Eduardo Bolaños
Alexander Tobón

Resumen

El objetivo de este artículo es presentar un modelo clásico de precios de reproducción, en el cual se supone que los capitalistas deben pagar un impuesto físico sobre la producción. El modelo permite mostrar las propiedades de una economía en la cual se distinguen tres empleos del excedente social: la acumulación, el consumo improductivo y el pago de impuestos, distinguiendo al mismo tiempo la situación de equilibrio y la de desequilibrio. Estas propiedades permiten caracterizar las diferentes trayectorias que esta economía puede tomar en un estudio de la dinámica capitalista.

Palabras clave: Precios relativos, beneficio, acumulación de capital, desequilibrio clásico, equilibrio clásico, impuestos.

Abstract

The aim of this paper is to present a classical model of prices of reproduction, which it we assume that the capitalists must pay a physical tax on the production. The model shows several properties concern an economy in which three employment of the social surplus are possible: the accumulation of capital, the unproductive consumption and the payment of taxes, distinguishing at the same time equilibrium and the disequilibrium situations. These properties allow characterizing the different trajectories that the economy can take in a study of capitalist dynamics.

Key words: relative prices, profit, accumulation of capital, classical disequilibrium, classical equilibrium, taxes.

Clasificación JEL: B24, B51, E11, E12.

Los impuestos en la teoría de los precios de reproducción*

*Eduardo Bolaños***
*Alexander Tobón****

Introducción

La teoría de los precios de reproducción constituye un enfoque novedoso en el estudio de la dinámica capitalista. En esta teoría, los fenómenos asociados a la asignación de la riqueza, la distribución de los ingresos entre las clases sociales y el crecimiento económico, pueden ser analizados en un marco teórico alternativo a la tradición clásica de los precios de producción. La obra de Bidard y Klimovsky (2006) ha mostrado la fertilidad de la teoría de los precios de reproducción al proponer modelos que permiten describir tanto la situación de equilibrio como la situación de desequilibrio, a través de un mismo sistema de ecuaciones [1].

Estos modelos describen las condiciones de producción y de reproducción que permiten extender la teoría clásica estándar del valor a las situaciones de desequilibrio del sistema económico[2]. El problema

Fecha de recepción: septiembre 15 de 2009 - Fecha de aceptación: octubre 19 de 2009.

* Este artículo es un derivado de la investigación *Precios monetarios, tasas de interés y acumulación de capital: un enfoque poskeynesiano,* la cual se encuentra inscrita en el sistema universitario de investigación de la Universidad de Antioquia según el Acta CODI número 500 del 4 de diciembre de 2007.

** Profesor de la Universidad de Antioquia, miembro del Grupo de Macroeconomía Aplicada. Email : eabc@economicas.udea.edu.co. Dirección postal: Departamento de Economía oficina 13-111, Universidad de Antioquia, Apartado 1226, Medellín, Colombia.

*** Profesor de la Universidad de Antioquia, miembro del Grupo de Macroeconomía Aplicada, Email: atobon@economicas.udea.edu.co. Dirección postal: Departamento de Economía oficina 13-409, Universidad de Antioquia, Apartado 1226, Medellín, Colombia.

1 La novedad de este enfoque es resaltada por Deleplace (2007, p. 477) y Bellino (2008, p. 476).

2 Una presentación simplificada se encuentra en Klimovsky (2006).

central de Bidard y Klimovsky (2006) consiste en discutir la utilización del excedente social o producto neto. La hipótesis inicial consiste en suponer que una parte del excedente se dedica a la acumulación, mientras que la parte restante se dedica al consumo improductivo de los capitalistas. A partir de esta hipótesis surgen dos modelos que arrojan los mismos resultados a la hora de calcular las tasas de beneficios y los precios relativos, pero que por poseer características diferentes, no son equivalentes[3].

Una extensión de estos dos modelos consiste en introducir un empleo adicional del excedente social: el pago de impuestos. Se supone entonces que el Gobierno cobra impuestos a los capitalistas para financiar servicio y obras públicas. El objetivo de este artículo es formalizar matricialmente uno de estos dos modelos resultantes, con el fin de determinar el papel que juegan los impuestos en una economía tanto en equilibrio como en desequilibrio.

El artículo está organizado como sigue: La primera sección presenta las hipótesis y el sistema de ecuaciones que permiten describir una economía en la cual existen tres tipos de utilización del excedente social: acumulación, consumo y pago de impuestos. La segunda sección define las situaciones de equilibrio y desequilibrio; al mismo tiempo que ofrece algunas ideas sobre la dinámica de largo de plazo de estas dos situaciones. En la tercera sección se presenta un ejemplo numérico que permite entender de manera sencilla el modelo y sus propiedades. Finalmente, en la cuarta sección, se presentan las conclusiones.

