



## EVALUACIÓN DE MAPAS CONCEPTUALES CON TÉCNICAS DE LÓGICA DIFUSA

Recepción: 18/07/2011 Revisión: 01/08/2011 Aceptación: 22/11/2011



**Lavalle, Andrea**

Universidad Nacional del Comahue, Argentina  
[andrea.lavalle@faea.uncoma.edu.ar](mailto:andrea.lavalle@faea.uncoma.edu.ar)



**Curia, Lisandro**

Universidad Nacional del Comahue, Argentina  
[lisandro.curia@faea.uncoma.edu.ar](mailto:lisandro.curia@faea.uncoma.edu.ar)

### RESUMEN

Los mapas conceptuales fueron introducidos por Novak y Gowin (1988), y han sido utilizados ampliamente para analizar la estructura cognitiva de un alumno. Son particularmente útiles para estudiar el modo en que los estudiantes construyen el conocimiento y atribuyen significados a lo que el texto o el docente están describiendo. Los autores mencionados, proponen diferentes esquemas de puntuación para la evaluación de un mapa conceptual y esta tarea es generalmente llevada a cabo por el docente encargado de analizar el mapa construido por el alumno. Con objeto de tornar la evaluación de un mapa en una tarea más participativa y que contenga la opinión de otros especialistas en la temática, en este trabajo, se recurre a elementos de la teoría de la lógica difusa. Esta teoría fue introducida durante los años 60 por el profesor Lotfi Zadeh y con ella es posible traducir expresiones dadas en forma coloquial e información imprecisa, en valores pertenecientes a conjuntos difusos. Posteriormente, y mediante operaciones lógicas, estos valores finalmente se traducen en un valor concreto que, en este caso particular, permite otorgar un puntaje al mapa conceptual. La metodología seguida consiste en desarrollar una base de reglas difusas apoyadas en la opinión de expertos en la temática y en los criterios de evaluación basados en el aprendizaje significativo. Como caso concreto, se analizó la evaluación de un mapa conceptual construido en un ámbito específico de la matemática como son las ecuaciones diferenciales. Para desarrollar una base de reglas difusas, se consideró la opinión de varios docentes especialistas vinculados a esta temática educativa. Los resultados obtenidos muestran que esta propuesta metodológica, basada en criterios consensuados, constituye una alternativa válida para la práctica evaluadora de un mapa conceptual.

**Palabras claves:** Lógica difusa, Aprendizaje significativo, Mapas conceptuales, Evaluación.



## EVALUATION OF CONCEPTUAL MAPS WITH TECHNOLOGIES OF DIFFUSE LOGIC

### ABSTRACT

Concept maps were introduced by Novak and Gowin (1988) and have been used extensively to analyze a student's cognitive structure. They are particularly useful for studying how students construct knowledge and attribute meaning to what the text or the teacher are described. The above authors propose different scoring schemes for the evaluation of a conceptual map and this task is usually carried out by the teacher in charge of analyzing the map that has built the student. In order to make the evaluation of a map in a participatory task containing the opinion of other specialists in the field, in this work, we use elements of the theory of fuzzy logic. This theory was introduced during the 60's by Professor Lotfi Zadeh and it make possible to translate expressions given in a colloquial expressions and inaccurate information in values of fuzzy sets. Later, through logical operations, these values finally result in a specific value, in this particular case, can give a score to the concept map. The methodology consist in to develop a fuzzy rule base supported by expert opinion on the particular subject and assessment criteria based on meaningful learning. As a particular case, we examined the evaluation of a concept map in a specific area of mathematics such as differential equations. To develop a fuzzy rule base, we considered the opinion of many specialists involved in teaching this subject of education. The results show that the proposed methodology, based on agreed criteria, constitutes a valid alternative for the practice of evaluating a concept map.

**Keywords:** Fuzzy logic, Meaningful learning, Conceptual maps, Assessment.

## VALUTAZIONE DI MAPPE CONCETTUALI CON TECNICHE DI LOGICA DIFFUSA

### RIASSUNTO

Le mappe concettuali furono introdotte da Joseph Novak e Bob Gowin e sono state utilizzate ampiamente per analizzare la struttura cognitiva dell'allievo. Sono particolarmente utili per studiare il modo in cui gli studenti costruiscono la cognizione e attribuiscono significato a ciò che il testo o l'insegnante sta descrivendo. Gli autori menzionati propongono diversi schemi di punteggio per la valutazione di una mappa concettuale e questo compito è generalmente, fatto dall'insegnante incaricato di analizzare la mappa fatta dall'allievo. Con lo scopo di fare della valutazione di una mappa un compito più partecipativo e che abbia l'opinione di altri specialisti nel tema, in questo lavoro vengono considerati gli elementi della teoria della logica diffusa. Questa teoria fu introdotta da Lotfi Zadeh durante gli anni sessanta e con esse è possibile tradurre delle espressioni date informalmente così come informazione imprecisa in valori appartenenti a insiemi diffusi. Posteriormente e secondo operazioni logiche, questi valori finalmente vengono tradotti con un valore concreto che in questo caso particolare, permette dare un punteggio alla mappa concettuale. La metodologia eseguita consiste nel sviluppare una base di regole diffuse appoggiate nell'opinioni di esperti nell'area e nei criteri di valutazione basati nell'apprendimento significativo. Come caso particolare, la valutazione di una mappa concettuale fatta in un ambito specifico della matematica come sono l'equazioni differenziali è stata analizzata. Per sviluppare una base di regole diffuse, si è considerata



l'opinione di vari insegnanti specialisti in quest'area educativa. I risultati ottenuti mostrano che questa proposta metodologica basata in criteri accordati costituisce una alternativa per la pratica di valutazione di una mappa concettuale.

**Parole chiave:** logica diffusa, apprendimento significativo, mappe concettuali, valutazione.

## INTRODUCCIÓN

Los mapas conceptuales permiten representar el conocimiento en forma ordenada por jerarquías. Para ello se recurre a un conjunto de nodos, que son los conceptos y que se vinculan entre sí mediante nexos. El empleo de estos mapas como recurso facilitador de la tarea del docente y del alumno fue propuesto por Novak y Gowin (1988), apoyándose en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y otros (1983).

