

Propuesta de aproximación empírica para solución de la ecuación de difusión ambipolar



Leobardo Hernández González¹, Abraham Claudio Sánchez²,
Marco Antonio Rodríguez³, Juan Carlos Yris Pastor⁴; Sergio Núñez Perez¹

¹ESIME-C del I.P.N.; Av Sta. Ana No. 1000, Col. San Fco. Culhuacan; C.P. 04430 México D.F.

²Centro nacional de investigación y desarrollo tecnológica.) Interior Internado Palmira s/n col. Palmira, Cuernavaca Morelos C. P. 62490.

³Universidad Autónoma del Carmen, CP. 24180, Ciudad del Carmen, Campeche, México.

⁴Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Villahermosa, Tabasco, México.

E-mail: lhernandezg@ipn.mx; bilbito_98@yahoo.com

(Recibido el 9 de Julio de 2010; aceptado el 17 de Septiembre de 2010)

Resumen

El desarrollo de modelos físicos para dispositivos de potencia está estrechamente relacionado a la solución de la ecuación de difusión ambipolar (*ADE*), ecuación que se considera como la última aproximación basada en la física del semiconductor para el cálculo del comportamiento de los portadores en la región de bajo dopado. En la literatura se han propuestos diferentes aproximaciones como solución de la *ADE*, donde el nivel de exactitud es dependiente del número de términos utilizados. En este artículo se presenta una propuesta de aproximación empírica dependiente de la longitud de difusión ambipolar como solución de la *ADE*, la metodología de solución no queda limitada a un número de términos por lo que es posible una mayor exactitud de resultados. El conjunto de ecuaciones resultantes son implementadas en el simulador de circuitos eléctricos Pspice para una estructura de diodo de potencia, los resultados de simulación del modelo son comparados con valores experimentales reportados en la literatura especializada obteniéndose una aproximación adecuada para su aplicación en sistemas de potencia.

Palabras clave: Modelado físico, simulación Pspice, diodo de potencia.

Abstract

The development of physical models for power devices this closely related to solution of the diffusion equation ambipolar (*ADE*), equation that is considered as the last approximation based on physics of the semiconductor for the calculation of the behavior of the carriers in the region of low doping. In the literature they have proposed different approximations as solution of *ADE*, where the level of accuracy is dependent of number of utilized terms. In this article we have a proposal of empiric approximation depend of the diffusion length ambipolar as solution of *ADE*, the solution methodology is not limited to a number of terms for what is possible a bigger accuracy of results. The group of resulting equations is implemented in the simulator of electric circuits Pspice for a structure of power diode, the results of simulation of model are compared with experimental values reported in the specialized literature obtained an appropriate approximation for its application in power systems.

Keywords: Physic modelling, Pspice simulation, Power diode.

PACS: 72.20.Jv, 84.30.Bv, 07.05.Tp

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de modelos de dispositivos semiconductores de potencia se han presentado, en la literatura, diversas metodologías de modelado. De acuerdo a [1] éstas se pueden clasificar en dos grupos. *Modelo funcional* y *Solución analítica*: El primer grupo se enfoca en tratar a los dispositivos como cajas negras y describe el comportamiento observado externamente sin una consideración detallada de los fenómenos físicos que se desarrollan al interior del dispositivo [2, [3]; el segundo grupo se basa en la utilización de aproximaciones matemáticas a partir de la física del semiconductor para

solucionar la ecuación de difusión ambipolar, ecuación que se considera como la última aproximación para el cálculo del comportamiento de la concentración de cargas (n , p) en la región de bajo dopado de dispositivos semiconductores de potencia. La propuesta de aproximación se pueden subdividir en: Separación de variables, Transformación (Laplace, Fourier), Cargas concentradas y Soluciones numéricas [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, [16]. Este tipo de metodología se le conoce como modelo físico, y es uno de los más eficientes ya que se concentra principalmente en solucionar la *ADE*. La problemática principal radica en determinar el tipo de aproximación a utilizar y las condiciones límites realistas.

La propuesta en este trabajo, presenta una metodología de modelado que resuelve la ADE con dependencia del ajuste de la longitud de difusión ambipolar (L) a través de una aproximación empírica en forma continua. Para la validación de la propuesta se presentan comparaciones entre los resultados de simulación y datos experimentales para el comportamiento estático y dinámico de un diodo bipolar de potencia.

II. FUNDAMENTOS BASICOS

El flujo neto de electrones y huecos (cargas) que se establecen en un semiconductor se define la corriente, y el proceso por el cual estas concentraciones de cargas se mueven a través del semiconductor se conoce como transporte de cargas. El transporte de cargas se compone de tres mecanismos básicos: arrastre, (movimiento de cargas debido a la aplicación de un campo eléctrico); difusión (flujo de cargas debido a los gradientes de densidad) y recombinación-generación (restablecimiento de las cargas al equilibrio).

A. Arrastre

Cuando al semiconductor se le aplica un campo eléctrico E , se establece un movimiento de arrastre, en el sentido del campo eléctrico para huecos (V_p) y en sentido contrario para electrones (V_n). Para valores pequeños de campo eléctrico, la velocidad de arrastre es proporcional al campo eléctrico aplicado. El movimiento neto producido por este mecanismo origina una corriente de arrastre para electrones ($I_{n_arrastre}$) y huecos ($I_{p_arrastre}$). [17, 18, 19, [20].

$$\begin{aligned} I_{n_arrastre} &= -q \cdot A \cdot n \cdot V_n = q \cdot A \cdot n \cdot \mu_n \cdot E \quad (A), \\ I_{p_arrastre} &= q \cdot A \cdot p \cdot V_p = q \cdot A \cdot p \cdot \mu_p \cdot E \quad (A). \end{aligned} \quad (1)$$

