common-Cycle-Approach)

Con este modelo propuesto por (Hanssmann, 1962), se busca obtener programas cíclicos de coproducción de una duración determinada (Ciclo Común) que se repitan periódicamente para un sistema multiproducto. En el programa cada producto será producido una sola vez en cada ciclo. Se pretende obtener un ciclo común de coproducción que siendo capaz de incluir los tiempos de *setup* de cada producto, tenga un menor coste global.

El método del ciclo común también es conocido como el ciclo de rotación o método del tornillo. Básicamente en este problema el problema de secuenciación está eliminado. Se trata de un método sencillo y factible, cuya optimalidad no está asegurada. Sin embargo, de acuerdo con (Jones y Inman, 1989), podemos afirmar que si el ratio entre el coste de *setup* y el coste de inventario es equivalente o muy similar para todos los productos, el programa proporcionado por el Ciclo Común está muy cerca del óptimo. Como se describe en (Elmaghraby, 1978) y (Larrañeta y Onieva, 1988) entre otros, los resultados obtenidos con este método proporcionan una estimación de cota superior para el coste del *ELSP*.

El planteamiento matemático es el siguiente. La función de costes totales viene dado por (2) donde, los costes totales, son función del coste del número de *setup*s realizados y del coste de almacenamiento de los productos dentro del ciclo T.

$$CT = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{g} A_i + T\sum_{i=1}^{g} h_i \frac{d_i}{2}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right) \tag{7}$$

Para obtener el ciclo que minimiza los costes totales, se plantea la primera derivada que resulta en:

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{\partial\left\{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{g} A_i + T\sum_{i=1}^{g} h_i \frac{d_i}{2}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\right\}}{\partial T} = 0 \tag{8}$$

$$-\frac{1}{T^2}\sum_{i=1}^{g} A_i + \sum_{i=1}^{g} h_i \frac{d_i}{2}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right) = 0 \tag{9}$$

Se obtiene el tiempo de ciclo común T, que minimiza los costes totales:

$$T = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{g} A_i}{\sum_{i=1}^{g} h_i d_i \left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)}} \tag{10}$$

Mediante manipulaciones algebraicas se obtiene una aproximación como cota superior para las soluciones del problema *ELSP*, que es UB_{ELSP}, esto es, *upper bound* o cota superior del *ELSP*. Esta cota se suele emplear en el entorno *ELSP* para evaluar la bondad de las soluciones obtenidas (Larrañeta y Onieva, 1988).

$$UB_{ELSP} = \sqrt{2\sum_{i=1}^{g} A_i h_i d_i \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right)} \quad (11)$$

En la siguiente Tabla 2 sin pretender ser exhaustivos, con toda la literatura existente, se plantean interesantes referencias que emplean el método común de manera aislada o combinado con la SI.

Tabla 2. Referencias del método del Ciclo Común

Solución Independiente + Ciclo Común	(Madigan, 1968)	Heurística, Condición de Factibilidad, Resultados Experimentales
	(Gallego, 1990)	Modelo Matemático, Secuencia, Back Orders, Potencias de 2
Ciclo Común	(Jones y Inman, 1989)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Condiciones de Optimalidad
	(Hwang et al., 1993)	Modelo Matemático, Modificación (programación geométrica técnica) Parámetro *Setup*, Resultados Experimentales
	(Ben-Daya y Hariga, 2000)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Creación Benchmark, Proceso de Producción Imperfecto
	(Khoury et al., 2001)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Restricciones de Capacidad, Condiciones de optimalidad, 2 productos
	(Eynan, 2003)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Modificación parámetros fijos (ratio producción), , Condiciones de Optimalidad
	(Oner y Bilgic, 2008)	Coproducción No controlada y no deliberada

4.3. Período Básico (Basic-Period-Approach)

Este método presentado por (Bomberger, 1966) consiste en admitir diferentes ciclos para cada uno de los productos pero insistiendo en que cada tiempo de ciclo T_i^e, debe de ser un múltiplo entero del periodo básico que se denomina T_{pb}. Este periodo básico, es la longitud suficiente para acomodar la producción de todos los productos. Este método aunque fue propuesto por (Bomberger, 1966), fue redescubierto por (Dobson, 1987) y (Gallego y Moon, 1992).