El objetivo principal de un mapa conceptual consiste en representar las relaciones entre los conceptos en forma de proposiciones. Su utilización como estrategia de aprendizaje, es decir, como secuenciación de actividades planificadas para conseguir un aprendizaje (Ontoria y otros, 1996), implica la búsqueda de significados, ideas y conceptos. Debido a que las líneas que unen los conceptos contienen palabras, es posible interpretar el conocimiento que se está representando con el mapa y analizar cómo se construyen conceptos e ideas más generales.

La cantidad de relaciones que se establecen entre conceptos es un indicador de la comprensión, y a su vez una ampliación de la cantidad de conceptos permite establecer nuevas relaciones. De esta manera, la cantidad y calidad de conceptos y relaciones junto con la jerarquización de los mismos dan cuenta de la significatividad del mapa conceptual elaborado. En este sentido, algunos de los usos principales de los mapas conceptuales en la enseñanza son la detección de concepciones erróneas y el reconocimiento de un determinado estado del aprendizaje.

En consecuencia puede haber una razonable expectativa de que los mapas conceptuales sean considerados un método confiable para que el docente los pueda integrar a la instrucción y utilizarlos para complementar las evaluaciones tradicionales (Novak y Gowin, 1988). El análisis de un mapa conceptual como parte de una evaluación continua, toma como punto de partida la consideración del mismo como una expresión del conocimiento.

Los cambios ocurridos, por ejemplo, antes y después de la instrucción, pueden evaluarse buscando cambios cualitativos en la estructura de los mapas. Una evaluación clásica a través de puntuación puede realizarse siguiendo los principios del aprendizaje significativo (Novak y Gowin, 1988) asignando valores numéricos a los siguientes criterios: relaciones válidas, niveles válidos de jerarquías, conexiones cruzadas que muestren relaciones válidas y utilización de ejemplos.

De acuerdo con Boggino (1997) la evaluación debe concebirse como una estrategia de enseñanza y en este sentido un docente debe poder evaluar las posibilidades de aprender, los conocimientos previos, los niveles de formación de los diferentes conceptos



de las áreas curriculares, las relaciones que establecen entre conceptos y los errores constructivos. Es por ello que un núcleo central en la evaluación de un mapa conceptual radica en el criterio y la habilidad del docente para identificar los aspectos relevantes de la información que el alumno haya representado en el mapa.

Sin embargo, un concepto específico puede quedar relacionado con otros de manera muy diferente en cada mapa y la forma de evaluarlo puede diferir sustancialmente de un docente a otro. Juzgar, por parte del docente, como error la producción de un alumno puede resultar contradictorio ya que cada estudiante puede crear un mapa conceptual diferente que refleja su propio conocimiento personal (Novak y Gowin, 1988). En consecuencia, a la hora de evaluar los mapas conceptuales y juzgar la producción de un alumno, puede resultar relevante incluir la opinión de un grupo de docentes especialistas en el tema y construir una base con un criterio más amplio para la evaluación (Chunyan y otros, 2007).

El presente trabajo parte de considerar que los criterios utilizados para evaluar un mapa conceptual pueden ser elaborados a partir de pautas consensuadas entre un grupo de expertos o especialistas en la temática. Esta metodología permite capturar la opinión de varios docentes y en consecuencia eliminar las fallas que pueda ocasionar la evaluación unilateral, asimétrica y no participativa que conllevan las decisiones del tipo personal cuando se evalúa el conocimiento que el alumno tiene de un tema y que se quiere capturar con ayuda de un mapa conceptual.

La herramienta que se propone utilizar se basa en la aplicación de la lógica difusa, es decir, la construcción de una base de reglas y la implementación de un sistema que posibilite evaluar un mapa conceptual considerando las opiniones de varios docentes. Sobre esta idea es importante analizar las posibilidades que brinda la lógica difusa para construir un sistema que tienda a hacer de la evaluación de un mapa conceptual una tarea colaborativa entre varios docentes (Kosko, 1997; Yundong y otros, 2006).

El objetivo del presente trabajo es presentar una aplicación de una herramienta novedosa de la inteligencia artificial como es la lógica difusa para la construcción de una base de reglas elaboradas considerando la opinión experta de un grupo de docentes. Este conjunto de reglas es el que posibilita realizar una evaluación de un mapa conceptual mediante criterios consensuados y participativos.

En el apartado siguiente se detallan los lineamientos teóricos que sustentan el trabajo, tanto desde el punto de vista de los mapas conceptuales y su evaluación como de la lógica difusa. Los principales conceptos de la lógica difusa se ilustran con un ejemplo en el que un sistema de inferencia difuso permite concluir sobre la incidencia de las características del docente y el material de estudio en la comprensión de un tema por parte de un estudiante. La aplicación concreta a la evaluación de mapas conceptuales se desarrolla en el apartado de metodología, luego se exponen los resultados y las conclusiones del trabajo.



## MARCO TEÓRICO

Se define el concepto como una regularidad percibida en sucesos u objetos o registros de sucesos u objetos y se lo designa con una etiqueta, la que comúnmente es una palabra (Novak y Gowin, 1988). Los mapas conceptuales son representaciones gráficas de relaciones significativas entre conceptos que adquieren la forma de proposiciones (Boggino, 1997). En un mapa conceptual, la manera de formar una proposición es vincular por medio de palabras dos o más conceptos. Por lo tanto las proposiciones abarcan dos o más conceptos conectados con otras palabras que forman una frase coherente.

La representación jerárquica de los conceptos en un mapa supone que los conceptos más generales ocupan la parte superior del mapa y a medida que se desciende van surgiendo los conceptos más específicos. De este modo un mapa conceptual también permite indagar acerca de qué conceptos son considerados troncales y diferenciarlos de aquellos que se presentan en el mapa ocupando un lugar secundario (Wheeldon y Faubert, 2009).

El aprendizaje tiene lugar gracias a la asimilación de nuevos conceptos y proposiciones en marcos de referencia proposicionales ya existentes en la mente del aprendiz (Ausubel y otros, 1983). Es por ello que los mapas conceptuales son utilizados para analizar los cambios que se suceden en la estructura cognitiva de los alumnos a partir del aprendizaje sobre un tema particular de alguna rama de las ciencias.