La corriente total por arrastre es la suma de las corrientes de electrones y huecos, es decir:

$$I_{T_arrastre} = q \cdot A \cdot E (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) \quad (A). \quad (2)$$

B. Difusión

Es el flujo neto de cargas (electrones y huecos) que se establece de una región de alta concentración a una de baja concentración. Las corrientes de electrones y huecos son proporcionales a sus gradientes de concentración respectivos, y están dados por las expresiones siguientes [20]:

$$\begin{aligned} I_{n_difusion} &= q \cdot A \cdot D_n \frac{dn}{dx}, \\ I_{p_difusion} &= -q \cdot A \cdot D_p \frac{dp}{dx}. \end{aligned} \quad (3)$$

Donde D_n y D_p se definen como los coeficientes de difusión para electrones y huecos, respectivamente. La corriente de difusión total es la contribución de las componentes debida a electrones y huecos, como se observa en (4).

$$I_{T_difusion} = q \cdot A \left[D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right] \quad (A). \quad (4)$$

La corriente total como dependencia de la distancia, es la suma de los mecanismos de arrastre y de difusión, como se observa en (5).

$$I_T(x) = q \cdot A \cdot E_x (\mu_n n + \mu_p p) + q \cdot A \left[D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right]. \quad (5)$$

Para dispositivos bipolares de potencia, se presenta un alto valor de corriente, lo que establece un mayor incremento de cargas inyectadas con respecto nivel de dopado base. Esta condición se define como **alta inyección** y se cumple: $n \approx p$ y $dn/dx \approx dp/dx$, con la condición anterior la expresión (5) se puede reescribir de la forma:

$$\begin{aligned} I_{T_n}(x) &\approx \frac{I_T \cdot b}{1+b} + q \cdot A \cdot D \frac{dp}{dx}, \\ I_{T_p}(x) &\approx \frac{I_T}{1+b} - q \cdot A \cdot D \frac{dp}{dx}. \end{aligned} \quad (6)$$

Donde $D = 2 \frac{D_n \cdot D_p}{D_n + D_p}$ se define como el coeficiente de

difusión ambipolar y $b = \mu_n / \mu_p$. Las expresiones obtenidas en (6) se conocen como las ecuaciones de transporte y permiten calcular en condiciones de alta inyección, el comportamiento de la corriente de electrones y huecos con dependencia de la distancia.

C. Recombinación-generación

Cuando la concentración de cargas es perturbada de su valor de equilibrio (n_0, p_0), estas buscarán regresar al equilibrio. En el caso de la inyección, el regreso al equilibrio se da a través del proceso de recombinación de los portadores minoritarios con los portadores mayoritarios. En el caso de extracción, el regreso al equilibrio se da a través del proceso de generación. El tiempo requerido para el restablecimiento al equilibrio se define como el tiempo de vida, τ .

La expresión analítica que calcula la contribución de corriente por cambios en la concentración de cargas, es la ecuación de continuidad para electrones y huecos como se observa en (7) [19, [20].

$$\begin{aligned} \frac{dn(x,t)}{dt} &= -\frac{1}{q \cdot A} \frac{dI_n}{dx} + G_n - R_n, \\ \frac{dp(x,t)}{dt} &= -\frac{1}{q \cdot A} \frac{dI_p}{dx} + G_p - R_p. \end{aligned} \quad (7)$$

Donde: $G_{n,p}$ es la velocidad de generación de electrones y huecos y $R_{n,p}$ es la velocidad de recombinación de electrones y huecos

Si se considera sólo la recombinación Shockley-Read-Hall [21], las velocidades de recombinación y generación para electrones y huecos, se pueden calcular en forma aproximada como:

$$R_n = \frac{n}{\tau_n}, R_p = \frac{p}{\tau_p}, G_n = 0, \text{ y } G_p = 0. \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (7) se obtienen las expresiones determinadas por (9).

$$\begin{aligned} \frac{dn(x,t)}{dt} &= -\frac{1}{q \cdot A} \frac{dI_n}{dx} - \frac{n}{\tau_n}, \\ \frac{dp(x,t)}{dt} &= -\frac{1}{q \cdot A} \frac{dI_p}{dx} - \frac{p}{\tau_p}. \end{aligned} \quad (9)$$

Si se integra la expresión (9) para huecos y electrones, entre los límites x_0 y x_w (ancho de la región de bajo dopado), se obtiene la ecuación de control de carga.

$$\begin{aligned} I_{n(x=0,t)} - I_{n(x=W,t)} &= \frac{Q}{\tau_p} + \frac{dQ}{dt}, \\ I_{p(x=0,t)} - I_{p(x=W,t)} &= \frac{Q}{\tau_p} + \frac{dQ}{dt}. \end{aligned} \quad (10)$$

La expresión (10) relaciona el flujo de corriente entrante con la corriente saliente del dispositivo como una función del tiempo.

D. Ecuación de difusión ambipolar

Si se sustituyen las ecuaciones de transporte (6) en la ecuación de control de carga (10), se obtiene una sola ecuación que describe el comportamiento dinámico y estático de las cargas almacenadas en el dispositivo bipolar, conocida como la ecuación de difusión ambipolar (ADE).

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \left(\frac{p(x,t)}{\tau} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \right). \quad (11)$$

La ecuación (11) es considerada como la última aproximación que permite calcular el comportamiento de la concentración de cargas en exceso que se desarrollan en dispositivos bipolares. Un problema asociado a la ADE, es que no presenta una solución analítica para dependencia en

el tiempo ($t \neq 0$) debido a que es una ecuación parcial de segundo grado con dos variables independientes.

