

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE EVAPORADORES DE PELÍCULA DESCENDENTE

AN APPROACH FOR OPTIMAL DESIGN IN FALLING-FILM EVAPORATORS

**Christian O. Díaz-Ovalle^{1*}, Emmanuel Galván-Ángeles¹, Erika Ramos-Ojeda²,
Florianne Castillo-Borja³**

Instituto Tecnológico de Roque, (1) Departamento de Ingenierías, (2) Departamento de Ciencias Básicas,
Carretera Celaya-Juventino Rosas Km 8, Celaya, Guanajuato, CP 38110 - México

(3) Instituto Tecnológico de Aguascalientes, Departamento de Ingeniería Química,

Av. Adolfo López Mateos 1801 Ote., Aguascalientes, Aguascalientes, CP20256 - México

*autor de contacto (e-mail: chdiaz@itroque.edu.mx)

Recibido: 17/12/2012 - Evaluado: 01/03/2013 - Aceptado: 04/04/2013

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo como una forma de solución del problema en base a las especificaciones geométricas de los evaporadores de película descendente. El modelo incluye balances de masa y energía en una forma general para cualquier secuencia; y, correlaciones de transferencia de calor para el cálculo del área de transferencia de calor. Así, el diseño óptimo es posible considerando el costo de los tubos en la longitud, diámetro y costo de energía. El problema es formulado como MINLP para minimizar el costo total al seleccionar un diámetro óptimo. Los resultados muestran una aceptable aplicación sobre un proceso real.

ABSTRACT

In this work a model is presented as an alternative way to solve the problem through defining the geometric specification in falling film evaporators. The model involves mass and energy balances in a general way for any sequence, and the heat transfer correlations for computing the heat transfer area. Thus, an optimal design is possible by considering the tube cost due the length and diameter, and the energy cost. The problem is formulated as MINLP to minimize the total cost by selecting an optimal diameter. The results show a successfully applicability of the approach based on the comparison with a real process.

Palabras clave: evaporación; optimización MINLP; diseño de evaporadores; transferencia de calor
Keywords: evaporation; MINLP optimization; evaporator design; heat transfer

INTRODUCCIÓN

La evaporación es un proceso regido por el equilibrio líquido-vapor que permite concentrar una solución compuesta de un soluto no volátil y un disolvente volátil, que en la mayoría de los casos es agua (McCabe *et al.*, 1991). La evaporación es aplicable a industrias que manejen soluciones como la pulpa de papel, la sosa y los alimentos. En esta última, la evaporación es recomendable para la generación de productos con mayor vida de anaquel y la reducción del volumen de almacenaje (Barbosa-Cánovas & Vega-Mercado, 2000). Sin embargo, este proceso tiene como restricción el consumo de energía, cuya disminución es posible al considerar un diseño basado en el uso de múltiples efectos, pre-calentadores en la alimentación o termocompresores.

En la mayoría de los procesos industriales, el consumo de energía tiene referencia a los sistemas térmicos y eléctricos. En este caso, el consumo de energía está dado por el flujo de vapor requerido a una presión específica. De tal forma que la cantidad de vapor consumido es calculada por medio de los balances de materia y energía del sistema, los cuales definen las composiciones, temperatura y corrientes en cada uno de los efectos (Himmelblau, 1997). En evaporación, los balances dependen del tipo de secuencia en que el líquido es evaporado. Básicamente, la formulación matemática de estos balances, en estado estacionario, es dada por un sistema de ecuaciones algebraicas. Así, el sistema de ecuaciones algebraicas obtenido será particular para cada secuencia y su solución se realiza por un método convencional. No obstante, la cantidad de los efectos genera un problema matemático de mayor dimensión, pero la complejidad numérica es dada por las no-linealidad que se presenten por la dependencia de las propiedades del líquido a la temperatura y composición, como es notorio en el caso de los alimentos (Barbosa-Cánovas & Vega-Mercado, 2000).

En las últimas décadas se han desarrollado distintas técnicas para plantear y resolver el problema de evaporación en estado estacionario. Una de ellas es el algoritmo de cascada para realizar los balances a través de subrutinas, y de esta manera es posible calcular los perfiles de presión en el sistema (Stewart & Beveridge, 1977). Este planteamiento fue aplicado a la secuencia en contracorriente, pero posteriormente se reformuló para ser aplicado a trayectorias de vapor no convencionales usando una matriz de interconexiones (Ayangbile *et al.*, 1984). Por otra parte, la solución del problema no-lineal fue posible al linealizar las variables del sistema, permitiendo su aplicación en el cálculo del área de transferencia de calor (Koko & Joye, 1987; Lambert *et al.*, 1987). Otra técnica de solución es el diseño por rutas de temperaturas, en las cuales el problema es planteado de forma lineal para evitar problemas numéricos (Khanam & Mohanty, 2010; 2011). Estas técnicas garantizan la solución del problema de evaporación, aunque la minimización del consumo de energía no fue incluida.