Los tiempos de ciclo de los distintos productos i son los siguientes con k_i un número entero:

$$T_i^e = k_i T_{pb} \tag{12}$$

El planteamiento matemático es el siguiente. La función de costes totales viene dado por (2) donde los costes totales, son función del coste del número de *setup*s realizados y del coste de almacenamiento de los productos dentro del ciclo.

$$CT = \frac{1}{T_{pb}} \sum_{i=1}^{g} \frac{A_i}{k_i} + T_{pb} \sum_{i=1}^{g} k_i h_i \frac{d_i}{2} \left(1 - \frac{d_i}{p_i} \right) \tag{13}$$

En el anexo A.1 se muestra un procedimiento iterativo propuesto por (Doll y Whybark, 1973) para el calculo del periodo básico T^e y los valores de k_i.

En el método del periodo básico, se impone la siguiente condición de factibilidad necesaria que considera la capacidad de la instalación:

$$\sum \left(c_i + d_i k_i T_{pb} \right) \le T_{pb} \tag{14}$$

Concretamente, el principal problema de este enfoque es la dificultad de asegurar su factibilidad necesaria y suficiente (Hsu, 1983).

En la Tabla 3.3 que se muestra a continuación, aparecen las principales referencias que se han encontrado en la literatura, que emplean el método del periodo básico.

Tabla 3. Referencias del método del Periodo Básico

Periodo Básico	(Bomberger, 1966)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Benchmark, Factibilidad Asegurada.
	(Stankard y Gupta, 1969)	Heurística, Resultados Experimentales
	(Doll y Whybark, 1973)	Heurística, Resultados Experimentales, Modificación parámetros fijos (*setup*), Condición de Factibilidad
	(Haessler y Hogue S.L, 1976)	Heurística, Potencias de 2, Condición de Factibilidad
	(Schweitzer y Silver, 1983)	Analítico, Revisión Formulaciones Matemáticas en el coste de optimalidad
	(Hsu, 1983)	Análisis de la complejidad del problema, Resultados Experimentales
	(Leachman y Gascon, 1988)	Simulación de Heurísticas, Demanda Estocástica, *Make to stock*
	(Davis, 1990)	Restricciones de capacidad, Modelo Matemático, Objetivo Secuencia, Resultados Experimentales, Condición de Factibilidad
	(Hahm y Yano, 1995)	Modelo Matemático, Resultados Experimentales, Potencias de 2, Condición de Optimalidad
	(Tunasar y Rajgopal, 1996)	Heurístico (LES), Condición de factibilidad
	(Goyal, 1997)	Heurístico, Resultados Experimentales, Condición de Factibilidad
	(Khouja et al., 1998)	Heurístico (GA), Resultados Experimentales
	(Soman et al., 2004a)	Heurística (B&B), Ítems que caducan, *Make to order*, Resultados Experimentales

4.4. Periodo Básico Extendido (Basic-Period-Extended-Approach)

En (Elmaghraby, 1978) se propone este método que es una extensión del método de Bomberger. Se asume un periodo básico T_{pb} y se representa el tiempo de ciclo mediante múltiplos enteros de T_{pb}. La diferencia es que se consideran dos periodos básicos consecutivos cada uno de duración T_{pb} y se carga los ítems en esos dos periodos básicos. Haciendo esto, la restricción de factibilidad del ciclo común se relaja. El método del periodo básico extendido (PBE) domina claramente al método del periodo básico (PB) en la calidad de la solución pero requiere un mayor esfuerzo en el desarrollo de la misma. Una de las primeras referencias se encuentra en (Haessler, 1979) y una de las más actuales en (Sun et al., 2010).

4.5. Modificación de los Tamaños de Lote (Varying-Lot-Sizes-Approach)

El Método de Variación del Tamaño de Lote (TVL) atribuido a (Maxwell, 1964) permite distintos tamaños de lote para cualquier producto durante un programa cíclico. Se pretende superar los problemas de factibilidad que pueden acontecer a los otros enfoques (PB, PBE). Esta formulación permite modificar las órdenes de producción en el tiempo e incluye específicamente los tiempos de *setup* en la formulación del problema. De acuerdo con (Zipkin, 1991), la mayor ventaja de este método es que siempre proporciona un algoritmo factible. En (Gallego y Shaw, 1997) se mostró que el ELSP es NP-duro, incluso en este enfoque de tiempos de ciclo variables. En las siguientes tablas Tabla 4 y Tabla 5, sin pretender ser exhaustivos con toda la literatura existente, se plantean interesantes referencias que emplean el método de variación del tamaño de lote de manera aislada o combinada.