III. SOLUCION DE LA ADE

En la solución de la ADE se han presentado diversas propuestas, dividiéndose a estas en dos grandes metodologías: solución numérica y solución aproximada. La solución numérica es una de las más exactas pero se vuelve impráctica para su uso en simuladores de circuitos eléctricos. La propuesta de solución aproximada es viable para los diseñadores de circuitos eléctricos, y se puede subdividir principalmente en: Separación de variables, técnicas de transformación (Laplace, Fourier) y cargas concentradas [22, 23, 24, 25, [26].

Este último tipo de metodología es uno de los más prácticos y eficientes y se concentra principalmente en el cálculo y modelado de la concentración de cargas en exceso que se establecen en el dispositivo bipolar, lo que permite una descripción adecuada para el comportamiento estático y dinámico, en donde cada fenómeno físico del dispositivo se relaciona con un término específico en el conjunto de las expresiones derivadas.

En la literatura las propuestas de solución de la ADE se basan principalmente en aproximaciones o técnicas de transformación [27, 28, 29, 30, 31, [32]. En las propuestas presentadas, el grado de exactitud que se logra alcanzar, entre resultados de simulación y datos experimentales depende del número de términos asociados a la aproximación, lo que limita la exactitud del modelo.

La metodología de modelado que se presenta se basa en utilizar una aproximación empírica para solucionar la ADE. La metodología de solución presentada permite obtener cálculos en forma continua tanto en el tiempo como en la distancia, lo que no limita a encontrar un número limitado de términos de aproximación para lograr resultados de simulación aceptables. La propuesta de solución de la ADE se divide en dos fases: estático y dinámico.

A. Solución de la ADE para la fase estática.

Para la fase estática se cumple: $\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0$, con la condición anterior la concentración de cargas solo dependerá de la distancia $p(x)$, por lo que (11) se reduce a:

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} - \frac{p(x)}{L_s^2} = 0. \quad (12)$$

Donde $L_s = \sqrt{D \cdot \tau}$ se define como la longitud de difusión ambipolar estática. Considerando condiciones iniciales de concentración P_0 y P_w en $x=0$ y $x=W$ (ancho efectivo de la región a modelar), la solución de (12) se presenta en (13).

$$p(x) = \frac{P_w \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_s}\right) + P_0 \cdot \sinh\left(\frac{W-x}{L_s}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_s}\right)}. \quad (13)$$

Con $p(x)$ conocido y a través (6) y (13) se pueden calcular las corrientes de electrones y huecos, $I_{p(0,t)}$ e $I_{n(W_{eff},t)}$ como se muestran en (14) y (15).

$$I_{p(0,t)} = \frac{I_T}{1+b} - \frac{q \cdot A \cdot D}{L_s} \frac{P_w - P_0 \cdot \cosh\left(\frac{W}{L_s}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_s}\right)}, \quad (14)$$

$$I_{n(W,t)} = \frac{I_T \cdot b}{1+b} + \frac{q \cdot A \cdot D}{L_s} \frac{P_w \cdot \cosh\left(\frac{W}{L_s}\right) - P_0}{\sinh\left(\frac{W}{L_s}\right)}. \quad (15)$$

Para calcular la cargas totales almacenadas en el semiconductor, se resuelve la siguiente expresión con $p(x) = \Delta p(x)$.

$$Q_{BS}(x) = q \cdot A \int_0^w p(x) \cdot dx, \quad (16)$$

$$Q_{BS}(x) = q \cdot A \cdot L_s \cdot (P_0 + P_w) \cdot \tanh\left(\frac{w}{2 \cdot L_s}\right).$$

Como $Q_{BS}(x)$ proviene de la evaluación de $p(x)$ se obtiene una aproximación mas real de la dinámica de cargas que se desarrolla en el dispositivo bipolar.

B. Solución de la ADE para la fase dinámica

Para el modelado de está fase se dividió en dos etapas: encendido y apagado. La fase de encendido se produce cuando se inyectan concentración de cargas en exceso, $\Delta p(x,t)$, y termina cuando estas alcanzan un máximo valor determinado por la corriente máxima de conducción, en la que se alcanza un valor de cargas almacenadas Q_{BS} a un valor L_s estático. La principal diferencia con respecto a la fase de estática es la dependencia en el tiempo determinada por (10).

Etapas de encendido. Como la ADE no presenta una solución analítica, se propone utilizar una aproximación empírica para $p(x,t)$, donde se involucre la variable tiempo y la inyección de concentración de cargas en exceso.

En la Figura 1 se observa el comportamiento teórico esperado para la instalación de cargas durante la fase de encendido. Se puede observar que cada incremento en el tiempo (Δt) se relaciona con un incremento en la concentración $\Delta p(x,t)$. Al inicio del encendido los incrementos en la instalación de cargas presentarán un

valor mayor a cero, cuando la etapa de encendido se acerca a la fase estático, los incrementos de cargas $\Delta p(x,t)$ tomarán valores cercanos a cero, lo que indica una relación no lineal, cuando finaliza el encendido y se está en la fase estática los incrementos en las cargas serán igual a cero. En está condición cualquier variación de Δt no afectará ya el comportamiento de cargas, presentándose una independencia de las cargas con respecto al tiempo, es decir se cumple la condición ya analizada:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \equiv 0.$$

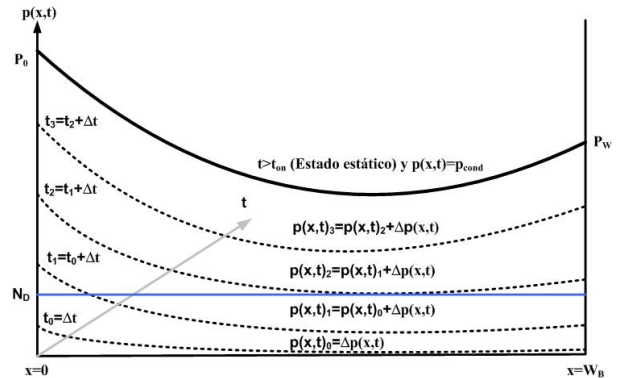


FIGURA 1. Instalación de cargas durante la fase de encendido.