Los trabajos pioneros en la optimización de evaporadores plantean la solución del problema en base a la integración de energía, donde el uso de la curva compuesta es fundamental. Entre estos trabajos destaca el uso de los balances de energía para determinar el requerimiento térmico en cada efecto, y así seleccionar los patrones del flujo del líquido (Westerberg & Hillenbrand, 1988). Inclusive el uso de cascadas de calor es otra estrategia para determinar la temperatura óptima en cada efecto (Hillenbrand & Westerberg, 1988). Adicionalmente, el área óptima de transferencia de calor es obtenida al aplicar integración térmica bajo aproximaciones del coeficiente global de transferencia de calor (Higa *et al.*, 2009; Smith & Jones, 1990). Estos trabajos muestran un avance importante en la síntesis de evaporadores, sin embargo el diseño de los equipos no es abordado de manera rigurosa.

La optimización de evaporadores también es posible con la determinación de patrones de flujo, aunque los óptimos globales no son parte fundamental del trabajo (Nishitani & Kunugita, 1979). Además, el análisis de las trayectorias de vapor en evaporación es otra forma de obtener un diseño óptimo, como se puede analizar bajo el cálculo del flujo de vapor (Bhargava *et al.*, 2008), y el uso de sistemas de precalentamiento (Kaya & Ibrahim Sarac, 2007). En estos casos, la obtención del diseño óptimo parte de experimentos numéricos basados en balances de materia sin incluir un modelo riguroso para el cálculo del área de transferencia de calor. Aunque una alternativa diferente es la realización de experimentos numéricos, donde se varían las condiciones de alimentación y operación y se ven reflejadas en cambios al consumo de vapor (Kumar *et al.*, 2010). Inclusive, el cambio del número de efectos es

otra alternativa para generar una secuencia óptima, en la cual se ha incluido la calidad del producto en la función objetivo (Simpson *et al.*, 2008). Por otra parte, la minimización de la superficie de respuesta obtenida de los experimentos numéricos es una estrategia cuya aplicabilidad optimiza el problema de evaporación con limitaciones por no aplicar modelos rigurosos (Khademi *et al.*, 2009; Zeboudj *et al.*, 2005).

Lo anterior representa una serie de trabajos que aplican distintas técnicas para resolver el problema de diseño de evaporadores, las cuales tienen como limitación algunas simplificaciones y el no usar modelos rigurosos. Sin embargo, el desarrollo de una estrategia de diseño rigurosa fue planteada bajo el esquema de un problema multi-objetivo (Sharma *et al.*, 2011) y no como una forma convencional para evitar los requerimientos numéricos que demanda la formulación multi-objetivo. Una estrategia de mayor simplicidad puede ser dada al aplicar técnicas de optimización convencionales. De esta manera, se plantea en este trabajo una estrategia para diseñar evaporadores de película descendente de múltiple efecto a través de una formulación generalizada de los balances de energía, la cual puede ser aplicable a cualquier secuencia de evaporación. En este caso, el diseño se fundamenta en el cálculo del área de transferencia de calor de forma rigurosa. El planteamiento permite que de un conjunto de diámetros de tubería candidatos se seleccione aquel que reduzca el costo. El resultado es comparado con un proceso real en operación.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El diseño de evaporadores se limita por la cantidad de efectos y el tipo de secuencia para establecer el consumo de vapor, el área de transferencia de calor y la temperatura en cada efecto. Básicamente, el problema es acotado para determinar algunos de estos parámetros conociendo el número de efectos y el tipo de trayectoria. En particular, el cálculo del área de transferencia de calor parte del conocimiento de las condiciones térmicas del efecto, como la temperatura, la presión o el coeficiente global de transferencia de calor (Estrada-Pinto & Flores-Pren, 2000). En este planteamiento, se especifica el número de efectos y el tipo de trayectoria que sigue el líquido, como se ha planteado en trabajos anteriores. Por lo cual, el problema se enfoca en determinar el área de transferencia de calor en base al cálculo del coeficiente global de transferencia de calor, este último es obtenido por correlaciones que involucran las propiedades termofísicas de la solución en función de la temperatura y la composición.

En particular, los evaporadores de película descendente representan una geometría simple en la que el diámetro, la longitud y número de tubos son determinados a partir del área de transferencia de calor. Estas variables son grados de libertad suficientes para plantear el problema como una programación matemática para minimizar el costo fijo del equipo. No obstante, la naturaleza de las ecuaciones de diseño define al problema como no lineal. Además, este planteamiento incluye la selección de un diámetro de tubería que optimice el costo del equipo. Este diámetro es tomado de un conjunto previamente descrito, por lo cual el problema se plantea como MINLP. Básicamente, el diseño depende del flujo de alimento a evaporar, por lo cual un aumento de este indica un aumento en el área de transferencia de calor para mantener las condiciones de operación deseadas. Por otra parte, la selección de un diámetro de tubería inferior genera un aumento en el área de transferencia de calor, pero incrementa el costo en cuanto a número de tubos. Asimismo, el diámetro de tubería mayor requiere una mayor cantidad de tubos que incremental el diámetro de la coraza del evaporador. En este punto, es necesario determinar la cantidad de tubos y el diámetro idóneo en cada efecto.