Si un mapa conceptual refleja el estado actual del conocimiento que un alumno tiene acerca de un tema específico, es razonable plantearse qué aspectos del mapa pueden considerarse acertados y cuáles erróneos. Si bien estos interrogantes pueden quedar atenuados cuando se trata de evaluar mapas elaborados en el contexto de las ciencias exactas, no deja de ser importante tener en cuenta lo que otros docentes pueden considerar como información relevante y necesaria como para ser incluida en la elaboración del mismo.

Según Boggino (1997) los criterios para evaluar un mapa conceptual pueden considerarse desde dos puntos de vista complementarios. El primero tiene en cuenta si los conceptos utilizados son realmente conceptos clave, si los términos expresan realmente conceptos y si los conectores son realmente enlaces entre conceptos. El segundo es un punto de vista de la significatividad del mapa.

Aquí se evalúa si las relaciones entre conceptos son horizontales o cruzadas, si las relaciones son fruto de la organización jerárquica y si hay evidencia de diferenciación progresiva y reconciliación integradora. Asimismo, Novak y Gowin (1988) proponen una escala posible de puntuación que establece la forma de obtener un valor numérico para la evaluación del mapa. Los criterios básicos propuestos por los autores establecen la asignación de un punto por cada proposición válida, cinco puntos por cada nivel jerárquico válido, diez puntos por cada conexión cruzada válida y un punto por cada ejemplo.

Por otro lado, cabe considerar que cualquier clave de puntuación conlleva cierto grado de subjetividad, como cualquier instrumento de evaluación. Las pruebas verdadero/falso



pueden proporcionar una puntuación objetiva pero están conceptualmente muy alejadas de la concepción de la evaluación desde un punto de vista de integración del aprendizaje. En este sentido, la lógica tradicional permite decidir si alguna premisa es verdadera o falsa y obtener conclusiones estrictas, ya que trabaja con valores bien definidos y brinda resultados con estas características.

Por otro lado, la lógica difusa, también conocida como fuzzy logic o lógica borrosa, puede considerarse más abarcativa y contiene como subconjunto a la lógica tradicional. Los seres humanos no trabajan tanto con la lógica tradicional y en el lenguaje cotidiano mantenemos expresiones del tipo “más frío”, “poco atractivo”, “muy importante”, “alto impacto”, “poco valioso”, entre otros., todas ellas contienen gran parte de indefinición y de lenguaje ambiguo sobre el tema del que se está hablando.

En consecuencia, lo que se busca en muchas de las representaciones verbales que hacen los seres humanos es encontrar un sistema que pueda trabajar con estos valores ambiguos no exactos (Hilera y Martínez, 2000). En la lógica tradicional caben solamente dos posibilidades: que un elemento pertenezca o no a un conjunto. Por otra parte, con la lógica difusa se puede cuantificar cierta incertidumbre al trabajar con grados de pertenencia de un elemento a un conjunto.

### **CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE INFERENCIA DIFUSO**

Se mencionan a continuación algunas definiciones vinculadas con el campo de la lógica difusa (Jang y otros, 1997):

- Función de Pertenencia: la función de pertenencia establece el grado en que cada elemento pertenece a un conjunto difuso. Estas funciones son curvas que tienen forma triangular, trapezoidal, campana de Gauss, entre otras. El criterio para la elección de las mismas debe considerar básicamente, su simplicidad y eficiencia.

- Grado de Pertenencia: es el valor que define la medida en que un elemento de un conjunto difuso pertenece a dicho conjunto. Este número pertenece al intervalo  $[0, 1]$ .

- Entradas bien definidas (Entradas Crisp): son los diferentes valores concretos de la variable del sistema, por ejemplo, si la variable es el rendimiento académico de un grupo de alumnos, los valores concretos pueden ser: 8.50; 7; 5.50; etc. En oposición al concepto de difuso, lo crisp, definido, nítido o preciso, no representa ninguna imprecisión.

- Conjunto Difuso: un conjunto difuso queda caracterizado por los pares ordenados que indican el valor del elemento (entrada Crisp) y su grado de pertenencia. Para un conjunto difuso  $A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\}$ , se tiene que el elemento  $x$  pertenece al conjunto  $A$  con un grado de pertenencia  $\mu_A(x)$ , que puede variar entre 0 y 1. Un conjunto difuso siempre se define en relación a la función de pertenencia. La idea general es establecer conjuntos difusos, por ejemplo, el conjunto difuso “muy valioso”, el conjunto difuso “alto impacto”, y obtener valores que indiquen que un elemento pertenece en un 25% al conjunto difuso “muy valioso” o un 80% al conjunto difuso “alto impacto”.



- Operaciones fundamentales entre conjuntos difusos: si se tienen dos conjuntos difusos  $A = \{x, \mu_A(x)\}$  y  $B = \{x, \mu_B(x)\}$  se pueden definir las siguientes operaciones (Lazzari y otros, 1998).

Unión:  $A \cup B = \text{máx} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

Intersección:  $A \cap B = \text{mín} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

Complemento:  $A^c = 1 - \mu_A(x)$

### ETAPAS DE UN SISTEMA DE INFERENCIA DIFUSO

Un sistema de inferencia difuso consta de tres etapas:

- Fusificación de las entradas: esta primera etapa consiste en tomar un valor concreto y convertirlo en un valor difuso. Para obtener una entrada fusificada, a cada valor crisp de la entrada se le aplican las funciones de pertenencia. Por lo tanto, las entradas difusas se obtienen valorizando la función de pertenencia respectiva con el valor de la entrada crísp. indican el grado de pertenencia a cada conjunto difuso. El dato a fusificar puede ser un número obtenido por un sensor, calculado, o un valor concreto que surge de una evaluación o medición.

- Aplicación del sistema de reglas difusas: las reglas difusas son construidas por el usuario del sistema y se basan en la opinión de expertos en la temática. Estas reglas son del tipo “si – entonces” (if – then) (Jang y otros, 1997). Por ejemplo, una regla difusa puede tener la siguiente forma: “si llueve mucho y si hay mucha niebla y si está muy oscuro entonces la velocidad del automóvil debe ser muy baja”. En este caso los conjuntos difusos son: “llueve mucho”, “mucha niebla”, “muy oscuro”, “velocidad muy baja”. Los tres primeros conjuntos difusos pueden considerarse antecedentes y el último conjunto es el consecuente. Los antecedentes están relacionados entre sí por operadores lógicos que implican una cierta operación entre los conjuntos difusos.