Tabla 4. Método de Variación del Tamaño de Lote Combinado

Ciclo Común + Variación del Tamaño de Lote	(Moon et al., 1998)	Modelo Matemático, Heurística, Estabilización del Periodo, Ratio de Fallo de Máquina, Resultados Experimentales
	(Moon et al., 2002a)	Modelo Matemático, Solver Mathematica, Resultados Experimentales
	(Giri et al., 2003)	Modelo Matemático, Heurística, Ratio de Fallo de Máquina, ítems que caducan
Periodo Básico + Variación del Tamaño de lote	(Carstensen, 1999)	Creador del método, Objetivo Secuencia, Modelo Matemático, Solver CPLEX, Potencias de 2, Condición de Óptimo

Tabla 5. Método de Variación del Tamaño de Lote

Variación del Tamaño de lote	(Maxwell, 1964)	Creador del método, Heurística, Adverso regla ZSR
	(Delporte y Thomas, 1977)	Modelo Matemático, Heurística, Análisis de Sensibilidad, Objetivo Secuencia, Resultados experimentales, Adverso ZSR
	(Zipkin, 1991)	Modelo Matemático (FORTRAM-ZELS), Objetivo Secuencia, Heurística, Regla ZSR, Resultados Experimentales
	(Gallego y Roundy, 1992)	Demanda Estocástica, BackOrders
	(Gallego y Shaw, 1997)	Estudio de Complejidad, Modelo matemático
	(Moon et al., 2002b)	Modelo matemático, Heurística (GA), Objetivo Secuencia, Resultados Experimentales
	(Chandrasekaran et al., 2007)	Metaheurísticas: algoritmo genético (GA), una simulación de recocido-Algoritmo (SA) y un algoritmo de colonia de hormigas (ACA) Tiempos de *setup* dependiente e independiente de la secuencia
	(Yao y Chang, 2009)	Máquinas idénticas en paralelo

5. Conclusiones

Se han descrito diferentes aproximaciones para resolver el problema de lotificación del *ELSP*: Solución Independiente *(IS),* Ciclo Común *(CC),* Periodo Básico *(PB),* Periodo Básico Extendido *(EPB)* y Variación del Tamaño de Lote *(TVL)* . Todas estas aproximaciones se centran en la búsqueda de patrones cíclicos de producción mediante el cálculo de un periodo óptimo para los productos a fabricar. Dicho periodo óptimo es calculado mediante fórmulas similares o derivadas de las clásicas del *EOQ* (Harris, 1913) con una complejidad creciente, desde el método *IS* hasta *TVL*. En algunos casos el tiempo de ciclo mismo para todos los productos *(CC)*, mientras que en otros es distinto, siendo múltiplo de un periodo denominado básico *(PB) y (EPB)* o no siendo múltiplo *(TVL).*

6. Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias a la financiación de la Universidad Politécnica de Valencia, a través del proyecto PAID-05-09-4335 "Coordinación de flujos de materiales e información en sistemas distribuidos de producción".

7. Referencias

Ballou, R. H. (2004). Logística: Administración de la cadena de suministro. Pearson Educación.

Ben-Daya, M.; Hariga, M. (2000). Economic lot scheduling problem with imperfect production processes. Journal of the Operational Research Society, Vol. 51, nº. 7, pp. 875-881.

Bomberger, E. E. (1966). A dynamic programming approach to a lot size scheduling problem. Management Science, Vol. 12, nº. 11, p. 778.

Brander, P.; Forsberg, R. (2004). Determination of safety stocks for cyclic schedules with stochastic demands. International Journal of Production Economics, Vol. In Press, Corrected Proof.

Brander, P.; Leven, E.; Segerstedt, A. (2005). Lot sizes in a capacity constrained facility - a simulation study of stationary stochastic demand. International Journal of Production Economics, Vol. 93-94, pp. 375-386.

Carstensen, P. (1999). The economic lot scheduling problem - survey and LP-based method. Or Spektrum, Vol. 21, nº. 4, pp. 429-460.

Chandrasekaran, C.; Rajendran, C.; Chetty, O. V. K.; Hanumanna, D. (2007). Metaheuristics for solving economic lot scheduling problems (ELSP) using time-varying lot-sizes approach. European Journal of Industrial Engineering, Vol. 1, nº. 2, pp. 152-181.