El problema parte del conocimiento de un conjunto de efectos, I , en una trayectoria de líquido a secuencia de evaporación, y un conjunto de diámetros candidatos, J , de los cuales un tipo de diámetro será seleccionado. Asimismo, es necesario definir los parámetros de la evaporación como el número de efectos, n , el flujo de alimentación (Kg/s), F , la fracción másica de alimentación, x_F , la fracción másica deseada en el último efecto, x_n , la temperatura de alimentación ($^{\circ}\text{C}$), T_F y la temperatura de cada efecto ($^{\circ}\text{C}$), T_i . Además, la trayectoria del líquido es indicada por el número de efecto que aporta energía al efecto i , E_i y los diámetros candidatos a selección, ϕ_j . Por otra parte, los parámetros de costo deben ser definidos, como el costo capital de tubería ($\$/\text{m}^*\text{tubo}$), C_{Lj} , el costo capital de la coraza ($\$/\text{tubo}$), C_{Dj} . De esta manera se obtiene a través del modelo, el vapor requerido (kg/s), S , y

para cada efecto el número de tubos, N_i , la longitud de los tubos (m), LL_i , el vapor producido (kg/s), V_i , el líquido producido (kg/s), L_i la fracción másica, x_i , el área de transferencia de calor (m^2), A_i , el coeficiente global de transferencia de calor ($kW \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$), U_i , y el diámetro seleccionado (m), Φ_i . Esto para minimizar el costo total, C_T .

FORMULACIÓN MATEMÁTICA

A diferencia de otros trabajos que utilizan una matriz de interconexión en las trayectorias del líquido, este planteamiento se basa en un modelo generalizado que no requiera el uso de esta matriz. Generalmente, los efectos son numerados de acuerdo a la trayectoria del vapor; sin embargo, la obtención de un modelo generalizado resulta complicada bajo esta suposición. Por este motivo, el modelo es planteado bajo la trayectoria del líquido. Es decir, una secuencia III-I-II numerada por la trayectoria del vapor equivale a una secuencia II-III-I bajo la trayectoria del líquido. La Figura 1 compara las nomenclaturas de la secuencia. Esta formulación ha sido planteada anteriormente donde una combinación de los balances de materia y energía genera un sistema de ecuaciones, considerando como incógnitas el flujo de vapor producido por cada efecto y el vapor requerido (Díaz-Ovalle *et al.*, 2011).

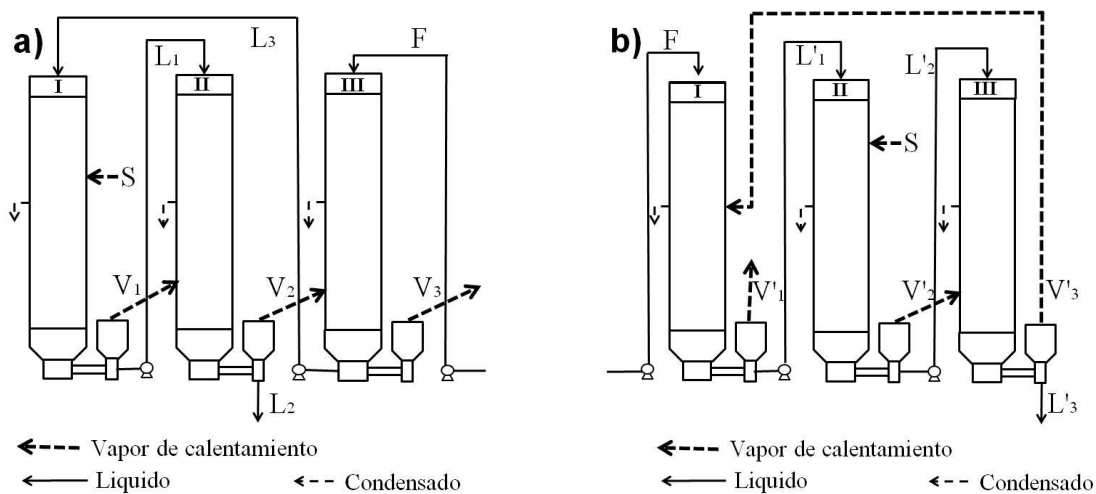


Fig. 1: a) Secuencia III-I-II numeración de líquido, b) Secuencia II-III-I numeración del vapor.

El cálculo del área de transferencia de calor está dado por las ecuaciones de diseño en base al cálculo de U_i . En este caso se consideran dos resistencias por convección, una para el vapor en condensación y otra para el líquido en ebullición. Las resistencias convectivas dependen de las propiedades de los fluidos y la geometría del evaporador. De esta forma es posible obtener la longitud de los tubos y el número de estos.