Para expresar el grado de verdad de una relación entre conjuntos difusos o el conocimiento que se tiene sobre estas relaciones se precisa, en general, más de una regla. El conjunto de todas las reglas utilizadas en un proceso de inferencia difusa se denomina base de reglas o base de conocimientos.

Las entradas fusificadas ingresan al sistema de inferencia, que es básicamente un sistema de cálculo, y como resultado se obtiene un conjunto difuso de salida. El sistema de cálculo opera en tres pasos (Chahuara, 2005):

a) El primer paso, denominado de agregación de las variables de entrada, opera sobre los antecedentes de las reglas aplicando los operadores difusos que conectan los conjuntos difusos del antecedente. Se obtiene un número para cada regla, que representa el resultado del antecedente para esa regla.

b) En el segundo paso, denominado composición o implicación difusa, el número obtenido como resultado de la etapa anterior ingresa a la función de pertenencia del consecuente. Dado que la entrada al proceso de implicación es un número concreto, esta función permite obtener como salida de la implicación un conjunto difuso. Este procedimiento es aplicado a cada regla que conforma la base de conocimiento.

c) El tercer paso, llamado de agregación del resultado, consiste en la combinación de los conjuntos difusos obtenidos en el paso anterior a partir de cada regla. El resultado es un único conjunto difuso obtenido, generalmente, aplicando el método del máximo.

- Defusificación del resultado: finalmente, luego de aplicar el sistema de inferencia difuso se obtiene un conjunto borroso que a través del proceso de defusificación se transforma en el valor concreto que se está buscando. La obtención de la salida del sistema puede realizarse mediante diferentes métodos, por ejemplo, la media ponderada, el centro de masa, el centro de área, entre otros.

### Ejemplo:

El siguiente ejemplo puede aclarar los conceptos expuestos anteriormente. El sistema de inferencia difuso (Jang y otros, 1997) utilizado cuenta con dos entradas, una salida y una base de reglas compuesta por tres reglas difusas que permiten inferir sobre el grado de comprensión que un alumno tiene sobre un tema particular desarrollado en la clase por el docente, a partir de las características didácticas del docente y el material de estudio. Las tres reglas son:

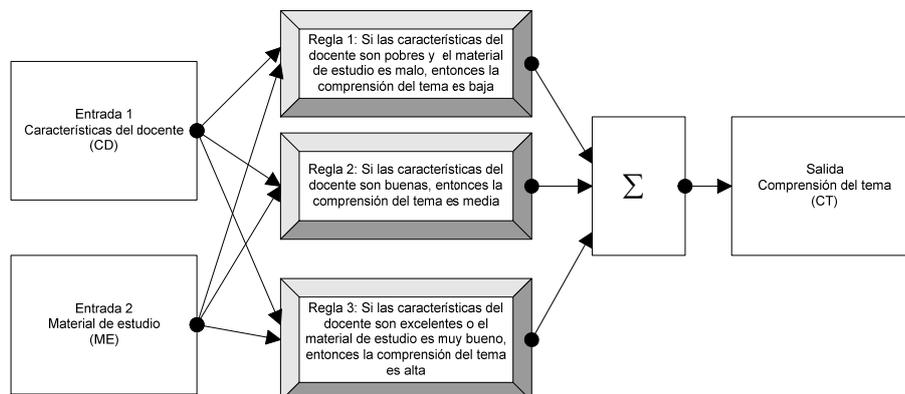
Regla 1: si las características didácticas del docente son pobres y el material de estudio es malo, entonces la comprensión del tema es baja.

Regla 2: si las características didácticas del docente son buenas, entonces la comprensión del tema es media.

Regla 3: si las características didácticas del docente son excelentes o el material de estudio es muy bueno, entonces la comprensión del tema es alta.

La estructura del sistema de inferencia completo se representa en la Figura 1 y a continuación se describe el procedimiento de inferencia difuso para esta base de reglas.

**Figura 1. Sistema de inferencia difuso para concluir sobre la comprensión de un tema por parte de un alumno**



Fuente: Jang y otros (1997).

- Fusificación de las entradas

El primer paso es tomar las entradas y determinar el grado en que cada una de ellas pertenece al conjunto difuso específico. Estos valores se obtienen de acuerdo con la función de pertenencia particular. El valor obtenido indica el grado en que el valor concreto pertenece al conjunto difuso.

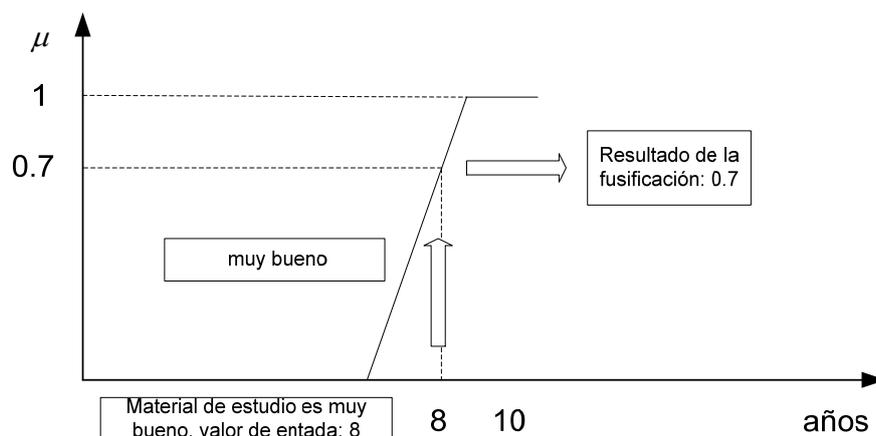
Los conjuntos difusos son “Material de Estudio” y “Características del Docente”, sobre cada uno de estos conjuntos se establecen los correspondientes subconjuntos difusos, los cuales reciben caracterizaciones de la forma “mala”, “buena” y “muy buena”. En este caso particular los valores de las variables de entrada está en el intervalo [0,10], ya que las características del docente y el material de estudio varían en este intervalo.