I. Acumulación, consumo e impuestos

Sea un sistema de producción concreto C en el cual los métodos de producción son invariables, los salarios hacen parte del capital, el capital es circulante y el período de producción de todos los bienes es único. En este sistema, a partir de la matriz **Y** de consumos productivos se obtiene el vector **y** de productos totales:[4]

$$\mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{y}'$$

3 Ver Bolaños y Tobón (2009).

4 Para la definición de los símbolos matriciales y vectoriales, véase el Anexo.

O también,

$$\hat{\mathbf{y}}\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{y}'$$

Donde $\hat{\mathbf{y}}$ es la matriz conformada por los productos en su diagonal principal y cuyas otras componentes son nulas. Además, se tiene que $A = [a_{i,j}]$ es la matriz de coeficientes técnicos tipo Leontief. Esta economía genera un excedente social o producto neto positivo que tiene la siguiente utilización: una parte se destina a la acumulación, otra parte al consumo improductivo de los capitalistas y la parte restante al pago de impuestos; se deduce entonces que los bienes pueden emplearse tanto productiva como improductivamente. La existencia del excedente está garantizada por la siguiente condición de factibilidad:

$$(\mathbf{u}+\mathbf{g})\ \hat{\mathbf{y}}\mathbf{A} \leq \mathbf{y} \qquad (1)$$

Donde $\mathbf{g}=[g_i]$ es el vector de tasas de acumulación de la economía, con $i=1,2,\ldots n$; y $\mathbf{u}=[1,1,\ldots 1]$. El lado derecho de este sistema representa las demandas para la reposición del consumo productivo del período actual y las demandas para la ampliación de la escala de producción del período siguiente. Si se considera la igualdad estricta en (1) se obtiene el caso particular de Torrens donde todo el producto neto se acumula[5]. Por el contrario, si se considera la desigualdad estricta, existirá entonces una fracción del producto neto que no es acumulada. Ahora, esta tiene dos empleos diferentes: una parte es consumida improductivamente por los capitalistas mientras que la restante sirve para pagar los impuestos.

Llamemos $\mathbf{F}>0$ el vector fila de las cantidades físicas no acumuladas del excedente y $\hat{\mathbf{f}}$ la matriz conformada por los coeficientes f_i del excedente no acumulado en la diagonal principal y cuyos otros componentes son nulos; donde cada coeficiente está definido por $f_i=(F_i/y_i)$. Denotemos igualmente $\mathbf{T}$ el vector fila de las cantidades físicas pagadas como impuestos y $\hat{\mathbf{t}}$ la matriz conformada por los coeficientes t_i de impuestos en la diagonal principal y cuyos otros componentes son nulos; donde cada coeficiente impositivo está definido por $t_i=(T_i/y_i)$. Además, denotemos por $\mathbf{C}$ el vector fila de las cantidades físicas consumidas improductivamente y $\hat{\mathbf{c}}$ la matriz conformada por los coeficientes c_i de consumo en la diagonal

5 Ver Bolaños y Tobón (2009).

principal y cuyos otros componentes son nulos; donde cada coeficiente está definido por $f_i=(F_i/y_i)$. $c_i=(C_i/y_i)$.. Ahora, si la parte no acumulada del excedente se dedica tanto al consumo improductivo como al pago de impuestos[6], entonces se puede escribir:

$$\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{C}$$

y, a nivel sectorial se tiene $f_i=(t_i+c_i)$. La tasa de beneficio que obtiene un capitalista en una economía con impuestos se le denomina tasa de beneficio neta. Estas tasas de beneficio neto y los precios relativos pueden ser determinados a través de los siguientes tres bloques de ecuaciones:

$$\mathbf{y}\text{-}(\mathbf{u}+\mathbf{g})\hat{\mathbf{y}}\mathbf{A}=\mathbf{F} \qquad (1a)$$

$$(\mathbf{I}+\hat{\mathbf{g}})\mathbf{AP}+\hat{\mathbf{f}}\mathbf{P}=\mathbf{P} \qquad (2)$$

$$(\mathbf{I}+\hat{\mathbf{R}})\mathbf{AP}=(\mathbf{I}\text{-}\hat{\mathbf{t}})\mathbf{P} \qquad (3)$$

El sistema (1a) permite determinar **F** si las tasas de acumulación se consideran exógenas[7]. Una vez obtenido este vector, se puede calcular $\hat{\mathbf{f}}$ de tal manera que el sistema (2) determina el vector **P.** Para determinar la matriz $\hat{\mathbf{R}}$ de tasas de beneficio neto, es necesaria una hipótesis adicional. Por ejemplo, podemos suponer que el Gobierno (a través de una ley), fija los coeficientes de la matriz $\hat{\mathbf{t}}$, es decir que éstos son exógenos al modelo[8]. Una vez reemplazados estos coeficientes, el sistema (3) determina $\hat{\mathbf{R}}$. Siguiendo el espíritu de la teoría clásica de los precios de reproducción, los sistemas (1a), (2) y (3) permiten describir una economía real tanto en desequilibrio como en equilibrio.