Balances de Materia

Un efecto cuenta con la entrada de alimentación, una salida de vapor y una de líquido concentrado, de la cual la alimentación es la suma. Esto es el balance de materia general dado en todos los efectos, por lo cual la suma del líquido concentrado, L_i y el vapor producido, V_i equivale al líquido alimentado al efecto i o el líquido concentrado del efecto anterior, L_{i-1} , de lo cual:

$$L_{i-1} = L_i + V_i, \quad i \in I \tag{1}$$

En el caso del primer efecto, el líquido suministrado corresponde a la alimentación, F , así:

$$F = L_1 + V_1 \tag{2}$$

Para el segundo efecto, la ecuación (1) es:

$$L_1 = L_2 + V_2 \quad (3)$$

Ahora, sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (3):

$$F - V_1 - V_2 = L_2 \quad (4)$$

Realizando sucesivamente lo anterior para cada efecto i , se obtiene una expresión generalizada como:

$$F - \sum_{m \leq i} V_m = L_i, \quad i, m \in I \quad (5)$$

Por otra parte, en todo sistema de evaporación el balance general para los sólidos es planteado como:

$$Fx_F = L_n x_n \quad (6)$$

Para el caso del efecto n , la ecuación (5) puede sustituirse en (6) para obtener:

$$F \left(1 - \frac{x_F}{x_n} \right) = \sum_{i \in I} V_i \quad (7)$$

Las corrientes de vapor son variables positivas que no exceden el flujo de alimentación, de tal forma:

$$0 < V_i < F, \forall i \in I \quad (8)$$

Asimismo, las composiciones son variables positivas mayores a la composición alimentada y no exceden a la composición final:

$$x_F < x_i < x_n, \forall i \in I \quad (9)$$

Balances de Energía

Los balances de energía son planteados de la forma convencional. Sin embargo, en este caso se pretende formular un sistema de ecuaciones donde las incógnitas sean las corrientes de vapor. Esto es posible si a los balances de energía se les sustituye L_i del balance de materia global de cada efecto. De esta manera, el balance de energía para el efecto 1 es:

$$Q_1 + V_1 (H_1^L - H_1^V) = F (H_1^L - H_F^L) \quad (10)$$

donde Q_1 es el calor suministrado al evaporador 1, F es el flujo de alimentación, V_1 es el vapor que sale del efecto 1, H es la entalpía y los superíndices L y V se refieren al líquido y vapor respectivamente.

El calor suministrado al efecto 1 es aquel dado por la condensación de vapor saturado, el cual es producido en un efecto en particular en base a la secuencia. El número de este efecto se representa en el parámetro E_i cuyo subíndice indica el número del efecto que recibe el vapor, e. g. si el vapor de calefacción del efecto 1 proviene del efecto 3, la notación es $E_{i=3}$, el valor de este parámetro es 0 cuando el efecto recibe al vapor vivo, S . Complementariamente, Q_i puede ser definido como: SA_S o VE_{E_i} . Por otra parte, el modelo generalizado considera que los balances de energía para los efectos $n > i > 1$ es:

$$Q_i + (H_i^L - H_{i-1}^L) \sum_{m \leq i} V_m + (H_i^L - H_i^V) V_i = F (H_i^L - H_{i-1}^L), i \in I \quad (11)$$

En el último efecto en flujo de vapor se realiza el balance de energía como:

$$Q_n - H_{n-1}^L \sum_{m \leq n-1} V_m - V_n H_n^V = F \left(\frac{x_F}{x_S} H_n^L - H_{n-1}^L \right), m \in I \quad (12)$$

En este caso los flujos de calor son positivos, es decir provenientes de la fuente de calentamiento hacia el efecto, de tal forma que:

$$0 < Q_i, i \in I. \quad (13)$$

Ecuaciones de Diseño

En esta propuesta el área de transferencia de calor es determinada a través del conocimiento de la temperatura de los efectos, para esto la expresión usada es:

$$Q_i = U_i A_i^{LM} (T_{S_i} - T_i), i \in I \quad (14)$$

$$0 < A_i^{LM}, i \in I$$

donde A_i^{LM} es el área media logarítmica de transferencia de calor, T_i es la temperatura, U_i el coeficiente global de transferencia de calor todos en el efecto i y T_{S_i} es la temperatura de la fuente de calor para el efecto i .

La obtención U_i es posible al integrar las resistencias de transferencia de calor por conducción del metal y convección por parte de los fluidos, uno en ebullición y otro en condensación. Esto puede ser aproximado como:

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i^I} + \frac{\Delta r_i A_i^I}{\kappa_i^M A_i^{LM}} + \frac{A_i^I}{A_i^{II} h_i^{II}}}, i \in I \quad (15)$$

donde κ_i^M es la conductividad térmica del metal en el efecto i , Δr_i es el espesor del metal del efecto i , h_i^I y h_i^{II} son el coeficiente de transferencia de calor para el líquido en ebullición, I, y para el vapor en condensación, II, A_i^I y A_i^{II} son el área de transferencia de calor del efecto i , para lado interno, I, y externo, II.