La salida es un valor difuso que establece el grado de pertenencia a cada conjunto difuso y está en el intervalo [0,1]. En el ejemplo que se está tratando, el sistema tiene tres reglas y en cada se aplican los valores de las entradas a los conjuntos difusos correspondientes: características del docente: “pobres”, “buenas” y “excelentes”, material de estudio: “malo”, “bueno” y “muy bueno”.

Antes de evaluar las reglas, las entradas deben ser fusificadas de acuerdo al nivel de pertenencia a cada uno de estos conjuntos difusos. Por ejemplo, la figura 2 muestra la situación en que se trata de establecer en qué medida el material es muy bueno.

El material de estudio se califica de 1 a 10, y si se considera que el material recibe una puntuación de 8, la función de pertenencia asociada con el conjunto difuso, “material muy bueno”, permite obtener un valor fusificado de  $\mu=0.7$  para la entrada del valor 8. Mediante este procedimiento se fusifica cada entrada de acuerdo con la función de pertenencia asociada al conjunto difuso en cuestión.

**Figura 2. Resultado de la fusificación**



Fuente: Jang y otros (1997).

- Aplicación del sistema de reglas difusas

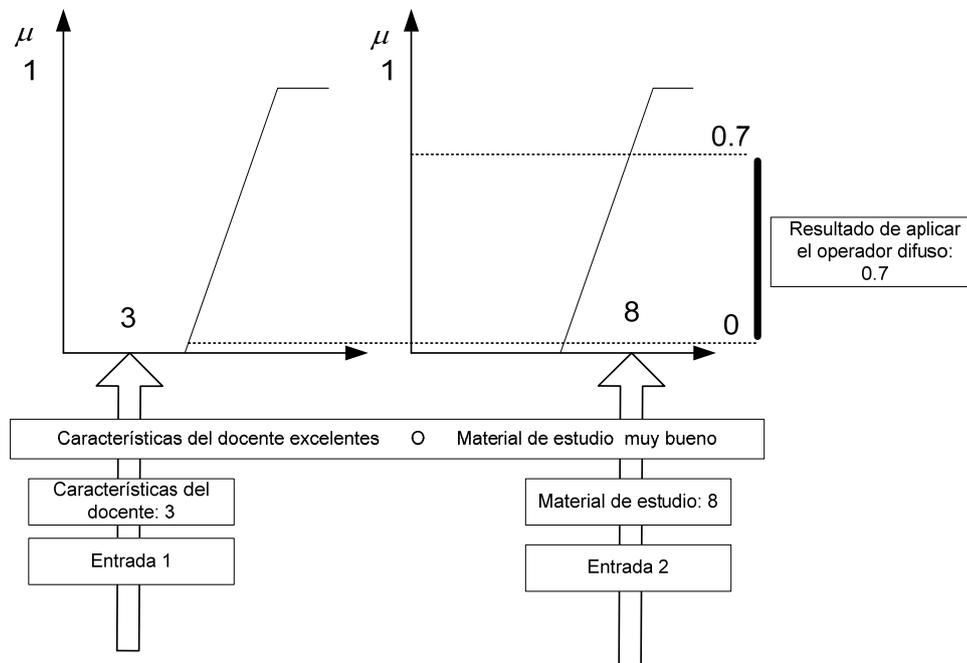
a) Agregación de las variables de entrada: una vez que las entradas han sido fusificadas, se debe recurrir al antecedente de cada regla difusa y se aplica el operador difuso que permite combinar las partes del antecedente.

b) El operador borroso permite obtener un número para la regla correspondiente, este valor representa el resultado del antecedente para esa regla. Los operadores comúnmente utilizados en esta etapa son Y (and) y O (or), pero el usuario puede definir sus propios operadores.

En el ejemplo que se está considerando el antecedente de la tercera regla tiene dos partes que se deben combinar mediante el operador O: las características del docente son excelentes o el material de estudio es muy bueno.

El operador difuso O simplemente selecciona el máximo de los dos valores que han sido fusificados de acuerdo a las funciones de pertenencia. En el ejemplo,  $\max(0, 0.7) = 0.7$ . La salida luego de aplicar el operador difuso para esta regla es 0.7 y este procedimiento deberá extenderse para cada una de las reglas de la base de conocimiento. La técnica descrita se ilustra en la figura 3.

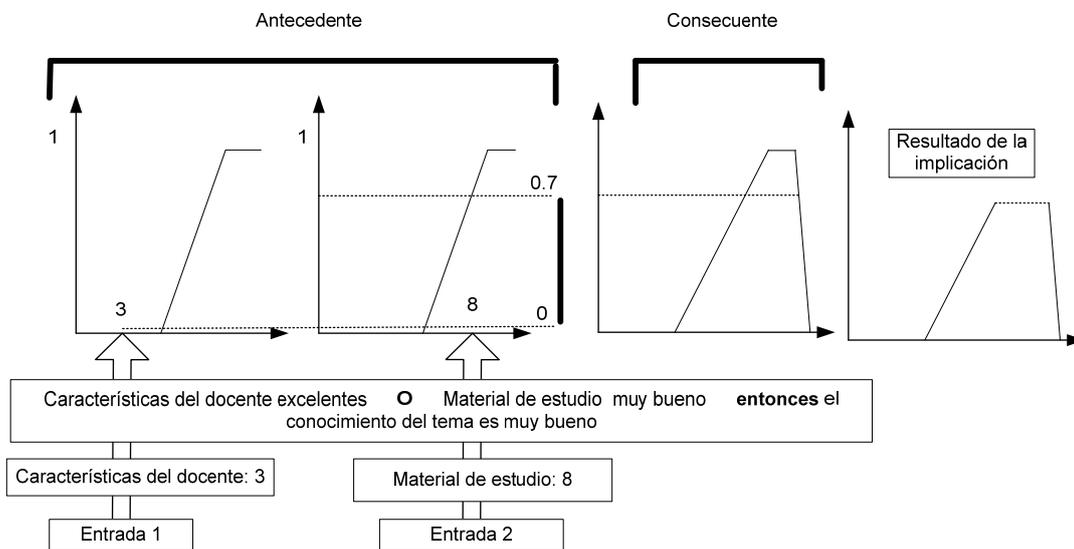
**Figura 3. Proceso de inferencia para la tercera regla difusa**



Fuente: Jang y otros (1997).

c) Implicación difusa: la entrada para el proceso de implicación es un solo número dado por el antecedente, y la salida es un conjunto borroso. La implicación se pone en práctica para cada regla del sistema de conocimiento. El valor proveniente del antecedente trunca el conjunto difuso del consecuente y el resultado es un conjunto difuso. En este ejemplo, para determinar el conjunto difuso resultante se aplica el operador Y, que de acuerdo a la regla permite inferir sobre el conjunto difuso del consecuente "conocimiento del tema muy bueno". Por lo tanto el resultado del método de implicación para la regla 3 es el conjunto difuso truncado que se representa en la figura 4.