Del análisis anterior se puede concluir que el incremento de las cargas en exceso presentarán una relación inversamente proporcional y del tipo no lineal con el incremento en el tiempo, matemáticamente lo anterior se puede establecer como:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \approx \frac{p(x,t)}{f^n(t)}. \quad (17)$$

Donde $f^n(t)$ representa una función dependiente del tiempo. Para que la expresión dada en (17) pueda ser una solución aproximada de la ADE se necesita encontrar el valor de $f^n(t)$ apropiado, como se está buscando obtener un modelo de fácil implementación se utilizará una aproximación empírica de primer orden para la variable $f^n(t)$ como se observa en (18)

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \Big|_{x=cte.} \approx \frac{p(x,t)}{f(t)} \approx \frac{p(x,t)}{T}. \quad (18)$$

La condición anterior indica que las ecuaciones que se deriven tendrán solución en la distancia y la solución en el tiempo se calculará a través del simulador de circuitos eléctricos (por ejemplo Pspice). Con la aproximación propuesta en (18), la ADE se transforma en la expresión siguiente:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \approx \frac{p(x,t)}{D} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T} \right) \approx \frac{p(x,t)}{\sqrt{\tau \cdot D}} \approx \frac{p(x,t)}{L_{on}^2(x,t)}. \quad (19)$$

Donde se define una nueva longitud de difusión, en encendido, dada por:

$$L_{on}(x,t) = \sqrt{\frac{\tau \cdot D}{1 + \frac{\tau}{T}}} = \frac{L_s}{\sqrt{1 + \frac{\tau}{T}}}. \quad (20)$$

Para que la solución de $p(x,t)$ que se obtenga modele con un error mínimo la instalación de cargas en la fase de encendido, se debe de obtener una expresión de $L_{on}(x,t)$ con dependencia de las cargas inyectadas.

Como la expresión encontrada en (19) es similar a la obtenida en (12), la solución de $p(x)$ se presenta en (21).

$$p(x,t) = \frac{P_w \sinh\left(\frac{x}{L_{on}(x,t)}\right) + P_0 \sinh\left(\frac{W-x}{L_{on}(x,t)}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}. \quad (21)$$

Donde los portadores en exceso presentan solución en la distancia y el tiempo a través de la variable $L_{on}(x,t)$, la cual incorpora dependencia en el tiempo (t) y en la distancia (x).

Para validar teóricamente la expresión (21) como solución aproximada de la ADE, en Figura 2 se presenta el comportamiento de $p(x,t)$ para variaciones de $L_{on}(x,t)$. Para el cálculo de $p(x,t)$ se consideró una corriente máxima de 5A y una variación de $L_{on}(x,t)$ lineal con respecto al tiempo. Como se observa en la Figura 2 conforme evoluciona el encendido, $L_{on}(x,t)$ va ajustando el comportamiento de $p(x,t)$ tanto en el tiempo como en la distancia, hasta que se alcanza la fase estática donde se cumple $L_{on}(x,t)=L_s$.

Con la solución de $p(x,t)$ obtenida en los pasos anteriores, se procede a calcular los gradientes de concentración en las uniones del diodo para su utilización en las ecuaciones de transporte. Derivando (21) para $x=0$ y $x=W$, se obtiene:

$$\left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{L_{on}(x,t)} \frac{P_w - P_0 \cosh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}, \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=W} = \frac{1}{L_{on}(x,t)} \frac{P_w \cosh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right) - P_0}{\sinh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}. \quad (23)$$

Donde P_0 y P_w representan las concentraciones de cargas iniciales en las uniones. El cálculo de las corrientes $I_{p(0,t)}$, $I_{n(W,t)}$ se obtiene utilizando las ecuaciones de transporte (6) nuevamente. Las expresiones finales para el cálculo de las corrientes de huecos y electrones en la frontera de la unión, se muestran en (24) y (25).

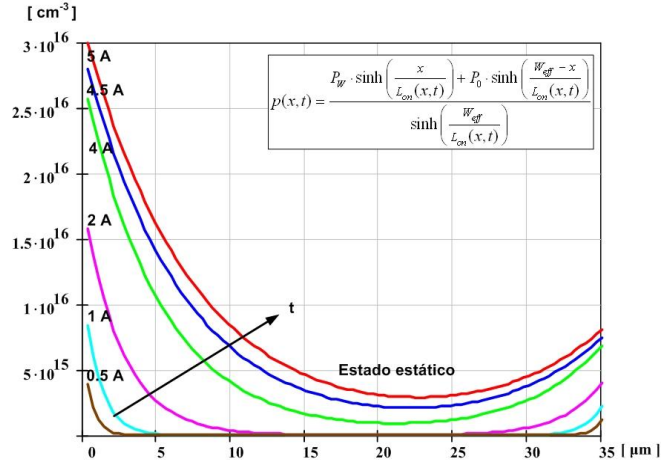


FIGURA 2. Comportamiento analítico de $p(x,t)$ en la fase de encendido.

$$I_{p(0,t)} = \frac{I_T}{1+b} - \frac{qAD}{L_{on}(x,t)} \frac{P_w - P_0 \cdot \cosh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}, \quad (24)$$

$$I_{n(W,t)} = \frac{b}{1+b} I_T + \frac{qAD}{L_{on}(x,t)} \frac{P_w \cdot \cosh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right) - P_0}{\sinh\left(\frac{W}{L_{on}(x,t)}\right)}. \quad (25)$$