Davis, S. G. (1990). Scheduling Economic Lot Size Production-Runs. Management Science, Vol. 36, nº. 8, pp. 985-998.

Delporte, C. M.; Thomas, L. J. (1977). Lot Sizing and Sequencing for N-Products on One Facility. Management Science, Vol. 23, nº. 10, pp. 1070-1079.

Dobson, G. (1987). The Economic Lot-Scheduling Problem - Achieving Feasibility Using Time-Varying Lot Sizes. Operations Research, Vol. 35, nº. 5, pp. 764-771.

Doll, C. L.; Whybark, D. C. (1973). An iterative procedure for the single-machine multi-product lot scheduling problem. Management Science, Vol. 20, nº. 1, pp. 50-55.

Elmaghraby, S. E. (1978). The economic lot scheduling problem (ELSP): Review and extensions. Management Science, Vol. 24, nº. 6, pp. 587-598.

Erlenkotter, D. (1990). Ford Whitman Harris and the economic order quantity model. Operations Research, Vol. 38, nº. 6, pp. 937-946.

Eynan, A. (2003). The benefits of flexible production rates in the economic lot scheduling problem. IIE Transactions, Vol. 35, nº. 11, pp. 1057-1064.

Gallego, G. (1990). Scheduling the Production of Several Items with Random Demands in A Single Facility. Management Science, Vol. 36, nº. 12, pp. 1579-1592.

Gallego, G.; Moon, I. (1992). The Effect of Externalizing Setups in the Economic Lot Scheduling Problem. Operations Research, Vol. 40, nº. 3, pp. 614-619.

Gallego, G.; Roundy, R. (1992). The Economic Lot Scheduling Problem with Finite Backorder Costs. Naval Research Logistics, Vol. 39, nº. 5, pp. 729-739.

Gallego, G.; Shaw, D. X. (1997). Complexity of the ELSP with general cyclic schedules. IIE Transactions, Vol. 29, nº. 2, pp. 109-113.

Gascon, A.; Leachman, R. C.; Lefrancois, F. (1994). Multi-item, single-machine scheduling problem with stochastic demands: a comparison of heuristics. International Journal of Production Research, Vol. 32, nº. 3, pp. 583-596.

Giri, B. C.; Moon, I.; Yun, W. Y. (2003). Scheduling economic lot sizes in deteriorating production systems. Naval Research Logistics, Vol. 50, nº. 6, pp. 650-661.

Goyal, S. K. (1997). Observation on the economic lot scheduling problem: Theory and practice. International Journal of Production Economics, Vol. 50, nº. 1, p. 61.

Haessler, R. W. (1979). Improved Extended Basic Period Procedure for Solving the Economic Lot Scheduling Problem. AIIE transactions, Vol. 11, nº. 4, pp. 336-340.

Haessler, R. W.; Hogue S.L (1976). A note on the single-machine multi-product lot scheduling problem. Management Science, Vol. 22, nº. 8, pp. 909-912.

Hahm, J.; Yano, C. A. (1995). The Economic Lot and Delivery Scheduling Problem - Powers of 2 Policies. Transportation Science, Vol. 29, nº. 3, pp. 222-241.

Hanssmann, F. (1962). Operations-Research in Production and Inventory Control. J. Wiley.

Harris, F. W. (1913). How many parts to make an once. Factory, The Magazine of Management, Vol. 10, nº. 2, pp. 135-6-152.

Hsu, W. L. (1983). On the General Feasibility Test of Scheduling Lot Sizes for Several Products on One Machine. Management Science, Vol. 29, nº. 1, pp. 93-105.

Hwang, H.; Kim, D. B.; Kim, Y. D. (1993). Multiproduct Economic Lot Size Models with Investment Costs for Setup Reduction and Quality Improvement. International Journal of Production Research, Vol. 31, nº. 3, pp. 691-703.

Jones, P. C.; Inman, R. R. (1989). When Is the Economic Lot Scheduling Problem Easy. IIE Transactions, Vol. 21, nº. 1, pp. 11-20.

Khouja, M.; Michalewicz, Z.; Wilmot, M. (1998). The use of genetic algorithms to solve the economic lot size scheduling problem. European Journal of Operational Research, Vol. 110, nº. 3, pp. 509-524.