**Figura 4. Obtención del conjunto difuso para la tercera regla difusa**

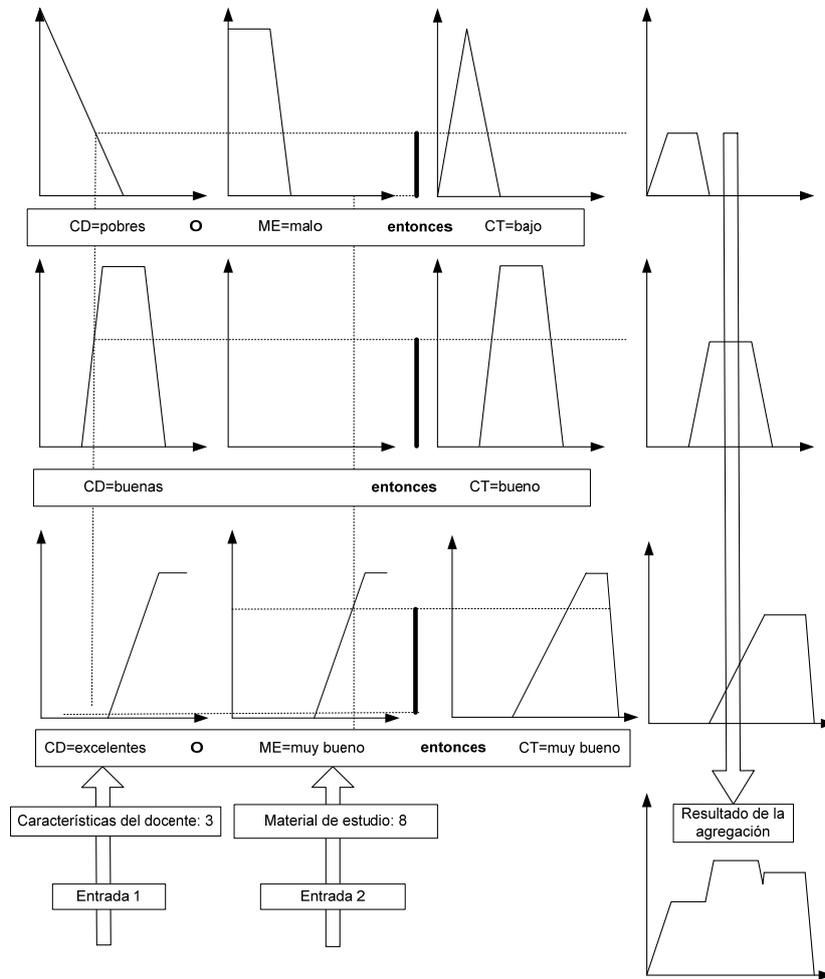


Fuente: Jang y otros (1997).

d) Agregación del resultado: el procedimiento de inferencia se basa en la comprobación de todas las reglas de la base conocimientos que conforman el sistema de inferencia difuso. Por lo tanto, dado que para cada regla se estableció un conjunto difuso resultante, ahora es el momento de combinar estos resultados para poder tomar una decisión. El procedimiento de agregación consiste simplemente en combinar los conjuntos difusos truncados provenientes de la aplicación de cada regla para obtener un único conjunto difuso de salida.

Un método comúnmente utilizado para aplicar el procedimiento de agregación es el del máximo, que se ilustra en la figura 5. La columna de la derecha muestra los tres conjuntos que provienen de aplicar las tres reglas, mientras que el último conjunto representa el resultante de aplicar la agregación de los tres conjuntos. Como se puede ver, el procedimiento consiste en determinar el máximo valor correspondiente a cada uno de los tres conjuntos para cada elemento del intervalo  $[0,100]$  y por esa razón resulta un conjunto truncado.

Figura 5. Conjunto difuso de salida resultante de la agregación



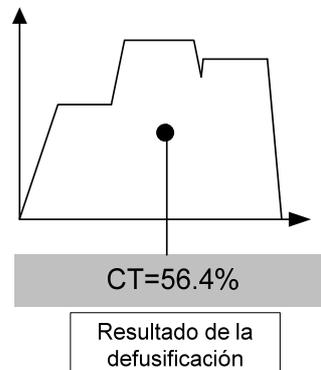
Fuente: Jang y otros (1997).

- Defusificación del resultado

La entrada al procedimiento de defusificación es un conjunto difuso y la salida es un número. En este trabajo se utilizó el método del centro de masa que consiste en calcular el centro de masa del conjunto difuso de salida y tomar como valor defusificado la abscisa de dicho punto. La figura 6 muestra el conjunto difuso de salida correspondiente a los valores de entrada que componen el par (3, 8), y el valor concreto de salida 56.4.

A partir de este valor se puede concluir que la comprensión del alumno del tema desarrollado por el docente a partir de las características didácticas del docente y el material de estudio tiene un valor de 56.4%.

Figura 6. Resultado de la defusificación



Fuente: Jang y otros (1997).

### METODOLOGÍA

Atendiendo al propósito del trabajo, se detallan a continuación los procedimientos aplicados para realizar la evaluación de un mapa conceptual mediante un sistema de inferencia difuso. El área de conocimiento al cual se refiere el mapa analizado, y que está representado en la figura 7, es un tema propio de la matemática: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Este es un tema central en la formación de los estudiantes de la carrera de ingeniería y se imparte en la asignatura Análisis Matemático III de dicha carrera.

El mapa presentado es una construcción del docente elaborado a partir del análisis de una entrevista clínica (Novak y Gowin, 1998) realizada a un alumno que cursó la mencionada asignatura. En el mismo se encuentran reunidos los principales conceptos, a juicio del alumno y transcritos por el docente, vinculados con la solución de una Ecuación Diferencial Ordinaria.