Para que la solución de $p(x,t)$ obtenida en (21) modele correctamente la concentración de cargas en la fase de encendido así como las corrientes de electrones y huecos (24) y (25), se debe de obtener una expresión para $L_{on}(x,t)$ dependiente de las cargas inyectadas, lo que garantizará un correcto modelado. Para su obtención, se partirá de la ecuación de control de carga presentada en (10), considerando a $Q = Q_{Bon}(x,t)$, y Sustituyendo (22), (23), (24) y (25) en (10) se obtiene:

$$\frac{(P_0 + P_w)}{L_{on}(x,t)} \tanh\left(\frac{W}{2L_{on}(x,t)}\right) = \frac{1}{qAD} \left[\frac{Q_{Bon}(x,t)}{\tau} + \frac{dQ_{Bon}(x,t)}{dt} \right]. \quad (26)$$

El cálculo de las cargas en exceso inyectadas en la fase de encendido se obtiene de:

$$Q_{Bon}(x,t) = qAL_{on}(x,t) (P_0 + P_w) \tanh\left(\frac{W}{2L_{on}(x,t)}\right). \quad (27)$$

Si se sustituye (27) en (26), se obtiene la expresión final para el cálculo de $L_{ON}(t)$

$$\frac{Q_{Bon}(x,t)}{qAL_{on}^2(x,t)} = \frac{1}{qAD} \left[\frac{Q_{Bon}(x,t)}{\tau} + \frac{dQ_{Bon}(x,t)}{dt} \right],$$

$$L_{on}(x,t) = \sqrt{\frac{D \cdot Q_{Bon}(x,t)}{\frac{Q_{Bon}(x,t)}{\tau} + \frac{dQ_{Bon}(x,t)}{dt}}}. \quad (28)$$

La expresión presentada en (28) permite modelar la curvatura de $p(x,t)$ como una función de las cargas inyectadas, lo que garantiza una simulación continua en el tiempo y que no queda limitado al número de términos de la aproximación.

Etapas de apagado. Durante esta etapa, las cargas en exceso, $\Delta p(x,t)$, almacenadas durante la fase estática son desalojadas. Para la obtención de una adecuada aproximación de $p(x,t)$, se propone calcular el comportamiento de las cargas a desalojar por secciones, como se observa en la Figura 3. Donde: $x=0$, x_L , x_R y $x=W$ definen las fronteras para cada sección, P_L y P_R representan las nuevas concentraciones, inicial y final para cada sección y dependerán de P_0 y P_W que se actualizan en cada cálculo. Q_{BL} , Q_{BM} y Q_{BR} representan las cargas a desalojar en cada una de las secciones a modelar.

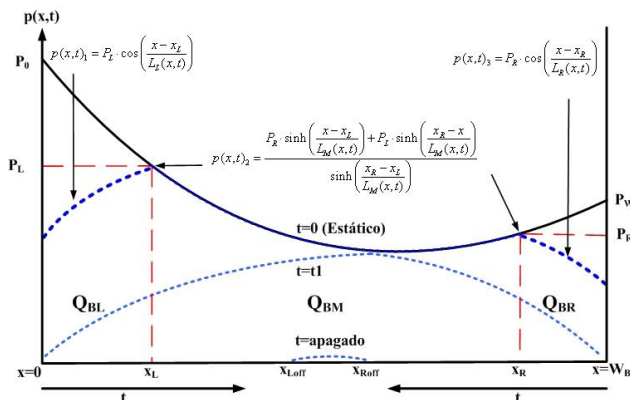


FIGURA 3. Propuesta de modelado por secciones para $p(x,t)$ en el apagado.

El principio de modelado para el de apagado es el siguiente:

- Las cargas totales a desalojar está determinado por: $Q_{Boff} = Q_{BL} + Q_{BM} + Q_{BR}$.
- Cada sección de cargas a desalojar presenta una propuesta particular de solución para $p(x,t)$.
- Por cada $p(x,t)$ propuesto se asocia un nuevo valor de longitud de difusión, el cual dependerá del tiempo y de la distancia.

Las soluciones empíricas que se proponen para cada sección están dadas por las expresiones:

$$p(x,t)_1 = P_L \cdot \cos\left(\frac{x-x_L}{L_L(x,t)}\right), \quad (29)$$

$$p(x,t)_2 = \frac{P_R \cdot \sinh\left(\frac{x-x_L}{L_M(x,t)}\right) + P_L \cdot \sinh\left(\frac{x_R-x}{L_M(x,t)}\right)}{\sinh\left(\frac{x_R-x_L}{L_M(x,t)}\right)}, \quad (30)$$

$$p(x,t)_3 = P_R \cdot \cos\left(\frac{x-x_R}{L_R(x,t)}\right). \quad (31)$$

En las expresiones, (29), (30) y (31), los principales parámetros $L_L(x,t)$, $L_M(x,t)$ y $L_R(x,t)$ determinan el comportamiento de la concentración de cargas $p(x,t)$ en cada sección a modelar, lo que garantizará una aproximación mas real de las cargas que serán desalojadas durante la fase de apagado.

En la Figura 4 se puede observar el comportamiento analítico esperado para $p(x,t)_1$, $p(x,t)_2$ y $p(x,t)_3$ con variaciones de $L_L(x,t)$, $L_M(x,t)$ y $L_R(x,t)$. Conforme evoluciona la fase de apagado el valor de $p(x,t)$ va disminuyendo hacia cero. Para el cálculo analítico, se consideró una dependencia lineal entre los tres valores de longitud ambipolar y el tiempo. Para el desarrollo de las expresiones $L_L(x,t)$, $L_M(x,t)$ y $L_R(x,t)$ que se implementarán en Pspice se considera una relación no-lineal con respecto al tiempo, por lo que se podrán obtener resultados mas reales.