El cálculo del coeficiente de transferencia de calor del líquido en ebullición, h_i^I , se da bajo la consideración del régimen de ebullición. En evaporadores, este régimen es conocido como de ebullición sobre la película en la superficie donde la diferencia entre las temperaturas no excede 100°C e inicia la formación de burbujas. Una serie de expresiones de este coeficiente han sido obtenidas para distintos regímenes de ebullición (Adib & Vasseur, 2008), pero en el caso de tubos verticales la correlación de Hsu y Westwater (1959) es recomendable, de tal forma que (Pitts & Sissom, 1998):

$$h_i^I = 0.002(\text{Re}_i^V)^{0.6} \left[\frac{g\rho_i^V(\rho_i^L - \rho_i^V)(\kappa_i^V)^3}{(\mu_i^V)^2} \right]^{\frac{1}{3}}, i \in I \quad (16)$$

$$0 < h_i^I, i \in I$$

donde g indica la gravedad, Re_i el número de Reynolds del vapor producido del efecto i , μ_i es la viscosidad, ρ_i es la densidad y los superíndices L y V indican el fluido líquido y vapor respectivamente. El número de Reynolds corresponde al obtenido en la película y se calcula como (Adib & Vasseur, 2008):

$$\text{Re}_i^V = \frac{4V_i}{\pi\Phi_i\mu_i^V} \quad (17)$$

$$0 < \text{Re}_i, i \in I$$

donde Φ_i es el diámetro del evaporador. El cálculo del coeficiente de transferencia de calor para el vapor en condensación, h_i^{II} , es posible con la correlación (Pitts & Sissom, 1998):

$$h_i^{II} = 1.13 \left[\frac{\rho_{Ei}^L g (\rho_{Ei}^L - \rho_{Ei}^V) \lambda_{Ei} (\kappa_{Ei}^L)^3}{\mu_{Ei}^L L (T_{Si} - T_i)} \right]^{\frac{1}{4}}, i \in I \quad (18)$$

$$0 < h_i^{II}, i \in I$$

donde L es la longitud del tubo, considerada una variable positiva.

El área de transferencia de calor es calculada para cada lado del tubo. En la cara I, región interna donde el líquido ebulle, el área es calculada como:

$$A_i^I = \pi\Phi_i L L_i N_i, \forall i \in I \quad (19)$$

Asimismo, el área de transferencia de calor para la cara II, región externa donde el vapor condensa, se calcula como:

$$A_i^{II} = \pi(\Phi_i + 2\Delta r_i) L L_i N_i, \forall i \in I \quad (16)$$

El problema propuesto incluye la selección del diámetro del evaporador de un conjunto de candidatos cuya selección está sujeta al costo capital. De esta manera, la selección es posible con el uso de una variable binaria, de tal forma que:

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \sum_{j \in J} \varphi_j Y_{i,j}, \forall i \in I \\ 0 &< \Phi_i, \forall i \in I \\ Y_{i,j} &= \{0,1\}, \forall i \in I, j \in J \end{aligned} \quad (20)$$

donde Y_{ij} es una variable binaria que indica la selección del diámetro j en el efecto i . Además, la selección de un solo diámetro está restringida por:

$$\sum_{j \in J} Y_{i,j} = 1, \forall i \in I. \quad (21)$$

Función Objetivo

El costo total del equipo es planteado como la variable a minimizar y su valor se obtiene con el costo capital del equipo. Este cálculo representa la suma del costo que represente los tubos por su longitud, C_L ($\$/m \cdot tubo$), y el costo que represente el número de tubos que definen al tamaño de la coraza, C_D ($\$/tubo$). Estos costos son particulares para cada tamaño de tubo candidato y su obtención no es incluida en este trabajo. Así, la función objetivo es definida como:

$$\min C_T = \sum_{i \in I} N_i \left(\sum_{j \in J} C_{Dj} Y_{i,j} + L_i \sum_{j \in J} C_{Lj} Y_{i,j} \right) \quad (22)$$

CASO DE ESTUDIO

Este caso de estudio muestra la aplicación de la propuesta de optimización a sistema de evaporación de leche con cuatro efectos en corriente directa. La aportación de este análisis está dada por la comparación de los resultados de la optimización y los valores existentes del equipo en operación industrial. Las características del sistema de evaporación en operación se muestran en la Tabla 1, el U_i fue calculado previamente por una metodología similar a la propuesta (Galván-Ángeles *et al.*, 2012). En este proceso se considera como valor constante y conocido el flujo de leche alimentada, 14000 Kg/hr, concentración inicial, 12.6% de sólidos, y concentración final, 40% de sólidos. Asimismo, la temperatura de entrada, 110°C, cuyo valor corresponde a la temperatura de la corriente cuando sale de un pasteurizado previo a la evaporación; y la temperatura del vapor de calefacción, 72°C, el cual proviene de un termo-compresión. En este problema no se presentan los cálculos de termo-compresión y pasteurización.