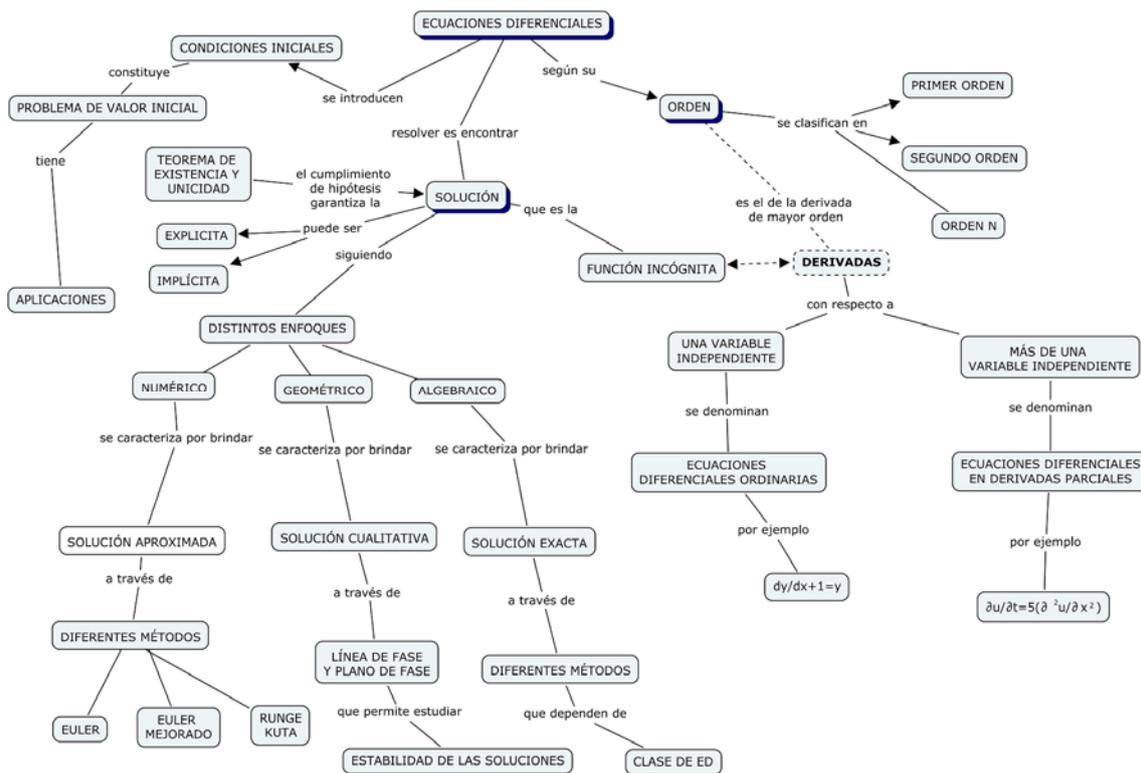
Para definir los criterios sobre los cuales se realiza la evaluación se tomaron en cuenta las recomendaciones de Boggino (1997) y Novak y Gowin (1988) de manera de considerar los principios del aprendizaje significativo. Asimismo se proponen criterios que pueden considerarse específicos al campo disciplinar de la matemática. Por lo tanto, las categorías utilizadas en la evaluación son las siguientes:

- Número de conceptos que contiene el mapa (NC).
- Orden jerárquico entre conceptos (OJ), indica la cantidad de niveles de jerarquías.
- Número de conexiones entre conceptos (NCX).
- Grado de ramificación (GR), este valor indica el número de líneas que salen, en promedio, de un concepto.

- Enlaces cruzados (EC), conexión entre conceptos situados en lugares distintos del mapa.
- Inclusión de gráficos (G).
- Empleo de expresiones matemáticas (EM).
- Inserción de ejemplos de aplicación (E).

Cada uno de estos ítems recibe un puntaje en el cual el cero indica la ausencia del ítem en el mapa. El resto de los valores posibles de cada ítem son escalados de manera que los rangos de entrada al sistema difuso se mantienen entre 0 y 1. El resultado de la evaluación es una valoración del conocimiento del tema denominada para este estudio como CT y que toma valores entre 0 y 100.

**Figura 7. Mapa conceptual que reúne los conceptos de ecuaciones diferenciales**



Fuente: elaboración propia.

### CONSTRUCCIÓN DE LA BASE DE REGLAS

El paso siguiente consiste en establecer una base de reglas (Khor, 2006) con las que va a operar el sistema de inferencia difuso. Esta base de conocimiento está constituida



por seis reglas difusas. Para la construcción de estas reglas se recurrió a la opinión de dos docentes expertos: uno de ellos con formación matemática y el otro con formación matemática y un grado de especialización en enseñanza de las ciencias.

En consecuencia, al leer las reglas se observa una leve diferencia de criterios debido a que un docente hace más hincapié en temas que tienen que ver con la construcción específica de los conceptos de matemática mientras que el otro docente busca incorporar elementos más integrales y globalizadores para la construcción de la ciencia. Atendiendo a las categorías de evaluación del mapa conceptual anteriormente citadas, las seis reglas propuestas y consensuadas por los docentes son las siguientes:

R1: si NC es bajo, OJ es bajo, E es medio, GR es medio y EM es bajo, entonces CT es bajo.

R2: si NC es medio, NCX es medio, OJ es medio, EM es medio y E es alto, entonces CT es medio.

R3: si NC es alto, NCX es alto, OJ es alto, EM es alto y E es alto, entonces CT es alto.

R4: si NC es medio, EM es medio, OJ es medio, G es medio y E es medio, entonces CT es medio.

R5: si NC es alto, NCX es alto, GR es alto, EM es medio y EC es alto, entonces CT es alto.

R6: si NC es medio, NCX es alto, GR es alto, G es alto, EC es alto y E es alto, entonces CT es alto.

Las funciones de pertenencia utilizadas para los conjuntos difusos de los antecedentes son funciones gaussianas. Para el consecuente se utilizaron funciones sigmoideas en los bordes y una gaussiana en el centro. El sistema de inferencia difuso fue implementado con el Toolbox de lógica difusa de Matlab.