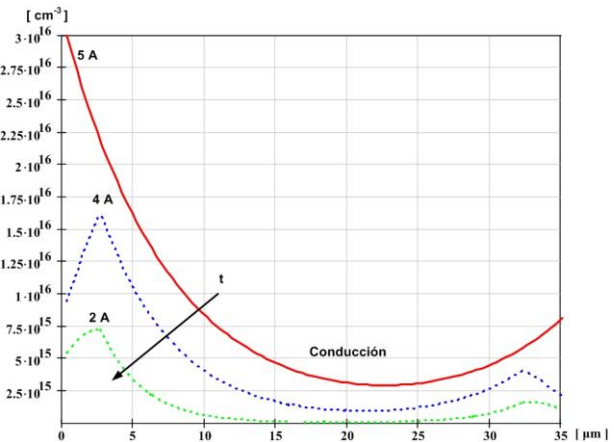


FIGURA 4. Comportamiento analítico de $p(x,t)$ a partir de las expresiones (29)-(31).

Para la obtención de las nuevas expresiones para el cálculo de $L_L(t)$ y $L_R(t)$, se partirá de las derivadas de $p(x,t)_1$ y $p(x,t)_3$ evaluadas en $x=0$ y $x=W$ respectivamente. Para la obtención de $L_M(t)$ se parte de la expresión de control de carga (10). En (32), (33) y (34) se presentan las expresiones finales que permiten calcular a $L_L(x,t)$, $L_M(x,t)$ y $L_R(x,t)$ en las 3 regiones propuestas:

$$L_L(x,t) = \frac{\sqrt{P_L^2 - P_0^2}}{\frac{1}{qAD} \left[\frac{Q_{BL}(x,t)}{\tau} - \frac{dQ_{BL}(x,t)}{dt} + AqP_L \frac{dx_L}{dt} \right]}, \quad (32)$$

$$L_M(x,t) = \sqrt{\frac{DQ_{BM}(x,t)}{Q_{BM}(x,t) + \frac{dQ_{BM}(x,t)}{dt} - qA \left(P_L \frac{dx_L}{dt} + P_R \frac{dx_R}{dt} \right)}}, \quad (33)$$

$$L_R(x,t) = \frac{\sqrt{P_R^2 - P_W^2}}{\frac{1}{qAD} \left[\frac{Q_{BR}(x,t)}{\tau} + \frac{dQ_{BR}(x,t)}{dt} + AqP_R \frac{dx_R}{dt} \right]}. \quad (34)$$

El cálculo de las corrientes $I_{p(0,t)}$, $I_{n(w,t)}$ se obtiene utilizando las ecuaciones de transporte (6). Las expresiones finales se muestran en (35) y (36).

$$I_{p(0,t)} = \frac{I_T}{1+b} - qAD \left[\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_L} \right], \quad (35)$$

$$I_{n(w,t)} = \frac{b \cdot I_T}{1+b} + qAD \left[\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=w} - \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_R} \right]. \quad (36)$$

Las expresiones finales que se implementaron en Pspice para el modelado de las cargas a desalojar en las 3 regiones, se presentan en (37), (38) y (39):

$$Q_{BL}(x,t) = qAL_L(x,t) \cdot \sqrt{P_L^2 - P_0^2}, \quad (37)$$

$$Q_{BM}(x,t) = qAL_M(x,t) (P_R + P_L) \tanh \left(\frac{x_R - x_L}{2 \cdot L_M(x,t)} \right), \quad (38)$$

$$Q_{BR}(x,t) = qAL_R(x,t) \cdot \sqrt{P_R^2 - P_W^2}, \quad (39)$$

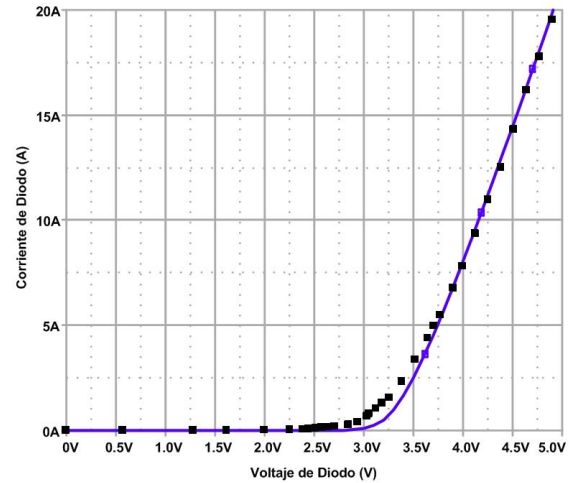
$$Q_{Boff}(x,t) = Q_{BR}(x,t) + Q_{BM}(x,t) + Q_{BL}(x,t). \quad (40)$$

IV. RESULTADOS

Para verificar la metodología de solución propuesta a la ADE, se implementaron las ecuaciones resultante en el simulador de circuitos eléctricos Pspice aplicado a un diodo bipolar de potencia. Para la validación del modelo en su comportamiento estático, se obtuvieron datos experimentales reportados en la literatura para un diodo bipolar de potencia con una corriente máxima de 5A [33]. En la Figura 5 se muestra el comportamiento esperado de

las cargas y las concentraciones iniciales. En la Figura 6, se muestra el comparativo entre resultados de simulación del modelo y datos experimentales en su fase estática.

En la Figura 7 se presenta el comportamiento de $L_{ON}(t)$ en la fase de encendido. De los resultados presentados se puede observar la dependencia de $L_{ON}(t)$ con el tiempo, al inicio de la fase se cumple que $L_{ON}(t) < L_S$ y conforme Q_B alcanza la estabilidad (fase estática) $L_{ON}(t)$ converge al valor de L_S , lo que permite validar la expresión (28), así



como, el comportamiento analítico de la Figura 2.