---

[6] El modelo de precios de reproducción de Bidard y Klimovsky (2006) también es adaptable al caso de impuestos "ad valorem", donde lo que decreta el Gobierno como impuesto es una tasa uniforme sobre los beneficios de los capitalistas.

[7] Las tasas de acumulación son exógenas o decididas por los capitalistas de acuerdo a su lógica de acumulación, sin embargo esas tasas tienen que ser realizables o compatibles con la producción disponible, lo que está garantizado por el sistema (1a).

[8] El consumo improductivo de los capitalistas es, por lo tanto, residual y calculado como **C=F-T.**

II. Equilibrio, desequilibrio y dinámica

El desequilibrio y el equilibrio son situaciones que se determinan a partir del sistema de concreto C, de acuerdo con los valores de las variables fundamentales del sistema, los cuales están determinados por la relación entre los precios y las tasas de beneficio netas, dadas las decisiones de los capitalistas –respecto al crecimiento- y dadas las decisiones del Gobierno –sobre los impuestos-. En efecto, a partir del sistema concreto C pueden ocurrir dos tipos de situaciones de desequilibrio: a) si los capitalistas deciden tasas de acumulación diferentes entre ellas, entonces los sistemas (1a), (2) y (3) determinan tasas de beneficio netas diferentes entre ellas; b) si ellos deciden tasas de acumulación iguales entre ellas, entonces los sistemas (1a), (2) y (3) determinan también tasas de beneficio netas diferentes entre ellas. Sin embargo, este último caso es denominado por Bidard y Klimovsky (2006) como un "equilibrio en la reproducción física" o "crecimiento regular"[9].

Un caso interesante consiste en determinar las situaciones resultantes de un sistema homotético o en "buenas proporciones" derivado del sistema de concreto C. En este sistema especial, si los capitalistas deciden tasas de acumulación diferentes entre ellas, dado un nivel de impuestos positivo cualquiera, entonces los sistemas (1a), (2) y (3) determinan tasas de beneficio netas diferentes, lo cual constituye un desequilibrio a pesar de tratarse del sistema homotético; de esta manera, el sistema homotético no es una única condición suficiente para la existencia del equilibrio.

Por el contrario, si los capitalistas deciden tasas de acumulación iguales entre ellas, y, además el Gobierno fija coeficientes impositivos iguales para todos los bienes ($t_1= t_2=\ldots= t_n=t^*$), entonces los sistemas (1a), (2) y (3) determinan tasas de beneficio netas iguales entre ellas, es decir que la condición $g^*=g_1= g_2=\ldots= g_n$ garantiza el resultado $R_1= R_2=\ldots= R_n=R^*$. Una situación como esta se denomina "equilibrio completo".[10]

---

[9] Los autores muestran igualmente la existencia de otro equilibrio obtenido a partir del sistema concreto C. Se trata del "equilibrio en la rentabilidad", el cual resulta cuando las tasas de beneficio netas son iguales entre ellas, dadas unas proporciones particulares (que pueden calcularse) entre las tasas de acumulación exógenas.

[10] La naturaleza del equilibrio completo implica que $c_1=c_2=\ldots=c_n=c^*$.

La formalización dinámica o de largo plazo se puede plantear de la siguiente manera: De (1a) se tiene que $\mathbf{y}_t=(\mathbf{u}+\mathbf{g}_t)\hat{\mathbf{y}}_t\mathbf{A}+\mathbf{F}_t$ y como $(\mathbf{u}+\mathbf{g}_t)\hat{\mathbf{y}}_t=\mathbf{y}_{t+1}$, entonces,

$$\mathbf{y}_t= \mathbf{y}_{t+1}\mathbf{A}+\mathbf{F}_t \text{ para } t = 1, 2, 3, \ldots \quad (4)$$

Dados $\mathbf{y}_t$ y $\mathbf{F}_t$ (que a su vez dependen de $\mathbf{g}_t$), el sistema de ecuaciones (4) engendra una serie de vectores $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2 \ldots \mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t+1} \ldots$, que representan los diferentes niveles de y proporciones de la producción que se generan en el tiempo. La obtención de una secuencia de vectores de impuestos físicos positivos $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \ldots \mathbf{T} \ldots$ dependerá de la evolución de la producción y de la secuencia de coeficientes de impuestos t_i que decrete el Gobierno, con la condición de que éstos sean estrictamente menores que los correspondientes coeficientes f_i para asegurar que el consumo de los capitalistas sea positivo.