Khoury, B. N.; Abboud, N. E.; Tannous, M. M. (2001). The common cycle approach to the ELSP problem with insufficient capacity. International Journal of Production Economics, Vol. 73, nº. 2, pp. 189-199.

Larrañeta, J.; Onieva, L. (1988). The Economic Lot-Scheduling Problem - A Simple Approach. Journal of the Operational Research Society, Vol. 39, nº. 4, pp. 373-379.

Leachman, R. C.; Gascon, A. (1988). A Heuristic Scheduling Policy for Multi-Item, Single-Machine Production Systems with Time-Varying, Stochastic Demands. Management Science, Vol. 34, nº. 3, pp. 377-390.

Madigan, J. G. (1968). Scheduling A Multi-Product Single Machine System for An Infinite Planning Period. Management Science, Vol. 14, nº. 11, pp. 713-719.

Maxwell, W. L. (1964). Scheduling of Economic Lot Sizes. Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 11, nº. 2-3, p. 89-&.

Moon, I.; Giri, B.; Choi, K. (2002a). Economic lot scheduling problem with imperfect production processes and setup times. Journal of the Operational Research Society, Vol. 53, nº. 6, pp. 620-629.

Moon, I.; Silver, E. A.; Choi, S. (2002b). Hybrid genetic algorithm for the economic lot-scheduling problem. International Journal of Production Research, Vol. 40, nº. 4, pp. 809-824.

Moon, I. K.; Hahm, J. H.; Lee, C. (1998). The effect of the stabilization period on the economic lot scheduling problem. IIE Transactions, Vol. 30, nº. 11, pp. 1009-1017.

Oner, S.; Bilgic, T. (2008). Economic lot scheduling with uncontrolled co-production. European Journal of Operational Research, Vol. 188, nº. 3, pp. 793-810.

Schweitzer, P. J.; Silver, E. A. (1983). Mathematical Pitfalls in the One Machine Multiproduct Economic Lot Scheduling Problem. Operations Research, Vol. 31, nº. 2, pp. 401-405.

Segerstedt, A. (1999). Lot sizes in a capacity constrained facility with available initial inventories. International Journal of Production Economics, Vol. 59, nº. 1-3, pp. 469-475.

Soman, C. A.; Pieter van Donk, D.; Gaalman, G. (2006). Comparison of dynamic scheduling policies for hybrid make-to-order and make-to-stock production systems with stochastic demand. International Journal of Production Economics, Vol. 104, nº. 2, pp. 441-453.

Soman, C. A.; van Donk, D. P.; Gaalman, G. (2004a). Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system. International Journal of Production Economics, Vol. 90, nº. 2, pp. 223-235.

Soman, C. A., van Donk, D. P., & Gaalman, G. J. C. (2004b). Heuristics for multi-item,singlemachine scheduling problem with stochastic demand revisted.

Soman, C. A.; van Donk, D. P.; Gaalman, G. J. C. (2007). Capacitated planning and scheduling for combined make-to-order and make-to-stock production in the food industry: An illustrative case study. International Journal of Production Economics, Vol. 108, nº. 1-2, pp. 191-199.

Stankard, M. F.; Gupta, S. K. (1969). A note on Bomberger's approach to lot size scheduling: Heuristic proposed. Management Science Series A-Theory, Vol. 15, nº. 7, pp. 449-452.

Sun, H. N.; Huang, H. C.; Jaruphongsa, W. (2010). The economic lot scheduling problem under extended basic period and power-of-two policy. Optimization Letters, Vol. 4, nº. 2, pp. 157-172.

Tunasar, C.; Rajgopal, J. (1996). An evolutionary computation approach to the economic lot scheduling problem Deparment of Industrial Engineering, University of Pittsburgh, Pittsburgh.

Vergin, R. C.; Lee, T. N. (1978). Scheduling Rules for Multiple Product Single Machine System with Stochastic Demand. Infor, Vol. 16, nº. 1, pp. 64-73.

Wilson, R. H. (1934). A scientific routine for stock control. Harvard Business Review, Vol. 13, nº. 1, pp. 116-128.

Yao, M. J. & Chang, Y. J. (2009). Solving the economic lot scheduling problem with multiple facilities in parallel using the time-varying lot sizes approach, in Eighth International Conference on Information and Management Sciences, p. F224.

Zipkin, P. H. (1991). Computing Optimal Lot Sizes in the Economic Lot Scheduling Problem. Operations Research, Vol. 39, nº. 1, pp. 56-63.