## RESULTADOS

A simple vista se observa que el mapa presentado contiene gran cantidad de conceptos y relaciones. El número de niveles de jerarquía que consigue este estudiante es importante y logra una correcta inclusión de conceptos. En los últimos niveles del mapa se observan conceptos muy específicos como son los métodos concretos de resolución y las expresiones matemáticas de determinadas ecuaciones diferenciales. Estas consideraciones cualitativas tienen incidencia en la valoración del mapa, particularmente a través de las reglas 3 y 5.

Los valores concretos de los elementos que ingresan al sistema de inferencia difuso son los números con los que el docente puntúa las categorías definidas para la evaluación. Pero mientras el docente evalúa esta construcción el sistema internamente opera con una base de reglas que ha sido desarrollada considerando la opinión de dos



docentes especialistas. Para el mapa conceptual del ejemplo, los valores concretos de ingreso al sistema difuso son los siguientes:

- Número de conceptos:  $NC = 35$ .
- Orden jerárquico:  $OJ = 7$ .
- Número de conexiones entre conceptos:  $NCX = 23$ .
- Grado de ramificación:  $GR = 1,62$ .
- Enlaces cruzados:  $EC = 1$ .
- Inclusión de gráficos:  $G = 0$ .
- Empleo de expresiones matemáticas:  $EM = 2$ .
- Ejemplos de aplicación:  $E = 0$ .

La salida obtenida del sistema difuso es  $CT = 92$ .

En el contexto del sistema de inferencia difuso desarrollado, este resultado se interpreta como una medida del conocimiento que el alumno tiene del tema. La misma puede traducirse como un nivel de comprensión del tema del 92%. Sin embargo, este resultado no debería considerarse como una calificación absoluta sobre la comprensión del tema ya que la matemática tiene múltiples facetas sobre las que un docente puede hacer una evaluación.

En el caso particular que se analiza, la obtención de una calificación alta está sustentada en que la ausencia de ejemplos de aplicación y gráficos, los valores bajos de enlaces cruzados y ramificaciones quedan compensados por la gran cantidad de conceptos, de relaciones correctas y de niveles de jerarquía.

### CONCLUSIONES

Los mapas conceptuales son una herramienta ampliamente utilizada dentro de los procesos evaluativos y adquieren relevancia ya que impulsan al estudiante a establecer los conceptos más relevantes, ordenarlos en forma inclusiva y establecer relaciones significativas entre ellos. La elaboración de un mapa conceptual supone entonces la comprensión significativa del tema.

Es por ello que la evaluación del mismo debe tener en cuenta los principios del aprendizaje significativo y, en ese contexto, la construcción de categorías de evaluación compartidas entre un grupo de docentes expertos, colabora para lograr criterios con menor arbitrariedad y sesgo.

En este trabajo se analizó la evaluación de un mapa conceptual construido en un ámbito específico de la matemática como son las ecuaciones diferenciales. El objetivo es



hacer más participativa la evaluación de un mapa conceptual incluyendo la opinión de varios docentes especialistas en la temática educativa. Para ello se recurrió a implementar un sistema de inferencia difuso construido con reglas borrosas aportadas por los docentes que permite traducir información expresada en forma coloquial en un valor concreto que posibilita la evaluación numérica del mapa.

Los resultados muestran que la consulta a dos expertos permitió establecer una base de reglas que incorpora aspectos de una evaluación clásica de un mapa conceptual desde el punto de vista del aprendizaje significativo, es decir, la consideración de las conexiones correctas, los niveles de jerarquía y los enlaces cruzados; y otros aspectos más específicos de la matemática como son los gráficos y las expresiones matemáticas.

De esta manera, el sistema de evaluación propuesto amplía los criterios con los que se puede llevar a cabo la tarea de evaluación. El resultado concreto de la aplicación del sistema difuso permite obtener una calificación del mapa que da cuenta de la comprensión que el estudiante tiene del tema.

La técnica muestra eficiencia y ductilidad ya que la base de reglas empleada puede fácilmente ser modificada incluyendo nuevas opiniones de otros docentes o bien modificar las reglas ya existentes. Por último, cabe mencionar que esta forma de evaluar un mapa conceptual en la disciplina específica de la matemática puede utilizarse como un complemento eficaz de las evaluaciones tradicionales que se emplean en esta disciplina.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México. Editorial Trillas.
- Boggino, N. (1997). *Cómo elaborar mapas conceptuales en la escuela. Aprendizaje dignificativo y globalizado*. Rosario. Homo Sapiens.
- Chahuara, J. (2005). *Control neuro difuso aplicado a una grúa torre*. Tesis para el título de Ingeniero Electrónico. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima.
- Chunyan, M.; Qiang, Y.; Haijing, F. y Goh, A. (2007). A cognitive approach for agent-based personalized recommendation. *Knowledge-Based Systems*. Documento en línea. Disponible en: <http://www.cse.ust.hk/~qyang/Docs/2008/miao.pdf>. Consulta: 10/03/2011.
- Hilera, J. y Martínez, V. (2000). *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos, modelos y aplicaciones*. Madrid. RA-MA Editorial.
- Jang, R.; Sun, C. y Mitsutani, E. (1997). *Neuro-Fuzzy and Soft Computing, A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Nueva Jersey. Prentice Hall.
- Khor, S. (2006). *A fuzzy knowledge map framework for knowledge representation*. Thesis for the degree of Doctor of Philosophy. Murdoch University. Murdoch.



Kosko, B. (1997). Fuzzy Engineering. New Jersey. Prentice-Hall.

Lazzari, L.; Machado, E. y Pérez, R. (1998). Teoría de la Decisión Fuzzy. Buenos Aires. Ediciones Macchi.

Novak, J. y Gowin, B. (1988). Aprendiendo a aprender. Barcelona. Martínez Roca.

Ontoria, A.; Molina, A. y De Luque, A. (1996). Los mapas conceptuales en el aula. Buenos Aires. Magisterio del Río de La Plata.

Wheeldon, J. y Faubert J. (2009). Framing Experience: Concept Maps, Mind Maps, and Data Collection in Qualitative Research. International Journal of Qualitative Methods. 8 (3).

Yundong, C.; Chunyan, M.; Ah-Hwee, T. y Zhiqi, S. (2006). Context Modeling with Evolutionary Fuzzy Cognitive Map in Interactive Storytelling. Nanyang. Technological University Press.