FIGURA 5. Comportamiento de Q_B , P_0 y P_W en la fase estática.

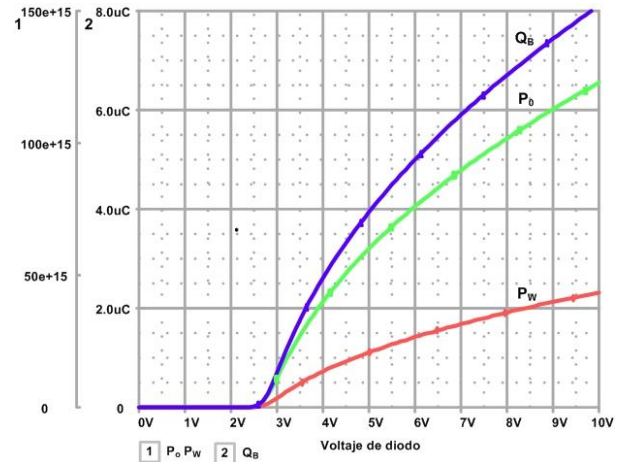


FIGURA 6. Comparativo entre datos experimentales (puntos) y de simulación (línea) en la fase estática.

En la Figura 8 se muestra la comparación entre datos experimentales y resultados de simulación para el apagado.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al IPN-COFAA por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo. Este trabajo fue realizado con apoyo del proyecto de investigación SIP-20100437.

REFERENCIAS

- [1] Kraus, R., Mattausch, H. J., *Status and Trend of Power Semiconductor Device Models for Circuit Simulation*, IEEE, Trans PE **13**, 452-465 (1998).
- [2] Ozpineci, B., Tolbert, L. M., *Characterization of SiC Schottky Diodes at Different Temperatures*, Power Electronics Letters **1**, 54-57 (2003).
- [3] Giuseppe, M., Paolo, A., *Semiconductor device Modeling with SPICE*, (McGraw-Hill, New York, 1993).
- [4] Liang, Y., Gosbell, V. J., *Diode Forward and Reverse Recovery Model for Power Electronic SPICE Simulations*, IEEE Trans PE **5** 346-356 (1990).
- [5] Araujo, A., Carvalho, A., Martins, J. L., *A New Approach for Analog ue Simulations of Bipolar Semiconductors*, (COBEP, Brazil, 1997).
- [6] Sttrollo, A. G. M., Napoli, E., *Improved PiN Diode Circuit Model with Automatic Parameter Extraction Technique*, IEE Proc. Circuit Devices Syst. **144**, 329-334 (1997).
- [7] Maxim, A., Maxim, G., Andreu, D., Boucher, J. *Power Pin Diode Electro-Thermal SPICE Macromodel with Forward and Reverse Recovery*, (EPE Lausanne, Suiza, 1999).
- [8] Maxim, A.; Maxim, G., *A Novel Power PIN Diode Behavioral SPICE Macromodel Including the Forward and Reverse Recoveries and the Self-Heating Process*, (APEC, Brunei Darussalam, 2000).
- [9] Zhang, H.; Pappas, J.A., *A Moving Boundary Diffusion Model for PIN Diodes*, Trans. Magnetic **37**, 406-410 (2001).
- [10] Petzoldt, J.; Reimann, T.; Lorentz, L.; Zverev I., *Influence of Devices and Circuits Parameters on the Switching Losses of an Ultra Fast ColMos/Sic Diode Device set: Simulation and Measurements*, (ISPSD, Osaka, Japan, 2001).
- [11] McNutt, T.R., Hefner, A.R., Mantooth, H.A., Duliere, J.L., Berning, D.W., *Parameter Extraction Sequence for Silicon Carbide Schottky, Merged Pin Schottky, and Pin Power Diode Models*, (PESC, Aachen Germany, 2004).
- [12] McNutt, T., Hefner, A., Mantooth, A., Berning, D., Singh, R., *Compact models for silicon carbide power devices*, Solid-State Electronics **48**, 1757-1762 (2004).
- [13] Levinshtein, M. E., Mnatsakanov, T. T., Ivanov, P. A., Singh, R., Palmour, J. W., Yurkov, S. N., *Steady-state and transient characteristics of 10 kV 4H-SiC diodes*, Solid-State Electronics **48**, 807-811 (2004).
- [14] Giesselmann S, M., Edwards, R., Bayne, S., Kaplan, S., Shaffer, E., *Forward and Reverse Recovery Spice Model of a JBS Silicon Carbide Diode*, (MODSYM, San Francisco, CA, 2004).

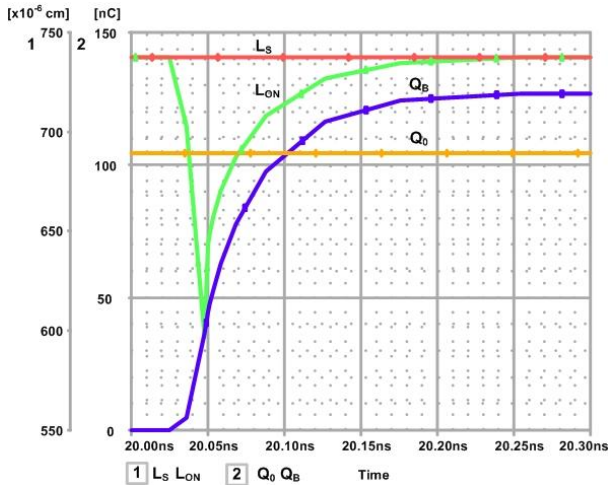


FIGURA 7. Comportamiento de L_s , $L_{on}(t)$, Q_B y $Q_{on}(t)$ en la fase de encendido.