III. Ejemplo numérico

Sea un sistema concreto C que produce los bienes trigo *(B)* identificado como el bien 1 y hierro *(H)* identificado como el bien 2:

$$120B \oplus 30H \rightarrow 460B$$
$$240B \oplus 12H \rightarrow 60H$$

De acuerdo a este sistema, el excedente social o producto neto es: $PN=[100B \;\; 18H]$. La matriz de coeficientes técnicos es:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{6}{23} & \frac{3}{46} \\ 4 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Con base en estos datos, la situación económica viene dada por los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$460-[(1+g_1)(120)+(1+g_2)(240)]=F_1$$

$$60-[(1+g_1)(30)+(1+g_2)(12)]=F_2$$

$$(1+g_1)\left(\frac{6}{23}+\frac{3}{46}\mathrm{p}_{21}\right)+f_1=1$$

$$(1+g_2)\left(4+\frac{1}{5}\mathrm{p}_{21}\right)+f_2\,\mathrm{p}_{21}=\mathrm{p}_{21}$$

$$(1+R_1)\left(\frac{6}{23}+\frac{3}{46}p_{21}\right)=(1-t_1)$$

$$(1+R_2)\left(4+\frac{1}{5}p_{21}\right)=(1-t_2)\,p_{21}$$

La solución de este sistema de ecuaciones se obtiene de la siguiente manera: Si las tasas de acumulación decididas por los capitalistas son diferentes: g_1=25%, g_2=6%, entonces al reemplazarlas en las dos primeras ecuaciones se determinan las cantidades no acumuladas del excedente, F_1=55.6*B*, F_2=9.78*H*. Una vez conocidas estas cantidades se puede conocer los coeficientes f_1=0.1208, f_2=0.163, los cuales se reemplazan en las dos siguientes ecuaciones para determinar el precio relativo, p_{21}=6.784. Ahora, supongamos que el Gobierno decreta los coeficientes impuestos t_1=0.03 y t_2=0.04. Introduciendo estos valores en las dos últimas ecuaciones se determinan las tasas de beneficio netas R_1=37.92%, R_2=21.577%. El consumo es residual e igual a $c_1= f_1-t_1$=0.0908 y $c_2= f_2-t_2$=0.123, de donde se obtiene que C_1=41.768*B* y C_1=7.38*H*. Esta situación es de desequilibrio, dado que a partir de tasas de acumulación exógenas diferentes se obtienen tasas de beneficio netas distintas. Sin embargo, el equilibrio de la reproducción física puede obtenerse si se consideran tasas de acumulación iguales. Por ejemplo, si $g_1= g_2$=20%, se obtiene R_1=23.944%, R_2=37.143%.

A partir del sistema concreto C puede obtenerse el sistema homotético. Primero se calcula el valor propio dominante de la matriz ***A***, el cual es

α^*=0.7421. Luego, se calcula un vector propio a izquierda asociado al valor propio dominante, que para el caso es q=[1 0.1203]. Finalmente, se aplican los elementos de este vector a los datos iniciales del sistema concreto, obteniéndose el siguiente sistema homotético:

$$120B \oplus 30F \rightarrow 460B$$
$$221.37B \oplus 11.069F \rightarrow 55.343F$$

El producto neto es: PN = [118.63B 14.274H]. Con estos nuevos datos la situación económica es la siguiente:

$$460-[(1+g_1)(120)+(1+g_2)(221.37)]=F_1$$
$$55.343-[(1+g_1)(30)+(1+g_2)(11.069)]=F_2$$
$$(1+g_1)\left(\frac{6}{23}+\frac{3}{46}\mathrm{p}_{21}\right)+f_1=1$$
$$(1+g_2)\left(4+\frac{1}{5}\mathrm{p}_{21}\right)+f_2\mathrm{p}_{21}=\mathrm{p}_{21}$$
$$(1+R_1)\left(\frac{6}{23}+\frac{3}{46}p_{21}\right)=(1-t_1)$$
$$(1+R_2)\left(4+\frac{1}{5}p_{21}\right)=(1-t_2)p_{21}$$