Otros parámetros fundamentales para el sistema de evaporación están dados por las temperaturas de los efectos. En este caso, las temperaturas reales son tomadas de las lecturas del equipo y permanecen constantes; además, son bajas para evitar la desnaturalización de proteínas, estas son (°C): 68, 62.4, 56 y 49.65. Por otra parte, en las propiedades termofísicas de la leche no se considera un variación considerables con la temperatura, a lo cual permanecen constantes durante el proceso siendo: conductividad térmica, 0.53 W/m·°C, viscosidad, 0.00212 Kg/m·s, densidad, 1030 Kg/m³, y capacidad calorífica, 3.85 J/Kg·°C. Asimismo, las propiedades del vapor son parámetros que dependen de la temperatura, pero es considerado su valor puntual para cada efecto, como lo indica la Tabla 2.

La optimización requiere los costos de diseño, los cuales fueron aproximados al valor del equipo a la actualidad. El equipo instalado cuenta con tubos de 2 in de diámetro, esto permite incluir la opción de manejar distintos posibles diámetros, estos y sus costos de longitud y coraza se resumen en la Tabla 3. Adicionalmente, la formulación requiere la definición de los parámetros de la trayectoria del vapor, en cuyo caso los valores de E_i son 0, 1, 2, 3; donde el 0 indica que el efecto 1 recibe el vapor vivo, el efecto 2 es calentado por el 1, el tres por el 2 y el 4 por el 3.

La solución al problema fue posible con la interfaz *GAMS* en versión *DEMO*, de esta interfaz el resolvidor *DICOPT* fue utilizado para el problema *MINLP* a través de la estrategia de *outler-approximation* de forma relajada, esto permite que el problema se resuelva en dos sub-problemas: *NLP* y *MIP*. En el primer caso se usó el resolvidor *CONOPT* y en el segundo el resolvidor *Cplex*. En este caso de estudio, el número de ecuaciones

fue de 54 y de variables binarias 20, lo cual no excede la cantidad permitida por esta versión. El tiempo de cómputo se estimó en 0.7 s en una computadora de procesador Intel Core i2 Duo ® de 2.8GHz con memoria RAM de 8 GB.

Los resultados están dados en un flujo de vapor de calefacción, 1,519.2 Kg/hr, y un costo total de 107,974.5 \$, el resumen de la solución por la optimización está indicada en la Tabla 4. En contra parte, el proceso en operación requiere 1,243 Kg/hr de vapor y tiene un costo total de 192,400 \$. Los resultados de la optimización indican una reducción considerable en costo en comparación con el equipo existente. Además, la longitud de los efectos es menor a la existente; sin embargo, existe un aumento en el consumo de vapor vivo. Otra aportación importante del resultado, es una diferente cantidad de tubos y tamaño de diámetro entre los efectos. Esto obedece al cálculo de U_i que en todos los efectos es muy similar, a diferencia de su valor obtenido para el equipo real. Cabe señalar que las composiciones y flujo de vapor obtenidos en los efectos son similares entre la propuesta de este trabajo y lo descrito en el proceso real. La única diferencia observada está dada por el área de transferencia de calor. En el proceso real el área de transferencia de calor es similar en los efectos, pero no lo es el valor de U_i ; no obstante, en el resultado de la optimización el área de transferencia de calor es diferente entre los efectos, pero el valor de U_i es similar.

Adicionalmente a la trayectoria del líquido de este caso de estudio, se realizó, con los mismos datos, la optimización a tres trayectorias más: contracorriente, 4-3-2-1, y mixtas ,2-4-1-3 y 1-3-2-4. Los resultados son resumidos en la Tabla 5 y muestran que el costo menor es obtenido con la trayectoria de corriente directa al igual que el consumo de vapor. La distribución de la composición a lo largo del sistema de evaporación fue muy similar entre todas las trayectorias, al igual que los valores de U_i . Además, en todas las trayectorias el efecto en el que es alimentado el líquido requirió un diámetro de tubería menor, lo cual aumenta el área de transferencia de calor a través de la longitud de los tubos y no en su cantidad.

Tabla 1: Características y condiciones de operación del proceso real.

Efecto	x_i	N_i	LL_i (m)	V_i (Kg/hr)	Φ_i (in)	U_i (Kcal/hr°Cm ²)
1	0.15	140	10	2272	2	1496
2	0.188	140	10	2359	2	1208
3	0.255	120	10	2447	2	1067
4	0.4	120	10	2512	2	983

Tabla 2: Propiedades de vapor saturado.

T (°C)	κ (W/m°C)	ρ (Kg/m ³)	μ (Kg/m*s)
68	0.0223	0.6342	1.162E-5
62.4	0.0207	0.6694	1.081E-5
56	0.0191	0.7025	1.006E-5
49.65	0.0169	0.7497	8.991E-6

Tabla 3: Diámetros candidatos y sus costos.