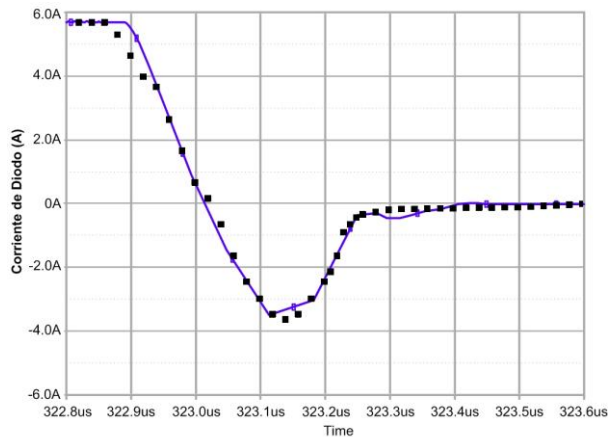


FIGURA 8. Comparativo entre datos experimentales (puntos) y de simulación (línea) en la fase de apagado.

IV. CONCLUSIONES

La metodología de solución de la ADE a partir de la aproximación empírica utilizada presenta una aproximación adecuada con respecto a valores experimentales, lo anterior se debe a que se logra desarrollar una expresión para el cálculo de la longitud de difusión ambipolar (L) dependiente de las inyección y desalajo de cargas. En cada cálculo que se realiza en el modelo implementado en Pspice se actualizan tanto las cargas desarrolladas como el nuevo valor de $L(x,t)$, el proceso anterior es lo que mas se acerca al proceso físico que se desarrolla en un dispositivo semiconductor y por lo tanto garantiza una adecuada aproximación con valores experimentales. Una de las principales ventajas de la metodología es, que presenta tiempos de simulación aceptables para su incorporación a la simulación de circuitos eléctricos.

- [15] Loulo, M., Abdelkrim, M., Gharbi, R., Fathallah, M., Pirri, C.F., Tresso, E., Tartaglia, A., *Modelling and analysis of a-SiC:H p-i-n photodetectors: Effect of hydrogen dilution on dynamic model*, Solid-State Electronics **51**, 1067–1072 (2007).
- [16] Kolessar, R., Nee, H.-P., *A New Physics-Based Circuit Model for 4H-SiC Power Diodes Implemented in SABER*, (APEC Shanghai, China, 2001).
- [17] S. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, (John Wiley & Sons, New Jersey USA, 1981).
- [18] Grove, A. S., *Physics and Technology of Semiconductor Devices*, (John Wiley & Sons, University of California, Berkeley, 1967).
- [19] J. P. McKelvey, *Solid state and Semiconductor Physics*, (REK Publishing Company, The Pennsylvania State University, 1982).
- [20] Neamen, D., A., *Semiconductor Physics and Devices*. University of New Mexico, (McGraw Hill, USA, 2003).
- [21] Baliga, B. J., *Power Semiconductor Devices*, (PWS Publishing Company, North Carolina State University, 1996).
- [22] Liang, Y., Gosbell, V. J., *Diode Forward and Reverse Recovery Model for Power Electronic SPICE Simulations*, IEEE Trans PE **5** 346-356 (1990).
- [23] Sttrollo, A.G.M., Napoli, E., *Improved PiN Diode Circuit Model with Automatic Parameter Extraction Technique*, IEE Proc. Circuit Devices Syst. **144**, 329-334 (1997).
- [24] Maxim, A., Maxim, G., *A Novel Power PIN Diode Behavioral SPICE Macromodel Including the Forward and Reverse Recoveries and the Self-Heating Process*, (APEC, Brunei Darussalam, 2000).
- [25] McNutt, T., Hefner, A., Mantooth, A., Berning, D., Singh, R., *Compact models for silicon carbide power devices*, Solid-State Electronics **48**, 1757–1762 (2004).
- [26] Levinshtein, M.E., Mnatsakanov, T.T., Ivanov, P.A., Singh, R., Palmour, J.W., Yurkov, S.N., *Steady-state and transient characteristics of 10 kV 4H-SiC diodes*, Solid-State Electronics **48**, 807–811 (2004).
- [27] Dieter M., Thomas V., Dierk S., *A modular Concept for the Circuit Simulation of Bipolar Power Semiconductor*, Trans. Power Electronics **9**, 506-513 (1994).
- [28] R. Kraus, K. Hoffmann, P., Turkes, *A precise Model for the Transient Characteristics of Power Diodes*, (PESC Toledo, Spain, 1992).
- [29] R., Kolessar, H-P., Nee., *A New Physics-Based Circuit Model for 4H-SiC Power Diodes Implemented in SABER*, (APEC ¿Lugar de edición?, 2001).
- [30] P., M., Igc, P., A., Mawby, M.S., Towers, S. Batcup, *New Physically-Based PiN Diode Compact Model for Circuit Modelling Applications*, IEE Proc. Circuits Devices Sytem **149**, 257-263 (2002).
- [31] Adriano C., Armando A., Carvalho J. L., *A New Method for Solving the Ambipolar Diffusion Equation (ADE) Based on a Finite Element Formulation*, 2nd (Portuguese Conference on Automatic Control, 1996).
- [32] Liqing Lu., Angus Bryant., P., R., Palmer, E., Santi, J.L. Hudgins, *Physical Modeling of Fast p-i-n Diodes with Carrier Lifetime Zoning, Part I Device Model*, IEEE Trans. Power Electron **23**, 1 (2008).
- [33] McNutt, T., Hefner, A., Mantooth, A., Duliere, J. L., Berning, W., Singh, R., *Silicon Carbide PiN and Merged PiN Schottky Power Diode Models Implemented in the Saber Circuit Simulator*, Trans. Power Electronic **19**, 573-580 (2004).