El sistema homotético determina un desequilibrio si los capitalistas deciden tasas de acumulación diferentes entre ellas. Por ejemplo, si g_1=25%, g_2=6% y el Gobierno impone t_1=0.03 y t_2=0.04, se obtiene tasas de beneficio diferentes, R_1=30.711%, R_2=29.364% (suponiendo $t_1=t_2=t^*$ se obtiene igualmente un desequilibrio). Este sistema homotético determina un equilibrio completo si, por ejemplo, los capitalistas deciden que $g_1=g_2$=20% y el Gobierno impone $t_1=t_2$=0.03. En este caso, F_1=50.354B, F_2=6.0607H, $f_1=f_2$=0.10949, p_{21}=7.3788, $R_1=R_2$=30.711%. Se tiene desde luego también que $c_1=c_2$=0.07949.

Conclusiones

La teoría de los precios de reproducción constituye un escenario interesante para discutir la utilización del excedente social en el marco de una teoría económica de inspiración clásica. En efecto, este interés se deriva de la posibilidad de modelar una economía en la cual las decisiones de acumulación de capital, de consumo capitalista y de pago de impuestos pueden ser explicadas tanto en una situación de equilibrio como de desequilibrio. Al respecto es posible subrayar tres características que permiten establecer el alcance del modelo.

En primer lugar, los precios relativos y las tasas de beneficio netas son determinadas de manera endógena, es decir que garantizan la coherencia de las decisiones respecto a la utilización del excedente social. En segundo lugar, la posibilidad de distinguir las situaciones de equilibrio y de desequilibrio tanto a partir del sistema concreto como del sistema homotético, permite caracterizar las diferentes trayectorias que esta economía puede tomar en un estudio posterior de la dinámica capitalista. En tercer lugar, una vez los capitalistas deciden sus tasas de acumulación y el Gobierno decreta sus tasas de impuestos, el consumo capitalista es meramente residual. Se deduce entonces que, aunque las decisiones sobre la utilización del excedente sean coherentes, ellas también dependen de factores exógenos a la economía.

Este modelo puede ser mejorado introduciendo un estudio sobre el impacto de cambios en las tasas impositivas (política fiscal) y sobre cambios en las decisiones de los capitalistas respecto a la acumulación. Más allá, el mismo modelo puede ser refinado igualmente introduciendo las anticipaciones, el dinero y la tasa de interés. La teoría clásica de los precios de reproducción es, sin duda, una contribución interesante a la consolidación de la teoría poskeynesina.

Bibliografía

Bellino, Enrico (2008) "Review to C Bidard-E. Klimovsky, Capital, Salaire et Crises-Une Approche Classique, Paris, Dunod, 2006 (avec la collaboration de Carlo Benetti) ", *Cahiers d'économie politique*, No. 54, pp. 201-206.

Bidard, Christian; Klimovsky, Edith (2006) *Capital, salaire et crise: Une approche classique*, Dunod, Paris.

Bolaños, Eduardo; Tobón, Alexander (2009) "Equilibrio y desequilibrio en la teoría de los precios de reproducción", Documento de trabajo, Universidad de Antioquia. Inédito.

Deleplace, Ghislain (2007) *Histoire de la pensée économique*, Dunod, Paris.

Klimovsky, Edith Alicia (2006) "Tasas de ganancia, acumulación, producción y circulación: Los conceptos básicos de la teoría clásica del valor", *Cuadernos de Economía*, Vol. xxv, No. 44, pp. 33-55.

Anexo: Definición de los símbolos matriciales y vectoriales

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{a}^i$ columna i-ésima de la matriz $\boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{a}_i$ fila i-ésima de la matriz $\boldsymbol{A}$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\boldsymbol{f}} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & f_n \end{bmatrix}, \hat{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} t_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & t_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_n \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & c_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{y}' = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n], \boldsymbol{u} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1], \boldsymbol{g} = [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_n],$$

$$(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{g}) = [(1+g_1) \ \ (1+g_2) \ \ \dots (1+g_n)], \boldsymbol{F} = [F_1 \quad F_2 \quad \dots \quad F_n],$$

$$\boldsymbol{T} = [T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_n], \boldsymbol{C} = [C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_n]$$

$$(\boldsymbol{I} + \hat{\boldsymbol{g}}) = \begin{bmatrix} (1+g_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (1+g_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & (1+g_n) \end{bmatrix},$$

$$(\boldsymbol{I} + \hat{\boldsymbol{R}}) = \begin{bmatrix} (1+R_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (1+R_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & (1+R_n) \end{bmatrix}, (\boldsymbol{I} - \hat{\boldsymbol{t}}) = \begin{bmatrix} (1-t_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (1-t_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & (1-t_n) \end{bmatrix}$$