Diámetro (in)	C_{i_i} (\$/m*tubo)	C_{D_i} (\$/tubo)
1	55	20
1.5	64.5	26.5
2	70	30
2.5	72	33

Tabla 4: Resultados obtenidos para el Caso de estudio planteado.

Efecto	x_i	N_i	LL_i (m)	V_i (Kg/hr)	Φ_i (in)	U_i (Kcal/hr°Cm ²)
1	0.151	79	9.62	2297	2	1915
2	0.189	83	7.92	2372	2.5	1945
3	0.256	78	7.75	2441	2.5	1924
4	0.4	81	7.7	2480	2.5	1945

Tabla 5: Resultados obtenidos para distintas trayectorias de líquidos del Caso de estudio planteado.

Trayectoria del líquido	Costo (\$)	Vapor (kg/hr)	Efecto	x_i	N_i	LL_i (m)	V_i (Kg/hr)	Φ_i (in)	U_i (Kcal/hr°Cm ²)
4-3-2-1	112,455.8	2358	4	0.163	74	8.78	3179	2	1896
			3	0.2	71	7.85	2005	2.5	1885
			2	0.264	82	7.92	2142	2.5	1940
			1	0.4	110	8	2264	2.5	2077
2-4-1-3	110,691	2185	2	0.158	65	9.02	2819	2	1840
			4	0.191	102	8.13	1933	2.5	2040
			1	0.285	93	7.53	3056	2.5	2000
			3	0.4	71	8.08	1782	2.5	1876
1-3-2-4	107,974.5	1591	1	0.152	82	9.6	2365	2	1934
			3	0.192	74	7.8	2437	2.5	1902
			2	0.253	86	7.8	2239	2.5	1961
			4	0.4	81	7.7	2549	2.5	1943

CONCLUSIONES

La formulación matemática propuesta, como un problema *MINLP*, es resuelta por resolvedores de *GAMS* muy conocidos, en cuyo caso no se garantiza la obtención del óptimo global. Sin embargo, el modelo no es grande en tamaño y evita el planteamiento de un problema multi-objetivo que requiere la realización de diversos experimentos numéricos. Este modelo matemático presenta no-linealidades que no mostraron problemas de convergencia, ya que los valores iniciales garantizaron la obtención de un óptimo local.

Esta propuesta tiene la flexibilidad de ser usada bajo distintas trayectorias del líquido, y en base a su planteamiento riguroso generó se obtuvieron resultados aceptables, al ser comparados con el proceso de evaporación en operación. Este modelo ha sido planteado de forma convencional, minimizando el costo total, sin embargo puede ser ampliado al considerar el precio del producto en base a su calidad.

NOMENCLATURA

A	Área de transferencia de calor, m ²
C_D	Costo de coraza en base al diámetro de la tubería, \$/m
C_L	Costo de longitud en base al diámetro de la tubería, \$/m
C_T	Costo total, \$
E	Efecto que provee energía al efecto i
F	Flujo de alimentación, Kg/s
g	Constante de aceleración de la gravedad (9.81 m/s ²)
H	Entalpía específica, J/Kg
h	Coefficiente de transferencia de calor, kW/m ² ·°C
L	Líquido que deja el efecto, Kg/s
LL	Longitud de la tubería, m

N	Número de tubos
n	Número de efectos
Q	Flujo de calor suministrado al evaporador, kW
Re	Número de reynolds
S	Vapor vivo requerido
T	Temperatura, °C
T_s	Temperatura de la fuente de calor al efecto, °C
U	Coefficiente global de transferencia de calor, kW/m ² -°C
V	Vapor producido, Kg/s
x	Fracción másica de sólidos
Y	Variable binaria para selección del tipo de diámetro (0,1)

Letras griegas

Δr	Espesor del metal, m
κ	Conductividad térmica, W/m·°C
λ	Entalpía específica de cambio de fase, J/Kg
μ	Viscosidad, Kg/m-s
ρ	Densidad, Kg/m ³
Φ	Valor del diámetro seleccionado, m
φ	Valor de los diámetros candidatos, m

Superíndices

I	Lado interno del tubo
II	Lado externo del tubo
L	Indicador de fase líquida
LM	Media logarítmica
M	Propiedades de metal
V	Indicador de fase vapor

Subíndices

F	Alimentación
i	Número de efecto
j	Tipo de diámetro

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo mostrado por CONACyT y PROMEP.

REFERENCIAS

1. Adib, T.A., & Vasseur, J. (2008). Bibliographic analysis of predicting heat transfer coefficients in boiling for applications in designing liquid food evaporators. *Journal of Food Engineering*, 87, 149-161.
2. Ayangbile, W.O., Okeke, E.O. & Beveridge, G.S.G. (1984). Generalised steady-state cascade simulation algorithm in multiple-effect evaporation. *Computers & Chemical Engineering*, 8 (3-4), 235-242.
3. Barbosa-Cánovas, G. & Vega-Mercado, H. (2000). Deshidratación de alimentos. Acribia SA, Zaragoza, España.
http://www.exeedu.com/publishing.cl/av_cienc_ing/

4. Bhargava, R., Khanam, S., Mohanty, B. & Ray, A.K. (2008). Selection of optimal feed flow sequence for a multiple effect evaporator system. *Computers & Chemical Engineering*, 32 (10), 2203-2216.
5. Díaz-Ovalle, C.O., Ramos-Ojeda, E., Alvarado-Montoya, F.J. & Rivera-Hernández, J. R. (2011). Interfaz para el cálculo de evaporadores de múltiple-efecto, *SiNIQTA*, Aguascalientes, 111.
6. Estrada-Pinto, C.A. & Flores-Pren, L.A. (2000). Algoritmo para el diseño conceptual de evaporadores de múltiple efecto. *IMIQ*, 15 (1), 12-22.
7. Galván-Ángeles, E., Díaz-Ovalle, C., Ramos, E. & Herrera, F. (2012). Interfaz para el diseño de evaporadores depalícula descendente de múltiple efecto para la industria alimentaria. In: *XXXIII Encuentro Nacional y II Congreso Internacional de la AMIDIQ*, San José del Cabo, BCS, México, 1094-1099.
8. Higa, M., Freitas, A.J., Bannwart, A.C. & Zemp, R.J. (2009). Thermal integration of multiple effect evaporator in sugar plant. *Applied Thermal Engineering*, 29 (2-3), 515-522.
9. Hillenbrand, J.B. & Westerberg, A.W. (1988). The synthesis of multiple-effect evaporator systems using minimum utility insights-I. A cascaded heat representation. *Computers & Chemical Engineering*, 12 (7), 611-624.
10. Himmelblau, D. M. (1997). Basic principles and calculations in chemical engineering. Prentice-Hall.
11. Hsu, Y.Y. & Westwater, J.W. (1958). Film boiling from vertical tubes. *AIChE Journal*, 32 (1), 58-62.
12. Kaya, D. & Ibrahim Sarac, H. (2007). Mathematical modeling of multiple-effect evaporators and energy economy. *Energy*, 32 (8), 1536-1542.
13. Khademi, M.H., Rahimpour, M.R. & Jahanmiri, A. (2009). Simulation and optimization of a six-effect evaporator in a desalination process. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 48 (1), 339-347.
14. Khanam, S. & Mohanty, B. (2010). Energy reduction schemes for multiple effect evaporator. *Applied Energy*, 87 (4), 1102-1111.
15. Khanam, S. & Mohanty, B. (2011). Development of a new model for multiple effect evaporator system. *Computers & Chemical Engineering*, 35 (10), 1983-1993.
16. Koko, F.W. & Joye, D.D. (1987). Design calculations for multiple-effect evaporators. 2. Comparison of linear and nonlinear methods. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 26 (1), 104-107.
17. Kumar, D., Kumar, V. & Singh, V.P. (2010). To study the parametric effects on optimality of various feeding sequences of a multieffect evaporators in paper industry using mathematical modeling and simulation with MATLAB. *International Journal of Chemical and Biological Engineering*, 3 (3), 129-136.
18. Lambert, R.N., Joye, D.D. & Koko, F.W. (1987). Design calculations for multiple-effect evaporators. 1. Linear method. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 26 (1), 100-104.
19. McCabe, W.L., Smith, J.C. & Harriott, P. (1991). Unit operations of chemical engineering. McGraw-Hill.
20. Nishitani, H. & Kunugita, E. (1979). The optimal flow pattern of mutieffect evaporator systems. *Computers & Chemical Engineering*, 3, 261-268.
21. Pitts, D. & Sissom, L. (1998). Heat Transfer. McGraw-Hill.

22. Sharma, S., Rangaiah, G.P. & Cheah, K.S. (2011). Multi-objective optimization using MS Excel with an application to design of a falling-film evaporator system. *Food and Bioproducts Processing*, 90 (2), 123-134.
23. Simpson, R., Almonacid, S., López, D. & Abakarov, A. (2008). Optimum design and operating conditions of multiple effect evaporators: Tomato paste. *Journal of Food Engineering*, 89 (4), 488-497.
24. Smith, R. & Jones, P.S. (1990). The optimal design of integrated evaporation systems. *Heat Recovery Systems & CHP*, 10 (4), 341-368.
25. Stewart, G. & Beveridge, G.S.G. (1977). Steady-state cascade simulation in multiple effect evaporation. *Computers & Chemical Engineering*, 1 (1), 3-9.
26. Westerberg, A.W. & Hillenbrand, J.B. (1988). The synthesis of multiple-effect evaporator systems using minimum utility insights-II. Liquid flowpattern selection. *Computers & Chemical Engineering*, 12 (7), 625-636.
27. Zeboudj, S., Belhanèche-Bensemra, N. & Belabbès, R. (2005). Use of surface response methodology for the optimization of the concentration of the sweet orange essential oil of Algeria by wiped film evaporator. *Journal of Food Engineering*, 67(4), 507-512.

